

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Transformatör Sargılarında Oluyan
Hızlı Değişimli Geçici Olayların İncelen.

A.Öğür Soysoi
Doktora Tezi

152
46

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ * FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**TRANSFORMATÖR SARGILARINDA OLUŞAN
HIZLI DEĞİŞİMLİ GEÇİCİ OLAYLARIN İNCELENMESİ
ve
ENERJİ İLETİM SİSTEMLERİNİN MODELLENMESİNDE
YENİ BİR YAKLAŞIM**

(DOKTORA TEZİ)

Yük. Müh. A. Oğuz SOYSAL

Tezin Fen Bilimleri Enstitüsüne Verildiği Tarih : 25 Temmuz 1984
Tezin Savunulduğu Tarih : 19 Aralık 1984

Doktorayı Yöneten Öğretim Üyesi : Prof. Dr. M. Kemal SARIOĞLU
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Yılmaz TOKAD
Doç. Dr. Nurdan GÜZELBEYOĞLU

İSTANBUL TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
ELEKTRİK - ELEKTRONİK FAKÜLTESİ
OFSET BASKI ATÖLYESİ

1985

YILDIZ ONİVERSİTESİ
GENEL KİTAPLIĞI

Kot : R 152
Alındığı Yer : Fen Bil. Ens. 46
Tarih : 13.4.1987
Fatura :
Fiatı : 1000 TL.
Ayniyat No : 1/1
Kayıt No : 44792
UDC : 621.3
Ek : 378.242



Comp.



**TRANSFORMATÖR SARGILARINDA OLUŞAN
HIZLI DEĞİŞİMLİ GEÇİCİ OLAYLARIN İNCELENMESİ
ve
ENERJİ İLETİM SİSTEMLERİNİN MODELLENMESİNDE
YENİ BİR YAKLAŞIM**

(DOKTORA TEZİ)

Yük. Müh. A. Oğuz SOYSAL

Tezin Fen Bilimleri Enstitüsüne Verildiği Tarih : 25 Temmuz 1984
Tezin Savunulduğu Tarih : 19 Aralık 1984

Doktorayı Yöneten Öğretim Üyesi : Prof. Dr. M. Kemal SARIOĞLU
Diğer Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Yılmaz TOKAD
Doç. Dr. Nurdan GÜZELBEYOĞLU

İ Ç İ N D E K İ L E R

Özet	I
Summary	III
1. GİRİŞ	1
2. YÜKSEK FREKANSLI ALAN DEĞİŞİMLERİNDE DEMİR ÇEKİRDEĞİN DAVRANIŞI	9
2.1. Demir Çekirdek İçindeki Elektro-Magnetik Alanın Frekansa Bağımlılığı	9
2.2. Demir Çekirdekli Sargılarda Öz ve Ortak Endüktansların Frekansla Değişimi	17
2.2.1. Sargının Toplam Endüktansının Frekansla Değişimi	17
2.2.2. Demir Çekirdeğin, Sarımlar Arası Ortak Endüktanslar Üzerindeki Etkileri	18
2.3. Demir Çekirdeğin, Yüksek Frekanslı Salınımlar Üzerindeki Etkileri	22
3. SARGI GEOMETRİSİNE GÖRE KURULAN MATEMATİKSEL MODELLER	25
3.1. Güç Transformatörlerinde Kullanılan Sargı Türleri	25
3.2. Ardışıl Toplu Parametrelili Eşdeğer Devre	28
3.3. Durum Denklemleri	30
4. TRANSFORMATÖR SARGILARINDA UÇ EMPEDANS FONKSİYONU	32
4.1. Uç Empedans Fonksiyonunun Frekansla Değişimi	33
4.2. Uç Empedans Karakteristiği	35
4.3. Uç Empedans Fonksiyonuyla Geçici Rejim Davranışı Arasındaki İlişki	38
5. TRANSFORMATÖR SARGILARININ UÇ ÖLÇMELERİNDEN HAREKETLE KURULAN MODELLERİ	41
5.1. Sargı Uç Empedans Fonksiyonunu Sağlayan Kanonik Devreler	42
5.1.1. Empedans Fonksiyonunun Cauer Devresiyle Gerçeklenmesi	44
5.1.2. Empedans Fonksiyonunun Foster Devresiyle Gerçeklenmesi	47

5.2. Kanonik Devrelere İlişkin Durum Denklemleri . . .	58
5.2.1. Cauer Devresine İlişkin Durum Denklemleri . . .	58
5.2.2. Foster Devresine İlişkin Durum Denklemleri . . .	60
6. ENERJİ İLETİM VE DAĞITIM SİSTEMLERİNDE YER ALAN ELEMANLARIN MATEMATİKSEL MODELLERİ	63
6.1. İletim Hatları	63
6.2. Güç Anahtarları	67
6.3. Parafudrlar ve Lineer Olmayan Direnç Elemanları . . .	68
6.4. Kompanzasyon Kapasiteleri, Seri Reaktörler ve Filtreler	70
7. ENERJİ İLETİM VE DAĞITIM SİSTEMLERİNİN MODELLENMESİ .	73
7.1. Varsayımlar ve Sadeleştirmeler	73
7.2. Sisteme İlişkin Matematiksel Modelin Kurulması . . .	74
7.3. Durum Denklemlerinin Çözümü	80
7.4. Uygulama Örnekleri	83
7.4.1. Bir Hat ve Bir Transformatörden Oluşan Sistem . .	83
7.4.2. Bir Çelik Fabrikasında Ark Ocaklarını Besleyen Sistem	90
8. SONUÇ	98
YARARLANILAN KAYNAKLAR	100

TEŞEKKÜR

ÖZGEÇMİŞ

Ö Z E T

Gerilim darbeleri ve açma-kapama işlemleri, transformatörlerde yüksek frekanslı salınımlara yol açarlar. Bu tür geçici salınımlar, genellikle geometrik boyutlardan hareketle hesaplanan R, L, C parametrelerinin oluşturduğu eşdeğer devreler yardımıyla incelenmektedir. Tezde geliştirilen yeni bir yöntem, sargıların uç empedans karakteristiğinden hareketle modellenmesine olanak vermiştir. Bu yöntem, sargı iç yapısının bilinmesine gerek göstermediğinden, özellikle, enerji iletim ve dağıtım sistemlerinde yer alan transformatörlerde ortaya çıkan geçici olayların incelenmesinde kolaylık sağlamaktadır. Tezde yapılan çalışmalar aşağıdaki gibi özetlenebilir:

Tezin ikinci bölümünde, yüksek frekanslı alan değişimlerinde demir çekirdeğin davranışı incelenmiştir. Hem teorik, hem de deneysel yollardan yapılan incelemeler, nötr noktası topraklanmış bir sargıda ortaya çıkan geçici olayları belirlemek amacıyla yapılan çalışmalarda demir çekirdeğin etkilerinin ihmal edilebileceğini göstermiştir.

Üçüncü bölümde, literatürde yaygın olarak kullanılan bir toplu parametrelili eşdeğer devre ele alınmış ve bu devreye ilişkin durum denklemleri elde edilmiştir.

Dördüncü bölümde, transformatör sargısı iki uçlu bir eleman gibi düşünülerek uç empedans fonksiyonu tanımlanmış, bu fonksiyonun geçici rejim davranışı açısından anlamı tartışılmıştır.

Beşinci bölümde, sargıya ilişkin uç empedans fonksiyonunu sağlayan kanonik devrelerin sentezi gösterilmiş; elde edilen Cauer ve Foster biçimindeki devrelerin durum denklemleri yazılmıştır.

Altıncı bölümde, transformatörlerle birlikte enerji iletim sistemlerini oluşturan, enerji iletim hattı, güç anahtarı, filtre, parafudr gibi temel elemanların matematiksel modelleri verilmiştir.

Genel halde bir enerji iletim ve dağıtım sisteminin modellenmesi için geliştirilen sistematik bir yöntem, yedinci bölümde açıklanmıştır. Bu yöntemin pratikteki uygulamalarını göstermek üzere iki örnek gözönüne alınmıştır. Bunlardan birincisi, laboratuarda, bir deney transformatörü ve bir hat modeli ile oluşturulan sistemdir. Bu sistemde, çeşitli basamak girişler için transformatör uçlarında gözlenen gerilim değişimleri, hesaplanan değerlerle karşılaştırılmıştır. Diğer örnek ise, bir çelik fabrikasında ark ocaklarını besleyen elektriksel sistemdir. Söz konusu sistemin tümüne ilişkin matematiksel modelin kurulması gösterilmiş, tipik çözüm örnekleri verilmiştir.

S U M M A R Y

INVESTIGATION OF HIGH SPEED TRANSIENTS ON TRANSFORMER WINDINGS and A NEW APPROACH IN MODELLING OF ENERGY TRANSMISSION SYSTEMS

Voltage surges due to atmospheric discharges and switching operations cause high frequency transient oscillations of very short duration in electrical transmission and distribution systems. In the course of such transient phenomena, various points of the network and transformer windings are subjected to overvoltage stresses. An accurate calculation of these voltage-stresses is of prime importance for the design of power transformers. On the other hand, some recent transient phenomena causing failures in power systems have shown that the transient behavior must be taken into account to provide a suitable insulation coordination and protection for high voltage networks [15], [16] .

Since the beginning of the century, extensive works of theoretical and experimental basis have been carried out to investigate the surge response of transformers. In the past, attempts were made to find analytical solutions for integro-differential equations written for distributed-parameter winding models of the transformers. Unfortunately, even with many assumptions to simplify the solution of the problem, complete calculations were laborious and unsuitable for routine design. Wide-spread use of digital computers in recent years made it possible to solve the large number of system equations in the time domain. Thus, various transformer winding models with lumped parameters were developed and the transient behavior of the transformers has been determined in terms of the state equations.

Computer aided analysis is obviously the most convenient and powerful method for determining the transient phenomena which occur in power transmission and distribution systems.

In general, such a method consists of building a mathematical model for the entire system involving transmission lines and transformers; then solving the state equations in the time domain. All possible switching and fault conditions can be simulated in this way, in order to predict the complete behavior of the system.

Methods of modelling for transmission lines and transformers are extensively covered in the literature. For transmission lines, lumped parameter models based on inductance, capacitance and resistance per unit length are available.

The conventional equivalent circuits developed for transformers consist of RLC ladder networks similar to those representing transmission lines; the main difference being the presence of a series capacitances and mutual inductances between sections. The network parameters are normally calculated from the geometric dimensions of windings. It is obvious that the determination of those parameters is not difficult at the design stage of a transformer, since all the constructional details and material properties are known. However, when the task of building a model of a complex electrical power system for high speed switching or impulse surge analysis arises, one must think of two important problems:

a- Generally, no sufficient information is available about the internal structure, winding geometry and material properties of transformers already manufactured and operating in the network. In such a case, conventional transformer models become unsuitable since it is not possible to determine the parameters.

b- Electric power supply systems consist of several transformers interconnected by transmission lines. When transformers are represented by equivalent circuits which consist of large number of tandem sections as it has been proposed in early works in literature, the number of the system dynamic equations to be solved reaches easily several hundreds. Since the system

matrix is generally plain for these equations, the solution in computer requires large memory and long computation time.

In this thesis, a new method is proposed to build a mathematical model of power transformers by means of terminal impedance measurements. This method offers two advantages in the study of switching surges in power systems. First, all the parameters related to transformer models are determined from the terminal measurements, and a detailed knowledge of the internal structure is not required. These measurements can be performed easily on any transformer existing in electric power systems. Second, the canonic structure of the network permits the use of sparse matrix techniques and offers advantages in numerical integration of state equations.

In the 2 nd. chapter, the effect of the iron core is examined both in theoretical and experimental ways. By the relations derived from the Maxwell equations, it is shown that at high frequencies, the magnetic flux is attenuated in the internal regions of the core, and condensed on the surface. Besides, experimental works also have shown that an iron core winding behaves frequency-dependent up to 10 kHz; however, for higher frequencies, self and mutual inductances approach asymptotically to the values of the air core winding. Time domain measurements on a power transformer agreed with the above observations and have shown clearly that, for a winding with the neutral point earthed, the iron core has a negligible effect on the high speed transients either in the cases of the secondary winding open or short circuited. According to these observations, it has been assumed that the iron core can be ignored in the analysis of high speed transients in order to represent the transformer windings by linear passive RLC networks.

In the 4 th. chapter, the transformer winding is considered as a two terminal component and the terminal impedance function is defined with the following relation:

$$v_o(t) = Z i_o(t) \quad (i)$$

where, v_o is the terminal voltage and i_o is the terminal current. Linearity of the system implies that Z does not depend neither of current nor voltage. The terminal (driving point) impedance function can be expressed in the s domain in terms of the coefficient matrices of the state equations by a rational function in the form:

$$Z(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} \quad (ii)$$

In the case of a no-loss winding for which all resistances and conductances of the equivalent circuit (fig.11) are zero, the poles and zeros are pure imaginary and they are located alternatively on the $j\omega$ axis as shown in fig.14. For the values of angular frequencies corresponding to the poles, the impedance tends to infinity, whereas it goes to zero for the values corresponding to the zeros.

Experiments have shown that, when ohmic resistance of the winding is present, the poles and zeros shift leftward in the complex plane, in such a way that imaginary parts remain almost unchanged (fig.15). Thus, in the general case, it may be assumed that the magnitude of winding terminal impedance takes maximum and minimum values for angular frequencies corresponding to the imaginary part of poles and zeros respectively.

Synthesis of a passive LC network described by an impedance function is a solved problem and several algorithms were developed. In order to realise (ii) written in the form

$$Z(s) = \frac{k \cdot s \cdot (s^2 + \omega_2^2)(s^2 + \omega_4^2) \dots (s^2 + \omega_{2n}^2)}{(s^2 + \omega_1^2)(s^2 + \omega_3^2) \dots (s^2 + \omega_{2n+1}^2)} \quad (iii)$$

for a lossless winding, either Cauer or Foster synthesis methods can be used. Once the LC network is realised, ohmic

resistances are added to the sections. The resistance values and the scaling factor k are determined by an optimization process in such a way that the deviations between impedance function and the impedance characteristic obtained by terminal measurements be minimum.

As an application to the above mentioned procedure, the equivalent circuit of Foster type is developed for a laboratory size model transformer. Optimal gradient algorithm is applied to calculate the resistor values and the scaling factors, and the parameters are found as listed in Table-III (Chapter 5). It must be noted that the parameters determined for this 'synthetic model' are fictitious values and they do not correspond to any physical section of the winding. However, the model have the same driving point impedance function as the winding.

In the Chapter 6, the constituents of a power supply network such as transmission lines, power switches, lightning arresters, compensating capacitors and filters are considered as two or three terminal components and their state equations are given.

The Chapter 7 deals with the determination of the mathematical model of a power system comprising several transformers, interconnected by transmission lines. To establish the mathematical model for such a system, the graph should be constituted by using the terminal graphs corresponding to the components. A proper tree in this graph is next chosen according to the following rules:

- a- All voltage sources must be taken on branches and all current sources on chords.
- b- Components for which the terminal current is chosen as input function, should be on branches. Reciprocally, components for which the terminal voltage is the input function, should be on chords.

The components on branches and chords are grouped to write the state equations of the whole system in the following form:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_d \\ x_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_d - B_d Q_2 G_k(x_k) & B_d Q_1 C_k \\ -B_k Q_1^T C_d & A_k - B_k Q_2^T R_d(x_d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ x_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_d Q_3 \\ -B_k Q_3^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_e \\ i_j \end{bmatrix} \quad (\text{iv})$$

where, the indice d denotes the branches and the indice k denotes the chords. A, B, C are the coefficient matrices of the corresponding state equations. Q_1, Q_2, Q_3 are the cutset matrices corresponding respectively to the components which comprise reactive elements; resistances and conductances; current and voltage sources. As the system may include non-linear resistors (lightning arresters) G_k and R_d are taken in the general non-linear form.

To illustrate the proposed method of modelling power systems and determination of switching surges, two examples are given. The first one corresponds to the model system built in the laboratory with an experimental transformer and a line model. The system was driven by a step function generator and the terminal voltage of the transformer was observed by means of a storage oscilloscope. On the other hand, the state equations were solved in digital computer. A good agreement was obtained between measured and calculated values. The second application is an example of the supply network of a steel manufacturing plant in which heavy arc furnaces take place. The mathematical model of this system is obtained and simulation of switching operations is shown.

BÖLÜM I

1. GİRİŞ

Gerilim darbeleriyle devre açma-kapama işlemleri, güç sistemlerinde yüksek frekanslı ve kısa süreli elektriksel salınımlara neden olurlar. Bu salınımlar sırasında, sistemin çeşitli noktalarında ve transformatör sargılarında aşırı gerilimler meydana gelir.

Özellikle büyük güçlü ve yüksek gerilimli transformatörlerin tasarımı, sargıların geçici rejimde karşılaştıkları gerilim zorlanmaları gözönünde tutularak, yalıtımın uygun boyutlandırılması gerekmektedir.

Öte yandan güç sistemlerinde de, uygun bir izolasyon koordinasyonunun sağlanması ve transformatörlerin, sistemde oluşabilecek aşırı gerilimlerden korunması büyük önem taşır.

Gerilim darbelerinin etkisiyle transformatör sargılarında ortaya çıkan geçici olayların incelenmesi çok eski yıllara kadar uzanmaktadır. Bu konuda ilk önemli çalışma 1915 yılında Almanya'da Wagner tarafından yayınlanmıştır [1]. Bundan sonra, Blume, Boyajian ve Bewley transformatör sargılarında meydana gelen 'duran dalgaları' incelemişler, Rüdenberg 1923 yılında yayınladığı makalede soruna, 'yürüyen dalga' bakış açısını getirmiştir [2]. Wagner, Blume, Boyajian ve Bewley tarafından benimsenen teoriye göre, bir darbe geriliminin etkisiyle sargılarda oluşan gerilim dağılımının belirlenmesi için, öncelikle sargının öz frekansı ile bu frekanslara karşı düşen akım ve gerilim dağılımlarının (duran dalgaların) bulunması gerekmektedir. Daha sonra, uygulanan darbe geriliminin biçimine göre genlikleri belirlenen duran dalgaların süperpozisyonuyla gerilim dağılımı hesaplanabilir. Rüdenberg tarafından geliştirilen ve Norris'in çalışmalarıyla uygulamaya konulan [3] 'yürüyen dalga' yönteminde ise, kaynak gerilimine ilişkin, Fourier dönüşümü ile belirlenen sinüzoidal bileşenlerin sargı boyunca yayılmaları incelenmektedir. Bu teoriye göre, sargı paramet-

relerine bağı olarak bir kritik frekans tanımlanmakta, bu frekansın üzerindeki bileşenlerin sargıya girmediği ve sadece 'başlangıç gerilim dağılımını' oluşturduğu, diğer bileşenlerin ise yürüyen dalgalar halinde sargı içinde yayıldığı kabul edilmektedir. Başlangıç gerilim dağılımı duran dalga yönteminde olduğu gibi hesaplanmakta, yürüyen dalgaların yayılma ve yansımaları devre denklemleri uyarınca belirlenmektedir.

Fransa'da Pirenne transformatör sargılarının yayılmış parametrelili devre modelleri konusunda çalışmalar yapmış, demir çekirdeğin alçak ve yüksek frekanslardaki davranışını, öz ve ortak endüktanslar üzerindeki etkilerini deneysel olarak incelemiştir. Pirenne 1940 yılında yayınlanan makalesinde [4] geçici olayların, yayılmış parametrelili model ve integro diferansiyel denklemler yardımıyla belirlenebileceğini de göstermiştir.

Transformatör sargılarının geçici rejim davranışını deneysel olarak belirlemek üzere Abetti 'Elektromagnetik Model' kullanma yoluna gitmiştir [5]. Abetti'nin elektromagnetik modeli iki kısımdan oluşmaktadır. Bunlardan biri transformatörün küçültülmüş boyutta bir geometrik modeli, diğeri de sargıya dışarıdan bağlanan salt kapasitif bir elektrik devresidir. Böylece demir çekirdeğin öz ve ortak endüktanslar üzerindeki, frekansa ve akıma bağı etkileri doğrudan doğruya modele katılmış, ölçek değiştirme nedeni ile küçülen, sarımlar arası ve sarımlarla toprak arası kapasiteler ise toplu parametrelili olarak dışarıdan eklenen devreyle düzeltilmiş olmaktadır. Abetti, yayınladığı makalelerde [5], [6], [7] çeşitli boyut ve yapıda transformatörler için elektromagnetik modellerin kurulduğunu ve geçici olayların yeterli doğrulukta gözlemlendiğini belirtmektedir. Sanayide de, özel transformatör tipleri geliştirilirken bu tür modellerden yararlanılmıştır. Ancak, her değişik tip için ayrı bir model kurma zorunluluğunun yanı sıra, maliyetinin yüksek oluşu ve kurulmasının zaman alması, bu modellerin yaygınlaşmasına engel olmuştur.

Transformatör sargılarında geçici olayların incelenmesine ilişkin bir çok çalışması bulunan Abetti'nin 1950'den sonra, devreler

teorisi yöntemlerini benimsediği görülmektedir [6], [7]. Yayılmış parametrelili modelin pratikte ortaya çıkardığı güçlükleri gidermek üzere Abetti, sargının sonlu sayıda bölme (sarım gruplarına) ayrıldığını düşünmüş, her bir bölme için oluşturduğu toplu parametrelili devreleri kaskad bağliyerek sargının tümüne ilişkin eşdeğer devreyi oluşturmuştur. Bu eşdeğer devre, sarım guruplarının direnci, öz endüktansı, sarımlar arası ve sarımlarla toprak arası kapasiteleri, sarım gurupları arasındaki ortak endüktansları içermektedir. Abetti, yayınlarında eşdeğer devrede yer alan parametrelerin hesap yöntemleri üzerinde de durmuş, havalı bobinler için çıkartılan öz endüktans bağıntılarından yararlanmak üzere, uzunluğu l ve çapı d olan demir çekirdekli bir bobine eşdeğer; l/d oranı farklı, havalı bir bobin bulunabileceği görüşünü ortaya atmıştır. Daha sonraki yıllarda bu görüşün tartışılmasına ve fazlaca benimsenmemesine karşın, Abetti'nin önerdiği eşdeğer devre bir çok araştırmacı tarafından kullanılmıştır.

Son yıllarda, bilgisayarların yaygınlaşmasıyla geliştirilen sayısal yöntemler, sistemlerin doğrudan doğruya zaman domeninde analizine olanak sağlamıştır. Böylece, transformatör sargılarında geçici rejim incelemelerinin önceleri bir çok kısıtlama altında analitik yollardan yapılmasına çalışılırken, sorunun çok daha kolay ve gerçekçi yaklaşımlarla ele alınması mümkün olmuştur [8], [9]. Analitik yöntemlerde, basit yapıdaki sargılara, birim basamak, impuls vb. gibi matematiksel olarak kolayca ifade edilebilen kaynak fonksiyonlarının uygulanması halinde bile işlemler oldukça karmaşık bir hale gelmekte, hatta çözüm bulunması olanaksızlaşmaktadır. Halbuki, sayısal yöntemler kullanıldığında, daha karmaşık sargı düzenlerinin gözönüne alınması mümkün olmakta, kaynak fonksiyonları gerçeğe daha uygun seçilebilmektedir [10], [11]. 1960'tan sonra yapılan çalışmalarda, darbe geriliminin biçiminin, transformatörün geçici hal cevabı üzerindeki etkileri [11]; sistemde oluşan geçici gerilim dalgalarının transformatöre etkileri ele alınarak çözüm araştırılmıştır. Fergestad ve Henriksen [12] - [14], Abetti'nin eşdeğer devresini yeniden gözden geçirerek demir çekirdeğin lineer ol-

mayan özelliklerini incelemek amacıyla deneysel çalışmalar yapmışlardır. Bu çalışmaların sonucunda, yüksek frekanslarda demir çekirdekten dolaşan akı bileşenlerinin azaldığı, dolayısıyla hızlı değişen geçici olayların incelenmesinde lineer-pasif elemanlardan oluşan eşdeğer devrelerin kullanılabileceği deneysel yoldan gösterilmiş olmaktadır. Pergestad ve Henriksen geliştirdikleri matematiksel modeli kullanarak, çok sargılı transformatörlerde darbe cevabını çeşitli sayısal yöntemler yardımıyla incelemişler ve bulunan sonuçları deneysel sonuçlarla karşılaştırmışlardır.

1975 yılında A.B.D. 'de yayınlanan makalesinde Mc Elroy, çok yüksek gerilimli enerji sistemlerinde yer alan çeşitli transformatörlerde geçici rejim sırasında meydana gelen arızaları gündeme getirmiştir [15]. Mc Elroy'un ortaya koyduğu sorun, enerji iletim hatlarında meydana gelen kısa devreler nedeniyle çok yüksek gerilimli transformatör sargılarında oluşan kısmi rezonans olayıdır. Bir çok araştırmacının ilgisini çeken konu üzerindeki tartışmalar, çok yüksek gerilimli (EHV ve UHV) sistemlerde bu tür arıza olasılıklarını azaltmak üzere geçici rejim incelemelerine önem verilmesi gereğini bir kez daha ortaya koymuştur.

Yukarıdaki açıklamalardan görüldüğü gibi, önemi bu yüzyılın başlarında anlaşılmış bulunan, transformatör sargılarında geçici olayların incelenmesi sorunu güncelliğini korumaktadır. Günümüzde, bilgisayarların sağladığı olanaklar, konuya yeni bakış açıları getirmiştir. İlk zamanlarda sadece, basamak veya impuls biçiminde bir darbenin sargılarda meydana getirdiği gerilim dağılımının incelenmesiyle yetinilirken, bugün daha karmaşık sargı biçimlerinin gözönüne alınması, transformatör sargılarında ve elektriksel sistemlerde oluşan karmaşık aşırı gerilim salınımlarının incelenmesi mümkün olmaktadır [16] - [28]. Bunun yanı sıra yaklaşık 70 yıl boyunca, yapılan yüzlerce çalışmada problemin her yönüyle ele alınmış olmasına karşın, günümüzde daha çözümlenmemiş bir çok noktanın kaldığı göze çarpmaktadır. Bu noktalar kısaca aşağıda özetlenmiştir.

a.) Transformatörlerin eşdeğer devrelerinde yer alan L, C ve M parametrelerinin belirlenmesinde yaklaşık empirik ifadeler kullanılmak-

ta, çeşitli araştırmacılar tarafından önerilen bağıntılar ise, birbirinden farklı sonuçlar vermektedir.

b.) Geçici olayları tam ve doğru olarak ortaya koyabilmek için, sargılara ilişkin R, L, C ve M parametrelerinin akıma, gerilime ve frekansa göre değişimlerinin gözönüne alınması gerekir. Buna karşın, literatürde önerilen transformatör modellerinin çoğunluğunda akıma ve frekansa bağımlılık yansımamaktadır.

c.) Güç sistemlerinde, açma-kapama işlemleri sırasında ortaya çıkan geçici olayların incelenmesi konusu günümüzde önem taşımaktadır. Bu tür incelemelerin gerçeğe uygun olarak yapılabilmesi için, sistemin tümüne ilişkin matematiksel modelin oluşturulması ve açma-kapama işlemlerinin bilgisayarda simülasyonu gerekir. Ancak, transformatörler için şimdiye kadar geliştirilmiş bulunan modeller daha çok, tasarımda kullanılmak üzere düşünülmüştür. Bu modellerde yer alan parametrelerin hesabı için transformatörün iç yapısının ayrıntılı bir biçimde bilinmesi esastır. Halbuki, elektrik tesislerinde yer alan ve yapımı çok önceleri tamamlanmış olan transformatörler için bu bilgilerin elde edilmesi çok güç, hatta çoğu kez olanaksızdır. Böyle durumlarda, dışarıdan yapılacak ölçmelerle kurulabilen transformatör modellerine gerek duyulmaktadır.

Tezde, bu güçlüğü ortadan kaldırmak amacıyla yeni transformatör modelleri geliştirilmiştir. Bu modellerde yer alan parametreler, belli bir frekans bandında sargı uç empedansının frekansla değişim karakteristiğinden yararlanılarak elde edilmektedir. Öte yandan, enerji iletim ve dağıtım sistemlerinde yer alan, enerji iletim hatları, güç anahtarları, parafudrlar, kompanzasyon kapasiteleri gibi elemanlara ilişkin matematiksel modeller verilmiş; sistemin tümünün durum modelini oluşturmak amacıyla sistematik bir yol önerilmiştir. Sistem için yazılan durum denklemlerinin bilgisayar yardımıyla doğrudan doğruya zaman domeninde çözülmesiyle, yıldırım darbeleri veya açma-kapama işlemlerinin sistemde meydana getirdiği gerilim salınımlarının belirlenmesi mümkün olmaktadır.

Tezde izlenen yol, aşağıda özetlenmiştir:

İkinci bölümde, yüksek frekanslı alan değişimlerinde transfor-

matör çekirdeğinin davranışı incelenmiştir. Alan değişimlerinin çok hızlı olduğu geçici olaylarda demir çekirdek, alçak frekanslı sürekli çalışmadakinden çok farklı özellikler göstermektedir. Bu özelliklerin bilinmesi, eşdeğer devreler oluşturulurken konulacak varsayımların gerçekçi olması bakımından önemlidir. Bu yüzden öncelikle, Maxwell denklemlerinden hareketle, demir çekirdeğin içindeki elektro-magnetik alanın değişimi frekans parametre olmak üzere ifade edilmiştir. Elde edilen bağıntılardan, frekansın yükselmesiyle çekirdeğin içindeki akı bileşeninin zayıfladığı görülmektedir. Çok yüksek frekanslarda ise, akı sadece çekirdek yüzeyine yığılmakta; iç bölgelerde ihmal edilebilecek bir düzeye inmektedir. Bu durum, yapılan deneysel çalışmalarla da doğrulanmıştır. Gerçekten, frekansın yükselmesiyle sargının öz endüktansı ve sarımlar arasındaki ortak endüktanslar azalmakta, demir çekirdeğin bulunmadığı durumda ölçülen değerlere yaklaşmaktadır. Demir çekirdeğin geçici rejim üzerindeki etkileri gerçek boyutta bir güç transformatörü üzerinde yapılan alçak gerilimli darbe deneyleri ile de ayrıca incelenmiştir. Gerçekten, sargılar demir çekirdek üzerine yerleştirilmeden önce ve yerleştirildikten sonra aynı koşullar sağlanarak yapılan darbe deneylerinde elde edilen osilogramlar arasında önemli bir fark bulunmadığı açıkça görülmüştür.

Yukarıda özetlenen incelemeler, yüksek frekanslarda demir çekirdeğin etkilerinin ihmal edilebileceğini göstermiştir. Böylelikle, sargıların lineer, pasif devrelerle temsil edilmesi mümkün olmaktadır. Bu varsayımla literatürde çeşitli eşdeğer devreler geliştirilmiş ve geçici rejim incelemelerinde kullanılmıştır. Söz konusu eşdeğer devreler genelde sonlu sayıda sargı bölümüne karşı düşen RLC devrelerinin ardarda bağlanmasıyla elde edilmektedir. Tezde 'Ardışıl Toplu Parametrelili Eşdeğer Devre' olarak adlandırılan bu tür devrelere bir örnek üçüncü bölümde incelenmiştir.

Dördüncü bölümde, Ardışıl toplu parametrelili devrenin s domaininde uç empedans fonksiyonu tanımlanmıştır. Bir rasyonel fonksiyon olan uç empedans fonksiyonunun sıfırları ve kutupları kayıpsız halde $j\omega$ eksenini üzerinde bulunmaktadır. Dolayısıyla, empedans fonk-

siyonunu sıfır ve sonsuz yapan açısal frekans değerleri sırasıyla, sıfırlara ve kutuplara karşı düşmektedir. Kayıplı halde ise, uç empedans fonksiyonunun sıfır ve kutuplarının s nal kısmının hemen hemen sabit kaldığı; sadece gerçel kısımlarının sıfırdan farklı değerler almasıyla, sıfırlarla kutupların s düzleminde sol tarafa ötelendikleri görülmektedir. Transformatörlerde pratikte karşılaşılan parametre değerleri gözönünde tutularak, kayıplı halde empedans genlik fonksiyonunu minimum ve maksimum yapan açısal frekans değerlerinin yaklaşık olarak, sıfır ve kutupların sanal kısımlarına eşit alınabileceği tezin bu bölümünde gösterilmiştir.

Beşinci bölümde, transformatörlere ilişkin matematiksel modelin, uç empedansının frekansla değişim karakteristiğinden hareketle oluşturulması için geliştirilen yöntem verilmiştir. Bu yöntemle model kurulmasında birinci adım, yukarıda açıklanan özelliklerden yararlanılarak sıfır ve kutupları, empedans genlik karakteristiğinde minimum ve maksimumlara karşı düşen açısal frekanslar olan Foster veya Cauer tipinde kayıpsız devrelerin sentezidir. Bundan sonra, devrenin gözlerine uygun dirençler eklenerek, ölçmeyle belirlene en yakın uç empedans fonksiyonunu veren RLC devresi oluşturulmaktadır. Transformatör sargıları için söz konusu olabilecek kanonik devreler için yazılan durum denklemleri de aynı bölümde verilmiştir.

Altıncı bölümde, enerji iletim ve dağıtım tesislerinde yer alan ve tezde söz konusu edilen geçici olaylar açısından önem taşıyan, iletim hatları (kablo veya havai hat), güç anahtarı, parafudr, filtre gibi elemanların uç bağıntıları verilmiştir.

Yedinci bölümde, transformatörler ve yukarıda sözü edilen elemanlardan oluşan sistemlerin tümüne ilişkin durum modelinin elde edilmesi için bir yöntem verilmiştir. Buna göre, önce sistemde yer alan elemanların ayrı ayrı durum denklemleri çıkış bağıntılarıyla birlikte yazılmaktadır. Diğer taraftan, elemanların uç graflarıyla sistemin tümüne ilişkin graf oluşturulmakta ve elemanların birbiri ile olan bağıntılarını ifade eden denklem takımı temel kesitleme ve temel çevre denklemleri yardımıyla elde edilmektedir. Kesitleme ve

çevre denklemlerinin durum denklemleriyle birlikte düzenlenmesi ile de sistemin tümüne ilişkin durum modeli kurulmuş olmaktadır. Aynı bölümde verilen uygulama örneklerinden de görüleceği gibi, elde edilen durum denklemlerinin doğrudan doğruya bilgisayarda çözülmesiyle sistemin geçici hal davranışı belirlenebilmektedir.

Tezde geliştirilen analiz yönteminin iki önemli yararı aşağıda özetlenmiştir:

a.) Sistemde yer alan transformatörler sadece uç ölçmelerinden hareketle modellenenilmekte, iç yapılarının bilinmesine gerek kalmamaktadır.

b.) Transformatörler ve enerji iletim hatları için kurulan eşdeğer devreler kanonik biçimdedir. Bu yüzden durum denklemlerinde katsayılar matrisi seyrek (sparse) matris özellikleri taşımaktadır. Bu özelliklerden yararlanılarak, hafıza gereksinmesi ve işlem süresi geniş ölçüde azaltılabilmektedir.

BÖLÜM II

2. YÜKSEK FREKANSLI ALAN DEĞİŞİMLERİNDE DEMİR ÇEKİRDEĞİN DAVRANIŞI

Demir çekirdeğin varlığı, transformatör sargılarının elektriksel ve magnetik özelliklerini geniş ölçüde etkilemektedir. Bu yüzden, transformatörlerde geçici gerilim salınımlarının belirlenmesi amacıyla yapılan çalışmalarda, demir çekirdeğin davranışının bilinmesi önem taşımaktadır.

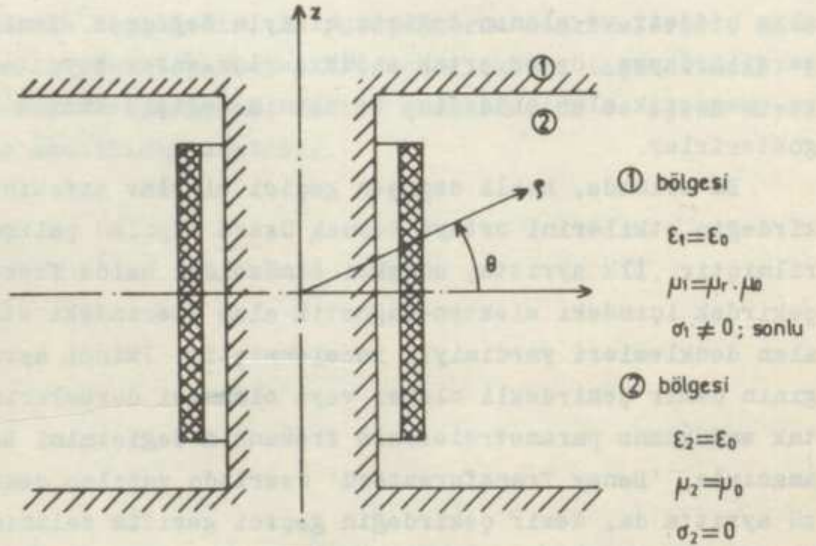
Bilindiği gibi, çekirdeğinde ferromagnetik malzeme bulunmayan bir sargıda öz ve ortak endüktans parametreleri, sadece sargının geometrik boyutlarına bağlı olarak belirlenebilir. Bu parametreler, alan şiddeti ve alanın değişim hızıyla değişmez. Demir çekirdekli sargılardaysa, öz ve ortak endüktanslar sargı boyutlarının yanı sıra, magnetik alan şiddetine ve alanın değişim hızına bağımlılık gösterirler.

Bu bölümde, hızlı değişen geçici olaylar sırasında demir çekirdeğin etkilerini ortaya koymak üzere yapılan çalışmalara yer verilmiştir. İlk ayrıtta, sürekli sinüzoidal halde frekansın, demir çekirdek içindeki elektro-magnetik alan üzerindeki etkisi genel alan denklemleri yardımıyla incelenmiştir. İkinci ayrıtta, bir sargının demir çekirdekli olması veya olmaması durumlarında öz ve ortak endüktans parametrelerinin frekansla değişimini belirlemek amacıyla, 'Deney Transformatörü' üzerinde yapılan deneyler; üçüncü ayrıtta da, demir çekirdeğin geçici gerilim salınımlarına etkisini incelemek üzere, bir güç transformatörü üzerinde yapılan deneyler özetlenmiştir.

2.1. Demir Çekirdek İçindeki Elektro-Magnetik Alanın Frekansa Bağımlılığı

Transformatör çekirdeği pratikte, bağıl permeabilitesi büyük; iletkenliği ise sıfırdan farklı, fakat sonsuz kabul edilecek kadar büyük olmayan özel silisyumlu sac levhalardan yapılmaktadır. Fer-

romagnetik ortamlarda permeabilitenin, magnetik alan şiddetine ve doğrultuya bağlı olduğu bilinir. Transformatörün fiziksel yapısı da uygulamada karşılaşılan karmaşıklıkta ele alındığı takdirde, transformatör çekirdeğinde alan vektörlerinin belirlenmesi, çözümü oldukça güç, özel bir problem olarak ortaya çıkar. Burada ise amaç sadece, demir çekirdekli bir sargıdan değişken frekanslı bir akım geçirildiğinde, frekansın çekirdek içindeki alanı nasıl etkilediğinin göreceli olarak incelenmesidir. Sorun bu biçimde sınırlandırıldığında, transformatörün karmaşık yapısı yerine, Şekil-1'de görülen demir çekirdekli sargının gözönüne alınması yeterli olur.



Şekil-1 Silindirselsel yapıda, demir çekirdekli bir sargı.

Genel halde Maxwell denklemleri diferansiyel biçimde aşağıdaki gibi verilmiştir:

$$\text{rot } \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.1)$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad (2.2)$$

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\text{div } \vec{D} = q \quad (2.4)$$

Çekirdek ferromagnetik malzemeden yapıldığından, permeabilite magnetik alan şiddetinin fonksiyonudur. Ancak, lineer çalışma bölgesinde kalındığı düşünülür ve histerezis kayıpları ihmal edilirse demir çekirdek basit ortam olarak alınabilir. Basit ortamlarda,

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (\mu = \text{sabit}) \quad (2.5)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (\epsilon = \text{sabit}) \quad (2.6)$$

bağıntıları geçerlidir. İletken olan ortamda,

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2.7)$$

bağıntısı da gözönünde tutularak (2.1) ve (2.3) denklemlerinden

$$\text{rot } \vec{H} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \sigma \vec{E} \quad (2.8)$$

$$\text{rot rot } \vec{E} = - \mu \cdot \text{rot } \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2.9)$$

elde edilir. Öte yandan, ortamda elektrik yükü bulunmadığı düşünülerek

$$\text{div } \vec{E} = 0 \quad (2.10)$$

yazılabilir.

$$\text{rot rot } \vec{E} \equiv \text{grad div } \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} \quad (2.11)$$

özdeşliği (2.9) denkleminde kullanılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = 0 \quad (2.12)$$

dalga denklemleri elde edilir. Benzer biçimde, magnetik alan vektörü için de

$$\nabla^2 \vec{H} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = 0 \quad (2.13)$$

olacağı görülebilir [30].

Şekil-1'de gösterilen demir çekirdekli sargı dairesel kesitli olduğundan silindirik koordinatların kullanılması uygun olmaktadır. Silindirik simetri nedeni ile magnetik alan vektörünün θ bileşeni sıfırdır. Şekilde $z=0$ düzlemine göre de simetri bulunduğu görülmektedir. Bu düzlemde $\vec{H}$ vektörünün ϕ bileşeni de sıfır olacak, magnetik alanın sadece z bileşeni bulunacaktır.

$$\begin{aligned} H_\phi &\equiv 0 \\ H_\theta &\equiv 0 \\ H_z &= H_z(\rho, t) \end{aligned} \quad (2.14)$$

alınarak, laplasiyenin silindirik koordinatlarındaki ifadesinden

$$\nabla^2 \vec{H} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial H_z}{\partial \rho} \right) \cdot \vec{z} \quad (2.15)$$

yazılabilir. Türev hesaplandıktan sonra (2.15) ifadesi (2.13) te yerleştirilirse;

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial H_z}{\partial \rho} - \mu\epsilon \frac{\partial^2 H_z}{\partial t^2} - \mu\sigma \frac{\partial H_z}{\partial t} = 0 \quad (2.16)$$

diferansiyel denklemi elde edilir. Sargıdan geçen akımın sinüs biçiminde olması halinde H_z nin zamanla değişimi de bir sinüs fonksiyonu olacaktır.

$$H_z(\rho, t) = \tilde{H}(\rho) \cdot \sin \omega t \quad (2.17)$$

Sürekli sinüzoidal halde ' $\frac{\partial}{\partial t}$ ' operatörü ' $j\omega$ ' ile yer değiştirilir. Böylece (2.16) denklemindeki zamana göre türevler kaldırılarak

$$\frac{d^2 \tilde{H}(\rho)}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{d\tilde{H}(\rho)}{d\rho} + (\omega^2 \mu \epsilon - j\omega \mu \sigma) \tilde{H}(\rho) = 0 \quad (2.18)$$

elde edilir [29]. Burada ;

$$k^2 = \omega^2 \mu \epsilon - j\omega \mu \sigma \quad (2.19)$$

olmak üzere,

$$\xi = k\rho \quad (2.20)$$

değişken dönüşümü yapılarak aşağıdaki Bessel diferansiyel denklemi bulunur:

$$\xi^2 \frac{d^2 \tilde{H}(\xi)}{d\xi^2} + \xi \frac{d\tilde{H}(\xi)}{d\xi} + \xi \tilde{H}(\xi) = 0 \quad (2.21)$$

kopmleks değişkeni için (2.21) denkleminin çözümü birinci ve ikinci tür Bessel fonksiyonlarının lineer kombinasyonudur. Buna göre,

$$\tilde{H}(\xi) = C \cdot J_0(\xi) + D \cdot Y_0(\xi) \quad (2.22)$$

yazılabilir [30].

$\rho=0$ için $\tilde{H}(0)$ sonlu bir değer almaktadır. Halbuki

$$Y_0(0) = -\infty \quad (2.23)$$

olduğundan, $D=0$ olmak zorundadır. Birinci tür Bessel fonksiyonu aşağıdaki seri ile tanımlanmıştır [31].

$$J_0(\xi) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(-1)^i}{(i!)^2} \left[\frac{\xi}{2} \right]^{2i} \quad (2.24)$$

ξ değişkeni karmaşık sayı olduğundan C sabitinin de karmaşık sayı olarak düşünülmesi gerekir. C 'nin gerçel ve sanal kısımlarının belirlenmesi için, çekirdek yüzeyinde magnetik alan şiddetinin bildirildiği kabul edilerek ve bu değeri faz başlangıcı olarak

$$\lim_{\rho \rightarrow R} \tilde{H}(k, \rho) = H_R + j.0 \quad (2.25)$$

yazılabilir (burada R , çekirdek yarıçapıdır).

Pratikte geçerli olan μ_r ve ρ değerleri için, ilgilenilen frekans bölgesinde ($f < 1\text{MHz}$)

$$\left[\frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right]^2 \gg 1$$

olacaktır. Öte yandan (2.19) ifadesi

$$k = \alpha + j\beta = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon \left(1 - j \frac{\sigma}{\omega \epsilon} \right)} \quad (2.26)$$

biçiminde düzenlenerek,

$$\alpha \approx \beta \approx \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu_r \sigma}{2}} \quad (2.27)$$

elde edilir [30]. $\alpha = \beta$ özel hali için ξ kompleks değişkeninin argümanı $\frac{\pi}{4}$ olacaktır. Bu durumda (2.24) ifadesi

$$J_0(\xi) = P(\alpha, \rho) + jQ(\alpha, \rho) \quad (2.28)$$

biçiminde yazılabilir. $P(\alpha, \rho)$ ve $Q(\alpha, \rho)$ fonksiyonlarının açık

ifadesi aşağıda verilmiştir:

$$P(\alpha, \rho) = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \cdot \left[\frac{\rho^{2i} \cdot \alpha^{2i}}{(2i)! \cdot 2^i} \right]^2$$

$$Q(\alpha, \rho) = \sum_{i=0}^{\infty} (-1)^i \cdot \left[\frac{\rho^{2i+1} \cdot \alpha^{2i+1}}{(2i+1)! \cdot (2\sqrt{2})^i} \right]^2$$

Sınır koşulunun da kullanılmasıyla,

$$C_1 = \frac{P_R}{P_R^2 + Q_R^2} \cdot H_R \quad ; \quad C_2 = \frac{Q_R}{P_R^2 + Q_R^2} \cdot H_R \quad (2.29)$$

$$H_R = \tilde{H}(\alpha, R) \quad ; \quad P_R = P(\alpha, R) \quad ; \quad Q_R = Q(\alpha, R)$$

bulunur. Böylece (2.22) denklemi aşağıdaki biçimde düzenlenebilir:

$$\tilde{H}(\alpha, \rho) = \frac{H_R}{P_R^2 + Q_R^2} \left[P_R \cdot P(\alpha, \rho) + Q_R \cdot Q(\alpha, \rho) + j \cdot [P_R \cdot Q(\alpha, \rho) - Q_R \cdot P(\alpha, \rho)] \right] \quad (2.30)$$

Bu ifadeyle tanımlanan fonksiyonun değişimi α 'ya ve ρ 'ya bağlıdır. Fiziksel özellikleri verilen bir sargı için

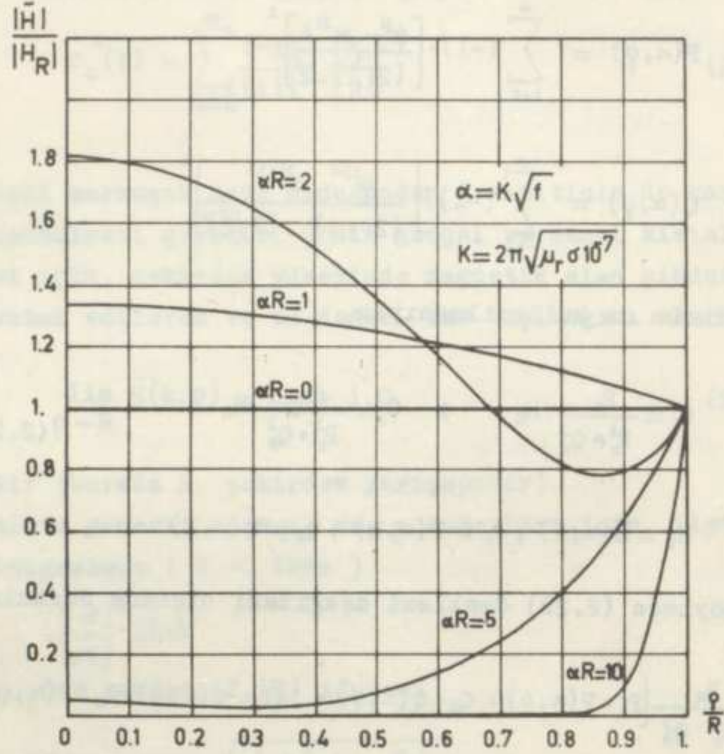
$$\alpha = K \sqrt{f} \quad (K = 2\pi \cdot \sqrt{\mu_r \cdot \sigma \cdot 10^{-7}}) \quad (2.31)$$

olacağından, demir çekirdeğin $z=0$ düzleminde magnetik alan şiddeti

$$\tilde{H} = [F(f, \rho) + G(f, \rho)] \cdot H_R \quad (2.32)$$

biçiminde bulunmuş olur.

$z=0$ düzleminde, demir çekirdekdeki magnetik alanın çeşitli frekanslarda ρ 'ya göre değişimini göstermek üzere, (2.30) ifadesinin değişimi Şekil-2'de verilmiştir. Burada, karşılaştırma kolaylığı ve genellik sağlanmak üzere, değişkenler H_R ve R 'ye indirgenmiştir.



Şekil-2 Demir çekirdek içindeki magnetik alan şiddetinin çeşitli frekanslarda radyal doğrultuda değişimi.

Deneysel çalışmalarda kullanılan 'transformatör modeli' ne ilişkin büyüklükler gözönüne alındığında eğride görülen αR parametrelerine karşı düşen frekans değerleri aşağıda gösterildiği gibi bulunur :

αR	$f(\text{Hz})$
0.	0.
1.	50.
2.	202.
5.	1266.
10.	5065.

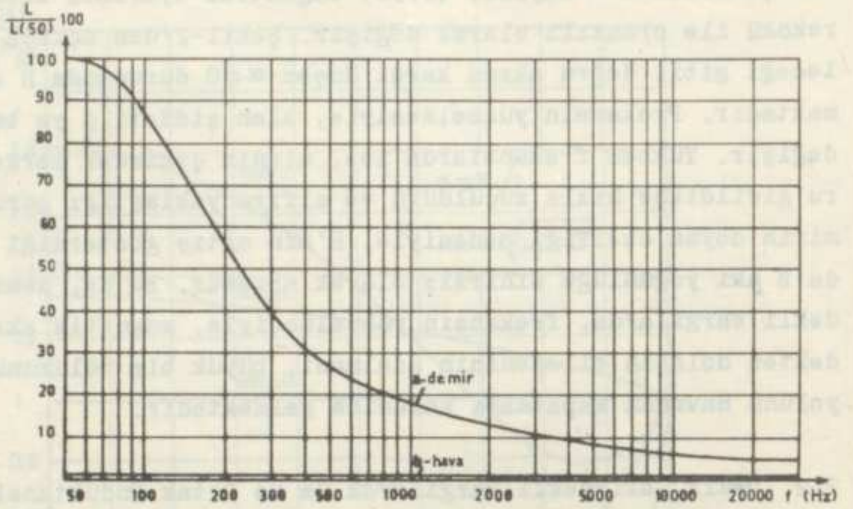
Bağıl permeabilitesi μ_r ve iletkenliği σ olan, R yarıçaplı bir çekirdekte α sayısı, (2.31) bağıntısı uyarınca frekansın karekökü ile orantılı olarak değişir. Şekil-2'den açıkça görülebileceği gibi, doğru akıma karşı düşen $\alpha=0$ durumunda $\tilde{H}$ sabit kalmaktadır. Frekansın yükselmesiyle, alan şiddeti ϕ ya bağlı olarak değişir. Yüksek frekanslarda ise, alanın çekirdek merkezine doğru gidildikçe hızla küçüldüğü ve sifıra yaklaştığı görülür. Demirin doyma özelliği nedeniyle, $\tilde{H}$ 'nin artış gösterdiği noktalarda B akı yoğunluğu sınırsız olarak artamaz. Bu da, demir çekirdekli sargılarda, frekansın yükselmesiyle, magnetik akının çekirdekten dolaşan bileşeninin azalması, büyük bir bölümünün ise, yolunu havadan kapatması anlamına gelmektedir.

2.2. Demir Çekirdekli Sargılarda Öz ve Ortak Endüktansların Frekansla Değişimi

Öz ve ortak endüktanslar, transformatör sargılarının geçici rejimde davranışını belirleyen önemli parametrelerdir. Demir çekirdekli sargılarda, magnetik akının çekirdekten ve havadan yolunu tamamlayan bileşenleri frekansa bağlı olarak değiştiğinden sarımların öz endüktansı ve sarımlar arasındaki ortak endüktanslar da frekansla değişim gösterirler. Bu değişimleri incelemek amacıyla, laboratuvarda gerçekleştirilen bir 'Deney Transformatörü' nün üzerinde ölçmeler yapılmıştır.

2.2.1. Sargının Toplam Endüktansının Frekansla Değişimi

Deney transformatörünün sargısı demir çekirdek üzerine yerleştirilmeden önce ve yerleştirildikten sonra toplam öz endüktans değeri çeşitli frekanslarda ölçülmüş ve Şekil-3'te görülen eğriler elde edilmiştir [32].



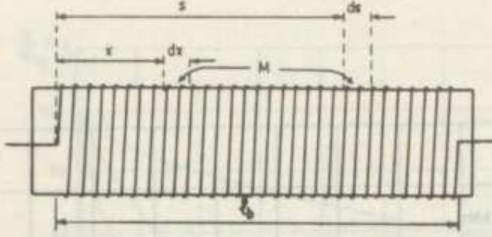
Şekil-3 Deney Transformaörüne ait sargıda toplam öz endüktansın frekansla değişimi (a: sargı çekirdek üzerinde
b: sargı çekirdek üzerinde değil)
 L_{50} : Demir çekirdekli sargının 50 Hz'deki öz endüktansıdır.

Eğrilerden açıkça görüldüğü gibi, sargı demir çekirdek üzerinde değilken öz endüktansı frekansla değişmemektedir. Buna karşın, demir çekirdek üzerine yerleştirilen sargının öz endüktansı, frekansla geniş ölçüde değişmektedir. Alçak frekansta oldukça büyük değer alan öz endüktans, 1-10 kHz aralığında hızla azalmış, daha sonra, frekans yükseldikçe asimtotik olarak demir çekirdeksiz durumdaki değere yaklaşmıştır. Bu özellik, 2.1. ayırında bulunan sonuçlarla da uyum göstermektedir.

2.2.2. Demir Çekirdeğin, Sarımlar Arası Ortak Endüktanslar Üzerindeki Etkileri.

Şekil-4'te basit bir sargı şematik olarak gösterimiştir. Böyle bir sargı ferromagnetik olmayan bir ortamda bulunduğu takdirde,

iki sarım grubu arasındaki ortak endüktansın frekanstan bağımsız olduğu bilinir. Demir çekirdek üzerine yerleştirilen sargıdaysa, sarım grupları arasındaki ortak endüktans frekansla geniş ölçüde değişmektedir.



Şekil-4 Bir tabakalı sargının dx ve ds genişliğinde sargı elemanları arasındaki ortak endüktans.

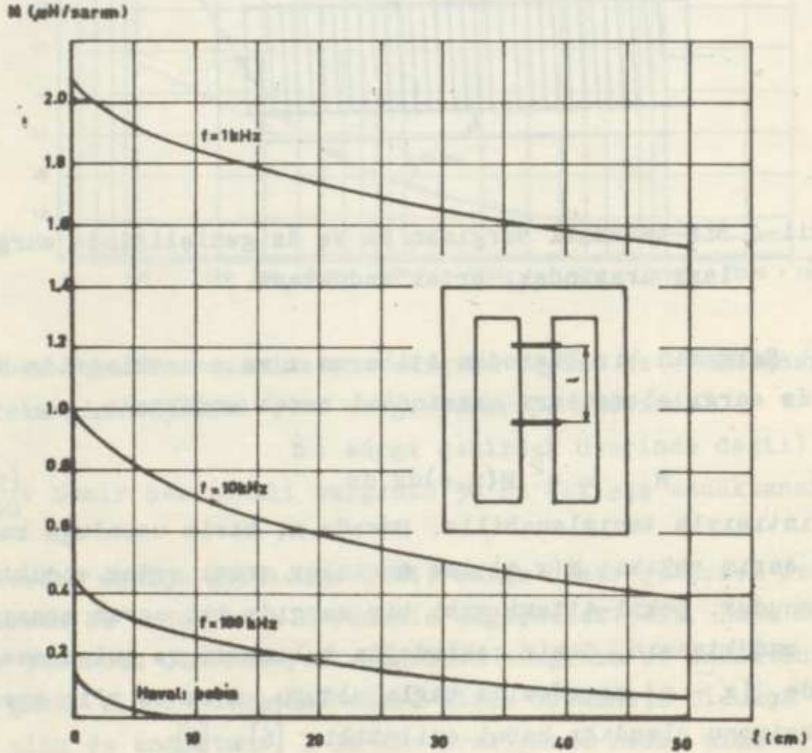
Sargının bir başından itibaren x ve s uzaklığında bulunan dx ve ds sargı elemanları arasındaki ortak endüktans,

$$M_{x,s} = n^2 M(x,s) dx \cdot ds \quad (2.33)$$

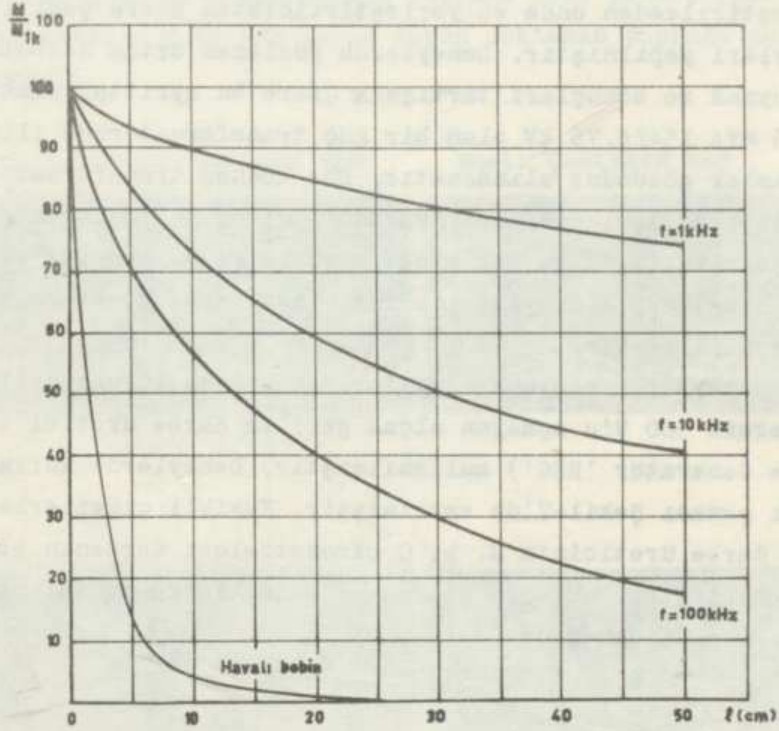
bağıntısıyla tanımlanabilir. Burada n , birim uzunluğa karşı düşen sarım sayısı; $M(x,s)$ ise sarımlar arası ortak endüktans fonksiyonudur. Şekil-4'teki gibi bir sargıda iki sarım arasındaki ortak endüktansın, demir çekirdeğin bulunması ve bulunmaması hallerinde, $|x - s|$ mesafesine bağılı olduğu, x 'in ve s 'in ayrı ayrı fonksiyonu olmadığı kabul edilebilir [6], [7].

Sürekli bir sargıda, sarım grupları arasındaki ortak endüktansların ölçülmesi pratikte güçlükler göstermektedir. Bu yüzden, Deney Transformatöründe ortak endüktans fonksiyonunu incelemek amacıyla, transformatörün sargısıyla aynı çapta, birbirinden yalıtılmış sargı halkaları kullanılmıştır. Halkalar, 0.50 mm çapında emaye izoleli telden 10 sarımdan oluşmaktadır. Bunlar önce, içinde ferromagnetik malzeme bulunmayan prespan bir boru üzerine yerleştirilmiş ve ortak endüktansın aradaki uzaklığa bağılı olarak de-

ğişimi incelenmiştir. Daha sonra, aynı sargılar Deney Transforma-
törünün çekirdeği üzerine yerleştirilerek, 1 kHz; 10 kHz ve 100
kHz'de ortak endüktans fonksiyonu belirlenmiştir (Şekil-5). Çe-
şitli frekanslarda ortak endüktansın uzaklığa bağlı olarak deği-
şimini karşılaştırmak üzere ayrıca, birime indirgenmiş eğriler Şe-
kil-6'da verilmiştir.



Şekil-5 İki bobin arasındaki ortak endüktansın, havalı ve demir
çekirdekli hallerde aralarındaki l uzaklığına bağlı ola-
rak değişimi.



Şekil-6 İki bobin arasındaki ortak endüktansın, havalı ve demir çekirdekli hallerde aralarındaki l uzaklığına göre değişimine ilişkin normalize eğriler. Her eğri, bobinlerin bitişik olmalarına ($l=0$) karşı düşen ortak endüktans değerine göre normalize edilmiştir.

2.3. Demir Çekirdeğin, Yüksek Frekanslı Salınımlar Üzerindeki Etkileri

Demir çekirdeğin, transformatörlerde ortaya çıkan hızlı değişimli geçici olayları nasıl etkilediğini incelemek amacıyla çeşitli güç ve yapıda bir çok transformatörde, sargılar çekirdeğe yerleştirilmeden önce ve yerleştirildikten sonra çeşitli darbe deneyleri yapılmıştır. Deneylerde gözlenen ortak noktaları ortaya koymak ve sonuçları tartışmak üzere bu ayrıtta, plaka değerleri 16 MVA 154/6.76 kV olan bir güç transformatörüne ilişkin osilogramlar gözönüne alınacaktır. Söz konusu transformatör, çekirdek tipi ve üç bacaklı yapıya sahip olup, her bacağına bir yüksek gerilim (Y.G) ve bir alçak gerilim (A.G) sargısı bulunmaktadır. Sargılar, A.G. yanı içeride olmak üzere eş eksenli olarak yerleştirilmiştir.

Deneyler sırasında sargılar yağ içinde bulunmadığından, tepe değeri 500 V'u aşmayan alçak gerilim darbe üretici (Recurrent Surge Generatör 'RSG') kullanılmıştır. Deneylerde kullanılan bağlantı şeması Şekil-7'de verilmiştir. Kesikli çizgilerle ayrılmış olan darbe üreticinin R, L, C parametreleri darbenin biçimini belirlemektedir. Yaklaşık olarak, standartlarda tanımlanan 1.2/50 darbeyi elde etmek üzere

$$R = 4.7 \Omega$$

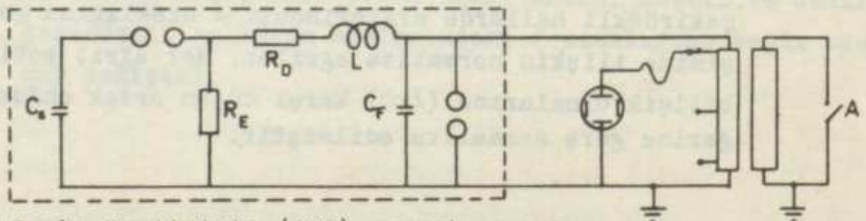
$$C = 1000 \text{ nF}$$

$$R = 68 \Omega$$

$$C = 100 \text{ nF}$$

$$L = 0$$

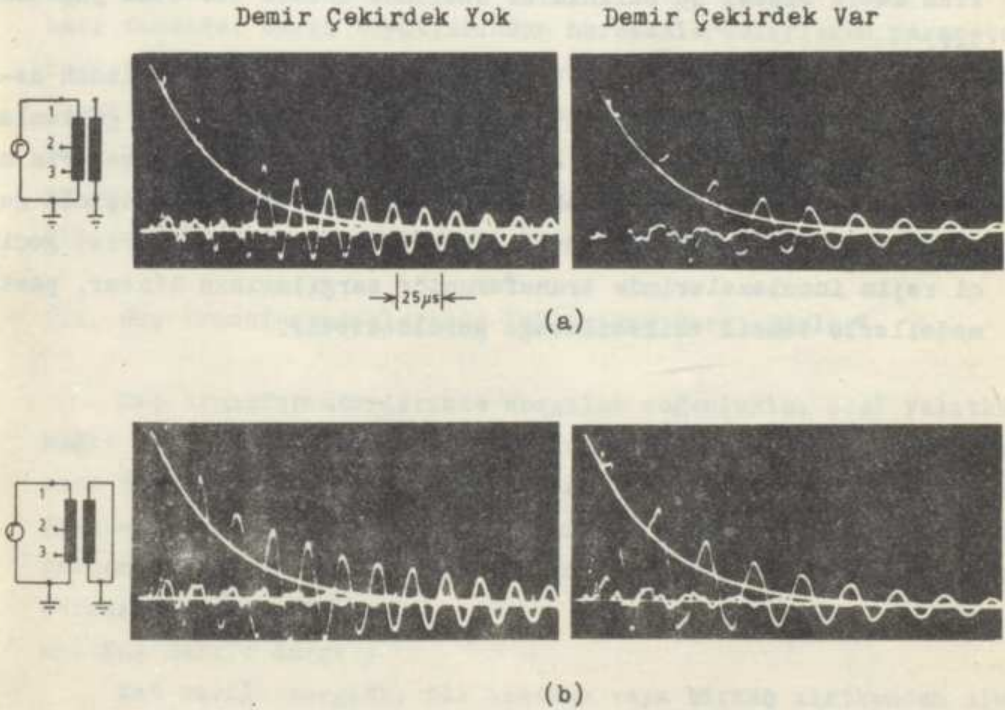
değerleri seçilmiştir [33].



Şekil-7 Darbe üreticinin (RSG) prensip şeması

Transformatörün A.G. sargısının uçlarının açık devre ve kısa devre olması durumlarına ilişkin, çekirdeksiz ve çekirdekli hallerde elde edilen osilogramlar Şekil-8'de görülmektedir. Bütün deneylerde aynı biçimde gerilim darbesi uygulanmıştır. Osilogramlarda üst üste kaydedilmiş olan eğriler aşağıda açıklanmıştır:

- (1) Y.G. sargısı girişine uygulanan darbe gerilimi
- (2) Y.G. sargısının orta noktasının toprağa göre potansiyeli
- (3) Y.G. sargısının 0.95'ine karşı düşen noktanın toprağa göre potansiyeli.



Şekil-8 Sargılar demir çekirdek üzerine yerleştirilmeden önce ve yerleştirildikten sonra çeşitli noktalarda gözlenen gerilim değişimleri.

- a- A.G. sargısı açık devre
b- A.G. sargısı kısa devre.

Şekil-8'deki gerilim değişimleri incelendiğinde, çekirdeksiz ve çekirdekli durumlarda sargının çeşitli noktalarında ortaya çıkan salınımların genliğinin önemli ölçüde değişmediği görülür. Demir çekirdekli durumda sadece, salınımların genliğinde küçük bir artış, temel bileşen frekansında düşme dikkati çekmektedir. Bu durumun başlıca sebebi, yolunu demir çekirdekten tamamlayan akı bileşeni nedeniyle öz ve ortak endüktansların değerindeki artıştır. Bunun yanı sıra, A.G. sargısının uçlarının açık devre veya kısa devre olması da salınımlar üzerinde önemli bir etki yapmamıştır.

Çeşitli güç ve yapıda transformatörler için tekrarlanan deneylerde yukarıda açıklanan özellikler gözlenmiştir. Bu gözlemler önceki ayrıtlarda yer verilen teorik ve deneysel incelemelerin sonuçlarıyla da uyum göstermektedir. Gerçekten, hızlı değişimli geçici olaylarda önemli bir etki yapmamaktadır. Sonuç olarak, geçici rejim incelemelerinde transformatör sargılarının lineer, pasif modellerle temsil edilebileceği görülmektedir.



BÖLÜM III

3. SARGI GEOMETRİSİNE GÖRE KURULAN MATEMATİKSEL MODELLER

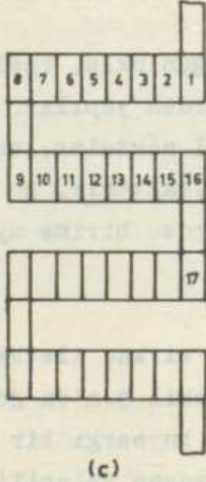
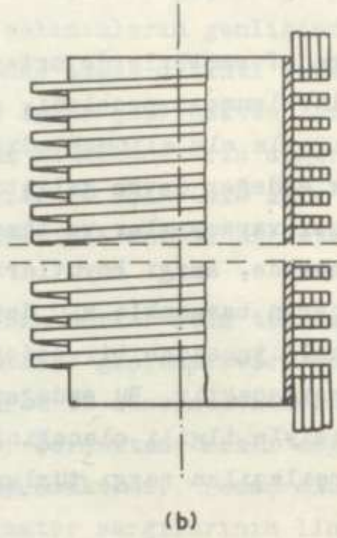
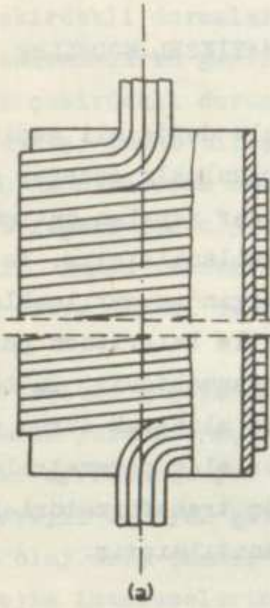
Transformatörlerde ortaya çıkan hızlı değişimli geçici olayların incelenmesi problemi, günümüzde çoğunlukla eşdeğer devre yaklaşımıyla ele alınmaktadır. Bugüne kadar yapılan çalışmalarda bir çok eşdeğer devre geliştirilmiş ve kullanılmıştır. Bu devreler, bazı varsayımlar ve ihmallerle birbirinden ayrılmakla beraber; temelde, sargı boyutlarından hareketle belirlenen parametreleri içeren basamaklı RLC devrelerine dayanmaktadır. Bu bölümde, genel hali yansıtan bir eşdeğer devre ele alınarak durum denklemleri yazılacaktır. Bu eşdeğer devrede yer alan parametreler sargı yapısıyla ilgili olacağından, önce güç transformatörlerinde sık karşılaşılan sargı türleri kısaca tanıtılmıştır.

3.1. Güç Transformatörlerinde Kullanılan Sargı Türleri

Güç transformatörlerinde sargılar çoğunlukla, özel yalıtkan kağıt kaplı, dikdörtgen kesitli iletkenlerden yapılır. Sargı yapısı tasarlanırken gözönünde tutulan temel noktalar, sargının taşıyacağı akım, ısı transferi ve yalıtım olmaktadır. Bu açıdan değerlendirilerek, sargılar aşağıdaki türlerden birine uygun olarak gerçekleştirilebilir [34], [35].

a-) Kat Sarıllı Sargı :

Kat sarıllı sargıda, bir iletken veya birkaç iletkenlerden oluşan bir demet, kalıp silindiri üzerine, Şekil-9.a'da gösterilen biçimde sarılır. Basit bir yapı oluşturan bu sargı bir katlı olabileceği gibi, seri bağlı katlardan da meydana gelebilir. Soğutma ve yalıtım amacıyla katlar arasında, yağ kanalları bırakılır. Kat sarıllı sargılar genellikle güç transformatörlerinde yüksek gerilim ayar sargısı olarak kullanılmaktadır.



Şekil-9 Güç transformatörlerinde kullanılan sargı türleri.

a: Kat sarıllı sargı; b: Helisel sargı;

c: Sürekli disk sargı; d: İççe disk sargı

b-) Helisel Sargı :

Büyük akım taşıyan sargılarda çok sayıda paralel iletken kullanılması zorunlu olmaktadır. Böyle durumlarda kullanılan helisel sargılar, bir iletken demetinin helis biçiminde sarılmasıyla elde edilir (Şekil-9.b). Sarımların arasında, soğutma ve yalıtım için kanallar bırakılır. İletkenlerin dirençlerinin eşit olması ve elektromagnetik alan içinde birbirine göre farklı durumda bulunmalarını için sargı boyunca yer yer atlatmalar yapılır ya da 'sürekli atlatmalı' iletkenler kullanılır. Helisel sargı, akımı büyük fakat sarım sayısı fazla olmayan alçak gerilim sargılarında uygulama alanı bulmaktadır.

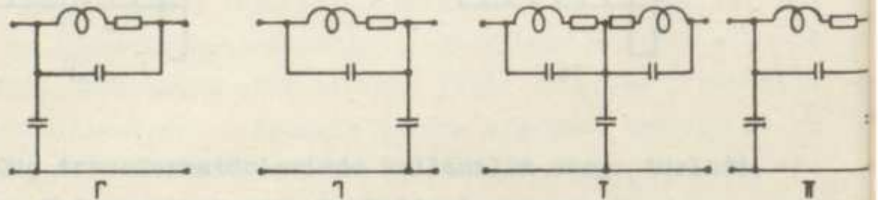
c-) Disk Sargı :

Çok sayıda sarımı belli bir sargı yüksekliğine sığdırmak ve bu arada karşı karşıya gelen sarımlar arasında fazla büyük gerilimler oluşmamasını sağlamak üzere disk sargılar kullanılır. Disk sargılarda çok sayıda paralel iletken bulunması ekonomik olmadığından, pratikte çoğunlukla bir ve iki, ender olarak üç iletkenli disk sargılar kullanılmaktadır. İletkenin, Şekil-9.c'de görüldüğü gibi sargı boyunca sürekli olarak sarılmasıyla 'Sürekli Disk Sargı' elde edilir. Modern transformatörlerde, sarımlar arası kapasiteyi arttırmak ve böylece daha uygun bir darbe gerilim dağılımı elde etmek üzere, 'İçiçe Disk Sargılar' kullanılmaktadır. Bir iletkenli içiçe disk sargının yapısı Şekil-9.d'de gösterilmiştir. Güç transformatörlerinin yüksek gerilim sargıları çoğunlukla disk sargı olarak düzenlenmektedir.

3.2. Ardışıl Toplu Parametrelİ Eşdeğer Devre

Transformatör sargılarında; direnç, kapasite ve endüktanslar, gerçekte sargı boyunca yayılmış parametrelerdir. Bu parametrelerin, sargının belli noktalarında yoğunlaşmış oldukları varsayımıyla, toplu parametrelİ bir gösterim elde edilebilir. Açıkça görülebileceği gibi, bu noktaların çoğaltılması ve sonsuza yaklaştırılması halinde yayılmış parametrelİ bir devre ortaya çıkar. Diğer bir özel hal ise, sargının tümüne ilişkin parametreleri kullanarak bir tek gözden oluşan devrenin oluşturulmasıdır. Böylelikle alçak frekanslarda ve sürekli halde yapılan incelemelerde kullanılan toplu parametrelİ eşdeğer devre elde edilmiş olur. Sargının çok, fakat sonlu sayıda bölmeye ayrıldığı düşünülerek kurulan devreyi, bir gözden oluşan devreden ayırtetmek üzere, burada 'Ardışıl Toplu Parametrelİ (A.T.P.) Eşdeğer Devre' deyimi kullanılacaktır.

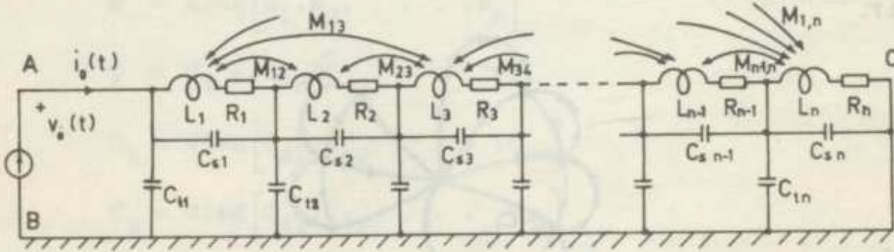
A.T.P. eşdeğer devrenin kurulmasında, sargının bölmeleri, Şekil-10'da gösterilen, r , γ , T ya da Π biçiminde devrelerden biriyle temsil edilir ve bu devreler ardarda birleştirilir. Burada bir sargı bölmesi; direnci, öz endüktansı, toprak kapasitesi sarımlar arası kapasitesiyle temsil edilmektedir. Sargının tümüne ilişkin A.T.P. devrede, bölmeler arasındaki tüm ortak endüktansların gözönüne alınması gerekir. Ayrıca, transformatör sargısının düzenleniş biçimine göre, karşı karşıya gelen sarım grupları arasındaki kapasiteler ve ortak endüktanslar da eşdeğer devreye katılmalıdır.



Şekil-10 Ardışıl toplu parametrelİ devrede transformatör sargısının bölmelerini temsil eden r , γ , T ve Π devreleri.

A.T.P. eşdeğer devrenin düğümleri, sargının belli noktalarına karşı düşer. Bu bakımdan sargının, yapısına göre uygun bir biçimde bölmelenmesiyle tasarımda önem taşıyan sargı noktalarının eşdeğer devrede gösterilmesi mümkündür. Örneğin, disk sargı biçiminde düzenlenmiş bir yüksek gerilim sargısında, pratikte genellikle her diskin bir bölmeyle temsil edilmesi uygun görülür. Böylece, disklerin arasındaki yalıtımı zorlayan gerilimlerin ve geçiş noktalarının toprağa göre potansiyelinin belirlenmesi mümkün olmaktadır.

Şekil-11'de, bir transformatör sargısı için kurulan A.T.P. eşdeğer devre verilmiştir. Burada, her bölme için π devresinin kullanıldığı görülmektedir. Şekildeki devrede sargının her iki ucu da topraktan yalıtılmıştır. Sargı sonunun topraklı olması halinde, bu noktanın potansiyeli özdeş olarak sıfır alınacaktır.



Şekil-11 Bir transformatör sargısının Ardışıl Toplu Parametrelî Eşdeğer Devresi.

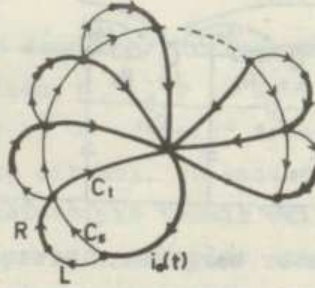
Demir çekirdeğin varlığı nedeniyle, eşdeğer devrede yer alan endüktanslar, akım ve frekansa bağımlı parametrelerdir. Bunun yanı sıra, sargı iletkeninin ohmik direnci de 'Deri Olayı' (Skin Effect) etkisiyle frekansla değişmektedir. Bu yüzden en genel halde, transformatörün lineer olmayan bir sistem olarak düşünülmesi gerekir.

Ülkemizde ve dünyada halen uygulanmakta bulunan standartlarda transformatörlerin darbe deneyleri için verilen deney düzenlerinde, darbe uygulanan ucun dışındaki bütün sargı uçları topraklanmaktadır [33], [36], [37]. Bu koşullar altında demir çekirde-

ğin etkilerinin ihmal edilebileceği 3.3. ayrıtında yer alan deney sonuçlarından açıkça görülmektedir. Bunun yanısıra, transformatörlerde ortaya çıkan geçici gerilim salınımlarında söz konusu olan frekans değerlerinde deri olayının etkileri ihmal edilebilecek düzeydedir. Bu özelliklere dayanılarak literatürde, darbe deneyi koşulları altında transformatörlerde ortaya çıkan geçici gerilimlerin incelenmesi için lineer pasif RLC devrelerinin kullanılabileceği kabul edilmektedir [7], [12], [27]. Burada da, Şekil-11'deki devrede parametreler sabit alınacak ve devre denklemleri bu varsayıma göre yazılacaktır.

3.3. Durum Denklemleri

Şekil-11'deki devrenin grafi ve durum denlemlerinin [38] de açıklanan yöntemle kurulması için uygun ağaç Şekil-12'de gösterilmiştir.



Şekil-12 İki ucu topraktan yalıtılmış sargının A.T.P. eşdeğer devresine ilişkin graf ve seçilen ağaç.

Dallarda bulunan kapasitelerin gerilimleriyle, kırışlerde bulunan endüktansların akımları durum değişkeni, $i_0(t)$ akımı giriş, $v_0(t)$ gerilimi de çıkış alındığı takdirde durum denklemleri,

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_\ell \\ v_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L^{-1}R & -L^{-1}D^T \\ C^{-1}D & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_\ell \\ v_t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ C^{-1}\beta \end{bmatrix} i_o(t) \quad (3.1)$$

$$v_o(t) = \begin{bmatrix} 0 & \gamma \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_\ell \\ v_t \end{bmatrix}$$

biçiminde yazılabilmektedir. Burada yer alan matris ve vektörler aşağıda tanımlanmıştır:

$$i_\ell = [i_{L1} \ i_{L2} \ \dots \ i_{Ln}]^T \quad \beta = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$$

$$v_t = [v_{Ct1} \ v_{Ct2} \ \dots \ v_{Ctn}]^T \quad \gamma = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]$$

$$R = \text{diag}[R_1, R_2, \dots, R_n]$$

$$C = C_t + DC_s D^T$$

$$C_s = \text{diag}[C_{s1}, C_{s2}, \dots, C_{sn}]$$

$$C_t = \text{diag}[C_{t1}, C_{t2}, \dots, C_{tn}]$$

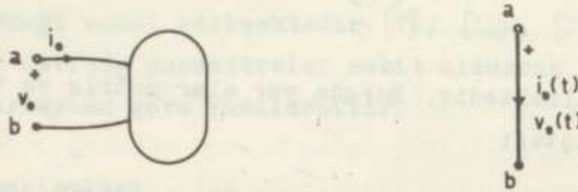
$$D = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 1 & -1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 1 \ -1 \end{bmatrix}$$

$$L = \begin{bmatrix} L_1 & M_{12} & M_{13} & \dots & \dots & M_{1 \ n-1} \\ M_{21} & L_2 & M_{23} & \dots & \dots & M_{2 \ n-2} \\ M_{31} & M_{32} & L_3 & \dots & \dots & M_{3 \ n-3} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ M_{n-1 \ n} & \dots & \dots & \dots & \dots & L_n \end{bmatrix}$$

BÖLÜM IV

4. TRANSFORMATÖR SARGILARINDA UÇ EMPEDANS FONKSİYONU

Bir transformatör sargısı, Şekil-13'de gösterildiği gibi, iki uçlu bir devre elemanı olarak gözönüne alınabilir.



Şekil-13 Transformatör sargısının iki uçlu gösterilimi ve uç grafi

Önceki bölümlerde de belirtildiği gibi, transformatörler genel halde lineer olmayan sistemlerdir. Ancak pratikte, hızlı değişimli geçici olaylarda geçerli olan koşullar altında transformatör sargılarının lineer eşdeğer devrelerle temsil edilmesi mümkün olmaktadır. Bu durumda, sargının uç denklemi,

$$v_0(t) = Z \cdot i_0(t) \quad (4.1)$$

biçiminde ifade edilebilir. Burada yer alan Z parametresi sargının uç empedansı olarak tanımlanır. Sistem lineer kabul edildiğinden Z uygulanan akıma ve gerilime bağımlı değildir.

Şekil-13'de $a - b$ uçlarına akım ve gerilimi sinüs biçiminde değişen bir kaynak bağlanmış olsun. Transformatör sargıları geçici rejimde, Şekil-11'de gösterildiği gibi karmaşık RLC devreleriyle temsil edilmektedir. Bu durumda uç empedansı frekansa bağımlı olarak kompleks değerler alır. Empedansın frekansa göre değişimini gösteren fonksiyona burada 'Sargının Uç Empedans Fonksiyonu' adı verilmiştir.

Transformatör sargılarında uç empedansının frekansla değişimi, sargının yapısına geniş ölçüde bağlı olup, matematiksel modelin özdeğerleriyle ve dolayısıyla transformatörün geçici rejim davranışıyla ilgili önemli bilgiler içerir. Bu bölümde, uç empe-

dans fonksiyonu elde edilerek kayıpsız ve kayıplı sargılarda frekansla değişimi incelenecek, özdeğerlerle ve serbest salınımlarla ilişkisi araştırılacaktır.

4.1. Uç Empedans Fonksiyonunun Frekansla Değişimi

Bir transformatör sargısının Şekil-11'de gösterilen ardışıl toplu parametrelili eşdeğer devresine ilişkin durum denklemleri 3.3. ayrıtında

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + b i_0(t) \quad (4.2)$$

$$v_0(t) = cx(t) \quad (4.3)$$

biçiminde elde edilmiştir. Burada $x(t)$ durum vektörünü, A , b ve c sistem parametre matrislerini göstermektedir. Sistem bir giriş, bir çıkışlı olarak alındığından b ve c sütun ve satır matrisler; $i_0(t)$ giriş, $v_0(t)$ ise çıkış fonksiyonlarıdır.

Bütün başlangıç koşulları sıfır olmak üzere (4.2) denklemini Laplace dönüşümü uygulanır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$X(s) = [sI - A]^{-1} \cdot b \cdot I_0(s) \quad (4.4)$$

$$V_0(s) = c \cdot [sI - A]^{-1} \cdot b \cdot I_0(s) \quad (4.5)$$

bağıntıları elde edilir. (4.5) ifadesi, (4.1) ifadesinin Laplace dönüşümüyle karşılaştırılarak, sargı uç empedansı s domeninde,

$$Z(s) = c \cdot [sI - A]^{-1} \cdot b \quad (4.6)$$

olarak elde edilir. (4.6) bağıntısı daha açık yazıldığında, $Z(s)$ 'in

$$Z(s) = c \cdot \frac{\text{Adj}[sI - A]}{\det[sI - A]} \cdot b = \frac{P(s)}{Q(s)} \quad (4.7)$$

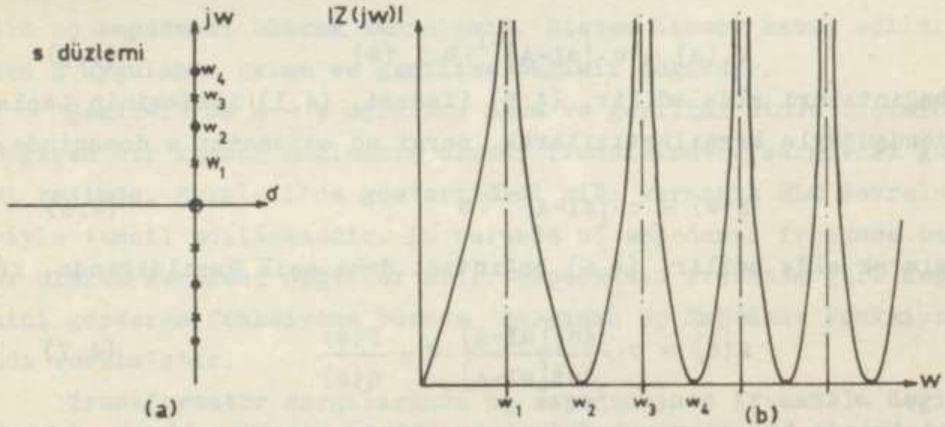
biçiminde bir rasyonel fonksiyon olduğu görülür. Lineer cebirden bilindiği gibi, A matrisinin boyutu N ise, $P(s)$ ve $Q(s)$, s değişkenine göre N 'inci derecen polinomlardır. Bu polinomları sıfır yapan s değerleri, $Z(s)$ fonksiyonunun sıfırları ve kutupları ola-

rak adlandırılırlar. Bunun yanısıra, A matrisinin özdeğerleri,

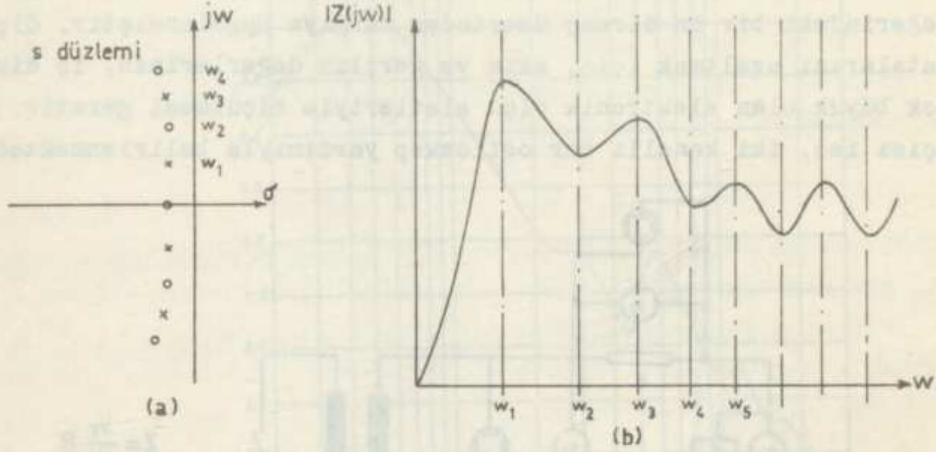
$$\det [\lambda I - A] = 0 \quad (4.8)$$

denklemlerini sağlayan λ_i ($i = 1, 2, \dots, N$) değerleri olarak tanımlanır [41]. Buradan, A matrisinin özdeğerlerinin doğrudan doğruya $Z(s)$ fonksiyonunun kutuplarına eşit olduğu görülmektedir.

Transformatör sargısının Şekil-11'de verilen eşdeğer devresinde bütün ohmik dirençler sıfır olduğu takdirde $Z(s)$ fonksiyonunun sıfır ve kutuplarının sanal olacağı ve Şekil-14.a'daki gibi sanal eksen üzerinde alternatif olarak sıralanacağı açıktır. Bu takdirde sıfır ve kutuplara karşı düşen frekanslarda $Z(s)$ sırasıyla sıfır ve sonsuz olacaktır (Şekil-14.b). Sargı ohmik direncinin sıfırdan farklı olduğu gerçek halde ise sıfır ve kutuplar eşlenik kompleks değerler alırlar. Bu değerlerin, gerçel frekans domeninde yapılan ölçmelerle saptanması mümkün değildir. Ancak, güç transformatörlerinde sargı direnci pratikte çok küçük değerler aldığından, kayıplı durumda sıfır ve kutupların sanal kısmının değişmediği varsayımı önemli bir hataya yol açmaz. Böylece, kayıplı transformatör sargılarında $Z(j\omega)$ fonksiyonunun minimum ve maksimumlarına karşı düşen ω değerleri, $Z(s)$ 'in sıfır ve kutuplarının sanal kısmına eşit alınabilir (Şekil-15.a, b).



Şekil-14 Ohmik direnci ihmal edilen kayıpsız bir transformatör sargısının sıfır-kutup dağılımı ve empedans fonksiyonunun ω 'ya bağlı olarak değişimi.

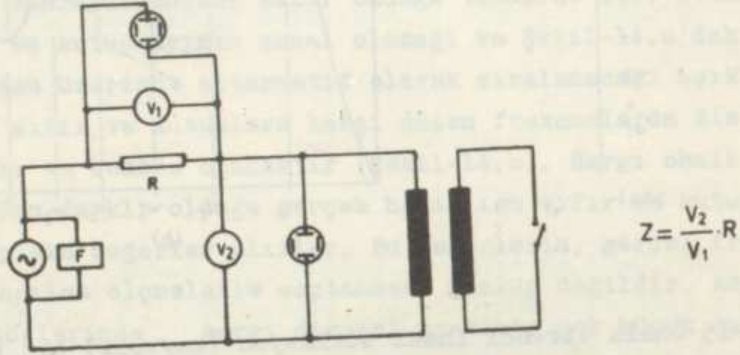


Şekil-15 Ohmik direnci ihmal edilmeyen (kayıplı) bir transformatör sargısının sıfır-kutup dağılımı ve empedans fonksiyonunun w 'ya bağlı olarak değişimi.

4.2. Uç Empedans Karakteristiği

Bir transformatör sargısının uç empedans karakteristiği, giriş ucunun bağlandığı noktadan geçen akım sabit kalmak üzere, toplam sargı empedansının genlik ve fazının frekansla değişimi olarak tanımlanmaktadır. Bu karakteristiğin belirlenmesi için, değişken frekansta empedans ölçen herhangi bir düzen kullanılabile-

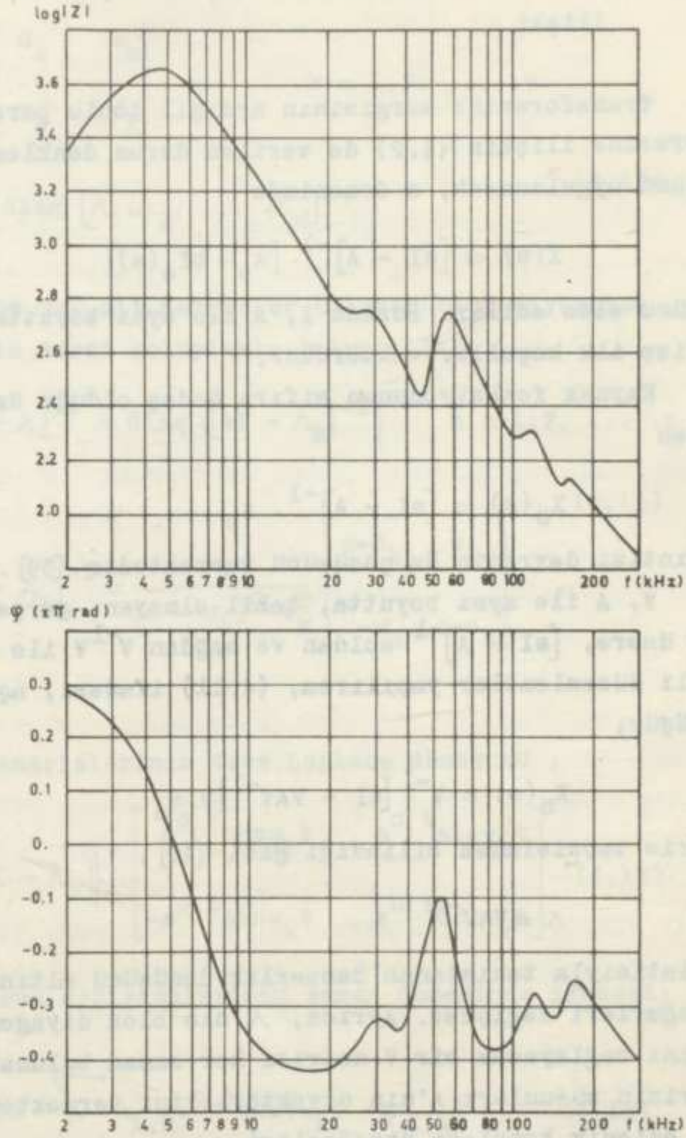
ceği gibi, Şekil-16'da verilen devreden de yararlanılabilir. Bu deney düzeninde, osilatörden elde edilen sinüzoidal gerilim, 1 kΩ değerindeki bir ön direnç üzerinden sargıya uygulanmıştır. Ölçme hatalarını azaltmak için, akım ve gerilim değerlerinin, iç direnci çok büyük olan elektronik ölçü aletleriyle ölçülmesi gerekir. Faz açısı ise, iki kanallı bir osiloskop yardımıyla belirlenmektedir.



Şekil-16 Transformatör sargılarında uç empedans karakteristiğini elde etmek amacıyla kullanılan deney düzeni.

Örnek olarak, gerçekleştirilen Deney Transformatörüne ilişkin uç empedans karakteristiği Şekil-16'daki düzenle çıkartılmış; elde edilen eğriler Şekil-17'de verilmiştir. Eğrilerden görüldüğü gibi, empedansın genliği bazı frekanslarda maksimum ve minimum değerler almaktadır. Şekil-11'deki eşdeğer devreden, frekansın sıfıra yakın değerlerinde empedans genliğinin çok küçük olacağı açıkça görülmektedir. Frekansın çok büyük değerlerinde ise sarımlar arası ve sarımlarla toprak arası kapasitelerin etkinliği arttığından empedans tekrar sıfıra yaklaşacaktır. Bu uç durumlar aşağıdaki gibi özetlenebilir ;

$$\begin{aligned} \lim_{\omega \rightarrow 0} \{ |Z(\omega)| \} &= \sum_{i=1}^n R_i & \lim_{\omega \rightarrow 0} \{ \varphi(\omega) \} &= 0 \\ \lim_{\omega \rightarrow \infty} \{ |Z(\omega)| \} &= 0 & \lim_{\omega \rightarrow \infty} \{ \varphi(\omega) \} &= \frac{\pi}{2} \end{aligned} \quad (4.9)$$



Şekil-17 Deney transformatörünün bir faz sargısına ilişkin uç empedans karakteristiği.

4.3. Uç Empedans Fonksiyonuyla Geçici Rejim Davranışı Arasındaki İlişki

Transformatör sargısının ardışıl toplu parametrelili eşdeğer devresine ilişkin (4.2) de verilen durum denkleminin Laplace dönüşümü uygulanarak, s domeninde

$$X(s) = [sI - A]^{-1} \cdot [x_0 + bI_0(s)] \quad (4.10)$$

çözümü elde edilir. Burada I, A ile aynı boyutta birim matris; x_0 ise ilk koşullar vektörüdür.

Kaynak fonksiyonunun sıfıra özdeş olduğu özel hale karşı düşen

$$X_0(s) = [sI - A]^{-1} \cdot x_0 \quad (4.11)$$

bağıntısı devrenin öz çözümünü vermektedir [39].

V, A ile aynı boyutta, tekil olmayan, gerçel bir matris olmak üzere, $[sI - A]^{-1}$ soldan ve sağdan $V^{-1}V$ ile çarpılır ve gerekli düzenlemeler yapılırsa, (4.11) ifadesi, aşağıdaki biçime dönüşür;

$$X_0(s) = V^{-1} [sI - VAV^{-1}] V \cdot x_0 \quad (4.12)$$

Matris teorisinden bilindiği gibi [40],

$$\Lambda = VAV^{-1} \quad (4.13)$$

bağıntısıyla tanımlanan benzerlik dönüşümü altında A matrisinin özdeğerleri değişmez. Ayrıca, Λ 'nın blok diyagonal biçimde olmasını sağlayacak bir V matrisi her zaman bulunabilir [40]. Bu matrisin sütunları A'nın özvektörlerini vermektedir. A matrisinin eşlenik kompleks özdeğerleri

$$\lambda_k = \sigma_k + j\omega_k \quad (4.14)$$

olmak üzere, elde edilecek blok diyagonal matrisinin yapısı aşağıdaki gibi olacaktır.

$$\Lambda_k = \begin{bmatrix} \sigma_k & w_k \\ -w_k & \sigma_k \end{bmatrix} \quad k = 1, 2, \dots, n$$

$$\Lambda = \text{diag} [\Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_n] \quad (4.15)$$

Köşegeni üzerinde 2x2 alt matrisler bulunan blok diyagonal $[sI - \Lambda]$ matrisinin tersi kolaylıkla bulunabilir.

$$[sI - \Lambda]^{-1} = \text{diag} \{ [sI - \Lambda_k]^{-1} \} \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (4.16)$$

$$[sI - \Lambda_k]^{-1} = \frac{1}{(s - \sigma_k)^2 - w_k^2} \begin{bmatrix} s - \sigma_k & w_k \\ -w_k & s - \sigma_k \end{bmatrix}$$

$[sI - \Lambda_k]^{-1}$ alt matrislerinin ters Laplace dönüşümü ;

$$\mathcal{L}^{-1} \{ [sI - \Lambda_k] \} = \begin{bmatrix} e^{\sigma_k t} \cos w_k t & e^{\sigma_k t} \sin w_k t \\ -e^{\sigma_k t} \sin w_k t & e^{\sigma_k t} \cos w_k t \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

olacağından, durum değişkenlerinin zaman domeninde ifadesi;

$$x_i(t) = \sum_{k=1}^n a_{i,k} e^{\sigma_k t} \cos(w_k t - \varphi_{i,k}) \quad (4.18)$$

biçiminde yazılabilir. Burada $a_{i,k}$ ve $\varphi_{i,k}$ (4.12) denklemindeki matris çarpımlarından gelen sabitler, σ_k ve w_k ise özdeğerlerinin gerçel ve sanal kısımlarıdır.

(4.18) ifadesinden açıkça görüldüğü gibi, durum değişkenle-

rinin serbest salınımları sönümlü sinüzoidal bileşenlerinin lineer kombinezonu olarak bulunmaktadır. Bu salınımların açısıl frekansları, özdeğerlerin sanal kısımlarına eşittir. Sönümü belirleyen zaman sabitleri ise, özdeğerlerin gerçel kısımlarıdır. Sinüzoidal bileşenlerin lineer kombinezonunu belirleyen katsayılar doğrudan doğruya A matrisinin özvektörlerine bağlıdır.

Transformatör sargılarında akım ve gerilimlerin serbest salınımlarını oluşturan sinüzoidal bileşenler literatürde çoğunlukla 'harmonikler' ; bu bileşenlerin frekansları da 'özfrekanslar' olarak adlandırılmıştır. Özfrekanslara ilişkin açısıl frekanslar gerçekte özdeğerlerin sanal kısmına eşittir.

Önceki ayrıtlarda, transformatörlerin uç empedans karakteristiğinde maksimumlara karşı düşen açısıl frekans değerlerinin de pratikte özdeğerlerin sanal kısmına eşit alınabileceği gösterilmişti. Buna göre, uç empedansının maksimuma ulaştığı frekans değerlerinin öz frekanslara eşit olduğu sonucu çıkmaktadır.

Transformatör sargılarının yayılmış parametrelili olarak düşünüldüğü 'Duran Dalga' ve 'Yürüyen Dalga' teorilerinde serbest salınımların hesabında sonsuz sayıda harmonik gözönüne alınmaktadır. Ardışıl toplu parametrelili modelde ise, özdeğer sayısının sonlu olduğu görülür. Bu da, sargının sonlu sayıda gözle temsil edilmesiyle yüksek mertebeden harmoniklerin ihmal edildiği anlamına gelmektedir. Gerçekten, göz sayısının arttırılması ve sonuza yaklaştırılması halinde, yayılmış parametrelili model elde edileceği ve serbest salınımların sonsuz sayıda sinüzoidal bileşenden oluşacağı açıkça görülmektedir.

BÖLÜM V

5. TRANSFORMATÖR SARGILARININ UÇ ÖLÇMELERİNDEN HAREKETLE KURULAN MODELLERİ

Atmosferik deşarjların yanı sıra, elektrik tesislerinde meydana gelen arızaların veya açma-kapama işlemlerinin de transformatör sargılarında geçici olaylara yol açtığı daha önceki bölümlerde belirtilmişti. Günümüzde, giderek daha büyük güçlerin ve gerilimlerin söz konusu olduğu sistemlerde ortaya çıkan ve zaman zaman transformatörlerin arızalanmasına neden olabilen bu tür geçici olayların incelenmesi önemli bir konu haline gelmiştir [23]. Soruna bu açıdan bakıldığında, transformatörün tek başına ele alınmasının yeterli olmadığı görülür. Bu tür problemlerde, enerji iletim hatları ve birkaç transformatörden oluşan karmaşık bir sistemin kompüter modelinin kurulması ve çeşitli simülasyon çalışmalarının yapılması uygun bir yol olmaktadır [25]. İletim hatları ve transformatörler için, dördüncü bölümde açıklanan ardışıl toplu parametrelili devrelerin kullanılması ve bunların uygun bir biçimde birbirine bağlanmasıyla sistemin tümüne ilişkin eşdeğer devre oluşturulabilir. Böylece elde edilen karmaşık devre için dinamik denklemlerin yazılması ve sayısal yöntemler yardımıyla, sistemin tümüne ilişkin geçici hal davranışının belirlenmesi mümkündür. Ancak, tesislerin bu biçimde modellenmesinde transformatör sargılarına ilişkin eşdeğer devrelerin kurulması, gerekli verilerin elde edilmesindeki güçlük yüzünden başlıbaşına bir sorun olarak ortaya çıkmaktadır. Gerçekten, dördüncü bölümde özetlenen yöntemlerde, transformatör iç yapısının ve bütün malzeme özelliklerinin ayrıntılı bir biçimde bilinmesi esastır. Halbuki, imalatçı firmalar genellikle transformatörlerin yapısıyla ilgili ayrıntılı proje bilgilerini vermezler. Ayrıca, kurulmuş ve çalışmakta olan sistemlerde, değişik ülkelerde imal edilmiş, çeşitli markalarda pek çok farklı transformatör bulunmaktadır. Bunların ise, iç yapılarının bilinmesi pratik olarak

mümkün değildir. Hal böyle olunca, kurulu tesislerde yer alan ve iç yapısı bilinmeyen transformatörler için dışarıdan yapılan ölçümlerle oluşturulabilen bir modelin geliştirilmesi zorunluluğu ortaya çıkmaktadır.

5.1. Sargı Uç Empedans Fonksiyonunu Sağlayan Kanonik Devreler

Sargı uç empedansının frekansla değişimi, transformatörlerin geçici rejimdeki davranışına ışık tutan önemli bir karakteristiktir. Gerek imalat aşamasında, gerekse işletmede, dışarı çıkartılmış bulunan sargı uçlarından yapılacak ölçümlerle bu karakteristiğin belirlenmesi büyük bir güçlük göstermemektedir. Enerji sistemlerinin modellenmesinde, transformatörlere ilişkin yeterli yapısal özellikler elde edilmediği takdirde, empedansın frekansla değişim karakteristiğinden yararlanılması tek çıkar yol olarak görülmektedir.

Sıfır ve kutupları bilinen bir LC devresinin sentezi günümüzde, çözümlenmiş bir problem olup; bu amaçla uygulanabilecek çeşitli algoritmalar geliştirilmiştir [42]. Transformatör sargısının uç ölçmelerinden hareketle modellenmesi ise temelde, deneysel olarak belirlenmiş bir empedans karakteristiğini sağlayacak RLC devresinin sentezine dayanmaktadır. Böyle bir problemin çözümü için literatürde yerleşmiş, sistematik bir yöntem rastlanmamıştır. Burada soruna pratik bir çözüm getirmek üzere, önce klasik devre sentezi yöntemlerinden yararlanılarak kayıpsız LC devresinin kurulması, daha sonra da devreye, uygun direnç elemanlarının eklenmesi yoluna gidilmiştir.

Devreler teorisinden bilindiği gibi, kayıpsız bir LC devresinin empedans fonksiyonu bir 'Foster fonksiyonudur' [42]. Foster fonksiyonları genel olarak,

$$\operatorname{Re}\{s\} = \sigma \geq 0 \quad \operatorname{Re}\{F(s)\} \geq 0 \quad (s = \sigma + j\omega) \quad (5.1)$$

bağıntısını sağlayan reel rasyonel fonksiyon olarak tanımlanır.

Ohmik direnci ihmal edilen bir transformator sargısının uç empedansı da yukarıdaki tanıma uyan reel rasyonel bir fonksiyonla gösterilebilir. Bu fonksiyonun sıfırları ve kutupları basit olup, sanal eksen üzerinde alternatif olarak sıralanmışlardır (Şekil-14-a). Kayıpsız sargının, frekansın sıfır olması haline karşı düşen doğru akımda empedansı sıfırdır. Ayrıca çok yüksek frekanslarda da, sarımlar arası ve sarımlarla toprak arası kapasiteler nedeniyle empedansın genliği sıfıra yaklaşacaktır. Bu özellikler, empedans fonksiyonunun payında s teriminin bulunduğunu ve payın derecesinin paydadan bir eksik olması gerektiğini göstermektedir. Bütün bu koşulları sağlayan reel rasyonel fonksiyon (5.2) ifadesinde verilmiştir.

$$Z(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{k.s.(s^2+w_2^2)(s^2+w_4^2)\dots(s^2+w_{2n}^2)}{(s^2+w_1^2)(s^2+w_3^2)\dots(s^2+w_{2n+1}^2)} \quad (5.2)$$

Pratikte transformator sargılarının parametre değerleri gözönüne alındığında, sistemin kayıpsız ya da kayıplı olması hallerinde empedans fonksiyonunun sıfır ve kutuplarının sanal kısımlarının fazlaca değişmediği 4.2 ayırıtında belirtilmişti. Bu fiziksel görüşe dayanarak (5.2) ifadesinde yer alan $w_i (i=1, \dots, 2n+1)$ değerlerinin, empedans fonksiyonunun ekstremumlarına karşı düşen açısal frekanslara eşit oldukları varsayılabilir. Böylece problem, kayıpsız transformator sargısıyla aynı sıfır-kutup dağılımına sahip olan LC devresinin sentezi işlemine dönüştürülmüş olur. Kayıpsız bir LC devresi kurularak parametreleri belirlendikten sonra, devreye dirençlerin uygun bir biçimde ilavesiyle verilen empedans fonksiyonuna yaklaşmak mümkün olmaktadır. Bilindiği gibi, (5.2) de verilen biçimde bir empedans fonksiyonu Cauer ya da Foster devreleriyle gerçekleştirilebilir. Kayıplı transformator sargısına ilişkin modelin oluşturulması için Cauer ve Foster sentezlerinden yararlanılarak geliştirilen yöntemler aşağıda ayrı ayrı açıklanmıştır.

5.1.1. Empedans Fonksiyonunun Cauer Devresiyle Gerçeklenmesi

Kayıpsız transformatör sargısının uç empedansı için verilen (5.2) ifadesinde yer alan $P(s)$ ve $Q(s)$ polinomları s 'in kuvvetlerine göre düzenlenerek

$$Z(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = k \frac{a_{11}s^{2n} + a_{12}s^{2n-1} + \dots + a_{1,2n}s}{a_{21}s^{2n} + a_{22}s^{2n-2} + \dots + a_{2,2n+1}} \quad (5.3)$$

yazılabilir. Böyle bir rasyonel fonksiyon,

$$Z(s) = \frac{1}{\frac{A_1}{k}s + \frac{1}{k.A_2s + \frac{1}{k.A_{2n}s}}} \quad (5.4)$$

biçiminde sürekli kesirle ifade edilebilmektedir. Bu sürekli kesirde görülen A_i katsayılarından yararlanılarak,

$$C_i = \frac{A_{2i-1}}{k} \quad (5.5)$$

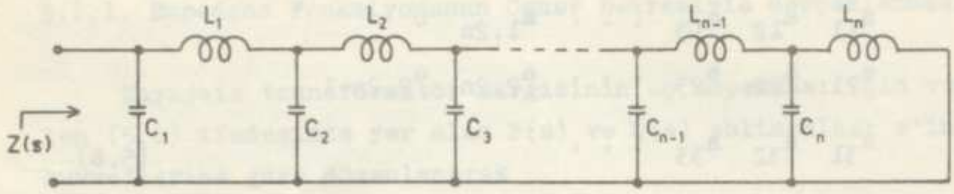
$$i = 1, 2, \dots, 2n$$

$$L_i = k.A_{2i}$$

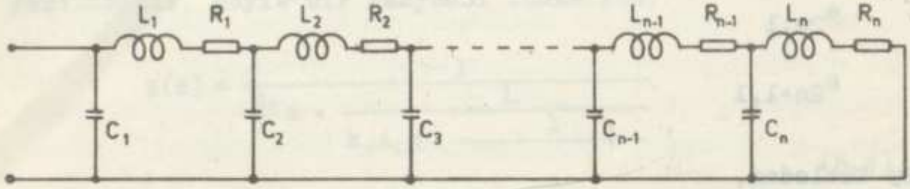
bulunur. Bu sabitler, Şekil-18-a'da verilen kayıpsız Cauer devresinin eleman değerlerini belirler [42].

(5.5) ifadesindeki A_i ($i=1, \dots, 2n$) sabitlerinin bulunmasında çeşitli yöntemler kullanılabilir. Bunlardan biri, $P(s) + Q(s)$ polinomu için Routh tablosunu kurmak ve bu tablonun birinci sütununda çıkan komşu elemanların oranını almaktır. Bu yöntemde yararlanılan Routh tablosunun ilk iki satırı (5.3) ifadesindeki polinomların katsayılarından oluşmuştur. Bu değerlerden hareketle, Routh tablosu aşağıdaki biçimde tamamlanabilir.

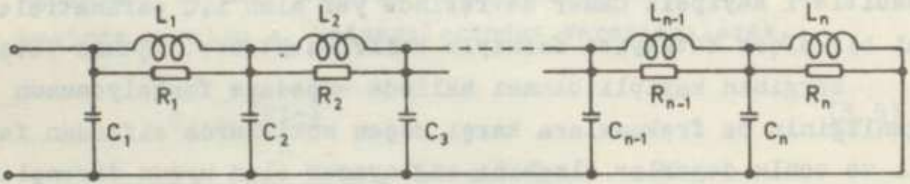
$$\begin{array}{ccccccc} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1,2n} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2,2n} & a_{2,2n+1} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & & \\ & & & & & \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & \dots & & \\ . & & & & & \\ . & & & & & \\ & & & & & \\ a_{2n,1} & & & & & \\ & & & & & \\ a_{2n+1,1} & & & & & \end{array} \quad (5.6)$$



(a)



(b)



(c)

Şekil-18 Transformatör sargısını yüksek frekanslarda temsil etmek üzere kurulabilecek, Cauer devresi biçiminde modeller.

- a- Kayıpların ihmal edildiği durum
- b- Kayıpların endüktanslara seri dirençlerle temsil edilmesi
- c- Kayıpların endüktanslara paralel dirençlerle temsil edilmesi

empedans karakteristiği arasındaki farkı minimum kılmak olacaktır. Optimizasyon değişkenleri ise, R_i ($i=1, \dots, n$) direnç değerleri ve k sabitidir. Bu düşünceden hareketle model kurulması için tarafımızdan çeşitli çalışmalar yapılmış ve bazı simülasyon uygulamalarında bu modeller kullanılmıştır [25]. Ancak, Şekil-18.b ve c'deki biçimde ilave edilen dirençlerin geniş aralıklarda değişmesi halinde, devrenin öz frekansları da değişmekte, öz frekansları sabit tutabilmek için de L ve C parametrelerinin değiştirilmesi gerekmektedir. Bu özellik, optimizasyon sürecini güçleştirdiğinden, transformatör sargısıyla aynı empedans karakteristiğini verecek daha basit devrelerin araştırılması yoluna gidilmiştir.

5.1.2. Empedans Fonksiyonunun Foster Devresiyle Gerçeklenmesi

Empedans fonksiyonu olarak verilen bir Foster fonksiyonu, Foster devresi olarak bilinen devreyle de gerçekleştirilebilir.

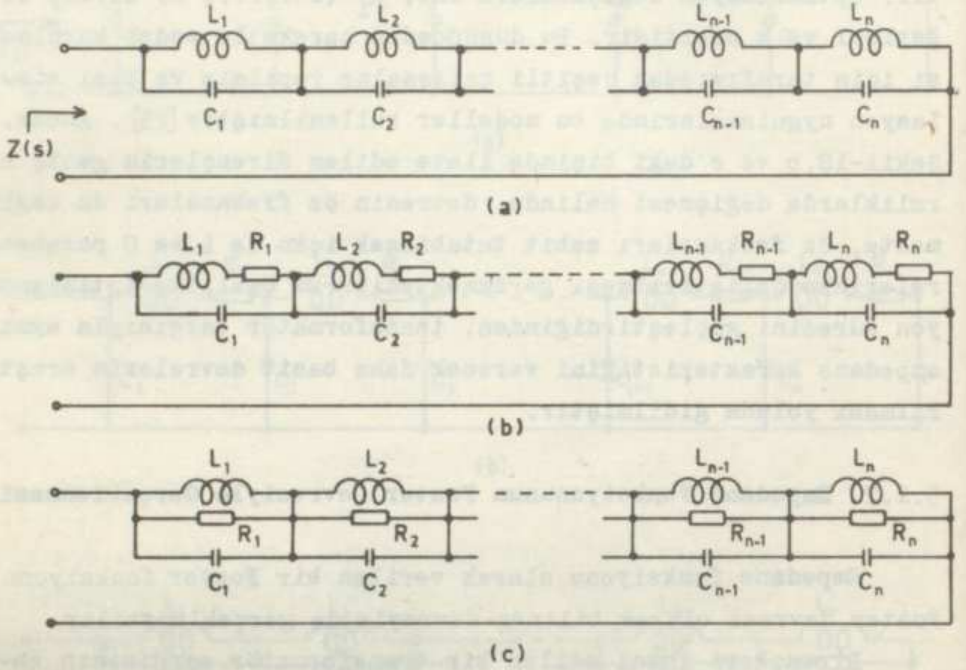
Dirençleri ihmal edilen bir transformatör sargısının empedans fonksiyonu daha önce de açıklandığı gibi,

$$Z(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = \frac{k \cdot s \cdot (s^2 + w_2^2) \dots (s^2 + w_{2n}^2)}{(s^2 + w_1^2) \dots (s^2 + w_{2n+1}^2)} \quad (5.8)$$

biçiminde yeniden gözönüne alınsın. $s=0$ ve $s=\infty$ da sıfırı olduğu bilinen $Z(s)$ rasyonel fonksiyonu aşağıdaki gibi rezidülere ayrılabilir.

$$Z(s) = \frac{P(s)}{Q(s)} = k \cdot \sum_{i=1}^{n+1} \frac{2\gamma_i s}{s^2 + w_i^2} \quad (5.9)$$

Böyle bir toplam biçiminde ifade edilebilen bir empedans fonksiyonunun Şekil-19.a'daki LC devresiyle gerçekleştirileceği açıkça görülmektedir.



Şekil-19 Transformatör sargılarını yüksek frekanslarda temsil edebilecek Foster devreleri.

- a- Kayıpların ihmal edildiği durum
- b- Kayıpların endüktanslara seri bağlı dirençlerle temsil edilmesi
- c- Kayıpların endüktanslara paralel dirençlerle temsil edilmesi

Şekil-19.a'daki devrede yer alan eleman değerleri,

$$L_i = k \cdot \frac{2\gamma_i}{\omega_i} \quad C_i = \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{2\gamma_i} \quad (5.10)$$

ifadeleriyle belirlenebilir. Bu ifadelerde görülen k , keyfi bir sabit olup, devrenin sıfır ve kutuplarına karşı düşen frekans değerlerini değiştirmemektedir. Sadece, empedans fonksiyonunun genliğini ötelemek üzere hesaplara katılmıştır.

$k=1$ alınarak bulunacak olan eleman değerleri daha sonraki işlemlerde temel teşkil edeceğinden bunlara 'Normalize Eleman Değerleri' adı verilmiştir. Diğer bir deyişle, normalize eleman değerleri,

$$\hat{L}_i = \frac{2\gamma_i}{\omega_i} \quad \hat{C}_i = \frac{1}{2\gamma_i} \quad (5.11)$$

bağıntılarıyla bulunan değerlerdir.

Transformatör sargılarının ölçümle belirlenen uç empedansı kayıplar nedeniyle rezonans frekanslarında sonlu ve sıfırdan farklı değerler almaktadır. Bu gerçeği modele yansıtmak üzere eşdeğer devreye dirençlerin eklenmesi zorunludur. Direnç parametresi gözlere Şekil-19.b ve c'de görüldüğü gibi yerleştirilebilir. Her iki durumda da gözlerdeki R_1 dirençlerini uygun seçerek devrenin empedans karakteristiğini ölçmeyle belirlenen karakteristiğe yaklaştırmak mümkündür. Bunun yanı sıra, yapılan çalışmalarda dirençlerin Şekil-19.c' de görüldüğü gibi endüktanslara paralel olarak düşünülmesinin pratik yararlar sağladığı ve hesapları sadeleştirdiği görülmüştür. Bu durumda, bir tek göze ilişkin empedans ifadesi aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$Z_i = P_i + jQ_i = \frac{w^2 \alpha_i L_i}{(1 - w^2 L_i C_i)^2 + w^2 \alpha_i^2} + j \frac{w L_i (1 - w^2 L_i C_i)}{(1 - w^2 L_i C_i)^2 + w^2 \alpha_i^2} \quad (5.12)$$

$$\alpha_i = \frac{L_i}{R_i}$$

$$|Z_i| = \frac{R_i}{\sqrt{1 + R_i^2 \cdot \left(\frac{1}{w L_i} - w C_i \right)^2}} \quad \varphi_i = \text{Arctg} \frac{1 - w^2 L_i C_i}{w \alpha_i}$$

Ayrıca, rezonans frekansları sabit kalmak üzere,

$$L_i = \frac{\hat{L}_i}{h_i} \quad C_i = h_i \hat{C}_i \quad (5.13)$$

$$(L_i C_i = \hat{L}_i \hat{C}_i)$$

seçilebilir. Burada h_i parametresi keyfi alınmaktadır. R_i gözlerdeki dirençleri, L_i ve C_i de normalize eleman değerlerini gösterdiğine göre n tane gözün seri bağlanmasıyla elde edilecek toplam empedans aşağıdaki ifadelerle bulunur:

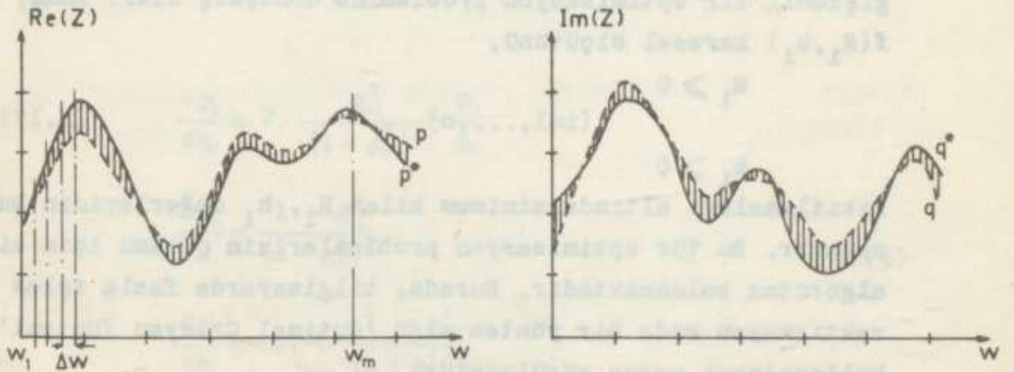
$$Z = p + jq = \sum \frac{R_i}{(a_i h_i R_i)^2 + 1} + j \sum \frac{a_i h_i R_i^2}{(a_i h_i R_i)^2 + 1} \quad (5.14)$$

$$a_i = \frac{1 - w^2 \hat{L}_i \hat{C}_i}{w \hat{L}_i}$$

$$|Z| = \sqrt{p^2 + q^2} \quad \varphi = \text{Arctg} \frac{q}{p}$$

Transformatörün uç empedansının genliği ve fazı deneysel yoldan belirlenmiş olduğuna göre, kompleks empedansın gerçel ve sanal kısımları da biliniyor demektir. Ayrıca, L_i ve C_i parametreleri yukarıda açıklanan sentetik yöntemle belirlendiğinden, seçilen bir R_i, h_i ($i = 1, \dots, n$) takımı için empedans

fonksiyonunun gerçel ve sanal kısımları (5.14) bağıntısı yardımıyla hesaplanabilir. Şekil-20'de bir transformatör sargısının, ölçümle belirlenen empedans fonksiyonu dolu çizgilerle, modelle ilişkin, hesapla bulunan empedans fonksiyonu ise kesikli çizgilerle gösterilmiştir. Sargı uçlarından ölçülen karakteristiğe en yakın empedans fonksiyonunu veren devre için Şekil-20'deki toplam taralı alan minimum olacaktır. Dolu çizgilerle gösterilen ve ölçme sonuçlarına karşı düşen eğri sabit olduğuna göre taralı alan p ve q 'nun, dolayısıyla h_1 ve R_1 parametrelerinin fonksiyonudur.



Şekil-20 Bir transformatör sargısı için ölçme ile belirlenen uç empedans fonksiyonu ve kurulan modelden hesapla bulunan empedans fonksiyonu.

İlgilenilen frekans bandını eşit aralıklara bölen w_k ($k=1, \dots, m$) açısal frekans değerlerinin gözönüne alındığı ve bu w_k değerleri için sargı uçlarından ölçülen empedansın

$$Z_k^* = p_k^* + jq_k^* \quad (5.15.a)$$

ve modelden hesaplanan empedansın ise,

$$Z_k = p_k + jq_k \quad (5.15.b)$$

olduğu düşünülerek, şekilde gösterilen toplam alanın karesi aşağıdaki gibi bulunur:

$$S = \sum_{k=1}^m \left\{ [(p_k^* - p_k) \Delta w]^2 + [(q_k^* - q_k) \Delta w]^2 \right\}$$

$$f(p, q) = \frac{S}{\Delta w^2} = \sum_{k=1}^m [(p_k^* - p_k)^2 + (q_k^* - q_k)^2] \quad (5.16)$$

$$p_k = p_k(h_i, R_i)$$

$$(i=1, \dots, n)$$

$$q_k = q_k(h_i, R_i)$$

Sorun, yukarıda açıklanan biçimde ele alındığında, çok değişkenli bir optimizasyon problemine dönüşmüş olur. Amaç, artı $f(R_i, h_i)$ karesel ölçütünü,

$$R_i \geq 0 \quad (i=1, \dots, n) \quad (5.17)$$

$$h_i \geq 0$$

kısıtlamaları altında minimum kılan R_i , h_i değerlerinin bulunmasıdır. Bu tür optimizasyon problemlerinin çözümü için bir algoritma bulunmaktadır. Burada, bilgisayarda fazla işlem gerektirmeyen sade bir yöntem olan 'Optimal Gradyan Yöntemi'ni kullanılması uygun görülmüştür.

Optimal gradyan yöntemi, türev bilgisi gerektiren bir optimizasyon sürecidir. Bu yöntemde x optimizasyon değişkenleri vektörün değeri $(k+1)$ 'inci iterasyonda (k) 'inci iterasyondaki değere bağlı olarak aşağıdaki bağıntıyla hesaplanmaktadır [44]

$$x^{k+1} = x^k - T^k \nabla f(x^k) \quad (5.18)$$

Burada,

$$x = [h_i, R_i]^T \quad (\text{Optimizasyon değişkenleri})$$

$$\nabla f(x) = \left[\frac{\partial f}{\partial h_i}, \frac{\partial f}{\partial R_i} \right]^T \quad (\text{Gradyan vektörü})$$

olarak tanımlanmıştır. T^k ise $(k+1)$ 'inci iterasyonda $f(x^{k+1})$ minimum olacak biçimde her iterasyonda ayrı ayrı belirlenen adım büyüklüğüdür.

Gradyan vektöründe yer alan kısmi türevler (5.14) ve (5.16) bağıntılarından hareketle aşağıdaki gibi bulunmuştur:

$$\frac{\partial f}{\partial h_i} = 2 \cdot \sum_{k=1}^m [(p_k^* - p_k) \frac{\partial p_k}{\partial h_i} + (q_k^* - q_k) \frac{\partial q_k}{\partial h_i}]$$

$$\frac{\partial f}{\partial R_i} = 2 \cdot \sum_{k=1}^m [(p_k^* - p_k) \frac{\partial p_k}{\partial R_i} + (q_k^* - q_k) \frac{\partial q_k}{\partial R_i}]$$

$$\frac{\partial p_k}{\partial h_i} = 2 \cdot \frac{g_{ki}^2}{(1 + g_{ki}^2)^2} \cdot \frac{R_i}{h_i}$$

$$\frac{\partial p_k}{\partial R_i} = \frac{1 - g_{ki}^2}{(1 + g_{ki}^2)^2} \quad (5.19)$$

$$\frac{\partial q_k}{\partial h_i} = a_{ki} R_i \cdot \frac{1 - g_{ki}^2}{(1 + g_{ki}^2)^2}$$

$$\frac{\partial q_k}{\partial R_i} = \frac{2g_{ki}}{(1 + g_{ki}^2)^2}$$

$$g_{ki} = a_{ki} R_i h_i$$

$$a_{ki} = \frac{1}{w_k \hat{L}_i} - w_k \hat{C}_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Uygulama: Deney transformatörünü yüksek frekanslarda temsil eden Foster biçiminde sentetik modelin kurulması.

Deney transformatörünün bir faz sargısının empedans karakteristiği, daha önceden açıklandığı biçimde belirlenmiş ve değişim eğrileri Şekil-17'de gösterilmiştir. Yukarıda belirtildiği gibi böyle bir uç empedans karakteristiğini sağlayacak RLC devresi bir Foster devresi biçiminde kurulabilir.

Kayıpsız haldeki eşdeğer devrenin sentezi için, sıfır ve kutuplar sargının uç empedans fonksiyonunun ekstremumlarına karşı düşen açısız frekans değerlerine eşit alınarak,

$$Z(s) = \frac{k.s.(s^2 + \omega_1^2) \dots (s^2 + \omega_n^2)}{(s^2 + \omega_1^2) \dots (s^2 + \omega_n^2)} \quad (5.20)$$

yazılır. (5.20) ifadesinde görülen ω_1 değerleri Tablo-I 'de verilmiştir.

Tablo I

1	f_1 (kHz)	ω_1 (rad/s)
1	4.5	28274.3
2	25.0	157079.6
3	28.0	175929.2
4	45.0	282743.3
5	58.0	364424.7
6	104.0	653451.2
7	115.0	722566.3
8	150.0	942477.8
9	162.0	1017876.0

(5.20)'de verilen rasyonel fonksiyonun rezidüleri hesaplanarak (5.11) bağıntıları uyarınca bulunan normalize eleman de-

ğerleri Tablo-II 'de verilmiştir.

Tablo II

i	L_i (H)	C_i (F)	f_i (kHz)
1	1478.40	8.461E-13	4.500
2	7.84	4.122E-12	27.996
3	6.92	1.088E-12	58.003
4	0.87	2.207E-12	114.857
5	0.44	2.200E-12	1-1.764

Devrede yer alan eleman değerlerinin

$$L_i = \frac{\hat{L}_i}{h_i} \quad \text{ve} \quad C_i = \hat{C}_i h_i \quad (5.21)$$

alınmasıyla

$$L_i C_i = \hat{L}_i \hat{C}_i \quad (5.22)$$

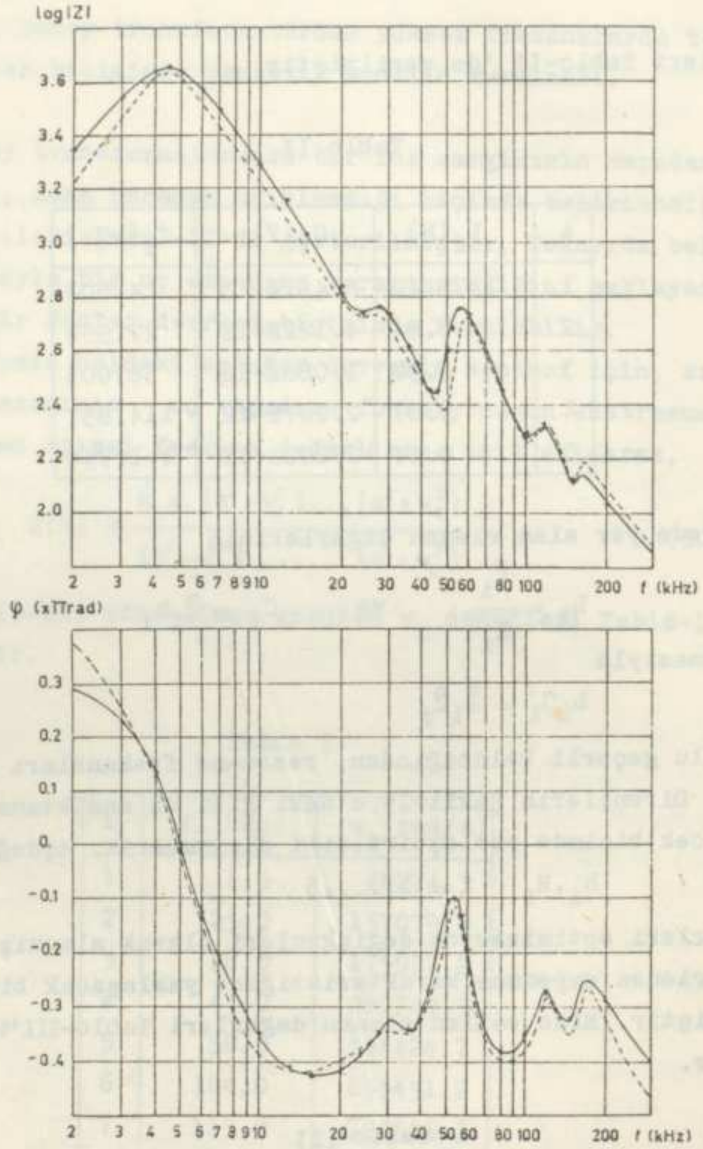
koşulu geçerli kalacağından, rezonans frekansları değişmeyecektir. Dirençlerin Şekil-19.c'deki gibi öz endüktanslara paralel gelecek biçimde yerleştirildiği düşünülerek, eşdeğer devre için

$$h_i, R_i \quad i = 1, \dots, 5 \quad (5.23)$$

değerleri optimizasyon değişkenleri olarak alınmış ve yukarıda belirlenen empedans karakteristiğine yaklaşacak biçimde belirlenmiştir. Elde edilen eleman değerleri Tablo-III'te görülmektedir.

Tablo-III

i	R_i (Ω)	L_i (mH)	C_i (nF)
1	3360.	111.	11.2
2	198.	0.592	54.6
3	401.	0.172	43.8
4	70.1	0.014	132.0
5	49.3	0.004	220.1



Şekil-21 Deney transformatörünün uçlarından ölçülen ve Foster tipindeki eşdeğer devresinden hesaplanan uç empedans karakteristikleri.

———— Ölçülen
 ----- Hesaplanan

Deney transformatörünün yukarıda açıklanan biçimde kurulan eşdeğer devresinin uç empedansının genliği ve fazı hesaplanarak frekansla değişimi Şekil-21'de verilmiştir. Aynı şekil üzerinde deney transformatörünün ölçmeyle belirlenen empedans karakteristikleri de bulunmaktadır. Gözönüne alınan frekans bölgesinde iyi bir uyum sağladığı şekilden görülmektedir.

5.2. Kanonik Devrelere İlişkin Durum Denklemleri

Yukarıdaki ayırtlarda, bir transformatör sargısının ölçmeyle belirlenen empedans fonksiyonunun Cauer ya da Foster biçiminde devrelerle gerçekleştirilebileceği gösterilmiştir. Devreler teorisinden bilindiği gibi, bu tür devreler 'kanonik devre' özelliği taşırlar ve verilen empedans fonksiyonunu minimum sayıda reaktif elemanla sağlarlar. Ayrıca, bu devrelerde öz endüktanslardan oluşan çevre ya da kesitleme; kapasitelerden oluşan çevre ya da kesitleme bulunmamaktadır. Açıkça görüleceği üzere, transformatör sargısının Cauer ya da Foster biçiminde kurulan kanonik eşdeğer devresinde bütün kapasite gerilimleri ve bütün öz endüktans akımları durum değişkeni seçildiği takdirde, sargının geçici rejimdeki davranışını belirleyecek olan durum denklemleri minimum sayıda değişken içerecektir.

5.2.1. Cauer Devresine İlişkin Durum Denklemleri

Şekil-18.a'da verilen Cauer devresine ilişkin durum denklemlerinin kurulması için uygun bir ağaç, devrenin grafında bütün kapasiteleri dal, bütün öz endüktansları giriş seçerek oluşturulabilir. Durum denklemlerinin bilinen

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) \quad (5.24)$$

biçiminde yazılabilmesi için dal gerilimleri ve giriş akımlarının durum değişkeni olarak alınması, ayrıca devrenin bir akım kaynağı ile uyarılması gerekmektedir. Bu koşullar altında, Şekil-18.a'daki kayıpsız devreye ilişkin durum denklemleri aşağıdaki gibi yazılır:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_e \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -L^{-1} D^T \\ C^T D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ v_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ C^{-1} b' \end{bmatrix} \cdot i(t) \quad (5.25)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & c' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ v_c \end{bmatrix}$$

Burada yer alan alt matris ve vektörler aşağıda tanımlanmıştır:

$$L^{-1} = \text{diag} \left[\frac{1}{L_1}, \frac{1}{L_2}, \frac{1}{L_3}, \dots, \frac{1}{L_n} \right]$$

$$C^T = \text{diag} \left[\frac{1}{C_1}, \frac{1}{C_2}, \frac{1}{C_3}, \dots, \frac{1}{C_n} \right]$$

$$b' = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]^T \quad i_e = [i_{e1} \ i_{e2} \ i_{e3} \ \dots \ i_{en}]^T$$

$$c' = [1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]^T \quad v_c = [v_{c1} \ v_{c2} \ v_{c3} \ \dots \ v_{cn}]^T$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

Cauer devresinde, Şekil-18.b'deki gibi öz endüktanslara seri bağlı dirençler bulunması halinde durum denklemleri:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_e \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L^{-1} R & -L^{-1} D^T \\ C^T D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ v_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ C^{-1} b' \end{bmatrix} \cdot i(t) \quad (5.26)$$

$$R = \text{diag} [R_1, R_2, \dots, R_n]$$

olur. Kayıpları ifade eden dirençlerin öz endüktanslara paralel olarak gösterilmesi halinde ise durum denklemleri:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_e \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -L^{-1} D^T \\ C^T D & C^T D^T G \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ v_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ C^{-1} b' \end{bmatrix} \cdot i(t) \quad (5.27)$$

$$G = \text{diag} [R_1^{-1}, R_2^{-1}, \dots, R_n^{-1}]$$

olarak yazılabilir.

Yukarıdaki denklemlerden açıkça görüldüğü gibi, A sistem matrisi sadece diyagonal ve alt diyagonal elemanları sıfırdan farklı, bunun dışındaki bütün elemanları sıfır olan matrislerden oluşmaktadır. Bu özelliğin, kompüterde çözüm için gerekli işlem sayısını geniş ölçüde azaltacağı aşıkardır.

5.2.2. Foster Devresine İlişkin Durum Denklemleri

Şekil-19.a'da verilen Foster devresine ilişkin durum denklemlerinin kurulması için uygun ağaç, Caue devresinde olduğu gibi, devrenin grafında bütün kapasitelerin dal, bütün endüktansların giriş seçilmesiyle oluşturulabilir. Durum denklemlerinin (5.25) deki biçimde yazılabilmesi için gene dal gerilimleri ve giriş akımlarının durum değişkeni olarak seçilmesi, devrenin bir akım kaynağıyla beslenmesi uygun olmaktadır. Bu görüşler uyarınca Şekil-19.a'daki LC devresi için durum denklemleri aşağıdaki gibi yazılır:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_e \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & L^{-1} \\ -C^{-1} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_e \\ v_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ C^{-1} b' \end{bmatrix} i(t) \quad (5.28)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & c' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_e \\ v_c \end{bmatrix}^T$$

Burada yer alan alt matrisler ve vektörler aşağıda tanımlanmıştır.

$$i_e = [i_{e1} \ i_{e2} \ \dots \ i_{en}]^T \quad v_c = [v_{c1} \ v_{c2} \ \dots \ v_{cn}]^T$$

$$L = \text{diag} [L_1, L_2, \dots, L_n]$$

$$C = \text{diag} [C_1, C_2, \dots, C_n]$$

$$b' = [1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$$

$$c' = [1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1]^T$$

Gözlerde endüktanslara seri dirençler bulunması halinde durum denklemleri aşağıdaki biçime dönüşür:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_e \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -R & L^{-1} \\ -C^{-1} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_e \\ v_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ C^{-1} b' \end{bmatrix} \cdot i(t) \quad (5.29)$$

$$R = \text{diag} [R_1, R_2, R_3, \dots, R_n]$$

Dirençlerin kapasitelere ve endüktanslara paralel bağlanması halinde ise durum denklemleri aşağıdaki biçimde kurulabilir:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_e \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & L^{-1} \\ -C^{-1} & -C^{-1} R' \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_e \\ v_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ C^{-1} b' \end{bmatrix} \cdot i(t) \quad (5.30)$$

(5.28), (5.29) ve (5.30) denklemlerinde genel bir gösteriliş ve karşılaştırma kolaylığı sağlamak amacıyla durum değişkenleri vektörü

$$x(t) = [i_e(t) \quad v_c(t)]^T \quad (5.31)$$

$$i_e(t) = [i_{e1} \ i_{e2} \ \dots \ i_{en}]^T$$

$$v_c(t) = [v_{c1} \ v_{c2} \ \dots \ v_{cn}]^T$$

biçiminde seçilmiştir. Durum vektörünün

$$x(t) = [x_1^T \ x_2^T \ \dots \ x_n^T]^T \quad x_k = [i_{ek} \ v_{ck}]^T \quad (5.32)$$

olarak düzenlenmesiyle denklemlerde yer alan A sistem matrisi blok-diyagonal matris biçimine gelmektedir. Daha sonraki incelemelerde kullanılacak olan Şekil-19.c'deki devrenin durum denklemleri, bu düzenlemeyle aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & A_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & A_3 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & A_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} i(t) \quad (5.33)$$

$$v(t) = [c_1 \ c_2 \ c_3 \ \dots \ c_n] \cdot [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_n]^T$$

Burada yer alan alt matrislerin açık biçimi:

$$A_k = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L_k} \\ -\frac{1}{C_k} & -\frac{1}{R_k C_k} \end{bmatrix} \quad b_k = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{C_k} \end{bmatrix} \quad (5.34)$$

$$c_k = [0 \quad 1]$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, n$$

olacaktır.

BÖLÜM VI

6. ENERJİ İLETİM VE DAĞITIM SİSTEMLERİNDE YER ALAN ELEMANLARIN MATEMATİKSEL MODELLERİ

Enerji iletim ve dağıtım sistemlerinin temel elemanları; güç transformatörleri, enerji iletim hatları ve güç anahtarlarıdır. Bunların yanı sıra, gerektiğinde belli işlevleri yerine getirmek amacıyla, söz konusu sistemlerde kompanzasyon kapasiteleri, seri reaktörler, filtreler, parafudrlar, çeşitli koruma düzenleri ve ölçü aletleri gibi yardımcı elemanlar da bulunur. Sistemin tümüne ilişkin matematiksel modelin kurulabilmesi için sistemi oluşturan elemanların ayrı ayrı uç bağıntılarının tanımlanmış olması gerekmektedir. Transformatörlere ilişkin matematiksel modeller 4. ve 5. Bölümlerde verilmiştir. Bu bölümde, hızlı değişimli geçici olaylar açısından önem taşıyan diğer elemanların matematiksel modelleri elde edilecek; giriş ve çıkış büyüklükleri durum değişkenlerine bağlı olarak tanımlanacaktır.

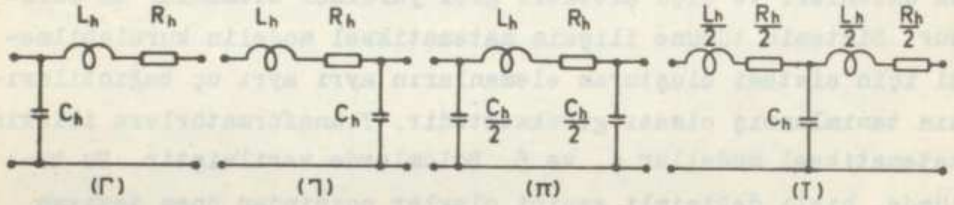
6.1. Enerji İletim Hatları

Enerji iletim hattı kavramından burada, 50-60 Hz'lik şebeke frekansında enerji iletimi amacıyla kullanılan kablolar ve havai hatlar anlaşılmaktadır.

Enerji iletim hatları, ele alınan problemin gereklerine göre değişen eşdeğer devrelerle temsil edilirler. Gerçekte, hattın iletkeni boyunca yayılmış öz endüktans, toprak kapasiteleri, diğer faz iletkenlerine karşı kapasiteler ve ortak endüktanslar bulunmaktadır. Şebeke frekansında değişimlerin söz konusu olduğu problemlerde bütün hattın endüktansının ve kapasitelerinin bir tek noktada toplandığı kabul edilebilir. Hızlı değişimli geçici olayların incelenmesinde ise, hatların da transformatörler gibi çok sayıda bölmeden oluşan, ardışıl top-

lu parametrelili (ATP) modelle temsil edilmeleri gerekir.

Enerji iletim hatlarının ATP eşdeğer devreleri, bir tabakalı transformatör sargısınıninkiyle benzerlik gösterir. Bu devrelerin başlıca farkları, hatlarda ortak endüktans ve seri kapasite parametrelerinin bulunmamasıdır. Şekil-22'de bir fazlı olarak düşünülen hattın bir bölmesi için kullanılabilecek elemanter toplu parametrelili devreler gösterilmiştir. m bölmeli bir hat modelinde, bu devrelerden biriyle gösterilen m tane göz kaskad bağlanmaktadır.

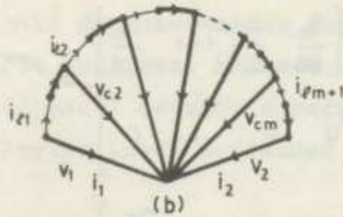
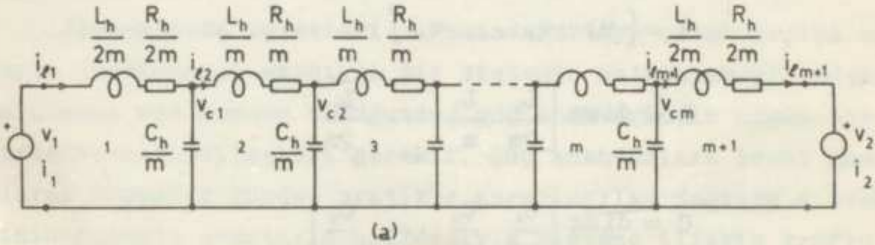


Şekil-22 Enerji iletim hatlarının ardışıl toplu parametrelili eşdeğer devrelerinde kullanılan elemanter devreler.

Enerji iletim hatlarının matematiksel modelini oluşturmak üzere, Şekil-22'de verilen devrelerden biri kullanılabilir. Genellikle çok sayıda göz düşünüldüğünden, yapılan hata açısından devrelerden birinin diğerine göre üstünlük sağlamayacağı söylenebilir. Ancak, elde edilecek devreden, karmaşık güç sistemlerinin modellenmesinde yararlanılacağı gözönünde tutularak en uygun olanı seçilmelidir. Enerji iletim ve dağıtım tesislerinde iletim hatlarının bir ya da iki ucuna transformatör sargılarının bağlanması söz konusudur. 5. Bölümde elde edilen eşdeğer devrelerden görüleceği gibi, sargının giriş ucuyla toprak arasında kapasite elemanı bulunmaktadır. Hem transformatör sargılarında, hem de hatlarda kapasite gerilimleri durum değişkeni olarak seçildiğinden hat eşdeğer devresinde bölmele-

rin 'T' devresinin dışındaki devrelerle temsil edilmesi halinde, transformatorle bağlantı noktasında kapasitelerden oluşan bir çevre ortaya çıkacak ve durum değişkenlerinden birinin terkedilmesi gerekecektir. Bu durum temelde önemli bir sorun teşkil etmemekle beraber, daha sonra sistemin tümüne ilişkin modelin kurulması amacıyla konulan kurallarda bir karışıklığa yol açmaması için hatların modellenmesinde T eşdeğer devrelerinin kullanılması daha uygun görülmüştür.

Bir enerji iletim hattının m bölmeye ayrılarak T devreleri ile kurulan eşdeğer devresi ve grafi Şekil-23'de gösterilmiştir. Burada R_h , L_h ve C_h hattın tümüne ilişkin parametrelerdir.



Şekil-23.a. Ardarda bağlanan T devresiyle oluşturulan hat eşdeğeri.

- b. Devre grafi ve durum denklemlerinin kurulması için seçilen ağaç.

Hat eşdeğer devresine ilişkin durum denklemleri aşağıdadır:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_e \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -L^{-1}R & -L^{-1}D \\ C^{-1}D & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ v_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 & b_2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (6.1)$$

$$\begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 \\ \gamma_2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_e \\ v_c \end{bmatrix} \quad (6.2)$$

(6.1) ve (6.2) denklemlerinde yer alan matrisler;

$$i_e = [i_{e1} \ i_{e2} \ \dots \ i_{elm}]^T$$

$$v_c = [v_{c1} \ v_{c2} \ \dots \ v_{cm}]^T$$

$$L = \text{diag} \left[\frac{L_h}{2m} \ \frac{L_h}{m} \ \dots \ \frac{L_h}{2m} \right]$$

$$C = \text{diag} \left[\frac{C_h}{m} \ \frac{C_h}{m} \ \dots \ \frac{C_h}{m} \right]$$

$$R = \text{diag} \left[\frac{R_h}{2m} \ \frac{R_h}{m} \ \dots \ \frac{R_h}{2m} \right]$$

$$b_1 = \begin{bmatrix} \frac{2m}{L_h} & 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}^T$$

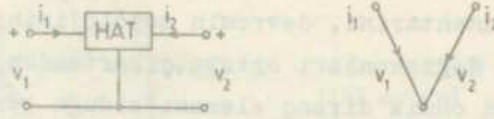
$$b_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & -\frac{2m}{L_h} \end{bmatrix}^T$$

$$\gamma_1 = [-1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]$$

$$\gamma_2 = [0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 1]$$

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{bmatrix}$$

olarak tanımlanmıştır. Bu denklemlerden görüldüğü gibi, enerji iletim hattı iki giriş ve iki çıkışlı (iki kapılı) bir sistem olarak gözönüne alınmaktadır. Sadece uç büyüklükleriyle ilgilenildiği takdirde iletim hattı, Şekil-24'de gösterildiği gibi uç uçlu bir eleman gibi düşünülebilir.



Şekil-24 Enerji iletim hattının üç uçlu gösterilimi ve uç grafi.

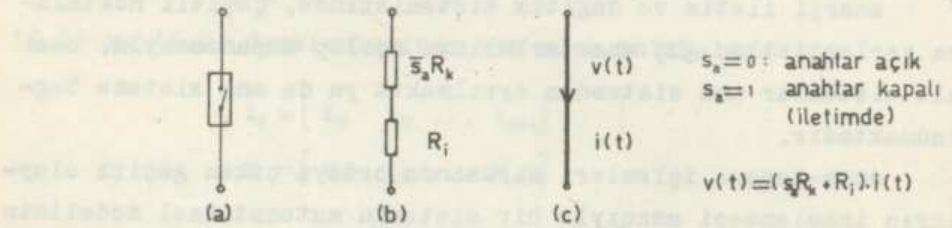
6.2. Güç Anahtarları

Enerji iletim ve dağıtım sistemlerinde, çeşitli noktalara yerleştirilen güç anahtarlarının açılıp kapanmasıyla, bazı alt sistemler ana sistemden ayrılmakta ya da ana sisteme bağlanmaktadır.

Açma-kapama işlemleri sırasında ortaya çıkan geçici olayların incelenmesi amacıyla bir sistemin matematiksel modelinin kurulması söz konusu olduğunda, güç anahtarların uygun bir biçimde temsil edilmeleri gerekir. Güç anahtarları ideal anahtar olarak düşünüldüğünde, pratikte karşılaşılan dağıtım sistemlerinin çoğunda anahtarın açılmasıyla sisteme ilişkin grafin birleşik graf olmaktan çıktığı görülür. İçinde bir çok anahtarın bulunduğu bir güç sisteminde çeşitli açma-kapama kombinasyonların ardarda yapılması halinde, belli t anlarında devre topolojisinin değişmesi durumuyla karşılaşılır. Bu özellik, problemin genelleştirilmesi açısından sorunlar ortaya çıkartmaktadır.

Anahtarların belli bir andan sonra sürekli olarak açık ya da kapalı kalması halinde bunların ya doğru akım, ya da doğru gerilim kaynağı olarak gözönüne alınması ve böylece problemin, içinde anahtar bulunmayan bir sistemin analizi problemine dönüştürülmesi mümkündür [39]. Ancak genel halde, devrenin durum denklemlerinde, eklenen kaynaklara ilişkin uç fonksiyonlarının türevleri de bulunabilir. Her ne kadar uygun bir değişken dönüşümüyle kaynak fonksiyonunun türevleri ortadan kaldırılabirse de, burada ele alınan problemde bu yol pratik görülmemektedir.

Bir güç anahtarını, devrenin topolojisini değiştirmeden ve yeni durum değişkenleri ortaya çıkartmadan temsil edecek pasif elemanın ohmik direnç elemanı olduğu görülür. Şekil-25 de güç anahtarına ilişkin direnç devresi ve uç grafi gösterilmiştir. Burada R_i anahtarın iletimdeki direncini; R_k açık durumdaki direncini, s_a ise anahtarın konumunu belirten lojik değişkeni (0 veya 1) göstermektedir. Pratikte R_i direnci sıfıra, R_k sonsuza yaklaşan değerler alır.



Şekil-25.a. Güç anahtarının bir hatlı devre şemalarında kullanılan sembolü.

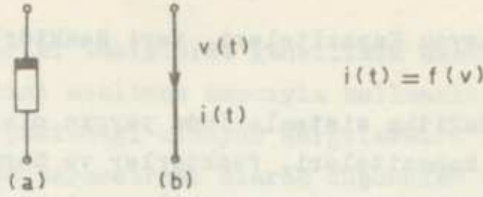
b. Güç anahtarına eşdeğer direnç devresi.

c. Uç grafi.

6.3. Parafudrlar ve Lineer Olmayan Direnç Elemanları

Güç sistemlerinde, yıldırım deşarjı veya açma kapama işlemlerinin yol açtığı aşırı gerilimlere karşı koruma amacıyla parafudrlar ve lineer olmayan dirençler kullanılır. Hızlı değişimli geçici olayların incelemesinde bu koruma elemanlarının gözönüne alınması zorunludur.

Lineer olmayan direnç elemanlarının değeri, genellikle gerilimin bir fonksiyonudur. Böyle bir eleman sistem incelemelerinde, Şekil-26'da gösterilen uç grafi ve uç bağıntısıyla temsil edilebilir.

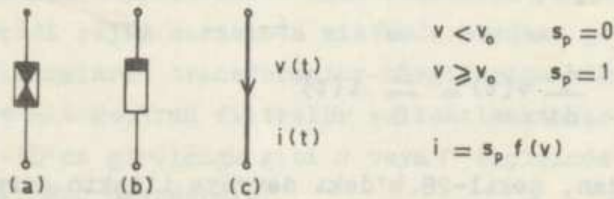


Şekil-26.a. Lineer olmayan direncin devre sembolü.

b. Uç grafi.

Parafudrlar, gerçekte oldukça karmaşık davranış gösteren, lineer olmayan elemanlardır. Parafudr, atlama aralıklarına seri bağlı, lineer olmayan söndürme dirençleri ve gerilim bölücü empedanslardan meydana gelir. Çalışma prensibi özetle, uç geriliminin belli bir değeri aşması halinde atlama aralıklarında deşarj oluşmasına dayanır. Deşarjla ortaya çıkan akım, lineer olmayan direnç elemanı ile sınırlanır. Aşırı gerilime karşı korunacak elemanın ucuyla toprak arasına bağlanan parafudr, elemanın uçlarındaki gerilimin belli bir değeri aşmamasını sağlar.

Bu çalışma koşullarını yansıtmak üzere, parafudrlar Şekil-27'de gösterilen eşdeğer devre ile temsil edilebilir.



Şekil-27.a. Parafudr'un bir hatlı bağlantı şemalarında gösterilişi.

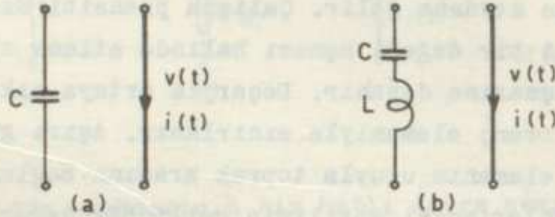
b. Parafudr'un devre sembolü.

c. Uç grafi.

6.4. Kompanzasyon Kapasiteleri, Seri Reaktörler ve Filtreler

Enerji dağıtım sistemlerinde yaygın olarak kullanılan kompanzasyon kapasiteleri, reaktörler ve harmonik filtreleri, sistemin dinamik davranışını etkileyen L ve C parametrelerini içerirler. Bu bakımdan, yapılacak analizlerde gözönüne alınmaları gerekir.

Kompanzasyon tesisleri genellikle, bir kapasite elemanına eşdeğer olarak düşünülebilir. Bazı hallerde, bir kondansatör ve bir endüktansın seri bağlanmasıyla oluşturulan kompanzasyon birimleri de kullanılmaktadır.



Şekil-28 Kompanzasyon kapasitesi ve harmonik filtrelerine ilişkin uç grafi.

Kapasite elemanının uç bağıntıları aşağıdaki gibi tanımlanır:

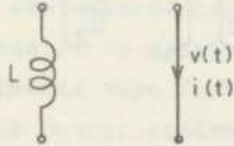
$$\frac{d}{dt} v(t) = \frac{1}{C} i(t) \quad (6.3)$$

Öte yandan, Şekil-28.b'deki devreye ilişkin durum denklemleri de aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} v(t) \quad (6.4)$$

$$i(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix}^T$$

Seri reaktörler tesislerde genellikle akım darbelerinin şebekeye etkilerini azaltmak amacıyla kullanılmaktadır. Bu elemanlar, demir çekirdeği olmayan sargılardır. Sistemlerde lineer öz endüktans parametresi olarak düşünülen bu eleman devreye seri bağlanmaktadır. Şekil-29'da Seri reaktöre ilişkin uç grafi görülmektedir.



Şekil-29 Seri reaktöre ilişkin devre elemanı ve uç grafi.

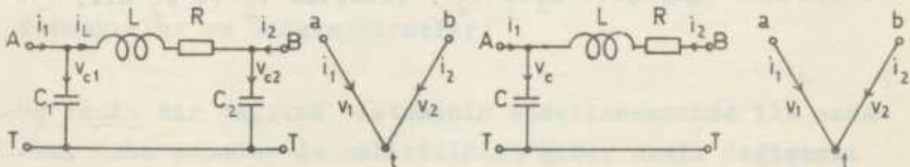
Seri reaktörün uç bağıntıları:

$$\frac{d}{dt} i_L = \frac{1}{L} v_L(t) \quad (6.5)$$

$$i = i_L(t) ; \quad v = v(t)$$

olarak bilinmektedir. Burada, gerilim giriş; akım ise çıkış büyüklüğü olarak seçilmiştir.

Kompanzasyon kapasitesi ve seri reaktörün yanısıra, bazı hallerde, geçici rejim sırasında sistemde meydana gelen yüksek frekanslı salınımların transformatör sargılarına etkisini azaltmak üzere alt geçiren filtreler kullanılmaktadır. Bu filtreler, Şekil-30'da görüldüğü gibi π veya Γ biçiminde düzenlenmiş lineer bir RLC devresidir.



Şekil-30 π ve Γ biçiminde filtre devreleri ve bunlara ilişkin uç grafi.

II biçiminde bir filtre devresine ilişkin durum denklemleri:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v_{C1} \\ v_{C2} \end{bmatrix}$$

olarak elde edilir. Burada giriş büyüklükleri i_1 ve i_2 ; çıkış büyüklükleri ise v_1 ve v_2 olarak seçilmiştir.

I biçimindeki filtre devresinde ise, durum denklemleri aşağıdaki gibi olacaktır:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 1 \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_1 \\ v_2 \end{bmatrix} \quad (6.7)$$

$$\begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix}$$

I devresinde girişler i_1 ve v_2 ; çıkışlar v_1 ve i_2 dir.

BÖLÜM VII

7. ENERJİ İLETİM VE DAĞITIM SİSTEMLERİNİN MODELLENMESİ

Enerji iletim ve dağıtım tesisleri, prensip olarak; iletim hatları ve güç transformatörlerinin uygun biçimde birbirine bağlanmasıyla oluşmuş, çoğunlukla üç fazlı elektriksel sistemlerdir. Bu sistemlerde çeşitli noktalara yerleştirilen güç anahtarları (kesici ve ayırıcılar) yardımıyla sistemin bir bölümü ayrılabilmekte veya farklı bağlantılar seçilebilmektedir. Ayrıca, bir çok enerji sisteminde; güç faktörünü düzeltmek ve harmonikleri gidermek amacıyla yerleştirilen LC devreleri, yüksek frekanslı gerilim bileşenlerini süzen filtreler, gerekli koruma ve ölçme düzenleri de yer almaktadır. Bütün bu elemanların daha önceki bölümlerde verilen devrelerle temsil edilmesi halinde, bütün ayrıntılarıyla gözönüne alınan bir sisteme ilişkin eşdeğer devrenin çok karmaşık olacağı açıkça görüldür. Bu yüzden, fiziksel gerçekler dikkate alınarak bazı sadeleştirmelerin yapılması zorunlu olmaktadır. Aşağıda, geçici olayların incelenmesi açısından bakılarak sistemde yapılabilecek sadeleştirmeler incelenmiştir. Enerji dağıtım sistemlerinin genel yapısı ve çalışma özellikleri dikkate alındığında, elemanların ayrı ayrı kurulan durum denklemlerinin birleştirilmesiyle sistemin tümüne ilişkin durum denklemlerinin kurulabileceği görülmektedir. Bu amaçla geliştirilen sistematik bir yol açıklanmış ve uygulamalı örnekler verilmiştir.

7.1. Varsayımlar ve Sadeleştirmeler

Üç fazlı bir dağıtım sisteminin modellenmesinde ilk sadeleştirme, daha önceden de belirtildiği gibi, hızlı değişimli geçici olaylara önemli bir etkisi olmayan ölçme ve koruma düzenlerini gözönüne almamakla yapılmaktadır. Gerçekten, ölçme düzenleri zaten prensip olarak sistemin davranışını etkileme-

yecek biçimde yapılmak zorundadır. Doğrudan doğruya yıldırım veya açma-kapama aşırı gerilimlerine karşı koruma amacıyla kullanılanların dışında kalan koruma düzenleri de temelde ölçme düzenlerinden farklı davranmaz.

Yıldırım deşarjı veya açma-kapama işlemlerinden kaynaklanan geçici olayların incelenmesinde genellikle sistemin bir fazı üzerinde simülasyon yapılması yeterli olmaktadır.

2. Bölümde yapılan incelemeler, geçici rejimde ortaya çıkan salınımların frekansı arttıkça demir çekirdeğin etkilerinin giderek azaldığını göstermiştir. Ayrıca, nötr noktası topraklanan transformatörlerde, sekonder sargısının açık ya da kısa devre olmasının primer sargıdaki geçici gerilim salınımlarını önemli ölçüde etkilemediği, aynı bölümde verilen osilogramlardan görülmektedir. Bu koşullar altında, primer ve sekonder sargılar arasındaki ortak endüktans ihmal edilebilecek düzeye inmekte, dolayısıyla, primer ve sekonder devreleri ayrı ayrı ele alınabilmektedir. Böylece; kurulacak modelde, transformatörlerin sadece incelenen devreye bağlı olan sargısıyla temsil edilmesi, yani iki uçlu eleman gibi düşünülmesi mümkün olmaktadır.

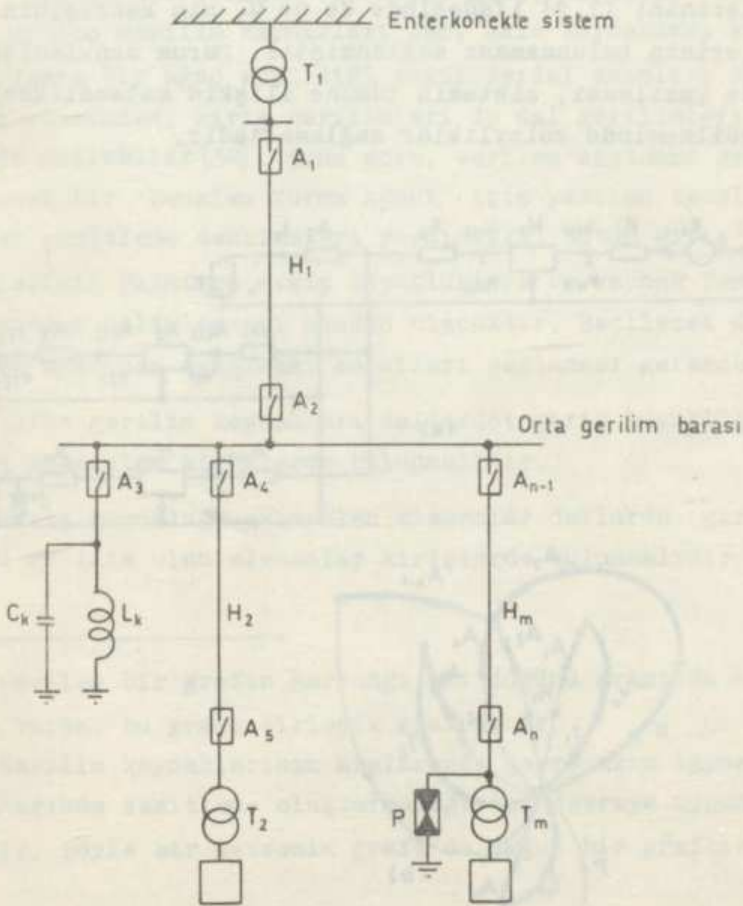
Yukarıda açıklanan noktalar gözönünde tutulduğunda bir enerji dağıtım sisteminin modeli; sistemin bir fazında yer alan enerji iletim hattı, transformatör sargısı (primer veya sekonder) ve geçici olaylarda etkisi olan diğer elemanların eşdeğer devrelerinin uç uca bağlanmasıyla meydana gelen bir RLC devresine dönüşür.

7.2. Sisteme İlişkin Matematiksel Modelin Kurulması

Enerji iletim ve dağıtım sistemlerinde yer alan ve hızlı değişimli geçici olaylar açısından önem taşıyan elemanların matematiksel modelleri, daha önceki bölümlerde ayrı ayrı elde edilmişti. Bu ayrıtta, elemanların matematiksel modellerinden yararlanılarak sistemin tümüne ilişkin modelin kurulması açık-

lanacaktır.

Şekil-31'de, bir besleme sisteminin bir hatlı bağlama şeması verilmiştir. Burada, enterkonekte sisteme bağlı bir T_1 transformatörü, H_1 hattı üzerinden bir orta gerilim barasını beslemekte; bu baraya, yine iletim hatlarıyla bağlanan $T_2, T_3, \dots, T_n$ transformatörleri ise, çeşitli yükleri beslemektedir.



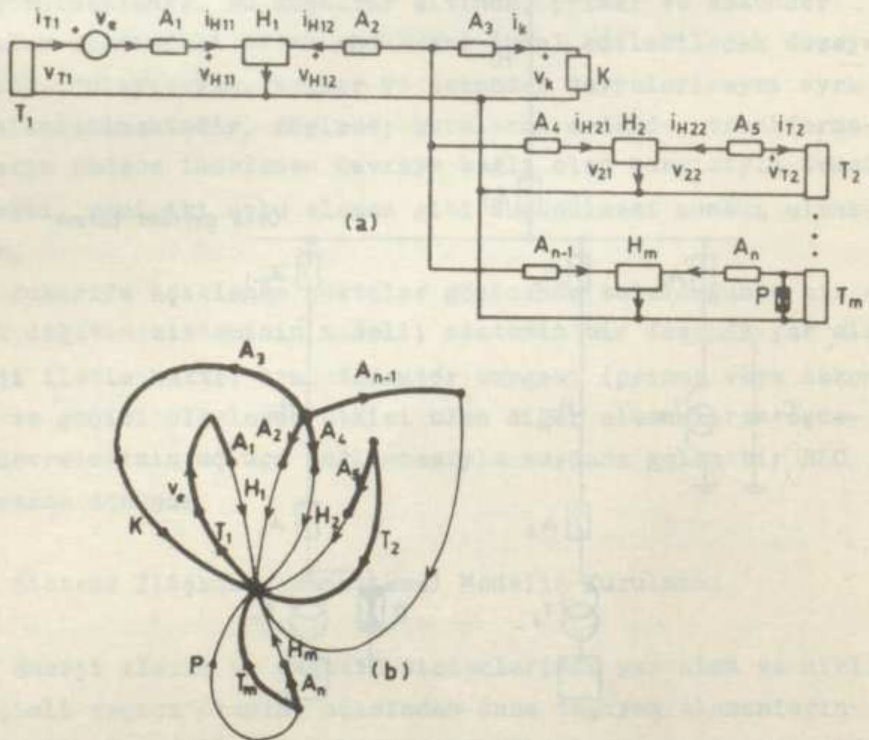
Şekil-31 Bir besleme sistemi örneği.

Besleme sistemlerinde yer alan elemanlar için önceki bölümlerde elde edilen durum denklemleri incelendiğinde, bunların aşağıdaki genel biçimde yazılabildiği görülür:

$$\frac{d}{dt} x_i(t) = A_i x_i(t) + B_i u_i(t) \quad (7.1)$$

$$y_i(t) = C_i x_i(t) \quad (7.2)$$

Elemanların matematiksel modelleri oluşturulurken giriş ve çıkış büyüklükleri uygun seçilerek, (7.1) ifadesinde u_i fonksiyonunun türevlerinin; (7.2) ifadesinde de ne u_i nin kendisinin, ne de türevlerinin bulunmaması sağlanmıştır. Durum denklemlerinin bu biçimde yazılması, sistemin tümüne ilişkin matematiksel modelin elde edilmesinde kolaylıklar sağlamaktadır.



Şekil-32 Verilen besleme sisteminin eşdeğer devresi ve grafi.

Şekil-31' deki sistemde yer alan elemanların iki uçlu ve üç uçlu olarak gösterilmesiyle, Şekil-32.a' daki basitleştirilmiş eşdeğer devre elde edilir. Aynı sistemin grafi da Şekil-32.b' de verilmiştir.

Elemanlara ilişkin durum denklemlerinde görülen giriş ve çıkış büyüklükleri, sistem grafindaki kolların akım ve gerilimlerine karşı düşmektedir. Dolayısıyla, sistemi oluşturan elemanların giriş ve çıkış büyüklükleri arasındaki bağıntı doğrudan doğruya sistem grafindan belirlenebilir.

Sistem teorisinden bilindiği gibi, birleşik¹ ve uygun² bir grafta gerilim kaynakları dal, akım kaynakları kiriş olmak üzere bir ağaç seçildiği takdirde; dal akımları kiriş akımları cinsinden, kiriş gerilimleri de dal gerilimleri cinsinden ifade edilebilir [38]. Buna göre, verilen sistemin grafinda seçilecek bir 'Denklem Kurma Ağacı' için yazılan temel çevre ve temel kesitleme denklemleri yardımıyla, bütün giriş büyüklüklerinin yalnızca çıkış büyüklükleri ve kaynak fonksiyonları cinsinden belirlenmesi mümkün olacaktır. Seçilecek denklem kurma ağacının aşağıdaki koşulları sağlaması gerekmektedir:

a- Bütün gerilim kaynakları dallarda; giriş büyüklüğü gerilim olan elemanlar kirişlerde bulunmalıdır.

b- Giriş büyüklüğü akım olan elemanlar dallarda, giriş büyüklüğü gerilim olan elemanlar kirişlerde bulunmalıdır.

¹) Verilen bir grafin herhangi iki düğümü arasında en az bir yol varsa, bu grafa birleşik graf denir.

²) Gerilim kaynaklarının aralarında çevre; akım kaynaklarının aralarında kesitleme oluşturmadığı bir devreye uygun devre denir. Böyle bir devrenin grafi da, uygun bir graftır.

Enerji sistemlerinde böyle bir ağacın seçimi , genellikle önemli bir sorun teşkil etmemektedir. Sadece, birbirine bağımlı girişlerin veya çıkışların bulunması halinde bu koşulların sağlanamayacağı görülür. Bu aynı zamanda, durum denklemleri ayrı ayrı kurulan elemanlar birbirlerine bağlandıktan sonra bazı durum değişkenlerinin lineer bağımlı olduğu anlamına gelir. Böyle bir durumda, ya diğerlerine bağımlı olan durum değişkenleri ayrılarak sistemin mertebesi eksiltilmeli, ya da bu bağımlılığı ortadan kaldıracak elemanlar fiziksel görüşle sisteme eklenmelidir. Enerji sistemlerinde genellikle, iki veya daha fazla hattın birbirine bağlandığı ortak baralarda böyle durumla karşılaşmaktadır. Bu noktalarda zaten, baraların ve çeşitli ölçme-koruma cihazlarının kapasiteleri bulunmakta, fakat pratikte bunlar ihmal edilmektedir. Bu toprak kapasitelerinin ihmal edilmeyip sisteme ilave edilmesi halinde denklem kurma ağacının seçimi mümkün olabilmektedir. Bu durumda, elemanlar için kabul edilmiş olan eşdeğer devre kalıplarının değişmesi gerekmediğinden , pratikte bu yolun tutulması daha uygun olmaktadır.

Sistemi oluşturan elemanlardan dallarda ve kırışlerde bulunanlar kendi aralarında gruplanarak, durum denklemleri aşağıdaki biçimde birleştirilebilir:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_d \\ x_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_d & 0 \\ 0 & A_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ x_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_d & 0 \\ 0 & B_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ v_k \end{bmatrix} \quad (7.3)$$

$$\begin{bmatrix} v_d \\ i_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_d & 0 \\ 0 & C_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ x_k \end{bmatrix} \quad (7.4)$$

$$A_d = \text{diag}[A_{di}] ; B_d = \text{diag}[B_{di}] ; C_d = \text{diag}[C_{di}] \quad i=1,2,\dots,n_d$$

$$A_k = \text{diag}[A_{kj}] ; B_k = \text{diag}[B_{kj}] ; C_k = \text{diag}[C_{kj}] \quad j=1,2,\dots,n_k$$

$$x_d = [x_{d1} \ x_{d2} \ \dots]^T \quad x_k = [x_{k1} \ x_{k2} \ \dots]^T$$

Öte yandan, denklem kurma ağacında temel kesitleme ve temel çevre denklemleri yazılarak gerekli düzenlemeler yapılırsa,

$$\begin{bmatrix} i_d \\ v_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & Q_1 \\ -Q_1^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ i_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & Q_2 \\ -Q_2^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{Rd} \\ i_{Gk} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & Q_3 \\ -Q_3^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_e \\ i_j \end{bmatrix} \quad (7.5)$$

elde edilir. Burada;

i_d : dal akımlarını, i_k : Kiriş akımlarını
 v_d : dal gerilimlerini, v_k : Kiriş gerilimlerini
 v_e : gerilim kaynaklarının gerilimlerini
 i_j : akım kaynaklarının akımlarını
 v_{Rd} : dallarda bulunan direnç elemanlarının gerilimlerini
 i_{Gk} : kırışlerde bulunan direnç elemanlarının akımlarını göstermektedir.

Direnç elemanlarının lineer olması halinde uç bağıntıları kullanılarak,

$$\begin{bmatrix} i_d \\ v_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Q_2^T G_k Q_2^T & Q_1 \\ -Q_1^T & -Q_2^T R_d Q_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ i_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & Q_3 \\ -Q_3^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_e \\ i_j \end{bmatrix} \quad (7.6)$$

yazılabilir. Burada,

$$R_d = \text{diag} [R_{di}] \quad i = 1, 2, \dots, n_d$$

$$G_k = \text{diag} [G_{kj}] \quad j = 1, 2, \dots, n_k$$

olacaktır. (7.6) ifadesi (7.3)'teki durum denklemlerine yerleştirilerek;

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_d \\ x_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_d - B_d Q_2^T G_k Q_2^T & B_d Q_1 C_k \\ -B_k Q_1^T C_d & A_k - B_k Q_2^T R_d Q_2 C_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ x_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_d Q_3 \\ -B_k Q_3^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_e \\ i_j \end{bmatrix} \quad (7.7)$$

bulunur.

Sistemde lineer olmayan dirençlerin bulunması halinde ise, direnç elemanlarına ilişkin uç bağıntıları;

$$v_{Rd} = R_d(i_{Rd}) \quad (7.8)$$

$$i_{Gk} = G_k(v_{Gk}) \quad (7.9)$$

biçiminde lineer olmayan fonksiyonlarla ifade edileceğinden durum denklemleri (7.7)'deki biçime getirilemez. i_{Rd} ve v_{Gk} 'nin durum değişkenlerine bağlı olarak yazılmasıyla durum denklemleri:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_d \\ x_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_d - B_d Q_2^T G(x_k) & B_d Q_1 C_k \\ -B_k Q_1^T C_d & A_k - B_k Q_2^T R(x_d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ x_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & B_d Q_3 \\ -B_k Q_3^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_e \\ i_j \end{bmatrix} \quad (7.10)$$

olarak elde edilir.

(7.7) ve (7.10) denklemlerinden açıkça görüldüğü gibi, anahtarlara karşı düşen parametreler, dolayısıyla sistem matrisinin ilgili elemanları, açma veya kapama işlemlerinin yapıldığı t_v anlarında darbesel olarak değişmektedir. Ayrıca, sistemde parafudr gibi uç bağıntısı lineer olmayan elemanların bulunması halinde, sistem matrisi durum değişkenlerine bağımlı olmaktadır. Bu özellikler nedeniyle, genel olarak, bir enerji iletim ve dağıtım tesisinin lineer olmayan ve zamanla darbesel olarak değişen sistem niteliği taşıdığı söylenebilir.

7.3. Durum Denklemlerinin Çözümü

Enerji sistemlerinin geçici rejimdeki davranışlarına belirlemek üzere izlenebilecek en uygun yol, durum denklemlerinin sayısal yöntemlerle bilgisayarda çözülmesi olmaktadır.

Bir enerji sisteminin, önceki ayrıttta elde edilen durum denklemleri genel halde:

$$\frac{d}{dt} x(t) = f(x, t) \quad (7.11)$$

biçiminde gösterilebilir. Bu yapıdaki birinci mertebe diferansiyel denklem takımının sayısal çözümü için bir çok algoritma geliştirilmiş ve kullanılmaktadır. Ancak, bunların arasından uygun bir tanesinin seçilmesinde problemin aşağıdaki

özelliklerinin gözönünde tutulması gerekir:

a.) Enerji sistemlerinde, özellikle geçici rejimin başlangıcında akım ve gerilimler çok hızlı değişim göstermekte; bu değişimleri doğru olarak saptayabilmek üzere, integrasyon adımının çok küçük seçilmesi zorunlu olmaktadır. Geçici olayların devamında ise, değişimler yavaşladığından daha büyük integrasyon adımlarıyla yeterli doğruluk elde edilebilmektedir. Pratikte karşılaşılan değerlere göre, başlangıçta adımın mikrosaniye mertebesinde alınması; öte yandan geçici olayları tam olarak belirlemek üzere integrasyonun birkaç yüz mikrosaniye devam ettirilmesi gerekmektedir. Durum değişkeni sayısı çok büyük değerlere ulaşan enerji sistemlerinde her integrasyon adımı yapılan işlem sayısı, buna bağlı olarak da bilgisayar süresi çok arttığından integrasyon adımı sürekli olarak değiştirme yoluna gidilmelidir. Böyle özellikler gösteren diferansiyel denklem takımlarının çözümü için özel yöntemler geliştirilmiştir [43]. Bu yöntemlerde, belli bir hata kriterine göre her adımda integrasyon adımı kontrol edilerek mümkün olan en büyük değer seçilmekte, böylece bilgisayar süresi kısaltılmaktadır.

b.) Transformatör ve enerji iletim hatları için kanonik türden eşdeğer devreler kullanıldığından sistem matrisleri 'band matris' biçimindedir. Öte yandan, enerji sistemlerinin genel yapısı nedeniyle, uç bağıntılarına karşı düşen matrislerde sıfırdan farklı elemanların sayısı, matrislerin mertebesine göre çok azdır. Bu yüzden, durum denklemlerinde yer alan matrisler seyrek matris (Sparse Matrix) niteliğini taşırlar. Sayısal integrasyonda bu durumun da gözönünde tutulması, seyrek matrislere özgü yöntemlerle hafıza gereksinmesinin ve işlem süresinin azaltılması önem taşımaktadır.

Durum denklemlerinin sayısal çözümü için, IBM SSP'den alınarak geliştirilen ve [45]'de DFDSIS adıyla verilen alt-program kullanılmıştır. Burada uygulanan yöntem, temelde dördüncü mertebe Runge-Kutta algoritmasına dayanmaktadır. Bilin-

diği gibi, Taylor serisi yöntemleri sınıfına giren Runge-Kutta algoritması, lokal kesme hatasının (local truncation error) küçük olması nedeniyle tercih edilmektedir. Algoritmanın genel ifadesi aşağıda verilmiştir:

$$x_{n+1} = x_n + h \cdot K_4(x_n, t_n; h)$$

$$K_4(x_n, t_n; h) = \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$k_1 = f(x_n, t_n) \quad (7.12)$$

$$k_2 = f(x_n + \frac{h}{2}, k_1, t_n + \frac{h}{2})$$

$$k_3 = f(x_n + \frac{h}{2}, k_2, t_n + \frac{h}{2})$$

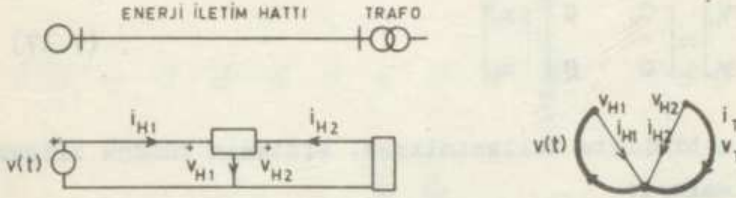
$$k_4 = f(x_n + h, k_3, t_n + h)$$

Buradan görüldüğü gibi, $f(x, t)$ nin lineer olmayan ve kapalı bir fonksiyon olması halinde de, algoritmanın uygulanması pratik bir güçlük ortaya çıkartmaz. Kullanılan altprogramda adım büyüklüğü değiştirilerek, verilen hata toleransına göre en uygun adım seçilmektedir. Öte yandan, $f(x, t)$ fonksiyonunun tanımlandığı altprogramda alınan önlemlerle değeri sıfır olan elemanların işlemlere girmemesi sağlanmış, böylece durum denklemlerinin çözümünde bilgisayar süresi geniş ölçüde kısaltılmıştır.

7.4. Uygulama Örnekleri

7.4.1. Bir Hat ve Bir Transformatörden Oluşan Sistem

Deneylerde kullanılan Transformatörün uçlarına bir hat modeli bağlanarak, şeması ve grafi Şekil-33'de görülen sistem elde edilmiştir.



Şekil-33 Hat + Transformatörden oluşan sistemin şeması ve grafi

Sistemi oluşturan iletim hattının ve transformatörün durum denklemleri:

$$\dot{x}_H(t) = A_H x_H(t) + B_H u_H(t) \quad ; \quad y_H(t) = C_H x_H(t) \quad (7.13)$$

$$\dot{x}_T(t) = A_T x_T(t) + B_T u_T(t) \quad ; \quad y_T(t) = C_T x_T(t) \quad (7.14)$$

biçiminde ayrı ayrı kurulabilir. Burada giriş ve çıkışlar,

$$u_H(t) = [v_{H1}(t) \quad v_{H2}(t)]^T \quad ; \quad y_H(t) = [i_{H1}(t) \quad i_{H2}(t)]^T$$

$$u_T(t) = i_T(t) \quad ; \quad y_T(t) = v_T(t)$$

olarak tanımlanmıştır.

Şekil-33'deki grafi, seçilen ağaç kalın çizgilerle belirtilmiştir. Temel kesitleme ve temel çevre denklemlerinden yararlanılarak;

$$\begin{bmatrix} v_{H1} \\ v_{H2} \\ i_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{H1} \\ i_{H2} \\ v_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot v(t) \quad (7.15)$$

veya daha kısa olarak:

$$\begin{bmatrix} u_H \\ u_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & Q_{11} \\ -Q_{11}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_H \\ y_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Q_{21} \\ Q_{22} \end{bmatrix} \cdot v(t) \quad (7.16)$$

yazılabilir. Öte yandan, (7.13) (7.14) birleştirilir ve (7.16) denklemi

$$\begin{bmatrix} y_H \\ y_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_H & 0 \\ 0 & C_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_H \\ x_T \end{bmatrix} \quad (7.17)$$

bağıntısıyla birlikte kullanılırsa, sistemin tümüne ilişkin durum denklemleri:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_H \\ x_T \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_H & B_H Q_{11} C_T \\ -B_T Q_{11}^T C_H & A_T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_H \\ x_T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_H Q_{21} \\ B_T Q_{22} \end{bmatrix} \cdot v(t) \quad (7.18)$$

olarak elde edilir.

$$[B_H Q_{11} C_T]^T = B_T Q_{11}^T C_H \quad (7.19)$$

eşitliğinin her zaman geçerli kalacağı gösterilebilir. Bunun sonucu olarak (7.18) denklemindeki sistem matrisi de 'skew symmetric' yapıda olacaktır.

Deney Transformatörünün uç empedans karakteristiğinden hareketle, 5.1.2. ayırıtında açıklanan biçimde kurulan Foster devresine ilişkin durum denklemleri Tablo-IV'de verilmiştir.

Deney düzeninde kullanılan hat modelinin toplam parametreleri

$$L_H = 0.35 \text{ mH}$$

$$C_H = 10.0 \text{ nF}$$

$$R_H = 50.0 \text{ } \Omega$$

olduğuna göre, iki gözlü T eşdeğer devresi için durum denklemleri Tablo-V 'de görüldüğü gibi elde edilir. (7.18) bağıntısı uyarınca, $-B_T Q_{11}^T C_H$ çarpımıyla tanımlanan arabağlantı matrisi de Tablo-VI daki gibi olacaktır.

DENEY TRANSFORMATÖRÜNE İLİŞKİN DURUM DENKLEMLERİ :

C1 MATRISI

TABLO V

ENERJİ İLETİM HATTINA İLİŞKİN DURUM DENKLEMLERİ :

A_H MATRİSİ

0.143E08	0.	0.	-0.114E05	0.
0.	0.143E08	0.	0.571E04	-0.571E04
0.	0.	0.143E08	0.	0.114E05
0.200E07	-0.200E07	0.	0.	0.
0.	0.200E07	-0.200E07	0.	0.

B_H MATRİSİ

0.114E05	0.
0.	0.
0.	-0.114E05
0.	0.
0.	0.

C_H MATRİSİ

-1.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	1.	0.	0.

TABLO VI

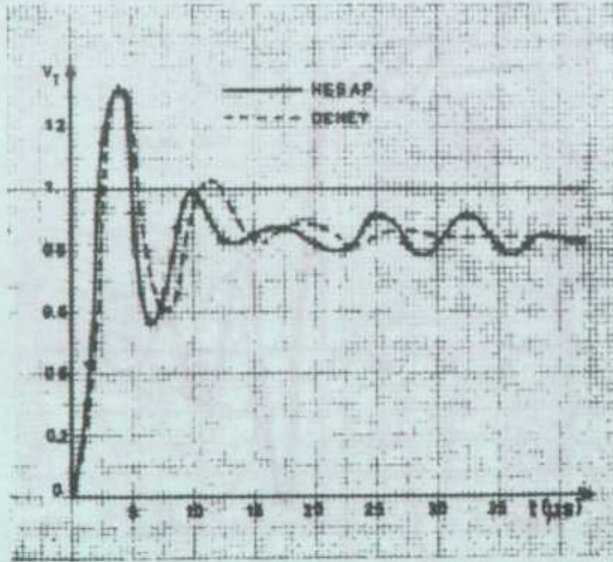
ARABAĞLANTI MATRİSİ

(-B_i Q_{ii}⁻¹ C_H)

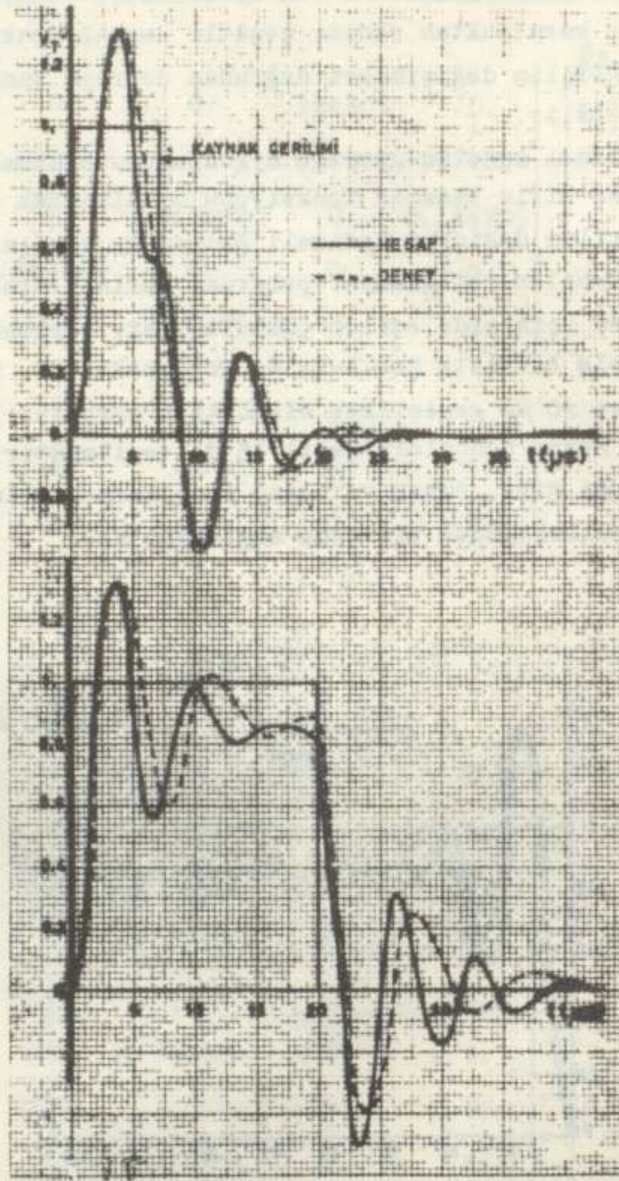
0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.114E05	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.114E05	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.114E05	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.114E05	0.	0.
0.	0.	0.	0.	0.
0.	0.	0.114E05	0.	0.

Sistemin tümüne ilişkin durum denklemleri yukarıda açıklanan biçimde kurulduktan sonra, çeşitli kaynak fonksiyonlarına karşı düşen gerilim değişimleri doğrudan doğruya zaman domeninde elde edilebilir.

Matematiksel modelin gerçeğe uygunluğunu sınamak amacıyla, deney düzenine birim basamak fonksiyonu uygulanarak sargı uçlarındaki gerilim değişimi hafızalı osiloskop yardımıyla gözlenmiştir. Yazılan bilgisayar programı kullanılarak aynı kaynak fonksiyonu için elde edilen çözüm eğrisi, osiloskopta gözlenen değişimle birlikte Şekil-34'de görülmektedir. Benzer biçimde, 7 μ s ve 20 μ s genişlikte dikdörtgen darbeler için bulunan deney ve hesap sonuçları Şekil-35'de verilmiştir. Eğrilerden görüleceği gibi, deney ve hesap sonuçları arasında pratikte kabul edilebilecek bir uyum sağlanmaktadır.

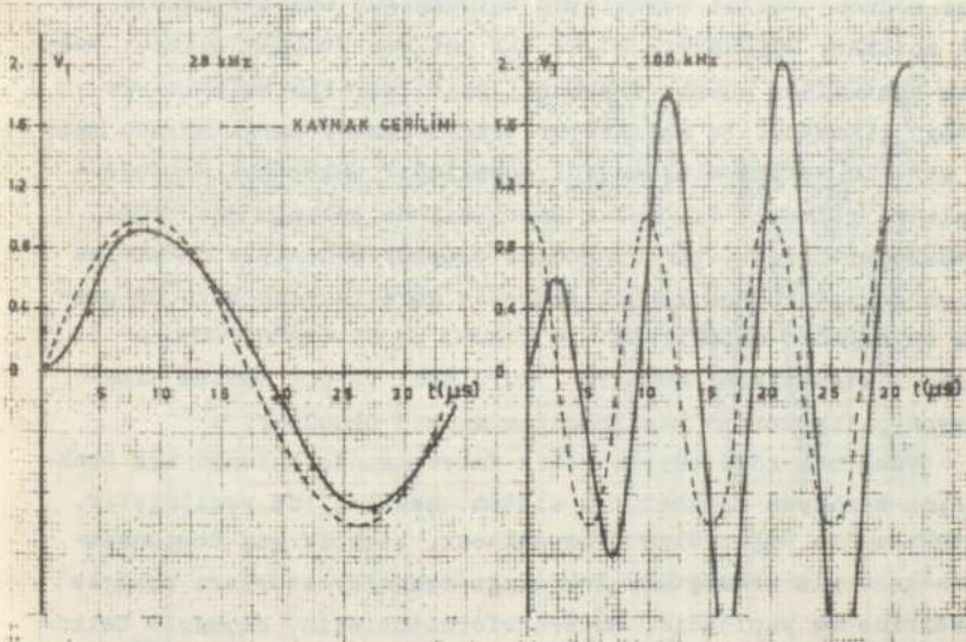


Şekil-34 Birim basamak kaynak fonksiyonu için sargı uçlarında görülen gerilim değişimi.



Şekil-35 Dikdörtgen darbe biçiminde kaynak fonksiyonları için sargı uçlarında, deney ve hesaplama bulunan gerilim değişimleri

Transformatörlerin yer aldığı enerji iletim ve dağıtım sistemlerinde zaman zaman yüksek frekanslı gerilim dalgalarının meydana geldiği bilinir. Bu gerilimlerin frekansı ve sönümü, sistemin tümüne ilişkin matematiksel modelin özdeğerlerine bağlıdır. Böyle durumlarda, sistemin çeşitli noktalarında zararlı aşırı gerilim zorlanmaları oluşmaktadır. Örnek olarak ele alınan Hat - Transformatör sistemine yüksek frekanslı sinüzoidal gerilim uygulanarak sistemin davranışı incelenmiştir. Şekil-36'da, sargının öz frekanslarına yakın değerler olan, 28 kHz ve 100 kHz frekanslı kaynak fonksiyonları için sargı uçlarında meydana gelen gerilim değişimleri gösterilmiştir. 28 kHz frekanslı kaynak fonksiyonu için sargı uçlarında önemli bir gerilim yükselmesi oluşmamakta, buna karşın 100 kHz frekanslı kaynak durumunda sargı uçlarındaki gerilim kaynak geriliminin yaklaşık iki katına ulaşmaktadır.

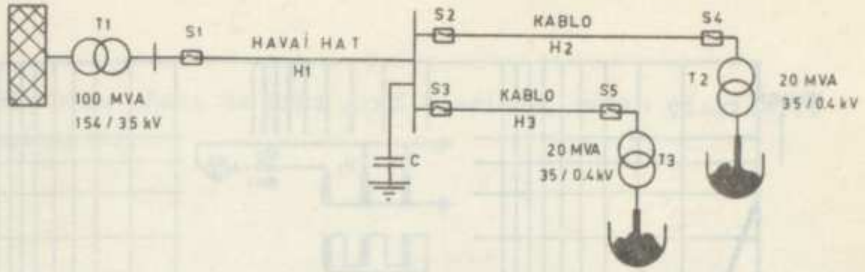


Şekil-36 Sistem yüksek frekanslı kaynak fonksiyonuyla uyarıldığında, sargı uçlarında görülen gerilim değişimi.

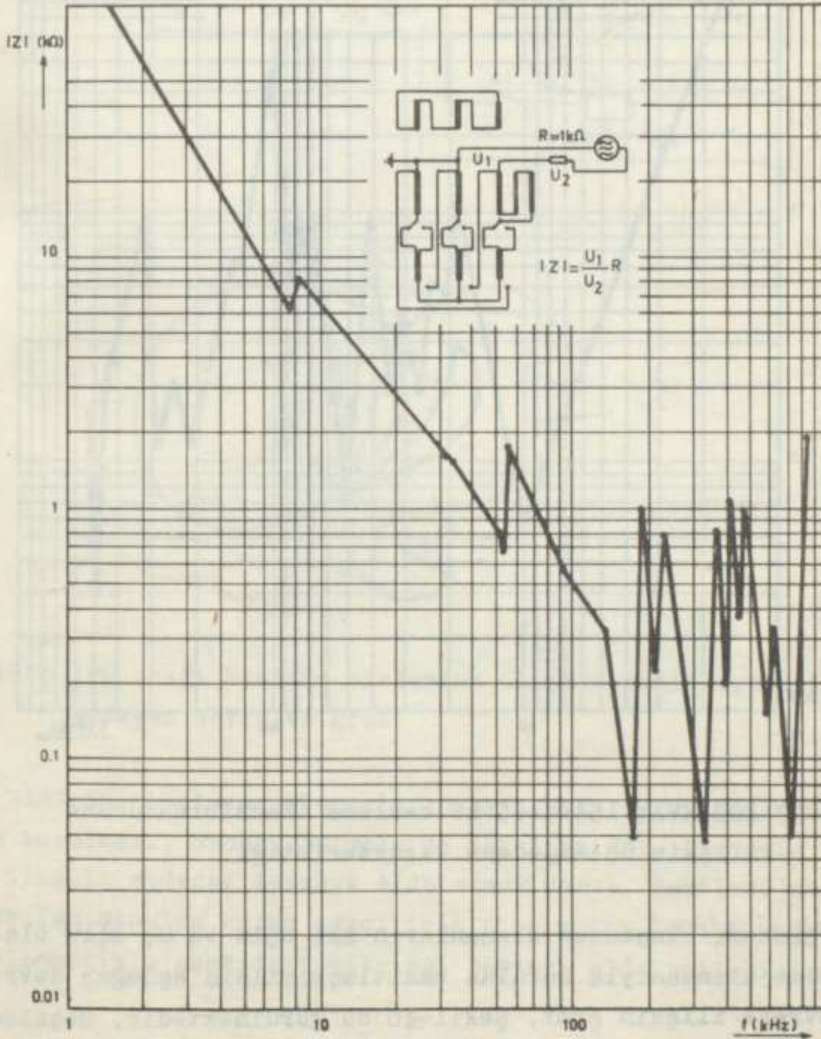
7.4.2. Bir Çelik Fabrikasında Ark Ocaklarını Besleyen Sistem

Çelik fabrikalarında ark ocaklarına enerji sağlayan elektriksel sistemlerde geçici olayların incelenmesi özel bir önem taşımaktadır. Bilindiği gibi, ark ocağı besleme sistemlerinde özel yapıda fırın transformatörleri, kablo veya havai hatlarla bir orta gerilim barasına bağlanmakta, bu baranın enerjisi de bir güç transformatörü vasıtasıyla enterkonnekte şebekeden sağlanmaktadır. Çelik sanayiinde ekonomik nedenlerle, çoğunlukla iki veya daha fazla sayıda ark ocağının aynı baradan beslenmesi söz konusu olur. Bu ocaklar, normalde, yükleme ve boşaltma zamanları açısından birbirinden bağımsız olarak çalışırlar. Yükleme veya boşaltmanın yapılacağı zaman, fırın transformatörleri primer yanlarından açılarak enerjisiz bırakılırlar. Öte yandan, maden ergitme sırasında aşırı akım rölelerinin çalışması sonucu çeşitli noktalarda bulunan güç anahtarlarının sık sık açılması mümkündür. Böyle bir çalışma temposu içinde, besleme sisteminde yüksek frekanslı aşırı gerilim salınımları ortaya çıkmakta, bu salınımlar transformatör sargılarında aşırı gerilim zorlanmalarına yol açmaktadır. Nitekim, Ülkemizde faaliyet gösteren bir çelik fabrikasında bulunan ark ocağı transformatörleri, bu tür geçici olaylar nedeniyle defalarca arızalanmıştır. Söz konusu sistemde karşılaşılan sorunun gerçek kaynağının anlaşılması ve çözümü, sistemin tümüne ilişkin matematiksel modelin kurulması ve çok sayıda simülasyon çalışmasının yapılmasıyla mümkün olmuştur.

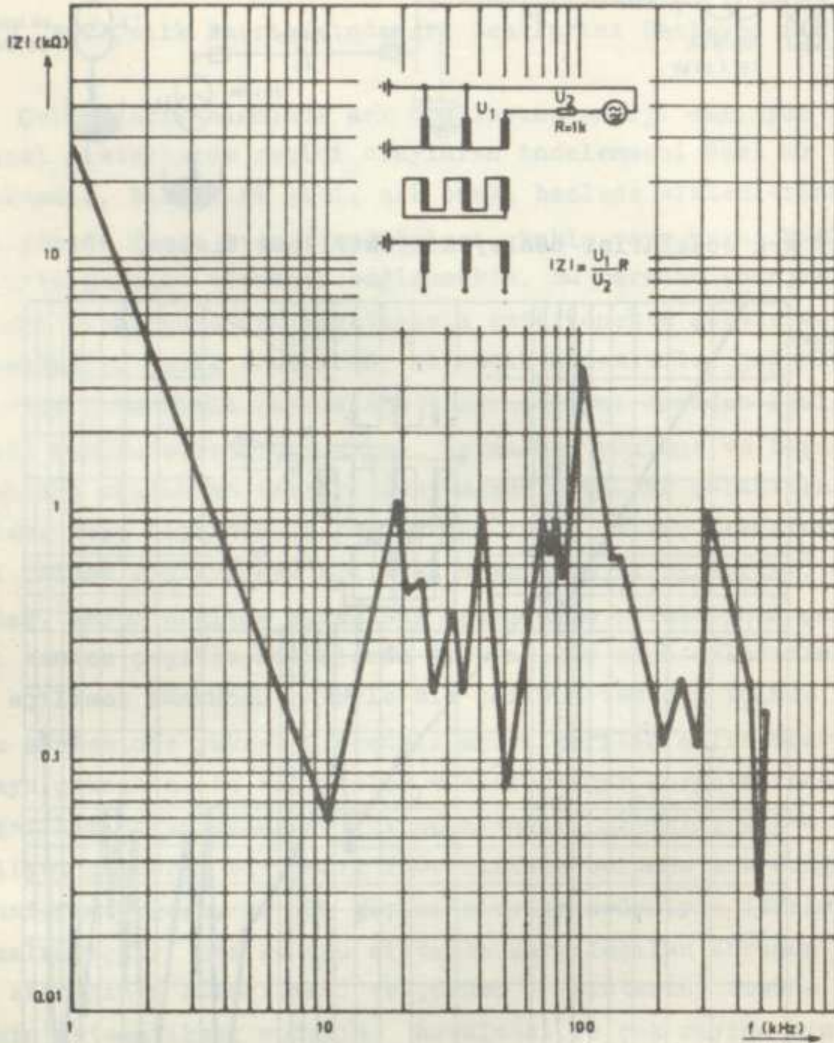
Yukarıda sözü edilen çelik fabrikasında bulunan ark ocaklarını besleyen elektriksel sistem, Şekil-37'de verilmiştir. Ortak baraya bağlı olan C kapasitesi, reaktif güç kompanzasyonu amacıyla konmuştur. Ark ocağı transformatörleri tümüyle birbirine eş yapıdadır. Bu transformatörlerin, ölçmeyle belirlenen uç empedans karakteristiği Şekil-38'de görülmektedir. Benzer biçimde, 100 MVA besleme transformatörüne ilişkin uç empedans karakteristiği de Şekil-39'dadır.



Şekil-37 Ark ocaklarını besleyen elektriksel sistem.



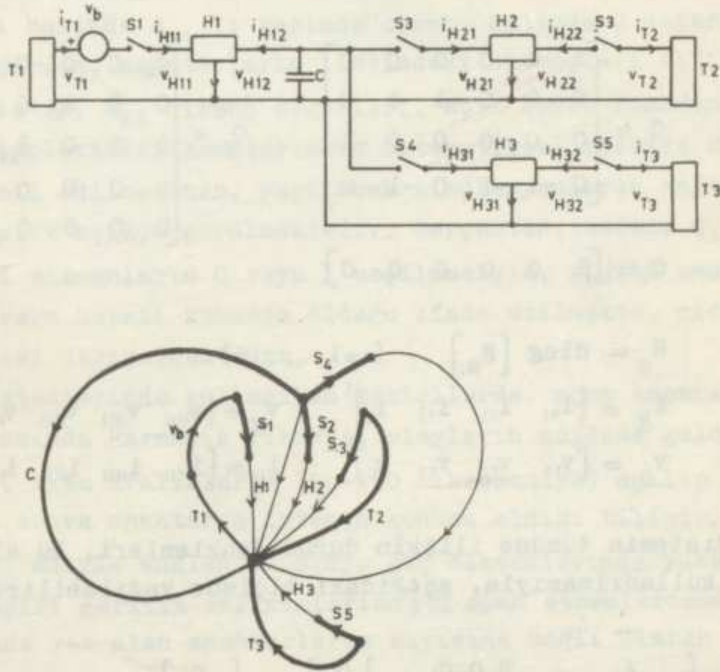
Şekil-38 Ark ocağı transformatörlerine ilişkin uç empedans karakteristiği.



Şekil-39 100 MVA; 154/34.5 kV besleme transformatorüne ilişkin uç empedans karakteristiği.

Sistemi oluşturan elemanların iki uçlu ve üç uçlu olarak gözönüne alınmasıyla kurulan basitleştirilmiş eşdeğer devre ve bu devreye ilişkin graf, Şekil-40'da görülmektedir. Seçilen

denklem kurma ağacı da aynı graf üzerinde, kalın çizgilerle belirtilmiştir.



Şekil-40 Ark ocağı besleme sistemine ilişkin basitleştirilmiş eşdeğer devre ve graf.

Sistemi oluşturan elemanların ayrı ayrı durum denklemlerinin kurulması, önceki bölümlerde açıklanmıştı. Sistemin tümüne ilişkin eşdeğer devreyi elde etmek üzere, Şekil-40'da gösterilen denklem kurma ağacı için yazılacak denklemlerin düzenlenmesiyle aşağıdaki matrisel bağıntı elde edilebilir.

$$\begin{bmatrix} i_g \\ v_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & Q_1 \\ -Q_1^T & -Q_2^T R_a Q_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_g \\ i_g \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -Q_3^T \end{bmatrix} \cdot v_b \quad (7.20)$$

Buradaki alt matrisler şöyle tanımlanmıştır:

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad Q_2 = \begin{bmatrix} \bar{s}_{a1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{s}_{a2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \bar{s}_{a3} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{s}_{a4} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \bar{s}_{a5} \end{bmatrix}$$

$$Q_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$R_a = \text{diag} [R_{a_i}] \quad (i=1, \dots, 5)$$

$$i_g = \begin{bmatrix} i_{T1} & i_{T2} & i_{T3} & i_C \end{bmatrix}^T \quad v_g = \begin{bmatrix} v_{H11} & v_{H12} & v_{H21} & v_{H22} & v_{H31} & v_{H32} \end{bmatrix}^T$$

$$v_g = \begin{bmatrix} v_{T1} & v_{T2} & v_{T3} & v_C \end{bmatrix}^T \quad i_g = \begin{bmatrix} i_{H11} & i_{H12} & i_{H21} & i_{H22} & i_{H31} & i_{H32} \end{bmatrix}^T$$

Sistemin tümüne ilişkin durum denklemleri, bu alt matrislerin kullanılmasıyla, aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_d \\ x_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_d & B_d Q_1 C_k \\ -B_k Q_1^T C_d & A_k - B_k Q_2^T R_a Q_2 C_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_d \\ x_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -B_k Q_3^T \end{bmatrix} \cdot v_b(t) \quad (7.21)$$

Burada d indisiyle dallarda, k indisiyle de kırıgelerde bulunan elemanlar ifade edilmektedir. Ayrıca,

$$A_d = \text{diag} [A_{T1}, A_{T2}, A_{T3}, A_C] \quad A_k = \text{diag} [A_{H1}, A_{H2}, A_{H3}]$$

$$B_d = \text{diag} [B_{T1}, B_{T2}, B_{T3}, B_C] \quad B_k = \text{diag} [B_{H1}, B_{H2}, B_{H3}]$$

$$C_d = \text{diag} [C_{T1}, C_{T2}, C_{T3}, C_C] \quad C_k = \text{diag} [C_{H1}, C_{H2}, C_{H3}]$$

$$x_d = \begin{bmatrix} x_{T1} & x_{T2} & x_{T3} & x_C \end{bmatrix}^T \quad x_k = \begin{bmatrix} x_{H1} & x_{H2} & x_{H3} \end{bmatrix}^T$$

olarak tanımlanmıştır.

Yukarıdaki biçimde elde edilen durum denklemlerinin, verilen kaynak fonksiyonu ve ilk koşullar için sayısal olarak çözülmesiyle, sistemin davranışı doğrudan doğruya zaman domaininde belirlenebilir.

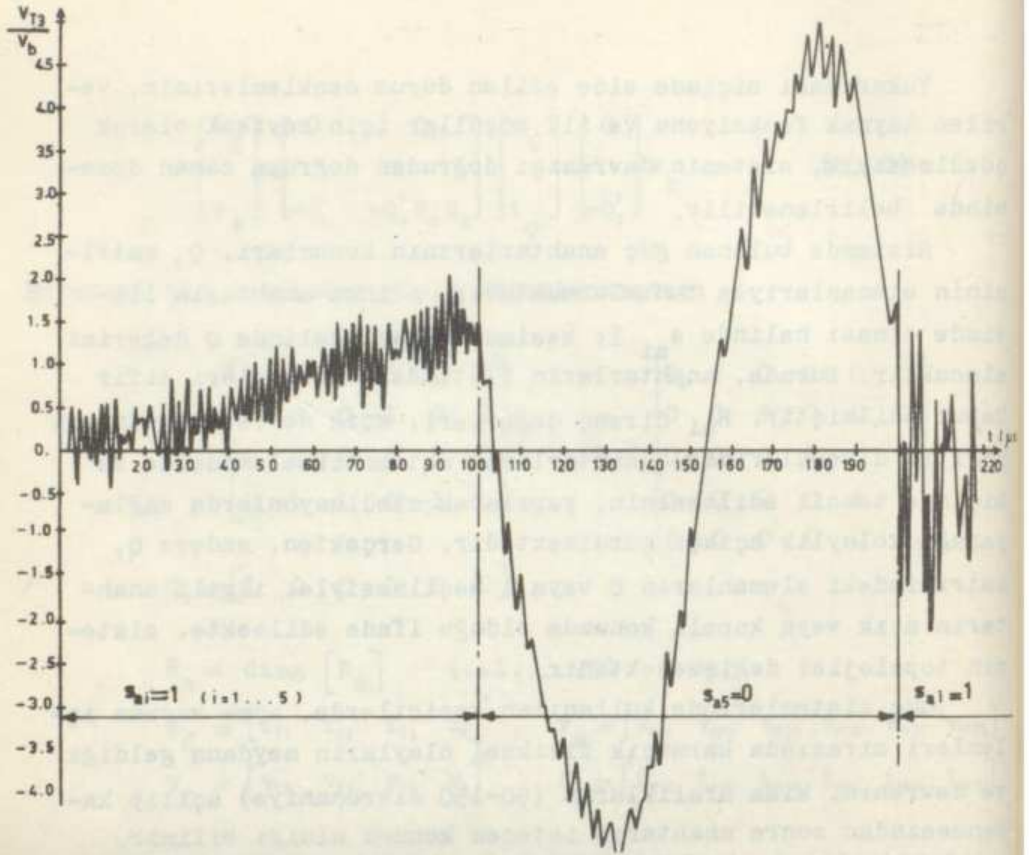
Sistemde bulunan güç anahtarlarının konumları, Q , matrisinin elemanlarıyla tanımlanmaktadır. i 'inci anahtarın iletimde olması halinde $s_{ai} = 1$; kesimde olması halinde 0 değerini alacaktır. Burada, anahtarların iletimdeki dirençleri sıfır kabul edilmiştir. R_{ai} direnç değerleri, açık devre konumundaki yalıtım dirençleridir. Anahtarların matematiksel modelde bu biçimde temsil edilmesinin, yapılacak simülasyonlarda sağlayacağı kolaylık açıkça görülmektedir. Gerçekten, sadece Q , matrisindeki elemanların 0 veya 1 seçilmesiyle, ilgili anahtarın açık veya kapalı konumda olduğu ifade edilmekte, sistemin topolojisi değişmemektedir.

Güç sistemlerinde kullanılan kesicilerde, açma kapama işlemleri sırasında karmaşık fiziksel olayların meydana geldiği ve devrenin, kısa aralıklarla (50-150 mikrosaniye) açılıp kapanmasından sonra anahtarın istenen konumu aldığı bilinir.

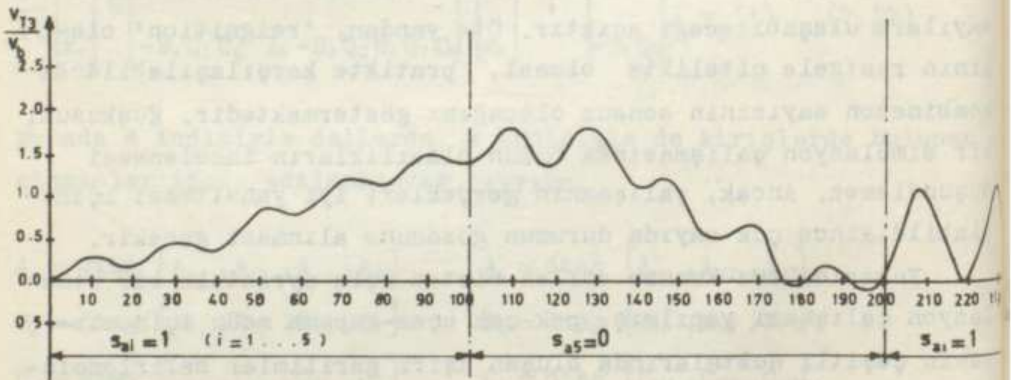
'reignition' adıyla anılan bu olay, güç sistemlerinde yüksek frekanslı aşırı gerilim salınımlarına yol açan etkenlerdendir.

Sistemde yer alan anahtarların sayısına bağlı olarak uygulamada yapılabilecek açma-kapama kombinezonlarının büyük sayılara ulaşabileceği açıktır. Öte yandan, 'reignition' olayının rastgele nitelikte olması, pratikte karşılaşılabilecek kombinezon sayısının sonsuz olacağını göstermektedir. Kuşkusuz, bir simülasyon çalışmasında bütün olasılıkların incelenmesi düşünülemez. Ancak, çalışmanın gerçekleri iyi yansıtması için olabildiğince çok sayıda durumun gözönüne alınması gerekir.

Yukarıda söz konusu edilen sistem için ayrıntılı bir simülasyon çalışması yapılmış, pek çok açma-kapama modu için sistemin çeşitli noktalarında oluşan aşırı gerilimler belirlenmiştir [46]. Tezde bu çalışmanın ayrıntılarına girilmeyecektir.



Şekil-41 T3 transformatörünün uçlarında görülen yüksek frekanslı aşırı gerilim salınımları.



Şekil-42 Seri reaktör kullanılması halinde T3'un uç gerilimi

Sadece, bazı elverişsiz koşullar altında transformatör uçlarında meydana gelen aşırı gerilim salınımlarına örnek olarak Şekil-41'deki çözüm verilmiştir. Burada; Şekil-37'de görülen T1 transformatörü sürekli rejimde çalışmaktayken ve besleme geriliminin ani değeri maksimumdan geçerken, bütün ilk koşulları sıfır olan T2 ve T3 transformatörlerinin aynı anda devreye girdikleri düşünülmüştür. 100 mikrosaniyede S5 anahtarı açılmış, 200 mikrosaniyede tekrar kapatılmıştır. Bu çalışma sırasında T3 transformatörünün uç gerilimi Şekil-41'deki gibi hesaplanmıştır. Görüleceği üzere, transformatör uçlarında, genliği nominal gerilim değerinin 4.5 katına ulaşan ve temel bileşen frekansı 10 kHz civarında olan bir aşırı gerilim salınımı meydana gelmiştir. Bu tür aşırı gerilimlerin frekans ve genliği, sistemin tümüne ilişkin özdeğerlerle yakından ilgilidir. Ayrıca, anahtarların konum değiştirdiği andaki ilk koşullar da önemli rol oynamaktadır.

Güç sistemlerinde meydana gelen açma-kapama aşırı gerilimlerini ortadan kaldırmanın etkin bir yolu, sisteme filtre devreleri ilave edilerek yüksek frekanslı bileşenlerin süzülmesidir. Yukarıdaki sistem için önerilebilecek çözümler ayrı ayrı denenerek içlerinde en uygunu bulunabilir. Örnek olarak, endüktansı 1 mH olan havalı bir bobinin T2 ve T3 transformatörlerinin uçlarına seri bağlanması halinde, aynı koşullar altında ve aynı noktada bulunan gerilim değişimi Şekil-42'de verilmiştir. Burada, yüksek frekanslı bileşenlerin yumuşatıldığı ve transformatör uçlarında oluşan aşırı gerilimin zayıfladığı gözlenmektedir.

BÖLÜM VIII

8. SONUÇ

Bu tezde, güç transformatörlerinde meydana gelen hızlı değişimli geçici olayların incelenmesinde yararlanılabilecek yeni bir model ortaya atılmış; bu model yardımıyla, enerji iletim ve dağıtım sistemlerinde yer alan transformatörlerin geçici rejim davranışlarının belirlenebileceği gösterilmiştir.

Transformatörlerde geçici gerilim salınımlarına yol açan en önemli etkenlerden biri de, sistemde yapılan devre açma-kapama işlemleridir. Söz konusu geçici olayların incelenmesinde, gerçek sistemde yapılan ölçmelerin dışında en gerçekçi yaklaşım, sistemin tümüne ilişkin matematiksel modelin kurulması ve dinamik denklemlerin sayısal yöntemlerle çözülmesidir. Literatürde karşılaşılan ve şimdiye kadar kullanılagelen modeller, ancak transformatör iç yapısının ayrıntılı olarak bilinmesi halinde elde edilebilir. Halbuki, kurulu tesislerde yer alan transformatörler için bu bilgilerin her zaman elde edilmesi mümkün değildir. Tezde geliştirilen model ise, doğrudan doğruya transformatörün uç empedans karakteristiğinden hareketle kurulur. Bu karakteristik, ölçme yoluyla kolaylıkla elde edildiğinden uygulamada önemli bir güçlükle karşılaşmamaktadır.

Öte yandan, enerji iletim ve dağıtım sistemlerinde transformatörlerle birlikte kullanılan kablo, havai hat, güç anahtarı, filtre gibi bileşenlerin durum modelleri de tezde verilmiştir. Bir besleme sisteminin tümüne ilişkin durum denklemleri bu bileşenler için ayrı ayrı elde edilen modeller kullanılarak doğrudan doğruya yazılabilmektedir. Bu amaçla, genel ve uygulamaya yönelik bir yöntem geliştirilmiştir. Önerilen yönteme

göre, sistemi oluşturan bileşenler iki uçlu ve üç uçlu devre elemanları olarak gözönüne alınmakta, sistem grafında seçilen uygun bir ağaç için yazılan temel çevre ve temel kesitleme denklemlerinden arabağlantı matrisleri elde edilmektedir.

Transformatörler ve enerji iletim hatları için tezde önerilen eşdeğer devreler kanonik yapıda olduğundan, durum denklemlerindeki katsayı matrisleri band biçimindedir. Buna bağlı olarak, sistemin tümüne ilişkin durum denklemleri yazıldığında katsayı matrisi seyrek (sparse) yapıda elde edilir. Çözüm sırasında bu özellik gözönünde tutularak bilgisayarda işlem süresi geniş ölçüde kısaltılabilir.

Geliştirilen yöntemin pratiğe uygulanmasını göstermek üzere tezde iki örnek verilmiştir. Bunlardan birincisi, laboratuvarında bir deney transformatörü ve bir hat modeliyle gerçekleştirilen sisteme ilişkindir. Bu deney düzeni yardımıyla, birim basamak ve dikdörtgen darbe biçiminde darbe gerilimleri için transformatör uçlarında oluşan gerilim değişimleri gözlenmiştir. Öte yandan, sistemin matematiksel modeli yardımıyla aynı kaynak fonksiyonları için uç gerilimleri hesaplanmış, deneylerde gözlenen değişimlerle uyum sağlandığı gösterilmiştir. Ele alınan diğer örnek ise, ülkemizde bulunan bir çelik fabrikasında ark ocaklarını besleyen elektriksel sisteme ilişkindir. Bu örnekte, sistemin matematiksel modeli çıkartılmış ve tipik bir çözüm verilmiştir.

Yapılan çalışmalar, açma-kapama işlemlerinin, besleme sisteminin çeşitli noktalarında ve özellikle transformatör uçlarında yüksek frekanslı aşırı gerilim salınımlarına yol açtığını göstermiştir. Bazı özel hallerde, bu aşırı gerilimler önemli boyutlara ulaşmaktadır. Geliştirilen model kullanılarak yapılacak çok sayıda simülasyonla, enerji sistemlerinde ortaya çıkabilecek sorunların önceden görülmesi ve önlem alınması mümkündür.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

- [1] P.A.Abetti, 'Bibliography on the Surge Performance of Transformers and Rotating Machines' AIEE Trans. Vol.77, Part III, pp.1150-1168, Dec.1958.
- [2] R.Rüdenberg, 'Performance of Travelling Waves in Coils and Windings', AIEE Trans. Vol.59, pp.1031-1040; 1257-1262, 1940.
- [3] E.T.Norris, 'The Lightning Strength of Power Transformers', Journal IEEE, vol.95, Part II, pp.389-401, 1948.
- [4] J.Pirenne, 'Théorie Générale des Phénomènes Oscillatoires dans les Enroulements de Transformateurs', Revue Générale de l'Electricité, Vol.47, No.1-2, pp.19-29; No.3-4, pp.56-63, Jan.1940.
- [5] P.A.Abetti, 'La Détermination des Tensions Transitoires au Moyen de Transformateurs Expérimentaux de Modèle Réduit' C.I.G.R.E. Rapport 131, 1954
- [6] P.A.Abetti, G.E.Adams, F.J.Maginniss, 'Oscillations of Coupled Windings', AIEE Trans. Vol.74, Part III, pp.12-21, April 1955.
- [7] P.A.Abetti, 'Méthodes pour l'Etude des Tensions Anormales dans les Transformateurs', Bulletin Scientifique de l'Association des Ingénieurs Electriciens Sortis de l'Institut Montefiore, pp.852-904, 1957.
- [8] B.M.Dent, E.R.Hartill, J.G.Miles, 'A Method of Analysis of Transformer Impulse Voltage Distribution using a Digital Computer', IEEE Proc., Vol.105, Part A, No.23, pp.445-459, Oct.1958
- [9] B.N.Jayaram, 'Bestimmung der Strassspannungsverteilung in Transformatoren mit Digitalrechner', ETZ-A, H.1, S.1-9, Jan.1961
- [10] G.M.Stein, 'A Study of the Initial Surge Distribution in Concentric Transformer Windings', IEEE Trans. Vol.PAS-83, pp.877-893, Sept.1964.
- [11] J.H.McWhirter, 'Effect of Impulse Voltage Waveshape on Transformer Transient Response', IEEE Conference Paper Presented at Winter Power Meeting, 1970, New York.

- [12] P.I.Fergestad, Transient Oscillations in Transformer Windings, Oslo Universitetsforlaget, Dr. Thesis, 1972
- [13] P.I.Fergestad, T.Henriksen, 'Transient Oscillations in Multiwinding Transformers', IEEE Trans. Vol.PAS-93, No.2, pp.500-509, March-April 1974.
- [14] P.I.Fergestad, T.Henriksen, 'Inductances for the Calculation of Transient Oscillations in Transformers', IEEE Trans. Vol.PAS-93, No.2, pp 510-517, March-April 1974
- [15] A.J.McElroy, 'On the Significance of Recent EHV Transformer Failures Involving Winding Resonance', IEEE Trans. Vol.PAS-94 No.4, pp.1301-1316, July-Aug. 1975.
- [16] W.J.McNutt, T.J.Blalock, R.A.Hinton, 'Response of Transformer Windings to System Transient Voltages', IEEE Trans. Vol.PAS-93, No.2, pp.457-467, March-April 1974.
- [17] H.L.Nakra, T.H.Barton, 'Three Phase Transformer Transients' IEEE Trans. Vol.PAS-93, No.6, pp.1810-1819, Nov.-Dec.1974.
- [18] R.C.Degeneff, 'A General Method for Determining Resonances in Transformer Windings', IEEE Trans., Vol.PAS-96, No.2, pp.423-430, March-April 1977.
- [19] O.Soydal, 'Açma-Kapama Anlarında Şebekelerde ve Transformatör Sargılarında Oluşan Geçici Olayların İncelenmesi', MMLS Tezi, İ.T.Ü. Müh.Mim.Fak. Mart 1978.
- [20] R.J.Musil, G.Preininger, E.Schopper, S.Wenger, 'Voltage Stresses Produced by Aperiodic and Oscillating System Overvoltages in Transformer Windings', IEEE Trans. Vol.PAS-100, No.1, pp.431-441, Jan.1981.
- [21] T.Adielson, A.Carlson, H.B.Margolis, J.A.Halladay, 'Resonant Overvoltages in EHV Transformers-modelling and Application', IEEE Trans. Vol.PAS-100, No.7, pp.3563-3570, July 1981.
- [22] D.M.German, A.E.Davies, 'The Simulation of Transformer Feeders Following Switching Operations', IEEE Trans. Vol.PAS-100, No.11, pp.4510-4514, Nov.1981.
- [23] R.C.Degeneff, W.J.McNutt, W.Neugebauer, J.Panek, M.E. McCallum, C.C.Honey, 'Transformer Response to System Switching Voltages', IEEE Trans. Vol.PAS-101, pp.1457-1470, June 1982.

- [24] R.J.Musil, G.Preininger, E.Schopper, S.Wenger, 'The Resonance Effect of Oscillating System Overvoltages on Transformer Windings', IEEE Trans., Vol.PAS-101, No.10, pp.3703-3711, Oct.1982.
- [25] M.K.Sarioğlu, Y.Tokad, O.Soysal, 'Büyük Güçlü Ark Ocağı Trafo ve Beslenme Sistemlerinde Geçici Olayların İncelenmesi', TÜBİTAK VII. Bilim Kongresi, Kuşadası,1980
- [26] A.Miki, T.Hosoya, K.Okuyama, 'A Calculation Method for Impulse Voltage Distribution and Transferred voltage in Transformer Windings', IEEE Trans. Vol.PAS-97, No.3, pp.930-939, May 1978.
- [27] R.J.Musil, E.Schopper, H.Faschum, 'Behavior of Transformer Insulation Under Short Time Overvoltage', IEEE Trans. Vol.PAS-96, No.2, pp.614-618, March-April 1977.
- [28] A.Semlyen, A.Dabuleanu, 'Fast and Accurate Switching Transient Calculation on Transmission Lines With Return Using Recursive Convolutions', IEEE Trans.Vol. PAS-94,No.2 pp.561-571, March-April 1974.
- [29] M.İdemen, Elektromagnetik Dalgaların Temelleri, İ.T.Ü. Kütüphanesi Sayı 1031, İstanbul 1975.
- [30] E.C.Jordan, K.G.Balmain, Electromagnetic Waves and Radiating Systems, Second Edition, Prentice-Hall of India Private Ltd. New Delhi, 1971.
- [31] M. Abramowitz, I.A.Stegun, Handbook of Mathematical Functions Dover Publications Inc. New York 1972.
- [32] O.Soysal, Güç Transformatörlerinde Geçici Olayların DeneySEL ve teorik Olarak İncelenmesi, TÜBİTAK, Proje No.573 Kesin Rapor, Kasım 1983.
- [33] IEC Recommendations, Guide to Lightning Impulse and Switching impulse Testing of Power Transformers, Pub. no. 722, 1982.
- [34] T.Boduroğlu, Elektrik Makinaları Dersleri (Teori, Hesap, Konstrüksiyon) Cilt-1, Transformatörler, 5.Baskı İ.T.Ü. Kütüphanesi Sayı 1221, 1982.
- [35] A.C.Franklin, D.P.Franklin, J and P Transformer Book, 11 th. Ed. Butterworths, 1983.
- [36] IEC Recommendations, Power Transformers, Pub. No. 76, 1976

- [37] Türk Standartları, Güç Transformatörleri, TS 267
- [38] Y.Tokad, Devre Analizi Dersleri, Kısım I, İTÜ Müh. Mim. Fak. Yayınları 108, 1976.
- [39] Y.Tokad, Devre Analizi Dersleri, Kısım IV, İTÜ Maçka Elektrik Fak. Yayınları 1, 1982.
- [40] F.R.Gantmacher, The Theory of Matrices, Vol.1, Chelsea Pub. Co. New York, 1966.
- [41] J.H.Wilkinson, The Algebraic Eigenvalue Problem, Oxford Univ.Press, 1965.
- [42] Y.Tokad, Foundations of Passive Electrical Network Synthesis, Vol.I-II, M.E.T.U. Faculty of Engineering, Pub. No.41, 1972.
- [43] L.Chua, P.M.Lin, Computer Aided Analysis of Electronic Circuits: Algorithms and Computational Techniques, Prentice-Hall Inc. 1975.
- [44] D.M.Himmelblau, Applied Nonlinear Programming, McGraw Hill Co. 1972.
- [45] Z.Aktaş, B.Epir, Elektronik Hesaplayıcılarla Programlama, Bölüm II, ODTÜ Elektronik Hesap Bilimleri Enstitüsü Yayını, No.2, 1973.
- [46] M.K.Sarioğlu, Y.Tokad, O.Soyşal, METAS Ark Ocağı Beslenme Sisteminin İncelenmesi, Kesin Rapor, İ.T.Ü. Müh.Mim.Fak. 1979.

1. J. L. ...
2. J. L. ...
3. J. L. ...
4. J. L. ...
5. J. L. ...
6. J. L. ...
7. J. L. ...
8. J. L. ...
9. J. L. ...
10. J. L. ...
11. J. L. ...
12. J. L. ...
13. J. L. ...
14. J. L. ...
15. J. L. ...
16. J. L. ...
17. J. L. ...
18. J. L. ...
19. J. L. ...
20. J. L. ...
21. J. L. ...
22. J. L. ...
23. J. L. ...
24. J. L. ...
25. J. L. ...
26. J. L. ...
27. J. L. ...
28. J. L. ...
29. J. L. ...
30. J. L. ...
31. J. L. ...
32. J. L. ...
33. J. L. ...
34. J. L. ...
35. J. L. ...
36. J. L. ...
37. J. L. ...
38. J. L. ...
39. J. L. ...
40. J. L. ...
41. J. L. ...
42. J. L. ...
43. J. L. ...
44. J. L. ...
45. J. L. ...
46. J. L. ...
47. J. L. ...
48. J. L. ...
49. J. L. ...
50. J. L. ...
51. J. L. ...
52. J. L. ...
53. J. L. ...
54. J. L. ...
55. J. L. ...
56. J. L. ...
57. J. L. ...
58. J. L. ...
59. J. L. ...
60. J. L. ...
61. J. L. ...
62. J. L. ...
63. J. L. ...
64. J. L. ...
65. J. L. ...
66. J. L. ...
67. J. L. ...
68. J. L. ...
69. J. L. ...
70. J. L. ...
71. J. L. ...
72. J. L. ...
73. J. L. ...
74. J. L. ...
75. J. L. ...
76. J. L. ...
77. J. L. ...
78. J. L. ...
79. J. L. ...
80. J. L. ...
81. J. L. ...
82. J. L. ...
83. J. L. ...
84. J. L. ...
85. J. L. ...
86. J. L. ...
87. J. L. ...
88. J. L. ...
89. J. L. ...
90. J. L. ...
91. J. L. ...
92. J. L. ...
93. J. L. ...
94. J. L. ...
95. J. L. ...
96. J. L. ...
97. J. L. ...
98. J. L. ...
99. J. L. ...
100. J. L. ...

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın bütün aşamalarında değerli görüşleriyle bana ısıt tutan Sayın Hocalarım Prof.Dr.M.Kemal SARIOĞLU ve Prof.Dr.Yılmaz TOKAD'a; tez konusunun kaynaklandığı problemi Üniversitemize getirerek çalışmaların başlangıcında maddi destek sağlayan METAŞ İzmir Metalürji Fabrikası T.A.Ş. ve Türkiye Elektrik Kurumuna; tezde yer alan deneysel çalışmalarını MAG-573 sayılı proje çerçevesinde destekleyen TÜBİTAK Mühendislik Araştırma Grubuna; olanaklarından yararlandığım İ.T.Ü. Elektrik Fakültesi ve Elektronik Hesap Bilimleri Enstitüsüne; tezin basımına katkıda bulunan ESAŞ Elektrik San. ve Tic. A.Ş.' ne ve tezin daktilo edilmesinin yanısıra manevi desteğini esirgemeyen eşim Hilkat SOYSAL'a teşekkürü borç bilirim.

Ö Z G E Ç M İ Ş

A. Oğuz Soysal, 1951 yılında Mersin'de doğdu. İlk öğrenimini Koşuyolu Reşat Nuri Güntekin İlkokulunda, orta ve Lise öğrenimlerini Galatasaray Lisesinde tamamladı (1971). Aynı yıl İstanbul Teknik Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık fakültesi Elektrik Bölümüne girdi ve buradan 1975 yılında mezun oldu. 1978 yılında İ.T.Ü. Elektrik Fakültesinde MMLS öğrenimini tamamladıktan sonra, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Elektrik Makinaları ve Otomatik Kontrol Kürsüsüne asistan olarak girdi. 1983 yılına kadar bu görevini sürdüren A. Oğuz Soysal, halen ESAŞ Elektrik San. ve Tic. A.Ş. de Araştırma-Geliştirme Şefidir.

