

57537

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**EĞRİSEL YAPIYA SAHİP
KOMPOZİT MALZEMEDEN HAZIRLANMIŞ
YAPI ELEMANLARININ STATİĞİNE UYGUN
SINIRDEĞER PROBLEMLERİNİN
FEM İLE İNCELENMESİ**

Mat.Yük. Müh. Nazmiye YAHNİOĞLU

F.B.E. Matematik Mühendisliği Anabilim Dalında

hazırlanan

DOKTORA TEZİ

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Surkay AKBAROV

İSTANBUL, 1996

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

İÇİNDEKİLER

ŞEKİL LİSTESİ	iii
TABLO LİSTESİ	ix
TEŞEKKÜR	x
ÖZET	xi
ABSTRACT	xii
 BÖLÜM I. GİRİŞ	1
1.1. Kompozit Malzemelere Ait Genel Bilgiler.....	1
1.2. Tez Konusuna Ait Araştırmaların Kısa Özeti.....	6
1.3. Konunun Gerekliiği ve Güncelliği.....	9
1.4. Yapılan Araştırmanın Amaçları.....	10
 BÖLÜM II. EĞRİSEL YAPIYA SAHİP KOMPOZİT MALZEMELER	
MEKANİĞİNİN SÜREKLİLİK TEORİSİ	12
II.1. Süreklilik Teorileri Hakkında Bazı Ön Bilgiler.....	12
II.2. Gerekli Notasyonlar ve Kabuller.....	15
II.3. Bünye Denklemleri.....	17
II.4. Eğrisel Yapıdaki Kompozit Malzemelerde Sınırdeğer Problemleri ve Yaklaşık-Analitik Yöntemler.....	22
 BÖLÜM III. İKİ BOYUTLU SINIRDEĞER PROBLEMLERİ	26
III.1. Problemlerin Matematiksel Formülasyonu.....	26
III.2. Sonlu Elemanlar ile Modelleme.....	28
III.3. FEM Kullanımının Ele Alınan Araştırmalardaki Bazı Özellikleri.....	33
III.4. Kompozit Malzeme Yapısında Periyodik Eğrilik Olduğu Durumda Bulunan Sayısal Sonuçların İncelenmesi.....	43
III.5. Kompozit Malzeme Yapısında Yerel Eğrilikler Olan Durumda Bulunan Sayısal Sonuçların İncelenmesi.....	66

III.6. Yapısında Eğrilikler Olan Cam ve Bor Takviyeli Kompozitler için Bulunan Bazı Sayısal Sonuçlar	71
---	----

BÖLÜM IV. ÜÇ BOYUTLU SINIRDEĞER PROBLEMLERİ.....75

IV.1. Problemlerin Matematiksel Formülasyonu	75
IV.2. Yarı-Analitik Sonlu Elamanlar Yöntemi (Semi-Analytical FEM)	76
IV.3. Kompozit Malzeme Yapısında Periyodik Eğrilik Olduğu Durumda γ Parametresinin Gerilme Dağılımına Etkisi	83
IV.4. Kompozit Malzeme Yapısında Yerel Eğrilik Olduğu Durumda "Sınır Tabakası" Tipinde Sayısal Yaklaşım	87
IV.5. Kompozit Malzeme Yapısında Yerel Eğrilik Olduğu Durumda Bulunan Sayısal Sonuçların İncelenmesi	93
IV.6. Cam ve Bor Takviyeli Kompozitlerden Yapılmış Kalın Plaklar için Bulunan Bazı Sayısal Sonuçlar	105

BÖLÜM V. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRİLMESİ.....109

KAYNAKLAR.....111

EKLER.....117

EK 1. Lifli Kompozitlerin Normalize Edilmiş Mekanik Özellikleri	117
EK 2. Lif-Levhalı Kompozit Malzemelerin Normalize Edilmiş Mekanik Özellikleri	124
EK 3. Sayısal Sonuçların Elde Edilmesinde Kullanılan Programlardan Bazı Örnekler	134

ÖZGEÇMİŞ

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1. Cam takviyeli liflerden oluşan kumaş tipli kompozit malzemede liflerin periyodik eğrilikleri.....	3
Şekil 1.2. Çok katmanlı boruda ortaya çıkan yerel eğrilikler.....	4
Şekil 1.3. "Dalgalı" lifler ile güçlendirilmiş epoksi matrisli malzemede gerilmelerin fotoelastisite yoluyla elde edilen dağılımı.....	5
Şekil 2.1. Eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeden hazırlanmış cismin $x_1 = sb.$ ve $x_3 = sb.$ kesitleri.....	15
Şekil 3.1. Ele alınan şeritin geometrisi.....	26
Şekil 3.2. Seçilen sonlu eleman formu ve düğüm noktaları.....	31
Şekil 3.3. İzotrop homojen malzemeden yapılmış şeritte σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı (Problem 1).....	40
Şekil 3.4. İzotrop homojen malzemeden yapılmış şeritte, σ_{12} gerilmesinin $h/l = 0.2$ durumunda, x_2 'e bağlı dağılımı (Problem 1).....	41
Şekil 3.5. İzotrop homojen malzemeden yapılmış şeritte, σ_{22} gerilmesinin $h/l = 0.2$ durumunda x_2 'ye bağlı dağılımı (Problem 1).....	41
Şekil 3.6. İzotrop homojen malzemeden yapılmış şeritte, σ_{22} gerilmesinin $h/l = 0.1$ durumunda x_2 'ye bağlı dağılımı (Problem 1).....	42
Şekil 3.7. İzotrop homojen malzemeden yapılmış şeritte, σ_{12} gerilmesinin $h/l = 0.1$ durumunda x_2 'ye bağlı dağılımı (Problem 1).....	42
Şekil 3.8. Şerit malzemesi yapısındaki eğriliklerin geometrisi.....	43
Şekil 3.9. ε parametresinin u_1 yerdeğiştirmesine etkisi (Problem 1).....	45
Şekil 3.10. ε parametresinin u_2 yerdeğiştirmesine etkisi (Problem 1).....	45
Şekil 3.11. ε parametresinin σ_{11} gerilmesinin dağılımına etkisi (Problem 1).....	46
Şekil 3.12. ε parametresinin σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1).....	46
Şekil 3.13. ε parametresinin σ_{22} gerilmesinin x_2 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1).....	47
Şekil 3.14. E_2/E_1 oranının σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1).....	48
Şekil 3.15. E_2/E_1 oranının σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1).....	48

Şekil 3.16. E_2/E_1 oranının σ_{22} gerilmesinin x_2 'ye bağlı dağılımına etkisi (Problem 1).....	49
Şekil 3.17. E_2/E_1 oranının σ_{12} gerilmesinin x_2 'ye bağlı dağılımına etkisi (Problem 1).....	49
Şekil 3.18. Şerit kalınlığının σ_{11} gerilmesinin, x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1).....	50
Şekil 3.19. Şerit kalınlığının σ_{22} gerilmesinin, x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1).....	50
Şekil 3.20. Şerit kalınlığının σ_{22} gerilmesinin, x_2 'ye bağlı dağılımına etkisi (Problem 1).....	51
Şekil 3.21. Şerit kalınlığının σ_{12} gerilmesinin, x_2 'ye bağlı dağılımına etkisi (Problem 1).....	51
Şekil 3.22. Şerit kalınlığının u_1 yerdeğiştirmesinin, x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1).....	52
Şekil 3.23. Şerit kalınlığının u_2 yerdeğiştirmesinin, x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1).....	52
Şekil 3.24. $1/\Lambda$ oranının σ_{11} gerilmesinin dağılımına etkisi (Problem 1).....	53
Şekil 3.25. $1/\Lambda$ oranının σ_{22} gerilmesinin dağılımına etkisi (Problem 1).....	53
Şekil 3.26. ε' nun u_1 yerdeğiştirmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 2).....	54
Şekil 3.27. ε' nun u_2 yerdeğiştirmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 2).....	54
Şekil 3.28. ε' nun σ_{11} gerilme dağılımına etkisi (Problem 2).....	55
Şekil 3.29. ε' nun σ_{22} gerilme dağılımına etkisi (Problem 2).....	55
Şekil 3.30. σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına şerit kalınlığının etkisi (Problem 2).....	56
Şekil 3.31. Şerit kalınlığının σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 2).....	56
Şekil 3.32. Şerit kalınlığının σ_{12} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 2).....	57
Şekil 3.33. E_2/E_1 oranının σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 2).....	57
Şekil 3.34. E_2/E_1 oranının σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 2).....	58
Şekil 3.35. $1/\Lambda$ oranının σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 2).....	58

Şekil 3.36. l/Λ oranının σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 2).....	59
Şekil 3.37. Şerit kalınlığının u_1 yerdeğiştirmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3).....	59
Şekil 3.38. Şerit kalınlığının u_2 yerdeğiştirmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3).....	60
Şekil 3.39. Şerit kalınlığının σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3).....	60
Şekil 3.40. Şerit kalınlığının σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3).....	61
Şekil 3.41. E_2/E_1 oranının u_1 yerdeğiştirmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3).....	61
Şekil 3.42. E_2/E_1 oranının u_2 yerdeğiştirmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3).....	62
Şekil 3.43. E_2/E_1 oranının σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3).....	62
Şekil 3.44. E_2/E_1 oranının σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3).....	63
Şekil 3.45. l/Λ oranının σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3).....	63
Şekil 3.46. l/Λ oranının σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3).....	64
Şekil 3.47. ε 'nun σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Yerel eğrilik durumu).....	67
Şekil 3.48. ε 'nun σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Yerel eğrilik durumu).....	68
Şekil 3.49. Yerel eğriliğin kapsadığı alanın ox_1 eksenini yönündeki boyutunun ((c; d)' nin) σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Yerel eğrilik durumu).....	68
Şekil 3.50. (c; d)' nin σ_{22} gerilmesi dağılımına etkisi (Yerel eğrilik durumu).....	69
Şekil 3.51. Yerel eğrilik formundaki "titreşim"lerin sayısının (m' in), σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Yerel eğrilik durumu).....	69
Şekil 3.52. m' in, σ_{22} gerilmesinin $x_2/l = h/(2l)$ kesitinde x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Yerel eğrilik durumu).....	70
Şekil 3.53. m' in, σ_{22} gerilmesinin $x_2/l = h/(4l)$ kesitinde x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Yerel eğrilik durumu).....	70

Şekil 3.54. Periyodik eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Cam takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten hazırlanmış şeritte σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı.....	73
Şekil 3.55. Periyodik eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Cam takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten hazırlanmış şeritte σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı.....	73
Şekil 3.56. Periyodik eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Bor takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten hazırlanmış şeritte σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı.....	74
Şekil 3.57. Periyodik eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Bor takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten hazırlanmış şeritte σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı.....	74
Şekil 4.1. Ele alınan plağın geometrisi.....	75
Şekil 4.2. γ' nın σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem).....	84
Şekil 4.3. γ' nın σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem).....	84
Şekil 4.4. γ' nın σ_{12} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem).....	85
Şekil 4.5. γ' nın σ_{33} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem).....	85
Şekil 4.6. γ' nın σ_{13} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem).....	86
Şekil 4.7. γ' nın σ_{23} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem).....	86
Şekil 4.8. Ω alanının sonlu elemanlar ile modellenmesi.....	90
Şekil 4.9. Ω' alanının sonlu elemanlar ile modellenmesi.....	90
Şekil 4.10. $\ g\ _i^2 \times 10^4$ değerlerinin dağılım grafiği.....	92
Şekil 4.11. σ_{22} gerilme dağılımının "sınır tabakası" tipinde yaklaşım kullanılarak elde edilmesi.....	92
Şekil 4.12. γ' nın σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	94
Şekil 4.13. γ' nın σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	95

Şekil 4.14. γ' nin σ_{12} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	95
Şekil 4.15. γ' nin σ_{33} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	96
Şekil 4.16. γ' nin σ_{13} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	96
Şekil 4.17. m' in σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	97
Şekil 4.18. m' in σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	98
Şekil 4.19. m' in σ_{33} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	98
Şekil 4.20. Plak kalınlığının σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	99
Şekil 4.21. Plak kalınlığının σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	99
Şekil 4.22. Plak kalınlığının σ_{33} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	100
Şekil 4.23. (c; d)' nin σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	100
Şekil 4.24. (c; d)' nin σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	101
Şekil 4.25. (c; d)' nin σ_{33} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	101
Şekil 4.26. E_2/E_1 oranının σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	102
Şekil 4.27. E_2/E_1 oranının σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	102
Şekil 4.28. E_2/E_1 oranının σ_{33} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	103
Şekil 4.29. ε' nun σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	103
Şekil 4.30. ε' nun σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	104
Şekil 4.31. ε' nun σ_{33} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu).....	104

Şekil 4.32. Periyodik eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Cam takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten yapılmış plakta σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı.....	106
Şekil 4.33. Periyodik eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Bor takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten yapılmış plakta σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı.....	106
Şekil 4.34. Yerel eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Cam takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten yapılmış plakta σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı.....	107
Şekil 4.35. Yerel eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Bor takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten yapılmış plakta σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı.....	107
Şekil 4.36. Yerel eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Cam takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten yapılmış plakta σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı.....	108
Şekil 4.37. Yerel eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Bor takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten yapılmış plakta σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı.....	108
Şekil E 1.1. Lifli ve levhalı parçalı homojen malzemelerin, eşdeğer anizotrop homojen malzemelere dönüştürülme şeması.....	118
Şekil E 1.2. Lifli kompozitlerde liflerin konumunu gösteren şema.....	119
Şekil E 1.3. Lifli kompozitler için poli-dispers modelin geometrisi.....	120
Şekil E 1.4. Lifli kompozitler için poli-dispers model geometrisinin 2-3 düzlemindeki görünümü.....	120
Şekil E 1.5. Lifli kompozitler için Üç Fazlı Model' in geometrisi.....	122
Şekil E 1.6. Lifli kompozitler için Üç Fazlı Model geometrisinin 2-3 düzlemindeki görünümü.....	122
Şekil E 2.1. Levhalı kompozitlerden seçilmiş belirleyici eleman.....	127
Şekil E 2.2. Şekil E 2.1.' de gösterilen belirleyici elemana uygun gelen eşdeğer homojen anizotrop malzemeden oluşan eleman.....	127

TABLO LİSTESİ

Tablo 3.1. ε 'nun η değerlerine etkisi (Problem 1).....	65
Tablo 3.2. h/l oranının η değerlerine etkisi (Problem 1).....	65
Tablo 3.3. E_2/E_1 oranının η değerlerine etkisi (Problem 1).....	65
Tablo 3.4. I/Λ oranının η değerlerine etkisi (Problem 1).....	65
Tablo 3.5. ε 'nun η değerlerine etkisi (Problem 2).....	65
Tablo 3.6. I/Λ oranının η değerlerine etkisi (Problem 3).....	65
Tablo 3.7. E_2/E_1 oranının η değerlerine etkisi (Problem 3).....	65
Tablo 3.8. h/l oranının η değerlerine etkisi (Problem 3).....	65
Tablo 4.1. Her bir sonlu elemanda $\ g\ _i^2 \times 10^4$ 'nin değeri.....	91

TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın hazırlanmasında sonsuz emeği geçen hocam Sayın *Prof. Dr. Surkay AKBAROV* ve her açıdan desteğini gördüğümüz Matematik Mühendisliği Bölüm Başkanı Sayın *Prof Tahir ŞİŞMAN* hocama teşekkürlerimi belirtirim.

ÖZET

Bu çalışmada, eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeler mekaniğinin Akbarov ve Guz' süreklilik teorisi çerçevesinde iki ve üç boyutlu sınırdeğer problemleri Sonlu Elemanlar Yöntemi ile araştırılmıştır.

Adı geçen süreklilik teorisinde kabul edilen bazı kısıtlamalar, incelenen sınırdeğer problemleri için geliştirilmiş, bu problemlerin matematiksel formülasyonu verilmiş ve daha sonra formülasyonu yapılmış problemlerin sonlu eleman modellemesi yapılmıştır. Gerekli bilgisayar programları oluşturularak doğruluğu analitik çözümleri bilinen problemlerle test edilmiştir. Daha hassas sayısal sonuçlar elde edilmesi için, incelenen sınırdeğer problemlerine uygun olarak Sonlu Elemanlar Yöntemi bazı açılardan geliştirilmiş, iki aşamalı karışık formülasyon kullanılmış, elde edilen sayısal sonuçların Zienkiewicz ve Zhu' nun tavsiye ettiği biçimde hata hesapları yapılmış ve bunlardan sonlu eleman boyutlarının belirlenmesinde kullanılmıştır. *İki aşamalı karışık formülasyon*; ilk aşamada yerdeğiştirme esaslı sonlu eleman modellemesi sonucunda elde edilen süreksiz gerilme dağılımlarının, ikinci aşamada En Küçük Kareler Yöntemi' nin tezde geliştirilmiş formu uygulanarak süreklileştirilmesi şeklinde tanımlanmıştır.

Çalışmada araştırılan her bir sınırdeğer problemi, eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeden hazırlanmış şerit ve plak şeklinde olan yapı elemanlarının, statik yüklemdeki gerilme ve yerdeğiştirme dağılımlarının, elastisite teorisinin kesin denklemleri çerçevesinde incelenmesine karşı gelmektedir.

Üç boyutlu problemlerin incelenmesi Yarı-Analitik Sonlu Elemanlar Yöntemi çerçevesinde yapılmıştır. Kompozit malzemenin yapısında yerel eğrilik olduğu durumda "sınır tabakası" tipinde bir yaklaşım teklif edilmiş ve bu yaklaşım başarıyla uygulanmıştır.

Kompozit malzeme yapısındaki eğrilikler periyodik ve yerel olduğu durumlarda elde edilen sayısal sonuçlar geniş bir biçimde incelenmiş ve bunların yorumları verilmiştir. Bu çalışmada geliştirilen sayısal yöntem, yaygın olarak kullanılan Bor ve Cam takviyeli kompozit malzemelerden hazırlanmış yapı elemanlarının statğine uygun gelen sınırdeğer problemlerine de uygulanmıştır. Elde edilen sayısal sonuçlar grafikler halinde verilmiştir.

Bu çalışmada yapılan araştırmalar eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeler mekaniğinin, analitik ve yaklaşık-analitik çözümleri mümkün olmayan sınırdeğer problemlerinin incelenmesinde, sayısal yöntemlerin uygulanması açısından ilk girişimleri oluşturmaktadır.

ABSTRACT

In present work, two and three dimensional boundary value problems of the mechanics of composite materials with curved structures are investigated in framework of the continuum theory of Akbarov and Guz' with the use of FEM.

For the considered boundary value problems some restrictions of the mentioned theory are developed and the mathematical formulations of those are proposed. The formulated problems are modelled with the finite elements. The computer programs are composed and the numerical results which are obtained by using these programs, are found in good agreement with the known analytical solutions. To obtain high accuracy in the numerical results, FEM are improved for the investigated boundary value problems. For this purpose the two staged mixed formulation is used and Zienkiewicz and Zhu's error estimation is employed for the mesh refinement. The two staged mixed formulation is understood as follows: at the first stage the displacement based FEM is employed and at the second stage the discontinuous stresses are made continuous with using of Least Square Fit.

In the thesis, each investigated boundary value problem corresponds to the study of the stress and displacement distribution in the structure with a strip and a plate form, fabricated from the composite materials with curved structures under static loading, by using of the exact equations of the Theory of Elasticity.

The three-dimensional boundary value problems are investigated in framework of the Semi-Analytical FEM. In the case when there is the local curving in the structures of composite material, the "boundary layer" type approach is proposed and this approach is employed with successfully.

Obtained numerical results are interpreted under existence of the local or periodical curving in the structure of the composite material. The developed numerical approach is applied to the solutions of the boundary value problems corresponding to the static problems of the structures composed by the Boron and Glass type reinforcing composite materials with curved structures. The obtained numerical results are given with graphics.

The investigations which carried out in this thesis are the first attempt on the employing of the numerical solution methods on the studying of the problems of the mechanics of composite materials with curved structures which have not the analytical or approach analytical solutions.

BÖLÜM I.

GİRİŞ

I.1. KOMPOZİT MALZEMELERE AİT GENEL BİLGİLER

Günümüzde uçak sanayinde, gemi sanayinde, tıp alanında ve çağdaş tekniğin diğer bir çok alanlarında kompozit malzemeler yaygın şekilde kullanılmaktadır. Kompozit malzemelerden bu şekilde kullanılması, bu malzemelerin geleneksel malzemelerden bir çok yönden üstünlüklere (örneğin, daha düşük ağırlığa, yüksek mukavemete ve rijitliğe vb.) sahip olması ile ilgilidir. Bu ve buna benzer diğer pek çok nedenden dolayı bir çok bilim dalı, örneğin; mekanik, fizik, kimya vb. bu malzemelerin kendi dallarına uygun problemlerini araştırmaktadır. Araştırılan problemler içerisinde en önemli ve gerekli yerlerden biri de; kompozit malzemelerin ve bu malzemelerden hazırlanmış yapı elemanlarının mekaniğine ait olan problemlerin, sürekli ortamlar mekaniği çerçevesinde teorik ve deneysel incelenmesidir. Gelişmiş dünya devletlerinde (örneğin; ABD ve diğerleri) bahsedilen konuya ilişkin periyodik bilimsel dergilerin (örneğin; Journal of Composite Materials (ABD), Mechanics of Composite Materials and Structures (ABD), Journal of Reinforcing Plastics Composites (ABD), Mechanics of Composite Materials (Litvanya), vb.) yayınlanması, birçok kitabın basılması (örneğin; Composite Materials (Vol:1-8), eds. Lawrence J. Broutman and Richard H. Krock, 1974, Akad. Press) söylenenleri desteklemektedir.

Mevcut literatürde yapay şekilde oluşturulmuş kompozit malzemeler; aralarında kesin geometrik sınır olan ve kimyasal açıdan en azından iki tür malzemeden meydana geldiği söylenmektedir. Bu tanımdan görüldüğü gibi, kompozit malzemeler, bileşenlerinin sahip olmadığı özelliklere sahip olurlar. Kompozit malzemenin bileşenleri yaptığı fonksiyonlara bağlı olarak; takviye (güçlendirici) ve matris diye ikiye ayrılır. Genellikle, takviyeler (güçlendiriciler); kompozit malzeme içerisinde yük taşıma görevini görür. Matris malzemesi ise, takviyelerin birliğini ve karşılıklı etkileşimini sağlar.

Kompozit malzemelerin birçok açıdan sınıflandırılması yapılabilir. Bunlardan en çok yaygın olanı ve bu malzemelerin mekaniğinde sıkça kullanılanı, kompozit

malzemelerin mikro yapısına ilişkin sınıflandırmadır. Adı geçen sınıflandırmaya göre, Modern Composite Materials (1967), Eds. Broutman J. and Krock R.M., kitabında gösterildiği gibi, kompozit malzemeler aşağıdaki gruplara ayrılır:

1. Seyrek, küçük (Dispers) tanecik-takviyeli kompozitler,
2. Tanecik-takviyeli kompozitler,
3. Lifli kompozitler.

Seyrek, küçük tanecik takviyeli kompozit malzemelerin yapısı; matris ve boyutları 0.01-0.1 mikrometre ve hacim oranı ise, %1-%15 aralığında değişen taneciklerden meydana gelir. Tanecik-takviyeli kompozitlerin yapısında ise, taneciklerin boyutu 1 mikrometreden daha büyük olup, hacim oranı %25' den fazladır. Lifli kompozit malzemelerde ise liflerin çapı 0.01 mikrometreden 100 mikrometreye kadar değişebilir, hacim oranları ise %70' e kadar artırılabilir. Tanımlanan bu gruplar içerisinde en yaygın olanı, lifli kompozitlerdir. Lifli kompozit malzemeler içerisinde ise, en önemli yerlerden birini, matrisi polimer malzemeden oluşan lifli kompozitler tutar. Bu türlü kompozitlerde takviye (lif) olarak bor, cam, vb. ve matris malzemesi olarak epoksi, polyester, vb. reçineler kullanılır. Adı geçen kompozit malzemeler, lif yönlerine bağlı olarak her bir tabakadaki lifler birbirine paralel ve ayrı ayrı tabakalardaki lifler belirli bir açı yapan *levhalı kompozit malzeme* ve yine lifleri birbirine paralel olan *lifli kompozit malzeme* diye gruplara ayrılır. Bu kompozitlerde kullanılan lif ve reçinelerin mekanik özellikleri bir çok kaynakta (örneğin; Modern Composite Materials, 1967, Eds. Broutman J. and Krock R.M., vb.) verilmiştir. Belirtelim ki, bu çalışmada yapılan araştırmalar da lifli ve levhalı kompozitler mekaniğinin bazı problemlerinin matematiksel açıdan çözülmesine ilişkin araştırmalardır.

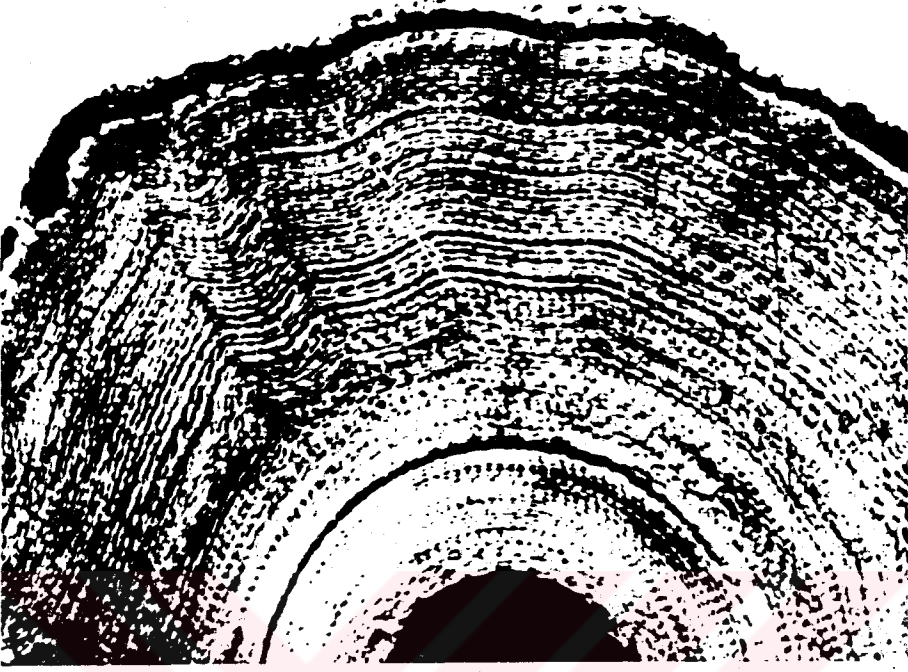
Bunlardan başka, kompozit malzemeler, takviyelerin (güçlendiricilerin) geometrik şekillerine göre de sınıflandırılırlar. Bu sınıflandırmaya göre (Cristensen, 1979, vb.), kompozit malzemeler; küre şekilli güçlendiricili, silindir şekilli güçlendiricili ve plak şekilli güçlendiricili olmak üzere üç sınıfa ayrılır. Bu tür sınıflandırmaya göre, tanecik güçlendiricili kompozitlere küre şeklinde (bazen de elipsoid şeklinde) güçlendiricisi olan, lifli kompozitlere ise silindir şeklinde ve plak şeklinde güçlendiricisi olan kompozitler gibi bakılabilir. Bundan dolayı kompozit malzemeler mekaniği problemlerinin matematiksel açıdan modellenmesi önemli ölçüde kolaylaşır.

Lifli ve levhalı kompozitlerin ve bunlardan yapılan yapı elemanları mekaniğinin en önemli ve güncel problemlerinden biri; bu malzemelerin yapısında olan belirli (specific) özelliklere ilişkin problemlerdir. Bu özelliklerden en önemlisi ise malzemelerdeki liflerin ve levhaların eğrilikli yapıya sahip olmasıdır. Bir çok kaynaktan görülebileceği gibi, örneğin; Akbarov and Guz (1992); Guz (1990); Tarnopolsky and Rose (1969); Manisfield and Purslow (1974); Hyer et al (1988); Chernin and Gul (1964); Pranch and Tamuzh (1967), vb. kompozit malzemedeki lif ve levhaların yapısındaki eğrilikler, bu malzemelerin tasarımından oluştuğu gibi (I. Durum), onların hazırlanma aşamalarında kullanılan teknolojik işlemlerin bir seri uyumsuzluklarının sonucu da olabilir (II. Durum). I. Durumda liflerden hazırlanmış dokuma kumaş tipli levhaları olan levhalı kompozitleri örnek göstermek mümkündür, bu halde eğrilikler



Şekil 1.1. Cam takviyeli liflerden oluşan kumaş tipli kompozit malzemedeki liflerin periyodik eğrilikleri

periyodik şekilli olurlar. II. Durumda ise eğrilikler genellikle yerel (lokal) karakter taşırlar. I. Duruma örnek olarak Şekil 1.1.' de (Tarnopolsky and Rose, 1969) Cam takviyeli liflerden oluşan kumaş tipli kompozitteki liflerin eğrilikleri görülmektedir. Bu eğrilikler teknolojik işlemlerdeki hatadan doğan eğrilikler olmayıp, malzeme yapısının tasarımından doğan eğriliklerdir. II. Durumdaki eğriliklere örnek olarak, Şekil 1.2.' de gösterilen (Guz', 1994) çok katmanlı boruda oluşan yerel eğriliklerdir.



Şekil 1.2. Çok katmanlı boruda ortaya çıkan yerel eğrilikler

Yukarıda söylenenlerden başka birçok araştırma laboratuvarında, tek yönde periyodik eğriliğe sahip lifler ile güçlendirilmiş eğilebilir (flexible) kompozit malzemelerin üretimi yönünde araştırmalar yapılmaktadır. Söylenenlere ilişkin olarak Şekil 1.3.' de (Chou et. al., 1986) 'dalgalı' liflerle güçlendirilmiş kompozit malzeme, lifler doğrultusunda çekilmektedir. Matriste oluşan gerilmeler polarize ışığın renkli girişimleri sonucunda görülmektedir. Düşük gerilmelere epoksi matrisli malzemedeki gerilmelerin fotoelastisite yoluyla dağılımı verilmiştir. Bu durumda çok kolaylıkla şekil değiştirebilen bu malzeme, gerilmelerin büyük değerlerinde çok fazla sertleşir. Deneysel açıdan elde edilen bu sonuç Akbarov ' un (1995) araştırmasında teorik olarak ispatlandığını belirtmek gerekir.

Böylece, eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeler mekaniğinin sürekli ortamlar mekaniği çerçevesinde teorik ve deneysel açıdan ciddi şekilde araştırılması gerekliliği ortaya çıkmaktadır.



Şekil 1.3. "Dalgacı" lifler ile güçlendirilmiş epoksi matrisli malzemedeki gerilmelerin fotoelastisite yoluyla elde edilen dağılımı

1.2. TEZ KONUSUNA İLİŞKİN ARAŞTIRMALARIN KISA ÖZETİ

Şimdiye kadar eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeler mekaniği problemlerinin araştırılmasında iki yön belirlenmiştir. Birinci yöne ait araştırmalarda güçlendiricilerin eğriliğinin normalize edilmiş mekanik özelliklere etkisini göz önüne alan süreklilik teorileri verilmiştir. Güçlendirici liflerin veya levhaların eğriliklerinin gerilme ve şekil değiştirme dağılımlarına etkisinde, eğrilik boyutundan çok büyük alanlarda bu süreklilik teorileri göz önüne alınabilir. Birinci yöne ait araştırmalar Bolotin et al, (1980); Bazhant, (1968); Vanin, (1985); Tarnoplsky et al, (1969); Whitney, (1966); Manisfield, (1974); ve diğerleri tarafından yapılmıştır. Bu yöndeki son araştırmalardan biri de Akbarov' un 1995' deki yayınında yapılmış ve periyodik eğrisel yapıya sahip levhali kompozit malzemelerin normalize edilmiş lineer olmayan mekanik özellikleri bulunmuştur.

İkinci yöne ait araştırmalarda kompozit malzeme yapısında olan eğriliklerin gerilme ve şekil değiştirme dağılımlarına etkisinde, boyutları eğrilik boyutunda ve daha düşük oranda olan alanlarda göz önüne alınabilecek yöntemler teklif edilmiştir. Bu araştırmalar aynı zamanda parçalı-homojen cisim modeli çerçevesinde, hem sürekli ortamlar mekaniğinin kesin denklemleri kullanılarak hem de Akbarov and Guz' (1991)' de verilmiş süreklilik teorisi kullanılarak incelenmiştir. Adı geçen bu süreklilik teorisinin önceki süreklilik teorilerinden bir önemli farkı da, kompozit malzeme yapısındaki eğriliklerin her türünü (yani; iki boyutta periyodik, yerel eğrilikleri) göz önüne alabilmesidir.

Parçalı-homojen cisim modeli çerçevesinde yapılan araştırmaların geniş özeti Akbarov and Guz', (1992)' de verilmiştir. Bu araştırmalara örnek olarak Akbarov (1985-1994) ve Akbarov et al (1984, 1985) , Hyer et al., (1988) ve diğer çalışmalar gösterilebilir. Bunlardan, çalışmalarda kullanılan matematiksel yöntemler açısından tez konusu ile ilişkin olanları aşağıda verilmiştir.

Akbarov and Guz' (1984,1985) tarafından periyodik eğrisel yapıya sahip levhali kompozitlerde gerilme ve şekil değiştirme dağılımlarının araştırılması için parçalı-homojen cisim modeli çerçevesinde elastisite teorisinin kesin denklemlerinin

kullanıldığı bir yöntem teklif edilmiştir. Burada, ele alınan malzeme yapısındaki eğriliklerin genliğinin diğer boyutlardan düşük olduğu kabul edilmiş ve gerilmeler, şekildeğiştirmeler ve yerdeğiştirmeler eğriliğin derecesini gösteren küçük parametreye bağlı seri şeklinde ifade edilmiştir. Ele alınan problemler için sınır şeklinin perturbasyon yöntemi geliştirilerek, söylenen serilerin her bir terimi için, kapalı diferansiyel denklem takımı, uygun sınır ve deyme koşulları elde edilmiştir. Eğriliklerin periyodikliği kullanılarak bu terimlerin analitik ifadelerinin bulunabilmesine rağmen, sayısal sonuçların elde edilmesi bilgisayar kullanılması ile mümkün olmuştur. Bu sayısal sonuçların mekanik açıdan yorumları Akbarov (1985,1987 ,1990.)' da verilmiştir. Daha sonraları Akbarov (1986) yukarıda adı geçen yöntemi, eğrisel yapıya sahip visko-elastik matrisli kompozitler için genelleştirmiştir. Burada, zamana göre Laplace dönüşümü ve sayısal sonuçların elde edilmesinde Schapery (1966) metodu kullanılmıştır. Akbarov ve Guz' un yukarıda söylenen yöntemi, Akbarov (1988)' un çalışmasında yerel eğrisel yapıya sahip kompozit malzemelere uygulanmıştır. Bu durumda yukarıda gösterilen serilerin terimlerinin bulunması için üstel Fourier dönüşümleri kullanılmıştır. Anizotrop levhalardan oluşmuş ve eğrisel yapıya sahip kompozit malzemelere ilişkin araştırmalar ise, Akbarov (1989) vb., çalışmalarında yapılmıştır. Bu çalışmaların her türlü açıdan daha geniş özeti Akbarov and Guz' (1992)' da verilmiştir ve bu özetten görülmektedir ki, adı geçen araştırmalarda kullanılan ve geliştirilen yöntemler *analitik-sayısal yöntemler* diye adlandırılabilir. Yani, incelenen uygun sınırdeğer problemlerinin çözümü belirli bir duruma kadar analitik olarak elde edilse de, yorumlanabilecek sayısal sonuçlara bilgisayarların yardımı ile ulaşılabilir. Bundan başka kompozit malzemeler mekaniğinin söz konusu dalında sayısal yöntemler de kullanılmaktadır. Örneğin; Hyer et al. (1988) araştırmasında, yerel eğrisel yapıya sahip, biri diğerini tekrarlayan 17 katlı levhalardan oluşmuş levhalı kompozitte gerilme dağılımını parçalı-homojen cisim modeli çerçevesinde FEM yöntemi kullanarak incelemiştir.

Parçalı-homojen cisim modeli çerçevesinde yapılan araştırmaların büyük çoğunluğunda, ele alınan malzemenin sonsuz boyutlu alanı kapsadığı ve malzeme yapısındaki eğriliklerin periyodik olduğu kabul edilmiştir. Bu kabuller incelenen problemlerin matematiksel açıdan çözülebilir veya kolay çözülebilir olmasını önlemiştir.

Açıktır ki, eğrisel yapıya sahip çok katlı ve levhali kompozit malzemeden hazırlanmış yapı elemanlarının mekaniği ile ilgili problemlerin parçalı-homojen cisim modeli çerçevesinde incelenmesinde matematiksel açıdan bir çok zorluklar ortaya çıkar ve çoğu durumda çözüm mümkün olmaz. Bu nedenlerden dolayı eğrisel yapıya sahip çok katlı kompozit malzemeler mekaniğinin sonlu alanlar ile ilişkin problemlerinin daha kesin (örneğin Akbarov and Guz' (1991) süreklilik teorisi çerçevesinde çözülmesi gerekli ve faydalıdır.

Akbarov and Guz' (1991) süreklilik teorisine göre, eğrisel yapıya sahip parçalı-homojen malzeme; anizotrop, sürekli-homojen olmayan malzeme haline gelmektedir. Bu nedenle söylenen teorinin denklemleri, değişken katsayılı diferansiyel denklemler olur. Akbarov and Guz' (1991)' de, bu denklemlere uygun gelen sınırdeğer problemlerinin çözülmesi için küçük parametreler yöntemi önerilmiştir. Küçük parametre olarak eğriliğin genliğinin, bu eğrilikteki diğer parametrelere oranı olarak alınmıştır. Uygun sınırdeğer problemlerinin çözümü, küçük parametrenin serisi şeklinde aranmıştır. Böylece değişken katsayılı kısmi türevli diferansiyel deklemler takımı için yapılacak sınırdeğer problemlerinin çözümü uygun sabit katsayılı homojen olmayan, kısmi türevli diferansiyel denklemler takımına ait sınırdeğer problemler serisinin çözümüne getirilmiştir. Söz konusu süreklilik teorisi çerçevesinde ve küçük parametreler yöntemi kullanılarak yapılan araştırmalara birkaç örnek aşağıda verilmiştir.

Akbarov and Guliyev (1991)' de küçük ölçekli periyodik eğrisel (*Küçük ölçeklilik*, malzeme yapısındaki eğrilik boyutlarının, bu malzemeden yapılmış yapı elemanı boyutlarından çok çok küçük olması, diye tanımlanır) yapıya sahip kompozit malzemede, quasi-homojen gerilme dağılımı incelenmiştir.

Akbarov et al. (1992)' de küçük ölçekli eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeden hazırlanmış yapı elemanlarının doğal titreşimlerinin incelenmesinde Hamilton varyasyonel prensibini kullanan bir yöntem teklif edilmiştir.

Taylan and Güven (1995), periyodik eğrisel yapıya sahip çok katlı levhali kompozitten hazırlanmış şeritin eğilmesinin bazı basit sınır koşulları çerçevesinde Akbarov ve Guz' süreklilik teorisi kullanılarak araştırılmasında, küçük parametreler yönteminin uygulanabilmesini incelemişlerdir. Bu araştırmanın sonuçlarından görüldüğü

gibi ele alınan sınır koşullarının kesin sağlanması, ancak sıfırcı yaklaşımda mümkün olmuştur.

Yapılan kaynak araştırmalarında, yukarıda verilenler dışında bu yönde başka dikkate değer araştırmalara rastlanmamıştır.

Yukarıda söylenenlerden görüldüğü gibi, Akbarov ve Guz' un ortaya koyduğu süreklilik teorisine ilişkin sınırdeğer problemlerinin çözülmesinde de yaklaşık-analitik veya analitik-sayısal metotlar kullanılmıştır. Açıktır ki, söz konusu teorinin bu yöntemler yardımıyla çözülebilecek sınırdeğer (özellikle sonlu alanlar için) problemlerinin sayısı çok kısıtlıdır. Bu nedenle bu süreklilik teorisinin sonlu alanlar için olan sınırdeğer problemlerinin araştırılmasında sayısal yöntemlerin uygulanması ve bu problemler için geliştirilmesi gerekliliği ortaya çıkar. Bu çalışmadaki araştırmalarda belirli örnek problemlerde Sonlu Elemanlar Yöntemi (FEM) kullanılması bu yöndeki ilk teşebbüsleri oluşturur.

1.3. KONUNUN GEREKLİLİĞİ VE GÜNCELLİĞİ

Bu çalışmanın konusu; eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeler mekaniğinin Akbarov ve Guz' süreklilik teorisi çerçevesinde bazı iki ve üç boyutlu sınırdeğer problemlerinin FEM ile araştırılması olup, hem teorik hem de uygulama açısından ilginçtir. Konu, değişken katsayılı kısmi türevli diferansiyel denklem takımının sonlu iki ve üç boyutlu alanlar için olan sınırdeğer problemlerinin araştırılmasında FEM' in uygulanması ve geliştirilebilmesi açısından teorik olarak gereklidir. Tez konusunun uygulama açısından gerekliliği ise, daha çok nedenlere bağlıdır. Bu nedenlerden birkaçına kısaca bakalım.

Yukarıdaki kısımda özeti verilen araştırmalar göstermiştir ki, kompozit malzemenin yapısındaki eğrilikler bu malzemedeki gerilme dağılımına güçlü şekilde etki gösterebilir ve bazı hallerde ise malzemenin dağılmasına neden olur. Akbarov and Guz' (1986), Akbarov et al. (1994), Korten (1967), Tamuzh et. al.(1969), Chernin et al. (1967), vb. kompozit malzeme yapısındaki eğriliklerin, eğrilik parametrelerinin belirli değerlerinde ele alınan malzeme yapısında çatlakların oluşmasında ve büyümesinde

önemli etkisi olduğunu göstermişlerdir. Bu tür durumların eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeden hazırlanmış yapı elemanlarında önlenmesini sağlamak için, verilen dış kuvvetler etkisi altında bu elemanlarda ortaya çıkan gerilme ve şekildeğiştirme dağılımının bilinmesi gerekliliği, bu çalışma konusunu gerekli kılan nedenlerden birisidir.

Bilindiği gibi, kompozit malzemelerden hazırlanmış plak ve şerit şeklinde olan yapı elemanlarının mekanik problemlerinin, teorik incelenmesinde Bolotin and Novichkov (1980), Cristensen (1979), Cristensen and Lo (1979), vb. bir çok kaynaklarda önerilen ve kullanılan varsayımlar yardımıyla, incelenen problemlerin boyutu bir mertebe düşürülür, dolayısıyla matematiksel açıdan çözülebilmesi kolaylaştırılır. Bu varsayımlara göre, aranan yerdeğiştirmelerin veya gerilmelerin, plak kalınlığı boyunca dağılımı önceden seçildiğinden, elde edilen sonuçlar kompozit malzeme yapısını karakterize eden parametrelerin gerilme dağılımlarına etkisini bir çok hallerde yeterli ölçüde ve bazen de bütünlükle göz önüne alamamaktadır; bu etkilerin göz önüne alınabilmesi, ancak sürekli ortamlar mekaniğinin kesin denklemleri kullanılarak mümkün olur. Yukarıda söylenenlerden dolayı, bu tez çalışmasının yapılmasını gerekli kılan bir başka neden, eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeden hazırlanmış plak ve şerit şeklindeki yapı elemanlarının statik yüklemedeki davranışlarına, malzeme yapısının mekanik ve geometrik parametrelerinin etkisini *elastisite teorisinin kesin denklemleri çerçevesinde* inceleyebilmek için sayısal bir yöntem geliştirilmesidir.

Tez çalışmasını gerekli kılan başka bir neden ise, burada yapılan araştırmaların bu yönde ilk teşebbüsleri oluşturması ve her bir araştırılan problemin ilk kez tarafımızdan yapılmasıdır.

Günümüzde kompozit malzemelerin yaygın şekilde uygulanması ve tez çalışmasının yukarıda söylenen gereklilikleri, bu konunun güncelliğini ortaya koymaktadır.

1.4. YAPILAN ARAŞTIRMANIN AMAÇLARI

Bu çalışmada yapılan araştırmanın amaçları aşağıda özetlenmiştir.

1. Akbarov ve Guz' un süreklilik teorisi çerçevesinde elastisite teorisinin kesin denklemleri kullanılarak eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeler mekaniğinin sonlu alanlar için olan iki ve üç boyutlu sınırdeğer problemlerinin formülasyonu,
2. Formülasyonu yapılmış problemlerin sonlu elemanlar ile modellenmesi,
3. İncelenen problemlerin sayısal çözümü için gerekli bilgisayar programlarının yapılması,
4. Daha hassas sonuçların elde edilmesi için FEM' in araştırılan sınırdeğer problemlerine uygun olarak geliştirilmesi,
5. Üç boyutlu problemlerin sayısal çözümü için kompozit malzeme yapısındaki eğrilikler yerel olduğu durumda FEM kullanılarak " *sınır tabakası* " tipinde bir yöntemin geliştirilmesi,
6. Kompozit malzemenin yapısındaki eğrilikler periyodik ve yerel olduğu durumlarda ele alınan sınırdeğer problemlerine uygun sayısal sonuçların elde edilmesi ve yorumlanması,
7. Araştırılan sınırdeğer problemlerinin çözülmesi için geliştirilen sayısal yöntemin eğrisel yapıya sahip mevcut lifli ve levhalı kompozitlere uygulanması.

BÖLÜM II.

EĞRİSEL YAPIYA SAHİP KOMPOZİT MALZEMELER MEKANIĞININ SÜREKLİLİK TEORİSİ

II.1. SÜREKLİLİK TEORİLERİ HAKKINDA BAZI ÖN BİLGİLER

Kompozit malzemelerin çok çeşitliğinden dolayı, bu malzemelerin hepsine ait bir süreklilik teorisinin yani; parçalı-homojen malzemeye, anizotrop homojen malzeme gibi bakılmasına olanak sağlayan bir teori yapılması imkansızdır. Bu nedenle öncelikle kompozit malzemelerin statik yüklemdeki lineer elastik davranışını göz önüne alabilecek süreklilik teorilerine bakmak gerekir. Bu halde kompozit malzemenin makroskopik durumunun ve her bileşenin davranışının bu malzemenin dağılmasına kadar lineer elastik olduğu kabul edilir.

Kompozit malzemeler mekaniği problemlerinin incelenmesi, bu malzemelerin *mikro-mekaniği* ve *makro-mekaniği* diye iki açıdan yapılır. Kompozit malzemelerin mikro-mekaniğinde, takviye ve matrsten oluşmuş gerçek homojen olmayan malzemeye bakılır ve bu malzemenin mekanik davranışına, onun ince detaylarının etkisinin anlaşılmasına çaba gösterilir. Belirtelim ki, mikro-mekanik kavramı genellikle atom seviyesinde araştırma yapılmasını veya yüksek mertebeli gerilme tansörlerinin kullanılmasını göz önüne almaz.

Kompozit malzemeler mekaniğinin en önemli problemlerinden biri, bu malzemelerin *normalize edilmiş mekanik özelliklerinin*, yani; belirli sınır koşulları çerçevesinde gerilme tansörünün ortalaması alınmış bileşenleri ile şekildeğiştirme tansörünün ortalaması alınmış bileşenlerini birbirine bağlayan malzeme sabitlerinin bulunmasıdır. Problemin sınır koşulları iki tip olabilir:

Sınırdaki yerdeğiştirmeler verilebilir;

$$u_i(S) = \varepsilon_{ij}^0 x_j \quad (2.1)$$

veya sınırda gerilmeler verilebilir.

$$T_i(S) = \sigma_{ij}^0 n_j \quad (2.2)$$

(2.1) ve (2.2)' de x_j , S yüzey noktalarının koordinatları; n_j , göz önüne alınan malzemeyi sınırlayan bu yüzeyin normal birim vektörünün bileşenleri; ε_{ij}^0 ve σ_{ij}^0 , verilmiş sabit şekildeğiştirme ve gerilme bileşenleridir. Homojen cisimde, (2.1) ve (2.2) sınır koşullarının verildiği durumlarda gerilme ve şekildeğiştirme tansörleri sabittirler. Yani, eğer, (2.1) sınır koşulu verilirse, o zaman homojen cisimde şekildeğiştirmeler ε_{ij}^0 , eğer (2.2) sınır koşulları verilirse, gerilmeler σ_{ij}^0 ' a eşittir. Burada, ele alınan cismin kapsadığı alanın basit bağımlı olduğu kabul edilmektedir. Eğer cisim homojen değilse ve (2.1) koşulları verilirse; o zaman bu cisimde şekildeğiştirmelerin hacme göre ortalama değeri ε_{ij}^0 ' na, eğer (2.2) sınır koşulları verilirse, bu cisimdeki gerilmelerin hacme göre ortalama değeri σ_{ij}^0 ' a eşittir. Bunlar aşağıdaki özdeşliklerden kolayca görülür:

$$\int_V \varepsilon_{ij} dV = \frac{1}{2} \int_S (u_i x_j + u_j x_i) dS \quad (2.3)$$

$$\int_V \sigma_{ij} dV = \frac{1}{2} \int_S (T_i x_j + T_j x_i) dS \quad (2.4)$$

(2.3) ve (2.4)' de V, S yüzeyi ile sınırlanan hacmi gösterir. (2.3) özdeşliği, fazlar arasında homojen olmayan malzemenin bileşenlerini ayıran yüzeylerde yerdeğiştirmelerin sürekli olduğu durumda; (2.4) özdeşliği, gerilmelerin fazlar arasında sürekli olduğu durumda doğrudurlar. (2.3) ve (2.4) özdeşlikleri Gauss integral dönüşüm formülünün kullanılması ile kolayca ispatlanır:

(2.1) ve (2.3) denklemlerinden,

$$\varepsilon_{ij}^0 = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij} dV \quad (2.5)$$

ayrıca (2.3) ve (2.4) kullanılarak,

$$\sigma_{ij}^0 = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV \quad (2.6)$$

elde edilir. Örneğin, (2.5)' in elde edilmesine bakılırsa: (2.1) koşulu ve Gauss integral dönüşüm formülü kullanılarak, (2.3) özdeşliğinden,

$$\begin{aligned}
 \int_V \varepsilon_{ij} dV &= \frac{1}{2} \int_S (u_i n_j + u_j n_i) dS = \frac{1}{2} \int_S (\varepsilon_{ik}^0 x_k n_j + \varepsilon_{jk}^0 x_k n_i) dS \\
 &= \frac{1}{2} \varepsilon_{ik}^0 \int_S x_k n_j dS + \frac{1}{2} \varepsilon_{jk}^0 \int_S x_k n_i dS = \frac{1}{2} \varepsilon_{ik}^0 \int_V \frac{\partial x_k}{\partial x_j} dV + \frac{1}{2} \varepsilon_{jk}^0 \int_V \frac{\partial x_k}{\partial x_i} dV \\
 &= \frac{1}{2} \varepsilon_{ik}^0 V \delta_j^k + \frac{1}{2} \varepsilon_{jk}^0 V \delta_i^k = \varepsilon_{ij}^0 V \Rightarrow \varepsilon_{ij}^0 = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij} dV
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

yazılabilir. Aynı şekilde (2.3) ve (2.4) kullanılarak (2.6) formülü bulunabilir. Böylece (2.1) veya (2.2) sınır koşulları verilirse kompozit malzemenin normalize edilmiş μ_{ijkl} malzeme sabitleri

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \mu_{ijkl} \langle \varepsilon_{kl} \rangle \tag{2.8}$$

bağıntılarından elde edilir. Burada,

$$\langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \sigma_{ij} dV; \quad \langle \varepsilon_{ij} \rangle = \frac{1}{V} \int_V \varepsilon_{ij} dV \tag{2.9}$$

işaretlemeleri kullanılır. Genellikle (2.1) koşulları çerçevesinde elde edilen μ_{ijkl} ' lerin (2.2) koşulları çerçevesinde elde edilenlerden farklı olduğu vurgulanmalıdır. Eğer bu farklılık yok ise, bulunan μ_{ijkl} ' lere ele alınan kompozit malzemenin *kesin*, eğer bu farklılık var ise, o zaman bakılan kompozit malzemenin *yaklaşık* normalize edilmiş mekanik özellikleri denir.

Bir çok kaynakda örneğin; Cristensen (1979), Pagano (1974), Sendeckyj (1974)' de görüldüğü gibi, kompozit malzemenin normalize edilmiş mekanik özellikleri bileşenlerinin formuna, hacim oranlarına ve malzeme özelliklerine bağlıdır.

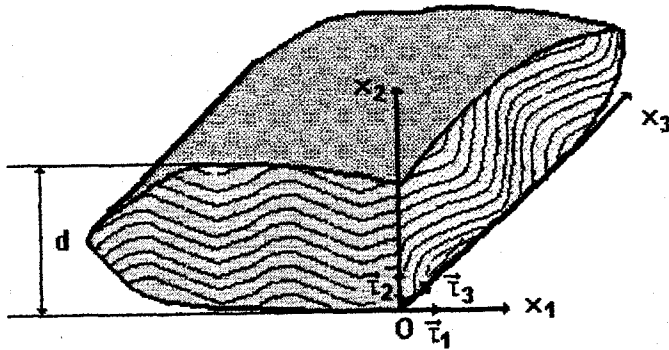
Kompozit malzemelerin mikro-mekaniğinde kullanılan en önemli kavramlardan biri *belirleyici eleman* kavramıdır. Belirleyici eleman ele alınan kompozit malzemenin öyle alanını kapsar ki, bu alanda gerilme ve şekildeğiştirme tansörlerinin bileşenlerinin, onun -belirleyici elemanın- hacmine göre alınan ortalama değerleri, bu bileşenlerin kompozit malzemenin bütün hacmine göre alınan ortalama değerlerine eşit olur. Yani,

eğer (2.1) veya (2.2) sınır koşulları belirleyici eleman sınırında verilirse, o zaman elde edilen $\langle \sigma_{ij} \rangle$ ve $\langle \epsilon_{ij} \rangle$ ' ler aynı sınır koşulları çerçevesinde bütün kompozit malzeme için elde edilen $\langle \sigma_{ij} \rangle$ ile $\langle \epsilon_{ij} \rangle$ ' lere eşittirler. Dolayısıyla, belirleyici eleman için elde edilen μ_{ijkl} ' ler bütün kompozit malzeme için elde edilen μ_{ijkl} ' lerin aynısı olurlar.

Yukarıda söylenenlerden görüldüğü gibi, (2.8)' deki μ_{ijkl} ' lerin bulunması için (2.1) veya (2.2) sınır koşulları çerçevesinde, uygun sınırdeğer problemlerinin çözülmesi yani, belirleyici elemanda σ_{ij} ve ϵ_{ij} ' lerin dağılımlarının belirlenmesi gerekir. Bu çözümler ise belirli modeller çerçevesinde yapılır. Bu modeller hakkında bazı bilgiler Ek 1. ve Ek 2.' de verilmektedir.

Böylece kompozit malzemelerin normalize edilmiş mekanik özellikleri belirlendikten sonra, onların makro-mekaniği, yani; kompozit malzemenin ve ondan hazırlanan yapı elemanlarının mekaniği, (2.8) bünye denklemleri çerçevesinde incelenir. Belirtmek gerekir ki, eğer, kompozit malzemede gerilme ve şekildeğiştirme dağılımının araştırılması, boyutu belirleyici eleman boyutundan küçük alanlarda yeterli ise, bu durumda bu malzemelerin mikro-mekaniği, gerilme ve şekildeğiştirme dağılımının araştırılması, boyutu belirleyici eleman boyutundan büyük alanlarda yeterli ise, o zaman bu malzemelerin makro-mekaniği kullanılır.

II.2. GEREKLİ NOTASYONLAR VE KABULLER



Şekil 2.1. Eğrisel yapıya sahip kompozit malzemenin $x_1 = sb.$, $x_3 = sb.$ kesitleri

Şekil 2.1 de $ox_1x_2x_3$ kartezyen koordinat takımında $x_1 = sb.$ ve $x_3 = sb.$ kesitlerinde yapısı gösterilen kompozit malzemenin hazırlanmış cisim ele alınır. Ele alınan cisimde güçlendirici lif veya levhalar x_1ox_3 düzlemi üzerine yerleştirilmiştir. Aşağıdaki notasyonlar kabul edilir:

h' - takviyenin en küçük boyutu; H' - malzeme yapısındaki eğriliğin genliğinin boyutu; $\Lambda_1(\Lambda_3)$ - eğriliğin ox_1 (ox_3) eksenini yönündeki yarım dalgasının uzunluğu; d - ele alınan malzemeden hazırlanmış yapı elemanının en küçük boyutu olsun. Burada, Λ_1 ve Λ_3 parametreleri, bakılan malzeme yapısında yerel eğrilik olduğu durumlarda başka anlamlar taşıyacaktır.

Ele alınan malzemedeki güçlendirici levhaların ox_2 eksenini yönünde belirli bir periyot ile tekrarlandığı ve malzeme yapısındaki eğriliği karakterize eden parametrelerin aşağıdaki eşitsizlikleri sağladığı kabul edilir.

$$\Lambda_1 \ll d; \Lambda_3 \ll d; H' < \Lambda_1; H' < \Lambda_3 . \quad (2.10)$$

(2.10)' un birinci ve ikinci eşitsizliği, malzeme yapısındaki eğriliğin aynı malzemeden hazırlanmış yapı elemanının en küçük boyutundan çok çok küçük olmasını gerektirir. Bu koşulları sağlayan eğriliklere *küçük ölçekli eğrilikler* denir. (2.10)' un üçüncü ve dördüncü eşitsizlikleri, eğriliğin genliğinin, eğriliğin diğer parametrelerinin değerlerinden (örneğin, periyodik eğriliklerde, eğriliğin yarım periyodunun uzunluğundan) küçük olmasını gerektirir. Akbarov and Guz' (1991)' da (2.10)' daki üçüncü ve dördüncü eşitsizlikler aşağıdaki gibi kabul edilmiştir.

$$H' \ll \Lambda_1; H' \ll \Lambda_3 \quad (2.11)$$

(2.11) eşitsizlikleri söz konusu teori ile problemlerin çözülmesinde Küçük Parametreler Yönteminin kullanılabilmesini sağlamıştır. Bu çalışmada Küçük Parametreler Yöntemi kullanılmadığından, (2.11) eşitsizlikleri (2.10)' daki üçüncü ve dördüncü eşitsizlikleriyle yer değiştirmiştir.

Çalışmada indis notasyonu kullanılmış olup, tekrarlanan indisler üzerinde toplam yapılır. Bahsedilen Einstein Toplama Uylasıını altı çizilmiş indisler üzerinde uygulanmayacaktır. Kronecker deltası ise; $\delta_{ij} = 0$ ($i \neq j$), $\delta_{ij} = 1$ ($i = j$) veya, $\delta_i^j = 0$ ($i \neq j$), $\delta_i^j = 1$ ($i = j$) şeklinde kullanılır.

II.3. BÜNYE DENKLEMLERİ

Bu kısımda yukarıda verilen kabuller dahilinde, eğrisel yapıya sahip kompozit malzemelerin bünye denklemleri elde edilecektir. Bu amaçla ele alınan malzemedan $\Delta H'$ kalınlığında, yeterince ince ve eğrisel yapıda olan bir levha ele alınır. Ele Alınan bu levhanın orta yüzeyinin formunun, ele alınan malzeme yapısındaki eğilme formu ile aynı olduğu ve

$$h' \ll \Delta H'; \quad \Delta H' \ll \Lambda_1; \quad \Delta H' \ll \Delta_3 \quad (2.12)$$

eşitsizliklerinin sağlandığı kabul edilir. Söylenen levhanın orta yüzeyinin her bir noktasına $o'x'_1x'_2x'_3$ kartezyen koordinat takımı bağlanır. Bu durumda $o'x'_2$ eksenini, aynı noktada orta yüzeye normal olan birim $\vec{\tau}_2'$ vektörü yönünde, $o'x'_1$ ve $o'x'_3$ eksenleri ise aynı noktada orta yüzeye teğet olan birim $\vec{\tau}_1'$ ve $\vec{\tau}_3'$ vektörleri yönünde yönlendirilir. Malzeme yapısında eğrilik olmadığı durumda $\vec{\tau}_1'$, $\vec{\tau}_2'$ ve $\vec{\tau}_3'$ vektörleri Şekil 2.1' de gösterilen $\vec{\tau}_1$, $\vec{\tau}_2$ ve $\vec{\tau}_3$ vektörleriyle aynı yönde olurlar. $\vec{\tau}_1'$, $\vec{\tau}_2'$ ve $\vec{\tau}_3'$ vektörlerinin belirlenmesine ileride çalışılacaktır.

(2.12)' deki ilk eşitsizliğe göre, ele alınan eğrisel yapıdaki levhanın, $\sim (\Delta H')^3$ hacmindeki kısmına $o'x'_1x'_2x'_3$ kartezyen koordinat takımında, asal simetri eksenleri $o'x'_1$, $o'x'_2$ ve $o'x'_3$ olan homojen (normalize edilmiş mekanik özellikli) ortotrop malzeme gibi bakılır. Söylenen nedenden dolayı $\Delta H'$ boyutu, ele alınan kompozit malzemenin yapısında eğrilik olmadığı durumda, belirleyici elemanın boyutu olarak seçilir.

Böylece yukarıda seçilmiş eğrisel yapıya sahip levha malzemesine, simetri eksenleri ($o'x'_1$, $o'x'_2$, ve $o'x'_3$) sürekli olarak değişen, eğrisel anizotrop malzeme gibi bakılabilir. Seçilen eğrisel levhadaki herhangi bir noktada, $o'x'_1$, $o'x'_2$ ve $o'x'_3$ koordinat takımına göre, bünye denklemleri,

$$\sigma'_{ij} = \mu_{ij\alpha\beta}^{(0)} \epsilon'_{\alpha\beta} \quad (2.13)$$

gibi yazılır, burada

$$\mu_{ij\alpha\beta}^{(0)} = \delta_i^j \delta_{\alpha\beta}^0 A_{ij}^0 + (1 - \delta_i^j) (\delta_i^\alpha \delta_j^\beta + \delta_i^\beta \delta_j^\alpha) G_{ij}^0$$

$$A_{44}^0 = G_{13}^0, \quad A_{55}^0 = G_{23}^0, \quad A_{66}^0 = G_{12}^0 \quad (2.14)$$

şeklinde tanımlanır. (2.14)'deki A_{ij}^0 ve G_{ij}^0 'lar ortotrop malzemelerin elastisite teorisinde kullanılan malzeme sabitleridir. Yukarıda söylenenlerden dolayı bu sabitlere ele alınan kompozit malzemenin yapısında eğrilikler olmadığı durumda, aynı malzemenin normalize edilmiş mekanik sabitleri gibi bakılabilir. Bazı kompozitler için A_{ij}^0, G_{ij}^0 'ların bulunması Ek 1. ve Ek 2.'de verilmiştir. Söylenenlerden dolayı (2.13)'deki σ'_{ij} ve ε'_{ij} 'ler, $\sim (\Delta H')^3$ belirleyici eleman hacimine göre ortalaması alınmış gerilme ve şekildeğiştirme tensörünün $o'x_1x_2x_3$ koordinat takımındaki bileşenleri olurlar.

Seçilen eğrisel yapıdaki levhanın orta yüzeyinin $ox_1x_2x_3$ koordinat takımındaki denklemi (Şekil 2.1)

$$x_2 = F(x_1, x_3) = \varepsilon f(x_1, x_3) \quad (2.15)$$

biçiminde olsun. (2.10)'daki üçüncü ve dördüncü eşitsizliklerinden yola çıkarak (2.15)'de boyutsuz küçük $\varepsilon \in [0, 1)$ parametresi dahil edilir. (2.15)'deki $f(x_1, x_3)$ fonksiyonu ve bu fonksiyonun birinci mertebeden kısmi türevleri sürekli fonksiyonlar olarak kabul edilir. Akbarov and Guz' (1991)'de $F(x_1, x_3)$ fonksiyonu üzerine, söylenen kısıtlamalardan başka göz önüne alınan teoremin problemlerinin çözülmesinde Küçük Parametreler Yönteminin kullanılmasından dolayı bu fonksiyonun,

$$\left| \varepsilon \frac{\partial f}{\partial x_1} \right| < 1; \quad \left| \varepsilon \frac{\partial f}{\partial x_3} \right| < 1 \quad (2.16)$$

koşullarını sağlaması da ilave edilmiştir.

Bu çalışmada Küçük Parametreler Yöntemi kullanılmadığından, $F(x_1, x_3)$ fonksiyonu üzerine konulan (2.16) kısıtlamaları göz önüne alınmayacaktır.

Ele alınan kompozit malzemenin $ox_1x_2x_3$ koordinat takımındaki bünye denklemleri elde edilmesinde ilk önce $o'x'_i$ ve ox_j eksenleri arasındaki açının kosinüsleri belirlenir. Bu amaçla (2.15) denklemini aşağıdaki vektör formunda yazarak,

$$\vec{r} = x_1 \vec{\tau}_1 + F(x_1, x_3) \vec{\tau}_2 + x_3 \vec{\tau}_3 \quad (2.17)$$

(2.17)'den bilinen işlemler yolu ile aşağıdaki ifadeleri bulunur.

$$\vec{\tau}'_1 = v_1(\vec{\tau}_1 + \frac{\partial F}{\partial x_1} \vec{\tau}_2); \quad \vec{\tau}'_3 = v_3(\frac{\partial F}{\partial x_3} \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3);$$

$$\vec{\tau}'_2 = -v_1 v_3(\frac{\partial F}{\partial x_1} \vec{\tau}_1 - \vec{\tau}_2 + \frac{\partial F}{\partial x_3} \vec{\tau}_3);$$

$$v_1 = \left(1 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_1}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}}; \quad v_3 = \left(1 + \left(\frac{\partial F}{\partial x_3}\right)^2\right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.18)$$

$o'x'_i$ ve ox_j eksenlerinin arasındaki açılarının kosinüsleri $l_{ij} = \vec{\tau}'_i \cdot \vec{\tau}_j$ ($i, j = 1, 2, 3$) formülünün yardımıyla aşağıdaki gibi bulunur.

$$l_{11} = v_1; \quad l_{12} = v_1 \frac{\partial F}{\partial x_1}; \quad l_{13} = 0; \quad l_{21} = -v_1 v_3 \frac{\partial F}{\partial x_1};$$

$$l_{22} = v_1 v_3; \quad l_{23} = -v_1 v_3 \frac{\partial F}{\partial x_3}; \quad l_{31} = 0; \quad l_{32} = v_3 \frac{\partial F}{\partial x_3}; \quad l_{33} = v_3 \quad (2.19)$$

Koordinat eksenleri döndürüldüğünde Lekhnitskii (1963) ve diğer birçok kaynakta gösterilen malzeme sabitleri dönüşüm formüllerini kullanarak,

$$\mu_{ij\alpha\beta}(x_1, x_3) = \mu_{nm sp}^{(0)} l_{in} l_{jm} l_{\alpha s} l_{\beta p} \quad (i, j, n, m, s, p, \alpha, \beta = 1, 2, 3) \quad (2.20)$$

biçiminde yazılabilir. Böylece, incelenen eğrisel yapıya sahip kompozit malzemelerin $ox_1x_2x_3$ koordinat takımındaki bünye denklemleri aşağıdaki gibi yazılır.

$$\sigma_{ij} = \mu_{ij\alpha\beta}(x_1, x_3) \varepsilon_{\alpha\beta} \quad (2.21)$$

(2.21)' de σ_{ij} ve $\varepsilon_{\alpha\beta}$ lar, boyutları $\sim (\Delta H')$ olan belirleyici eleman hacmine göre ortalaması alınmış gerilme ve şekildeğiştirme tansörlerinin $ox_1x_2x_3$ eksen takımındaki bileşenleridir.

(2.21) bağıntıları, yapı parametreleri bu bölümde söylenen kısıtlamaları sağlayan, eğrisel yapıya sahip kompozit malzemelerin *süreklilik teorisi* diye adlanır. Bu teoriye göre, parçalı-homojen malzeme, sürekli-homojen olmayan anizotrop malzeme haline getirilir.

Bu bölümde yapılan işlemlerden görüldüğü gibi, incelenen süreklilik teorisinin (2.21) bağıntılarının ele alınmasında sürekli ortamlar mekaniğinin geometrik ilişkileri (yani, şekildeğiştirme tansörünün bileşenleri ile yerdeğiştirme vektörü bileşenleri arasındaki bağıntıların lineer olup olmaması) üzerindeki hiç bir kısıtlama kullanılmamaktadır. Bu nedenle, ele alınan süreklilik teorisi hem geometrik lineer hem de geometrik lineer olmayan problemler için geçerli sayılabilir.

Bilindiği gibi, adı geçen bağıntılar lineer problemlerde,

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (2.22)$$

geometrik lineer olmayan problemlerde ise,

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_i} \frac{\partial u_\alpha}{\partial x_j} \right), \quad i, j, \alpha = 1, 2, 3 \quad (2.23)$$

şeklinde dirler.

Bu çalışmada, kompozit malzeme yapısındaki eğriliklerin ancak bir yönde (ox_1 eksenini yönünde) olduğu ve bu nedenle de, (2.21)'deki $\mu_{ij\alpha\beta}$ fonksiyonlarının ancak x_1 koordinatına bağlı olduğu kabul edilir. $\mu_{ij\alpha\beta}^{(0)}$ ' lar, (2.14)'deki gibi verildiğinde, (2.21)'deki $\mu_{ij\alpha\beta}(x_1)$ fonksiyonlarının sıfırdan farklı olanlarının açık ifadeleri aşağıda verilir.

$$\mu_{1111} = A_{11}^0 \Phi_1^4(x_1) + 2A_{12}^0 \Phi_1^2(x_1) \Phi_2^2(x_1) + A_{22}^0 \Phi_2^4(x_1) + 4G_{12}^0 \Phi_1^2(x_1) \Phi_2^2(x_1)$$

$$\mu_{2222} = A_{11}^0 \Phi_2^4(x_1) + 2A_{12}^0 \Phi_1^2(x_1) \Phi_2^2(x_1) + A_{22}^0 \Phi_1^4(x_1) + 4G_{12}^0 \Phi_1^2(x_1) \Phi_2^2(x_1)$$

$$\mu_{3333} = A_{33}^0; \quad \mu_{1313} = A_{44}^0 \Phi_1^2(x_1) + A_{55}^0 \Phi_2^2(x_1)$$

$$\mu_{2323} = A_{55}^0 \Phi_1^2(x_1) + A_{44}^0 \Phi_2^2(x_1);$$

$$\mu_{1212} = \Phi_1^2(x_1) \Phi_2^2(x_1) (A_{11}^0 - 2A_{12}^0 + A_{22}^0) + A_{66}^0 (\Phi_1^4(x_1) + \Phi_2^4(x_1) -$$

$$2 \Phi_1^2(x_1) \Phi_2^2(x_1));$$

$$\mu_{1122} = (A_{11}^0 + A_{22}^0 - 4A_{66}^0) \Phi_1^2(x_1) \Phi_2^2(x_1) + A_{12}^0 (\Phi_1^4(x_1) + \Phi_2^4(x_1));$$

$$\mu_{1133} = A_{13}^0 \Phi_1^2(x_1) + A_{23}^0 \Phi_2^2(x_1);$$

$$\mu_{1112} = (A_{12}^0 - A_{11}^0 + 2A_{66}^0) \Phi_1^3(x_1) \Phi_2(x_1) + (A_{22}^0 - A_{12}^0 - 2A_{66}^0) \times$$

$$\Phi_1(x_1) \Phi_2^3(x_1);$$

$$\mu_{2233} = A_{13}^0 \Phi_2^2(x_1) + A_{23}^0 \Phi_1^2(x_1);$$

$$\mu_{2212} = (A_{12}^0 - A_{11}^0 + 2A_{66}^0) \Phi_1(x_1) \Phi_2^3(x_1) + (A_{22}^0 - A_{12}^0 - 2A_{66}^0) \times$$

$$\Phi_1^3(x_1) \Phi_2(x_1);$$

$$\mu_{3312} = (A_{23}^0 - A_{13}^0) \Phi_1(x_1) \Phi_2(x_1);$$

$$\mu_{1323} = (A_{44}^0 - A_{55}^0) \Phi_1(x_1) \Phi_2(x_1). \quad (2.24)$$

Burada,

$$\Phi_1(x_1) = \frac{1}{\sqrt{1 + (\epsilon \frac{\partial f}{\partial x_1})^2}}, \quad \Phi_2(x_1) = \epsilon \frac{\partial f}{\partial x_1} \Phi_1(x_1). \quad (2.25)$$

Burada $\epsilon f(x_1) = F(x_1)$. biçimindedir.

Yapılacak işlemleri kolaylaştırmak amacıyla aşağıdaki notasyonlar kullanılır:

$$A_{11}(x_1) = \mu_{1111}(x_1); \quad A_{22}(x_1) = \mu_{2222}(x_1); \quad A_{33} = \mu_{3333};$$

$$A_{44}(x_1) = \mu_{1313}(x_1); \quad A_{55}(x_1) = \mu_{2323}(x_1); \quad A_{66}(x_1) = \mu_{1212}(x_1);$$

$$A_{12}(x_1) = \mu_{1122}(x_1); \quad A_{13}(x_1) = \mu_{1133}(x_1); \quad A_{16}(x_1) = \mu_{1112}(x_1);$$

$$A_{23}(x_1) = \mu_{2233}(x_1); \quad A_{26}(x_1) = \mu_{2212}(x_1); \quad A_{36}(x_1) = \mu_{3312}(x_1);$$

$$A_{45}(x_1) = \mu_{1323}(x_1) . \quad (2.26)$$

II.4. EĞRİSEL YAPIDAKİ KOMPOZİT MALZEMELERDE SINIRDEĞER PROBLEMLERİ VE YAKLALAŞIK-ANALİTİK YÖNTEMLER

Bu çalışmada, eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeler mekaniğinin, lineer statik problemleri ele alınmaktadır. Bu tür problemlere uygun olan sınırdeğer problemlerinin matematiksel formülasyonu aşağıda verilir.

Eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeden hazırlanmış yapı elemanının $ox_1x_2x_3$ koordinat takımında verilen V hacmini kapsadığı düşünölsün. S , bu hacmin tüm sınırını; S_1 , dış kuvvetlerin etkilediğı bölgeyi; S_2 , yerdeğıştirmelerin verildiğı bölgeyi göstere sin ve $S_1 \cup S_2 = S$ olsun. Bu durumda, V hacminde denge denklemleri;

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0, \quad x_1, x_2, x_3 \in V, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (2.27)$$

bünye denklemleri;

$$\sigma_{ij} = \mu_{ij\alpha\beta}(x_1)\epsilon_{\alpha\beta}, \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3 \quad (2.28)$$

şekildeğıştirme ile yerdeğıştirme bağıntıları;

$$\epsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_\alpha}{\partial x_\beta} + \frac{\partial u_\beta}{\partial x_\alpha} \right) \quad (2.29)$$

biçiminde olur. S yüzeyinin S_1 kısmında gerilmeler ile verilen sınır koşulları,

$$\sigma_{ij}n_j = P_i(x_1, x_2, x_3), \quad x_1, x_2, x_3 \in S_1 \quad (2.30)$$

şeklinde, S_2 kısmında yerdeğıştirmeler ile verilen sınır koşulları ise,

$$u_i = g_i(x_1, x_2, x_3); \quad x_1, x_2, x_3 \in S_2 \quad (2.31)$$

şeklinde yazılabilir. (2.30)' da n_i ; S_1 yüzeyinin normal birim vektörünün bileşenlerini göstermektedir. (2.30) ve (2.31)' deki P_j ve g_j ' ler verilen fonksiyonlardır. $S_2 = S$ olursa, probleme I. tip sınırdeğer problemi; $S_1 = S$ olursa, II. tip sınırdeğer problemi; $S_1 \neq S$, $S_2 \neq S$ ve $S_1 \cup S_2 = S$ olursa, III. tip veya karışık sınırdeğer problemi denir.

Bunlardan başka verilen alanın aynı kısmında hem gerilmeler hem de yerdeğiştirmeler ile sınır koşulları verilebilir. Buna IV. tip veya karışık-karışık sınırdeğer problemi denir. Bu çalışmada, ele alınan problemlerde III. ve IV. tip sınırdeğer problemleri incelenmiştir.

Şimdi, yukarıda adı geçen sınırdeğer problemlerinin çözülmesinde kullanılabilecek bazı yaklaşık-analitik yöntemler ele alınacaktır. Bu yöntemlerden ilk göze çarpan, Akbarov et al. (1991,1992)' de kullanılan Küçük Parametreler Yöntemidir. Bu yöntemin kullanılabilmesi için, (2.16) kısıtlamalarının sağlanması zorunludur. (2.16) kısıtlamalarının sağlanması ise, eğrisel yapıya sahip kompozit malzemenin yapı parametrelerinin değişim aralığını daraltır. Böylece (2.16) kısıtlamaları sağlanırsa, (2.18) de v_1 ve v_3 ' nin ifadeleri, (2.25)' de $\Phi_1(x_1)$ ve $\Phi_2(x_1)$ ifadeleri ε ' nun kuvvet serisi şeklinde yazılır. Bu durumda, $\mu_{ij\alpha\beta}(x_1, x_3)$ ' lar için

$$\mu_{ij\alpha\beta} = \mu_{ij\alpha\beta}^{(0)} + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^{2k-1} \mu_{ij\alpha\beta}^{(1)2k-1}(a, b) + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^{2k} \mu_{ij\alpha\beta}^{(2)2k}(a, b) \quad (2.32)$$

yazılabilir. Burada,

$$a = \frac{\partial f}{\partial x_1}, \quad b = \frac{\partial f}{\partial x_3}$$

dir. (2.32) göz önüne alınırsa (2.27), (2.28) ve (2.29)' dan yerdeğiştirmelere göre yazılan

$$L_{ij}^0 u_j + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^{2k} K_{ijk} u_j + \sum_{k=1}^{\infty} \varepsilon^{2k-1} R_{ijk} u_j = 0. \quad (2.33)$$

denge deklemleri elde edilir. Burada (2.33)' de $L_{i\alpha}^0$ ' lar,

$$L_{ij}^0 = \left[A_{ij}^0 + (1 - \delta_i^j) G_{ij}^0 \right] \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} + \delta_i^j (1 - \delta_\alpha^i) G_{\alpha i}^0 \frac{\partial^2}{\partial x_\alpha^2}; \quad (2.34)$$

şeklinde olan lineer diferansiyel operatörlerdir. (2.33)' deki K_{ijk} ve R_{ijk} ' lar ise değişken katsayılı, lineer diferansiyel operatörlerdir. Bu operatörlerin açık ifadeleri Akbarov and Guz' (1991)' da verilmiştir.

Aranan fonksiyonlar ve (2.30) ile (2.31)' de verilenler ε parametresinin kuvvet serisi şeklinde,

$$\sigma_{ij} = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n \sigma_{ij}^{(n)}; \quad u_j = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n u_j^{(n)}; \quad P_j = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n P_j^{(n)}; \quad g_j = \sum_{n=0}^{\infty} \varepsilon^n g_j^{(n)}. \quad (2.35)$$

ifade edilirse, q . yaklaşımda yerdeğiştirmelerle yazılan

$$L_{ij}^0 u_j^{(q)} + \sum_{k=1}^{[q/2]} K_{ijk} u_j^{(q-2k)} + \sum_{k=1}^{[(q+1)/2]} R_{ijk} u_j^{(q+1-2k)} = 0 \quad (2.36)$$

denklem takımı elde edilir. Burada (2.36)' da $[q/2]$; $q/2$ ' nin tam değerini göstermektedir.

(2.35) ve (2.30) ile (2.31)' den her yaklaşım için uygun sınır koşulları da elde edilir. Böylece, ele alınan sınırdeğer problemlerinin çözümü, sabit katsayılı, kısmi türevli, homojen olmayan diferansiyel denklem takımının uygun sınırdeğer problemleri serisinin çözümüne getirilir. Bilindiği üzere, kompozit malzemenin kapsadığı alanın şekline ve sınır koşullarının tipine bağlı olarak, söylenen bir seri sınırdeğer problemlerinin analitik çözümünü elde etmek çoğu zaman imkansızdır. Örnek olarak Taylan and Güven (1995) gösterilebilir. Bu çalışmada adı geçen süreklilik teorisinin iki boyutlu (düzlem şekildeğiştirme durumunda) probleminin dikdörtgen alan için çok basit sınır koşulları çerçevesinde, küçük parametreler yönteminin yardımı ile incelenmesine çalışılmıştır. Bu durumda ele alınan sınır koşulları çerçevesinde sıfıncı yaklaşımda kesin analitik çözüm elde edilmiş olsa da, sonraki yaklaşımlarda böyle bir sonuca varılamamıştır. Açıktır ki, adı geçen çalışmadaki sınır koşullarının veya ele alınan alan şeklinin biraz "zorlaştırılması" sıfıncı yaklaşımda bile analitik çözüm elde edilmesini imkansız kılar.

Yukarıda söylenenlerden görüldüğü gibi ele alınan teorisinin sonlu alanlar için olan sınırdeğer problemlerinin, Küçük Parametreler Yöntemi'ni kullanarak yaklaşık-analitik çözümlerinin elde edilmesi çok kısıtlı ve bir çok durumlarda ise imkansızdır. Bu söylenenler bu çalışmada ele alınan problemlere de uygulanabilir.

Yukarıda adı geçen süreklilik teorisinin verilen sınırdeğer problemlerinin çözülmesinde kullanılabilecek ikinci tür yaklaşık-analitik yöntem, varyasyonel yöntemler olabilir. Bu yöntemin adı geçen süreklilik teorisinin bazı özdeğer problemlerinin çözülmesi için geliştirilmesi Akbarov et al. (1992)' de verilmiştir.

Bilindiği üzere, varyasyonel yöntemlerin kullanılması aranan fonksiyonları, onların tanımlandığı bütün alanda, muayyen fonksiyonların serisi şeklinde olan bir yaklaşımın yapılmasını gerektirir. Böyle bir yaklaşımın yapılması ise, alan şekli , bakılan sınırdeğer probleminin tipi, vb. bağlı olarak genellikle her zaman mümkün değildir. Bu nedenlerle çalışmada ele alınan sınırdeğer problemlerinin çözülmesinde varyasyonel yöntemler kullanılamamıştır.

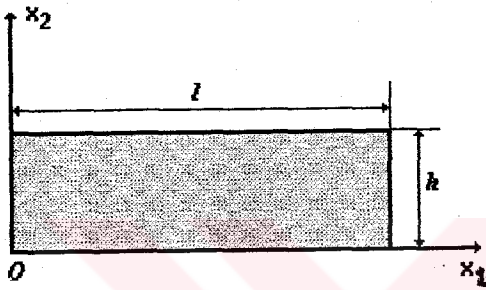
Yukarıda açıklandığı gibi, ele alınan sınırdeğer problemlerinin çözümünde sayısal yöntemlerin kullanılması zorunlu olmaktadır. Bilindiği gibi, bu yöntemler içinde en gelişmiş olanları; Sonlu Elemanlar ve Sınır Elemanları Yöntemleri'dir. Sınır Elemanları Yöntemi'nin kullanılması, incelenen problemlerin temel (fundamental) çözümlerinin önceden bulunmasını gerektirir. Bu ise, adı geçen sınırdeğer problemleri için çok zor ve bir çok durumlarda imkansız olduğundan, problemlerin çözülmesinde Sınır Elemanları Metodu'ndan kullanılamamıştır. Böylece, ele alınan sınırdeğer problemlerinin incelenmesi için en elverişli sayısal yöntem, Sonlu Elemanlar Yöntemi olarak saptanmıştır.

BÖLÜM III.

İKİ BOYUTLU SINIRDEĞER PROBLEMLERİ

III.1. PROBLEMLERİN MATEMATİKSEL FORMÜLASYONU

Önceki bölümlerde tanımlanan eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeden hazırlanmış ve $\Omega = \{0 < x_1 < l; 0 < x_2 < h\}$ (Şekil 3.1) alanını kapsayan şerit ele alınsın.



Şekil 3.1. Ele alınan şeritin geometrisi

Bu şeride düzlemsel şekil değiştirme uygulansın. Bu durumda, (2.27), (2.28) ve (2.29)' dan yer değiştirme vektörünün bileşenleri ile yazılan aşağıdaki denge denklemleri elde edilir.

$$L_{ij}u_j = 0, \quad i, j = 1, 2. \quad (3.1)$$

Bu bölümde, (3.1) denklemi için aşağıdaki sınır koşulları çerçevesinde verilen sınırdeğer problemleri araştırılmıştır:

Problem 1.

$$(l_{i1}u_1 + l_{i2}u_2)|_{x_2=h; x_1 \in (0,l)} = -p_1(x_1)\delta_2^i;$$

$$(l_{i1}u_1 + l_{i2}u_2)|_{x_2=0; x_1 \in (0,l)} = 0; \quad i = 1, 2 \quad (3.2)$$

$$u_2|_{\substack{x_1=0;l \\ x_2 \in [0;h]}} = 0; \quad \sigma_{11}|_{\substack{x_1=0;l \\ x_2 \in [0;h]}} = 0$$

(3.2) sınır koşulları; her iki kenarı basit mesnetli, üst yüzeyinde (yani $x_2 = h$ da) yüzey normaline ters yönde etkiyen $p_1(x_1)$ yayılı yükü etkisi altında olan, eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeden hazırlanmış şeritin gerilme ve şekil değiştirme dağılımının incelenmesine karşı gelen sınır koşullarıdır. Bu koşullara göre, şeritin uçlarında ox_1 eksen yönünde hiç bir kuvvet ortaya çıkmamaktadır, şeritin alt ve üst yüzeylerinde ise kayma gerilmeleri sıfırdır.

Problem 2.

$$(l_{i1}u_1 + l_{i2}u_2)|_{x_2=h; x_1 \in (0,l)} = -p_1(x_1)\delta_2^i ;$$

$$(l_{i1}u_1 + l_{i2}u_2)|_{x_2=0; x_1 \in (0,l)} = 0 ; \quad i = 1, 2 \quad (3.3)$$

$$u_1|_{\substack{x_1=0 \\ x_2 \in [0,h]}} = u_2|_{\substack{x_1=0;l \\ x_2 \in [0,h]}} = 0$$

(3.3) sınır koşulları; kenarlarından ankastre mesnetli, üst yüzeyinde ise problem 1' deki gibi yüklenen ve eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeden hazırlanmış şeritin gerilme ve şekildeğiştirme durumunun incelenmesine karşı gelen sınır koşullarıdır.

Problem 3.

$$(l_{i1}u_1 + l_{i2}u_2)|_{x_2=0,h; x_1 \in (0,1)} = 0 ; \quad i = 1, 2$$

$$\sigma_{11}|_{\substack{x_1=l \\ x_2 \in [0,h]}} = 0 ; \quad \sigma_{12}|_{\substack{x_1=l \\ x_2 \in [0,h]}} = -p \frac{x_2}{h} \left(\frac{x_2}{h} - 1 \right) \quad (3.4)$$

$$u_1|_{\substack{x_1=0 \\ x_2 \in [0,h]}} = u_2|_{\substack{x_1=0 \\ x_2 \in [0,h]}} = 0$$

(3.4) sınır koşulları; sol kenarından (yani $x_1 = 0$ ' da) ankastre mesnetli, sağ kenarından ise, ox_2 yönünde *parabolik formda*, genliği p olan kuvvet etkisi altında, eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeden hazırlanmış konsol plağın (şeritin) gerilme ve şekildeğiştirme problemine karşı gelen sınır koşullarıdır. Bu durumda ele alınan konsol şeritin alt ve üst yüzeylerinde hiç bir dış kuvvet etki göstermemektedir.

Görüldüğü gibi, ele alınan problemler önceki bölümde söylenen III. ve IV. tip sınırdeğer problemlerine aittirler.

(3.1) - (3.4) ifadelerinde,

$$L_{11} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left[A_{11}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_1} + A_{16}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_2} \right] + \frac{\partial}{\partial x_2} \left[A_{16}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_1} + A_{66}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_2} \right];$$

$$L_{12} = \frac{\partial}{\partial x_1} \left[A_{16}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_1} + A_{12}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_2} \right] + \frac{\partial}{\partial x_2} \left[A_{66}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_1} + A_{26}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_2} \right];$$

$$\begin{aligned}
L_{21} &= \frac{\partial}{\partial x_1} \left[A_{16}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_1} + A_{66}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_2} \right] + \frac{\partial}{\partial x_2} \left[A_{12}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_1} + A_{26}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_2} \right]; \\
L_{22} &= \frac{\partial}{\partial x_1} \left[A_{66}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_1} + A_{26}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_2} \right] + \frac{\partial}{\partial x_2} \left[A_{26}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_1} + A_{22}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_2} \right]; \\
I_{11} &= A_{16}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_1} + A_{66}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_2}; \quad I_{22} = A_{22}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_2} + A_{26}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_1}; \\
I_{12} &= A_{26}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_2} + A_{66}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_1}; \quad I_{21} = A_{12}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_1} + A_{26}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_2}; \\
I_{31} &= A_{11}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_1} + A_{16}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_2}; \quad I_{32} = A_{12}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_2} + A_{16}(x_1) \frac{\partial}{\partial x_1};
\end{aligned} \tag{3.5}$$

notasyonları kullanılmıştır. Bundan başka (3.5)' deki $A_{ij}(x_1)$ fonksiyonları (2.24)-(2.26) formülleriyle tanımlanırlar.

Böylece, fiziksel açıdan yorumları yukarıda verilen problem 1, 2 ve 3' ün matematiksel açıdan teorik olarak incelenmesi, (3.2), (3.3) ve (3.4) sınır koşulları çerçevesinde (3.1) denklemler takımının çözümüne getirilir.

III.2. SONLU ELEMENLAR İLE MODELLEME

Anizotrop cisimlerin elastisite teorisinden bilindiği üzere (Lekhnitskii, 1963, vb.), (2.13)' deki $\mu_{ij\alpha\beta}^0$ ' ler dördüncü mertemeden olan bir $\bar{\mu}_0$ tensörünün bileşenleri olup, anizotrop cisimde hiç bir maddesel simetrisi olmadığı durumda i, j, α, β indislerine göre aşağıdaki simetri bağıntılarını sağlarlar.

$$\mu_{ij\alpha\beta}^0 = \mu_{ji\alpha\beta}^0; \quad \mu_{ij\alpha\beta}^0 = \mu_{ij\beta\alpha}^0; \quad \mu_{ij\alpha\beta}^0 = \mu_{\alpha\beta ij}^0 \tag{3.6}$$

(3.6) koşullarından dolayı, en genel durumda (yani hiç bir maddesel simetrisi olmayan anizotrop cisimde) birbirinden bağımsız $\mu_{ij\alpha\beta}^0$ sabitlerinin sayısı 21 'e eşittir. Adı geçen malzeme sabitlerinin sayısının azaltılması, ele alınan cisimdeki maddesel simetrisi ile ilgilidir. Örneğin, ortotrop cisimlerde (2.14)' den görüldüğü gibi birbirinden bağımsız malzeme sabitlerinin sayısı 9 'a eşittir.

(2.20) ifadelerinden kolayca görülür ki, $\mu_{ij\alpha\beta}(x_1, x_3)$ 'ler dördüncü mertebeden olan bir $\tilde{\mu}$ tansörünün bileşenleri olup (3.6)'daki simetri bağıntılarını sağlamaktadırlar. Yani,

$$\mu_{ij\alpha\beta}(x_1, x_3) = \mu_{jia\beta}(x_1, x_3); \mu_{ij\alpha\beta}(x_1, x_3) = \mu_{ij\beta\alpha}(x_1, x_3); \mu_{ij\alpha\beta}(x_1, x_3) = \mu_{\alpha\beta ij}(x_1, x_3); \quad (3.7)$$

(3.7) bağıntıları ise, ele alınan problemlerin matematiksel formülasyonunda kullanılan L_{ij} operatörlerinin simetrik olmasını ve FEM ile çözülmesinde Ritz tekniğinin kullanılabilmesini sağlar.

Bu çalışma kapsamında yerdeğiştirme esaslı (*displacement-based*) FEM kullanıldığından, ele alınan problemlerin varyasyonel formülasyonunu bulmak amacıyla (ele alınan cisimdeki potansiyel enerjiyi ifade eden)

$$\Pi = \frac{1}{2} \iint_{\Omega} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} d\Omega - \int_{S_p} P_i u_i dS \quad (3.8)$$

fonksiyoneli gözönüne alınır. Virtüel iş prensibi -Lagrange prensibi-' ne göre eğer, yerdeğiştirmeler cinsinden verilen sınır koşulları virtüel yerdeğiştirmeler için de sağlanırsa, (3.8) fonksiyonelinin yerdeğiştirmelere göre varyasyonelinin sıfır olduğu düşünülerek, buradan (2.27) denge denklemleri ve gerilmelere göre verilen sınır koşulları elde edilir. Dolayısıyla,

$$\delta \Pi = \iint_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} d\Omega - \int_{S_p} P_i \delta u_i dS = 0 \quad (3.9)$$

denklemden ele alınan problemler için, (2.28), (2.29) bağıntıları göz önüne alınarak, (3.2)-(3.4)' de yerdeğiştirmelere göre verilen sınır koşullarının δu_i ' ler için de sağlandığını kabul edilirse, o zaman (3.1) denge denklemlerini ve (3.2)-(3.4)' de gerilmelere göre verilen sınır koşulları elde edilir. Buna göre (2.29)' dan elde edilen ,

$$\delta \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \delta u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \delta u_j}{\partial x_i} \right) \quad (3.10)$$

ifadesi göz önüne alınır ve (3.9)'daki Ω alanı üzerine olan integrale kısmi integrasyon uygulanırsa,

$$\iint_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} d\Omega = \iint_{\Omega} \sigma_{ij} \frac{\partial \delta u_i}{\partial x_j} d\Omega = - \iint_{\Omega} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} \delta u_i d\Omega + \int_S \sigma_{ij} n_j \delta u_i dS \quad (3.11)$$

yazılabilir. Şekil 3.1.'deki işaretlemeler göz önüne alınırsa, (3.11)'deki sonuncu integral aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\int_S \sigma_{ij} n_j \delta u_i dS = \int_0^h \sigma_{ij}(0, x_2) n_j \delta u_i(0, x_2) dx_2 + \int_0^l \sigma_{ij}(x_1, h) n_j \delta u_i(x_1, h) dx_1 + \int_h^0 \sigma_{ij}(l, x_2) n_j \delta u_i(l, x_2) dx_2 + \int_l^0 \sigma_{ij}(x_1, 0) n_j \delta u_i(x_1, 0) dx_2 \quad (3.12)$$

(3.9)'un sonuncu integralindeki P_i 'leri verilenler gibi kabul edip, bu integral

$$\int_{S_p} P_i \delta u_i dS = \int_0^h P_i(0, x_2) \delta u_i(0, x_2) dx_2 + \int_0^l P_i(x_1, h) \delta u_i(x_1, h) dx_1 + \int_h^0 P_i(l, x_2) \delta u_i(l, x_2) dx_2 + \int_l^0 P_i(x_1, 0) \delta u_i(x_1, 0) dx_2 \quad (3.13)$$

olarak ifade edilebilir.

(3.11)-(3.13) ifadelerini (3.9)'da yerlerine yazıp, δu_i , $\delta u_i(0, x_2)$, $\delta u_i(x_1, h)$, $\delta u_i(x_1, h)$, $\delta u_i(l, x_2)$, $\delta u_i(x_1, 0)$ 'lerin katsayıları sıfıra eşitlenir ve ele alınan problemler için P_i 'lerin verilmesi de göz önüne alınırsa, o zaman, (3.1) denklemi ve (3.2)-(3.4)'de gerilmeler ile verilen sınır koşulları kolayca elde edilir.

Yukarıdaki işlemlerde, Problem 1. için $\delta u_2(0, x_2) = \delta u_2(l, x_2) = 0$, Problem 2. için $\delta u_i(0, x_2) = \delta u_i(l, x_2) = 0$, ($i = 1, 2$), Problem 3. için ise $\delta u_i(0, x_2) = 0$, ($i = 1, 2$) oldukları göz önüne alınmalıdır. Böylece yukarıda matematiksel formülasyonu verilen sınırdeğer problemlerinin varyasyonel formülasyonu elde edilir. Bundan sonra, FEM'e uygun olarak (Zienkiewicz and Taylor, 1989, ve diğer bir çok kaynakta gösterildiği gibi) gerilme ve şekildeğiştirme durumları incelenen cisimlerin kapsadığı $\Omega = \{0 \leq x_1 \leq l; 0 \leq x_2 \leq h\}$ alanı sonlu M adet Ω_k alanına bölünür.

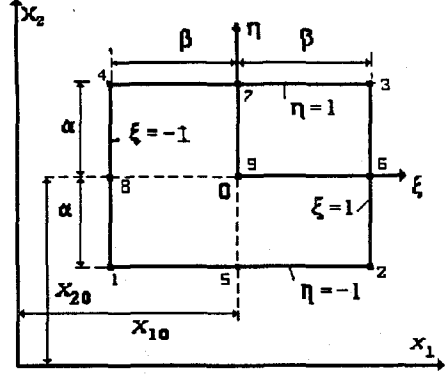
$$\Omega = \bigcup_{k=1}^M \Omega_k \quad (3.14)$$

Bilindiği gibi, FEM'in uygulanmasında Ω_k elemanları; üçgen, dörtgen, vb. birçok şekillerde seçilebilir. Eleman formunun seçilmesi, bakılan alanın şekliyle de ilgilidir. Bu

açından bu çalışmada yapılan araştırmalar için dikdörtgen eleman şekli daha elverişli olmuştur. Bu durumda her elemanda 9 düğüm noktası (nod) kaydedilmiştir (Şekil 3.2) ve ikinci mertebeden Lagrange tipli şekil fonksiyonları kullanılmıştır.

$$\xi = \frac{x_1 - x_{10}}{\beta}, \quad \eta = \frac{x_2 - x_{20}}{\alpha} \quad (3.15)$$

(3.15)' de kullanılan parametrelerin geometrik anlamları Şekil 3.2.' de gösterilmiştir. (3.15) normalize edilmiş koordinatlarını kullanarak, adı geçen şekil fonksiyonları aşağıdaki gibi yazılabilir:



Şekil 3.2. Seçilen sonlu eleman formu ve düğüm noktaları

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(\xi^2 - \xi)(\eta^2 - \eta), \quad N_2 = \frac{1}{4}(\xi^2 + \xi)(\eta^2 - \eta), \quad N_3 = \frac{1}{4}(\xi^2 + \xi)(\eta^2 + \eta), \\ N_4 &= \frac{1}{4}(\xi^2 + \xi)(\eta^2 - 1), \quad N_5 = -\frac{1}{2}(\xi^2 - 1)(\eta^2 - \eta), \quad N_6 = -\frac{1}{2}(\xi^2 + \xi)(\eta^2 - 1), \\ N_7 &= -\frac{1}{2}(\xi^2 - 1)(\eta^2 + \eta), \quad N_8 = -\frac{1}{2}(\xi^2 - \xi)(\eta^2 - 1), \quad N_9 = (\xi^2 - 1)(\eta^2 - 1). \end{aligned} \quad (3.16)$$

(3.16)' da verilen şekil fonksiyonları, standart şekil fonksiyonları sınıfındandır ve bu şekil fonksiyonlarını kullanarak ele alınan her bir Ω_k elemanında aranan yerdeğiştirmeler için,

$$\mathbf{u}^k \approx \mathbf{N}^k \mathbf{a}^k \quad (3.17)$$

yaklaşımı yapılabilir. Burada,

$$(\mathbf{u}^k)^T = \{u_1^k(x_1, x_2), u_2^k(x_1, x_2)\}, \quad (\mathbf{a}^k)^T = \{u_{11}^k, u_{12}^k, \dots, u_{91}^k, u_{92}^k\} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{N}^k = \begin{Bmatrix} N_1^k & 0 & N_2^k & 0 & N_3^k & 0 & N_4^k & 0 & N_5^k & 0 & N_6^k & 0 & N_7^k & 0 & N_8^k & 0 & N_9^k & 0 \\ 0 & N_1^k & 0 & N_2^k & 0 & N_3^k & 0 & N_4^k & 0 & N_5^k & 0 & N_6^k & 0 & N_7^k & 0 & N_8^k & 0 & N_9^k \end{Bmatrix}$$

işaretlemelerinden kullanılır. (3.17) ve (3.18)' de üstteki k indisleri bakılan değişkenlerin Ω_k elemanına ait olduğunu göstermektedir. Bundan başka, $\mathbf{a}^k$ vektörünün (3.18)' de gösterilen bileşenleri, ele alınan Ω_k elemanının nodlarındaki yerdeğiştirmelerdir. Bu bileşenlerin birinci alt indisleri nodun numarasını, ikinci alt indisleri ise, yerdeğiştirmelerin yönünü gösterir.

Yukarıda söylenenleri göz önüne alarak, (3.8) fonksiyoneli aşağıdaki gibi yazılabilir,

$$\Pi = \sum_{k=1}^M \Pi_{1k} - \sum_{n=1}^{M_1} \Pi_{2n} \quad (3.19)$$

burada ,

$$\Pi_{1k} = \frac{1}{2} \iint_{\Omega_k} \sigma_{ij} \epsilon_{ij} d\Omega_k, \quad \Pi_{2n} = \int_{S_{pn}} P_i u_i d\Omega \quad (3.20)$$

notasyonları kabul edilmiştir. (3.20)' deki S_{pn} ' ler sınıra bitişik ve sayısı M_1 olan Ω_n sonlu elemanlarının sınır ile çıkışan kısımlarını göstermektedir.

(3.19), (3.20), (3.17), (2.28) ve (2.29) göz önüne alınarak, (3.9)' u, yani (3.8) fonksiyonelinin birinci varyasyonelinin sıfıra eşitliği, aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\delta \Pi = \frac{\partial \Pi}{\partial \mathbf{a}} \delta \mathbf{a} = \sum_{k=1}^M \frac{\partial \Pi_{1k}}{\partial \mathbf{a}^k} \delta \mathbf{a}^k - \sum_{n=1}^{M_1} \frac{\partial \Pi_{2n}}{\partial \mathbf{a}^n} \delta \mathbf{a}^n = 0 \quad (3.21)$$

(3.21)' de $\delta \mathbf{a}^k$ ' lara göre gruplaştırma yapıp ve onların katsayıları sıfıra eşitlenirse, bilinmeyen $\mathbf{a}$ vektörünün bileşenleri için,

$$\mathbf{K} \mathbf{a} = \mathbf{r} \quad (3.22)$$

cebrîk denklem takımı alınır. Burada ve (3.21)' de

$$(\mathbf{a})^T = \{\mathbf{a}^1, \mathbf{a}^2, \dots, \mathbf{a}^M\} \quad (3.23)$$

biçimindedir.

(3.22)' de r vektörünün bileşenleri nodlardaki kuvvetleri göstermektedir. Bundan başka (3.22)' deki K matrisi; rijitlik matrisi diye adlandırılır ve bu matrisin bileşenleri aşağıdaki gibi hesaplanır,

$$K = \sum_{k=1}^M K^k \quad (3.24)$$

burada ,

$$K^k = \begin{pmatrix} K_{11}^k & K_{12}^k & \dots & K_{19}^k \\ K_{21}^k & K_{22}^k & \dots & K_{29}^k \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{91}^k & K_{92}^k & \dots & K_{99}^k \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

biçimindedir. K_{ij}^k ($i, j = 1, 2, \dots, 9$) ' ler ise

$$K_{ij}^k = \iint_{\Omega_k} B_j^{kT} D^k B_i^k d\Omega_k \quad (3.26)$$

formülünden bulunur. (3.26)' da,

$$D^k = \begin{pmatrix} A_{11}(x_1) & A_{12}(x_1) & A_{16}(x_1) \\ A_{12}(x_1) & A_{22}(x_1) & A_{26}(x_1) \\ A_{16}(x_1) & A_{26}(x_1) & A_{66}(x_1) \end{pmatrix}, \quad B_i^k = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i^k}{\partial x_1} & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i^k}{\partial x_2} \\ \frac{\partial N_i^k}{\partial x_2} & \frac{\partial N_i^k}{\partial x_1} \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

biçimindedir. Burada $A_{11}(x_1), A_{12}(x_1), \dots, A_{66}(x_1)$ ' ler (2.24)-(2.26)' dan belirlenir.

III. 3. FEM KULLANIMININ ELE ALINAN ARAŞTIRMALARDAKİ BAZI ÖZELLİKLERİ

Yerdeğiştirmeler ile yazılan (3.1) denge denklemleri, L_{ij} (3.5) operatörlerinin simetrikliğinden dolayı (3.22)' deki K matrisi simetrik olur. Bu matrisin simetrikliğinin (3.24)-(3.27) formüllerinden de ispatlanabilir. Öncelikle, (3.26) ve (3.27) formüllerinin yardımı ile elde edilen 2x2 boyutlu K_{ij}^k matrislerinin $K_{ij}^k = K_{ji}^{kT}$ bağıntılarını sağladığı (3.27) ve (3.26)' dan açıkça görülmektedir. Bu nedenden dolayı K_{ij}^k matrislerinin

bileşenlerinin (3.25)' de yerine açıkça yazılmasıyla K^k matrisinin de simetrik olduğu ispatlanmış olunur.

Bilindiği gibi, eğer ele alınan alanı kapsayan bütün nodlardaki toplam bilinmeyenlerin sayısı q ile gösterilirse, o zaman K matrisinin boyutu $q \times q$ olur. (3.24) 'deki toplamın gerçek anlam taşıması için, K^k matrislerinin de $q \times q$ boyutunda yazılması gerekir. Bu durumda K^k matrisinin (3.25)' deki bileşenleri, onun $q \times q$ boyutunda yazılışında, k elemanına ait nodların uygun geldiği satır ve sütunlara konur. Geriye kalan bileşenleri ise sıfır olarak alınır. K^k matrislerinin bu türlü yazılışından sonra (3.24) toplamı sonucunda elde edilen K matrisi simetrik matris olur. Böylece, K matrisinin simetrikliği (3.25)- (3.27) formüllerinden de elde edilir.

FEM' in kullanıldığı başka durumlarda olduğu gibi, incelenecek problemlerde de K matrisi *bant matris*'tir. Bilgisayar hafızalarının sınırlı ve K matrisinin boyutlarının fazla olması nedeniyle, (3.22) denklemlerinin direk olarak çözülmesi mümkün olmadığından, bant matrisli denklemler takımının çözülmesinde kullanılan ve Zienkiewicz and Taylor (1989), vb. de geniş izahı verilen , *matrisi çarpanlarına ayırma* yönteminden yararlanılır. Bu yöntemle göre, $K = LU$ şeklinde iki matrisin çarpımı olarak yazılır. Burada L - köşegen elemanları 1 olan alt üçgen matris, U -üst üçgen matristir. Bu matrislerin elde edilmesi ve bu yolla (3.22) denklemlerinin çözülmesinde kullanılan algoritmalar ve bu algoritmaların programlaştırılması, Zienkiewicz and Taylor (1989)' da verilmiştir. Sayısal araştırmalarımızda bu algoritma ve programlardan, yani DATRI ve DASOL ile bunların çalışması için gerekli olan DREDU, SAXPB ve DOT alt programlarından Ek 3.' de verilen değiştirilmiş hali ile kullanılmıştır. Bu durumda incelenen problemlerin özelliği ve alınacak olan sayısal sonuçların yüksek hassasiyete sahip olması amacıyla, K matrisinin bileşenleri hesaplanırken D^k matrisinin bileşenleri, argümanları Ω_k elemanı çerçevesinde değişen, fonksiyonlar olarak ele alınır ve (3.26) integralleri, *Gauss Karelemesi (Gauss quadreture)* ile her bir eleman için ayrı ayrı hesaplanır. Bu hesaplamalarda 10 Gauss noktası alınarak oluşturulmuş verilerden kullanılır. Belirtmek gerekir ki, FEM' in geliştirildiği ve bir çok problemin sayısal çözülmesinde kullanılan belli başlı paket programlarda (örneğin; LUSAS, ANSYS, vb.) malzeme özelliğini gösteren D matrisinin bileşenleri ancak her bir eleman için sabit değer olarak alınabilmektedir. Söylenen bu nedenlerden ve ileride verilecek bir seri işlemlerin yapılabilmesi ve bu çalışmadaki sayısal verilerin elde edilebilmesi için, yukarıda adları verilen programlardan başka gereken diğer programlar ve algoritmalar FORTRAN

dilinde tarafımızdan yapılmıştır. Yapılan bu programlar test problemlerinde denenmiştir.

Yukarıdaki bölümde gösterildiği gibi ele alınan araştırmalarda yerdeğiştirme esaslı FEM kullanılmıştır. Yani ele alınan alanı ayıklaştıran eleman nodlarında bilinmeyenler olarak ancak yerdeğiştirmeler alınır. Geriye kalan büyüklükler, yani, gerilmeler ve şekildeğiştirmeler (2.28) ve (2.29) formüllerinin ayıklaştırılmış formları kullanılarak elde edilir. O zaman gerilmelerin yaklaşık değerleri aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanır.

$$\hat{\sigma} = DBa \quad (3.28)$$

Burada,

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_{11} \\ \hat{\sigma}_{22} \\ \hat{\sigma}_{12} \end{pmatrix}, \quad B = \{B^1, B^2, \dots, B^M\}, \quad B^k = \{B_1^k, B_2^k, \dots, B_9^k\} \quad (3.29)$$

biçimindedir, a ve $B_1^k, B_2^k, \dots, B_9^k$ ' ların ifadesi ise (3.23) ve (3.27)' de verilmektedir. Görüldüğü gibi, bu çalışmada yerdeğiştirmeler, ele alınan alanda x_1 ve x_2 koordinatlarının C^0 sürekliliğine sahip fonksiyonlardır ve bundan dolayı, (3.28) formülü yardımıyla elde edilen gerilmeler elemanlar arası sınırlarda genellikle sıçramalar yaparak süreksiz fonksiyonlar olurlar. Böyle bir durum gerçek gerilme dağılımına uygun gelmediğinden, bu durumun ortadan kaldırılması için, araştırılan problemlerin sonlu elemanlar ile modellenmesinin aşağıda söylenecek iki türden geliştirilmesi yapılabilir.

Birinci tür geliştirilmeler, araştırılan problemlerin karışık sonlu eleman formülasyonları üzerinedir. Bu formülasyona göre, nodlarda bilinmeyenler sadece yerdeğiştirmeler değil, başka büyüklükler, örneğin gerilmeler, vb. de kabul edilerek karışık varyasyonel prensiplerden (örneğin Reissner Prensibi, vb.) kullanılır. Karışık formülasyon çerçevesinde elde edilen sayısal sonuçlarda, gerilmeler de ele alınan alanda C^0 sürekliliğine sahip olurlar. Karışık formülasyonlar gerçek anlamları olmayan süreksizlikleri aradan kaldırırsa da bir çok durumlarda, bu formülasyonun kullanılması sonlu eleman boyutlarının büyük seçilmesini gerektirir. Bu yüzden de elde edilen sayısal sonuçların hassasiyeti düşük olabilir.

İkinci tür geliştirmelerde ise, süreksiz gerilme dağılımlarının, belli esaslandırılmış kurallar ile süreklileştirilmesi yoluna gidilir ve bu süreklileştirilme işlemlerine *varyasyonel iyileştirme (variational recover or projection)* adı verilir. Bu tür yaklaşımlara FEM' in başka bir karışık formülasyonu gibi bakmak da mümkündür. Onun, önceki söylenen karışık formülasyondan esas farkı, iki aşamalı olmasıdır. Birinci aşamada, yukarıda söylenen yerdeğiştirmeler bulunur. İkinci aşamada ise, gerilmeler, onların nodlardaki değeri ve belirli kurallarla seçilmiş şekil fonksiyonları yardımıyla (3.17)' nin benzeri olarak aşağıdaki gibi ifade edilir.

$$\sigma = N_{\sigma} \bar{\sigma} \quad (3.30)$$

burada,

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{12} \end{pmatrix}; \quad \bar{\sigma} = (\bar{\sigma}_1, \bar{\sigma}_2, \dots, \bar{\sigma}_M); \quad \bar{\sigma}_i = \begin{pmatrix} \bar{\sigma}_{11i} \\ \bar{\sigma}_{22i} \\ \bar{\sigma}_{12i} \end{pmatrix} \quad (i = 1, 2, \dots, M) \quad (3.31)$$

biçimindedir. Bundan başka (3.30)' daki N_{σ} , şekil fonksiyonları matrisini, (3.31)' deki $\bar{\sigma}_i$ vektörünün bileşenleri ise, nodlardaki gerilmeleri göstermektedir. Çoğu zaman N_{σ} şekil fonksiyonları (3.17)' deki şekil fonksiyonlarının aynısı alınır. Ele alınan sonlu elemanlar için (Şekil 3.2) N_{σ} matris formunda aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$N_{\sigma} = \{N^1, N^2, \dots, N^M\};$$

$$N^i = \begin{pmatrix} N_1^i & 0 & 0 & N_2^i & 0 & 0 & \dots & N_9^i & 0 & 0 \\ 0 & N_1^i & 0 & 0 & N_2^i & 0 & \dots & 0 & N_9^i & 0 \\ 0 & 0 & N_1^i & 0 & 0 & N_2^i & \dots & 0 & 0 & N_9^i \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

Belirtmek gerekir ki, bazı araştırmalarda (örneğin, Mitra and Ghosh, 1995, vb.) (3.31)' deki $\bar{\sigma}_i$ vektörünün bileşenleri, (3.26) integrali hesaplanırken kullanılan bazı Gauss noktalarındaki gerilmelerin değerleri olarak seçilir ve bu seçime uygun olan şekil fonksiyonlarından kullanılır.

Yukarıda adı geçen durumların herbirinde $\bar{\sigma}_i$ vektörü bileşenlerinin (yani gerilmelerin nodlardaki veya Gauss noktalarındaki değerlerinin) bulunması *En Küçük Kareler Yöntemi* kullanılarak elde edilir. Bu durumda,

$$Q = \iint_{\Omega} (\sigma - \hat{\sigma})^2 d\Omega \quad (3.33)$$

fonksiyoneline bakılır ve bu fonksiyonelin varyasyonelini sıfıra eşitleyerek $\bar{\sigma}_i$ vektörü bileşenleri için ,

$$\frac{\partial Q}{\partial \sigma_{ijk}} = 0, \quad i, j = 1, 2; \quad k = 1, 2, \dots, M \quad (3.34)$$

denklemler sistemi elde edilir. (3.30) ve (3.31) ifadelerini göz önüne alarak, bu denklemler daha açık olarak,

$$\left(\iint_{\Omega} N_{\sigma}^T N_{\sigma} d\Omega \right) \bar{\sigma} = \iint_{\Omega} (N_{\sigma}^T D B a) d\Omega \quad (3.35)$$

şeklinde yazılabilir. Bir çok kaynakta (örneğin Zienkiewicz and Taylor, 1989, vb.) (3.35) denklemlerinin çözülmesini kolaylaştırmak amacıyla,

$$R = \iint_{\Omega} N_{\sigma}^T N_{\sigma} d\Omega \quad (3.36)$$

matrisinin diyagonal matris haline getirilmesi (bu matrisi R_L ile gösterelim) işleminden kullanılması önerilmektedir. Bu işlemlere göre, (3.36) matrisinden elde edilen R_L 'den kullanarak (3.35) denklemlerinin çözümü aşağıdaki gibi yazılır.

$$\bar{\sigma} = R_L^{-1} \left(\iint_{\Omega} (N_{\sigma}^T D B a) d\Omega \right) \quad (3.37)$$

Açıktır ki, (3.37)' den elde edilenler, (3.35) denkleminin yaklaşık çözümleridir. Bu çözümlerin hassasiyetini artırmak amacıyla, iterasyon yöntemi kullanılır. Burada (3.37)' dekileri sıfırıncı iterasyon olarak kabul ederek, n. iterasyon

$$\bar{\sigma}^n = \bar{\sigma}^{n-1} + R_L^{-1} \left[R \bar{\sigma}^{n-1} - \iint_{\Omega} (N_{\sigma}^T D B a) d\Omega \right] \quad (3.38)$$

formülünden bulunur. Böylece, gerilme dağılımının ele alınan alandaki sürekliliği sağlanır.

Bu çalışmada yapılan sayısal araştırmalarda, yerdeğiştirme esaslı sonlu elemanlar yöntemi kullanıldığından, ele alınan problemlerdeki gerilmelerin sürekliliği için (3.30)-(3.35)' de verilen yaklaşım yöntemi kullanılır. Ancak, (3.35) denklemleri, (3.36)-(3.38) iterasyon yöntemi kullanılarak değil, yukarıda adları geçen DATRI, DASOL, vb. programlarının yardımıyla *doğrudan çözülmüştür*. Açıktır ki, bu şekilde elde edilen çözümler, çağdaş bilgisayarların imkanları dahilinde elde edilebilecek olan "en iyi" çözümlerdir. Böylece, bu çalışmada yapılan araştırmalar yukarıda adları geçen ikinci tür karışık sonlu eleman formülasyonunun daha iyi bir şekilde uygulanması çerçevesinde yapılmıştır.

Söylenenlerden başka, (3.33)-(3.38) süreklilik işlemlerinde, gerilmelerle verilen sınır koşulları göz önüne alınırsa, yani; bu koşullar verilen sınırlardaki nodlarda gerilmelerin bilinen değerleri (3.34)' de göz önüne alınırsa ve bu açıdan (3.33)-(3.38) işlemleri yapılırsa, bu durumda elde edilen sayısal sonuçlar, hem sınır koşullarını sağlaması bakımından ve hem de diğer bulgular açısından daha yüksek hassasiyete sahip olurlar. Belirtmek gerekir ki, bakılan kaynaklarda (3.33)-(3.38) işlemlerinin gerilmelere göre sınır koşulları göz önüne alınarak yapılmasına rastlanmamıştır ve bu işlemlerin ilk kez yukarıda söylenen biçimde uygulanması, bu tez kapsamında yapılmıştır. Bundan başka yine belirtmek gerekir ki, ikinci tür yaklaşımların yukarıda söylendiği gibi (yani bu çalışmada uygulandığı şekilde) uygulanmasına *iki aşamalı karışık formülasyon* olarak bakılmasını daha güvenli kılar.

Yine belirtmek gerekir ki, iki aşamalı karışık sonlu eleman formülasyonlarının yukarıda bahsedilen bazı zorluklarına rağmen, bu formülasyonlar çerçevesinde ele alınan problemler için elde edilen sayısal sonuçların, bu problemlerin kesin çözümü olmadığı durumda bile, hata hesabı yapılabilir. Bu hata hesapları Zienkiewicz and Zhu (1987,1989) çalışmalarında verilen kurallar ile elde edilir ve bu sonuçlar eleman boyutlarının daha optimal seçilmesinde kullanılır. Bu durumda, (3.28) formülünden bulunan gerilmelere *yaklaşık*, (3.30)' dan bulunan gerilmelere ise *kesin* gerilmeler gibi bakılıp, onlar arasındaki farkın *Enerji Norm'* u, yani

$$\|e\| = \left| \iint_{\Omega} (\sigma - \hat{\sigma})^T D^{-1} (\sigma - \hat{\sigma}) d\Omega \right|^{1/2} \quad (3.39)$$

hesaplanır. (3.39) ve

$$\|E\| = \left| \iint_{\Omega} \sigma^T D^{-1} \sigma d\Omega \right|^{1/2} \quad (3.40)$$

kullanarak *Enerji Normuna göre Bağıl Hata (Relative Energy Norm Error)*

$$\eta = \frac{\|e\|}{\|E\|} \times 100\% \quad (3.41)$$

elde edilir. Bu işlemlerdeki $\|e\|$ ve $\|E\|$ aşağıdaki gibi hesaplanır:

$$\|e\| = \left(\sum_{i=1}^M \|e\|_i^2 \right)^{1/2}; \quad \|E\| = \left(\sum_{i=1}^M \|E\|_i^2 \right)^{1/2} \quad (3.42)$$

burada,

$$\|e\|_i = \left| \iint_{\Omega_i} (\sigma - \hat{\sigma})^T D^{-1} (\sigma - \hat{\sigma}) d\Omega_i \right|^{1/2}; \quad \|E\|_i = \left| \iint_{\Omega_i} \sigma^T D^{-1} \sigma d\Omega_i \right|^{1/2} \quad (3.43)$$

biçimindedir. (3.42) ve (3.43)' deki alt i indisleri uygun büyüklüğün Ω_i elemanına ait olduğunu gösterir. (3.39)-(3.43)' den ve $\eta' \geq \eta$ kabul ederek,

$$\bar{e}_M = \eta' \left(\frac{\|e\|}{M} \right)^{1/2}; \quad \frac{\|e\|_i}{\bar{e}_M} = \delta_i \quad (3.44)$$

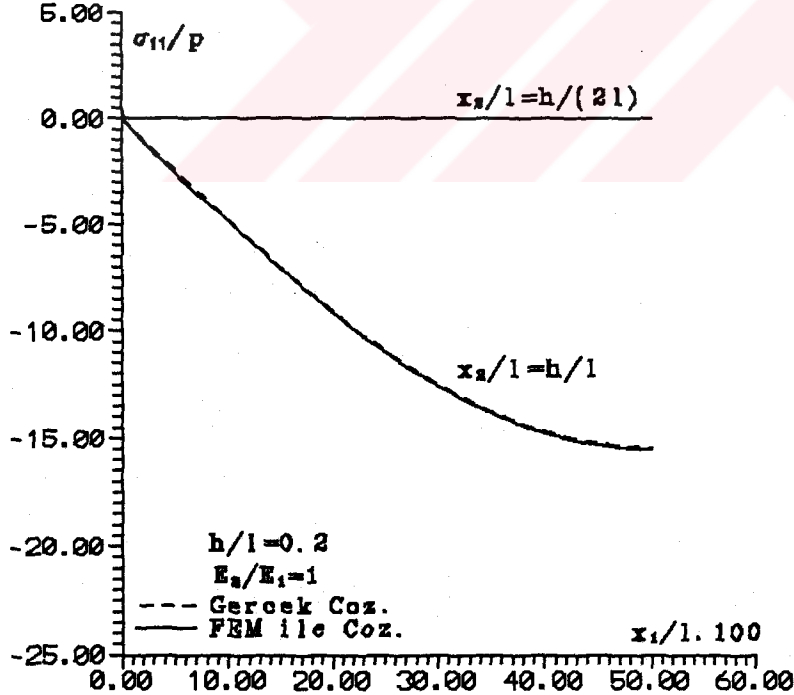
değerleri hesaplanır. $\delta_i < \delta^0$ koşulundan, Ω_i elemanlarının boyutu seçilir.

(3.44)' deki $\bar{e}_M$ ' in hesaplanması başka türde de yapılabilir (örneğin, $\|e\| = \bar{\eta}' \left[\left(\|u\|^2 + \|e\|^2 \right) / M \right]^{1/2}$ gibi belirlenebilir. Burada $\|u\| = \iint_{\Omega} u^T u d\Omega$ dir). δ^0

büyüklüğü ise 1' den küçük kalması şartıyla elde edilen sayısal sonuçların kesinlik talebinden belirlenir. Bu hesaplamalarda, bütün δ_i ' ler aynı değeri alırsa, o zaman Ω_i elemanlarının boyutları optimal seçilmiş olur. FEM kullanılarak yapılan sayısal araştırmalarda, böyle bir durumun elde edilmesi, çok zor ve çoğu zaman imkansız olduğundan, yaklaşık olarak bu duruma benzer veya yakın bir durum verebilecek eleman

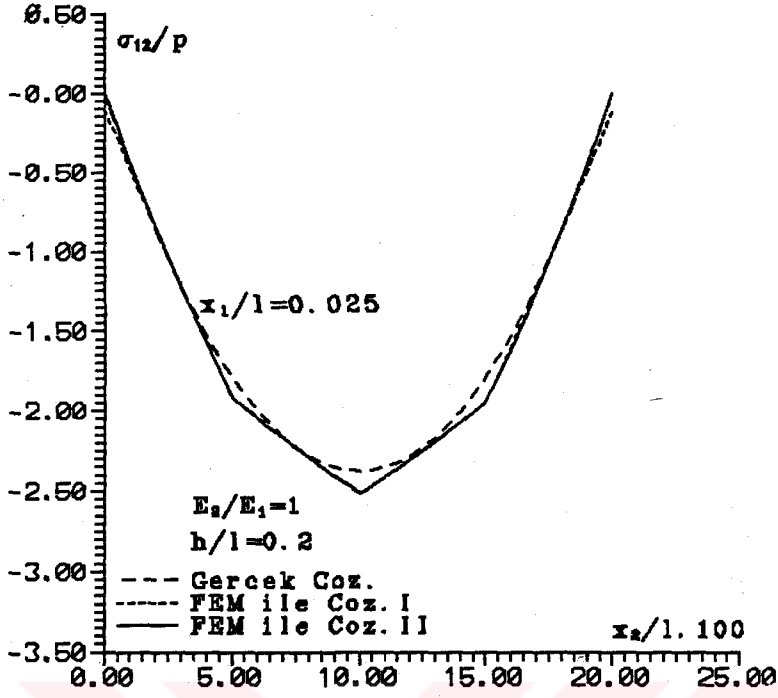
boyutları seçilmesine çaba gösterilir. Bu yönde olan her türlü çabanın bu çalışmada yapılan bütün araştırmalar için sarfedilmiştir. Bu sayısal sonuçların incelenmesine geçmeden önce, bu sonuçların yukarıda söylenenler çerçevesinde FEM kullanılarak elde edilmesi için yapılan bilgisayar programlarının test edilmesi için aşağıdaki örnek probleme bakılmıştır.

Problem 1.' de ele alınan şerit, izotrop-homojen malzemeden hazırlanmış olduğu ve (3.2)' de verilen sınır koşulların bu durumda da sağlandığı kabul edilir. Bundan başka şeritin üst yüzeyinde (yani $x_2 = h'$ da) $\sigma_{22} = -p \sin\left(\frac{\pi x_1}{l}\right)$ formunda yayılı yük verilir. L_{ij}^0 operatörlerinin (2.34)' de verilen ifadelerinin izotrop malzemelere uygun olan formunu alarak $L_{ij}^0 u_j = 0$ denklemlerinin adı geçen sınır koşullarını sağlayan kesin çözümü; $u_1 = \varphi_1(x_2) \cdot \cos\left(\frac{\pi x_1}{l}\right)$; $u_2 = \varphi_2(x_2) \cdot \sin\left(\frac{\pi x_1}{l}\right)$ şeklinde seçilerek, kolayca elde edilir. Aynı problemin FEM ile elde edilen sayısal sonuçları ile kesin sonuçlarının karşılaştırılması Şekil 3.3- Şekil 3.7' de verilmektedir. Bu şekillerdeki 'FEM ile Coz. II' ile gösterilen sayısal sonuçlar (3.34) denklemlerinin gerilmelere göre sınır koşullarının kesin sağlanması durumunda elde edilmiş sonuçlardır. Ele alınan problemde, sayısal

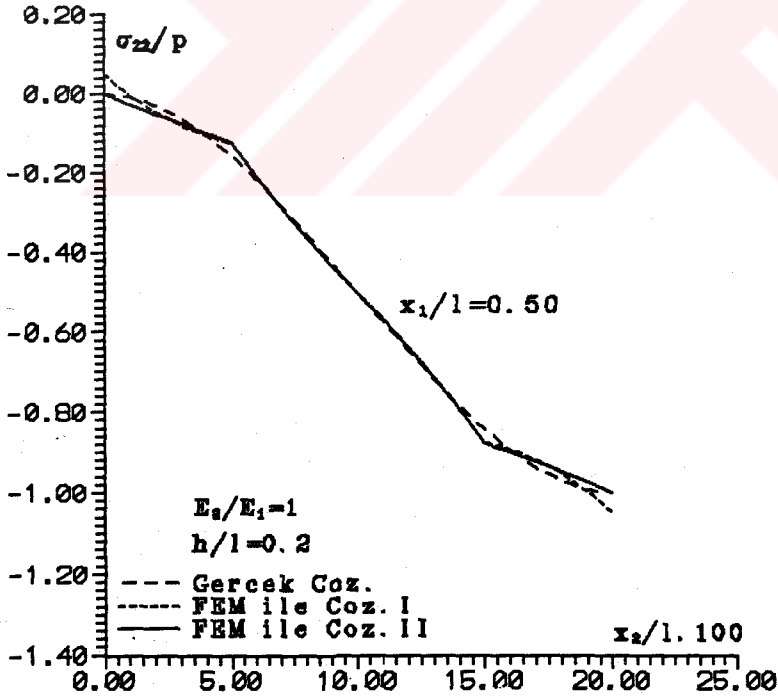


çözüm ile kesin çözümün karşılaştırılması sonucunda, sayısal sonuçların elde edilmesi için yapılan bilgisayar programlarının yeterince güvenli olduğu sonucuna varılır.

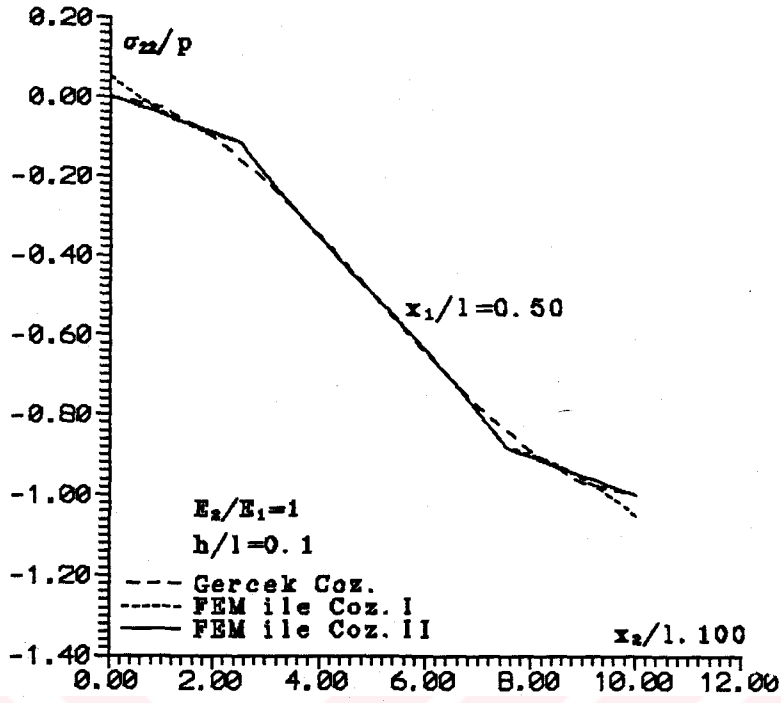
Şekil 3.3. İzotrop homojen malzemeden yapılmış şeritte, σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı (Problem 1)



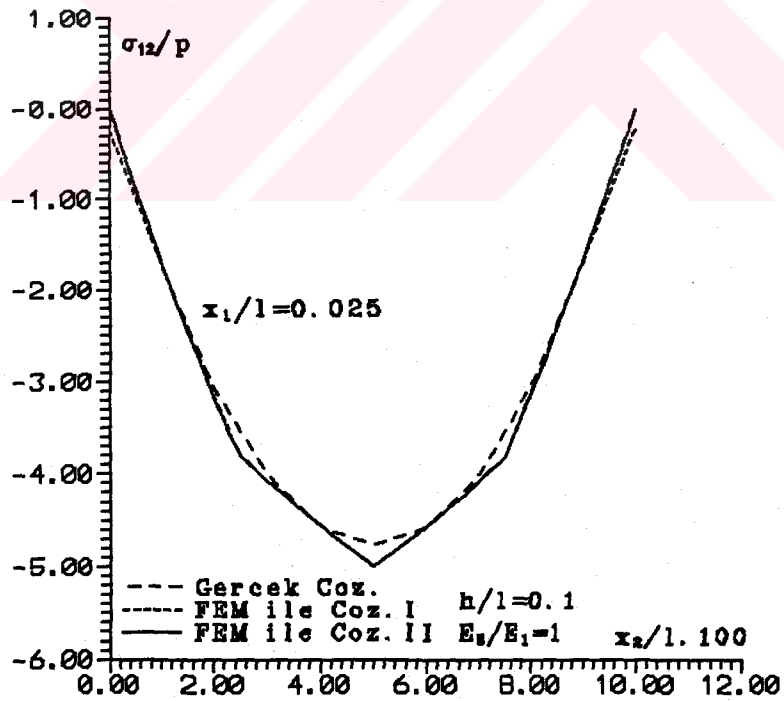
Şekil 3.4. İzotrop homojen malzemedan yapılmış şeritte, σ_{12} gerilmesinin $h/l = 0.2$ durumunda x_2 'ye bağlı dağılımı (Problem 1)



Şekil 3.5. İzotrop homojen malzemedan yapılmış şeritte, σ_{22} gerilmesinin $h/l = 0.2$ durumunda x_2 'ye bağlı dağılımı (Problem 1)



Şekil 3.6. İzotrop homojen malzemeden yapılmış şeritte, σ_{22} gerilmesinin $h/l = 0.1$ durumunda x_2 'ye bağlı dağılımı (Problem 1)



Şekil 3.7. İzotrop homojen malzemeden yapılmış şeritte, σ_{12} gerilmesinin $h/l = 0.1$ durumunda x_2 'ye bağlı dağılımı (Problem 1)

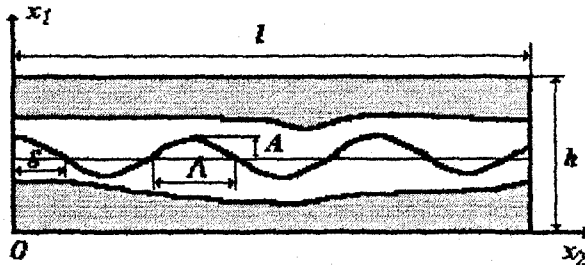
III.4. KOMPOZİT MALZEME YAPISINDA PERİYODİK EĞRİLİK OLDUĞU DURUMDA BULUNAN SAYISAL SONUÇLARIN İNCELENMESİ

Bu kısımda, ox_2 eksenini yönünde biri diğerini tekrarlayan levhalardan oluşmuş kompozit malzemeler için elde edilen sayısal sonuçların incelenmesine bakılır. Bu levhaların malzemesinin izotrop ve homojen olduğu kabul edilir. Levhaların elastisite modülleri, E_1 ve E_2 ; Poisson oranları ν_1 ve ν_2 , göz önüne alınan kompozitteki hacim oranları ise, η_1 ve η_2 olarak gösterilir. Yukarıda kullanılan, alt 1 indisi matris malzemesine, alt 2 indisi takviye malzemesine ait değerleri göstermektedir. İncelenen kompozit malzeme yapısında eğrilik olmadığı durumda, adı geçen levhalar ox_2 eksenine dik olup, aralarında ideal deyme koşullarını (yani bu levhaların sınırında yerdeğiştirme ve kuvvet vektörü bileşenlerinin süreklilik koşulunu) sağlamaktadırlar. Söylenen bu koşullar çerçevesinde, araştırılan kompozit malzemenin yapısında eğrilikler olmadığı durumda, A_{ij}^0 normalize edilmiş mekanik özelliklerinin hesaplanma kuralı Ek 2.' de verilmektedir.

(2.25)' deki $\varepsilon f(x_1)$ (yani $F(x_1)$) fonksiyonu aşağıdaki gibi seçilir.

$$F(x_1) = \varepsilon f(x_1) = A \sin \left(\frac{\pi l x_1}{\Lambda l} + \delta \right) = \frac{A}{\Lambda} \Lambda \sin \left(\frac{\pi l x_1}{\Lambda l} + \delta \right) \quad (3.45)$$

$A < \Lambda$ ederek, (3.45)' deki ε parametresi $\varepsilon = \frac{A}{\Lambda}$ olarak kabul edilir. (3.45)' de Λ ve δ ele alınan malzeme yapısındaki eğriliği karakterize eden geometrik parametrelerdir. Bu parametrelerin anlamı, Şekil 3.8.' de gösterilmektedir. Aşağıda verilecek bütün sayısal sonuçlar $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$; $\eta_1 = \eta_2 = 0.5$; $\delta = \pi/2$ durumunda elde edilmiştir.



Şekil 3.8. Şerit malzemesi yapısındaki eğriliklerin geometrisi

II. bölümde incelenen süreklilik teorisinin, bu bölümde formülasyonu yapılmış olan Problem 1,2 ve 3' e uygulanabilirliğinin sağlanması, (3.45)' de ve Şekil 3.8' de gösterilen parametrelerin değerlerinin değişme aralığının bazı kısıtlamaları sağlamasını

gerektirir. Öncelikle belirtmek gerekir ki, bu tez kapsamındaki bütün araştırmalarda $h < l$ veya $h \ll l$ olarak kabul edilir. Bu yüzden (2.10)'daki d parametresi h diye kabul edilirse, (2.10) eşitsizliklerine göre,

$$\Lambda \ll h, \quad A < \Lambda \quad (3.46)$$

koşulları sağlanmalıdır. Bundan başka (2.12) kısıtlamalarına göre,

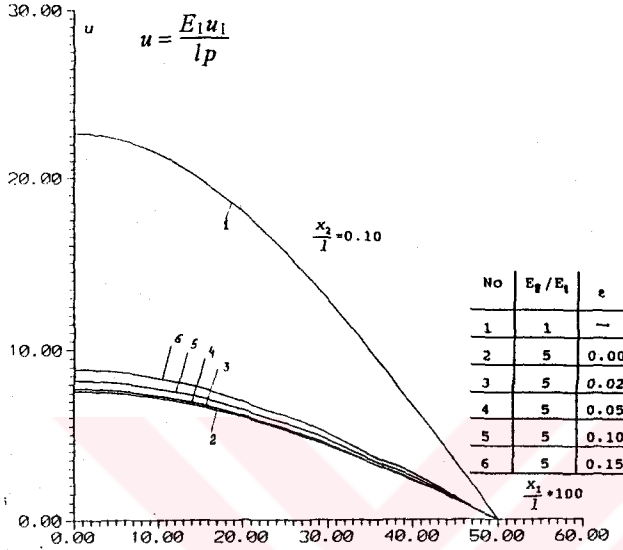
$$h' \ll \Delta H' \ll \Lambda \quad (3.47)$$

olmalıdır. Ele alınan kompozit malzemedeki tekrarlanan levhaların kalınlıkları h_1 ve h_2 olarak alınırsa, (3.47)'deki h' parametresi $h' = \max(h_1, h_2)$ olarak seçilmelidir. (3.47)'deki $\Delta H'$ parametresi ise, bu durumda $\Delta H' = h_1 + h_2$ şeklinde seçilebilir. Görüldüğü gibi, (3.47)'deki birinci $\ll$ işareti, bu durumda $<$ işareti ile yerdeğiştirebilir. Bölüm II' de bahsedilen süreklilik teorisinin incelenen problemlere uygulanmasını sağlayan en önemli ve gerekli koşul: $\Delta H' \ll \Lambda$ olması koşuludur. (3.46)'daki $\Lambda \ll h$ koşulu ise, malzeme yapısındaki eğriliğin küçük ölçeklilik koşulu diye adlanır ve gerçek durumlara uygun gelmesi açısından önemlidir. Bakılan şeritteki levhaların sayısı N_l ile gösterilirse, (3.46), (3.47) ve söylenenleri göz önüne alarak, aşağıdaki eşitsizlikler yazılabilir.

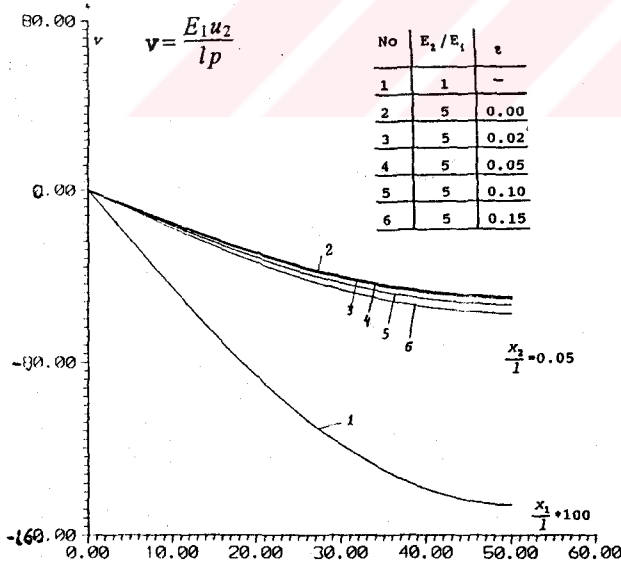
$$N_l = \frac{2h}{h_1 + h_2} > \frac{h}{h'} \gg \frac{\Lambda}{h'} \gg \frac{\Delta H'}{h'} \quad (3.48)$$

Böylece, incelenecek sayısal sonuçların hangi gerçek duruma karşı gelebileceğini söylemek gerekirse: Ele alınan şeriti oluşturan levhaların minimal sayısı, boyutları ve levhaların eğrisel yapısını ifade eden eğrilik parametreleri; (3.46)-(3.48) eşitsizliklerini sağlayan hallerdeki sayısal sonuçların gerçek anlamlar taşıyacağı söylenebilir. Örneğin, $\eta_1 = \eta_2 = 0.5$ (yani $h' = h_1 = h_2$) $h/l = 0.1$; $\Lambda/l = 1/16 = 0.0625$; $\varepsilon = 0.1$ durumuna bakılırsa ve bu durumda $\Delta H' = h_1 + h_2$; $\Delta H'/h' = 2$ olduğu göz önüne alınırsa, o zaman (3.48)'deki sonuncu eşitsizlikten $h'/l \ll \Lambda/(2l) = 0.03125$ ve sonuncudan bir önceki eşitsizlikten ise $h/l \gg 0.0625$ 'in olması gerektiği elde edilir. Görüldüğü gibi h/l 'in bakılan değeri (3.48)'in sonuncu eşitsizliğini sağlamaktadır. $h'/l = 0.003$ olarak kabul edilirse, (3.48)'den $N_l \geq 34$ olması gerektiğini yani, yukarıda verilen parametrelerin sayısal değerlerine karşı gelen h kalınlığının en az 34 adet levhadan oluşması gerektiği bulunur.

Aşağıda incelenen sayısal sonuçlar (3.2) ve (3.3) sınır koşullarına dahil olan $p(x_1) = p$ durumunda ve simetrisinin sağlanması açısından l/Λ 'nın çift değerleri için elde edilmiştir. Problem 1 ve 2'nin araştırılması, sınır koşullarının ve malzeme yapısındaki eğriliğin formunun $x_1 = l/2$ düzlemine göre simetrik olmasından yararlanılarak,



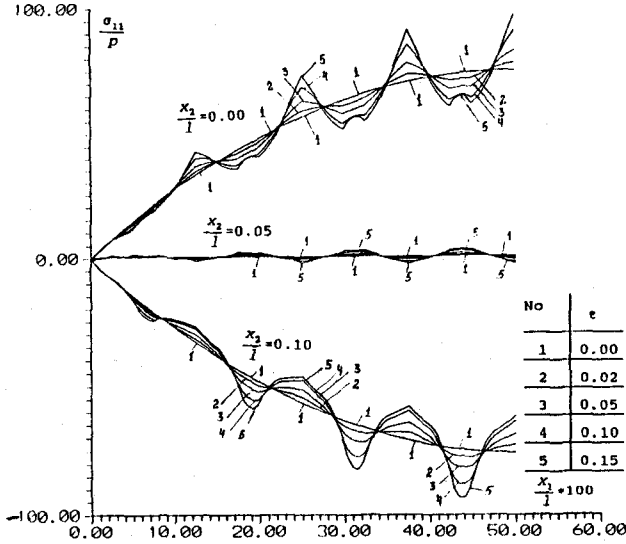
Şekil 3.9. ε parametresinin u_1 yerdeğiştirmesine etkisi (Problem 1)



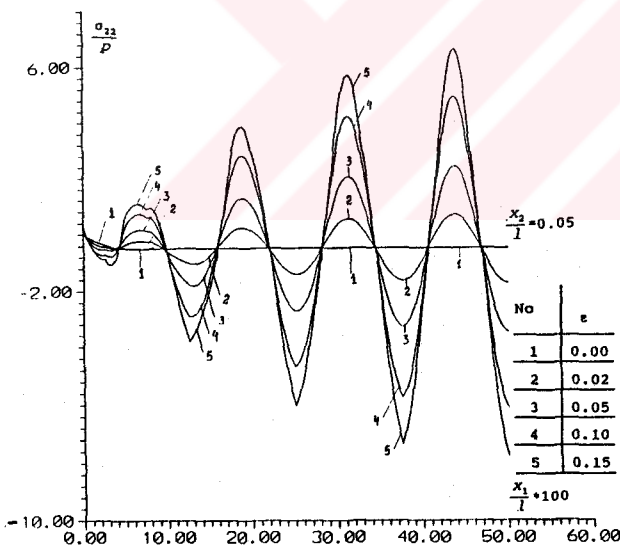
Şekil 3.10. ε parametresinin u_2 yerdeğiştirmesine etkisi (Problem 1)

$\{0 \leq x_1/l \leq 1/2; 0 \leq x_2/l \leq h/l\}$ alanında yapılmış, bu alan 80 elemanlı 369 nodlu, 720 (Problem 1) ve 711 (Problem 2) serbestlik derecesi olan sonlu elemanlar ile modellenmiştir. Problem 3'ün araştırılmasında ise, $\{0 \leq x_1/l \leq 1; 0 \leq x_2/l \leq h/l\}$ alanı yine 80 elemanlı, 369 nodlu 720 serbestlik derecesi olan sonlu elemanlar ile modellenmiştir.

Önce Problem 1. için elde edilen sayısal sonuçlara bakılır: Şekil 3.9-Şekil 3.12'de $l/\Lambda = 16$, $h/l = 0.1$ durumunda x_2/l ve E_2/E_1 'in bu şekillerde gösterilen değerlerinde farklı ε için, u_1, u_2 yerdeğiştirmelerinin ve σ_{11}, σ_{22} gerilemelerinin x_1 koordinatına bağlı olarak değişmelerini gösteren grafikler verilir. Bu grafiklerden görüldüğü gibi, ele alınan malzeme yapısında olan eğriliğin derecesini gösteren ε parametresi büyüdükçe, bu malzemeden



Şekil 3.11. ϵ parametresinin σ_{11} gerilmesinin dağılımına etkisi (Problem 1)



Şekil 3.12. ϵ parametresinin σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1)

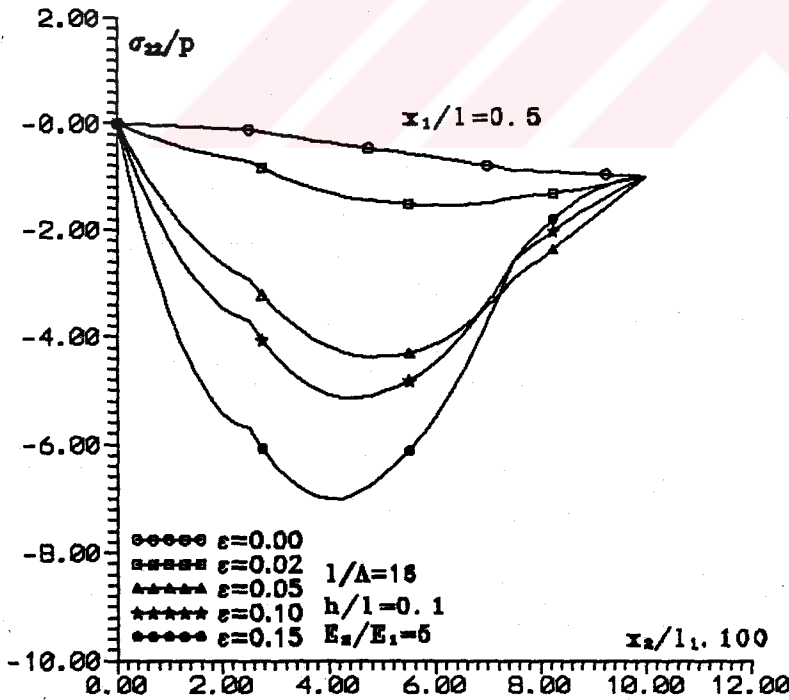
hazırlanmış şeritin göz önüne alınan yüklemdeki yerdeğiştirmeleri de büyüktedir. Yerdeğiştirme dağılımının $\epsilon \neq 0'$ daki karakteri, onun $\epsilon = 0'$ daki karakterine benzerdir.

Belirtmek gerekir ki, ele alınan problemin diğer parametrelerinin değişmesinin, yerdeğiştirme dağılımına etkisi de aynen yukarıdaki gibi (yani $\epsilon = 0'$ da olan etkisi gibi) olur. Bu yüzden yerdeğiştirme dağılımının incelenmesine pek önemli yer verilmemektedir.

Şekil 3.11 ve Şekil 3.12'deki grafiklerden görüldüğü gibi, şerit malzemesinin yapısında olan eğrilikler, bu şeritteki σ_{11} ve σ_{22} gerilmelerinin x_1 yönündeki dağılımına değer ve karakterce çok güçlü şekilde etki gösterir. Bu etki, ϵ 'nin değeri arttıkça monoton olarak büyükmektedir. Bu gerilmelerin x_1 'e göre dağılımının şekli, malzeme

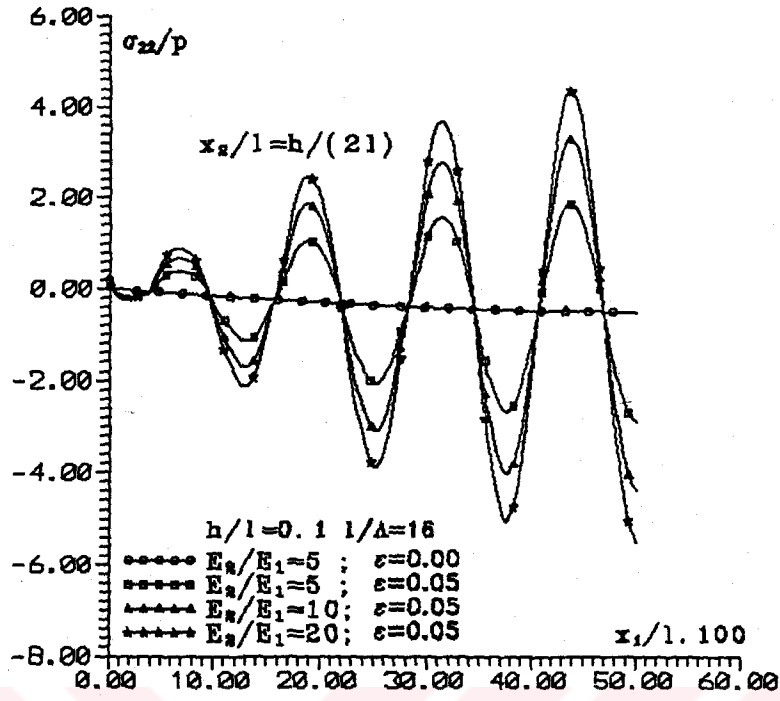
yapısındaki eğrilik formu ile uyum sağlamaktadır. Bunlardan başka, önceden de beklenildiği gibi, şerit malzemesinin yapısındaki eğriliklerin, σ_{11} ve σ_{22} gerilmelerinin x_1 yönündeki dağılımlarına en fazla etkisi $x_1/l = 1/2'$ de görülür. Simetriden dolayı,

$x_1/l = 1/2$ ' de σ_{12} gerilmeleri sıfır olur. Bundan başka, yapılan araştırmaların sayısal sonuçları, ε değişiminin σ_{12} gerilmelerinin x_1 yönündeki dağılımlarına önemli bir katkısının olmadığını göstermektedir. Bu yüzden burada σ_{12} ' nin x_1 'e göre dağılımını gösteren grafiklere yer verilmemiştir. Aynı fikri σ_{11} ve σ_{12} gerilmelerinin x_2 ' ye bağlı değişimi hakkında da söylemek mümkündür. Bu yüzden burada ancak (Şekil 3.13' de) σ_{22} ' nin $x_1/l = 0.5$ ve ε ' nun farklı değerlerinde x_2 'ye bağlı değişimini gösteren grafiklere yer verilmiştir. Bu grafiklerden görüldüğü gibi, ε arttıkça, σ_{22} gerilmeleri maksimal değerlerini sınırda değil, (klasik sonuçlardan bilindiği üzere ve Şekil 3.3 ve Şekil 3.13 grafiklerinden görüldüğü gibi $\varepsilon = 0$ durumunda σ_{22} gerilmesi maksimalini sınırda, yani $x_2 = h$ ' da almaktadır) $x_2/l = h/(2l)$ civarında almaktadır. Bu maksimaller ε arttıkça büyümektedir. Sayısal sonuçların incelenmesi göstermiştir ki, eğer Şekil 3.13' deki grafikleri x_1/l ' in, Şekil 3.12' deki $\varepsilon \neq 0$ durumunda kurulan grafiklerin, tepe noktalarına karşı gelen değerlerinde kurulsaydı, o zaman Şekil 3.13' daki grafikler bu şekildeki 1 grafiğinden aşağıda değil, ona "simetrik" olarak onun yukarısında elde edilirdi veya Şekil 3.13' daki grafikleri x_1/l in Şekil 3.12' deki $\varepsilon \neq 0$ durumunda kurulan grafiklerin, bu şekildeki 1 grafiğini kestiği noktalara karşı gelen değerlerinde kurulsaydı, o zaman bu grafikler Şekil 3.13' daki 1 grafiği ile üst üste düşerdi.

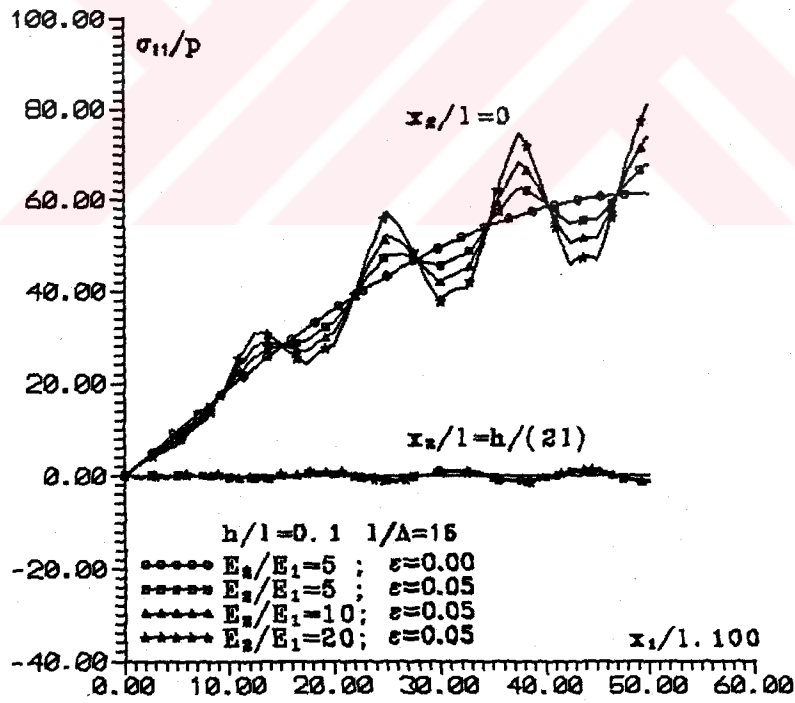


Şekil 3.13 ε parametresinin σ_{22} gerilmesinin x_2 'ye bağlı dağılımına etkisi (Problem 1)

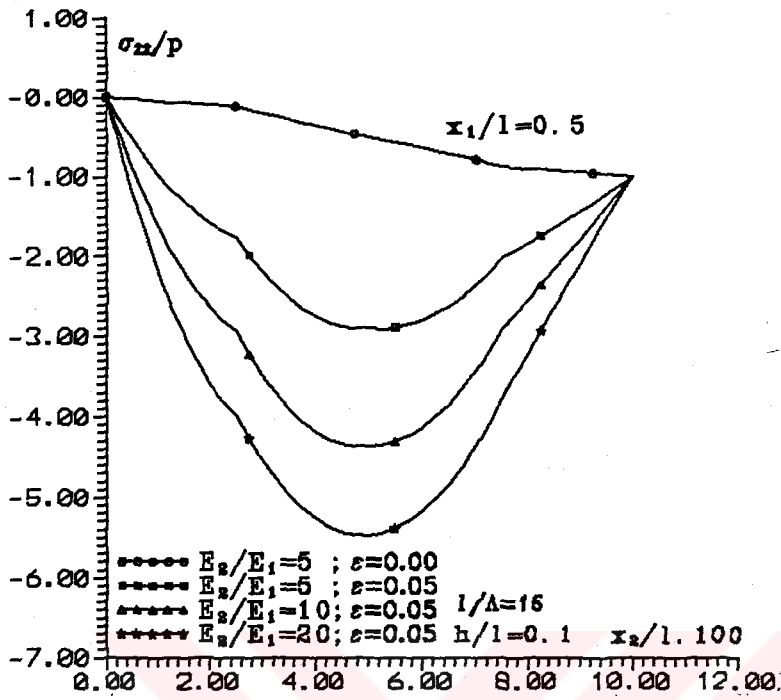
Gerilme dağılımına E_2/E_1 değişiminin etkisini incelemek için Şekil 3. 14 ve Şekil 3.15' de uygun olarak σ_{22} ve σ_{11} gerilmelerinin $\varepsilon = 0.05$; $h/l = 0.1$; $l/\Lambda = 16$ olduğunda ve x_2/l ve E_2/E_1 ' in bu şekillerde gösterilen değerlerinde x_1 'e bağlı grafikleri verilir. Bu grafiklerden görüldüğü gibi E_2/E_1 ' in artmasıyla, şerit



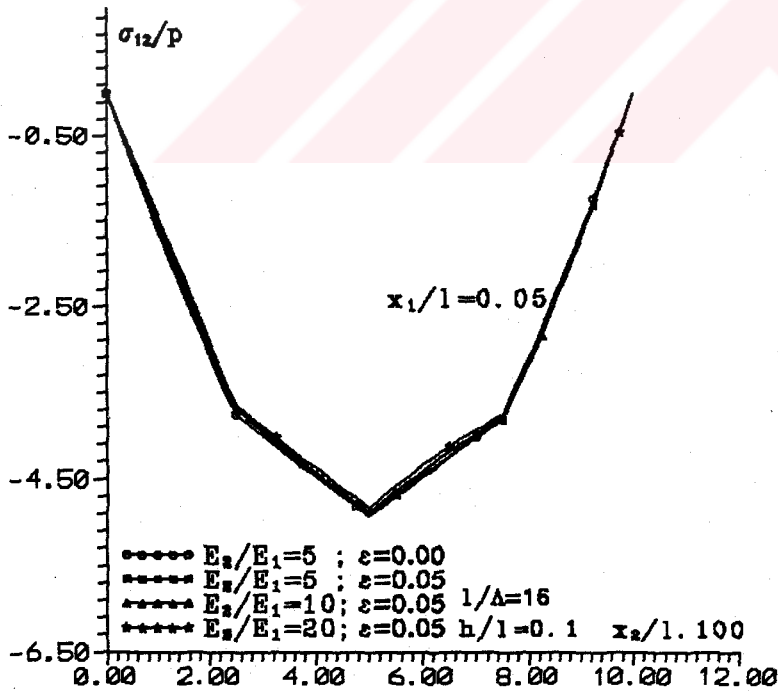
Şekil 3.14. E_2/E_1 oranının σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1)



Şekil 3.15. E_2/E_1 oranının σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1)



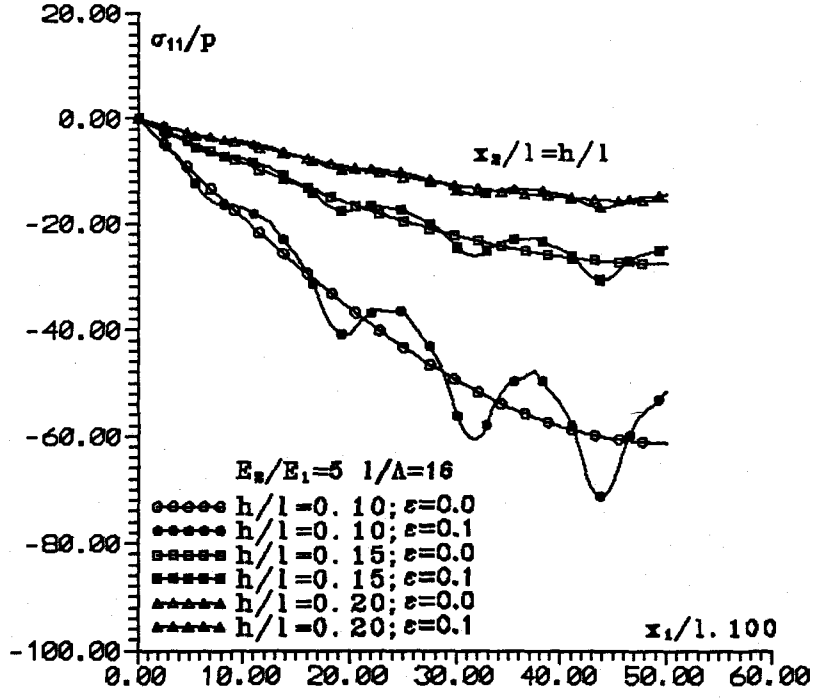
Şekil 3.16. E_2/E_1 oranının σ_{22} gerilmesinin x_2 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1)



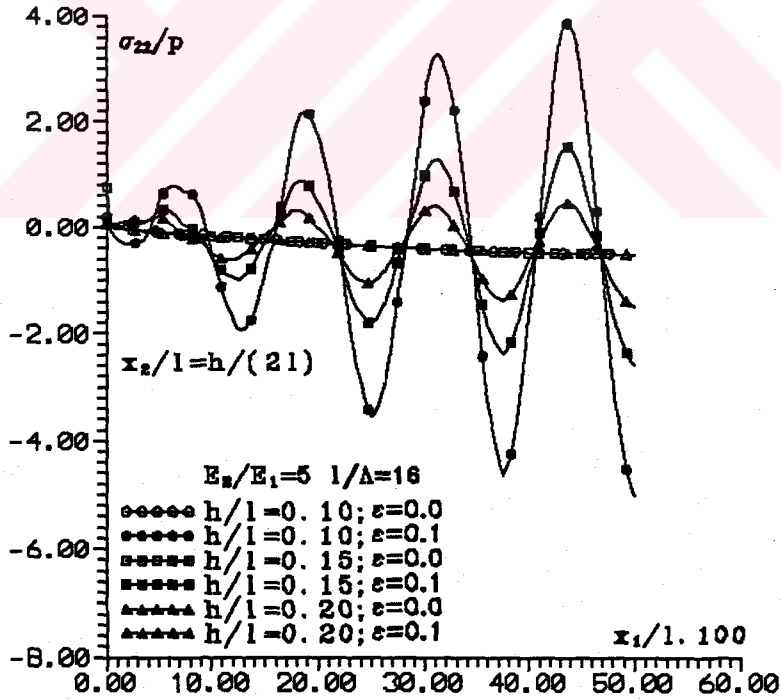
Şekil 3.17. E_2/E_1 oranının σ_{12} gerilmesinin x_2 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1)

malzemesi yapısında olan eğriliklerin incelenen gerilmelerin dağılımına katkısı büyükmektedir. Aynı sonuc Şekil 3.16' da, σ_{22} gerilmesinin x_2 'ye bağlı değişimini gösteren grafiklerden de elde edilir. Şekil 3.17' de σ_{12} gerilmesinin x_2 'ye bağlı grafikleri, ele alınan parametrelerin şekilde gösterilen değerlerinde verilmektedir. Şekil 3.17'deki sayısal sonuçların incelenmesi, şerit malzemesi yapısındaki eğriliklerin σ_{12} gerilmelerinin şeritteki dağılımına önemli bir katkıda bulunmadığı sonucunu bir daha ispatlamaktadır.

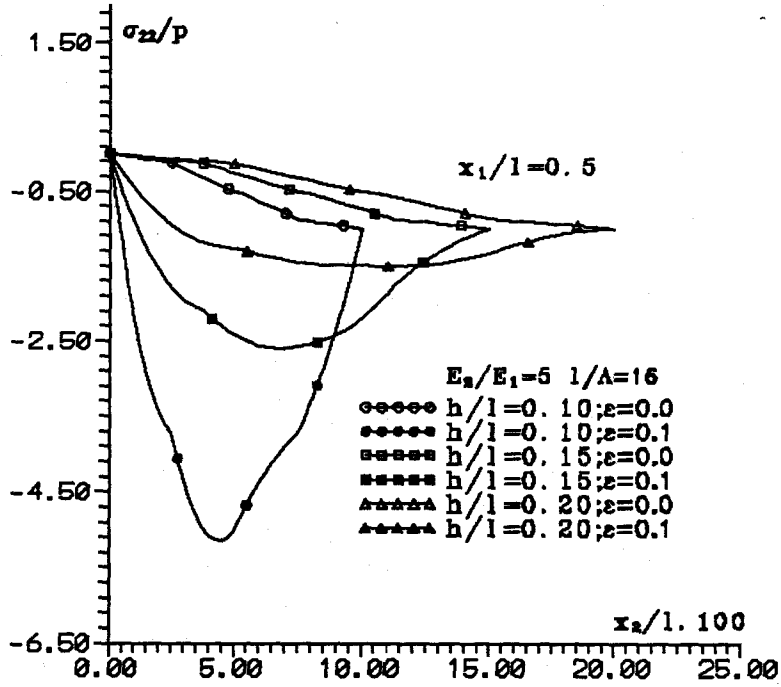
Şerit kalınlığının, yani h/l ' in gerilmelerin bu şeritteki dağılımına etkisini gösteren sayısal sonuçlar, Şekil 3.18-Şekil 3.21' de verilmektedir. Bu sonuçlar $E_2/E_1 = 5$; $l/\Lambda = 16$



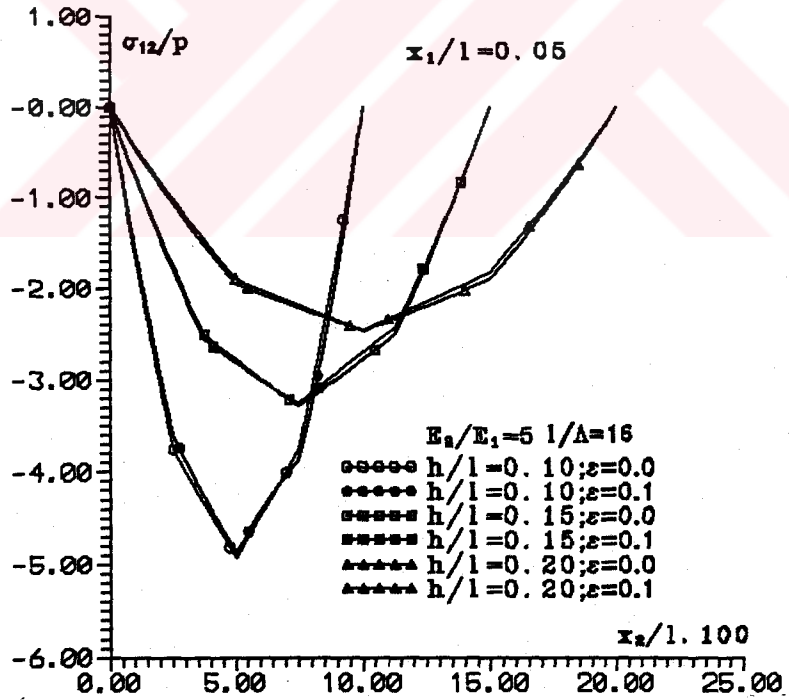
Şekil 3.18. Şerit kalınlığının σ_{11} gerilmesinin, x_1 ' e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1)



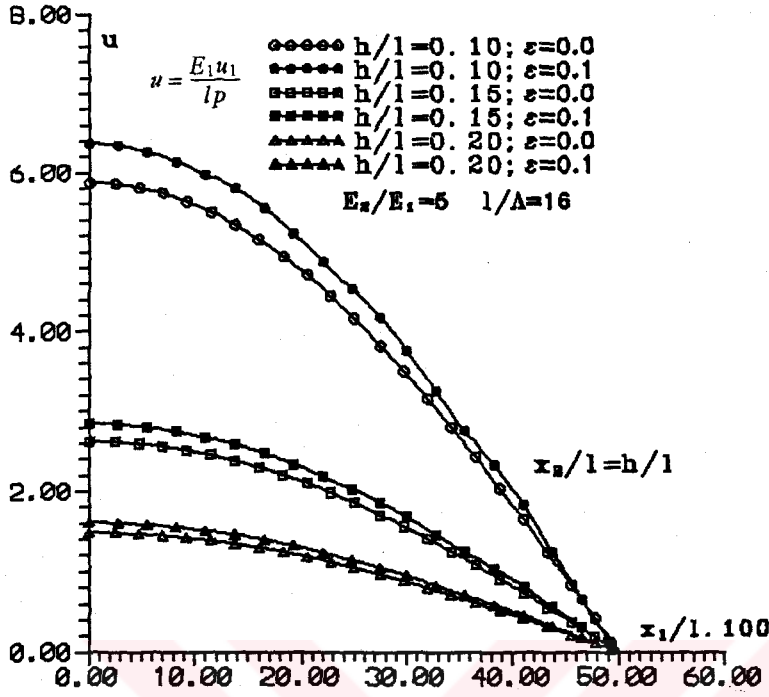
Şekil 3.19. Şerit kalınlığının σ_{22} gerilmesinin, x_1 ' e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1)



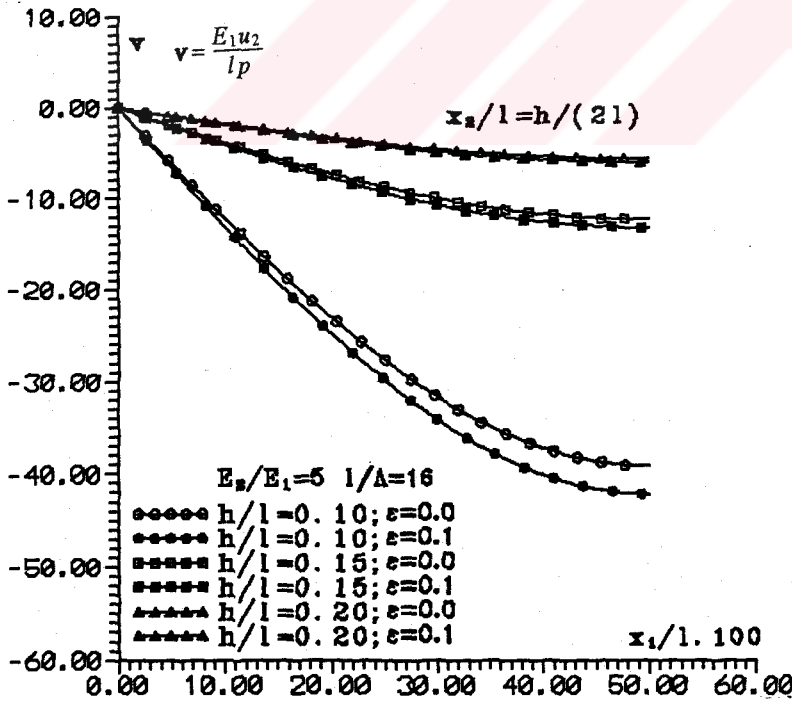
Şekil 3.20. Şerit kalınlığının σ_{22} gerilmesinin, x_2 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1)



Şekil 3.21. Şerit kalınlığının σ_{12} gerilmesinin, x_2 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1)



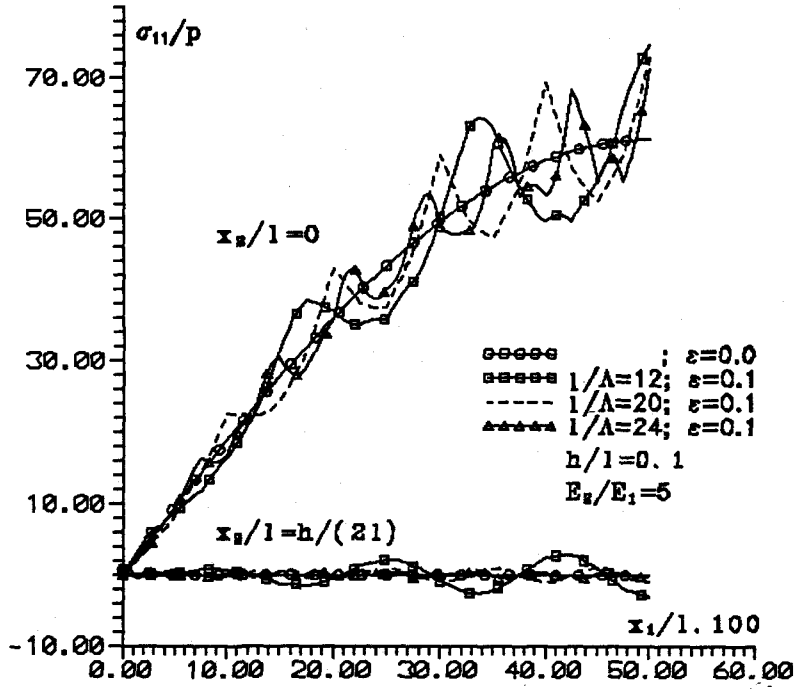
Şekil 3.22. Şerit kalınlığının u_1 yerdeğiştirmesinin, x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1)



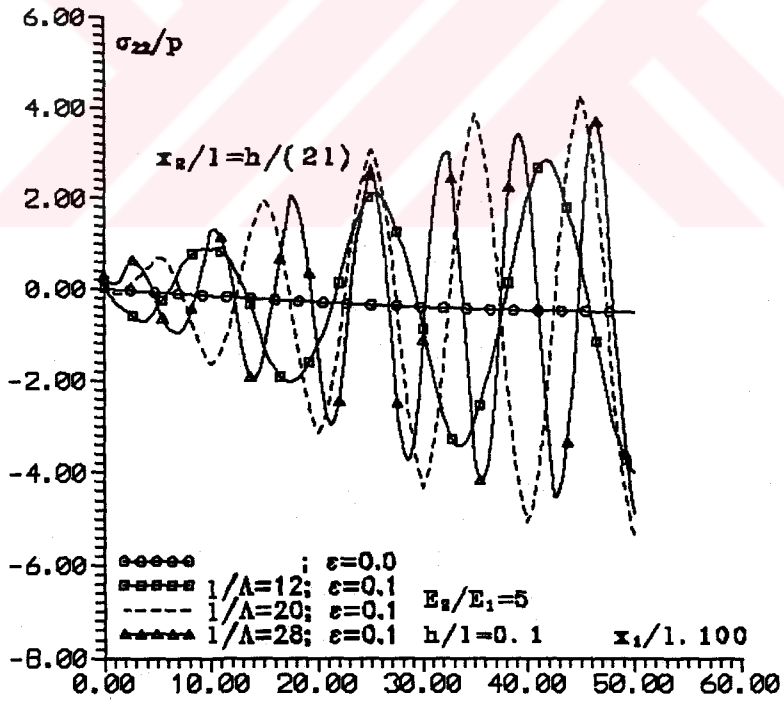
Şekil 3.23. Şerit kalınlığının u_2 yerdeğiştirmesinin, x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 1)

olduğunda ve diğer parametrelerin bu şekillerde gösterilen değerlerinde bulunur. Adı geçen sonuçlardan açıkça görülmektedir ki, h/l değeri küçüldükçe malzeme yapısındaki eğriliklerin gerilme dağılımına etkisi monoton olarak artmaktadır. Aynı sonucu Şekil 3.22 ve Şekil 3.23' de grafikleri verilen yerdeğiştirme dağılımları için de söylemek mümkündür.

Kompozit malzeme yapısındaki periyodik eğriliklerin yarı periyotlarının, şeritin l uzunluğundaki sayısını gösteren l/Δ parametresinin σ_{11} ve σ_{22} gerilmelerinin x_1 ' e bağlı değişimine etkisi, uygun olarak Şekil 3.24 ve Şekil 3.25' deki grafiklerle verilmektedir. Bu grafiklerin incelenmesinden görüldüğü gibi incelenen gerilmelerin l/Δ parametresine bağımlılığı monoton değildir, yani l/Δ

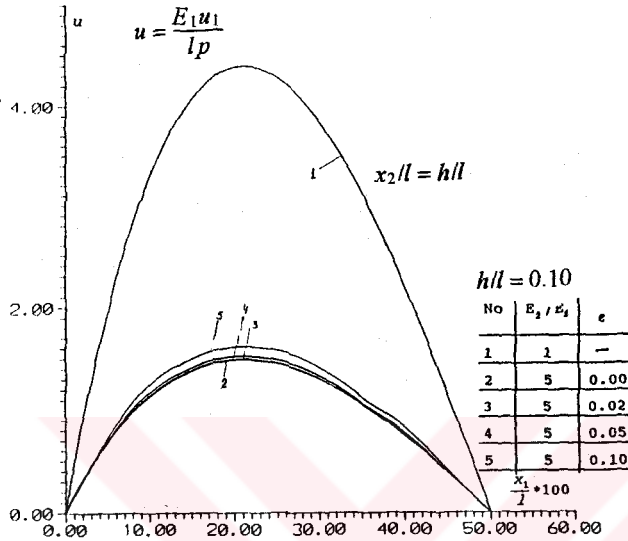


Şekil 3.24. l/Λ oranının σ_{11} gerilmesinin dağılımına etkisi (Problem 1)

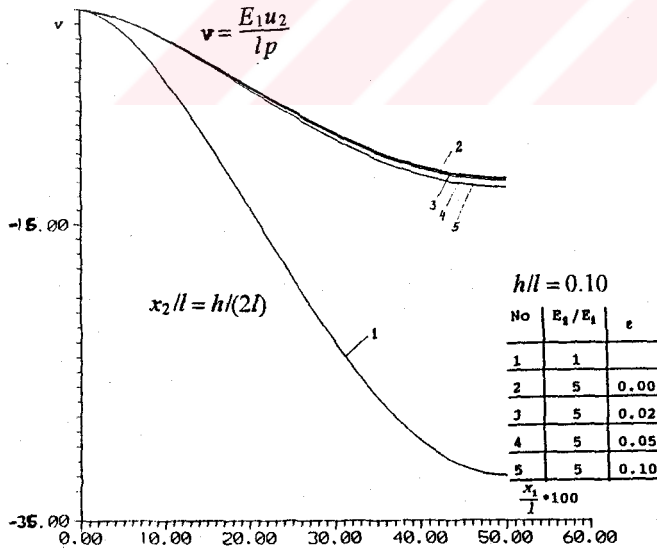


Şekil 3.25. l/Λ oranının σ_{22} gerilmesinin dağılımına etkisi (Problem 1)

'nın öyle bir değeri (mümkün değerleri içinde) vardır ki, l/Λ 'nın bu değerinde malzeme yapısındaki eğriliklerin gerilmelere etkisi, büyüklükçe maksimaldir. Ele alınan ve bir çok başka sayısal sonuçların incelenmesi göstermiştir ki, l/Λ 'nın söylenen değerleri diğer yapı parametrelerinin boyutlarına bağlıdır.



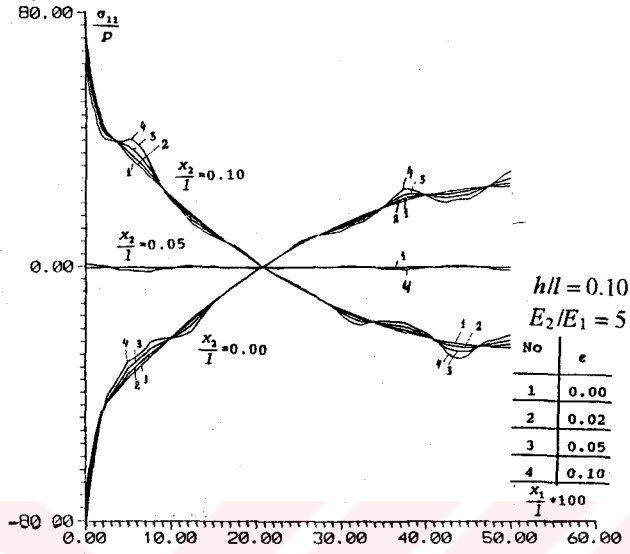
Şekil 3.26. ϵ' 'nin u_1 yerdeğiştirmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 2)



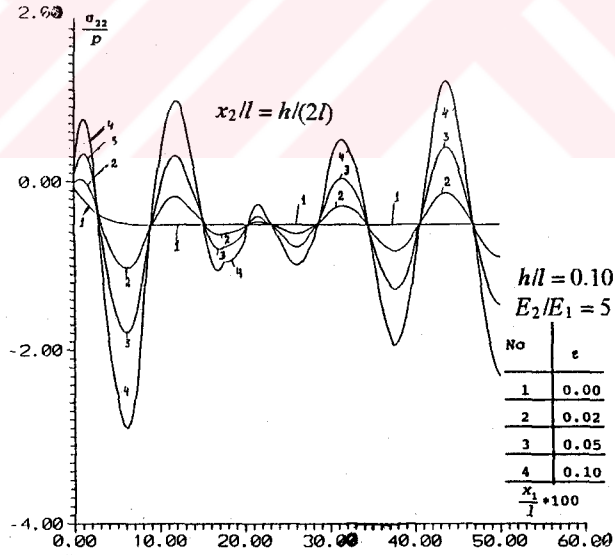
Şekil 3.27. ϵ' 'nin u_2 yerdeğiştirmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 2)

Yukarıdaki verilenler ile Problem 1. için elde edilen sayısal sonuçların incelenmesi burada bitirilir ve Problem 2. için elde edilen sayısal sonuçların incelenmesine geçilir.

Şekil 3.26-Şekil 3.29' da $l/\Lambda = 16$, $E_2/E_1 = 5$ durumunda yerdeğiştirmelerin ve σ_{11} ve σ_{22} gerilmelerinin x_1 'e bağlı dağılımına ϵ' 'nin etkisi verilmektedir. Yerdeğiştirme grafiklerinden görüldüğü gibi ϵ' 'nin artması yerdeğiştirmelerin boyutunu az da olsa artırmaktadır. Ancak ϵ' 'nin değişmesi incelenen gerilme dağılımlarına daha güçlü etki göstermektedir. Şekil 3.26-Şekil 3.29' da verilen grafiklerin, Problem 1 için elde edilen uygun grafikler ile karşılaştırılmasıyla

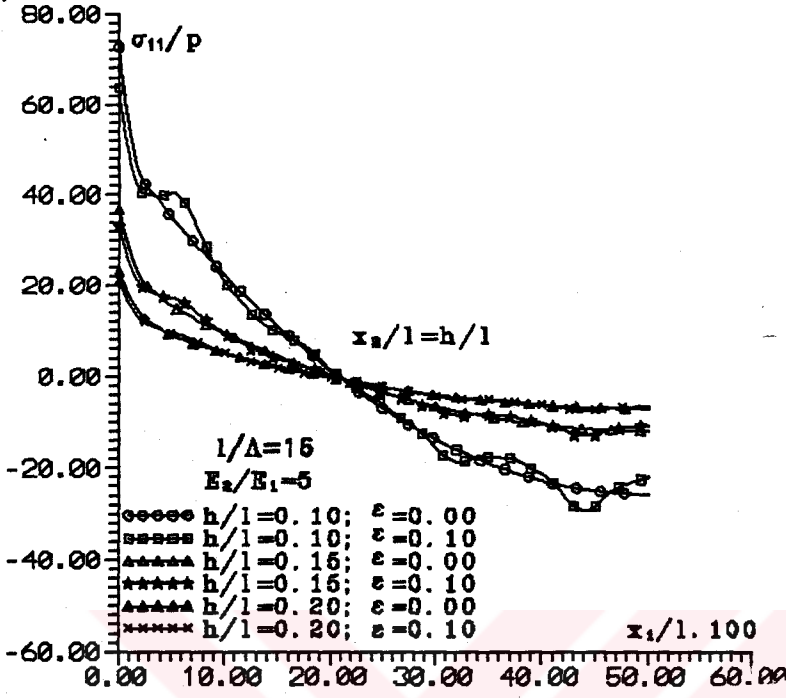


Şekil 3.28. ϵ' nun σ_{11} gerilmesinin dağılımına etkisi (Problem 2)

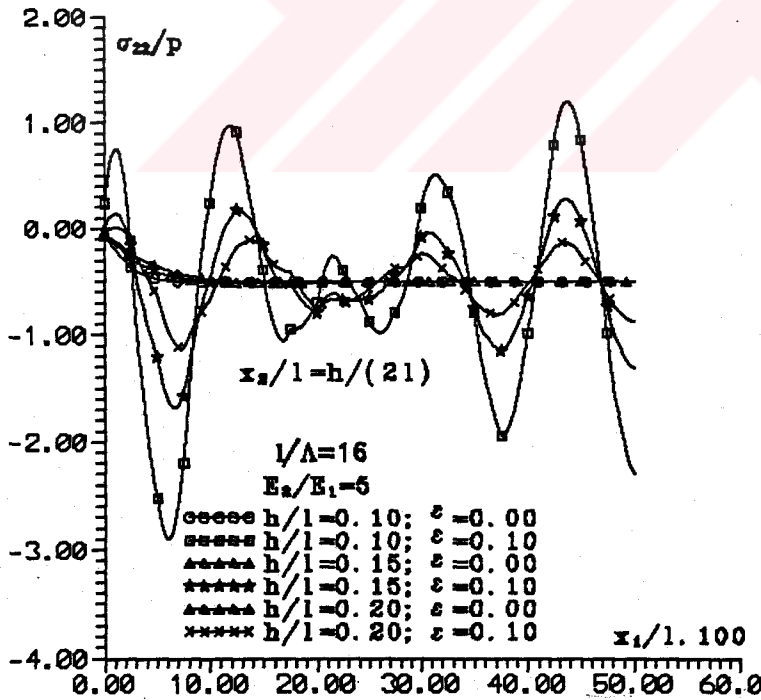


Şekil 3.29. ϵ' nun σ_{22} gerilmesinin dağılımına etkisi (Problem 2)

görülen farklılıklar, bu problemler için $x_1 = 0; l'$ de verilen sınır koşullarının farklılığından

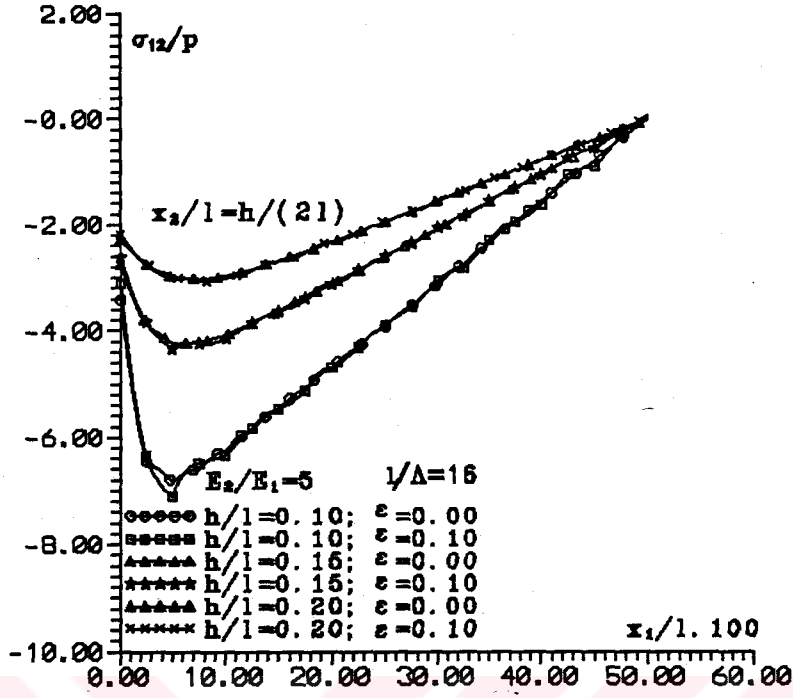


Şekil 3.30. σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına şerit kalınlığının etkisi (Problem 2)

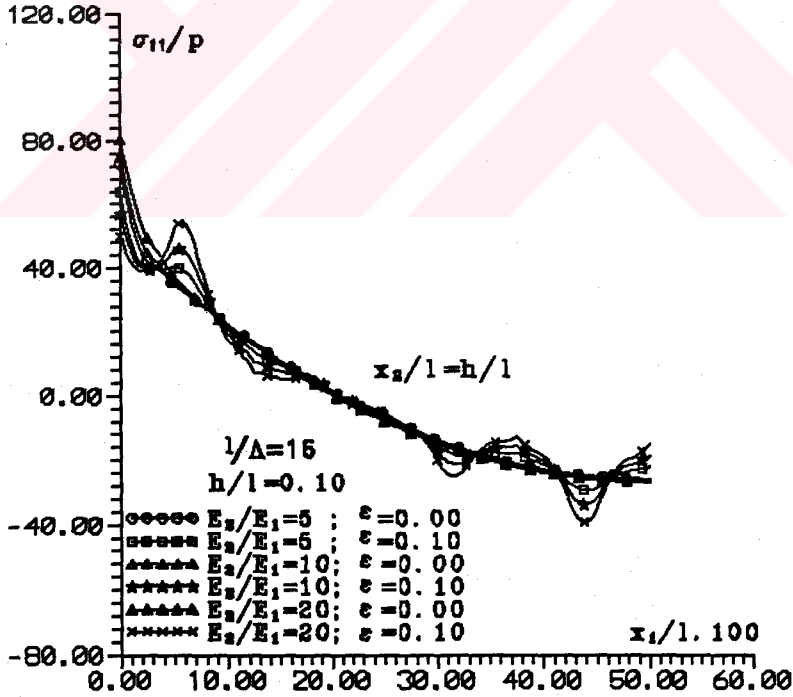


Şekil 3.31. Şerit kalınlığının σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 2)

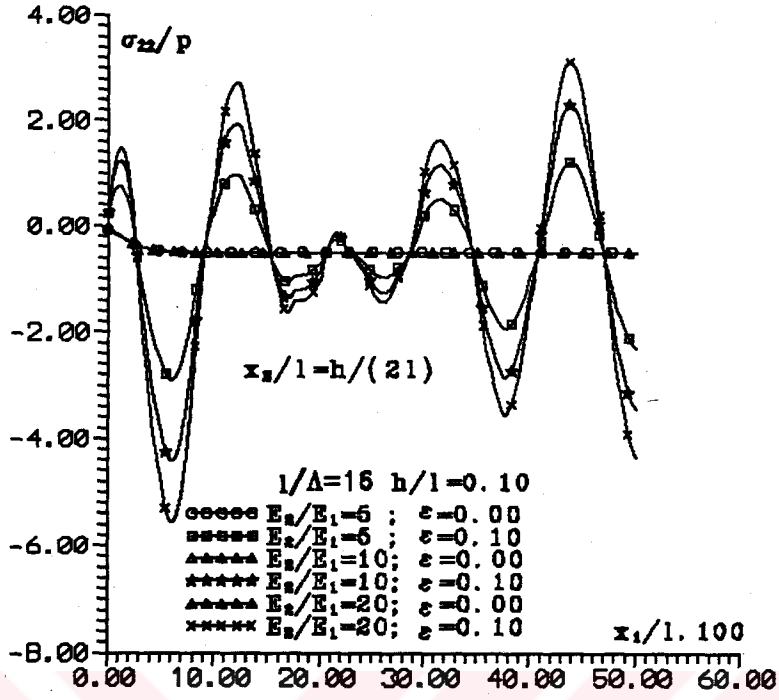
kaynaklanmaktadır. Şerit kalınlığı değişiminin, $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$ gerilmelerinin x_1 'e bağlı etkisini gösteren grafikler Şekil 3.30-Şekil 3.32' de verilmektedir. Bu grafiklerden görüldüğü gibi h/l değeri küçüldükçe, şerit malzemesinin yapısındaki eğriliklerin ele alınan gerilmelerin dağılımına etkisi büyümektedir. Şekil 3.32' de verilen grafikler bir kez daha gösterir ki, malzeme yapısındaki eğrilikler σ_{12} gerilmelerinin ox_1 eksenı boyunca dağılımına önemli katkıda bulunmamaktadır. Bunlardan başka Şekil 3.33-Şekil 3.36' da verilen grafiklerden görüldüğü gibi $E_2/E_1, l/\Lambda$ parametrelerinin σ_{11}, σ_{22} gerilmeleri dağılımına etkisi Problem 1.'deki gibidir. Bu gerilmelerin x_2/l koordinatına bağlı dağılımı da, Problem 1.'de belirtildiği gibi olmaktadır.



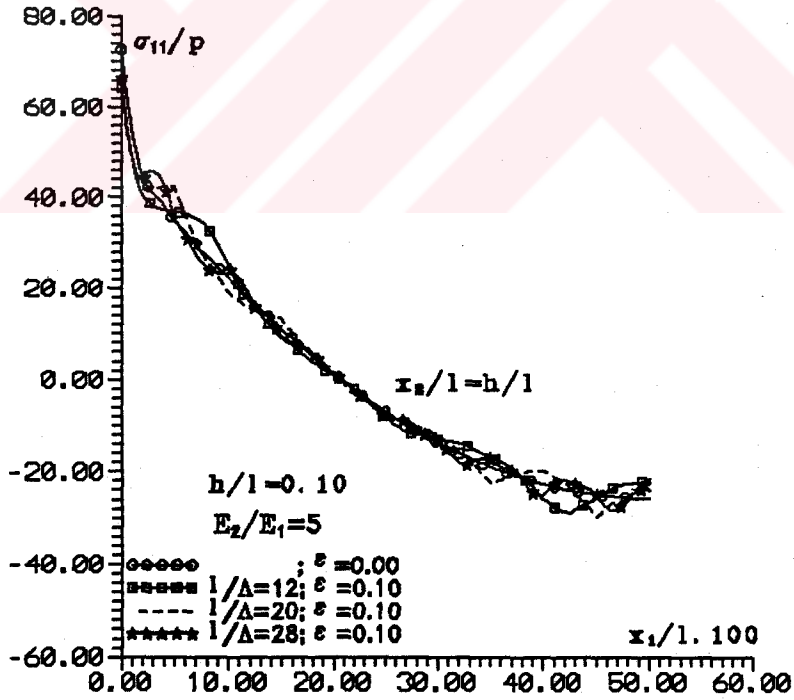
Şekil 3.32. Şerit kalınlığının σ_{12} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 2)



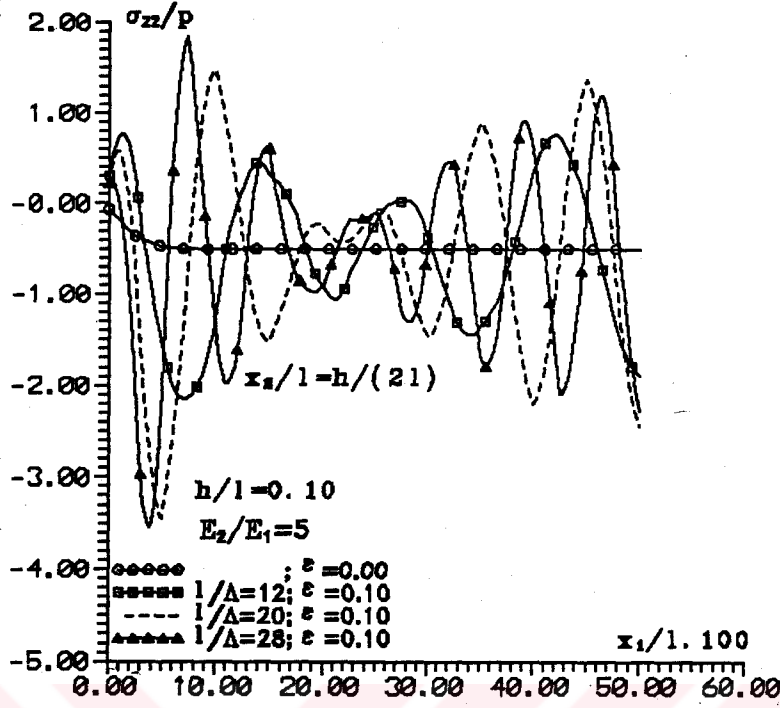
Şekil 3.33. E_2/E_1 oranının σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 2)



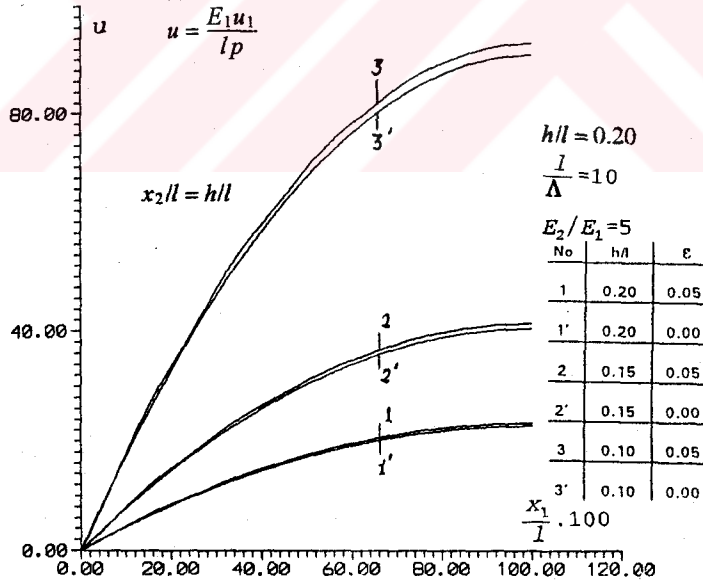
Şekil 3.34. E_2/E_1 oranının σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 2)



Şekil 3.35. l/A oranının σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 2)

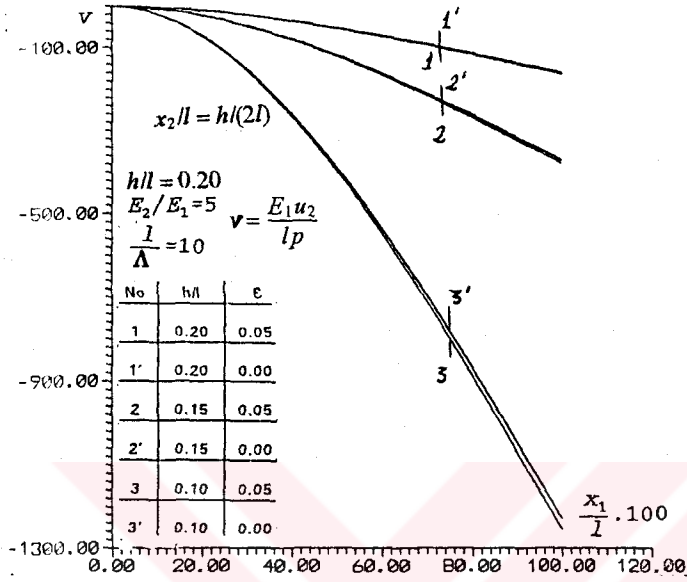


Şekil 3.36. l/Λ oranının σ_{zz} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 2)

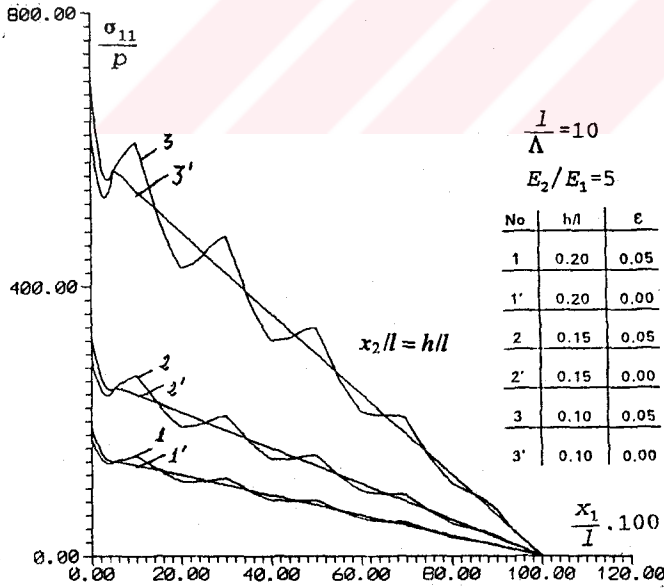


Şekil 3.37. Şerit kalınlığının u_1 yerdeğiştirmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3)

Aşağıda Problem 3. için elde edilen sayısal sonuçların incelenmesine geçilir. İlk önce bu problemde ele alınan konsol plağın (şeritin) yerdeğiştirme ve gerilme dağılımlarının, h/l ile ϵ ' nin farklı değerlerinde, Şekil 3.37-Şekil 3.40' da grafikleri



Şekil 3.38. Şerit kalınlığının u_2 yerdeğiştirmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3)



Şekil 3.39. Şerit kalınlığının σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3)

verilir. Bu grafiklerin incelenmesinden

görüldüğü gibi konsol plak malzemesi

yapısında olan

eğriliklerin, söz konusu

dağılımlara etkisi h/l ' in

küçülmesiyle büyümek-

tedir. Başka bir ifadeyle,

h/l ' in söz konusu

dağılımlara etkisi, önceki

problemlerde olduğu

gibi kendini göster-

mektedir. Aynı fikri

başka yapı

parametrelerinin etkisi

hakkında da söylemek

mümkündür. Bu, Şekil

3.41-Şekil 3.46' de

verilen grafiklerden de

görülür. Sayısal

sonuçların elde

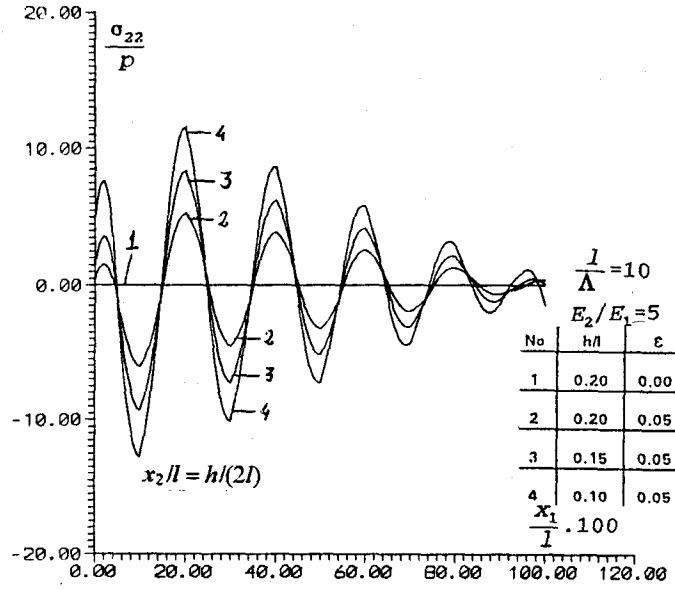
edilmesinde kullanılan

program ve algorit-

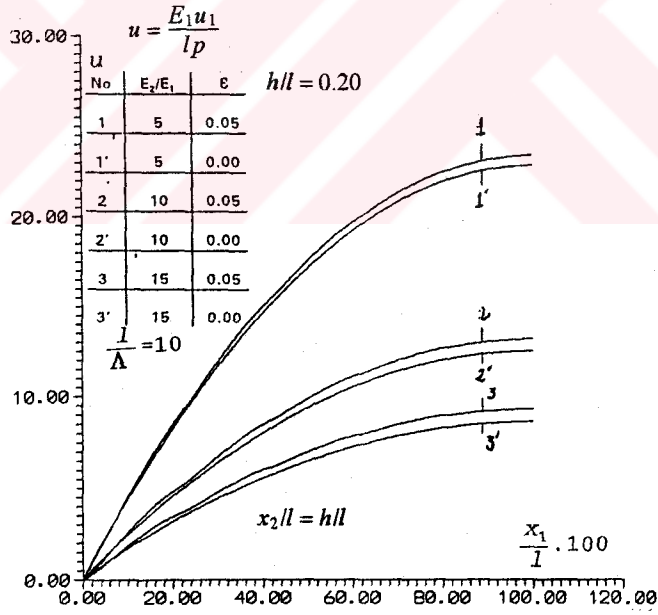
maların doğruluğunu bir

kez daha göstermek

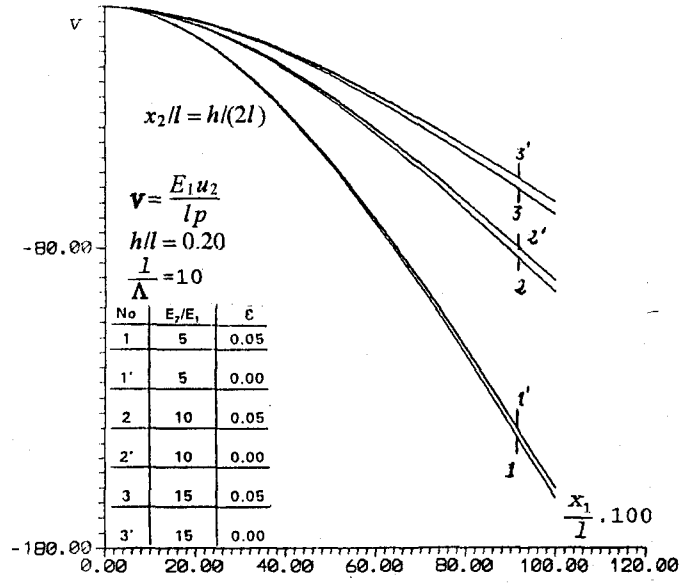
amacıyla, Problem 3.' de



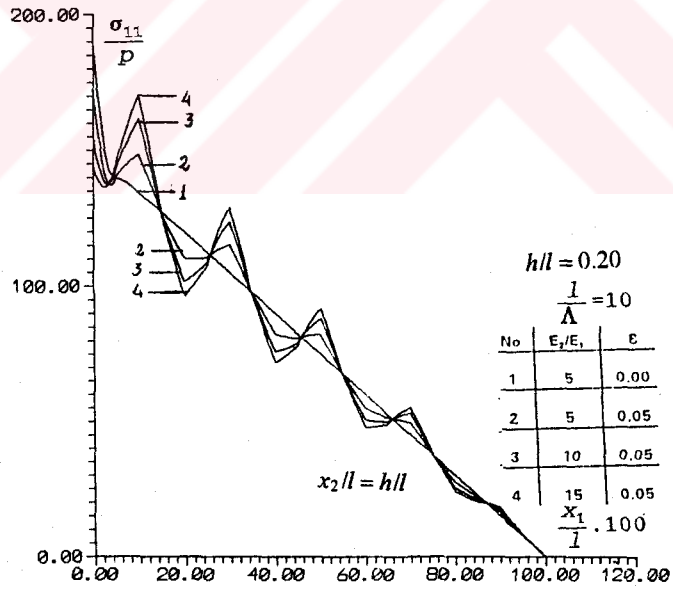
Şekil 3.40. Şerit kalınlığının σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3)



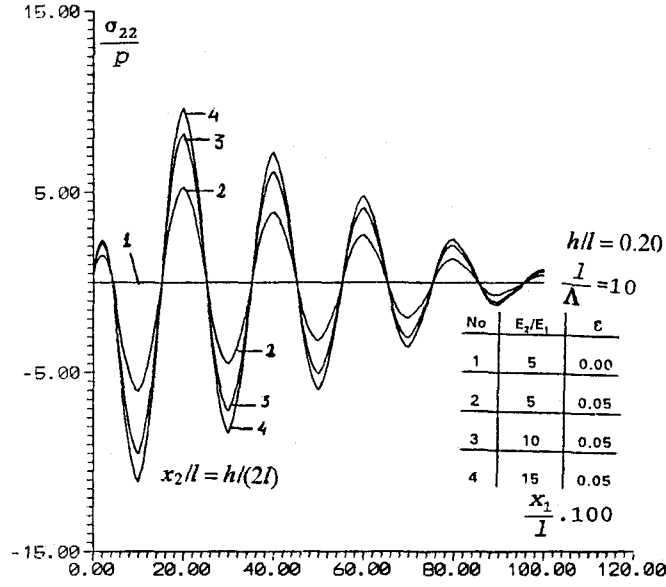
Şekil 3.41. E_2/E_1 oranının u_1 yerdeğiştirmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3)



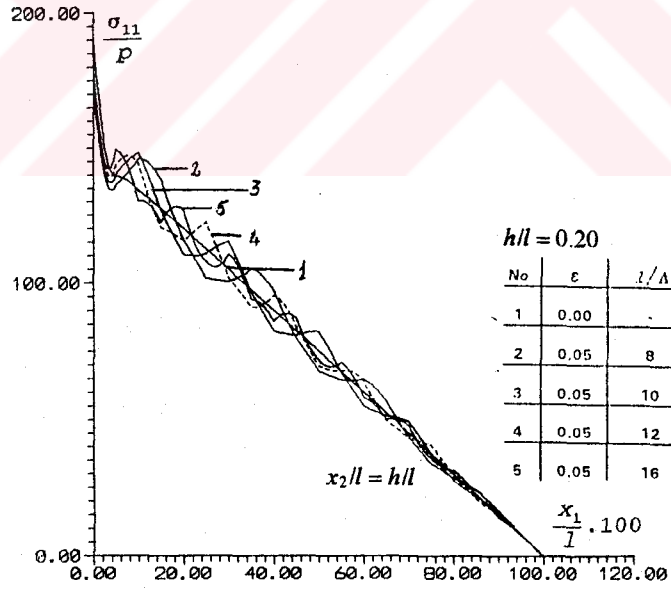
Şekil 3.42. E_2/E_1 oranının u_2 yerdeğiştirmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3)



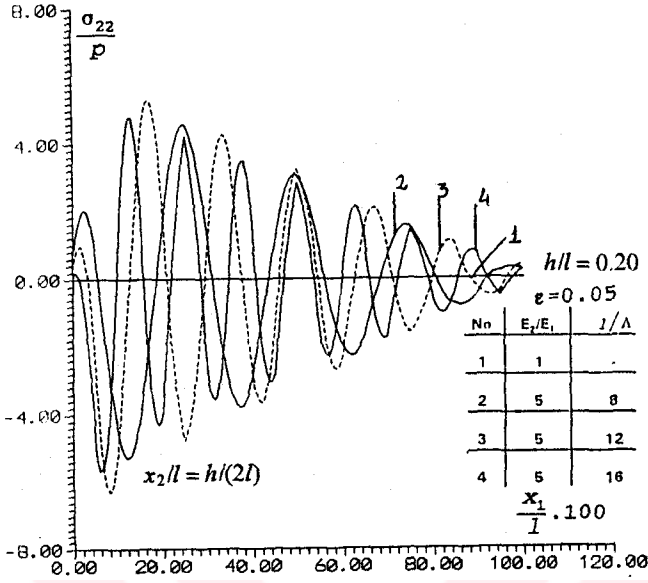
Şekil 3.43. E_2/E_1 oranının σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3)



Şekil 3.44. E_2/E_1 oranının σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3)



Şekil 3.45. l/Λ oranının σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3)



Şekil 3.46. l/Λ oranının σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Problem 3)

$E_2/E_1 = 1$, $\varepsilon = 0$ durumunda $x_1/l \geq h/l$ değerlerinde alınan sayısal sonuçlar Timoshenko and Goodier (1951)' da aynı problemin analitik çözülmesinden elde edilen sonuçlar ile üst üste düşmektedir. Bu kaynakta adı geçen problemin çözülmesinde, yerdeğiştirmelere göre sınır koşulu göz önüne alınmadığından (bu koşullar göz önüne alınsaydı problemin analitik çözümü yapılamazdı) $0 < x_1/l < h/l$ aralığında elde edilen sayısal sonuçlar adı

geçen kesin sonuçlardan farklı olmaktadır.

Araştırılan problemler için elde edilen sayısal sonuçların (3.41) formülünden bulunan *enerji normuna göre bağıl hata*'larının (η) hesabı her bir problem için yukarıda gösterilmiş nod sayısında ve serbestlik derecesinde (NDOF) yapılmıştır.

Tablo 3.1' de, Problem 1. için $h/l = 0.1$, $l/\Lambda = 16$, $E_2/E_1 = 5$ durumunda ε 'nun η değerlerine etkisi gösterilmektedir. Bu tabloda verilen sonuçlardan görüldüğü gibi, ε 'nun artmasıyla η değerleri monoton olarak büyümektedir.

$E_2/E_1 = 5$, $\varepsilon = 0.1$, $l/\Lambda = 16$ durumunda h/l değişiminin η değerlerine etkisi Tablo 3.2.' de verilmektedir. Bu tablodaki değerlerden görüldüğü gibi h/l ' in büyümesi Enerji Normuna Göre Bağıl Hata'ları az da artırmaktadır.

Tablo 3.3 ve Tablo 3.4' de uygun olarak E_2/E_1 ($\varepsilon = 0.05$, $l/\Lambda = 16$ durumunda) ve l/Λ ($E_2/E_1 = 5$, $\varepsilon = 0.1$, $h/l = 0.1$ durumunda) değişimlerinin η değerlerine etkisi verilmektedir. Bu tablolarda verilen sonuçlardan görüldüğü gibi, E_2/E_1 ve l/Λ 'nın artışları elde edilen sayısal sonuçların bağıl hatalarını büyütmemektedir.

Yukarıda verilen hata hesapları Problem 1. için yapılmıştır. Problem 2. için, yapılan uygun hata hesaplarının incelenmesi, problem parametrelerinin η değerlerine

Tablo 3.1. ε 'nun η değerlerine etkisi (Problem 1)

E_2/E_1	ε	$\eta(\%)$
1	-	0.036
5	0.00	0.043
5	0.02	0.201
5	0.05	0.548
5	0.10	1.363
5	0.15	2.420

Tablo 3.3. E_2/E_1 oranının η değerlerine etkisi (Problem 1)

E_2/E_1	$\eta(\%)$
5	0.5487
10	1.1416
20	1.9408

Tablo 3.5. ε 'nun η değerlerine etkisi (Problem 2)

E_2/E_1	ε	$\eta(\%)$
1	-	1.246
5	0.00	0.995
5	0.02	1.012
5	0.05	1.123
5	0.10	1.637

Tablo 3.7. E_2/E_1 oranının η değerlerine etkisi (Problem 3)

E_2/E_1	ε	$\eta(\%)$
5	0.00	0.637
5	0.05	0.915
10	0.00	0.533
10	0.05	1.460
15	0.00	0.478
15	0.05	1.922

Tablo 3.2. h/l oranının η değerlerine etkisi (Problem 1)

h/l	$\eta(\%)$
0.10	1.3634
0.15	1.3822
0.20	1.4035

Tablo 3.4. l/Λ oranının η değerlerine etkisi (Problem 1)

l/Λ	$\eta(\%)$
16	1.3634
20	1.5464
24	2.6465
28	3.4198

Tablo 3.6. l/Λ oranının η değerlerine etkisi (Problem 3)

l/Λ	$\eta(\%)$
8	0.850
10	0.951
12	1.257
14	1.602
16	2.002

Tablo 3.8. h/l oranının η değerlerine etkisi (Problem 3)

h/l	ε	$\eta(\%)$
0.10	0.00	0.717
0.10	0.05	0.849
0.15	0.00	0.685
0.15	0.05	0.901
0.20	0.00	0.673
0.20	0.05	0.951

etkisinin karakter bakımından Problem 1.' dekinin aynı olduğunu göstermiştir. Örnek olarak Tablo 3.5' de ($h/l = 0.1, l/\Lambda = 16$) ε 'nun η değerlerine etkisi söyleneni desteklemektedir. Problem 3. için, elde edilen hata hesapları Tablo 3.6. ($E_2/E_1 = 5, h/l = 0.2, \varepsilon = 0.05$ durumunda), Tablo 3.7. ($l/\Lambda = 10, h/l = 0.2$ durumunda) ve Tablo 3.8.' de ($E_2/E_1 = 5, l/\Lambda = 16$ durumunda) verilmektedir. Bu tablolardaki sonuçlar problem parametrelerinin η ' ya etkisinin Problem 1.' deki gibi olduğunu göstermektedir.

Bütün sayısal sonuçların elde edilmesinde η değerlerinin %5' i aşmaması koşulu sağlanmıştır. Bu ise bulunan sayısal sonuçların Zienkiewicz and Zhu (1987) hata hesabı açısından da yeterince güvenilir olduğunu kanıtlamaktadır.

Yukarıda söylenenler ile, periyodik eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeler mekaniğinin ilk kez bu çalışmada ele alınan iki boyutlu sınırdeğer problemlerinin araştırılmasında elde edilen sayısal sonuçların yorumlanması böylece tamamlanmış oluyor.

III.5. KOMPOZİT MALZEME YAPISINDA YEREL EĞRİLİKLER OLAN DURUMDA BULUNAN SAYISAL SONUÇLARIN İNCELENMESİ

Kompozit malzeme yapısında karşılaşılabilecek yerel eğrilik formları incelendiğinde, bir çok kaynakta, örneğin Guz' (1990), Tarnopolsky and Rose (1969), vb., çok katlı kompozit malzemelerin iç kesitlerini gösteren fotoğrafların gözlemlenmesinden görüldüğü üzere, kompozit malzeme yapısındaki yerel eğrilik formları yeterli hassasiyetle

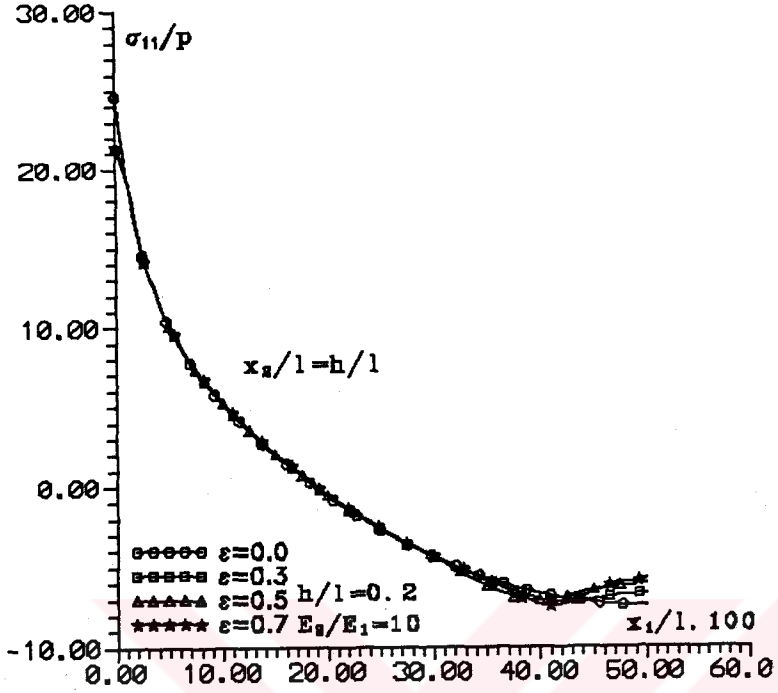
$$F(x_1) = l \begin{cases} \varepsilon \lambda^3 (x_1/l - c)^2 (x_1/l - d)^2 \exp(-\lambda^{2n} (x_1/l - l_0)^{2n}) \\ \quad \times \cos(m\pi\lambda(x_1/l - l_0)), & \text{icin } x_1/l \in [c, d] \\ 0, & \text{icin } x_1/l \in [0, c) \cup (d, 1] \end{cases} \quad (3.49)$$

fonksiyonu yardımıyla verilebilir. Burada, $\lambda = 1/(d - c)$, $\varepsilon = A/(d - c)$, $l_0 = L/l$, ayrıca, A - yerel eğriliğin tepe noktasının maksimal yüksekliğini, L - bu maksimal yüksekliğe karşı gelen noktanın koordinat başlangıcından ox_1 eksen yönünde olan uzaklığını, n, m parametreleri ise, yerel eğrilik formundaki anlamları açık olan bazı farklılıkları

göstermektedir. (3.49) şeklinde seçilen $F(x_1)$ fonksiyonu, önceki bölümde konulan koşulları sağlamaktadır.

Yani bu fonksiyonun kendisi ve birinci mertebeden türevi $\forall x_1 \in (0, 1)$ için süreklidir.

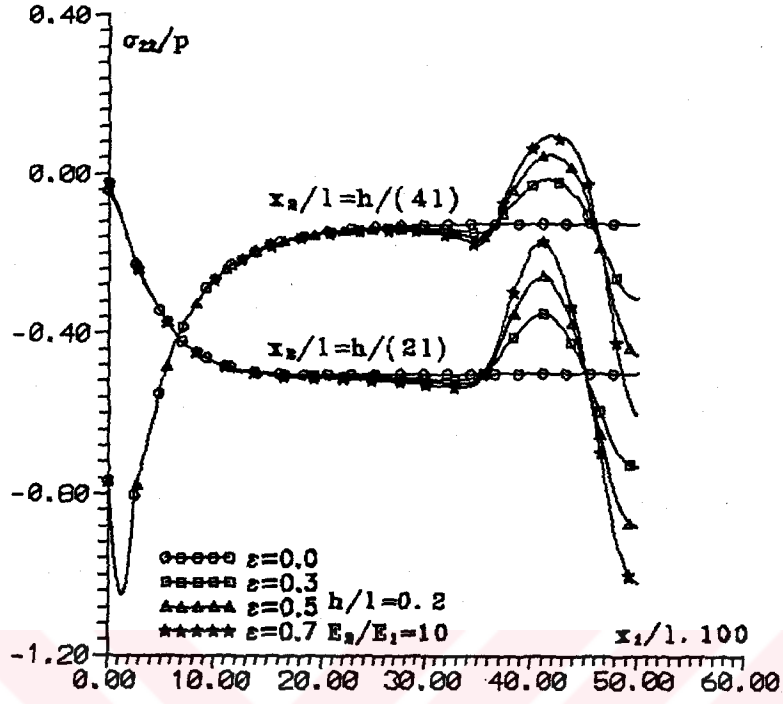
Şimdi ise, yapısında (3.49) şeklinde eğrilikler olan ve Kısım III.4.' de verildiği gibi biri diğerini tekrarlayan levhalardan oluşmuş, kompozit malzemeden yapılmış şeritte düzlem şekil-değiştirme durumunda gerilme dağılımı incelen-



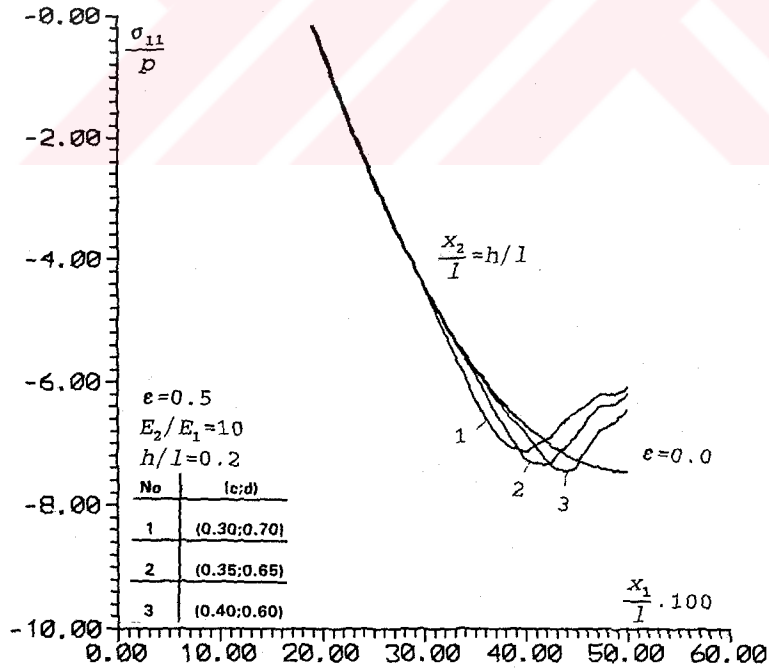
Şekil 3.47. ε' mın σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Yerel eğrilik durumu)

sin. Aşağıda incelenecek sayısal sonuçlar (3.49)' da verilen eğrilik formunun $x_1 = 1/2$ düzlemine göre simetrikliğini sağlayan $c = 1 - d$ durumunda ve (3.3)' de verilen sınır koşulları çerçevesinde elde edilmiştir. Bu durumda (3.3)' deki $p(x_1) = p$ haline bakılmış, $\{0 \leq x_1 \leq 1/2; 0 \leq x_2 \leq h\}$ alanı, 80 elemanlı, 369 nodlu ve 711 serbestlik dereceli (NDOF) sonlu elemanlar ile modellenmiştir. Buna göre $n = 1, l_0 = 1/2, E_2/E_1 = 10, h/l = 0.2, \nu_1 = \nu_2 = 0.3, \eta_1 = \eta_2 = 0.5$ durumunda (3.49)' a dahil olan ve yerel eğrilik formunu karakterize eden $(c; d), m$ ve ε parametrelerinin ele alınan şeritteki gerilme dağılımına etkisi incelenmiştir.

Şekil 3.47 ve Şekil 3.48' de $m = 2, c = 0.35$ ($d = 0.65$) durumunda ε ve x_2/l' in bu şekillerde gösterilen değerlerinde σ_{11} ve σ_{22} gerilmelerinin ox_1 eksenini yönünde dağılımını gösteren grafikler verilmiştir. Bu grafiklerden görüldüğü gibi şerit malzemesinin yapısındaki yerel eğriliklerin, gerilme dağılımlarına etkisi de yereldir ve bu etki ε parametresinin artmasıyla büyümektedir. Araştırılan problemin $x_1/l = 1/2$ ' ye göre simetrisinden (x_1 ' in bu değerinde $\sigma_{12} = 0$ dır) ve malzeme yapısında olan yerel eğriliklerin x_1 ' in bu değeri civarında olmasından dolayı, bu eğriliklerin σ_{12} dağılımına etkisi dikkate alınmayacak derecede önemsizdir. Bu nedenle σ_{12} gerilmesinin burada

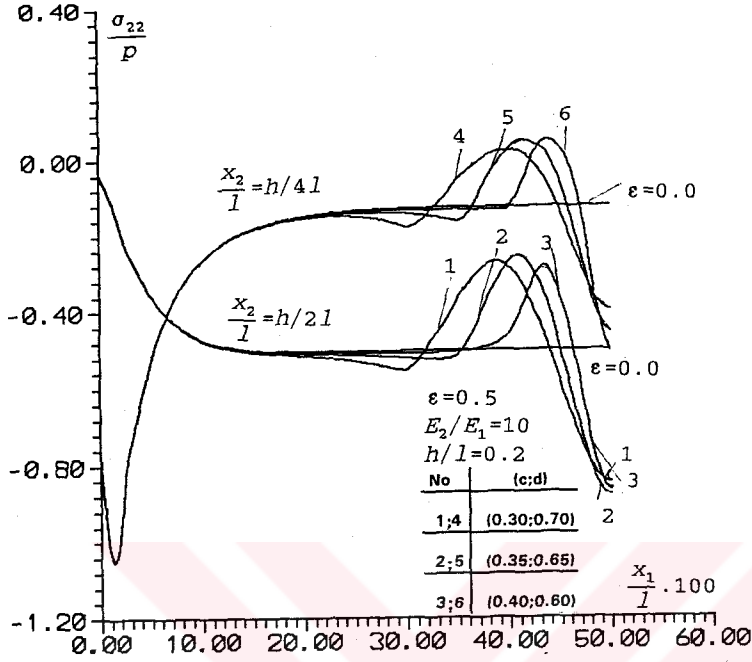


Şekil 3.48. ϵ' nun σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Yerel eğrilik durumu)

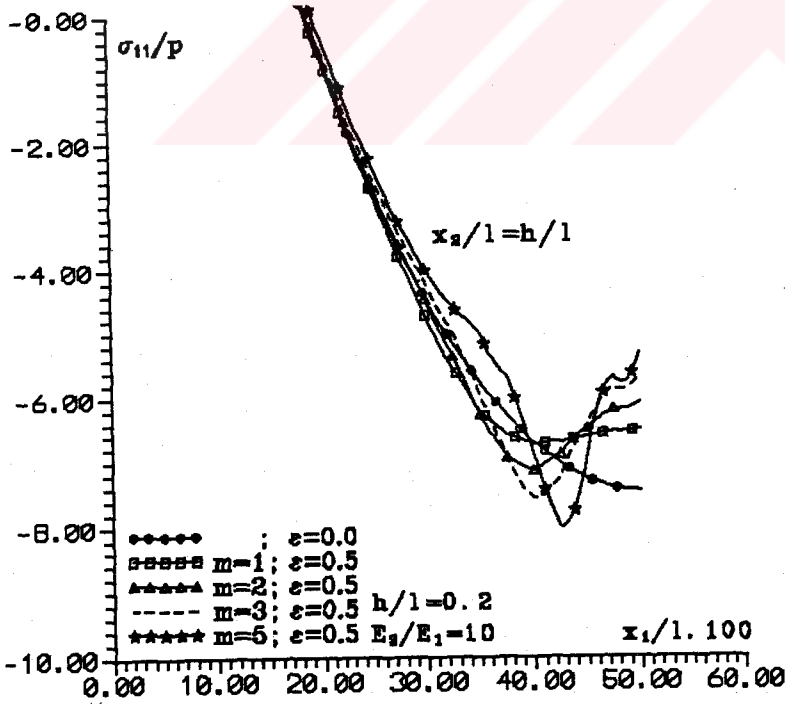


Şekil 3.49. Yerel eğriliğin kapsadığı alanın ox_1 eksenine yönündeki boyutunun ((c;d)'nin) σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Yerel eğrilik durumu)

incelenmesine yer verilmemiştir. Bundan başka, eğrilik parametrelerinin yerel eğriliğin olduğu yerlerde ve onun yakın civarındaki gerilmelerin ox_2 yönündeki dağılımlarına etkisi karakterce Kısım III.4' de söylendiği gibidir. Bu nedenle burada gerilmelerin ox_2 eksenindeki dağılımlarının incelenmesine de yer verilmemiştir.



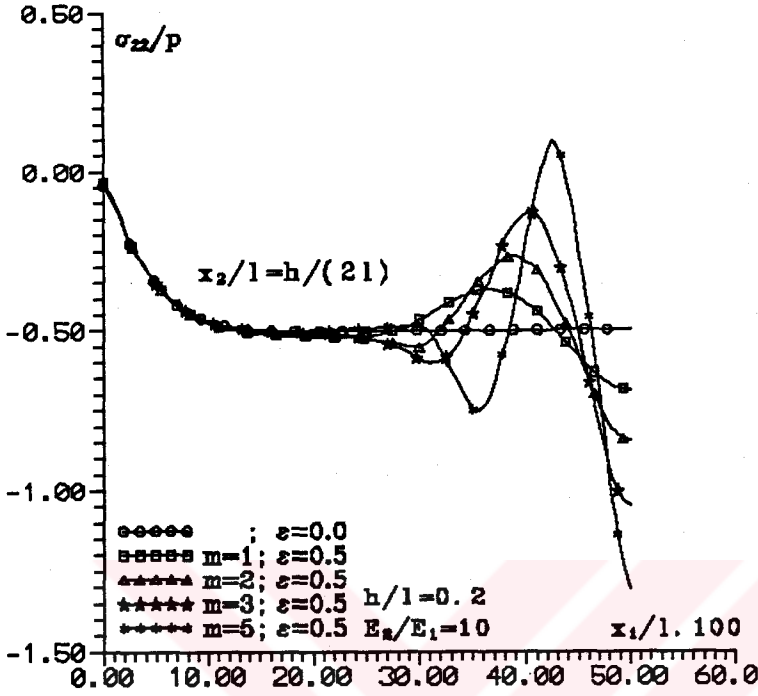
Şekil 3.50. (c; d)'nin σ_{22} gerilmesinin dağılımına etkisi (Yerel eğrilik durumu)



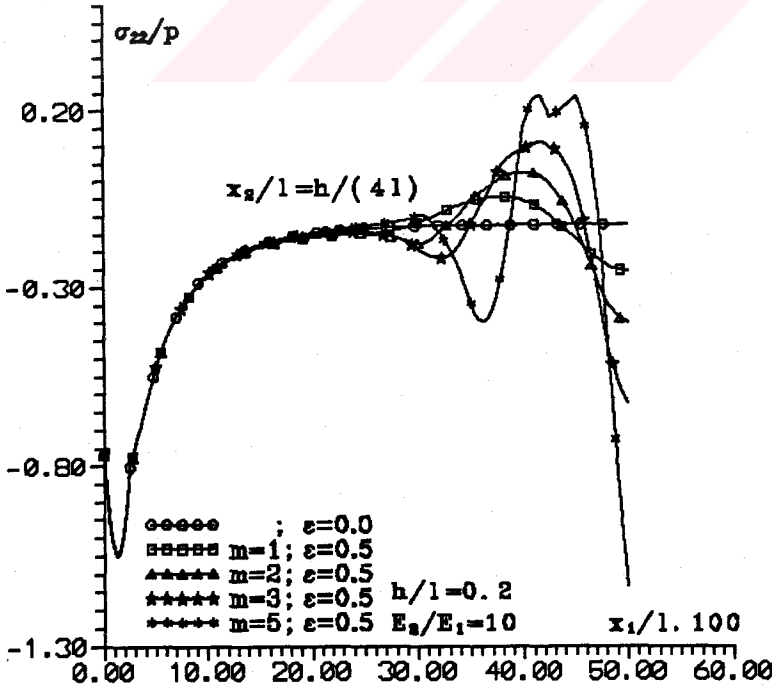
Şekil 3.51. Yerel eğrilik formundaki "titreşim" lerin sayısının (m'in), σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Yerel eğrilik durumu)

Şekil 3.49 ve Şekil 3.50' de verilen (3.49)'daki $c(d)$ parametresinin, $\epsilon = 0.5, m = 2$ durumunda σ_{11} ve σ_{22} gerilmelerinin ox_1 eksenindeki dağılımlarına etkisini gösteren grafikler verilmektedir. Açıkça ki, c parametresinin büyümesi, (3.49) formülünden görüldüğü gibi malzeme yapısında yerel eğrilikler olan kısmının boyutunun küçülmesi demektir. Bu yüzden teorik olarak, c 'nin büyümesi ile gerilme dağılımlarına yerel eğriliğin etkisinin ortaya çıktığı alanın boyutunun da küçüleceğini söylemek mümkündür.

Teorik olarak söylenen bu sonuç Şekil 3.49 ve Şekil 3.50' de verilen sayısal sonuçlar ile kesin şekilde desteklenmektedir. Yerel eğriliği karakterize eden (3.49) ifadesine dahil



Şekil 3.52. m 'in, σ_{22} gerilmesinin $x_2/l = h/(2l)$ kesitinde x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Yerel eğrilik durumu)



Şekil 3.53. m 'in, σ_{22} gerilmesinin $x_2/l = h/(4l)$ kesitinde x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Yerel eğrilik durumu)

olan parametrelerden biri de m parametresidir. Bu parametre yerel eğrilik formunun "titreşimini" karakterize eder. Dolayısıyla m parametresinin büyümesi yerel eğrilik formunun ox_1 eksenı yönündeki birim boyutta tepe ve çukur noktalarının sayısının artmasını gösterir.

Bu nedenlerden dolayı, $\epsilon = 0.5, c = 0.3$ durumunda elde edilen, Şekil 3.51-3.53' de verilen grafikler m ' in değişiminin gerilme dağılımlarına etkisinin daha fazla olduğunu göstermektedir. Bu grafiklerden görüldüğü gibi m ' in büyümesi (yani yerel eğrilik formunun birim boyuttaki "titreşim" sayısının artması) ile yerel eğriliklerin gerilme dağılımlarına etkisi büyümektedir.

III.6. YAPISINDA EĞRİLİKLER OLAN CAM VE BOR TAKVİYELİ KOMPOZİTLER İÇİN BULUNAN BAZI SAYISAL SONUÇLAR

Önceki kısımların esas amacı, geniş ve açık bir şekilde izahı verilen sınırdeğer problemlerinin FEM yöntemi uygulanarak çözülmesi olmuştur. Bu yöntemin uygulanması için ise, biri diğerini takip eden iki tür homojen izotrop levhalardan oluşan bir kompozit malzeme ele alınmıştır. Şimdi ise, söylenen sayısal işlemlerin *cam ve bor takviyeli, epoksi reçine* matrisli kompozit malzemelere uygulanmasına bakılsın.

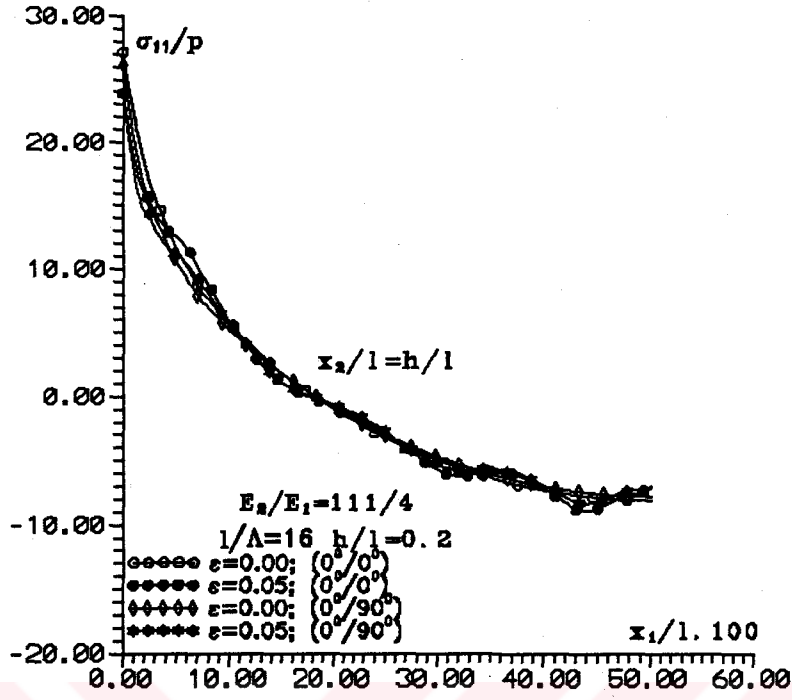
Bu tür lifli kompozitlerin hazırlanması bir çok kaynakta, (örneğin, Chou, et al, 1986, vb.) görüldüğü üzere aşağıdaki gibi yapılır. İlk önce biri diğerine paralel olarak aynı yönde dizilmiş lifler (örneğin cam ve bor takviyeli lifler) ve matrisden (örneğin epoksit reçine) oluşmuş ve belli kalınlığa sahip levhalar yapılır. Bu tür yapılmış levhaların malzemesine makro-mekanik bakımından simetri eksenli lifler boyunca yönelen, transversal izotrop malzemeler gibi bakılır. Bu malzemenin normalize edilmiş malzeme özellikleri ya deneysel olarak, ya da teorik olarak (örneğin Ek 1.' de verildiği gibi) hesaplanır. Daha sonra ise, bir levhadaki liflerin yönü ile diğer levhadaki liflerin yönü arasında belli bir açı oluşacak şekilde levhalar biri diğeri üzerine konarak üst üste dizilir ve böylece levhali kompozit meydana getirilir. Bu türlü kompozitlere bazen lif-levhali kompozitler de denir. Bilindiği gibi, bu levhaların konulması yönünde belirli periyodiklik yani tekrarlamalar sağlanır. Örneğin; eğer, bu tekrarlamalar her iki levhada bir olursa, o zaman bu levhalardaki lif yönleri (birinci levhadaki lif yönünü 0° açı ile gösterirsek) ($0^\circ/\varphi^\circ$) diye gösterilir. Buradaki φ ikinci levhadaki lif yönleri ile, birinci levhadaki lif yönleri arasındaki açıyı göstermektedir. Eğer malzemedeki tekrarlamalar üç levhadan sonra olursa, bu levhadaki lif yönleri $(0^\circ/\varphi^\circ/\Psi^\circ)$ şeklinde gösterilir. Böylece, tekrarlanan levhaların sayısı arttıkça açı gösterimlerinin de sayısı artar. Bundan başka eğer bu tekrarlanan levhalar içerisinde aynı yönde ve birbiri üzerine konan levhalar varsa, o zaman o levhalardaki liflerin yönünü gösteren açının alt indisinde onların sayısı gösterilir. Levhalardan oluşmuş yapı elemanlarının statik ve dinamik uygun gelen bir çok problemlerine makro-mekanik açısından yaklaşılar ve yapı malzemesine normalize edilmiş mekanik özellikli anizotrop malzeme gibi bakılır. Böylece ilk önce, her bir levhanın normalize edilmiş mekanik özelliği, daha sonra bu levhalardan belirli bir kuralla

oluşturulan levhalı kompozitin normalize edilmiş mekanik özellikleri, yani önceki bölümde adı geçen A_{ij}^0 sabitleri bulunur. Bu sabitlerin bulunması Ek 2.' de verilmiştir.

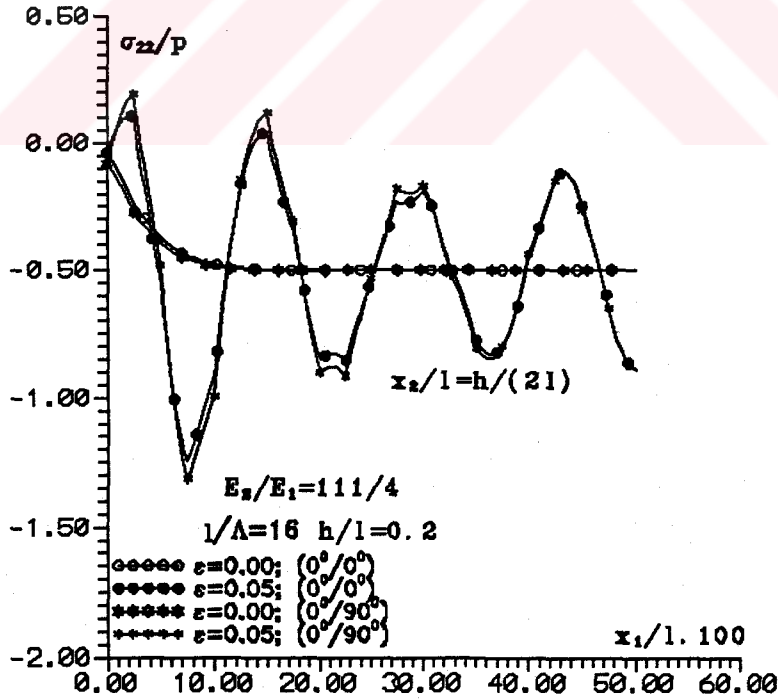
Yukarıda söylenen bilgileri göz önüne alarak yani, Cam veya Bor takviyeli liflerden ve Epoksi reçineden oluşmuş ve yapısında (3.45) formülü ile verilen periyodik eğrilikleri olan lif-levhalı kompozitler ele alınsın. Liflerin malzeme sabitleri (Guz', 1990), yani elastisite modülü Cam için $E = 111 \text{ GPa}$, Bor için ise $E = 400 \text{ GPa}$, Poisson oranları; Cam için $\nu = 0.2$, Bor için $\nu = 0.21$; matris malzemesi olan Epoksi reçinenin elastisite modülü $E = 4 \text{ GPa}$, Poisson oranı $\nu = 0.4$ olarak alınmıştır.

Ele alınan kompozit malzemeler için Problem 2. örneğinde elde edilen bazı sayısal sonuçlar Şekil 3.54-Şekil 3.57' de verilmektedir. Bu şekiller üzerinde parametrelerin gösterilen değerlerinde σ_{11}, σ_{22} gerilmelerinin x_1 'e bağlı grafikleri; *i*) levhalar aynı yönde konulmuş (bu durum $(0^\circ/0^\circ)$ ile gösterilmiştir) ; *ii*) tekrarlanan iki levha biri diğerine göre dik açıyla konulmuş (bu durum $(0^\circ/90^\circ)$ ile gösterilmiş) olarak iki durumda elde edilmiştir. Birinci durumda, şerit malzemesinin yapısında eğrilikler olmaması halinde normalize edilmiş mekanik özellikleri olan A_{ij}^0 ' lar bu malzemenin olduğu levhaların normalize edilmiş mekanik özelliklerinin aynısıdır. İkinci durumda ise, son söylenenler geçersizdir ve bu durumda şerit malzemesi için A_{ij}^0 lar Ek 2.' de gösterildiği gibi hesaplanır.

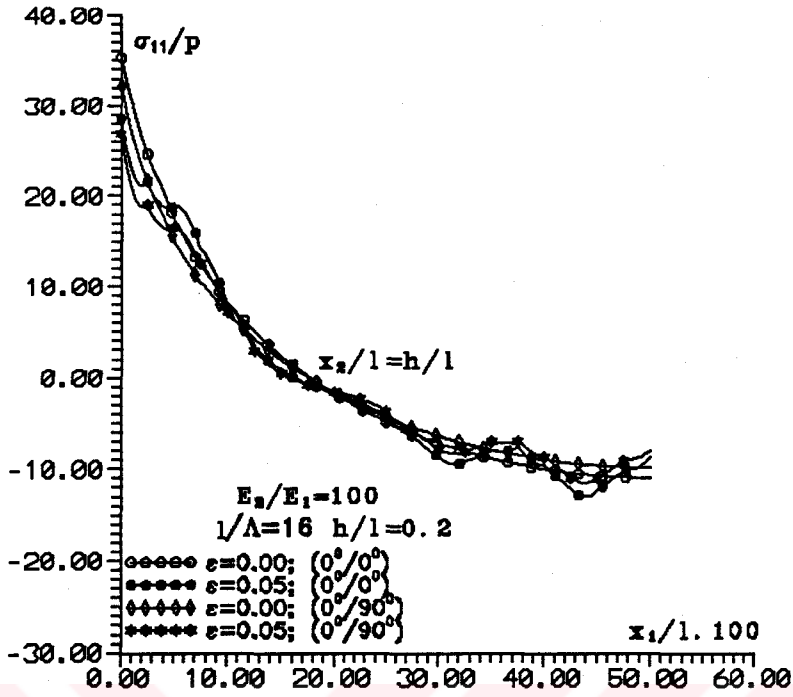
Verilen sayısal sonuçlar göstermektedir ki, bakılan özel durumlarda da şerit malzemesi yapısında olan periyodik eğriliklerin, gerilme dağılımına etkisi karakter bakımından, önceki kısımlarda verilen örneklerdeki gibidir.



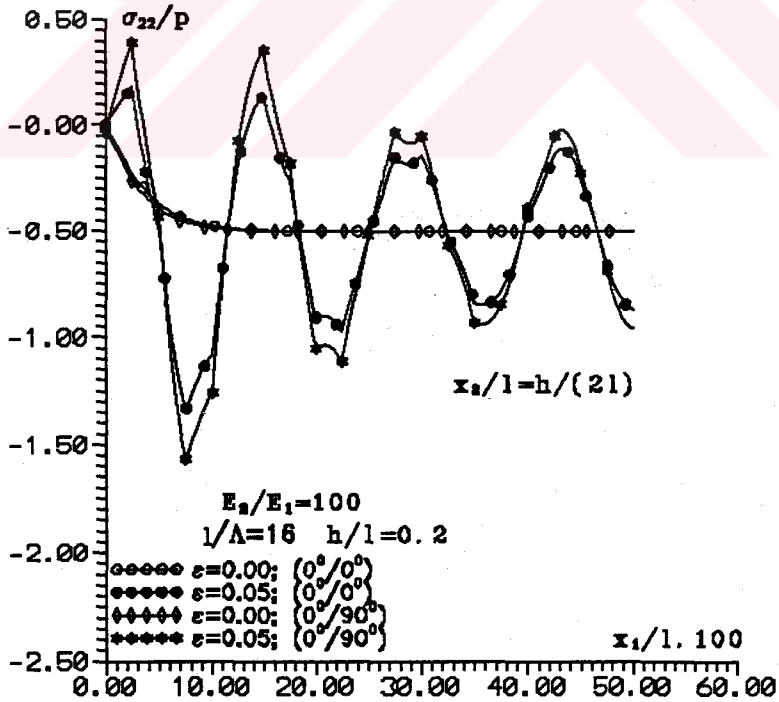
Şekil 3.54. Periyodik eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Cam takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten hazırlanmış şeritte σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı



Şekil 3.55. Periyodik eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Cam takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten hazırlanmış şeritte σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı



Şekil 3.56. Periyodik eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Bor takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten hazırlanmış şeritte σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı



Şekil 3.57. Periyodik eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Bor takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten hazırlanmış şeritte σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı

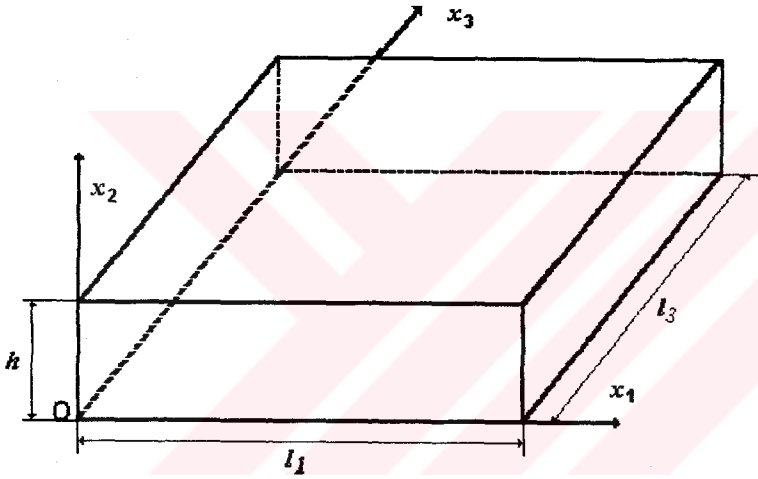
BÖLÜM IV.

ÜÇ BOYUTLU SINIRDEĞER PROBLEMLERİ

IV.1. PROBLEMLERİN MATEMATİKSEL FORMÜLASYONU

Eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeden hazırlanmış

$$Q = \{0 \leq x_1 \leq l_1, 0 \leq x_2 \leq h, 0 \leq x_3 \leq l_3\} \quad (4.1)$$



Şekil 4.1. Ele alınan plağın geometrisi

hacmini kapsayan kalın plak ele alınsın. Bu plaktaki güçlendirici levhalar veya liflerin ox_1x_3 düzleminde olduğu kabul edilsin (Şekil 4.1). Bu güçlendiricilerin eğrilikleri ox_1 eksenine yönünde olsun. Plak malzemesi yapısının parametreleri II. ve III. Bölüm'de söylenen kısıtlamaları sağlasın.

Plağın, $x_1 = 0; l_1$ kenarlarından rijit ve $x_3 = 0; l_3$ kenarlarından basit mesnetli olması halinde, üst yüzeyinde ($x_2 = h$) x_1 ve x_3 'e bağlı sürekli olarak dağılmış normal dış kuvvetlerin etkisi altında oluşan gerilme ve yerdeğiştirme dağılımı araştırılsın. Bu araştırmada elastisite teorisinin kesin denklemleri:

Denge denklemleri;

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0, \quad x_1, x_2, x_3 \in Q, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (4.2)$$

Bünye denklemleri;

$$\sigma_{ij} = \mu_{ij\alpha\beta}(x_1)\epsilon_{\alpha\beta}, \quad i, j, \alpha, \beta = 1, 2, 3 \quad (4.3)$$

Şekildeğiştirme-yerdeğiştirme bağıntıları;

$$\varepsilon_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_{\alpha}}{\partial x_{\beta}} + \frac{\partial u_{\beta}}{\partial x_{\alpha}} \right), \quad \alpha, \beta = 1, 2, 3 \quad (4.4)$$

biçimindedir. (4.3)' deki $\mu_{ij\alpha\beta}(x_1)$ fonksiyonları (2.24), (2.25) formülleri yardımıyla tanımlanır.

Yukarıda adı geçen sınır koşullarının matematiksel formülasyonu ise

$$u_1|_{x_1=0;l_1} = u_2|_{x_1=0;l_1} = u_3|_{x_1=0;l_1} = 0 \quad (4.5)$$

$$u_2|_{x_3=0;l_3} = 0, \quad \sigma_{33}|_{x_3=0;l_3} = 0, \quad (4.6)$$

$$\sigma_{22}|_{x_2=h} = p(x_1, x_3), \quad \sigma_{12}|_{x_2=h} = \sigma_{23}|_{x_2=h} = 0, \quad (4.7)$$

$$\sigma_{22}|_{x_2=0} = \sigma_{12}|_{x_2=0} = \sigma_{23}|_{x_2=0} = 0,$$

biçimindedir.

Böylece eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeler mekaniğinin, statğine uygun gelen ve bu çalışmada incelenen üç boyutlu sınırdeğer probleminin araştırılması, (4.2)-(4.4) denklemler takımının (4.5)-(4.7) sınır koşulları çerçevesinde çözümünün bulunmasına indirgenmektedir.

IV. 2. YARI-ANALİTİK SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ (SEMI-ANALYTICAL FEM)

Günümüzde, FEM' in Elastisite Teorisinin üç boyutlu problemlerinin sayısal çözümünde başarıyla uygulanması, bir çok kaynakta¹ görülmektedir. Bununla beraber, açıktır ki, FEM' in üç boyutlu problemlere uygulanmasında, iki boyutlu problemlere

¹ Bu kaynakların büyük bir listesi Zienkiewicz and Taylor (1989, 1991), Bogdanovich and Birger (1994), Ozaksa et. al. (1992)' de verilmektedir.

göre daha fazla zorluklar ortaya çıkmaktadır. Bu, örnek olarak yukarıda verilen (4.2)-(4.7) üç boyutlu problemi ile önceki bölümde formülasyonu verilen (3.1)-(3.2) iki boyutlu probleminin karşılaştırılmasından da anlaşılabilir. Görüldüğü gibi, (3.1)-(3.2) probleminin araştırılmasında, alan iki boyutlu sonlu elemanlar ile modellendiği halde, (4.2)-(4.7) probleminin FEM ile araştırılması için, (4.1)' de verilen Q hacmi üç boyutlu sonlu elemanlar ile modellenmesi gerekmektedir. Bu ise, aynı yönde ölçüleri aynı olan sonlu elemanlar kullanıldığında, (4.2)-(4.7) probleminin FEM ile araştırılmasında çözülmesi gereken cebirsel denklem takımındaki bilinmeyenlerin sayısını, iki boyutlu (3.1)-(3.2) problemdeki bilinmeyenlerin sayısına göre bir kaç kez artırmaktadır. Bu nedenlerden ve bilgisayar hafızalarının sınırlı olmasından dolayı, üç boyutlu problemlerin FEM ile araştırılmasında elde edilen sayısal sonuçların hassaslığının, sonlu eleman boyutlarını küçültürerek (*h refinement*) veya nod sayısını artırarak (*p refinement*) yükseltilmesi çok zor veya imkansız olur. Bu zorlukların ve imkansızlıkların ortadan kaldırılması, uygulama açısından çok önemli olan bazı üç boyutlu problemlerin, sonlu elemanlar ile modellenmesinde *yarı-analitik (semi-analytical)* yöntem kullanılmasıyla mümkün olur. Bu yöntemin uygulanabilmesi için, araştırılan üç boyutlu problemin bir boyuta göre analitik çözümünün bulunabilmesi gerekir. Bu ise, ele alınan üç boyutlu yapı elemanının malzeme özelliğinin analitik çözümün bulunduğu boyuttan bağımsızlığını ve bu yöndeki sınır koşullarının adı geçen analitik ifadeler ile otomatik olarak sağlanmasını gerektirir.

Yarı-analitik yöntemin geliştirilmesi ve üç boyutlu bir çok sınırdeğer problemlerinin çözümüne uygulanması Zienkiewicz and Zhu (1972), Cheung (1968a,1968b,1976), Mawenya and Davies (1974), Hinton and Zienkiewicz (1977), Zienkiewicz and Taylor (1991),vb. araştırmalarında yapılmıştır.

Aşağıda ele alınan üç boyutlu (4.2)-(4.7) probleminin sonlu elemanlar ile modellenmesinde, yarı-analitik yöntemin kullanılması açıklanmaktadır. (4.7)' de verilen $p(x_1, x_3)$ fonksiyonu

$$p_1(x_1, x_3) = \sum_{n=1}^N q_n(x_1, x_3)$$

$$q_n(x_1, x_3) = p_n(x_1) \frac{\sin((2n-1)\pi x_3)}{(2n-1)l_3} \quad (4.8)$$

gibi seçilsin. (4.3),(4.4),(4.8) ifadelerini göz önüne alınırsa ve yerdeğistirmeler

$$\begin{aligned}
 u_i &= \sum_{n=1}^N u_{in}(x_1, x_2, x_3), \quad i = 1, 2, 3 \\
 u_{1n} &= V_{1n}(x_1, x_2) \sin\left((2n-1)\pi \frac{x_3}{l_3}\right) \\
 u_{2n} &= V_{2n}(x_1, x_2) \sin\left((2n-1)\pi \frac{x_3}{l_3}\right) \\
 u_{3n} &= V_{3n}(x_1, x_2) \cos\left((2n-1)\pi \frac{x_3}{l_3}\right)
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

şeklinde seçilirse, (4.6) sınır koşullarının otomatik olarak sağlanır. Önemle belirtmek gerekir ki, eğer (4.3)'teki μ_{ijop} 'lar x_3 'e de bağlı olsalardı, o zaman yerdeğistirmelerin (4.9) şeklinde seçilmesi durumunda, (4.6) sınır koşullarının otomatik olarak sağlanması mümkün olmazdı.

(4.9) ifadeleri (4.4)'de göz önüne alınırsa, (4.3) ve (4.4)'den gerilmeler ve şekildeğistirmeler için,

$$\begin{aligned}
 \begin{pmatrix} \sigma_{ij} \\ \varepsilon_{ij} \end{pmatrix} &= \sum_{n=1}^N \begin{pmatrix} \sigma_{ijn} \\ \varepsilon_{ijn} \end{pmatrix} \\
 \begin{pmatrix} \sigma_{ijn} \\ \varepsilon_{ijn} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} S_{ijn}(x_1, x_2) \\ R_{ijn}(x_1, x_2) \end{pmatrix} \left\{ \begin{aligned} &\delta_i^1 \sin\left((2n-1)\pi \frac{x_3}{l_3}\right) + \delta_i^1 \delta_l^2 \sin\left((2n-1)\pi \frac{x_3}{l_3}\right) + \\ &\delta_i^1 \delta_l^3 \cos\left((2n-1)\pi \frac{x_3}{l_3}\right) + \delta_i^2 \delta_l^3 \cos\left((2n-1)\pi \frac{x_3}{l_3}\right) \end{aligned} \right\} \tag{4.10}
 \end{aligned}$$

yazılabilir. (4.10)'daki S_{ijn} ve R_{ijn} fonksiyonlarının V_{in} ve V_{in}' in kısmi türevlerine bağlı ifadeleri, bu ifadelerin elde edilmesinin basitliği ve ileriki konularda kullanılmamasından dolayı, burada verilmemektedir.

Böylece (4.2)-(4.7) üç boyutlu sınırdeğer probleminin çözümü N sayıda iki boyutlu sınırdeğer probleminin çözümüne, yani, x_1, x_2 değişkenlerine bağlı olan $V_{in}(x_1, x_2), S_{ijn}(x_1, x_2), R_{ijn}(x_1, x_2)$ fonksiyonlarının aranmasına indirgenmiş olunur. Sonuncu sınırdeğer probleminin matematiksel formülasyonu ise, (4.2)-(4.7) formülasyonunda $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, u_i, p$ işaretlemelerini, uygun olarak $\sigma_{ijn}, \varepsilon_{ijn}, u_{in}, q_n$ 'lerle değiştirerek kolayca yazılabilir. Adı geçen sınırdeğer problemlerinin her birinin varyasyonel formülasyonu yapılır ve yine herbiri FEM kullanılarak çözülür. (4.8)-(4.10) formüllerinden yararlanılarak (4.2)-(4.7) probleminin çözümü elde edilir.

Şimdi ise (4.2)-(4.7) probleminin (4.8)-(4.10)' nun n . yaklaşımına karşı gelen sınırdeğer probleminin varyasyonel formülasyonunu elde etmek amacıyla

$$\Pi_n = \frac{1}{2} \iiint_Q \sigma_{ijn} \varepsilon_{ijn} dQ - \iint_{S_p} P_{in} u_{in} dS \quad (4.11)$$

fonksiyoneli ele alınır. Bu fonksiyonel (3.8)' le verilen fonksiyonelin üç boyutlu hale genelleştirilmiş formu olup, ele alınan plakta n . yaklaşıma karşı gelen *potansiyel enerji*'yi ifade etmektedir. İki boyutlu problemler için Kısım III.2.' de yapılan işlemler burada üç boyutlu problemler için tekrarlanırsa, (4.11) fonksiyonelinin birinci varyasyonelinin sıfıra eşitliğinden,

$$\delta \Pi_n = \iiint_Q \sigma_{ijn} \delta \varepsilon_{ijn} dQ - \iint_{S_p} P_{in} \delta u_{in} dS = 0 \quad (4.12)$$

bulunur. Buradan σ_{ijn} ile yazılan (4.2) denge denklemlerini ve (4.5)-(4.7)' de gerilmeler ile verilen sınır koşullarını elde ederiz.

Yukarıda yapılan işlemlerden sonra, (4.9)' daki $V_{in}(x_1, x_2)$ fonksiyonlarının tanımlandığı $\Omega = \{0 \leq x_1 \leq l_1, 0 \leq x_2 \leq h\}$ alanı önceki bölümde olduğu gibi sonlu Ω_k alanlarına bölünür. Ele alınan probleme uygun olarak Ω_k sonlu elemanlarında Şekil 3.2' de gösterildiği gibi 9 nod kaydedilir ve bu elemanlarda $V_{in}(x_1, x_2)$ fonksiyonları, ikinci mertebeden Lagrange tipli şekil fonksiyonları kullanılarak,

$$V_n^k \approx N_n^k a_n^k \quad (4.13)$$

biçiminde ifade edilir. Burada,

$$(V_n^k)^T = \{V_{1n}^k(x_1, x_2), V_{2n}^k(x_1, x_2), V_{3n}^k(x_1, x_2)\}$$

$$(a_n^k)^T = \{V_{1n1}^k, V_{2n1}^k, V_{3n1}^k, \dots, V_{1n9}^k, V_{2n9}^k, V_{3n9}^k\} \quad (4.14)$$

$$N_n^k = \begin{pmatrix} N_{1n}^k & 0 & 0 & N_{2n}^k & 0 & 0 & \dots & N_{9n}^k & 0 & 0 \\ 0 & N_{1n}^k & 0 & 0 & N_{2n}^k & 0 & \dots & 0 & N_{9n}^k & 0 \\ 0 & 0 & N_{1n}^k & 0 & 0 & N_{2n}^k & \dots & 0 & 0 & N_{9n}^k \end{pmatrix}$$

olur. (4.14)' de a_n^k vektörünün bileşenleri aranan $V_{in}(x_1, x_2)$ fonksiyonlarının Ω_k alanının nodlarındaki değerleridir. Bu bileşenlerin üçüncü indisi nodların numarasını göstermektedir.

Önceki bölümdeki (3.19)-(3.21) işlemlerini üç boyutlu hal için (4.11) ve (4.12)' ifadelerine uygularsak, bu durumda $V_{in}(x_1, x_2)$ fonksiyonlarının nodlardaki değerleri için,

$$K^n a_n = r_n \quad (4.15)$$

denklem takımı elde edilir. Burada,

$$(a_n)^T = \{a_n^1, a_n^2, \dots, a_n^M\} \quad (4.16)$$

biçimindedir. (4.15)' de K^n yukarıda adı geçen n .yaklaşımındaki rijitlik matrisidir. Bu matrisin bileşenleri

$$K^n = \sum_{k=1}^M K^{kn} \quad (4.17)$$

biçiminde bulunur. Burada,

$$K^{kn} = \begin{pmatrix} K_{11}^{kn} & K_{12}^{kn} & \dots & K_{19}^{kn} \\ K_{21}^{kn} & K_{22}^{kn} & \dots & K_{29}^{kn} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ K_{91}^{kn} & K_{92}^{kn} & \dots & K_{99}^{kn} \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

dır. Burada,

$$K_{ij}^{kn} = \iint_{\Omega_k} B_{jn}^{kT} D^k B_{in}^k d\Omega_k \quad (4.19)$$

şeklinde elde edilir. (4.19)' da aşağıdaki işaretlemeler kabul edilmiştir.

$$D^k = \begin{pmatrix} A_{11}(x_1) & A_{12}(x_1) & A_{13}(x_1) & 2A_{16}(x_1) & 0 & 0 \\ A_{12}(x_1) & A_{22}(x_1) & A_{23}(x_1) & 2A_{26}(x_1) & 0 & 0 \\ A_{13}(x_1) & A_{23}(x_1) & A_{33}(x_1) & 2A_{26}(x_1) & 0 & 0 \\ A_{16}(x_1) & A_{26}(x_1) & A_{36}(x_1) & 2A_{66}(x_1) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2A_{44}(x_1) & 2A_{45}(x_1) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2A_{45}(x_1) & 2A_{55}(x_1) \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

$$B_{in}^k = \begin{pmatrix} \frac{\partial N_{in}^k}{\partial x_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_{in}^k}{\partial x_2} & 0 \\ 0 & 0 & -(2n-1)\pi\gamma N_{in}^k \\ \frac{\partial N_{in}^k}{\partial x_2} & \frac{\partial N_{in}^k}{\partial x_1} & 0 \\ (2n-1)\pi\gamma N_{in}^k & 0 & \frac{\partial N_{in}^k}{\partial x_1} \\ 0 & (2n-1)\pi\gamma N_{in}^k & \frac{\partial N_{in}^k}{\partial x_2} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

(4.20) ve (4.21)'deki matrislerin bileşenlerinin üst k indisleri bu bileşenlerin $x_1, x_2 \in \Omega_k$ olduğu durumda hesaplandığını göstermektedir. Bundan başka (4.21)'de $\gamma = l_1/l_3$ şeklindedir.

(4.21) ve (4.19)'dan görüldüğü gibi 3×3 boyutlu K_{ij}^{kn} matrisleri $K_{ij}^{kn} = K_{ji}^{knT}$ bağıntılarını sağlamaktadır. Kısım III.3.'de verilenler aynen tekrarlanırsa, bu durumda (4.17)'den K^n matrisinin simetrik olduğu görülür. Böylece, (4.15) denklemleri Ritz tekniği kullanılarak elde edilebilir.

Yukarıda söylenenlerden görüldüğü gibi, n . yaklaşımın FEM ile çözülmesinde Ω alanı uygun iki boyutlu problemlerdeki sonlu elemanlarla modellenmektedir. Ancak bu durumda, önceki bölümdeki iki boyutlu problemlerden farklı olarak, sonlu eleman nodlarındaki bilinmeyenlerin sayısı 2 değil 3'tür. Bunlardan başka, yine yukarıda söylenenlerden görüldüğü gibi n . yaklaşımın sayısal çözümünde yerdeğiştirme esaslı FEM kullanılmaktadır. Bu nedenle de (4.10)'da gerilmelerin ifadelerine dahil olan $S_{ijn}(x_1, x_2)$ fonksiyonlarının sürekli hale getirilmesi zarureti ortaya çıkar. Bu sürekli hale getirme işlemleri ise, Kısım III.3.'de verilen süreklileştirilme işlemlerine benzer olarak yapılır. Yani,

$$\hat{S}_n = DB_n a_n \quad (4.22)$$

süreksiz $\hat{S}_{ijn}$ fonksiyonları

$$S_n = N_{n\sigma} \bar{S}_n \quad (4.23)$$

yaklaşımı kullanılarak sürekli hale getirilir. (4.22) ve (4.23)' de,

$$\begin{aligned} (B_n)^T &= \{B_n^1, B_n^2, \dots, B_n^M\} ; (\bar{S}_n)^T = \{\bar{S}_n^1, \bar{S}_n^2, \dots, \bar{S}_n^M\} \\ (B_n^k)^T &= \{B_{1n}^k, B_{2n}^k, \dots, B_{9n}^k\} ; 1 \leq k \leq M ; \\ (\hat{S}_n)^T &= \{\hat{S}_{11n}, \hat{S}_{22n}, \hat{S}_{33n}, \hat{S}_{12n}, \hat{S}_{13n}, \hat{S}_{23n}\}(x_1, x_2) \\ N_{n\sigma} &= \{N_n^1, N_n^2, \dots, N_n^M\} \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$N_n^i = \begin{pmatrix} N_{1n}^i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & N_{9n}^i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & N_{1n}^i & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & N_{9n}^i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & N_{1n}^i & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & N_{9n}^i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_{1n}^i & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & N_{9n}^i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_{1n}^i & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{9n}^i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{1n}^i & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_{9n}^i \end{pmatrix}$$

$$(\bar{S}_n^i)^T = (\bar{S}_{11n}^i, \bar{S}_{22n}^i, \bar{S}_{33n}^i, \bar{S}_{12n}^i, \bar{S}_{13n}^i, \bar{S}_{23n}^i) ; 1 \leq i \leq M$$

işaretlemeleri kullanılır. (4.24)' de $\bar{S}_n$ vektörünün bileşenleri, $S_{ijn}(x_1, x_2)$ ' nin nodlardaki değerleridir. Bu değerler ise,

$$T_n = \iint_{\Omega} (S_n - \hat{S}_n)^2 d\Omega \quad (4.25)$$

fonksiyonelinin birinci varyasyonelinin sifıra eşitliğinden elde edilen

$$\frac{\partial T_n}{\partial \bar{S}_{ijn}^k} = 0 ; 1 \leq k \leq M \quad (4.26)$$

denkleminde bulunur. Bu denklemin çözülmesi Kısım III.3.' de gösterildiği gibi yapılır. Bu durumda $\bar{S}_{ijn}^k$ ların, gerilmelerin verildiği sınır nodlarındaki değerleri, $S_{ijn}(x_1, x_2)$ fonksiyonlarının aynı nodlardaki değerleri olarak alınır. Bunlardan başka, bu bölümde de yapılan sayısal araştırmalarda Kısım III.3.' deki (3.39)-(3.44) formüllerinin uygun

formları kullanılarak hata hesapları yapılmış ve Ω_k alanlarının boyutları, sayısal sonuçların yüksek hassasiyeti bakımından "iyileştirilmiş" tir.

Şimdi ise, yarı-analitik FEM modellemesinin yukarıda söylenen formunu uygulayarak, ele alınan plak malzemesi yapısında ox_1 eksenî yönünde periyodik eğrilikler olan durumda elde edilen sayısal sonuçların incelenmesine geçilir.

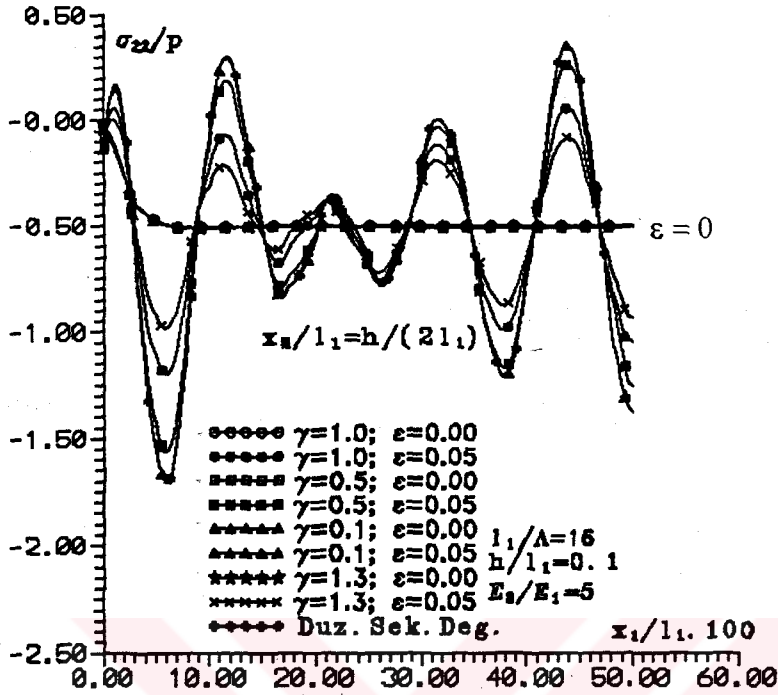
IV.3. KOMPOZİT MALZEME YAPISINDA PERİYODİK EĞRİLİK OLDUĞU DURUMDA γ PAREMETRESİNİN GERİLME DAĞILIMINA ETKİSİ

Öncelikle, bu ve bundan sonraki kısımlarda bakılacak sayısal sonuçların

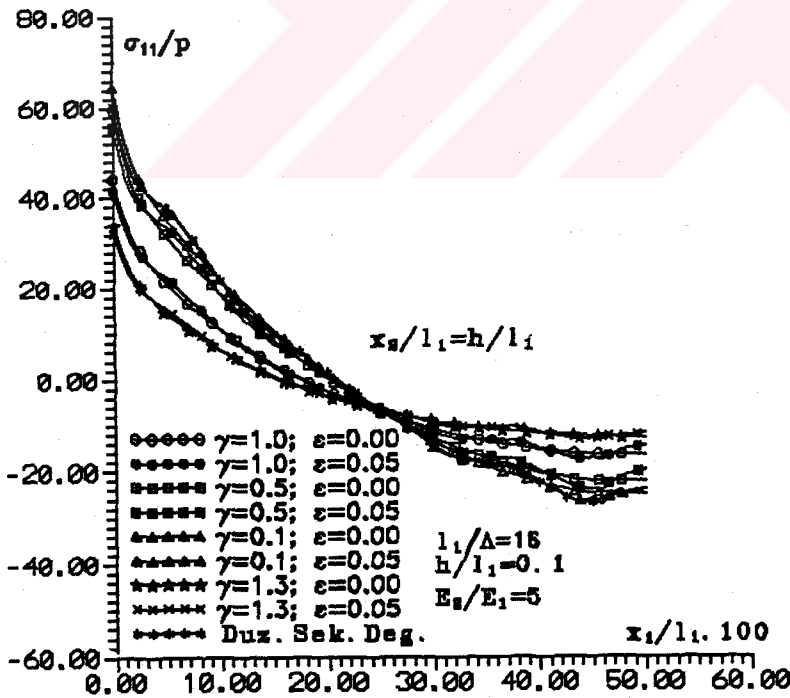
$$p(x_1, x_3) = p \sin \left(\pi \frac{x_3}{l_3} \right) \quad (4.27)$$

durumunda elde edilmesinden dolayı, yukarıda söylenen işlemlerin (yarı-analitik FEM yöntemindeki N sayıda işlem) bir kez yapıldığını belirtmek gerekir. Ayrıca, geometrisi Şekil 4.1.' de gösterilen plak malzemesinin yapısındaki eğrilikler, $l = l_1$ için (3.45) formunda verilmektedir. Aşağıda Kısım III.4.' de verilen işaretlemeler ve kabuller çerçevesinde, incelenen plağın (4.27) şeklinde yüklenmesi durumunda gerilme dağılımı araştırılır.

Plak malzemesi, önceki bölümde olduğu gibi, biri diğerini tekrarlayan homojen izotrop malzemelerden oluşan levhali kompozit olsun. Ele alınan problemin $x_1/l_1 = 1/2$ ' ye göre simetrisinden yararlanarak, $\{0 \leq x_1/l_1 \leq 1/2; 0 \leq x_2/l_1 \leq h/l_1\}$ alanın 40 elemanlı, 205 nodlu ve 615 serbestlik dereceli sonlu elemanlarla modellemesinden elde edilen sayısal sonuçların yorumu gösterir ki; $E_2/E_1, \varepsilon, h/l_1, l_1/\Lambda$ problem parametrelerinin gerilme dağılımlarına etkisi karakter bakımından iki boyutlu problemlerde olduğu gibidir. Bu yüzden ileride $E_2/E_1 = 5, \varepsilon = 0.05, h/l_1 = 0.1, l_1/\Lambda = 16$ durumunda, gerilme dağılımlarına γ parametresinin etkisi incelenmektedir. Görüldüğü gibi bu parametre, plağın ox_3 yönündeki boyutunun göz önüne alınmasından doğan yani, bakılan problemin üç boyutlu olmasının gerilme dağılımlarına etkisini gösteren bir parametredir. Adı geçen parametrenin $\gamma = l_1/l_3$ tanımından görüldüğü gibi γ ' nın değerleri 0 'a yaklaştıkça, $x_3/l_3 = 1/2$ civarında elde edilen sonuçlar, üç boyutlu probleme karşı gelen iki boyutlu problemde elde



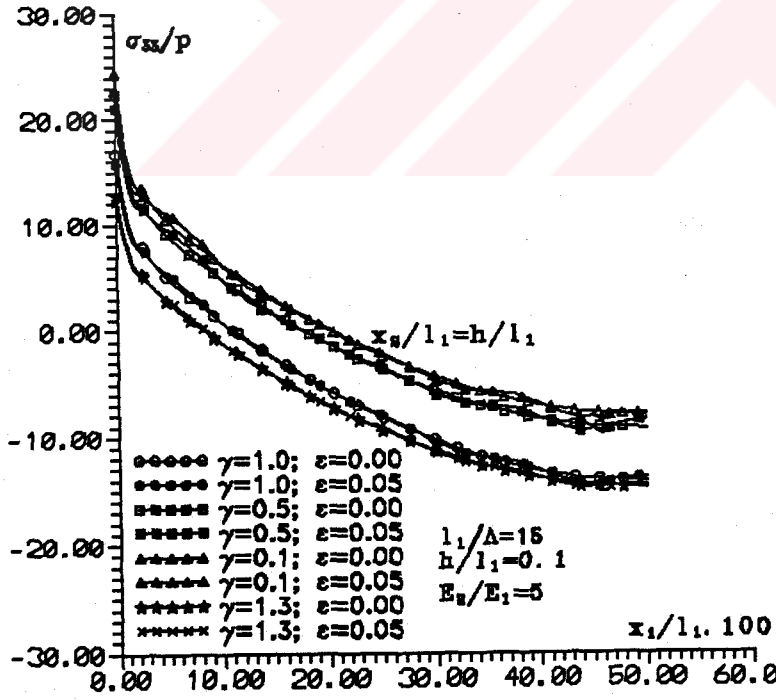
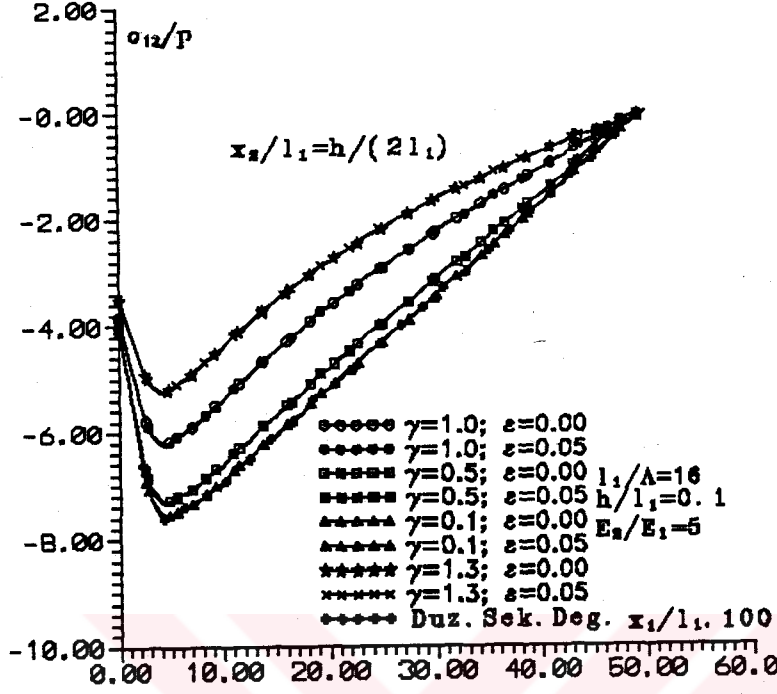
Şekil 4.2. γ 'nın σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem)



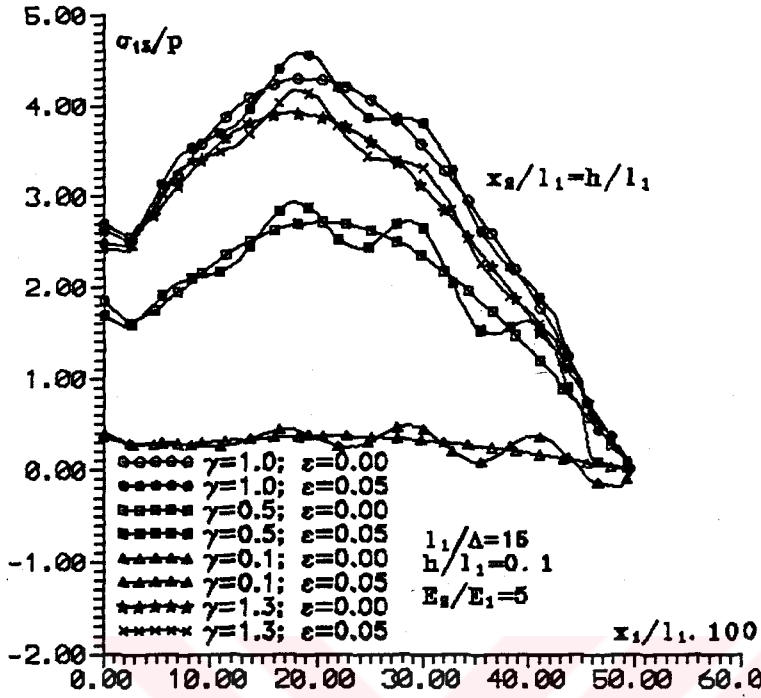
Şekil 4.3. γ 'nın σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem)

edilen sonuçlar, üç boyutlu probleme karşı gelen iki boyutlu problemde elde edilen sonuçlara yaklaşılmaktadır.

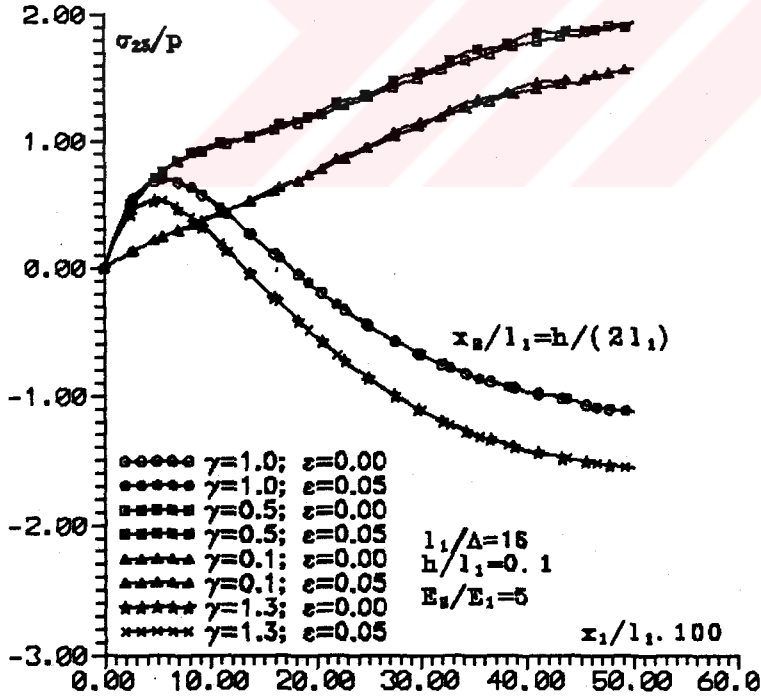
Şekil 4.2-Şekil 4.4' de γ 'nın farklı değerleri için $\sigma_{22}, \sigma_{11}, \sigma_{12}$ gerilmelerinin x_1 'e bağlı dağılımlarının grafikleri verilmektedir. Bu grafiklerden görüldüğü gibi, γ parametresinin büyümesi ile plak malzemesi yapısındaki eğriliklerin, gerilme değerlerine etkisi monoton olarak küçülmektedir. Yine bu grafiklerden görüldüğü gibi γ parametresinin değerleri küçüldükçe, gerilme dağılımları üç boyutlu probleme karşı gelen iki boyutlu problemdeki gerilme dağılımlarına yaklaşılmaktadır. Şekil 4.2-Şekil 4.4' de görüldüğü gibi $\gamma = 0.1$ için bu değerler iki boyutlu problemdeki sonuçlarla üst üste düşmektedir.



Elde edilen bu sonuçlar, önceki bölümde incelenen sonuçların önemini ve uygulama alanını büyütmektedir. Örneğin, bu sonuçlardan yararlanarak; karşı gelen sınır koşulları ve dış kuvvetleri etkisinde üç boyutlu plakda, plak malzemesi yapısında olan eğriliklerin gerilme dağılımına etkisinin, düzlem şekil değiştirme durumu çerçevesinde elde edilen etkileri aşmayacağı düşüncesi güvenle söylenebilir. Şekil 4.5' de $x_3/l_3 = 1/2$ değeri için, σ_{33} gerilmesinin x_1 'e bağlı grafikleri γ 'nın farklı değerlerinde verilmektedir. Buradan görüldüğü gibi γ değerleri büyüdükçe, σ_{33} değerleri artmaktadır. Malzeme yapısında olan eğriliklerin etkisi ise küçülmektedir. σ_{33} gerilmelerinin dağılımındaki bu farklılık, düzlem şekil değiştirme



Şekil 4.6. γ' nin σ_{13} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem)



Şekil 4.7. γ' nin σ_{23} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem)

durumunun tanımından kolayca açıklanabilir.

Şekil 4.6' da ise $x_3/l_3 = 1/4$ değeri için σ_{13} 'ün x_1 'e bağlı grafikleri γ 'nın farklı değerlerinde verilmektedir. Buradan görüldüğü gibi γ' 'nin değerleri küçüldükçe σ_{13} gerilmesinin değeri ve bu gerilmeye malzeme yapısındaki eğriliklerin etkisi sönerek, önceden de görülebileceği gibi sıfıra yaklaşmaktadır.

Şekil 4.7' de verilen σ_{23} gerilmesinin x_1 'e bağlı grafiklerine bakılsın. Ele alınan problemin $x_3/l_3 = 1/2$ 'ye göre simetrisinden dolayı ve (4.10) formülünden görüldüğü gibi bu gerilmelerin değeri $x_3/l_3 = 1/2$ 'de sıfıra eşittir. Bundan başka, $x_3/l_3 = 1/2$ için σ_{13} gerilmesinin değeri de sıfıra eşittir. Bu yüzden Şekil 4.7' deki grafikler $x_3/l_3 = 1/4$ 'de hesaplanmıştır. Bu grafiklerden görüldüğü gibi σ_{23}

gerilmesinin γ' ya bağılılığı, plağın x_3 yönündeki sınırlarına yakın yerlerde daha karışık bir karakter taşımaktadır.

IV.4. KOMPOZİT MALZEME YAPISINDA YEREL EĞRİLİK OLDUĞU DURUMDA "SINIR TABAKASI" TİPİNDE SAYISAL YAKLAŞIM

Gerilme durumu araştırılan üç boyutlu plağın malzeme yapısındaki eğrilikler yerel olduğu durumda, daha hassas ve gerçeğe uygun sayısal sonuçların elde edilmesinde Kısım IV.2.' de verilen, yarı-analitik FEM modellemesi de yeterli olmamaktadır. Söylenenler adı geçen yerel eğrilik durumlarında araştırılan problemlerin daha küçük boyutlu sonlu elemanlar ile modellemesini gerektiren nedenlerden doğmaktadır. (3.39)-(3.44) eleman boyutu seçme kriterlerini de kullanarak, farklı boyutlu sonlu eleman modellemesi ve bu gibi daha başka işlemlerin (örneğin, Li and Wiberg, 1994, Zienkiewicz and Zhu, 1987,1991, Zienkiewicz et.al., 1989, vb.) yapılması da söylenen zorluğu tamamen ortadan kaldıramamaktadır. Yukarıda adı geçen zorluklarla üç boyutlu problemlerin plak malzemesi yapısındaki eğrilikler yerel olduğu durumdaki sayısal araştırılmasında bir kez daha karşılaşılmış ve bu zorlukların bazı durumlarda aşılabileceğini öneren "*Sınır Tabakası*" tipinde sayısal bir yöntem tarafımızdan teklif edilmektedir.

Aşağıda, teklif edilen yöntem yukarıda ele alınan üç boyutlu problem örneğinde açıklanır. Plak malzemesi yapısındaki yerel eğriliklerin ancak $\Omega^* \subset \Omega$ alanında ve ox_1 eksenî yönünde olduğu varsayılır. Burada,

$$\Omega^* = \{c \leq x_1/l_1 \leq d, 0 \leq x_2/l_1 \leq h/l_1\} \quad (4.27)$$

şeklinde dir. Bu nedenle (4.2)-(4.7) formülasyonundaki (4.3) bünye denklemleri

$$\begin{aligned} \sigma &= D \varepsilon \quad \text{icin} \quad x_1, x_2 \in \Omega^*, \quad 0 \leq x_3 \leq l_3 \\ \sigma &= D^0 \varepsilon \quad \text{icin} \quad x_1, x_2 \in \Omega \setminus \Omega^*, \quad 0 \leq x_3 \leq l_3 \end{aligned} \quad (4.28)$$

biçiminde yazılabilir. Burada,

$$D^0 = \begin{pmatrix} A_{11}^0 & A_{12}^0 & A_{13}^0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{12}^0 & A_{22}^0 & A_{23}^0 & 0 & 0 & 0 \\ A_{13}^0 & A_{23}^0 & A_{33}^0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2A_{66}^0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2A_{44}^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2A_{55}^0 \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

şeklinde. (4.28)' deki D matrisi (k üst indisini dikkate almadan) (4.20) formülüyle tanımlanır.

Malzeme yapısındaki yerel eğriliklerin formu $l = l_1$ için, (3.49) şeklinde seçilir ve bu eğriliklerin $x_1/l_1 = 1/2$ ' ye göre simetrik ($c = 1 - d$) olduğu durum incelenir. Bu nedenle bakılan problemin sonlu elemanlar ile modellemesi için, $\Omega = \{0 \leq x_1/l_1 \leq 1/2; 0 \leq x_2/l_1 \leq h/l_1\}$ alanı yukarıda adı geçen dikdörtgen sonlu elemanlara bölünerek ayrıştırılır. Önceki kısımda söylenen yarı-analitik sonlu eleman modellemesi ve buna bağlı (4.8)-(4.26) işlemlerinin hepsinin bu durumda da geçerli olduğu kabul edilir.

Ω^* alanının x_1 yönündeki boyutu olan $(d - c)$ ' nin, 1' den önemli derecede küçük olduğu varsayılır. Bu durumda plak malzemesi yapısındaki yerel eğriliklerin plaktaki gerilme dağılımına etkisinin, yerel eğrilikten uzaklaştıkça, ortadan kalkacağı söylenebilir. Bu durumu göz önüne alarak, problemin daha hassas çözümlerini elde etmek amacıyla aşağıdaki işlemlerin yapılması önerilmektedir.

İlk önce (4.2)-(4.7) problemi, (4.3) bağıntısını

$$\sigma = D^0 \varepsilon, \quad x_1, x_2 \in \Omega, \quad 0 \leq x_3 \leq l_3 \quad (4.30)$$

ile yer değiştirip, FEM kullanılarak (yani bu yöntemi yukarılarda açıklandığı şekilde kullanarak) çözülür ve elde edilen sonuçlar $\sigma_{ij}^0, \varepsilon_{ij}^0, u_i^0$ ile gösterilir. Daha sonra ise Ω alanının aynı şekilde olan sonlu eleman modellemesinde aynı (4.2)-(4.7) problemi çözülür ve sonuçları $\sigma'_{ij}, \varepsilon'_{ij}, u'_i$ ile işaret edilir. Elde edilen bu sonuçlardan yararlanarak,

$$\|g\|_i^2 = \left| \iint_{Q_i} (\sigma^0 - \sigma') D^{-1} (\sigma^0 - \sigma') dQ_i \right| \quad (4.31)$$

formülünden bulunan değerler incelenir. Çok sayıda problemler için yapılan araştırmalar gösterir ki,

$$\|g\|_i^2 \leq \kappa \quad (4.32)$$

gerektirmesinden Ω alanının öyle bir kısmı bulunabilir ki, bu kısımda yüksek hassasiyetle

$$\{\sigma'_{ij}, \varepsilon'_{ij}, u_i\} \approx \{\sigma^0_{ij}, \varepsilon^0_{ij}, u^0_i\} \quad (4.33)$$

sağlanır. Bu durumda (4.32)' deki κ çok çok küçük bir büyüklük olup, seçimi elde edilecek sonuçların hassasiyet gerektirmesine bağlıdır. Ω alanının (4.33) bağıntıları gerçekleşen kısmı

$$\Omega' = \{x_1^* \leq x_1/l_1 \leq 1/2, 0 \leq x_2/l_1 \leq h/l_1\} \quad (4.34)$$

ile gösterilsin. (4.34)' deki x_1^* ' in değeri (4.33) koşullarından elde edilir. Bundan sonra ise (4.2)-(4.7) problemine Ω' alanında, (4.5) yerine

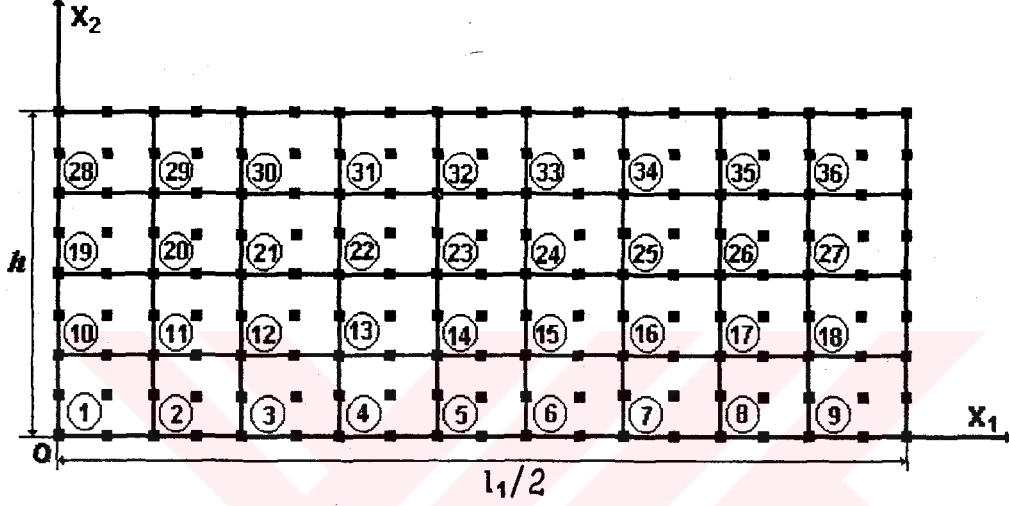
$$u_i = u_i^0; \quad x_1 = x_1^* \quad (4.35)$$

koşullarının alınmasıyla bakılır. Son işlemlerin yapılmasında da $x_1/l_1 = 1/2$ ' ye göre, ele alınan problemin simetri durumu ve (4.2)-(4.7) denklemlerinin $x_1^* \leq x_1/l_1 \leq 1/2$ ' de sağlandığı göz önüne alınır.

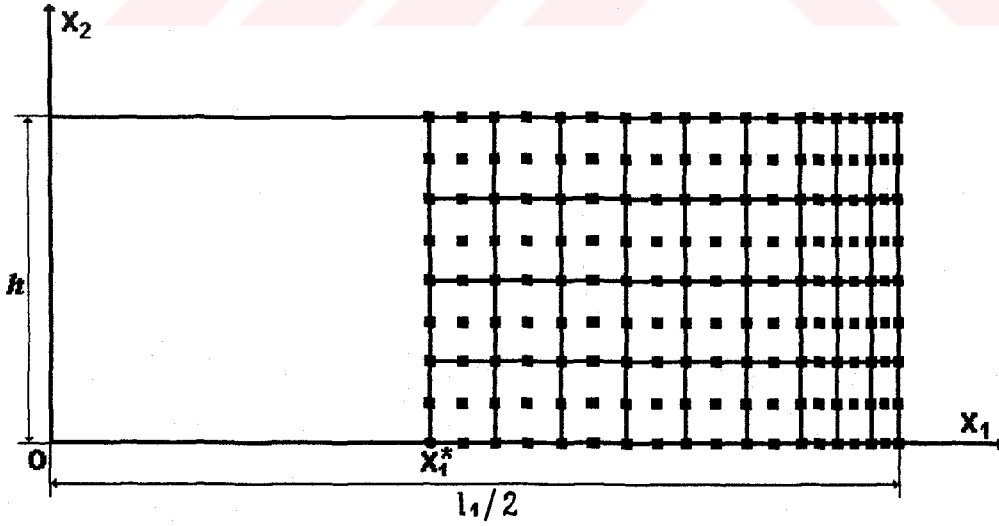
Böylece yukarıda söylenen işlemler yardımıyla araştırılan problemin alanının boyutunu küçültmekle, alınan sayısal sonuçların hassasiyetinin artırılması imkanı sağlanmış olur.

(4.2)-(4.4), (4.6),(4.7),(4.35) probleminin sonuçları $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, u_i$ ' ler ile işaret edilirse genellikle bu sonuçların $x_1 = x_1^*$ için $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0$ 'ı sağladığı söylenemez. Yani (4.35) koşullarının sağlanması son söylenenlerin sağlanmasını genellikle önermemektedir. Bu yüzden, bu koşulların gereken hassasiyetle sağlanması açısından x_1^* değerinin belirlenmesi işlemleri tekrarlı yapılmalıdır. Bundan başka, (4.35) koşulları $x_1 = x_1^*$ için $\sigma_{ij}n_j = -\sigma_{ij}^0 n_j$ koşullarıyla yer değiştirilebilir. Bu durumda ise x_1^* değerlerini (4.35) eşitliklerine göre düzeltmek gerekir.

Yukarıda teklif edilen yaklaşımı açık şekilde izah etmek için, bir örnek problem ele alınsın. Önceki bölümlerde olduğu gibi plağın ox_2 eksenine dik olan biri diğerini tekrarlayan levhalı kompozitten oluştuğu varsayılınsın. Bundan başka, Kısım III.4.' de ve Kısım III.5.' de kullanılan işaretlemeler ve kabuller geçerli kalmaktadır. Plak malzemesinin yapısındaki yerel eğrilikler ise $l = l_1$ için (3.49) formülüyle verilmektedir. Yukarılarda söylendiği gibi, bu halde plak malzemesi, yapısında eğrilik olmadığı



Şekil 4.8. Ω alanının sonlu elemanlar ile modellenmesi



Şekil 4.9. Ω' alanının sonlu elemanlar ile modellenmesi

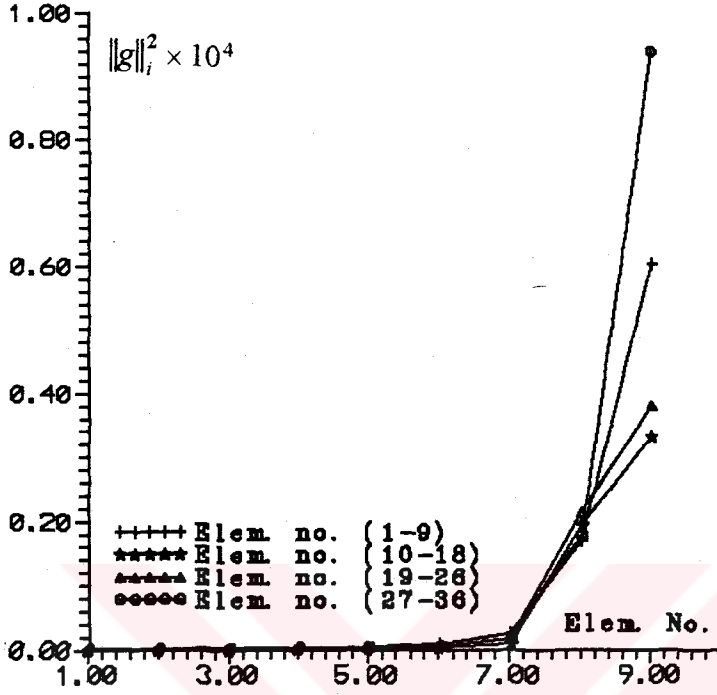
durumda makro-mekanik bakımından simetri eksenini ox_2 eksenini olan transversal izotrop malzemedir ve normalize edilmiş mekanik özellikleri olan D^0 bileşenlerinin hesaplanması kaidesi, Ek 2.' de verilmektedir. Önceki kısımda olduğu gibi dış kuvvetleri yani $p(x_1, x_3)$ fonksiyonu, (4.27) de verildiği gibi ele alınmaktadır.

$E_2/E_1 = 10$, $h/l_1 = 0.2$, $\gamma = 1$, $m = 2$ ve (3.49) formülündeki parametreler için ise $n = 1$, $c = 0.4$, $d = 0.6$, $l_0 = 0.5$, $\epsilon = 0.5$ durumuna bakılsın, $\Omega = \{0 \leq x_1/l_1 \leq 1/2, 0 \leq x_2/l_1 \leq 0.2\}$ alanını 36 dikdörtgen elemanlı, 171 nodlu ve 477 serbestlik derecesi olan sonlu elemanlara bölünsün (Şekil 4.8). Yukarıdaki verilenler çerçevesinde, (4.2), (4.30), (4.4)-(4.7) ve (4.2)-(4.7) problemlerinin sayısal sonuçlarını elde ederek, (4.31) ile hesaplanan $\|g\|_i^2$ değerleri bulunur. Tablo 4.1.' de $\|g\|_i^2 \times 10^4$ 'ün her bir eleman için değerleri verilmektedir. Bu tabloda verilen değerlerin incelenmesi gösterir ki, ox_1 eksenini yönünde olan ilk dört elemanda plağın bütün kalınlığı boyunca $\|g\|_i^2 \times 10^4$ ' ün değerleri 0.35×10^{-2} ' den küçüktür. ox_1 eksenini yönünde olan sonraki elemanlarda ise bu elemanların numarası büyüdükçe, $\|g\|_i^2 \times 10^4$ ' ün değeri kesin şekilde monoton olarak artmaktadır. Bu söylenenler daha açık bir formda, Şekil 4.10' da verilen ve $\|g\|_i^2$ değerlerinin ox_1 yönündeki eleman numaralarına bağımlılığını gösteren grafiklerinden de

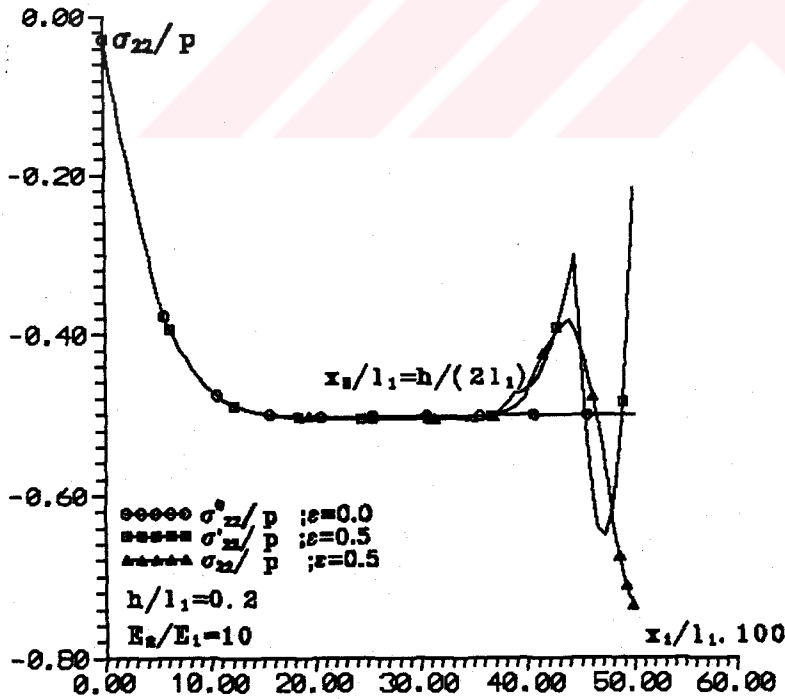
Tablo 4.1. Her bir sonlu elemanda $\|g\|_i^2 \times 10^4$ 'nin değeri

Elm. No	$\ g\ _i^2 \times 10^4$	Elm No	$\ g\ _i^2 \times 10^4$	Elm. No	$\ g\ _i^2 \times 10^4$	Elm No	$\ g\ _i^2 \times 10^4$
1	0.0009	10	0.0001	19	0.0004	28	0.0016
2	0.0012	11	0.0002	20	0.0006	29	0.0020
3	0.0018	12	0.0004	21	0.0010	30	0.0026
4	0.0028	13	0.0007	22	0.0015	31	0.0034
5	0.0048	14	0.0013	23	0.0027	32	0.0044
6	0.0097	15	0.0028	24	0.0056	33	0.0059
7	0.0259	16	0.0097	25	0.0170	34	0.0172
8	0.1681	17	0.1941	26	0.2127	35	0.1770
9	0.6018	18	0.3304	27	0.3796	36	0.9371

görülmektedir. Bundan başka, elde edilen sayısal sonuçların incelenmesinde benzer farklılıklar $\{\sigma_{ij}^0, \varepsilon_{ij}^0, u_i^0\}$ ve $\{\sigma'_{ij}, \varepsilon'_{ij}, u'_i\}$ lerin uygun değerleri arasında da görülmektedir.



Şekil 4.10. $\|g\|_i^2 \times 10^4$ değerlerinin dağılım grafiği



Şekil 4.11. σ_{22} gerilme dağılımının "sınır tabakası" tipinde yaklaşımı kullanılarak elde edilmesi

Son söylenenler Şekil 4.11' de verilen ve $x_3/l_3 = 1/2, x_2/l_1 = 0.1$ için σ_{22}^0 ve σ'_{22} ' nün x_1 'e bağlı grafiklerinden de anlaşıl- maktadır.

Böylece elde edilen sonuçlara dayanarak (4.31) ile verilen κ' nın değerini, söz konusu durum için, 0.35×10^{-6} kabul ederek ve 4. elemanın sağ tarafından başlayarak ox_1

ekseni yönündeki kalan kısmına Ω' alanı olarak bakılabilir. Adı geçen elemanın sağ tarafı $\Omega \setminus \Omega'$ ile Ω' alanlarının sınırı olarak kabul edilir. Bu işlemlerden sonra Ω' alanı Şekil 4.9' da olduğu gibi sonlu elemanlar ile modellenir ve bu elemanın boyutları (3.44) kullanıla- rak $\delta_i < 0.5$ gerekliliğın- den seçilir. Böylece FEM kullanılarak $\{\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, u_i\}$ ler bulunur.

Örnek olarak Şekil 4.11' de σ_{22} ' nin x_1 ' e bağlı dağılımı; $x_3/l_3 = 1/2, x_2/l_1 = 0.1$ için verilir.

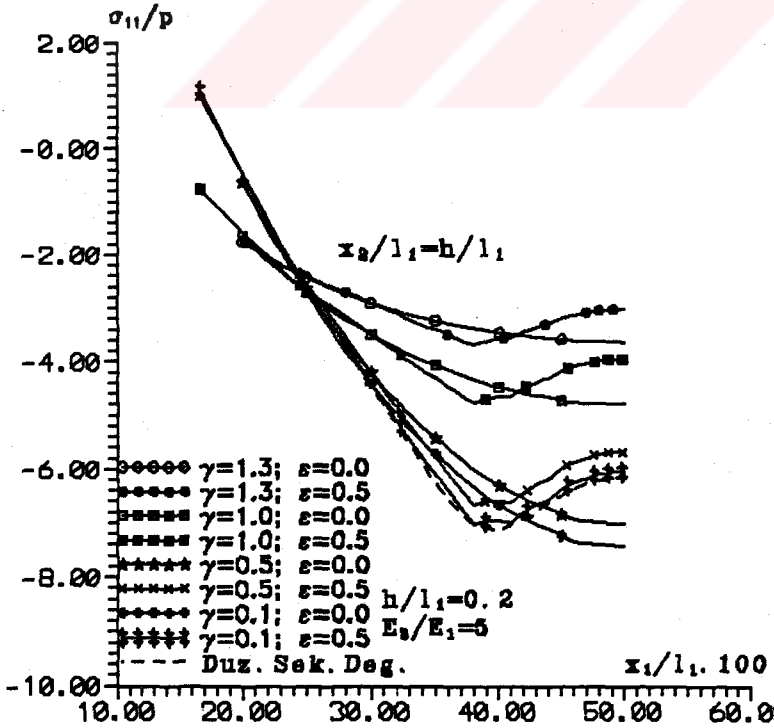
Ele alınan örnekten görüldüğü gibi, teklif edilen yaklaşım elde edilen sayısal sonuçların hem karakterce hemde değerce hassasiyetlerini ciddi bir biçimde yükseltmeye olanak sağlamaktadır. Ele alınan örnek problem (ileride yerel eğrilik durumu için incelenecek diğer problemlerde de geçerli olacak) Zienkiewicz and Taylor (1989), Alturi at. al. (1983) ,vb.da açıklaması geniş şekilde verilen *karışık formülasyon (mixed formulation)* ve *kısıtlı-tam olmayan alan (hybrid) metodu*'nun yardımıyla da çözülebilirdi. Bu durumda, (4.2) ,(4.28)₁, (4.4)-(4.7), Ω^* alt alanında (4.2), (4.28)₂, (4.4)-(4.7) denklemlerinin ise $\Omega \setminus \Omega^*$ alt alanında geçerli olduğu kabul edilerek, FEM kullanılır ve bu alt alanların ortak sınırında yer değiştirme ve kuvvet vektörünün bileşenlerinin sürekliliği kabul edilir. Söylenenlerden görüldüğü gibi bu yöntemin kullanılışında FEM bütün Ω alanı için uygulanır. Bu nedenle de adı geçen yöntemin ele alınan problemler için sayısal sonuçların hassasiyetini büyültme imkanı, teklif edilen yöntemle göre düşüktür. Açıktır ki, teklif edilen yöntemin söylenen üstünlüğü x_1^* ' ın Ω alanını önemli bir boyutta kestiği durumlara uygun gelen malzeme yapısındaki yerel eğrilik formları için geçerlidir.

IV. 5. KOMPOZİT MALZEME YAPISINDA YEREL EĞRİLİK OLDUĞU DURUMDA BULUNAN SAYISAL SONUÇLARIN İNCELENMESİ

Aşağıdaki açıklamalarda, Kısım III.5 ve IV.3' de kabul edilen işaretlemeler kullanılacak ve plak malzemesinin birbirini tekrarlayan iki tür homojen, izotrop levhalardan oluştuğu kabul edilecektir. Sayısal sonuçlar, önceki kısımda teklif edilen "sınır tabakası" tipinde yaklaşım çerçevesinde FEM 'in uygulanmasıyla elde edilmiş ve her durum için ayrı ayrı yukarıda bahsedilen $\Omega \setminus \Omega'$ ile Ω' alt alanlarının ortak sınırlarının belirlenmesi bir kaç işlem sonucunda bulunmuştur. Bu işlemlerin yukarıda verilen açıklamalarından dolayı üzerinde durulmayacaktır. Gerilme dağılımlarının incelenmesini ise, (3.49) formülü ile verilen forma sahip eğriliklerin olduğu alanda ve onun yakın civarında yapılır ve (3.39)' daki n ve l_0 parametreleri için $n = 1, l_0 = 1/2$ alınır. Sayısal sonuçların elde edilmesinde, araştırılan problemin $x_1/l_1 = 1/2$ ' ye göre simetrik olduğu göz önüne alınır ve plağın kapsadığı alan önceki kısımlarda gösterildiği

gibi sonlu elemanlar ile modellenir. Söylenenlerden başka, sayısal sonuçların hepsinde gerilmelerin x_1 ' e bağlı dağılımlarının grafikleri verilmektedir. Bu grafiklerin verildiği şekillerin üzerinde diğer parametrelerin değerleri gösterilmektedir. İncelenecek sayısal sonuçlarda normal gerilmeler ve σ_{12} kayma gerilmesi $x_3/l_3 = 1/2$, diğer kayma gerilmeleri ise, $x_3/l_3 = 1/4$ değerinde hesaplanmıştır. Simetriden dolayı, plak malzemesi yapısında olan yerel eğrilikler, kayma gerilmeleri dağılımına önemli bir etki göstermediğinden bu gerilmelerin incelenmesine geniş şekilde yer ayrılmamıştır.

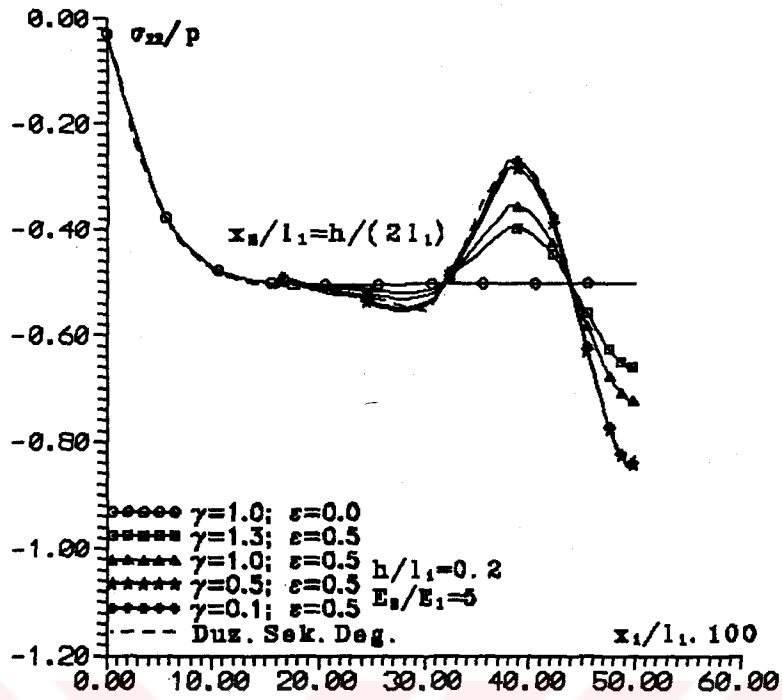
İncelemelere, Şekil 4.12-Şekil 4.16' da grafikler halinde verilen, γ parametresinin gerilme dağılımlarına etkisinin değerlendirilmesi ile başlansın. Bu grafiklerden görüldüğü gibi, γ parametresinin artmasıyla hem gerilmelerin $\varepsilon = 0$ ' daki değerleri hemde $\varepsilon \neq 0$ ' daki değerleri küçülmektedir. γ parametresinin gerilme dağılımına etkisinin bu türlü karakteri Kısım IV.4' de plak malzemesinin yapısında periyodik eğrilikler olduğu durumda da tespit edilmiş ve belirtilmişti. Bundan başka adı geçen kısımda, γ parametresi sifıra yaklaştıkça $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$ gerilmelerinin değerleri aynı gerilmelerin, probleme karşı gelen uygun iki boyutlu problemde elde edilen değerlerine yaklaşmaktadır. Bu sonuç, Şekil 4.12-Şekil 4.16' da verilen sayısal sonuçlardan görüldüğü gibi, plak malzemesi yapısında yerel eğrilik olduğu durumda da doğrudur. Örneğin, Şekil 4.12-Şekil 4.16' da verilen grafiklerden görüldüğü gibi, $\gamma = 0.1$ değerinde



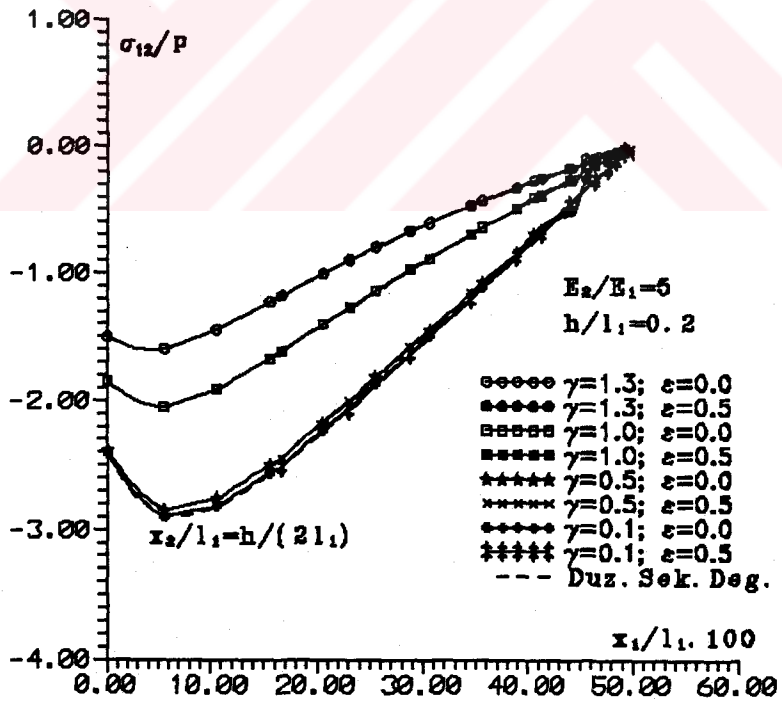
Şekil 4.12. γ 'nın σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)

$\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$ gerilmelerinin değerleri, probleme karşı gelen iki boyutlu problemdeki, düzlem şekildeğiştirme durumundaki, değerlerine çok yakındır. Bu sonuç önceki kısımda teklif edilen "sınır tabakası" tipli yaklaşımın yeterince güvenli olduğunu bir kez daha göstermektedir.

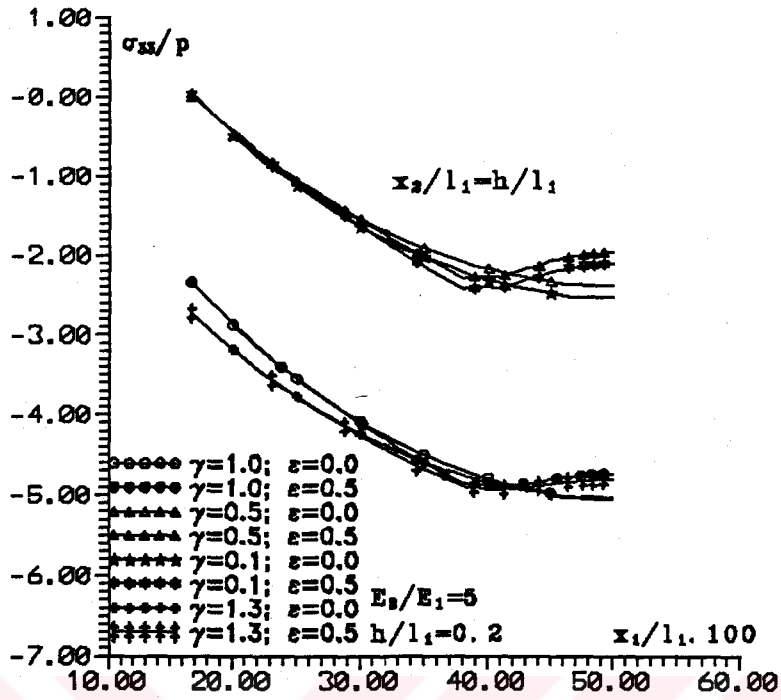
Şimdi ise plak malzemesi yapısındaki



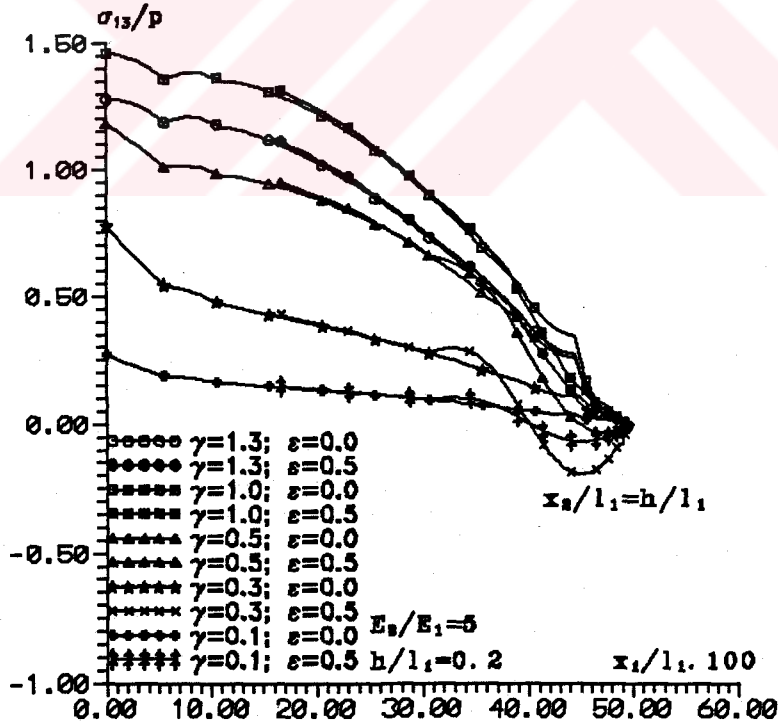
Şekil 4.13. γ' nin σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)



Şekil 4.14. γ' nin σ_{12} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)



Şekil 4.15. γ 'nin σ_{33} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)

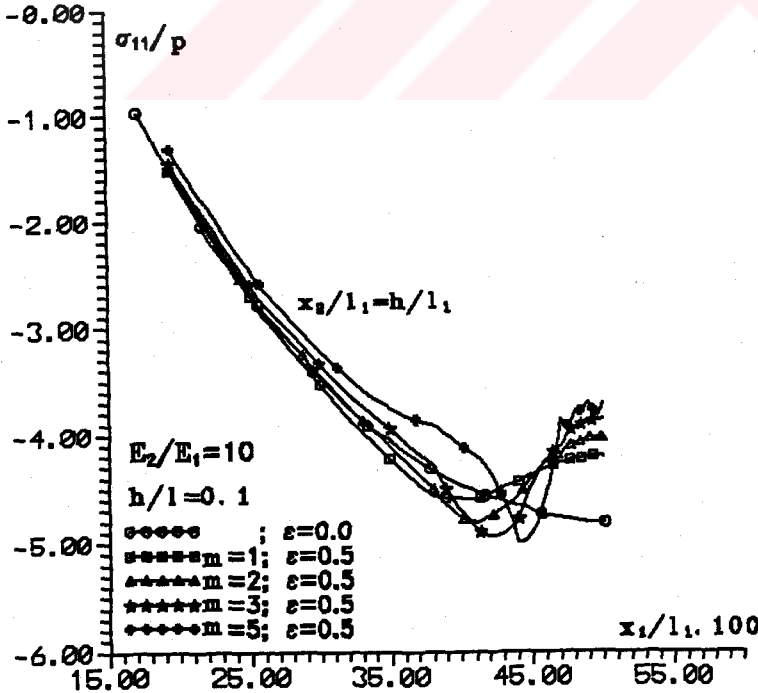


Şekil 4.16. γ 'nin σ_{13} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)

eğrilik formunu karakterize eden parametrelerden biri olan m parametresinin değişiminin, normal gerilme dağılımları üzerindeki etkisi ele alınsın. Bu etkileri gösteren grafikler Şekil 4.17-Şekil 4.19' da verilmektedir. Bu şekillerdeki verilerden görüldüğü üzere, m parametresinin gerilme dağılımlarına etkisi, Kısım III.5. 'de belirtildiği şekilde, iki boyutlu problemlerde olduğu gibidir.

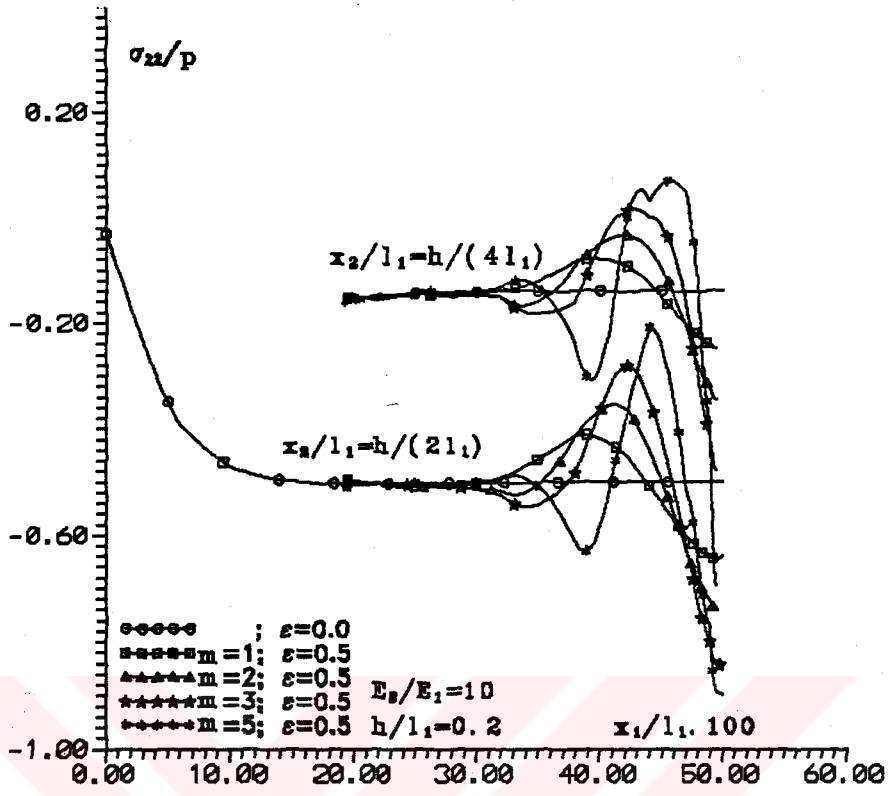
Önceki bölümlerde elde edilen sayısal sonuçlarda; plağın kalınlığı küçüldükçe plak malzemesi yapısındaki periyodik eğriliklerin gerilme dağılımına etkisinin büyüdüğü saptanmıştı. Aynı düşünce, Şekil 4.20-Şekil 4.22' de verilen grafiklerin incelenmesinden sonra, üç boyutlu problemler için de ele alınan plak malzemesi yapısında yerel eğrilikler olduğu durumda da söylenebilir. Yani, plaktaki gerilme dağılımı, üç boyutlu problem çerçevesinde araştırıldığında da plak malzemesi yapısındaki yerel eğriliklerin gerilme dağılımlarına etkisi, plak kalınlığı küçüldükçe artmaktadır. Açık ki, II. ve III. bölümlerde söylenenlerden dolayı, bu kalınlığın $-h/l$ parametresinin- değişmesi, eğrilik formu parametrelerine bağlı olarak, süreklilik teorisi çerçevesinde aşağıdan belli bir değerle sınırlandırılmalıdır.

(3.49) formülünden görüldüğü gibi, malzeme yapısında olan yerel eğriliklerin formunu karakterize eden parametrelerden biri de c ($c = 1 - d$) parametresidir. c parametresinin eğrilik formuna katkısı; c değeri küçüldükçe Ω^* alanının ox_1 eksenine

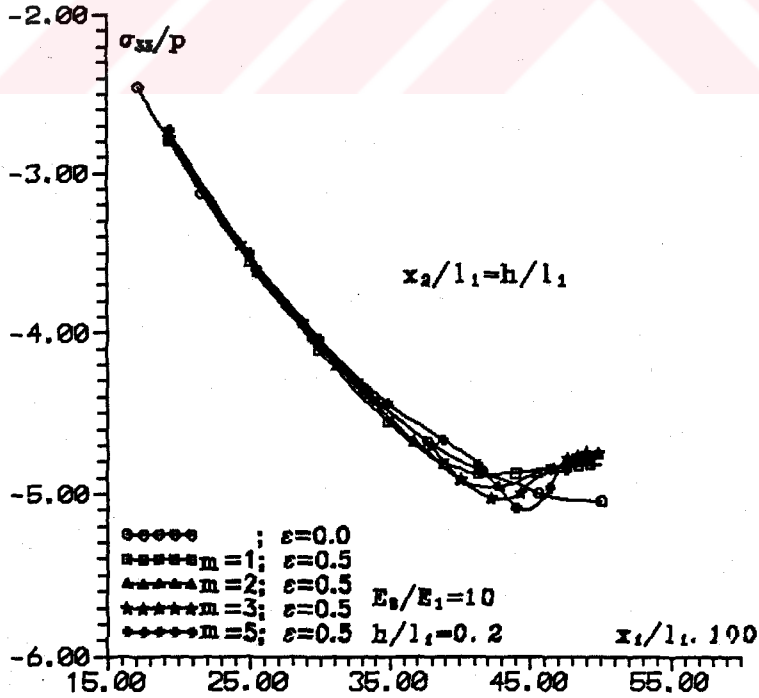


Şekil 4.17. m ' in σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)

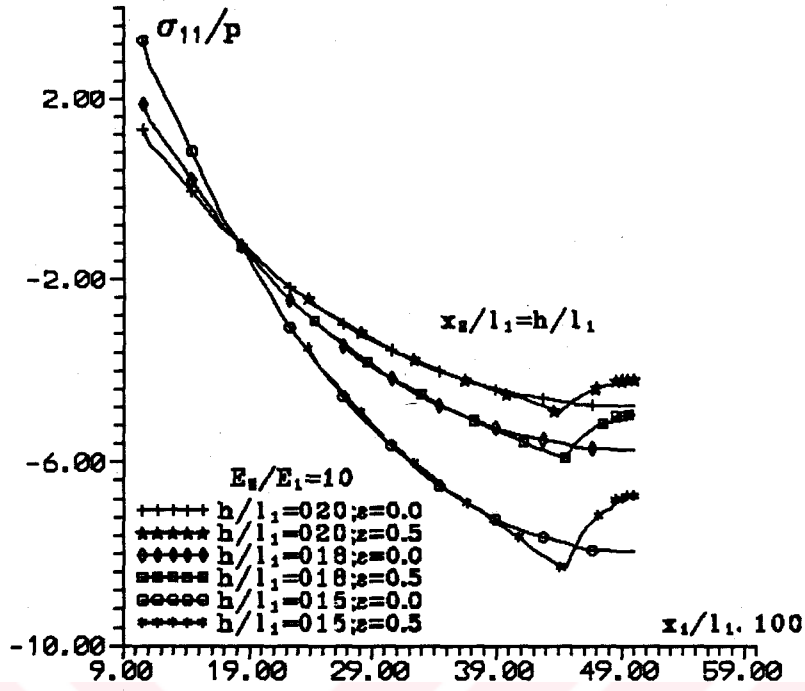
yönündeki boyutu büyür, c değeri büyüdükçe Ω^* alanının ox_1 eksenine yönündeki boyutu küçülür. Bu nedenle de c parametresinin küçülmesiyle plak malzemesi yapısındaki yerel eğriliklerin, gerilme dağılımlarına etkisi, ox_1 eksenine yönünde, daha büyük alanı kapsayan kısımda görülür. Bu değerlendirmeler Şekil



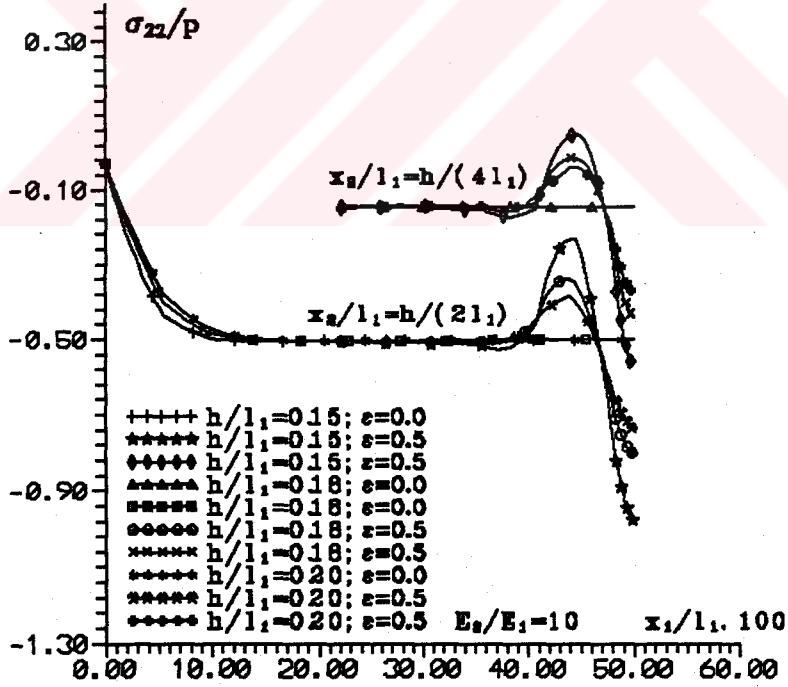
Şekil 4.18. m' in σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)



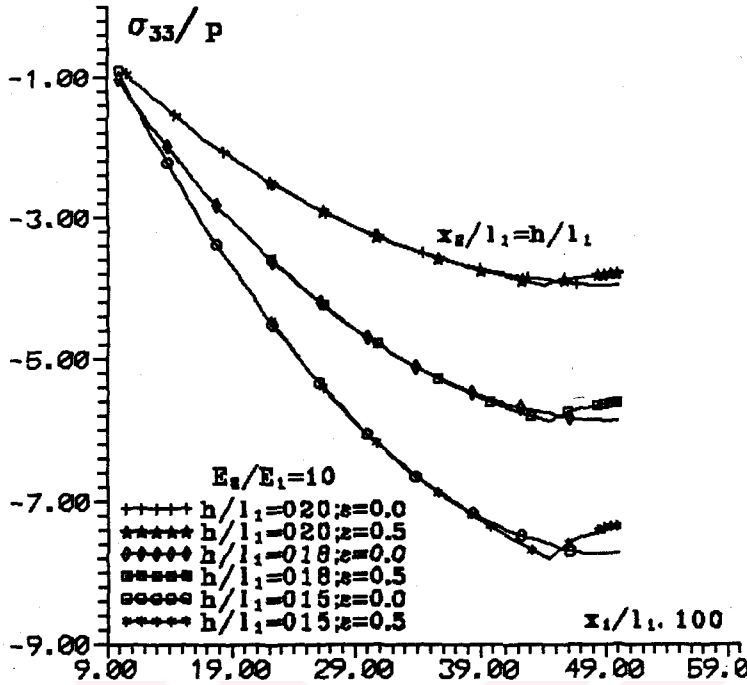
Şekil 4.19. m' in σ_{33} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)



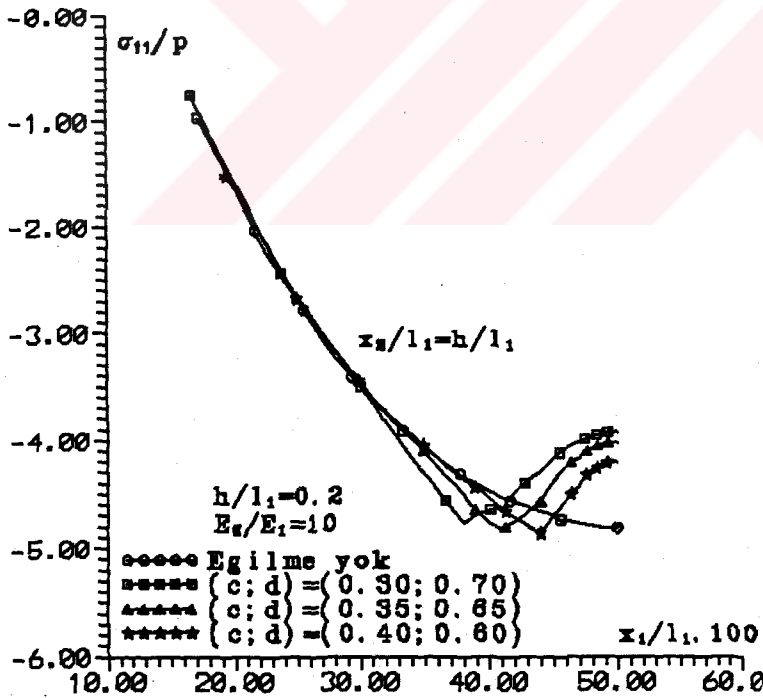
Şekil 4.20. Plak kalınlığının σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)



Şekil 4.21. Plak kalınlığının σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)



Şekil 4.22. Plak kalınlığının σ_{33} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)

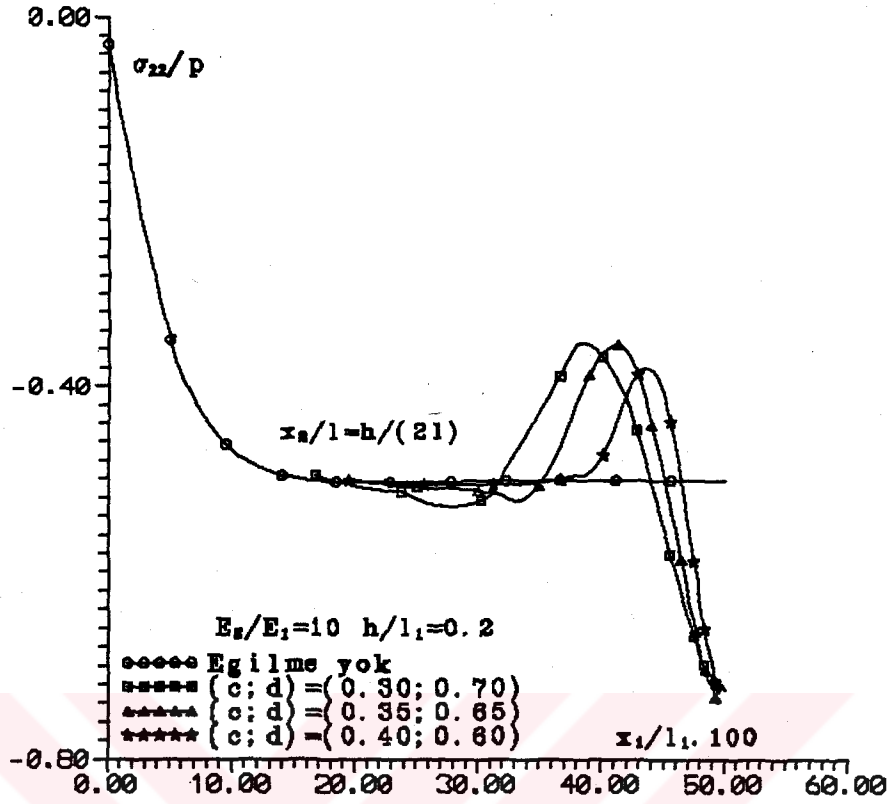


Şekil 4.23. (c; d)'nin σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)

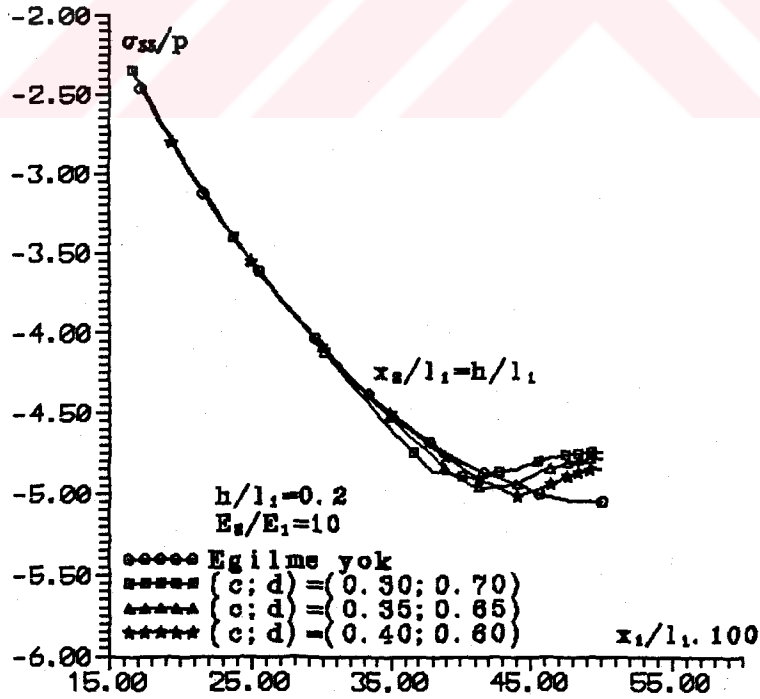
4.23-Şekil 4.25 de verilen grafiklerden açıkça görülmektedir.

Şekil 4.26-Şekil 4.31' de verilen E_2/E_1 ve ε parametrelerinin, gerilme dağılımına yaptığı etkileri gösteren grafiklerden görüldüğü gibi, bu parametrelerin gerilme dağılımlarına etkisi önceki bölümlerde incelenen problemlerdeki gibidir. Yani bu parametrelerin değerlerinin büyümesiyle, malzeme yapısındaki eğriliklerin gerilme dağılımlarına etkisi büyümektedir.

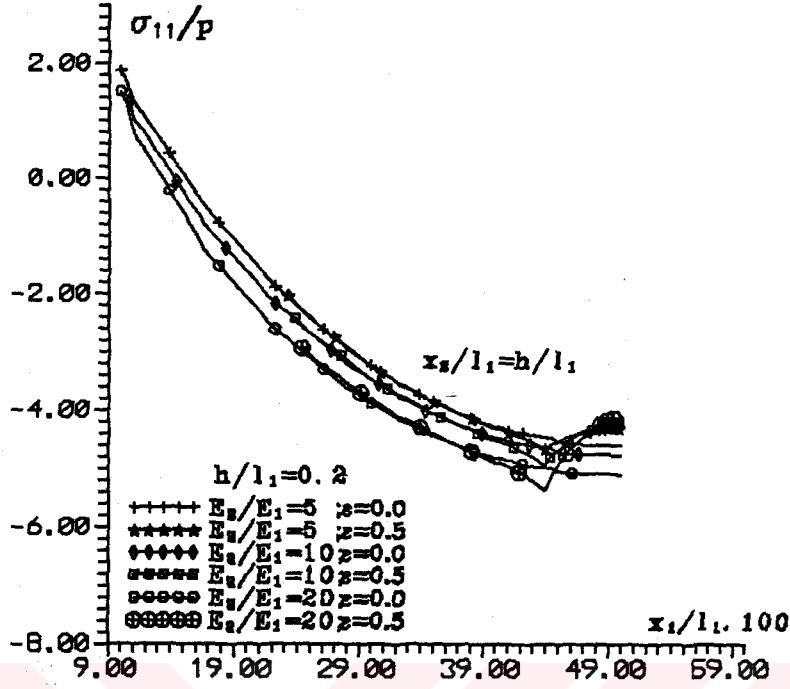
Yukarıdaki açıklamalar ile plak malzemesi yapısında yerel eğrilik olduğu durumda bu eğriliklerin gerilme dağılımlarına etkisinin üç boyutlu problem çerçevesinde araştırılması durumunda, elde edilen sayısal sonuçların incelenmesi şimdilik



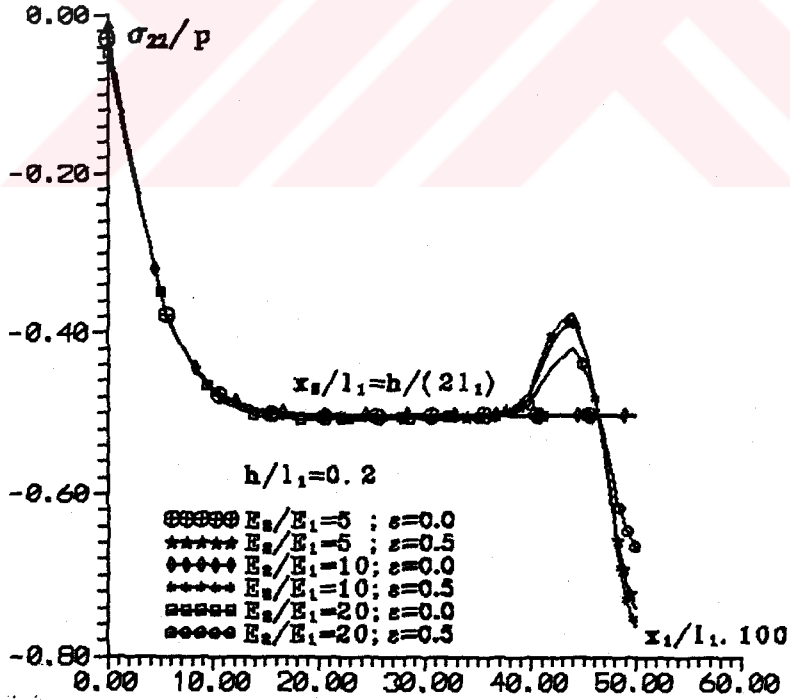
Şekil 4.24. (c; d)'nin σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)



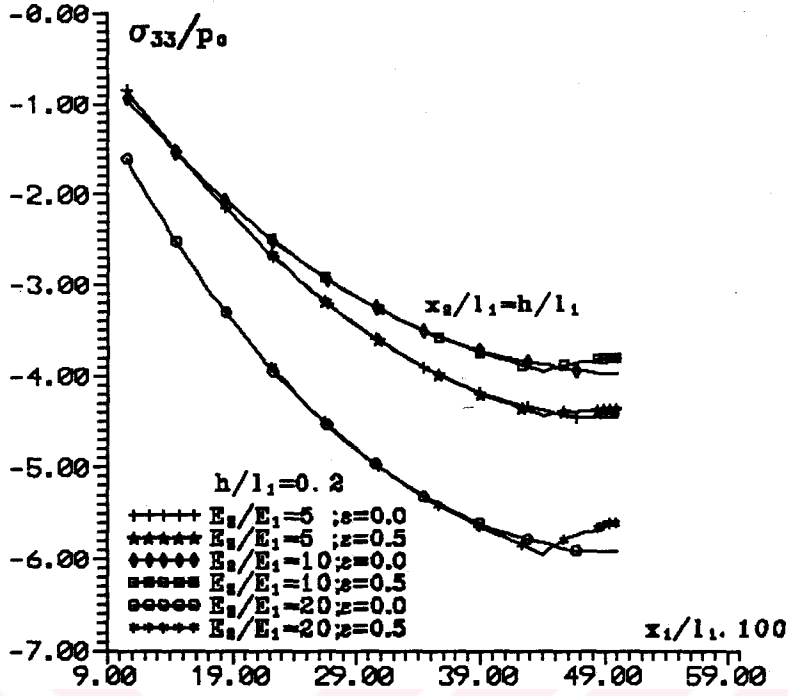
Şekil 4.25. (c; d)'nin σ_{33} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)



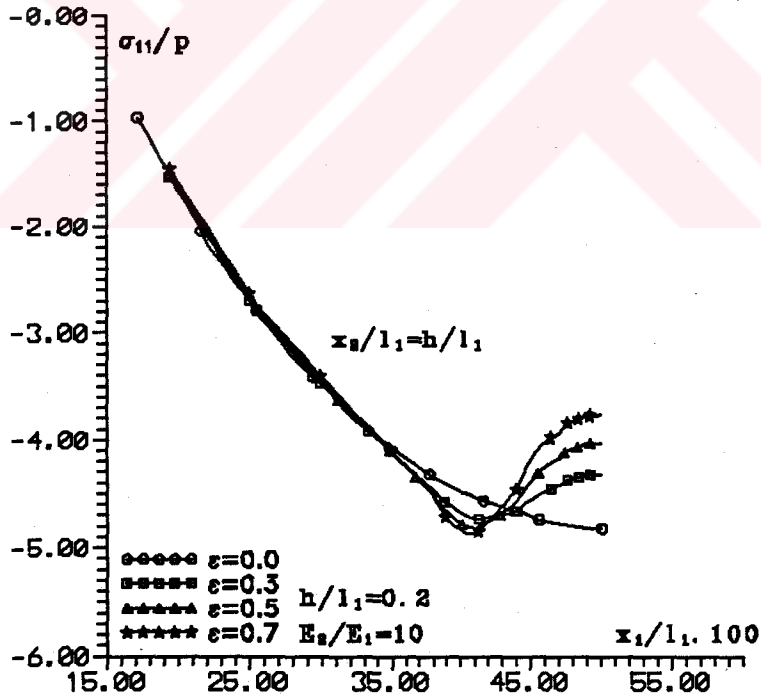
Şekil 4.26. E_2/E_1 oranının σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)



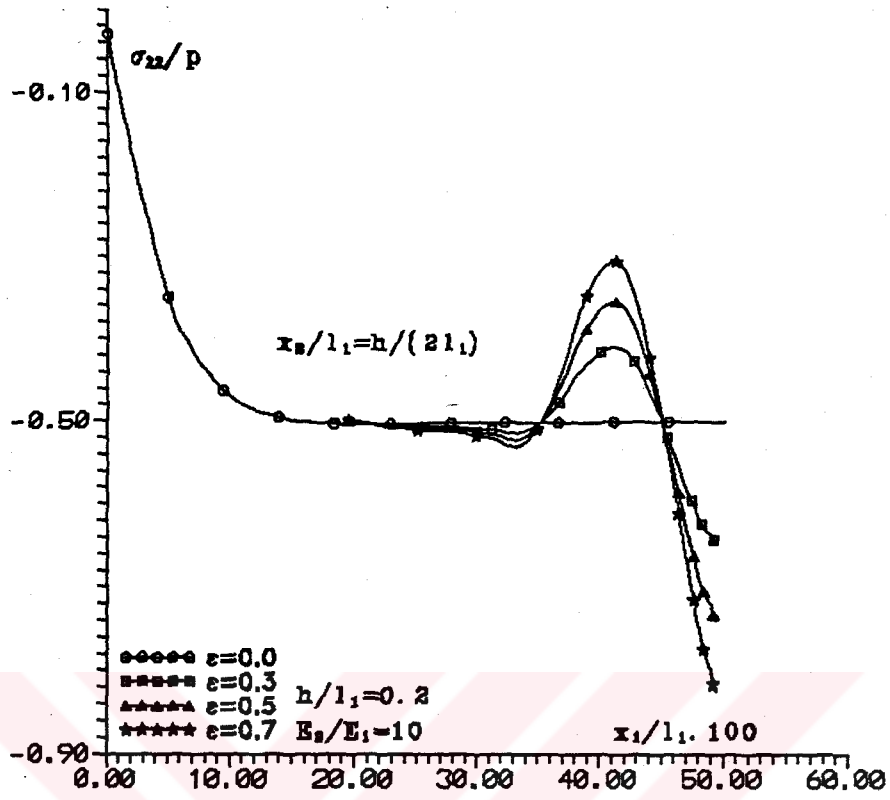
Şekil 4.27. E_2/E_1 oranının σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)



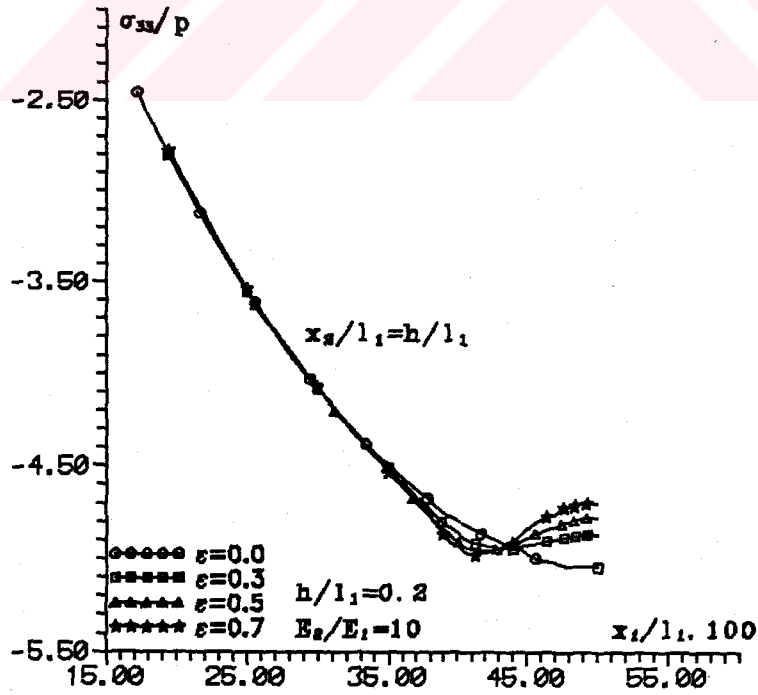
Şekil 4.28. E_2/E_1 oranının σ_{33} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)



Şekil 4.29. z 'nin σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)



Şekil 4.30. ϵ ' nin σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)



Şekil 4.31. ϵ ' nin σ_{33} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımına etkisi (Üç boyutlu problem; yerel eğrilik durumu)

bitirilmektedir. Bu sonuçların:

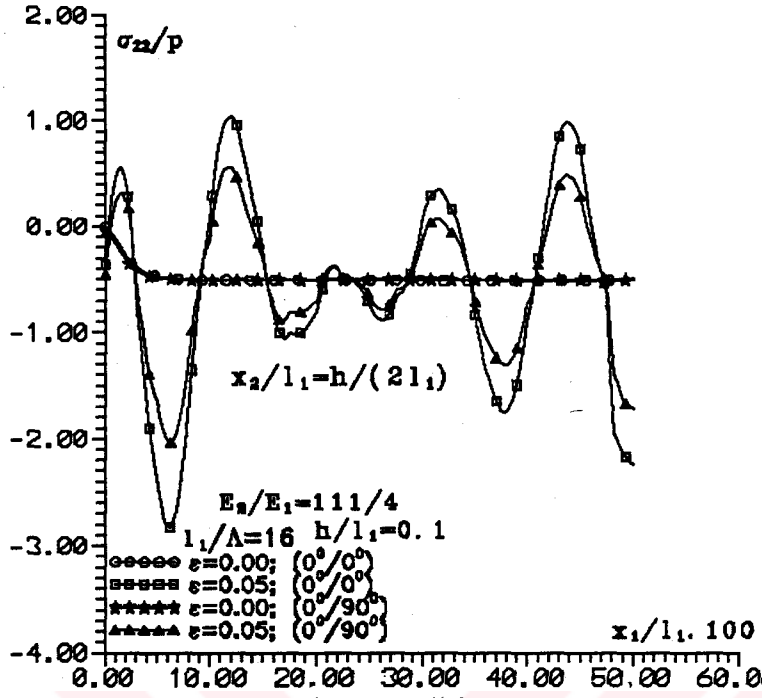
1) Analitik ve yaklaşık analitik çözümü imkansız olan, değişken katsayılı, kısmi türevli, (4.2)-(4.4) denklem takımı için, (4.5)-(4.7) sınır koşulları çerçevesinde verilen sınırdeğer probleminin sayısal çözülmesi ve elde edilen sonuçların mühendislik uygulamaları açısından yorumlanması,

2) Bu tür problemlerin FEM kullanılarak sayısal olarak incelenmesinde, bu bölümde teklif edilen "*sınır tabakası*" tipli yaklaşımın güvenilirliğinin ve öneminin tastik edilmesi bakımından önemi vardır.

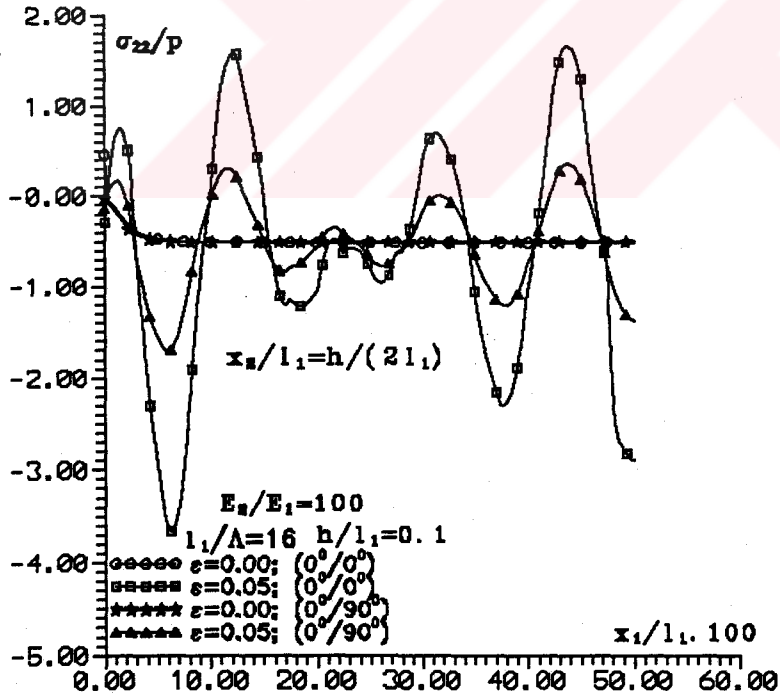
IV.6. CAM VE BOR TAKVİYELİ KOMPOZİTLERDEN YAPILMIŞ KALIN PLAKLAR İÇİN BULUNAN BAZI SAYISAL SONUÇLAR

Kısım III.6' da verilen bilgileri göz önüne alarak, bu bölümde incelenen üç boyutlu sınırdeğer problemini *cam* ve *bor* takviyeli liflerden oluşturulmuş levhalardan yapılmış, plak malzemesine uygulansın. Önceki kısımlarda olduğu gibi, plak malzemesi yapısındaki eğriliklerin ancak ox_1 yönünde olduğunu ve bu eğriliklerin periyodik olması halinde (3.45) formülü ile, yerel eğrilik olması halinde ise (3.49) formülüyle verildiği kabul edilsin.

Önceki bölümlerde araştırılan sınır değer problemlerinin çözümünde kullanılan FEM' in geliştirilmesi ve uygulanması genel biçimde verildiğinden, aynı yöntemin malzeme açısından özel örneklere uygulanması ancak A_{ij}^0 sabitlerinin bu örneklere uygun olarak seçilmesiyle ve önerilen işlemlerin tekrarıyla yapılır. Bu nedenle, bakılan özel durumlarda sayısal sonuçların elde edilmesi için gereken işlemlerin izahatı üzerinde durulmamıştır. Bu işlemler neticesinde elde edilen sayısal sonuçlar ise, Şekil 4.32-Şekil 4.37' de verilmektedir. Şekil 4.32, Şekil 4.33' de verilenler periyodik eğrilik durumuna, Şekil 4.34-Şekil 4.37' de verilenler ise yerel eğrilik durumuna aittirler. Elde edilen sonuçlar $x_3/l_3 = 1/2, \gamma = 1$ için σ_{11}, σ_{22} gerilmelerinin x_1 ' e bağlı dağılımını göstermektedir. Yerel eğrilik durumuna karşı gelen sonuçlar ise $c = 0.35, m = 2, n = 1$ halinde elde edilmişlerdir. Diğer problem parametrelerinin seçilen değerleri ise şekiller üzerinde gösterilmektedir.

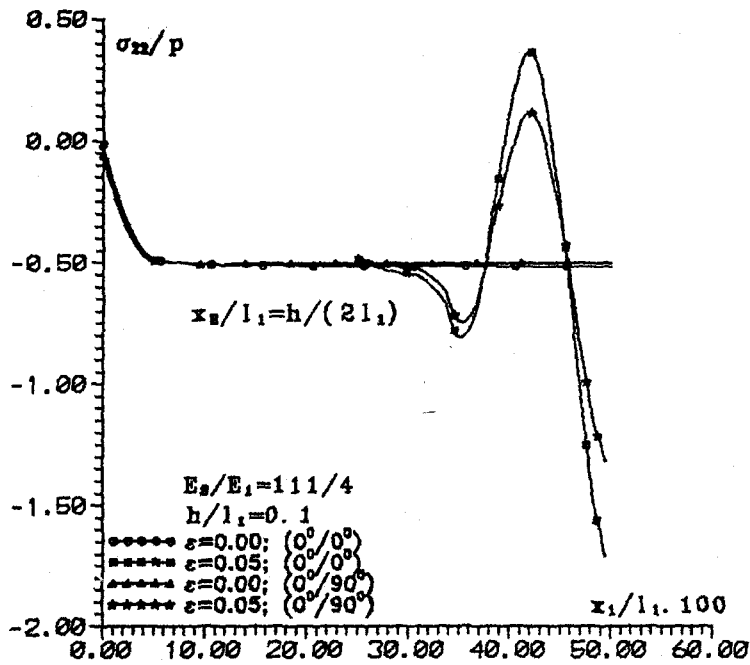


Şekil 4.32. Periyodik eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Cam takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten yapılmış plakta σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı

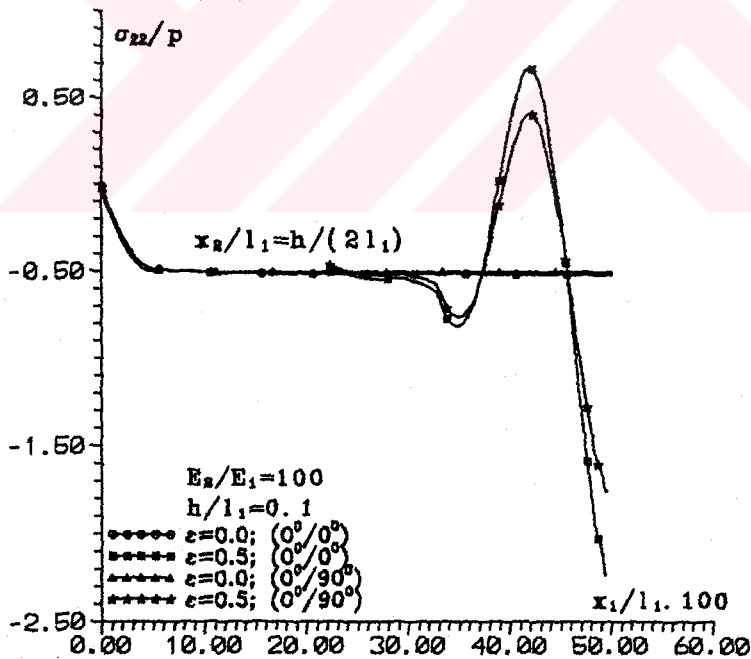


Şekil 4.33. Periyodik eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Bor takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten yapılmış plakta σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı

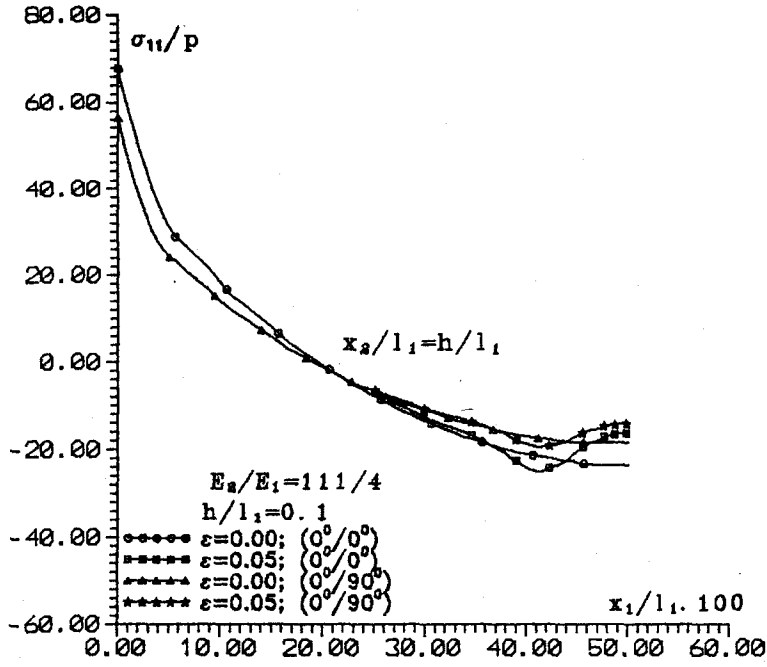
Yukarıda adı geçen grafiklerden görüldüğü gibi, ele alınan özel durumlarda da plak malzemesi yapısında olan eğriliklerin plakdaki gerilme dağılımına etkisi karakterce, önceki kısımlarda ele alınan örneklerdeki gibidir. Bu nedenle bu sonuçların geniş şekilde incelenmesi üzerinde durulmamıştır.



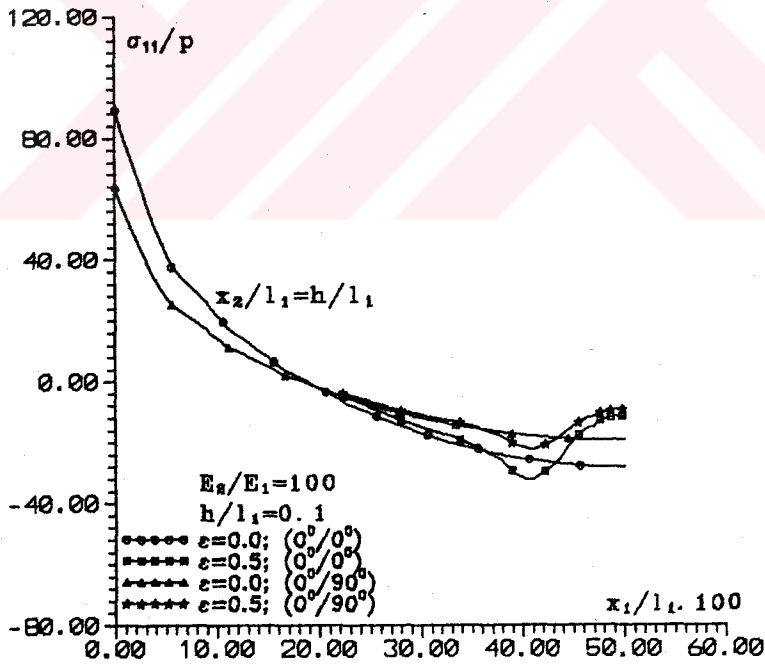
Şekil 4.34. Yerel eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Cam takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten yapılmış plakta σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı



Şekil 4.35. Yerel eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Bor takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten yapılmış plakta σ_{22} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı



Şekil 4.36. Yerel eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Cam takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten yapılmış plakta σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı



Şekil 4.37. Yerel eğrisel yapıya sahip, Epoksi matris ve Bor takviyeli liflerden oluşmuş kompozitten yapılmış plakta σ_{11} gerilmesinin x_1 'e bağlı dağılımı

BÖLÜM V.

SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRİLMESİ

Tez'de yapılan araştırmalardan elde edilen sonuçlar kısaca özetlenirse aşağıdakiler söylenebilir:

1) Akbarov ve Guz' un süreklilik teorisi çerçevesinde elastisite teorisinin kesin denklemleri kullanılarak, eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeler mekaniğinin, iki ve üç boyutlu sınırdeğer problemlerinin formülasyonu verilmiştir.

2) Akbarov ve Guz' un süreklilik teorisinde kabul edilen bazı kısıtlamalar örnek sınırdeğer problemleri için geliştirilmiştir.

3) Ele alınan sınırdeğer problemlerinin analitik ve yaklaşık-analitik çözülmesinin imkansızlığı gösterilmiş ve formülasyonu yapılmış problemler Sonlu Elemanlar Yöntemi ile modellenmiştir.

4) Araştırılan problemlerin sayısal çözülmesi için gerekli programlar oluşturulmuş ve test problemleriyle bu programların doğruluğu denenmiştir.

5) Daha hassas sayısal sonuçların elde edilmesi için, sınırdeğer problemlerine uygun olarak FEM geliştirilmiş; iki aşamalı karışık formülasyon kullanılmış ve bu kullanımda bilinen işlemler geliştirilmiş; Zienkiewicz ve Zhu hata hesabı kullanılarak eleman boyutları belirlenmiştir.

6) Üç boyutlu problemlerin sayısal çözümü için kompozit malzeme yapısında lokal eğrilikler olduğu durumda FEM kullanılarak "sınır tabakası" tipinde bir yöntem teklif edilmiş ve başarıyla uygulanmıştır.

7) Kompozit malzemenin yapısındaki eğrilikler periyodik ve yerel olduğu durumlarda ele alınan sınırdeğer problemleri sayısal olarak çözülmüş ve sonuçlar yorumlanmıştır.

8) Araştırılan sınırdeğer problemlerinin çözümü için geliştirilen sayısal yöntem yaygın olarak kullanılan *cam* ve *bor* takviyeli kompozit malzemelerden hazırlanmış yapı elemanlarının statikine karşı gelen sınırdeğer problemlerine uygulanmıştır.

9) Araştırılan her bir problemde yapı ve malzeme parametrelerinin gerilme dağılımına etkisi geniş bir biçimde incelenmiştir.

10) Elde edilen sayısal sonuçların esaslandırılması ve mühendislik bakımından yorumları yapılmıştır.

Elde edilen sonuçların değerlendirilmesi hakkında ise, aşağıdakileri söyleyebiliriz:

1) Eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeler mekaniğinin statigine uygun gelen analitik ve yaklaşık-analitik çözümü imkansız olan, değişken katsayılı, kısmi türevli diferansiyel denklem takımının bazı sınır koşulları çerçevesinde verilen problemleri ilk kez sayısal olarak çözülmüştür.

2) Bu araştırmalarda FEM kullanılmış ve bu yöntem ele alınan problemler için bazı yönlerden geliştirilmiştir.

3) Teklif edilen işlem ve algoritmalar, bazı kısıtlamaları sağlayan eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeler için genel bir biçimde yapılmış, bu işlemlerin ve algoritmaların gerçek (varolan) malzeme tiplerine uygulanması gösterilmiştir.

4) Göz önüne alınan kompozit malzeme örnekleri çerçevesinde, elde edilen sayısal sonuçlar mühendislik bakımdan yorumlanmış ve bu yorumların bazı önerilerde bulunması için imkan yaratılmıştır.

5) Kompozit malzemede yerel eğrilik olduğu durumda üç boyutlu problemlerin incelenebilmesi için FEM kullanılarak "*sınır tabakası*" tipinde sayısal yaklaşım teklif edilmiştir.

6) Açıkça anlaşılan ve grafikler şeklinde ortaya konan çok sayıda sayısal sonuç verilmiştir.

Yukarıda söylenenlerden başka, tezde teklif edilen ve geliştirilen algoritmaların ve sayısal yöntemlerin, diğer bir çok sınırdeğer problemlerine uygulanabilmesi, tezde yapılan araştırmaların önemini bir kez daha artırmaktadır.

KAYNAKLAR

- 1- *Akbarov, S.D.*, 1985. On normal stresses in the fibrous composite material with curved structures, with low filler concentration, *Prikl. Mekh.* 21 (11): 50-55 (in Russian).
- 2- *Akbarov, S.D.*, 1986. The influence of rheological parameters of matrix material on the distribution of self-equilibrated stresses in multilayered composite with curved structures, *Mek. Komp. Mat.* 4: 610-617 (in Russian).
- 3- *Akbarov, S.D.*, 1987. On the distribution of self-equilibrated stresses in multilayered composite material with curved structures, in: *Mathematical methods and physical mechanics of the field*, series 26: 83-89 (in Russian).
- 4- *Akbarov, S.D.*, 1988. The influence of the forms of the small-scale local curving in the laminated composites structure on the distribution of self-equilibrated stresses, *Prikl. Mekh.* 24 (7): 30-37 (in Russian).
- 5- *Akbarov, S.D.*, 1989. On the solution of problems of stressed state of composite materials with curvilinearly anisotropic layers, *Prikl. Mekh.* 25 (1): 17-27 (in Russian).
- 6- *Akbarov, S.D.*, 1990. The distribution of self-equilibrated stresses in fibrous composite materials with twisted fibers, *Mekh. of Comp. Mat.*, 5: 803-812 (in Russian).
- 7- *Akbarov, S.D.*, 1994a. On the crack problems in composite materials with locally curved layers, *Mechanics of Comp. Mater.* 30 (6): 750-759.
- 8- *Akbarov, S.D.*, 1994b. On the row cracks problem in composite materials with periodically curved layers, *Bull. Tech. Univ., Istanbul*, 47:577-593.
- 9- *Akbarov, S.D.*, 1995. On the determination of normalized nonlinear mechanical properties of composite materials with periodically curved layers, *Int. J. Solids and Structures*, 32 (21): 3129-3143.
- 10- *Akbarov, S.D. and Guz', A.N.*, 1984. On the method of problems solution in mechanics of composite materials with curved layers, *Prikl. Mekh.* 20(4): 3-9 (in Russian).

- 11- **Akbarov, S.D. and Guz', A.N.**, 1985. The model of the piecewise-homogeneous body in mechanics of laminated composite materials with small-scale curvings, *Prikl. Mekh.* 21(4):5-12 (in Russian).
- 12- **Akbarov, S.D. and Guz', A.N.**, 1986. On one effect in mechanics of composite materials fracture, *Dokl. Akad. Nauk. SSSR* 2901: 23-26 (in Russian).
- 13- **Akbarov, S.D. and Guz', A.N.**, 1991. On the continual theory in mechanics of composite materials with small-scale curved structures, *Prikl. Mekh.* 27(2): 3-13.
- 14- **Akbarov, S.D. and Guz', A.N.**, 1992. Statics of laminated and fibrous composites with curved structures, *Appl. Mech. Rev.* (published by the American Society of Mechanical Engineers) 45: 17-35.
- 15- **Akbarov, S.D., Maksudov, F.G., Panakhov, P.G. and Seifullayev, A.I.**, 1994. On the crack problems in composite materials with curved layers, *Int. J. Engng. Sci.* 32(6): 1003-1016.
- 16- **Akbarov, S.D., Guz', A.N. and Zamanov, A.D.**, 1992. On eigen oscillations of the composite materials with small-scale deformations in the structure, *Prikl. Mekh.* 28(9):3-9 (in Russian).
- 17- **Akbarov, S.D. and Guliyev, G.M.**, 1991. Quasihomogeneous states in composite materials with small-scale space periodic distortions in a structure, *Dep. in VINITI* 01.02.1991. N. 511-1391:1-60.
- 18- **Akbarov, S.D., Yahnioglu, N.**, 1995. Eğrisel yapıya sahip kompozit malzemedен hazırlanmış şeritin gerilme durumunun FEM ile araştırılması., IX. Ulusal Mekanik Kongresi-Ürgüp, Cilt 1:68-77.
- 19- **Atluri, S.N., Gallagher, R.H. and Zienkiewicz, O.C.** (Eds), 1983. Hybrid and mixed finite element methods, Willey.
- 20- **Avrashi, J. and Bar-Yoseph, P.**, 1991. Mixed-hybrid finite strip method for 3-D composite structures. *Comp. Mech.* 7:253-267.
- 21- **Avrashi, J. and Dancygier, O.**, 1995. Refined three-dimensional finite strip model for analysis of thick composite sandwich plates, *Comput. and Struct.* 56: 939-948.
- 22- **Bazhant, Z.P.**, 1968. The influence of the curvature of reinforced fibres on the elasticity modulus and strength of composite materials. *Mekh. Polim.* 2: 314-321.

- 23- **Broutman, L.J. and Krock, R.M.**, (Eds.) 1967. Modern composite materials. Addison-Wesley, Reading, Massachusetts.
- 24- **Bogdanovich, A.E. and Birger, A.B.**, 1994. Three-dimensional stress field analysis in uniformly loaded, simply supported composite plates. *Comput. and Struct.* 25: 237-257.
- 25- **Bolotin, V.V. and Novichkov, Yu.N.**, 1980. Mechanics of multilayered structures, Mashinostroyeniye, Moscow.
- 26- **Chernin, I.M. and Gul, V.E.**, 1964. On the mechanism of tensional failure of cloth-based glass-reinforced plastic, *Plast. Massy.* 5: 45-48.
- 27- **Cheung, Y.K.**, 1968. The finite strip method in the analysis of elastic plates with two opposite simply supported ends. *Proc. Inst. Civ. Eng.* 40: 1-7.
- 28- **Cheung, Y.K.**, 1968. Finite strip method of analysis of elastic slabs. *Proc. Am. Soc. Civ. Eng.* 94 EM6: 78-1365.
- 29- **Cheung, Y.K.**, 1976. Finite strip method in structural analysis. Pergamon Press, Oxford.
- 30- **Chou, T.W., Mc Cullough, R.L. and Pipes, R.B.**, 1986. Composites, in: *Scientific American* 10: 193-203.
- 31- **Christensen, R.M.**, 1979. Mechanics of composite materials, John Wiley and Sons, Inc.
- 32- **Christensen, R.M. and Lo, K.H.**, 1979. Solutions for effective shear properties in three phase sphere and cylinder models., *J. Mech. and Phys. Solids*, 27(4).
- 33- **Guz', A.N.**, 1990 Mechanics of compressive failure of composite materials. Naukov Dumka, Kiev: 630 (in Russian).
- 34- **Hashin, Z., Rosen, B.W.**, 1964. The elastic moduli of fiber-reinforced materials, *J. Appl. Mech.*, 31: 223.
- 35- **Hinton, E. and Zienkiewicz, O.C.**, 1977. A note on a simple thick finite strip. *Int. J. Num. Meth. Eng.* 11:9-905.
- 36- **Hinton, E. and Campell, J.**, 1979. Local and global smoothing of discontinuous finite element function using a least squares method. *Int. J. Num. Meth. Eng.* 8: 461-480.

- 37- *Hyer, M.W., Mass, L.C. and Puch, H.P.*, 1988. The influence of layer waveness on the stress state in hydrostatically loaded cylinders, *J. Reinforced Plastics Composites*, 7: 601-613.
- 38- *Korten, Kh.T.*, 1967. Failure of reinforced plastics. Khimiya, Moscow: 165 (in Russian).
- 39- *Lekhnitskii, S.G.*, 1963. Theory of elasticity of an anisotropic elastic body, Holden Day, San Francisco, CA.
- 40- *Li, Y.D. and Wiberg, N.E.*, 1994. A posteriori error estimate by element patch post-processing, adaptive analysis in energy and L_2 norms, *Comput. and Struct.* 53: 907-919.
- 41- *Manisfield, E.H. and Puslow, D.*, 1974. The influence of fibre waviness on the moduli of unidirectional fibre reinforced composites, Aeronautical Research Council Current Paper, N 1339: 30.
- 42- *Mawenya, A.S. and Davies, J.D.*, 1974. Finite strip analysis of plate bending including transverse shear effects. *Building Sci.* 9: 80-175.
- 43- *Mitra, A.K. and Ghosh, B.*, 1995. Interfacial stresses and deformations of an adhesive bounded double strap butt joint under tension, *Comp. and Struct.*, 55: 687-694.
- 44- *Oden, J.T. and Reddy, J.N.*, 1973. Note on approximation method for computing consistent conjugate stresses in finite elements. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 6: 55-61.
- 45- *Ozaks, M., Hinton, E. and Rao, N.V.R.*, 1992. Comparison of three-dimensional solid elements in the analysis of plates, *Comput. and Struct.* 42: 953-968.
- 46- *Pagano, N.J.*, 1974. Exact moduli of anisotropic laminates. In: G.P. Sendeckyj (Editor) *Mechanics of Composite Materials*. Academic Press, New York: 23-44.
- 47- *Paul, T.K. and Rao, K.M.*, 1995. Finite element stress analysis of laminated composite plates containing two circular holes under transverse loading, *Comput. and Struct.* 54: 671-677.
- 48- *Pecknold, D.A. and Rahman, S.*, 1994. Micro-mechanics-based structural analysis of thick laminated composites, *Comput. and Struct.* 51: 163-179.
- 49- *Pranch, A.S. and Tamuzh, V.P.*, 1967. On relation between structural and strength characteristics of the glass-cloth-based laminate, *Mekh. Polim.* 2: 302-308.

- 50- **P. de Vree, J.H., Brekelmans, W.A.M. and J. Van Gils, M.A.**, 1995. Comparison of non-local approaches in continuum damage mechanics, *Comput. and Struct.* 55: 581-588.
- 51- **Sendeckyj, G.P.**, 1974. The elastic properties of composite materials. In: G.P. Sendeckyj (Editor) *Mechanics of Composite Materials*. Academic Press, New York: 45-70.
- 52- **Schapery, R.A.**, 1966. Approximate methods of transform inversion for viscoelastic stress analysis, *Proc. US Natl. Cong. Appl. Mech. ASME* 4: 1075-1085.
- 53- **Sun, C.T. and Li, S.**, 1988. Three-dimensional effective elastic constants for thick laminates. *J. Composite Mater.* 22: 629-639.
- 54- **Tarnopolsky, Yu.M. and Rose, A.V.**, 1969. Special features of design of parts fabricated from reinforced plastics, *Zinatne, Riga*:274 (in Russian)
- 55- **Taylan, İ and Güven, Y.**, 1995. On the method of problems solution of the continuum theory of Akbarov and Guz' for the composite materials with curved structures, *Yıldız Teknik Üni. Dergisi*, 1: 41-49.
- 56- **Tmoshenko, S. and Goodier, J.N.**, 1951. *Theory of elasticity*. Mc Grow-Hill Book Company.
- 57- **Tseng, V.P. and Wang, W.J.**, 1993. A refined finite strip method using higher-order plate theory, *Int. J. Solids and Struct.* 30(3):441-452.
- 58- **Vanin, G.A.**, 1985. *Micromechanics of composite materials*. Naukov Dumka, Kiev. 303 (in Russian).
- 59- **Whitney, J.M.**, 1966. Geometrical effects of filament twist on the modulus and strength of graphite fiber, *Reinforced Composites Textil. Res.*, J. 36: 765-770.
- 60- **Yahnioğlu, N.**, 1995. Bir ucu rijit tutturulmuş eğrisel yapıya sahip kompozit malzemeden hazırlanmış şeritin eğilmesinin FEM ile araştırılması., II. Ulusal Matematik Mühendisliği Semp.-İstanbul, (basımda).
- 61- **Yahnioğlu, N.**, 1996. FEM analysis of the stress and displacement distribution in the cantilever plate fabricated from the composite material with small-scale periodically curved structure. *Y.T.Ü. Dergisi*, (to be published).

- 62- **Zienkiewicz, O.C. and Too, J.J.M.**, 1972. The finite prism in analysis of thick simply supported bridge boxes. *Proc. Inst. Civ. Eng.* 53: 72-147.
- 63- **Zienkiewicz, O.C. and Nakazawa, S.**, 1982. The penalty function method and its application to numerical solution of boundary value problems. *Am. Soc. Mech. Eng. AMD*, 51: 157-179.
- 64- **Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L.**, 1989. The finite element method. 4th Ed. Vol. 1, Basic formulation and linear problems, Mc Grow-Hill Book Company.
- 65- **Zienkiewicz, O.C. and Taylor, R.L.**, 1991. The finite element method , 4th Ed. Vol. 2. Solid and fluid mechanics dynamics and non-linearity, Mc Grow-Hill Book Company.
- 66- **Zienkiewicz, O.C. and Zhu, J.Z.**, 1987. A simple error estimator and adaptive procedure for practical engineering analysis. *Int. J. Numer. Meth. Engng.* 24: 337-3357.
- 67- **Zienkiewicz, O.C. and Zhu, J.Z.**, 1991. Adaptivity and mesh generation. *Int. J. Numer. Meth. Engng.* 32: 783-810.
- 68- **Zienkiewicz, O.C., Zhu, J.Z. and Gong, N.G.**, 1989. Effective and practical h-p version adaptive analysis procedures for the finite element method. *Int. J. Numer. Meth. Engng.* 28: 879-891.

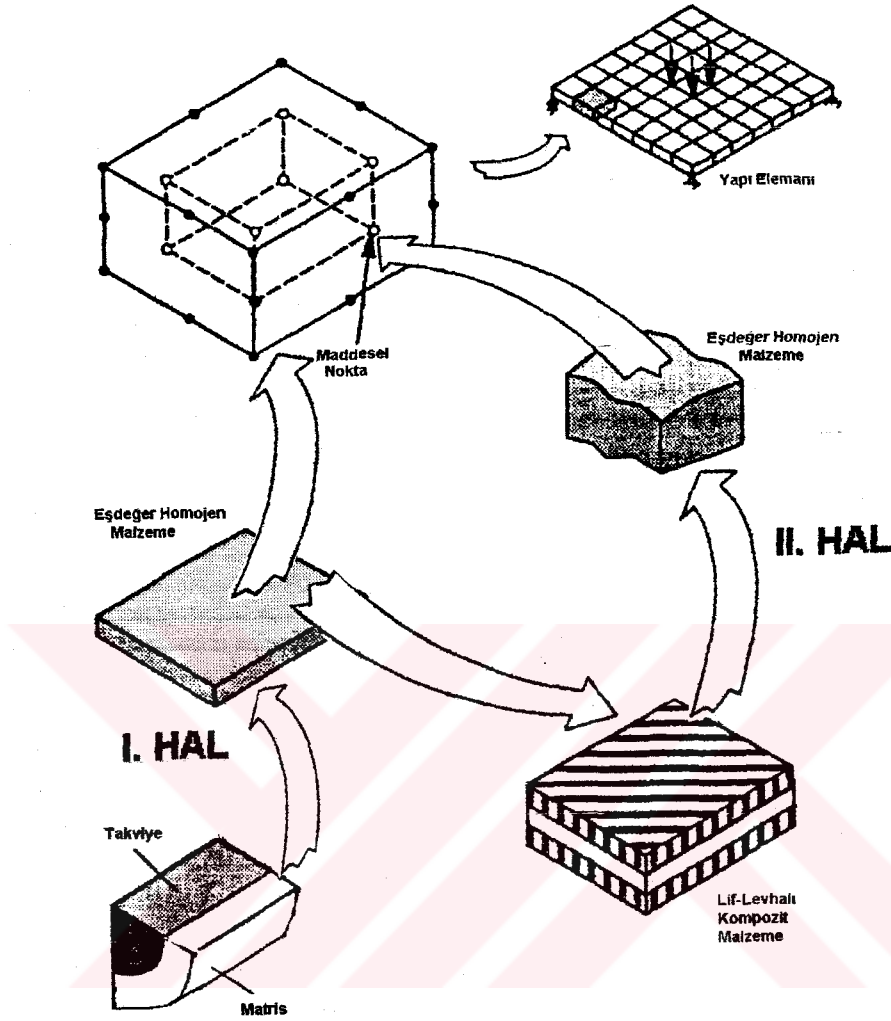
EKLER

EK 1. LİFLİ KOMPOZİTLERİN NORMALİZE EDİLMİŞ MEKANİK ÖZELLİKLERİ

I. ve II. Bölümlerde söylenildiği gibi mikro-mekanik çerçevesinde kompozit malzemelere parçalı-homojen malzeme gibi bakılır. Hem istenilen özellikte bir malzeme elde edilmesini hem de bu malzeme mekaniğinin teorik problemlerinin matematiksel olarak çözümünü kolaylaştırmak amacıyla, bu tür homojen olmayan malzemeler *eşdeğer homojen anizotrop* malzemelerle modellenir. Belirtmek gerekir ki, kompozit malzemelerin mikro-mekaniğinin en önemli ve gerekli problemlerinden biri, adı geçen eşdeğer homojen anizotrop malzemenin mekanik özelliklerinin bulunmasıdır. *Normalize edilmiş mekanik özellikler* denilen mekanik özelliklerin bulunmasında çoğu zaman *Enerjetik Eşdeğerlilik Prensibi'* kullanılır. Bu prensibe göre: Kompozit malzemeden oluşan belirleyici elemanın toplam şekildeğiştirme enerjisi, aynı hacimde ve formda olan eşdeğer homojen malzemenin şekildeğiştirme enerjisine eşittir. Bu eşitlik, normalize edilmiş mekanik özelliklerin bulunmasında rehber rolündedir.

Bu çalışmada yapılan araştırmalar lifli ve lif-levhali kompozitlere ait olduğundan burada ancak lifli ve lif-levhali kompozitlerin normalize edilmiş mekanik özelliklerinin bulunması üzerinde durulacaktır. Konuyu şematik olarak gösteren Şekil E 1.1. 'den görüldüğü gibi, lif ve matristen oluşan parçalı-homojen malzemeden yapılmış levha, eşdeğer anizotrop homojen malzemeden yapılmış levhaya "dönüştürülür". Daha sonra bu levhalar üst üste konularak levhali kompozit oluşturulur. Bu levhali kompozit kendi içinde yine de parçalı homojen malzeme olduğundan, bunun yerine, yeniden *Eşdeğer Homojen Anizotrop* malzeme göz önüne alınır. Levhali kompozitte, bütün levhalardaki liflerin yönü aynı ise, o zaman bu levhali kompozit homojen anizotrop olup, mekanik özellikleri Şekil E 1.1. 'de gösterilen I. durumdaki normalize edilmiş mekanik özelliklerin aynısı olur. Bu durum çalışmadaki örneklerde ($0^\circ/0^\circ$) ile gösterilmiştir.

Levhali kompozitte liflerin yönü aynı değil ise, yukarıda söylenildiği gibi, II. kez eşdeğer homojenleştirme yapılır ve bu parçalı homojen malzeme, eşdeğer homojen anizotrop malzemeye dönüştürülür.

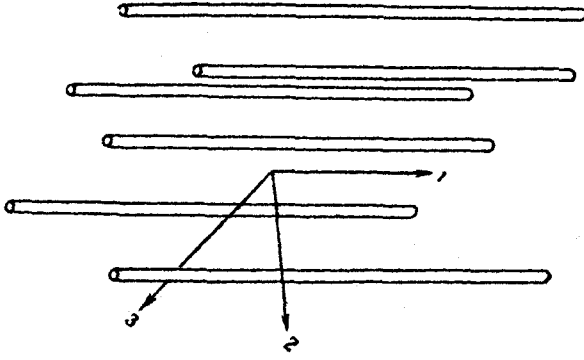


Şekil E 1.1. Lifli ve levhali parçalı homojen malzemelerin, eşdeğer anizotrop homojen malzemelere dönüştürülme şeması

Bu çalışmada ele alınan problemlerin sonlu elemanlar ile modellemesinde, yapı elemanlarının her bir noktasındaki malzeme özelliklerinin eşdeğer anizotrop homojen malzemenin özelliklerini taşıdığı kabul edilmiştir. Kompozit malzemelerin bütün makro-mekanik problemleri, bu kabul çerçevesinde yapılmaktadır.

Şimdi, lifli kompozitlerin normalize edilmiş mekanik özelliklerini bulunmak üzere, Şekil E 1.2' de görüldüğü gibi, ele alınan kompozitteki liflerin 1 eksen yönünde olduğu kabul edilsin.

Lifli kompozitlerin normalize edilmiş mekanik özelliklerinin bulunmasında başka türlü kompozit malzemelere de uygulanabilen yöntemde, bu malzemedeki liflerin



Şekil E 1.2. Lifli kompozitlerde liflerin konumunu gösteren şema

uzunluğuna dik olan kesitteki diziliş formu göz önüne alınarak, eşdeğer homojen malzemedeki simetri özellikleri belirlenir ve buna uygun bünye denklemleri yazılır. Şekil E 1.2' de gösterildiği gibi, liflerin uzunluğuna dik kesitindeki diziliş formuna bağlı olarak bir yönlü lifli kompozit malzemeler ya ortotrop veya simetri eksininin yönü liflerin doğrultusu ile üst üste düşen transversal izotrop gibi

belirlenebilirler. Bu konular Vanin (1985), Sendesky (1974), Sun and Li (1988), vb. gibi kaynaklarda daha açık ve geniş bir biçimde verilmektedir. Tek yönlü lifli kompozitlere, yukarıda söylenen nedenlerden dolayı, ortotrop malzeme gibi bakıldığında 2 ve 3 yönlerine bağlı (Şekil E 1.2) mekanik özellikler arasındaki farklılıklar çok önemli olmadığından, bu malzemelere çoğu zaman, liflerin uzunluğuna dik kesitteki diziliş formuna bağlı olmayan ve simetri eksenini lif yönleri üzerine düşen transversal izotrop malzeme gibi bakılır (örneğin Cristensen, 1977, vb.) ve bünye denklemleri aşağıdaki gibi yazılır:

$$\sigma = D \epsilon \quad (E 1.1)$$

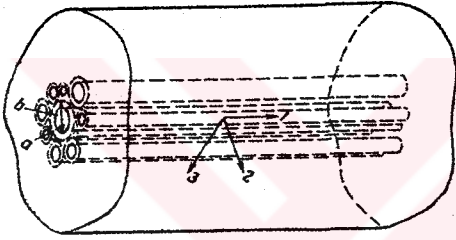
burada,

$$(\sigma)^T = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \sigma_{23}, \sigma_{13}, \sigma_{12}\}; \quad (\epsilon)^T = \{\epsilon_{11}, \epsilon_{22}, \epsilon_{33}, \epsilon_{23}, \epsilon_{13}, \epsilon_{12}\}$$

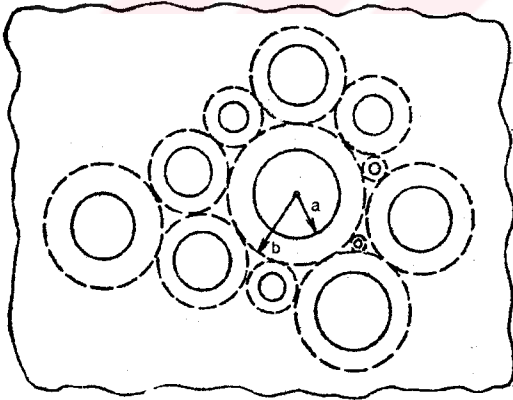
$$D = \begin{pmatrix} C_{11}^0 & C_{12}^0 & C_{12}^0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^0 & C_{22}^0 & C_{23}^0 & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^0 & C_{23}^0 & C_{22}^0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{22}^0 - C_{23}^0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_{66}^0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_{66}^0 \end{pmatrix} \quad (E. 1.2)$$

dır. Daha sonra ise, (E 1.2)' deki C_{ij}^0 sabitleri bulunur. Bu sabitlerin bulunması için, bir takım modeller kullanılır. Bu modellerden en yaygın olarak kullanılanları *Poli-Dispers Model* ve *Üç Fazlı Model*' dir. Bu modellerin tanımları aşağıda kısaca açıklanmıştır.

Poli-Dispers Model: Tek yönlü lifli kompozitler için Hashin ve Rosen (1964) tarafından geliştirilmiştir. Bu modele göre; lifler, Şekil E 1.3. 'de şematik olarak, Şekil E



Şekil E 1.3. Lifli kompozitler için poli-dispers modelin geometrisi



Şekil E 1.4. Lifli kompozitler için poli-dispers model geometrisinin 2-3 düzlemindeki görünümü

1.4.' de de uzunluğuna dik olan bir kesitinde görüldüğü gibi, sürekli matris içerisinde sonsuz uzunlukta, kesiti dairesel olan silindirler şeklinde kabul edilir. Bu şekillerden görüldüğü gibi yarıçapı a olan her lif, yarıçapı b olan matris malzemesinden oluşmuş kabukla sarılır. a ve b' nin değerleri her lif için farklı olmasına rağmen, bu değerlerin a/b oranı Şekil E 1.4 'de görülen bütün silindirler için aynıdır. Açıkta ki, bu durumda ayrı ayrı silindirlerin kesitlerinin boyutu sonsuz küçük değere kadar değişebilir. Bu modelin uygulanmasında, iç içe girmiş silindirlerden tek bir silindir ve onu kaplayan matris örtü ele alınır ve bütün işlemler bunun üzerinde yapılır. Yani, a yarıçaplı silindir ve onu saran b yarıçaplı matristen oluşan parçalı

homojen malzeme, eşdeğer homojen malzeme ile modellenir ve uygun sınırdeğer

problemleri¹ çözülerek ve enerjetik eşdeğerlik prensibi de kullanılarak, eşdeğer homojen malzemenin normalize edilmiş mekanik özellikleri elde edilir. Poli-Dispers Model çerçevesinde eşdeğer homojen malzemenin lif yönlerine dik olan düzlemdeki kayma modülünün² kesin değerini bulmak şimdiye kadar mümkün olmamıştır. Bu kayma modülünün bulunması için, Üç Fazlı Model kullanılır. Ancak, Poli-Dispers Model çerçevesinde elde edilen sonuçların aynı çaplı liflerden oluşan ve takviyesinin hacim oranı $(a/b)^2$ ye eşit olan tek yönlü lifli kompozitlere uygulanması, (Poli-Dispers Modelin yukarıdaki tanımına göre, kompozitteki liflerin çapları farklı kabul edilir), Cristensen (1979)' de, bir kısmı açıklanan, birçok deneysel sonuçlarla karşılaştırılmasından başarılı sonuçlar verdiği görülmektedir.

Üç Fazlı Model: Bu modele göre, tek yönlü lifli kompozit malzeme a çaplı, malzemesi lif malzemesi gibi kabul edilen, sonsuz uzunluklu silindir, bu silindiri saran matris malzemedan oluşmuş b çaplı örtü ve matris örtüyü saran mekanik özellikleri aranan eşdeğer homojen malzemedan oluşan çapı sonsuz büyük olan bir örtü gibi modellenir. Bu modellemeye, üç tür malzeme iştirak ettiğinden (lif, matris ve eşdeğer homojen malzeme), *Üç Fazlı Model* denir. Söylenenler Şekil E 1.5 ve Şekil E 1.6.' da lif yönüne dik olan kesit için şematik olarak gösterilmiştir. Eşdeğer homojen malzemenin üç fazlı model çerçevesinde bulunan, normalize edilmiş mekanik özellikleri, lif yönlerine dik olan düzlemdeki kayma modülü hariç, Poli-Disper Model çerçevesinde bulunan değerleriyle üst üste düşer.

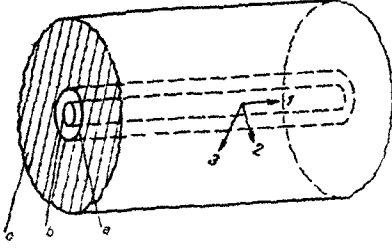
Şimdi, tek yönlü lifli kompozit malzemelerin yukarıda söylenenler çerçevesinde (E 1.2)' deki C_{ij}^0 normalize edilmiş mekanik özelliklerinin, lif ve matris malzemesi özelliklerine ve hacim oranlarına bağlı ifadeleri, bu ifadelerin çıkarılışı üzerinde durmadan ve Cristensen (1979) 'i esas alarak aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$C_{11}^0 = E_{11} + 4\nu_{12}^2 K_{23} ; \quad C_{12}^0 = 2\nu_{12} K_{23} ; \quad C_{22}^0 = \mu_{23} + K_{23}$$

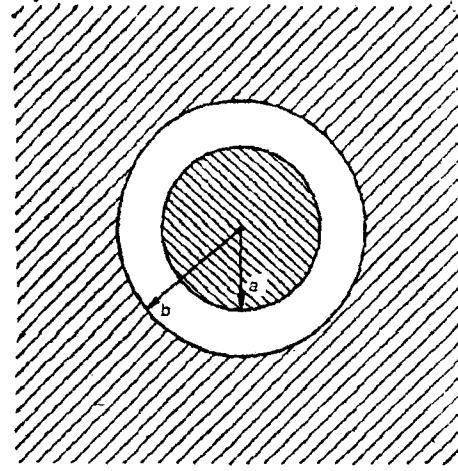
$$C_{23}^0 = -\mu_{23} + K_{23} ; \quad C_{66}^0 = \mu_{12} \quad (E 1.3)$$

¹ Adı geçen sınırdeğer problemler Christensen (1979) 'da verilmektedir.

² Normalize edilmiş mekanik özelliklerin kesin değerinin tanımı Kısım II.1.'de verilmiştir.



Şekil E 1.5. Lifli kompozitler için üç fazlı modelin geometrisi



Şekil E 1.6. Lifli kompozitler için üç fazlı model geometrisinin 2-3 düzlemindeki görünümü

burada; E_{11} -eşdeğer homojen malzemenin Şekil E 1.2 'de gösterilen 1 eksen yönündeki elastisite modülü; μ_{12}, μ_{23} , sırasıyla, 1-2 ve 2-3 düzlemlerindeki kayma modülü; K_{23} -2-3 düzleminde düzlem şekil değiştirme durumundaki hacim modülü; ν_{12} -eşdeğer homojen malzemenin $\sigma_{11} \neq 0; \sigma_{ij} = 0 (i = j \neq 1)$ durumunda 2 yönündeki şekil değiştirmenin 1 yönündeki şekil değiştirmeye oranının negatif işaretlisi (Poisson oranı) olup, lif ve matris malzemelerinin mekanik özellikleri ve hacim oranları cinsinden

$$E_{11} = cE_F + (1 - c)E_M + \frac{4c(1 - c)(\nu_F - \nu_M)^2\mu_M}{(1 - c)\mu_M(K_F + \mu_F/3) + c\mu_M(K_M + \mu_M/3)^{-1} + 1};$$

$$\nu_{12} = (1 - c)\nu_M + c\nu_F + \frac{c(1 - c)(\nu_F - \nu_M)[\mu_M(K_M + \mu_M/3)^{-1} - \mu_M(K_F - \mu_F/3)^{-1}]}{(1 - c)\mu_M(K_F + \mu_F/3)^{-1} + c\mu_M(K_M + \mu_M/3)^{-1} + 1}$$

$$K_{23} = K_M + \frac{\mu_M}{3} + c \left[\frac{1}{K_F - K_M + \frac{1}{3}(\mu_F - \mu_M)} + \frac{(1 - c)}{(K_M + \frac{4}{3}\mu_M)} \right]^{-1};$$

$$\frac{\mu_{12}}{\mu_M} = \frac{\mu_F(1 + c) + \mu_M(1 - c)}{\mu_F(1 - c) + (1 + c)\mu_M},$$

$$\frac{\mu_{23}}{\mu_M} = 1 + c \left[\frac{\mu_M}{\mu_F - \mu_M} + \frac{(K_M + \frac{7}{3}\mu_M)}{(K_M + \frac{8}{3}\mu_M)} \right]^{-1}; \quad (E 1.4)$$

biçiminde ifade edilirler. Burada alt M indisi söz konusu sabitin matris malzemesine, alt F indisi ise lif malzemesine ait olduğunu gösterir. (E 1.4)' de ν_M, ν_F Poisson oranlarını, μ_M, μ_F kayma modüllerini, K_M, K_F hacim modüllerini, c takviyenin hacim oranını göstermektedir. Hacim modülleri ve kayma modülleri, elastisite modülü ve Poisson oranı cinsinden

$$K = \frac{E}{3(1-2\nu)}; \quad \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$$

biçiminde ifade edilir. (E 1.3)' de verilen formüller ile bulunan C_{ij}^0 değerleri lif-levhali kompozitlerde lif yönlerinin aynı olduğu ($0^\circ/0^\circ$) durumunda, tezde kullanılan $A_{ij}^{0'}$ lara karşı gelen değerlerini vermektedir.

EK 2. LİF-LEVHALI KOMPOZİT MALZEMELERİN NORMALİZE EDİLMİŞ MEKANİK ÖZELLİKLERİ

Şimdi, lif-levhali kompozitte, levhalarındaki lif yönleri aynı yönde olmayan durumda, yani Şekil E 1.1' deki şemada gösterilen II. etaptaki eşdeğer homojen malzemenin mekanik özelliklerinin hesaplanmasına bakılsın. Levhali kompozitin, biri diğerini tekrarlayan iki tür malzemedan oluşan levhaların dizilişinden meydana geldiği kabul edilsin. Kompozitteki bu levhalar, biri diğerinin üzerine liflerinin açıları 90° olacak şekilde konulmuş olsun. $ox_1x_2x_3$ kartezyen koordinat takımında birinci levhadaki liflerin yönü ox_1 eksen yönünde, ikinci levhadaki liflerin yönü ox_3 eksen yönünde kabul edilsin. Bundan başka, ox_1 yönündeki lif ve matris malzemesi ile ox_3 yönündeki lif ve matris malzemelerinin birbirinden farklı olduğu kabul edilsin. Her bir levhanın normalize edilmiş mekanik özellikleri Ek 1.' de anlatıldığı gibi bulunabilir. Bu durumda, büyüklükleri üst (1) indisi ile işaret edilecek birinci levhaya karşı gelen eşdeğer homojen malzemenin bünye denklemleri,

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^{(1)} &= C_{11}^{0(1)} \varepsilon_{11}^{(1)} + C_{12}^{0(1)} (\varepsilon_{22}^{(1)} + \varepsilon_{33}^{(1)}); & \sigma_{22}^{(1)} &= C_{12}^{0(1)} \varepsilon_{11}^{(1)} + C_{22}^{0(1)} \varepsilon_{22}^{(1)} + C_{23}^{0(1)} \varepsilon_{33}^{(1)}; \\ \sigma_{33}^{(1)} &= C_{12}^{0(1)} \varepsilon_{11}^{(1)} + C_{23}^{0(1)} \varepsilon_{22}^{(1)} + C_{22}^{0(1)} \varepsilon_{33}^{(1)}; & \sigma_{23}^{(1)} &= (C_{22}^{0(1)} - C_{23}^{0(1)}) \varepsilon_{23}^{(1)}; \\ \sigma_{13}^{(1)} &= 2C_{66}^{0(1)} \varepsilon_{13}^{(1)}; & \sigma_{12}^{(1)} &= 2C_{66}^{0(1)} \varepsilon_{12}^{(1)};\end{aligned}\tag{E 2.1}$$

veya

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11}^{(1)} &= c_{11}^{0(1)} \sigma_{11}^{(1)} + c_{12}^{0(1)} (\sigma_{22}^{(1)} + \sigma_{33}^{(1)}); & \varepsilon_{22}^{(1)} &= c_{12}^{0(1)} \sigma_{11}^{(1)} + c_{22}^{0(1)} \sigma_{22}^{(1)} + c_{23}^{0(1)} \sigma_{33}^{(1)}; \\ \varepsilon_{33}^{(1)} &= c_{12}^{0(1)} \sigma_{11}^{(1)} + c_{23}^{0(1)} \sigma_{22}^{(1)} + c_{22}^{0(1)} \sigma_{33}^{(1)}; & \varepsilon_{23}^{(1)} &= \frac{1}{(C_{22}^{0(1)} - C_{23}^{0(1)})} \sigma_{23}^{(1)}; \\ \varepsilon_{13}^{(1)} &= \frac{1}{2C_{66}^{0(1)}} \sigma_{13}^{(1)}; & \varepsilon_{12}^{(1)} &= \frac{1}{2C_{66}^{0(1)}} \sigma_{12}^{(1)};\end{aligned}\tag{E 2.2}$$

şeklinde, büyüklükleri üst (2) indisi ile işaret edilecek ikinci levhaya karşı gelen eşdeğer homojen malzemenin bünye denklemleri ise,

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^{(2)} &= C_{22}^{0(2)} \varepsilon_{11}^{(2)} + C_{12}^{0(2)} \varepsilon_{22}^{(2)} + C_{23}^{0(2)} \varepsilon_{33}^{(2)}; & \sigma_{22}^{(2)} &= C_{12}^{0(2)} \varepsilon_{11}^{(2)} + C_{22}^{0(2)} \varepsilon_{22}^{(2)} + C_{23}^{0(2)} \varepsilon_{33}^{(2)}; \\ \sigma_{33}^{(2)} &= C_{23}^{0(2)} \varepsilon_{11}^{(2)} + C_{23}^{0(2)} \varepsilon_{22}^{(2)} + C_{33}^{0(2)} \varepsilon_{33}^{(2)}; & \sigma_{23}^{(2)} &= 2C_{55}^{0(2)} \varepsilon_{23}^{(2)}; \\ \sigma_{13}^{(2)} &= 2C_{55}^{0(2)} \varepsilon_{13}^{(2)}; & \sigma_{12}^{(2)} &= (C_{22}^{0(2)} - C_{12}^{0(2)}) \varepsilon_{12}^{(2)};\end{aligned}\quad (E.2.3)$$

veya

$$\begin{aligned}\varepsilon_{11}^{(2)} &= c_{22}^{0(2)} \sigma_{11}^{(2)} + c_{12}^{0(2)} \sigma_{22}^{(2)} + c_{23}^{0(2)} \sigma_{33}^{(2)}; & \varepsilon_{22}^{(2)} &= c_{12}^{0(2)} \sigma_{11}^{(2)} + c_{22}^{0(2)} \sigma_{22}^{(2)} + c_{23}^{0(2)} \sigma_{33}^{(2)}; \\ \varepsilon_{33}^{(2)} &= c_{23}^{0(2)} \sigma_{11}^{(2)} + c_{23}^{0(2)} \sigma_{22}^{(2)} + c_{33}^{0(2)} \sigma_{33}^{(2)}; & \varepsilon_{23}^{(2)} &= \frac{1}{2C_{55}^{0(2)}} \sigma_{23}^{(2)}; \\ \varepsilon_{13}^{(2)} &= \frac{1}{2C_{55}^{0(2)}} \sigma_{13}^{(2)}; & \varepsilon_{12}^{(2)} &= \frac{1}{(C_{22}^{0(2)} - C_{12}^{0(2)})} \sigma_{12}^{(2)};\end{aligned}\quad (E.2.4)$$

şeklinde yazılabilir. (E 2.1)' deki $C_{ij}^{0(1)}$ değerleri sırasıyla (E 1.3), (E 1.4) formüllerinden

$$\begin{aligned}C_{11}^{0(1)} &= E_{11}^{(1)} + 4(v_{12}^{(1)})^2 K_{23}^{(1)}; & C_{12}^{0(1)} &= 2v_{12}^{(1)} K_{23}^{(1)}; & C_{22}^{0(1)} &= \mu_{23}^{(1)} + K_{23}^{(1)} \\ C_{23}^{0(1)} &= -\mu_{23}^{(1)} + K_{23}^{(1)}; & C_{66}^{0(1)} &= \mu_{12}^{(1)}\end{aligned}\quad (E 2.5)$$

ve (E 2.3) 'deki $C_{ij}^{0(2)}$ değerleri,

$$\begin{aligned}C_{33}^{0(2)} &= E_{11}^{(2)} + 4(v_{12}^{(2)})^2 K_{23}^{(2)}; & C_{23}^{0(2)} &= 2v_{12}^{(2)} K_{23}^{(2)}; & C_{22}^{0(2)} &= \mu_{23}^{(2)} + K_{23}^{(2)} \\ C_{12}^{0(2)} &= -\mu_{23}^{(2)} + K_{23}^{(2)}; & C_{55}^{0(2)} &= \mu_{12}^{(2)}\end{aligned}\quad (E 2.6)$$

formüllerinden bulunur. (E 2.5), (E 2.6)' daki $E_{11}^{(k)}, K_{23}^{(k)}, \mu_{23}^{(k)}, \mu_{12}^{(k)}, v_{12}^{(k)}$ ($k = 1, 2$) değerleri ise (E 1.4)' de $c, E_F, E_M, v_F, v_M, \mu_F, \mu_M, K_F, K_M$ değerlerine üst (k) indisi yazılarak hesaplanır. Bunlardan başka, (E 2.2) ve (E 2.4)' deki $c_{ij}^{(k)}$ ($i, j = 1, 2, 3; k = 1, 2$) değerleri

$$c_{ij}^{(k)} = \frac{D(C_{ij}^{(k)})}{\det \|C_{ij}^{(k)}\|} \quad (\text{E 2.7})$$

ifadesinden bulunur. Burada $D(C_{ij}^{(k)})$, $C_{ij}^{(k)}$ 'nin kofaktörüdür.

Şimdi, yukarıda adı geçen levhalardan oluşan kompozite karşı gelen eşdeğer homojen malzeme asal simetri eksenleri, ox_1, ox_2 ve ox_3 eksenleri olan ortotrop bir malzeme gibi göz önüne alınarak (eşdeğer homojen malzemenin söylenen türden ortotrop olması bu malzemede liflerin diziliş formundan görülmektedir), bünye denklemleri,

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= A_{11}^0 \varepsilon_{11} + A_{12}^0 \varepsilon_{22} + A_{13}^0 \varepsilon_{33}; \quad \sigma_{22} = A_{12}^0 \varepsilon_{11} + A_{22}^0 \varepsilon_{22} + A_{23}^0 \varepsilon_{33} \\ \sigma_{33} &= A_{13}^0 \varepsilon_{11} + A_{23}^0 \varepsilon_{22} + A_{33}^0 \varepsilon_{33}; \quad \sigma_{13} = 2A_{44}^0 \varepsilon_{13}; \\ \sigma_{23} &= 2A_{55}^0 \varepsilon_{23}; \quad \sigma_{12} = 2A_{66}^0 \varepsilon_{12}; \end{aligned} \quad (\text{E 2.8})$$

veya

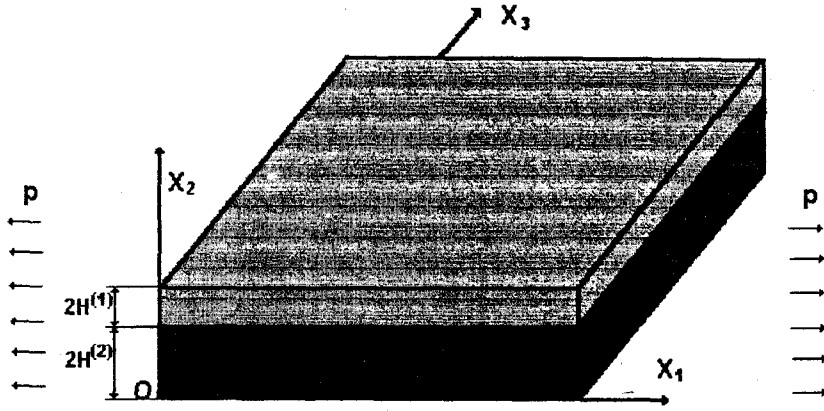
$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= a_{11}^0 \sigma_{11} + a_{12}^0 \sigma_{22} + a_{13}^0 \sigma_{33}; \quad \varepsilon_{22} = a_{12}^0 \sigma_{11} + a_{22}^0 \sigma_{22} + a_{23}^0 \sigma_{33}; \\ \varepsilon_{33} &= a_{13}^0 \sigma_{11} + a_{23}^0 \sigma_{22} + a_{33}^0 \sigma_{33}; \quad \varepsilon_{13} = \frac{1}{2A_{44}^0} \sigma_{13}; \\ \varepsilon_{23} &= \frac{1}{2A_{55}^0} \sigma_{23}; \quad \varepsilon_{12} = \frac{1}{2A_{66}^0} \sigma_{12}; \end{aligned} \quad (\text{E 2.9})$$

biçiminde yazılabilir. Burada,

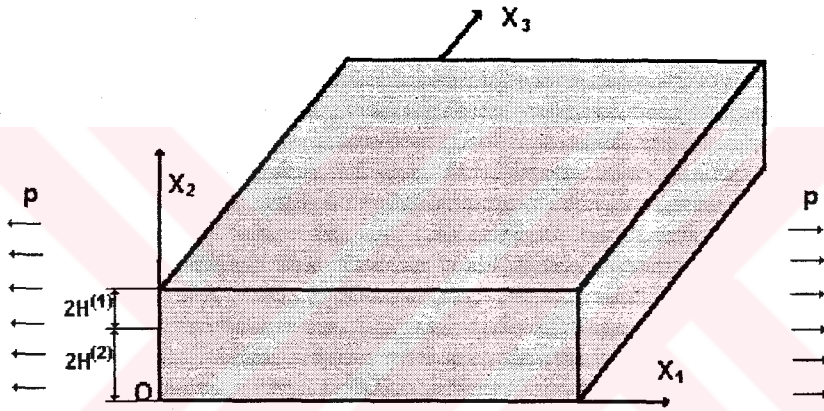
$$a_{ij}^0 = \frac{D(A_{ij}^0)}{\det \|A_{ij}^0\|} \quad (\text{E 2.10})$$

şeklindedir. Sonraki amaç, (E 2.8)'deki A_{ij}^0 değerlerinin $C_{ij}^{0(1)}$ ve $C_{ij}^{0(2)}$ değerleriyle belirlenmesidir.

Görüldüğü gibi, yukarıda adı geçen ve mekanik özellikleri belirlenen, iki tür anizotrop homojen malzemedan oluşan ve biri diğerini tekrarlayan levhaların dizilişinden



Şekil E 2.1. Levhalı kompozitlerden seçilmiş belirleyici eleman



Şekil E 2.2. Şekil E 2.1.' de gösterilen belirleyici elemana uygun gelen eşdeğer homojen anizotrop malzemeden oluşan eleman

meydana gelen kompozit için belirleyici eleman olarak Şekil E 2.1' de gösterilen eleman seçilebilir. Her bir levhanın orta yüzeyine, Şekil E 2.1' de gösterilen, $ox_1x_2x_3$ koordinat takımının ox_2 eksenı yönünde paralel ötelenmesi sonucunda elde edilen $o^{(k)}x_1^{(k)}x_2^{(k)}x_3^{(k)}$ ($k = 1, 2$) kartezyen koordinat takımı bağlansın. Bu elemanın ox_2 yönündeki boyutu $2(H^{(1)} + H^{(2)})$ olsun, burada $2H^{(k)}$ ($k = 1, 2$) mekanik özellikleri üst (k) indisi ile verilen levhanın kalınlığıdır. Bu durumda k . levhanın kompozitteki hacim oranı

$$\eta^{(k)} = \frac{H^{(k)}}{H^{(1)} + H^{(2)}} \quad k = 1, 2 \quad (E 2.11)$$

biçiminde belirlenir. Seçilen belirleyici elemanın ox_1 ve ox_3 eksenleri yönündeki boyutları ise aşağıdaki işlemlerin geçerliliğini sağlayan ve $2(H^{(1)} + H^{(2)})$ ' den küçük

olmayan keyfi boyutta seçilebilir.

Şimdi, belirleyici elemana ve eşdeğer homojen malzemeden oluşan, formu ve boyutları belirleyici elemanın aynısı olan (Şekil E 2.2) elemana, aynı zamanda ox_1 ekseni yönünde şiddeti p olan normal dış kuvvetlerinin etki gösterdiği durumda gerilme dağılımı incelensin. Belirleyici elmandaki levhalar arasında ideal deyme koşullarının sağlandığı yani,

$$\sigma_{i2}^{(1)}(x_1, -H^{(1)}, x_3) = \sigma_{i2}^{(2)}(x_1, +H^{(2)}, x_3) ; \quad u_i^{(1)}(x_1, -H^{(1)}, x_3) = u_i^{(2)}(x_1, +H^{(2)}, x_3) \quad (E 2.12)$$

olduğu kabul edilsin. (E 2.12)' nin yazılışında $x_1^{(1)} = x_1^{(2)} = x_1, x_3^{(1)} = x_3^{(2)} = x_3$ olduğu gözönüne alınmıştır. Açıktır ki, bu durumda eşdeğer homojen malzemeden oluşan elemandaki gerilme durumu

$$\sigma_{11} = p ; \quad \sigma_{ij} = 0 , \quad i, j \neq 1 \quad (E 2.13)$$

şeklinde tayin edilir. Belirleyici elemandaki gerilme durumunu belirlerken, bir çok kaynakta olduğu gibi, belirleyici elemana ait her bir levhadaki gerilmelerin, yani $\sigma_{ij}^{(k)}$ ların $k(k = 1, 2)$ levhada homojen dağıldığını, $x_1^{(k)}, x_2^{(k)}, x_3^{(k)}$ lara bağlı olmadığı, kabul edilecektir. Yukarıda söylenenlere bağlı olarak, Saint-Venant 'ın *semi-inverse* yöntemi kullanılarak,

$$\sigma_{ij}^{(k)} = 0 , \quad k = 1, 2 , \quad i = j \neq 1, 3 ;$$

$$\sigma_{11}^{(1)} \eta^{(1)} + \sigma_{11}^{(2)} \eta^{(2)} = \sigma_{11} ; \quad \sigma_{33}^{(1)} \eta^{(1)} + \sigma_{33}^{(2)} \eta^{(2)} = 0 \quad (E 2.14)$$

yazılabilir. (E 2.14) ifadelerini göz önüne alırsak, (E 2.2) ve (E 2.4)' den

$$u_1^{(1)} = \left(c_{11}^{0(1)} \sigma_{11}^{(1)} + c_{12}^{0(1)} \sigma_{33}^{(1)} \right) x_1 ; \quad u_3^{(1)} = \left(c_{12}^{0(1)} \sigma_{11}^{(1)} + c_{22}^{0(1)} \sigma_{33}^{(1)} \right) x_3 ;$$

$$u_1^{(2)} = \left(c_{22}^{0(2)} \sigma_{11}^{(2)} + c_{23}^{0(2)} \sigma_{33}^{(2)} \right) x_1 ; \quad u_3^{(2)} = \left(c_{23}^{0(2)} \sigma_{11}^{(2)} + c_{33}^{0(2)} \sigma_{33}^{(2)} \right) x_3 ; \quad (E 2.15)$$

bulunur. Buradan

$$\varepsilon_{11}^{(1)} = \varepsilon_{11}^{(2)} ; \varepsilon_{33}^{(1)} = \varepsilon_{33}^{(2)} \quad (\text{E 2.16})$$

elde edilir. (E 2.16)' yı açık şekilde yazılırsa,

$$\begin{aligned} c_{11}^{0(1)} \sigma_{11}^{(1)} + c_{12}^{0(1)} \sigma_{33}^{(1)} - c_{22}^{0(2)} \sigma_{11}^{(2)} - c_{23}^{0(2)} \sigma_{33}^{(2)} &= 0 \\ c_{12}^{0(1)} \sigma_{11}^{(1)} + c_{22}^{0(1)} \sigma_{33}^{(1)} - c_{23}^{0(2)} \sigma_{11}^{(2)} - c_{23}^{0(2)} \sigma_{33}^{(2)} &= 0 \end{aligned} \quad (\text{E 2.17})$$

alınır. (E 2.14) ve (E 2.17)' den

$$\sigma_{11}^{(1)} = \frac{\Delta_1}{\Delta} \sigma_{11} ; \sigma_{11}^{(2)} = \frac{\Delta_2}{\Delta} \sigma_{11} ; \sigma_{33}^{(1)} = \frac{\Delta_3}{\Delta} \sigma_{11} ; \sigma_{33}^{(2)} = \frac{\Delta_4}{\Delta} \sigma_{11} \quad (\text{E 2.18})$$

elde edilir. Burada,

$$\begin{aligned} \Delta &= \det \begin{vmatrix} \eta^{(1)} & \eta^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta^{(1)} & \eta^{(2)} \\ c_{11}^{0(1)} & -c_{22}^{0(2)} & c_{12}^{0(1)} & -c_{23}^{0(2)} \\ c_{12}^{0(1)} & -c_{23}^{0(2)} & c_{22}^{0(1)} & -c_{23}^{0(2)} \end{vmatrix} & \Delta_1 &= \det \begin{vmatrix} 1 & \eta^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta^{(1)} & \eta^{(2)} \\ 0 & -c_{22}^{0(2)} & c_{12}^{0(1)} & -c_{23}^{0(2)} \\ 0 & -c_{23}^{0(2)} & c_{22}^{0(1)} & -c_{23}^{0(2)} \end{vmatrix} \\ \Delta_2 &= \det \begin{vmatrix} \eta^{(1)} & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta^{(1)} & \eta^{(2)} \\ c_{11}^{0(1)} & 0 & c_{12}^{0(1)} & -c_{23}^{0(2)} \\ c_{12}^{0(1)} & 0 & c_{22}^{0(1)} & -c_{23}^{0(2)} \end{vmatrix} & \Delta_3 &= \det \begin{vmatrix} \eta^{(1)} & \eta^{(2)} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \eta^{(2)} \\ c_{11}^{0(1)} & -c_{22}^{0(2)} & 0 & -c_{23}^{0(2)} \\ c_{12}^{0(1)} & -c_{23}^{0(2)} & 0 & -c_{23}^{0(2)} \end{vmatrix} ; \\ \Delta_4 &= \det \begin{vmatrix} \eta^{(1)} & \eta^{(2)} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \eta^{(1)} & 0 \\ c_{11}^{0(1)} & -c_{22}^{0(2)} & c_{12}^{0(1)} & 0 \\ c_{12}^{0(1)} & -c_{23}^{0(2)} & c_{22}^{0(1)} & 0 \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (\text{E 2.19})$$

biçimindedir. Enerjetik eşdeğerlik prensibine göre aşağıdaki eşitlik yazılabilir.

$$(\sigma_{11}^{(1)} \varepsilon_{11}^{(1)} + \sigma_{33}^{(1)} \varepsilon_{33}^{(1)}) \eta^{(1)} + (\sigma_{11}^{(2)} \varepsilon_{11}^{(2)} + \sigma_{33}^{(2)} \varepsilon_{33}^{(2)}) \eta^{(2)} = \sigma_{11} \varepsilon_{11} \quad (\text{E 2.20})$$

(E 2.14) , (E 2.16) göz önüne alınırsa , (E 2.20)' den

$$\varepsilon_{11} = \varepsilon_{11}^{(1)} = \varepsilon_{11}^{(2)} \quad (\text{E 2.21})$$

olduğu elde edilir ve (E 2.2), (E 2.4) , (E 2.9), (E 2.18), (E 2.20)' den,

$$a_{11}^0 = \frac{1}{\Delta} (c_{11}^{0(1)} \Delta_1 + c_{12}^{0(1)} \Delta_3) = \frac{1}{\Delta} (c_{22}^{0(2)} \Delta_2 + c_{23}^{0(2)} \Delta_4) \quad (\text{E 2.22})$$

bulunur. Eğer ,

$$\varepsilon_{33} = \eta^{(1)} \varepsilon_{33}^{(1)} + \eta^{(2)} \varepsilon_{33}^{(2)} = \varepsilon_{33}^{(1)} = \varepsilon_{33}^{(2)} \quad (\text{E 2.23})$$

$$\varepsilon_{22} = \eta^{(1)} \varepsilon_{22}^{(1)} + \eta^{(2)} \varepsilon_{22}^{(2)}$$

eşitlikleri göz önüne alınırsa , yukarıdakilerden

$$a_{13}^0 = \frac{1}{\Delta} (c_{12}^{0(1)} \Delta_1 + c_{22}^{0(1)} \Delta_3) = \frac{1}{\Delta} (c_{23}^{0(2)} \Delta_2 + c_{23}^{0(2)} \Delta_4) \quad (\text{E 2.24})$$

$$a_{12}^0 = \frac{1}{\Delta} \left[\eta^{(1)} (c_{12}^{0(1)} \Delta_1 + c_{23}^{0(1)} \Delta_3) + \eta^{(2)} (c_{12}^{0(2)} \Delta_2 + c_{23}^{0(2)} \Delta_4) \right]$$

elde edilir.

Yapılan işlemleri Şekil E 2.1 , Şekil E 2.2' de gösterilen elemanların ox_1 eksenini yönünde değil, ox_3 eksenini yönünde aynı düzgün yayılı p yüküyle yüklenmesi hali için yani,

$$\sigma_{11}^{(1)} \eta^{(1)} + \sigma_{11}^{(2)} \eta^{(2)} = 0; \quad \sigma_{33}^{(1)} \eta^{(1)} + \sigma_{33}^{(2)} \eta^{(2)} = \sigma_{33} = p \quad (\text{E 2.25})$$

işlemler aynı şekilde tekrarlanarak,

$$a_{33}^0 = \frac{1}{\Delta} (c_{12}^{0(1)} \Delta'_1 + c_{22}^{0(1)} \Delta'_3) = \frac{1}{\Delta} (c_{23}^{0(2)} \Delta'_2 + c_{23}^{0(2)} \Delta'_4) \quad (\text{E 2.26})$$

$$a_{23}^0 = \frac{1}{\Delta} \left[\eta^{(2)} (c_{12}^{0(2)} \Delta'_2 + c_{23}^{0(2)} \Delta'_4) + \eta^{(1)} (c_{12}^{0(1)} \Delta'_1 + c_{23}^{0(1)} \Delta'_3) \right]$$

olduğu bulunur. Burada,

$$\begin{aligned} \Delta'_1 &= \det \begin{vmatrix} 0 & \eta^{(2)} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & \eta^{(1)} & \eta^{(2)} \\ 0 & -c_{22}^{0(2)} & c_{12}^{0(1)} & -c_{23}^{0(2)} \\ 0 & -c_{23}^{0(2)} & c_{22}^{0(1)} & -c_{23}^{0(2)} \end{vmatrix} ; \Delta'_2 = \det \begin{vmatrix} \eta^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \eta^{(1)} & \eta^{(2)} \\ c_{11}^{0(1)} & 0 & c_{12}^{0(1)} & -c_{23}^{0(2)} \\ c_{12}^{0(1)} & 0 & c_{22}^{0(1)} & -c_{23}^{0(2)} \end{vmatrix} \\ \Delta'_3 &= \det \begin{vmatrix} \eta^{(1)} & \eta^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \eta^{(2)} \\ c_{11}^{0(1)} & -c_{22}^{0(2)} & 0 & -c_{23}^{0(2)} \\ c_{12}^{0(1)} & -c_{23}^{0(2)} & 0 & -c_{23}^{0(2)} \end{vmatrix} ; \Delta'_4 = \det \begin{vmatrix} \eta^{(1)} & \eta^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta^{(1)} & 1 \\ c_{11}^{0(1)} & -c_{22}^{0(2)} & c_{12}^{0(1)} & 0 \\ c_{12}^{0(1)} & -c_{23}^{0(2)} & c_{22}^{0(1)} & 0 \end{vmatrix} \end{aligned} \quad (E 2.27)$$

biçimindedir.

Bu durumda, Şekil E 2.1 ve Şekil E 2.2' de gösterilen elemanlarda,

$$\sigma_{22} = p, \sigma_{ij} = 0 \quad (i = j \neq 2) \quad (E 2.28)$$

$$\sigma_{11}^{(1)} \eta^{(1)} + \sigma_{11}^{(2)} \eta^{(2)} = 0; \quad \sigma_{33}^{(1)} \eta^{(1)} + \sigma_{33}^{(2)} \eta^{(2)} = 0; \quad \sigma_{22}^{(1)} = \sigma_{22}^{(2)} = p; \quad \sigma_{ij}^{(k)} = 0 \quad (i \neq j, k = 1, 2) \quad (E 2.29)$$

gerilme dağılımları oluşmaktadır. Bu durumda da (E 2.12) ve (E 2.16)'nın doğru olduğu ve (E 2.2), (E 2.4), (E 2.9), (E 2.23) ifadeleri de gözönüne alınarak, yukarıdaki işlemlerin benzeri olan işlemler yapılırsa, a_{22}^0 için;

$$a_{22}^0 = \frac{1}{\Delta} \left[\eta^{(1)} \left(c_{12}^{0(1)} \bar{\Delta}_1 + c_{22}^{0(1)} + c_{23}^{0(1)} \bar{\Delta}_3 \right) + \eta^{(2)} \left(c_{12}^{0(2)} \bar{\Delta}_2 + c_{22}^{0(2)} + c_{23}^{0(2)} \bar{\Delta}_4 \right) \right] \quad (E 2.30)$$

elde edilir. Burada,

$$\bar{\Delta}_1 = \det \begin{vmatrix} 0 & \eta^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta^{(1)} & \eta^{(2)} \\ c_{12}^{0(2)} & -c_{12}^{0(1)} & -c_{22}^{0(2)} & c_{12}^{0(1)} \\ c_{23}^{0(2)} & -c_{23}^{0(1)} & -c_{23}^{0(2)} & c_{22}^{0(1)} \end{vmatrix} ; \bar{\Delta}_2 = \det \begin{vmatrix} \eta^{(1)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta^{(1)} & \eta^{(2)} \\ c_{11}^{0(1)} & c_{12}^{0(2)} & -c_{12}^{0(1)} & c_{12}^{0(1)} \\ c_{12}^{0(1)} & c_{23}^{0(2)} & -c_{23}^{0(1)} & c_{22}^{0(1)} \end{vmatrix} ;$$

$$\bar{\Delta}_3 = \det \begin{vmatrix} \eta^{(1)} & \eta^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \eta^{(2)} \\ c_{11}^{0(1)} & -c_{22}^{0(2)} & c_{12}^{0(2)} & -c_{12}^{0(1)} \\ c_{12}^{0(1)} & -c_{23}^{0(2)} & c_{23}^{0(2)} & -c_{23}^{0(1)} \end{vmatrix}; \bar{\Delta}_4 = \det \begin{vmatrix} \eta^{(1)} & \eta^{(2)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \eta^{(1)} & 0 \\ c_{11}^{0(1)} & -c_{22}^{0(2)} & c_{12}^{0(1)} & c_{12}^{0(2)} \\ c_{12}^{0(1)} & -c_{23}^{0(2)} & c_{22}^{0(1)} & c_{23}^{0(2)} \end{vmatrix} \quad (E 2.31)$$

biçimindedir.

Belirtmek gerekir ki, (E 2.25) durumu kullanılarak elde edilen a_{13}^0 değeri ve (E 2.28), (E 2.29) durumları kullanılarak elde edilen a_{12}^0 ve a_{23}^0 değerleri, bu sabitlerin (E 2.24), (E 2.26)' da karşı gelen değerlerinin aynısı olmaktadır. Böylece, a_{ij}^0 ($i, j = 1, 2, 3$) değerleri (E 2.19), (E 2.22), (E 2.24), (E 2.26), (E 2.27), (E 2.30), (E 2.31) formülleri yardımıyla bulunur. A_{ij}^0 ($i, j = 1, 2, 3$) değerleri,

$$A_{ij}^0 = \frac{D(a_{ij}^0)}{\det \|a_{ij}^0\|}, \quad i, j = 1, 2, 3 \quad (E 2.32)$$

formülünden elde edilir. Burada $D(a_{ij}^0)$, $\|a_{ij}^0\|$ matrisinin a_{ij}^0 elemanına karşı gelen kofaktörüdür.

Şekil E 2.1 ve Şekil E 2.2' de gösterilen elemanlardaki

$$I. \quad \sigma_{12}^{(1)} = \sigma_{12}^{(2)} = \tau, \quad \sigma_{ij}^{(k)} = \delta_i^1 \delta_j^2; \quad \sigma_{12} = \tau; \quad \sigma_{ij} = \delta_i^1 \delta_j^2 \quad (E 2.33)$$

$$II. \quad \sigma_{13}^{(1)} = \sigma_{13}^{(2)} = \tau, \quad \sigma_{ij}^{(k)} = \delta_i^1 \delta_j^3; \quad \sigma_{13} = \tau; \quad \sigma_{ij} = \delta_i^1 \delta_j^3 \quad (E 2.34)$$

$$III. \quad \sigma_{23}^{(1)} = \sigma_{23}^{(2)} = \tau, \quad \sigma_{ij}^{(k)} = \delta_i^2 \delta_j^3; \quad \sigma_{23} = \tau; \quad \sigma_{ij} = \delta_i^2 \delta_j^3 \quad (E 2.35)$$

gerilme durumları ayrı ayrı incelenirse ve

$$\varepsilon_{ij} = \eta^{(1)} \varepsilon_{ij}^{(1)} + \eta^{(2)} \varepsilon_{ij}^{(2)}, \quad i \neq j \quad (E 2.36)$$

ifadesi kullanılırsa, bu durumda

$$A_{66}^0 = \left[2 \left(\frac{\eta^{(2)}}{C_{22}^{0(2)} - C_{12}^{0(2)}} + \frac{\eta^{(1)}}{2C_{66}^{0(1)}} \right) \right]^{-1}$$

$$A_{55}^0 = \left[2 \left(\frac{\eta^{(2)}}{2C_{55}^{0(2)}} + \frac{\eta^{(1)}}{C_{22}^{0(1)} - C_{23}^{0(1)}} \right) \right]^{-1}; \quad A_{44}^0 = \left[\frac{\eta^{(2)}}{C_{55}^{0(2)}} + \frac{\eta^{(1)}}{C_{66}^{0(1)}} \right]^{-1} \quad (\text{E 2.37})$$

kolayca elde edilir. Böylece, ele alınan levhalı kompozitin araştırılan durumundaki Şekil E 1.1' de gösterilen II. etapdaki normalize edilmiş mekanik özellikleri yani, (E 2.8) ve (E 2.9) bünye denklemlerindeki anizotropi sabitleri, bu kompoziti oluşturan ayrı ayrı levhaların hacim oranlarına ve mekanik özelliklerine bağlı olarak bulunur. Eğer, (E 2.5) ve (E 2.6)' ya dahil olan $E_{11}^{(k)}, K_{23}^{(k)}, \mu_{23}^{(k)}, \mu_{12}^{(k)}, \nu_{12}^{(k)}$ ($k = 1, 2$) değerlerinin (E 1.4)' le verilen uygun gelen ifadelerinde, üst (k) indisini ilave ederek ve alt F indisli sabitler uygun alt M indisli sabitlere eşit alınırsa, o zaman yukarıda bulunan A_{ij}^0 değerleri, biri diğerini tekrarlayan, izotrop ve homojen malzemeden yapılan iki tür levhadan oluşan kompozitin normalize edilmiş mekanik özellikleri olurlar.

EK. 3. SAYISAL SONUÇLARIN ELDE EDİLMESİNDE KULLANILAN PROGRAMLARDAN BAZI ÖRNEKLER

Bu kısımda örnek olarak, iki boyutlu sınırdeğer problemlerinden Problem 2 'nin sayısal incelenmesinde kullanılan programlar verilmektedir. Bu programlarda bulunan *file*'lerin yaptığı işlemleri ve diğer problemlerin incelenmesinde, bu programlar üzerinde yapılması gereken bazı değişiklikler aşağıda açıklanmaktadır.

AXINTN.FOR: Bu *file*'da her bir sonlu eleman için, (3.26) formülü ile verilen rijitlik K_{ij}^k matrisinin bileşenleri hesaplanmakta ve sonuçlar *exkkb.dat* dosyasına yazılmaktadır. *abn.dat* dosyasından ise, (bu data dosyasını oluşturan program çok basit olduğundan burada verilmemiştir) her bir eleman için Şekil 3.2' de gösterilen α, β parametreleri olan eleman boyutlarını, -dolayısıyla nodların koordinatlarının belirlenmesi için gereken boyutları- malzeme yapısında olan eğrilikleri karakterize eden parametrelerin değerlerini okumaktadır. Burada, verilen programlarda ele alınan sonlu elemanların ox_2 yönündeki boyutları sabit olarak alınmaktadır. Bu programda (15-34) numaralı satırlarda Gauss noktaları ve ağırlık katsayıları verilmektedir. (40-186) numaralı satırlardaki işlemlerle, ele alınan kompozit malzemenin ideal durumda normalize edilmiş mekanik özellikleri, yani A_{ij}^0 sabitleri hesaplanmaktadır. (208) numaralı satırda ise, malzeme yapısındaki periyodik eğrilik ((3.45) formülü) verilmektedir. Bu satırda yazılan ifadeyi, (3.49) formülünü ifade eden işlemle yer değiştirilirse, o zaman "yerel eğrilik" durumuna bakılabilir. (209-219) satırlarında, (2.24)-(2.26)' dan elde edilen $A_{ij}(x_1)$ fonksiyonlarının hesaplanması işlemleri yapılmaktadır. (222-239) numaralı satırlarda ise, şekil fonksiyonlarının koordinatlara göre türevleri gösterilmektedir. Bu *file*' in diğer satırlarındaki işlemlerin yorumları açıktır.

SFLAGDIF.FOR: (3.22) denklemindeki, (3.24) formülü ile bulunan K rijitlik matrisinin bileşenlerini hesaplar. Burada, *ad* matrisi; band biçimindeki K matrisinin köşegen bileşenlerini, *u* matrisi; söz konusu köşegeninin üstünde bulunan bileşenlerini göstermektedir. Bundan başka (3.22) denklemlerinin çözümünde, Matrisi Çarpanlarına Ayırma Yöntemi'nin kullanılması için gereken *jd* matrisinin bileşenlerinin hesaplanması da bu *file*'da verilmektedir. (3.22) denklemindeki *r* matrisinin bileşenleri ise, bu *file*' daki *hff* alt programında bulunmaktadır.

SFLAG4F.FOR : Bu file'da (3.22) denklemleri, matrisi çarpanlara ayırma yöntemi kullanılarak çözülür ve elde edilen sonuçlar *sfse22b.dat* dosyasına yazılır. Belirtmek gerekir ki, bu file'daki *datri*, *dasol* alt programları ve bunların çalışması için gereken diğer alt programlar (*dot*, *dredu*, *saxpb*) Zienkiewicz and Taylor (1989)' dan, üzerinde bazı değişiklikler yapılarak kullanılmıştır.

SIGINT.FOR, SIGINT1.FOR, SIGINT2.FOR, SIGINT4.FOR : Bu programlar (3.34), (3.35) denklemlerinin oluşturulması ve çözülmesi işlemlerini yapmaktadır. Son üç file her bir σ_{ij} için ayrı ayrı sırasıyla çalıştırılmaktadır.

ZZHATA.FOR : Bu file'da (3.39)-(3.44) formülleriyle verilen hata hesapları yapılmaktadır. Bu durumda η , $\bar{e}_M$ ve δ_i değerleri hesaplanır. $\delta_i < \delta_0$ koşulunu (δ_0 ' a problemlere uygun farklı değerler verilebilir, örneğin Problem 1. için $\delta_0 = 0.5$ olarak alınmıştır) sağlamayan elemanların numaraları belirlenir. Bundan sonra *abn.dat* dosyasında bu elemanların boyutları bilinen kurallarla (örneğin Zienkiewicz and Taylor, 1989, verildiği gibi) küçültülür ve çözüm işlemleri yeni baştan tekrar edilir.

UVX1.FOR : Bu file'da ise, ele alınan yapı elemanının x_1 veya x_2 ' ye göre keyfi kesitinde gerilme dağılımları hesaplanır.

Tez' de bulunan grafikler, **UVX1.FOR** (örneğin *s12.dat*) ve **SFLAG4F.FOR**' da (örneğin *sfse22b.dat*) hazırlanan dosyalardaki dataların kullanılmasıyla, *grapher* grafik programı yardımıyla elde edilmiştir.

Yukarıda adı geçen file'ların tez' de araştırılan diğer iki boyutlu problemler için uygulanması, bu file'lardaki bazı kısımların uygun değişiklikleri ile yapılır. Belirtelim ki, üç boyutlu problemlerin incelenmesinde, kullanılan file'lar ise, IV. Bölümde adı geçen bir çok gerekli ilave işlemleri yapacak programların eklenmesi ve mevcut file'ların geliştirilmesiyle elde edilir.

C **** AXINTN.FOR ****

```

1  implicit real*8(a-h,k,o-z)
2  dimension w(10),h(10)
3  dimension kk(9,9,2,2,20),snx(9),sny(9)
4  dimension bb(20),aa(4)
5  open (1,file='exkkb.dat')
6  open (2,file='abn.dat')
7  read(2,*)n,m
8  do 67 i=1,m-1
9 67  read(2,*)aa(i)
10  do 6 i=1,n-1
11 6  read(2,*)bb(i)
12  read(2,*)e
13  read(2,*)as
14  read(2,*)del,elam,ep
15  h(1)=0.066671
16  h(2)=0.149451
17  h(3)=0.219086
18  h(4)=0.269266
19  h(5)=0.295524
20  h(6)=0.295524
21  h(7)=0.269266
22  h(8)=0.219086
23  h(9)=0.149451
24  h(10)=0.066671
25  w(1)=0.973906
26  w(2)=0.865063
27  w(3)=0.679409
28  w(4)=0.433395
29  w(5)=0.148874
30  w(6)=w(5)
31  w(7)=w(4)
32  w(8)=w(3)
33  w(9)=w(2)
34  w(10)=w(1)
35  pr=4.d0*datan(1.d0)
36  ik=1
37  ee=1
38  p1=0.4
39  p2=0.21
c  x1 yönünde lifli levhadaki hacim oranları
40  et1=0.5
41  et2=0.5
42  fk2=e/(3.*(1.-2.*p2))
43  fk1=1./(3.*(1.-2.*p1))
44  fm2=e/(2.*(1.+p2))
45  fm1=1./(2.*(1.+p1))
46  fe11=et2*e+et1+(4.*et2*et1*(p2-p1)**2*fm1)/(et1*
1  fm1*(fk2+fm2/3.))+et2*fm1/(fk1+fm1/3.))+1.)
47  fm12=et1*p1+et2*p2+et2*et1*(p2-p1)*(fm1/(fk1+fm1/3.))-
1  fm1/(fk2-fm2/3.))/(et1*fm1/(fk2+fm2/3.))+et2*fm1/(fk1+
2  fm1/3.))+1.)
48  fk23=fk1+fm1/3.+et2*(fk2-fk1+(fm2-fm1)/3.)/(1.+
1  et1/(fk1+4.*fm1/3.)*(fk2-fk1+(fm2-fm1)/3.))
49  fm12=fm1*(fm2*(1.+et2)+fm1*et1)/(fm2*et1+fm1*(1.+et2))
50  fm23=fm1*(1.+et2*(fm2-fm1)/(fm1+(fk1+7.*fm1/3.)/
1  (2.*fk1+8.*fm1/3.)*(fm2-fm1)))
51  a11=fe11+4.*fm12**2*fk23
52  a12=2.*fk23*fm12
53  a22=fm23+fk23
54  a23=-fm23+fk23
55  a66=fm12
56  a13=a12
57  a33=a22
58  a44=a66
59  a55=fm23
c  x3 yönündeki lifli levhadaki hacim oranları
60  et1=0.5
61  et2=0.5
62  fk2=e/(3.*(1.-2.*p2))
63  fk1=1./(3.*(1.-2.*p1))
64  fm2=e/(2.*(1.+p2))
65  fm1=1./(2.*(1.+p1))
66  fe11=et2*e+et1+(4.*et2*et1*(p2-p1)**2*fm1)/(et1*
1  fm1*(fk2+fm2/3.))+et2*fm1/(fk1+fm1/3.))+1.)
67  fm12=et1*p1+et2*p2+et2*et1*(p2-p1)*(fm1/(fk1+fm1/3.))-
1  fm1/(fk2-fm2/3.))/(et1*fm1/(fk2+fm2/3.))+et2*fm1/(fk1+
2  fm1/3.))+1.)
68  fk23=fk1+fm1/3.+et2*(fk2-fk1+(fm2-fm1)/3.)/(1.+
1  et1/(fk1+4.*fm1/3.)*(fk2-fk1+(fm2-fm1)/3.))
69  fm12=fm1*(fm2*(1.+et2)+fm1*et1)/(fm2*et1+fm1*(1.+et2))
70  fm23=fm1*(1.+et2*(fm2-fm1)/(fm1+(fk1+7.*fm1/3.)/
1  (2.*fk1+8.*fm1/3.)*(fm2-fm1)))
71  a110=fe11+4.*fm12**2*fk23
72  a120=2.*fk23*fm12
73  a220=fm23+fk23
74  a230=-fm23+fk23
75  a660=fm12
76  a130=a120
77  a330=a220
78  a440=a660
79  a550=fm23
80  b33=a110
81  b23=a120
82  b11=a220
83  b22=a220
84  b12=a230
85  b55=a660
86  b44=a660
87  b66=(a220-a230)/2.
88  b13=a120
89  b33=a110*ee
90  b23=a120*ee
91  b11=a220*ee
92  b22=a220*ee
93  b12=a230*ee
94  b55=a660*ee
95  b44=a660*ee
96  b66=(a220-a230)/2.*ee
97  b13=a120*ee
c  levhalı kompozit malz. hacim oran
98  et1=0.5
99  et2=0.5
100  a44=et1*a44+et2*b44
101  a55=1./(et1/a55+et2/b55)
102  a66=1./(et1/a66+et2/b66)

```

```

103  det2=a11*a22**2+a12**2*a23*2.-a12**2*a22-a23**2*a11-
1  a12**2*a22
104  det1=b22**2*b33+b23**2*b12+b23**2*b12-b22*b23**2-
1  b23**2*b22-b12**2*b33
105  det21=a22**2-a23**2
106  det22=a12*a23-a12*a22
107  det23=a12*a23-a12*a22
108  det11=b22*b33-b23**2
109  det12=b23**2-b12*b33
110  det13=b12*b23-b23*b22
111  c11=det21/det2
112  c21=det22/det2
113  c31=det23/det2
114  p11=det11/det1
115  p21=det12/det1
116  p31=det13/det1
117  det24=a12*a23-a12*a22
118  det25=a11*a22-a12**2
119  det26=-a23*a11+a12*a12
120  c12=det24/det2
121  c22=det25/det2
122  c32=det26/det2
123  det27=a12*a23-a12*a22
124  det28=a12**2-a11*a23
125  det29=a11*a22-a12**2
126  c13=det27/det2
127  c23=det28/det2
128  c33=det29/det2
129  det14=b23**2-b12*b33
130  det15=b22*b33-b23**2
131  det16=b12*b23-b22*b23
132  p12=det14/det1
133  p22=det15/det1
134  p32=det16/det1
135  det17=b12*b23-b22*b23
136  det18=b12*b23-b23*b22
137  det19=b22**2-b12**2
138  p13=det17/det1
139  p23=det18/det1
140  p33=det19/det1
141  al12=(p11*(c22*et1+p33*et2)-p23*(c12*et1+p23*et2))/
& ((c11*et1+p11*et2)*(c22*et1+p33*et2)-(c12*et1+p23*et2)*
& (c12*et1+p23*et2))
142  al11=(1.-et2*al12)/et1
143  al32=(p11-(c11*et1+p11*et2)*al12)/(c12*et1+p23*et2)
144  al31=-et2/et1*al32
145  d11=p11*al11+p23*al31
146  d110=c11*al12+c12*al32
147  d12=(p12*et1*al11+p23*et1*al31+et2*c12*al12+c23*et2*al32)
148  d13=p23*al11+p33*al31
149  d130=c12*al12+c22*al32
150  h1=-((c11*et1+p11*et2)*(p23-c23)-(p12-c12)*(c12*et1+
& p23*et2))/((c12*et1+p23*et2)*(p23-c23)-(c22*et1+
& p33*et2)*(p12-c12))
151  q12=et1*(p12-c12)/(c11*et1+p11*et2+h1*(c12*et1+p23*et2))
152  d12=-et2/et1*q12*p11+p12-et2/et1*h1*q12*p23
153  d120=c11*q12+c12+c12*h1*q12
154  d120=c11*q12+c12+c12*h1*q12
155  d22=(-et2/et1*q12*p12+p22-et2/et1*h1*q12*p23)*et1+
& et2*(c12*q12+c22+c23*h1*q12)
156  d23=-et2/et1*q12*p23+p23-et2/et1*h1*q12*p33
157  d230=c12*q12+c23+c22*h1*q12
158  d230=c12*q12+c23+c22*h1*q12
159  r12=(p23*(c22*et1+p33*et2)-p33*(c12*et1+p23*et2))/
& ((c11*et1+p11*et2)*(c22*et1+p33*et2)-(c12*et1+
& p23*et2)*(c12*et1+p23*et2))
160  r32=(p23-(c11*et1+p11*et2)*r12)/(c12*et1+p23*et2)
161  r11=-et2/et1*r12
162  r31=-et2/et1*r32+1./et1
163  d13=p11*r11+p23*r31
164  d130=c11*r12+c12*r32
165  d23=(p12*r11+p23*r31)*et1+(c12*r12+c23*r32)*et2
166  d33=p23*r11+p33*r31
167  d330=c12*r12+c22*r32
168  fet=d11*d22*d33+d12*d23*d13*2-d22*d13**2-d23**2*d11
1  -d12**2*d33
169  fet11=d22*d33-d23**2
170  fet21=d23*d13-d12*d33
171  fet31=d12*d23-d22*d13
172  a11=fet11/fet
173  a21=fet21/fet
174  a31=fet31/fet
175  fet12=d23*d13-d12*d33
176  fet22=d11*d33-d13**2
177  fet32=d13*d12-d11*d23
178  a12=fet12/fet
179  a22=fet22/fet
180  a32=fet32/fet
181  fet13=d12*d23-d22*d13
182  fet23=d12*d13-d11*d23
183  fet33=d11*d22-d12**2
184  a13=fet13/fet
185  a23=fet23/fet
186  a33=fet33/fet
187  a=aa(1)
188  do 2 ij1=1,9
189  do 2 ij2=1,9
190  do 2 m=1,n-1
191  kk(ij1,ij2,1,1,m)=0
192  kk(ij1,ij2,1,2,m)=0
193  kk(ij1,ij2,2,1,m)=0
194  kk(ij1,ij2,2,2,m)=0
195  b=bb(m)
196  do 1 i1=1,10
197  t1=0
198  t2=0
199  t3=0
200  t4=0
201  do 3 i2=1,10
202  do 4 i=1,m
203  bt=0
204  do 49 j=1,i-1,1
205  49  bt=bt+2.*bb(j)
206  42  x1=w(i2)*bb(i)+bb(i)+bt
207  y1=w(i1)*a+a
208  ax=(pi*dcos(pi*elam*x1/((n-1.)**2.*b)+del))
209  d111=ep*ax
210  c111=1./dsqrt(1.+d111**2)
211  c112=d111*c111
212  c1=c111

```



```

213 c2=cl12
214 a11=a11*c1**4+2.*a12*c1**2*c2**2+a22*c2**4+4.*a66*
1 c1**2*c2**2 255 do 5 ij4=1,2
215 a121=a11*c1**2*c2**2+a12*(c1**4+c2**4)+a22*c1**2*c2**2 256 5 write(1,*)kk(ij1,ij2,ij3,ij4,ij5)
1 -4.*a66*c1**2*c2**2 257 stop
216 a161=a11*c1**3*c2+a12*(c1**3*c2-c1*c2**3)+a22*c1*c2**3 258 end
1 +2.*a66*(c1**3*c2-c1*c2**3)
217 a221=a11*c2**4+2.*a12*c1**2*c2**2+a22*c1**4+4.*a66*
1 c1**2*c2**2
218 a261=a11*c1*c2**3+a12*(-c1**3*c2+c1*c2**3)+a22*c1**3*c2+
1 2.*a66*(-c1**3*c2+c1*c2**3)
219 a661=a11*c1**2*c2**2-2.*a12*c1**2*c2**2+a22*c1**2*c2**2+
1 a66*(c1**4+c2**4-2.*c1**2*c2**2)
220 x=w(12) c **** SFLAGDIF.FOR ****
221 y=w(11)
222 snx(1)=1./(4.*b)*(2.*x-1.)*(y**2-y) 1 implicit real*8(a-h,k,o-z)
223 snx(2)=(2.*x+1.)*(y**2-y)/(4.*b) 2 integer*4 jd
224 snx(3)=(2.*x+1.)*(y**2+y)/(4.*b) 3 dimension k11(2,2,20),k12(2,2,20),k13(2,2,20),k14(2,2,20),
225 snx(4)=(2.*x-1.)*(y**2+y)/(4.*b) 1 k15(2,2,20),k16(2,2,20),k17(2,2,20),k18(2,2,20),k21(2,2,20),
226 snx(5)=-x*(y**2-y)/(b) 1 k22(2,2,20),k23(2,2,20),k24(2,2,20),k25(2,2,20),k26(2,2,20),
227 snx(6)=-x*(y**2-1.)/(2.*b) 2 k27(2,2,20),k28(2,2,20),k31(2,2,20),k32(2,2,20),k33(2,2,20),
228 snx(7)=-x*(y**2+y)/(b) 3 k34(2,2,20),k35(2,2,20),k36(2,2,20),k37(2,2,20),k38(2,2,20),
229 snx(8)=-x*(y**2-1.)/(2.*b) 3 k41(2,2,20),k42(2,2,20),k43(2,2,20),k44(2,2,20),k45(2,2,20),
230 snx(9)=2.*x*(y**2-1.)/b 4 k46(2,2,20),k47(2,2,20),k48(2,2,20)
231 sny(1)=1./(4.*a)*(x**2-x)*(2.*y-1) 4 dimension k51(2,2,20),k52(2,2,20),k53(2,2,20),k54(2,2,20),
232 sny(2)=(x**2+x)*(2.*y-1)/(4.*a) 1 k55(2,2,20),k56(2,2,20),k57(2,2,20),k58(2,2,20),k61(2,2,20),
233 sny(3)=(x**2+x)*(2.*y+1)/(4.*a) 1 k62(2,2,20),k63(2,2,20),k64(2,2,20),k65(2,2,20),k66(2,2,20),
234 sny(4)=(x**2-x)*(2.*y+1)/(4.*a) 2 k67(2,2,20),k68(2,2,20),k71(2,2,20),k72(2,2,20),k73(2,2,20),
235 sny(5)=-x*(y**2-1.)*(2.*y-1.)/(2.*a) 3 k74(2,2,20),k75(2,2,20),k76(2,2,20),k77(2,2,20),k78(2,2,20),
236 sny(6)=-x*(y**2+x)*y/a 3 k81(2,2,20),k82(2,2,20),k83(2,2,20),k84(2,2,20),k85(2,2,20),
237 sny(7)=-x*(y**2-1.)*(2.*y+1.)/(2.*a) 4 k86(2,2,20),k87(2,2,20),k88(2,2,20)
238 sny(8)=-x*(y**2-x)*y/a 5 dimension k19(2,2,20),k29(2,2,20),k39(2,2,20),k49(2,2,20),
239 sny(9)=2.*x*(y**2-1.)*y/a 1 k59(2,2,20),k69(2,2,20),k79(2,2,20),k89(2,2,20),k91(2,2,20),
240 ti1=ti1+h(12)*a111*snx(ij1)*snx(ij2) & k92(2,2,20),k93(2,2,20),k94(2,2,20),k95(2,2,20),
& k96(2,2,20),k97(2,2,20),k98(2,2,20),k99(2,2,20)
1 +h(12)*a161*snx(ij1)*sny(ij2) 6 dimension kk(9,9,2,20)
2 +h(12)*a161*sny(ij1)*snx(ij2) 7 dimension alk(5),a4k(5),a8k(5),b3k(21),b4k(21),b7k(21)
3 +h(12)*a661*sny(ij1)*sny(ij2) 7 dimension a2k(5),a6k(5),a3k(5),f(738)
241 ti2=ti2+h(12)*a121*snx(ij1)*sny(ij2) 8 dimension ad(711),jd(711),aa(4)
1 +h(12)*a161*snx(ij1)*snx(ij2) 9 dimension u(20679)
2 +h(12)*a261*sny(ij1)*sny(ij2) 10 dimension u(20679)
3 +h(12)*a661*sny(ij1)*snx(ij2) 11 open (5,file='abn.dat') 31 k13(i,j,l)=kk(1,3,i,j,l)
242 ti3=ti3+h(12)*a121*sny(ij1)*snx(ij2) 12 open (6,file='qs1.dat') 32 k14(i,j,l)=kk(1,4,i,j,l)
1 +h(12)*a261*sny(ij1)*sny(ij2) 13 open (7,file='qs2.dat') 33 k15(i,j,l)=kk(1,5,i,j,l)
2 +h(12)*a161*snx(ij1)*snx(ij2) 14 open (8,file='exkkb.dat') 34 k16(i,j,l)=kk(1,6,i,j,l)
3 +h(12)*a661*snx(ij1)*sny(ij2) 15 read(5,*)n,m 35 k17(i,j,l)=kk(1,7,i,j,l)
243 ti4=ti4+h(12)*a221*sny(ij1)*sny(ij2) 16 do 99 ii=1,m-1 36 k18(i,j,l)=kk(1,8,i,j,l)
1 +h(12)*a261*sny(ij1)*snx(ij2) 17 99 read(5,*)aa(ii) 37 k19(i,j,l)=kk(1,9,i,j,l)
2 +h(12)*a261*snx(ij1)*sny(ij2) 18 a=aa(1) 38 k21(i,j,l)=kk(2,1,i,j,l)
3 +h(12)*a661*snx(ij1)*snx(ij2) 19 ma=2*(2*n-1)*(2*m-1)-3*(2*m-1)
244 3 continue 20 do 1112 m3=1,n-1
245 kk(ij1,ij2,1,1,in)=kk(ij1,ij2,1,1,in)+h(i1)*ti1*a*b 21 do 1112 um1=1,9
246 kk(ij1,ij2,1,2,in)=kk(ij1,ij2,1,2,in)+h(i1)*ti2*a*b 22 do 1112 um2=1,9
247 kk(ij1,ij2,2,1,in)=kk(ij1,ij2,2,1,in)+h(i1)*ti3*a*b 23 do 1112 in1=1,2
248 kk(ij1,ij2,2,2,in)=kk(ij1,ij2,2,2,in)+h(i1)*ti4*a*b 24 do 1112 in2=1,2
249 1 continue 25 1112 read(8,*)kk(um1,um2,in1,in2,m3)
250 2 continue 26 do 1113 l=1,n-1
251 do 5 ij5=1,n-1 27 do 1113 i=1,2
252 do 5 ij1=1,9 28 do 1113 j=1,2
253 do 5 ij2=1,9 29 k11(i,j,l)=kk(1,1,i,j,l)
254 do 5 ij3=1,2 30 k12(i,j,l)=kk(1,2,i,j,l)

```



```

39 k22(i,j,l)=kk(2,2,i,j,l)
40 k23(i,j,l)=kk(2,3,i,j,l)
41 k24(i,j,l)=kk(2,4,i,j,l)
42 k25(i,j,l)=kk(2,5,i,j,l)
43 k26(i,j,l)=kk(2,6,i,j,l)
44 k27(i,j,l)=kk(2,7,i,j,l)
45 k28(i,j,l)=kk(2,8,i,j,l)
46 k29(i,j,l)=kk(2,9,i,j,l)
47 k31(i,j,l)=kk(3,1,i,j,l)
48 k32(i,j,l)=kk(3,2,i,j,l)
49 k33(i,j,l)=kk(3,3,i,j,l)
50 k34(i,j,l)=kk(3,4,i,j,l)
51 k35(i,j,l)=kk(3,5,i,j,l)
52 k36(i,j,l)=kk(3,6,i,j,l)
53 k37(i,j,l)=kk(3,7,i,j,l)
54 k38(i,j,l)=kk(3,8,i,j,l)
55 k39(i,j,l)=kk(3,9,i,j,l)
56 k41(i,j,l)=kk(4,1,i,j,l)
57 k42(i,j,l)=kk(4,2,i,j,l)
58 k43(i,j,l)=kk(4,3,i,j,l)
59 k44(i,j,l)=kk(4,4,i,j,l)
60 k45(i,j,l)=kk(4,5,i,j,l)
61 k46(i,j,l)=kk(4,6,i,j,l)
62 k47(i,j,l)=kk(4,7,i,j,l)
63 k48(i,j,l)=kk(4,8,i,j,l)
64 k49(i,j,l)=kk(4,9,i,j,l)
65 k51(i,j,l)=kk(5,1,i,j,l)
66 k52(i,j,l)=kk(5,2,i,j,l)
67 k53(i,j,l)=kk(5,3,i,j,l)
68 k54(i,j,l)=kk(5,4,i,j,l)
69 k55(i,j,l)=kk(5,5,i,j,l)
70 k56(i,j,l)=kk(5,6,i,j,l)
71 k57(i,j,l)=kk(5,7,i,j,l)
72 k58(i,j,l)=kk(5,8,i,j,l)
73 k59(i,j,l)=kk(5,9,i,j,l)
74 k61(i,j,l)=kk(6,1,i,j,l)
75 k62(i,j,l)=kk(6,2,i,j,l)
76 k63(i,j,l)=kk(6,3,i,j,l)
77 k64(i,j,l)=kk(6,4,i,j,l)
78 k65(i,j,l)=kk(6,5,i,j,l)
79 k66(i,j,l)=kk(6,6,i,j,l)
80 k67(i,j,l)=kk(6,7,i,j,l)
81 k68(i,j,l)=kk(6,8,i,j,l)
82 k69(i,j,l)=kk(6,9,i,j,l)
83 k71(i,j,l)=kk(7,1,i,j,l)
84 k72(i,j,l)=kk(7,2,i,j,l)
85 k73(i,j,l)=kk(7,3,i,j,l)
86 k74(i,j,l)=kk(7,4,i,j,l)
87 k75(i,j,l)=kk(7,5,i,j,l)
88 k76(i,j,l)=kk(7,6,i,j,l)
89 k77(i,j,l)=kk(7,7,i,j,l)
90 k78(i,j,l)=kk(7,8,i,j,l)
91 k79(i,j,l)=kk(7,9,i,j,l)
92 k81(i,j,l)=kk(8,1,i,j,l)
93 k82(i,j,l)=kk(8,2,i,j,l)
94 k83(i,j,l)=kk(8,3,i,j,l)
95 k84(i,j,l)=kk(8,4,i,j,l)
96 k85(i,j,l)=kk(8,5,i,j,l)
97 k86(i,j,l)=kk(8,6,i,j,l)
98 k87(i,j,l)=kk(8,7,i,j,l)
99 k88(i,j,l)=kk(8,8,i,j,l)
100 k89(i,j,l)=kk(8,9,i,j,l)
101 k91(i,j,l)=kk(9,1,i,j,l)
102 k92(i,j,l)=kk(9,2,i,j,l)
103 k93(i,j,l)=kk(9,3,i,j,l)
104 k94(i,j,l)=kk(9,4,i,j,l)
105 k95(i,j,l)=kk(9,5,i,j,l)
106 k96(i,j,l)=kk(9,6,i,j,l)
107 k97(i,j,l)=kk(9,7,i,j,l)
108 k98(i,j,l)=kk(9,8,i,j,l)
109 k99(i,j,l)=kk(9,9,i,j,l)
110 1113 continue
111 m1=0
112 iz=2*(2*(2*m-1))
113 do 401 jj=1,n-1
114 j=jj-1
115 ad(m1+1+j*iz)=k55(1,1,jj)
116 ad(m1+2+j*iz)=k55(2,2,jj)
117 m2=m1+2
118 do 61 i=1,m-2
119 ad(m2+1+j*iz)=k99(1,1,jj)
120 ad(m2+2+j*iz)=k99(2,2,jj)
121 ad(m2+3+j*iz)=k55(1,1,jj)+k77(1,1,jj)
122 ad(m2+4+j*iz)=k55(2,2,jj)+k77(2,2,jj)
123 61 m2=m2+4
124 ad(m2+1+j*iz)=k99(1,1,jj)
125 ad(m2+2+j*iz)=k99(2,2,jj)
126 ad(m2+3+j*iz)=k77(1,1,jj)
127 ad(m2+4+j*iz)=k77(2,2,jj)
128 nmnm=m2+4+j*iz
129 401 continue
130 m2=m1+2*(2*m-1)
131 do 100 u=1,n-2
132 ad(m2+1)=k11(1,1,u+1)+k22(1,1,u)
133 ad(m2+2)=k11(2,2,u+1)+k22(2,2,u)
134 m2=m2+2
135 do 62 i=1,m-2
136 ad(m2+1)=k66(1,1,u)+k88(1,1,u+1)
137 ad(m2+2)=k66(2,2,u)+k88(2,2,u+1)
138 ad(m2+3)=k11(1,1,u+1)+k22(1,1,u)+k33(1,1,u)+k44(1,1,u+1)
139 ad(m2+4)=k11(2,2,u+1)+k22(2,2,u)+k33(2,2,u)+k44(2,2,u+1)
140 62 m2=m2+4
141 ad(m2+1)=k66(1,1,u)+k88(1,1,u+1)
142 ad(m2+2)=k66(2,2,u)+k88(2,2,u+1)
143 ad(m2+3)=k33(1,1,u)+k44(1,1,u+1)
144 ad(m2+4)=k33(2,2,u)+k44(2,2,u+1)
145 100 m2=m2+4+2*(2*m-1)
146 c ad in son kısmı
147 m2=nmnm
147 ad(m2+1)=k22(2,2,n-1)
148 m2=m2+1
149 do 462 i=1,m-2
150 ad(m2+1)=k66(2,2,n-1)
151 ad(m2+2)=k22(2,2,n-1)+k33(2,2,n-1)
152 462 m2=m2+2
153 ad(m2+1)=k66(2,2,n-1)
154 ad(m2+2)=k33(2,2,n-1)
155 do 350 i=1,ma
156 350 write(6,*)ad(i)
157 c jd lerin bulunması

```

```

157  jd(1)=0
158  jd(2)=1
159  m1=2
160  do 101 jk=1,m-1
161  jd(m1+1)=jd(m1)+2
162  jd(m1+2)=jd(m1+1)+3
163  jd(m1+3)=jd(m1+2)+4
164  jd(m1+4)=jd(m1+3)+5
165  101 m1=m1+4
166  jd(m1+1)=jd(m1)+2*(2*m-1)
167  jd(m1+2)=jd(m1+1)+2*(2*m-1)+1
168  ik=m1+2
169  do 103 i=1,m-1
170  jd(ik+1)=jd(ik)+2*(2*m-1)+2
171  jd(ik+2)=jd(ik+1)+2*(2*m-1)+3
172  jd(ik+3)=jd(ik+2)+2*(2*m-1)+4
173  jd(ik+4)=jd(ik+3)+2*(2*m-1)+5
174  103 ik=ik+4
175  do 250 j=1,n-3
176  jd(ik+1)=jd(ik)+2*(2*m-1)
177  jd(ik+2)=jd(ik+1)+2*(2*m-1)+1
178  ik=ik+2
179  do 102 il=1,m-1
180  jd(ik+1)=jd(ik)+2*(2*m-1)+2
181  jd(ik+2)=jd(ik+1)+2*(2*m-1)+3
182  jd(ik+3)=jd(ik+2)+2*(2*m-1)+4
183  jd(ik+4)=jd(ik+3)+2*(2*m-1)+5
184  102 ik=ik+4
185  im=ik
186  jd(im+1)=jd(im)+4*(2*m-1)
187  jd(im+2)=jd(im+1)+4*(2*m-1)+1
188  im=im+2
189  do 105 il=1,m-1
190  jd(im+1)=jd(im)+4*(2*m-1)+2
191  jd(im+2)=jd(im+1)+4*(2*m-1)+3
192  jd(im+3)=jd(im+2)+4*(2*m-1)+4
193  jd(im+4)=jd(im+3)+4*(2*m-1)+5
194  105 im=im+4
195  ik=im
196  250 continue
197  jd(ik+1)=jd(ik)+2*(2*m-1)
198  jd(ik+2)=jd(ik+1)+2*(2*m-1)+1
199  ik=ik+2
200  do 106 il=1,m-1
201  jd(ik+1)=jd(ik)+2*(2*m-1)+2
202  jd(ik+2)=jd(ik+1)+2*(2*m-1)+3
203  jd(ik+3)=jd(ik+2)+2*(2*m-1)+4
204  jd(ik+4)=jd(ik+3)+2*(2*m-1)+5
205  106 ik=ik+4
206  jd(ik+1)=jd(ik)+4*(2*m-1)
207  ik=ik+1
208  do 107 il=1,m-1
209  i=il-1
210  jd(ik+1)=jd(ik)+2*(2*m-1-2*i)+1+2*i+2*(2*m-1)
211  jd(ik+2)=jd(ik+1)+2*(2*m-1-2*i)+2+2*i+2*(2*m-1)
212  107 ik=ik+2
213  do 450 i=1,ma
214  450 write(6,*)jd(i)
215  ik=0
216  u(1)=k55(1,2,1)

217  ik=1
218  do 10 i=1,m-1
219  u(1+ik)=k59(1,1,1)
220  u(2+ik)=k59(2,1,1)
221  u(3+ik)=k59(1,2,1)
222  u(4+ik)=k59(2,2,1)
223  u(5+ik)=k99(1,2,1)
224  u(6+ik)=k57(1,1,1)
225  u(7+ik)=k57(2,1,1)
226  u(8+ik)=k97(1,1,1)
227  u(9+ik)=k97(2,1,1)
228  u(10+ik)=k57(1,2,1)
229  u(11+ik)=k57(2,2,1)
230  u(12+ik)=k97(1,2,1)
231  u(13+ik)=k97(2,2,1)
232  u(14+ik)=k55(1,2,1)+k77(1,2,1)
233  10 ik=14+ik
234  u(ik)=k77(1,2,1)
235  c ilk matrisin sonu
236  im3=ik
237  u(im3+1)=k52(1,1,1)
238  u(im3+2)=k52(2,1,1)
239  u(im3+3)=k92(1,1,1)
240  u(im3+4)=k92(2,1,1)
241  u(im3+5)=k72(1,1,1)
242  u(im3+6)=k72(2,1,1)
243  do 211 il=1,2*(2*m-4)
244  211 u(im3+6+il)=0.
245  im3=im3+6+2*(2*m-4)
246  u(im3+1)=k52(1,2,1)
247  u(im3+2)=k52(2,2,1)
248  u(im3+3)=k92(1,2,1)
249  u(im3+4)=k92(2,2,1)
250  u(im3+5)=k72(1,2,1)
251  u(im3+6)=k72(2,2,1)
252  do 23 il=1,2*(2*m-4)
253  23 u(im3+6+il)=0.
254  u(im3+7+2*(2*m-4))=k11(1,2,2)+k22(1,2,1)
255  im4=im3+7+2*(2*m-4)
256  ikm=im4
257  do 150 u=1,m-2
258  i=u-1
259  u(im4+1)=k56(1,1,1)
260  u(im4+2)=k56(2,1,1)
261  u(im4+3)=k96(1,1,1)
262  u(im4+4)=k96(2,1,1)
263  u(im4+5)=k76(1,1,1)
264  u(im4+6)=k76(2,1,1)
265  do 25 il=1,2*(2*m-4)
266  25 u(im4+6+il)=0
267  u(im4+7+2*(2*m-4))=k26(1,1,1)+k18(1,1,2)
268  u(im4+8+2*(2*m-4))=k26(2,1,1)+k18(2,1,2)
269  im4=im4+8+2*(2*m-4)
270  u(im4+1)=k56(1,2,1)
271  u(im4+2)=k56(2,2,1)
272  u(im4+3)=k96(1,2,1)
273  u(im4+4)=k96(2,2,1)
274  u(im4+5)=k76(1,2,1)
275  u(im4+6)=k76(2,2,1)
276  do 252 il=1,2*(2*m-4)

```

```

276 252 u(im4+6+il)=0
277 u(im4+7+2*(2*m-4))=k26(1,2,1)+k18(1,2,2)
278 u(im4+8+2*(2*m-4))=k26(2,2,1)+k18(2,2,2)
279 u(im4+9+2*(2*m-4))=k66(1,2,1)+k88(1,2,2)
280 im5=im4+9+2*(2*m-4)
281 u(im5+1)=k53(1,1,1)
282 u(im5+2)=k53(2,1,1)
283 u(im5+3)=k93(1,1,1)
284 u(im5+4)=k93(2,1,1)
285 u(im5+5)=k73(1,1,1)+k52(1,1,1)
286 u(im5+6)=k73(2,1,1)+k52(2,1,1)
287 u(im5+7)=k92(1,1,1)
288 u(im5+8)=k92(2,1,1)
289 u(im5+9)=k72(1,1,1)
290 u(im5+10)=k72(2,1,1)
291 do 27 il=1,2*(2*m-6),1
292 27 u(im5+10+il)=0
293 u(im5+11+2*(2*m-6))=k23(1,1,1)+k14(1,1,2)
294 u(im5+12+2*(2*m-6))=k23(2,1,1)+k14(2,1,2)
295 u(im5+13+2*(2*m-6))=k84(1,1,2)+k63(1,1,1)
296 u(im5+14+2*(2*m-6))=k84(2,1,2)+k63(2,1,1)
297 im5=im5+14+2*(2*m-6)
298 u(im5+1)=k53(1,2,1)
299 u(im5+2)=k53(2,2,1)
300 u(im5+3)=k93(1,2,1)
301 u(im5+4)=k93(2,2,1)
302 u(im5+5)=k73(1,2,1)+k52(1,2,1)
303 u(im5+6)=k73(2,2,1)+k52(2,2,1)
304 u(im5+7)=k92(1,2,1)
305 u(im5+8)=k92(2,2,1)
306 u(im5+9)=k72(1,2,1)
307 u(im5+10)=k72(2,2,1)
308 do 277 il=1,2*(2*m-6)
309 277 u(im5+10+il)=0
310 u(im5+11+2*(2*m-6))=k23(1,2,1)+k14(1,2,2)
311 u(im5+12+2*(2*m-6))=k23(2,2,1)+k14(2,2,2)
312 u(im5+13+2*(2*m-6))=k84(1,2,2)+k63(1,2,1)
313 u(im5+14+2*(2*m-6))=k84(2,2,2)+k63(2,2,1)
314 u(im5+15+2*(2*m-6))=k11(1,2,2)+k22(1,2,1)+
1 k33(1,2,1)+k44(1,2,2)
315 im4=im5+15+2*(2*m-6)
316 150 continue
317 u(im4+1)=k56(1,1,1)
318 u(im4+2)=k56(2,1,1)
319 u(im4+3)=k96(1,1,1)
320 u(im4+4)=k96(2,1,1)
321 u(im4+5)=k76(1,1,1)
322 u(im4+6)=k76(2,1,1)
323 do 555 il=1,2*(2*m-4)
324 555 u(im4+6+il)=0
325 u(im4+7+2*(2*m-4))=k26(1,1,1)+k18(1,1,2)
326 u(im4+8+2*(2*m-4))=k26(2,1,1)+k18(2,1,2)
327 im4=im4+8+2*(2*m-4)
328 u(im4+1)=k56(1,2,1)
329 u(im4+2)=k56(2,2,1)
330 u(im4+3)=k96(1,2,1)
331 u(im4+4)=k96(2,2,1)
332 u(im4+5)=k76(1,2,1)
333 u(im4+6)=k76(2,2,1)
334 do 5552 il=1,2*(2*m-4)
335 5552 u(im4+6+il)=0
336 u(im4+7+2*(2*m-4))=k26(1,2,1)+k18(1,2,2)
337 u(im4+8+2*(2*m-4))=k26(2,2,1)+k18(2,2,2)
338 u(im4+9+2*(2*m-4))=k66(1,2,1)+k88(1,2,2)
339 im5=im4+9+2*(2*m-4)
340 u(im5+1)=k53(1,1,1)
341 u(im5+2)=k53(2,1,1)
342 u(im5+3)=k93(1,1,1)
343 u(im5+4)=k93(2,1,1)
344 u(im5+5)=k73(1,1,1)
345 u(im5+6)=k73(2,1,1)
346 do 557 il=1,2*(2*m-4)
347 557 u(im5+6+il)=0
348 u(im5+7+2*(2*m-4))=k23(1,1,1)+k14(1,1,2)
349 u(im5+8+2*(2*m-4))=k23(2,1,1)+k14(2,1,2)
350 u(im5+9+2*(2*m-4))=k84(1,1,2)+k63(1,1,1)
351 u(im5+10+2*(2*m-4))=k84(2,1,2)+k63(2,1,1)
352 im5=im5+10+2*(2*m-4)
353 u(im5+1)=k53(1,2,1)
354 u(im5+2)=k53(2,2,1)
355 u(im5+3)=k93(1,2,1)
356 u(im5+4)=k93(2,2,1)
357 u(im5+5)=k73(1,2,1)
358 u(im5+6)=k73(2,2,1)
359 do 5577 il=1,2*(2*m-4)
360 5577 u(im5+6+il)=0
361 u(im5+7+2*(2*m-4))=k23(1,2,1)+k14(1,2,2)
362 u(im5+8+2*(2*m-4))=k23(2,2,1)+k14(2,2,2)
363 u(im5+9+2*(2*m-4))=k84(1,2,2)+k63(1,2,1)
364 u(im5+10+2*(2*m-4))=k84(2,2,2)+k63(2,2,1)
365 u(im5+11+2*(2*m-4))=k33(1,2,1)+k44(1,2,2)
366 im4=im5+11+2*(2*m-4)
367 imml=im4
368 ml=imml
369 iz=12*(2*m-1)+2+(m-1)*(24*(2*m-1)+28)
370 do 5200 ij=1,n-2
371 r=ij-1
372 u(ml+1+i*iz)=k15(1,1,ij+1)
373 u(ml+2+i*iz)=k15(2,1,ij+1)
374 u(ml+3+i*iz)=k85(1,1,ij+1)
375 u(ml+4+i*iz)=k85(2,1,ij+1)
376 u(ml+5+i*iz)=k45(1,1,ij+1)
377 u(ml+6+i*iz)=k45(2,1,ij+1)
378 do 511 ik=1,2*(2*m-4)
379 511 u(ml+6+i*iz+ik)=0
380 u(ml+7+2*(2*m-4)+i*iz)=k15(1,2,ij+1)
381 u(ml+8+2*(2*m-4)+i*iz)=k15(2,2,ij+1)
382 u(ml+9+2*(2*m-4)+i*iz)=k85(1,2,ij+1)
383 u(ml+10+2*(2*m-4)+i*iz)=k85(2,2,ij+1)
384 u(ml+11+2*(2*m-4)+i*iz)=k45(1,2,ij+1)
385 u(ml+12+2*(2*m-4)+i*iz)=k45(2,2,ij+1)
386 do 512 ik=1,2*(2*m-4)
387 512 u(ml+12+2*(2*m-4)+i*iz+ik)=0
388 u(ml+13+4*(2*m-4)+i*iz)=k55(1,2,ij+1)
389 im2=ml+13+4*(2*m-4)
390 do 5188 u=1,m-2
391 u(im2+1+i*iz)=k19(1,1,ij+1)
392 u(im2+2+i*iz)=k19(2,1,ij+1)
393 u(im2+3+i*iz)=k89(1,1,ij+1)
394 u(im2+4+i*iz)=k89(2,1,ij+1)

```

```

395 u(im2+5+1*iz)=k49(1,1,j+1)
396 u(im2+6+1*iz)=k49(2,1,j+1)
397 do 115 ik=1,2*(2*m-4)
398 115 u(im2+6+1k+1*iz)=0
399 u(im2+7+2*(2*m-4)+1*iz)=k59(1,1,j+1)
400 u(im2+8+2*(2*m-4)+1*iz)=k59(2,1,j+1)
401 im2=im2+8+2*(2*m-4)
402 u(im2+1+1*iz)=k19(1,2,j+1)
403 u(im2+2+1*iz)=k19(2,2,j+1)
404 u(im2+3+1*iz)=k89(1,2,j+1)
405 u(im2+4+1*iz)=k89(2,2,j+1)
406 u(im2+5+1*iz)=k49(1,2,j+1)
407 u(im2+6+1*iz)=k49(2,2,j+1)
408 do 116 ik=1,2*(2*m-4)
409 116 u(im2+6+1k+1*iz)=0
410 u(im2+7+2*(2*m-4)+1*iz)=k59(1,2,j+1)
411 u(im2+8+2*(2*m-4)+1*iz)=k59(2,2,j+1)
412 u(im2+9+2*(2*m-4)+1*iz)=k99(1,2,j+1)
413 im2=im2+9+2*(2*m-4)
414 u(im2+1+1*iz)=k17(1,1,j+1)
415 u(im2+2+1*iz)=k17(2,1,j+1)
416 u(im2+3+1*iz)=k87(1,1,j+1)
417 u(im2+4+1*iz)=k87(2,1,j+1)
418 u(im2+5+1*iz)=k47(1,1,j+1)+k15(1,1,j+1)
419 u(im2+6+1*iz)=k47(2,1,j+1)+k15(2,1,j+1)
420 u(im2+7+1*iz)=k85(1,1,j+1)
421 u(im2+8+1*iz)=k85(2,1,j+1)
422 u(im2+9+1*iz)=k45(1,1,j+1)
423 u(im2+10+1*iz)=k45(2,1,j+1)
424 do 517 il=1,2*(2*m-6),1
425 517 u(im2+10+1*iz+il)=0
426 u(im2+11+2*(2*m-6)+1*iz)=k57(1,1,j+1)
427 u(im2+12+2*(2*m-6)+1*iz)=k57(2,1,j+1)
428 u(im2+13+2*(2*m-6)+1*iz)=k97(1,1,j+1)
429 u(im2+14+2*(2*m-6)+1*iz)=k97(2,1,j+1)
430 im3=im2+14+2*(2*m-6)
431 u(im3+1+1*iz)=k17(1,2,j+1)
432 u(im3+2+1*iz)=k17(2,2,j+1)
433 u(im3+3+1*iz)=k87(1,2,j+1)
434 u(im3+4+1*iz)=k87(2,2,j+1)
435 u(im3+5+1*iz)=k47(1,2,j+1)+k15(1,2,j+1)
436 u(im3+6+1*iz)=k47(2,2,j+1)+k15(2,2,j+1)
437 u(im3+7+1*iz)=k85(1,2,j+1)
438 u(im3+8+1*iz)=k85(2,2,j+1)
439 u(im3+9+1*iz)=k45(1,2,j+1)
440 u(im3+10+1*iz)=k45(2,2,j+1)
441 do 518 il=1,2*(2*m-6),1
442 518 u(im3+10+1*iz+il)=0
443 u(im3+11+2*(2*m-6)+1*iz)=k57(1,2,j+1)
444 u(im3+12+2*(2*m-6)+1*iz)=k57(2,2,j+1)
445 u(im3+13+2*(2*m-6)+1*iz)=k97(1,2,j+1)
446 u(im3+14+2*(2*m-6)+1*iz)=k97(2,2,j+1)
447 u(im3+15+2*(2*m-6)+1*iz)=k55(1,2,j+1)+k77(1,2,j+1)
448 im2=im3+15+2*(2*m-6)
449 5188 continue
450 u(im2+1+1*iz)=k19(1,1,j+1)
451 u(im2+2+1*iz)=k19(2,1,j+1)
452 u(im2+3+1*iz)=k89(1,1,j+1)
453 u(im2+4+1*iz)=k89(2,1,j+1)
454 u(im2+5+1*iz)=k49(1,1,j+1)
455 u(im2+6+1*iz)=k49(2,1,j+1)
456 do 117 ik=1,2*(2*m-4)
457 117 u(im2+6+1k+1*iz)=0
458 u(im2+7+2*(2*m-4)+1*iz)=k59(1,1,j+1)
459 u(im2+8+2*(2*m-4)+1*iz)=k59(2,1,j+1)
460 im2=im2+8+2*(2*m-4)
461 u(im2+1+1*iz)=k19(1,2,j+1)
462 u(im2+2+1*iz)=k19(2,2,j+1)
463 u(im2+3+1*iz)=k89(1,2,j+1)
464 u(im2+4+1*iz)=k89(2,2,j+1)
465 u(im2+5+1*iz)=k49(1,2,j+1)
466 u(im2+6+1*iz)=k49(2,2,j+1)
467 do 118 ik=1,2*(2*m-4)
468 118 u(im2+6+1k+1*iz)=0
469 u(im2+7+2*(2*m-4)+1*iz)=k59(1,2,j+1)
470 u(im2+8+2*(2*m-4)+1*iz)=k59(2,2,j+1)
471 u(im2+9+2*(2*m-4)+1*iz)=k99(1,2,j+1)
472 im2=im2+9+2*(2*m-4)
473 u(im2+1+1*iz)=k17(1,1,j+1)
474 u(im2+2+1*iz)=k17(2,1,j+1)
475 u(im2+3+1*iz)=k87(1,1,j+1)
476 u(im2+4+1*iz)=k87(2,1,j+1)
477 u(im2+5+1*iz)=k47(1,1,j+1)
478 u(im2+6+1*iz)=k47(2,1,j+1)
479 do 519 il=1,2*(2*m-4)
480 519 u(im2+6+1*iz+il)=0
481 u(im2+7+2*(2*m-4)+1*iz)=k57(1,1,j+1)
482 u(im2+8+2*(2*m-4)+1*iz)=k57(2,1,j+1)
483 u(im2+9+2*(2*m-4)+1*iz)=k97(1,1,j+1)
484 u(im2+10+2*(2*m-4)+1*iz)=k97(2,1,j+1)
485 u(im2+11+2*(2*m-4)+1*iz)=k17(1,2,j+1)
486 u(im2+12+2*(2*m-4)+1*iz)=k17(2,2,j+1)
487 u(im2+13+2*(2*m-4)+1*iz)=k87(1,2,j+1)
488 u(im2+14+2*(2*m-4)+1*iz)=k87(2,2,j+1)
489 u(im2+15+2*(2*m-4)+1*iz)=k47(1,2,j+1)
490 u(im2+16+2*(2*m-4)+1*iz)=k47(2,2,j+1)
491 do 5199 il=1,2*(2*m-4)
492 5199 u(im2+16+2*(2*m-4)+1*iz+il)=0
493 u(im2+17+4*(2*m-4)+1*iz)=k57(1,2,j+1)
494 u(im2+18+4*(2*m-4)+1*iz)=k57(2,2,j+1)
495 u(im2+19+4*(2*m-4)+1*iz)=k97(1,2,j+1)
496 u(im2+20+4*(2*m-4)+1*iz)=k97(2,2,j+1)
497 u(im2+21+4*(2*m-4)+1*iz)=k77(1,2,j+1)
498 5200 continue
499 mm1=im2+21+4*(2*m-4)
500 iz1=iz
501 do 400 ik=1,n-3
502 i=ik-1
503 im3=mm1
504 ij=ik
505 u(im3+1+1*iz1)=k12(1,1,j+1)
506 u(im3+2+1*iz1)=k12(2,1,j+1)
507 u(im3+3+1*iz1)=k82(1,1,j+1)
508 u(im3+4+1*iz1)=k82(2,1,j+1)
509 u(im3+5+1*iz1)=k42(1,1,j+1)
510 u(im3+6+1*iz1)=k42(2,1,j+1)
511 do 520 il=1,2*(2*m-4)
512 520 u(im3+6+1il+1*iz1)=0
513 u(im3+7+2*(2*m-4)+1*iz1)=k52(1,1,j+1)
514 u(im3+8+2*(2*m-4)+1*iz1)=k52(2,1,j+1)

```



```

515 u(im3+9+2*(2*m-4)+i*izl)=k92(1,1,j+1)
516 u(im3+10+2*(2*m-4)+i*izl)=k92(2,1,j+1)
517 u(im3+11+2*(2*m-4)+i*izl)=k72(1,1,j+1)
518 u(im3+12+2*(2*m-4)+i*izl)=k72(2,1,j+1)
519 do 5211 il=1,2*(2*m-4)
520 5211 u(im3+12+2*(2*m-4)+i*izl+il)=0.
521 im3=im3+12+4*(2*m-4)
522 u(im3+1+i*izl)=k12(1,2,j+1)
523 u(im3+2+i*izl)=k12(2,2,j+1)
524 u(im3+3+i*izl)=k82(1,2,j+1)
525 u(im3+4+i*izl)=k82(2,2,j+1)
526 u(im3+5+i*izl)=k42(1,2,j+1)
527 u(im3+6+i*izl)=k42(2,2,j+1)
528 do 522 il=1,2*(2*m-4)
529 522 u(im3+6+il+i*izl)=0.
530 u(im3+7+2*(2*m-4)+i*izl)=k52(1,2,j+1)
531 u(im3+8+2*(2*m-4)+i*izl)=k52(2,2,j+1)
532 u(im3+9+2*(2*m-4)+i*izl)=k92(1,2,j+1)
533 u(im3+10+2*(2*m-4)+i*izl)=k92(2,2,j+1)
534 u(im3+11+2*(2*m-4)+i*izl)=k72(1,2,j+1)
535 u(im3+12+2*(2*m-4)+i*izl)=k72(2,2,j+1)
536 do 523 il=1,2*(2*m-4)
537 523 u(im3+12+2*(2*m-4)+i*izl+il)=0.
538 u(im3+13+4*(2*m-4)+i*izl)=k11(1,2,j+2)+k22(1,2,j+1)
539 im4=im3+13+4*(2*m-4)
540 do 5150 u=1,m-2
541 ip=u-1
542 u(im4+1+i*izl)=k16(1,1,j+1)
543 u(im4+2+i*izl)=k16(2,1,j+1)
544 u(im4+3+i*izl)=k86(1,1,j+1)
545 u(im4+4+i*izl)=k86(2,1,j+1)
546 u(im4+5+i*izl)=k46(1,1,j+1)
547 u(im4+6+i*izl)=k46(2,1,j+1)
548 do 524 il=1,2*(2*m-4),1
549 524 u(im4+6+il+i*izl)=0
550 u(im4+7+2*(2*m-4)+i*izl)=k56(1,1,j+1)
551 u(im4+8+2*(2*m-4)+i*izl)=k56(2,1,j+1)
552 u(im4+9+2*(2*m-4)+i*izl)=k96(1,1,j+1)
553 u(im4+10+2*(2*m-4)+i*izl)=k96(2,1,j+1)
554 u(im4+11+2*(2*m-4)+i*izl)=k76(1,1,j+1)
555 u(im4+12+2*(2*m-4)+i*izl)=k76(2,1,j+1)
556 do 525 il=1,2*(2*m-4)
557 525 u(im4+12+2*(2*m-4)+il+i*izl)=0
558 u(im4+13+4*(2*m-4)+i*izl)=k26(1,1,j+1)+k18(1,1,j+2)
559 u(im4+14+4*(2*m-4)+i*izl)=k26(2,1,j+1)+k18(2,1,j+2)
560 im4=im4+14+4*(2*m-4)
561 u(im4+1+i*izl)=k16(1,2,j+1)
562 u(im4+2+i*izl)=k16(2,2,j+1)
563 u(im4+3+i*izl)=k86(1,2,j+1)
564 u(im4+4+i*izl)=k86(2,2,j+1)
565 u(im4+5+i*izl)=k46(1,2,j+1)
566 u(im4+6+i*izl)=k46(2,2,j+1)
567 do 5242 il=1,2*(2*m-4),1
568 5242 u(im4+6+il+i*izl)=0
569 u(im4+7+2*(2*m-4)+i*izl)=k56(1,2,j+1)
570 u(im4+8+2*(2*m-4)+i*izl)=k56(2,2,j+1)
571 u(im4+9+2*(2*m-4)+i*izl)=k96(1,2,j+1)
572 u(im4+10+2*(2*m-4)+i*izl)=k96(2,2,j+1)
573 u(im4+11+2*(2*m-4)+i*izl)=k76(1,2,j+1)
574 u(im4+12+2*(2*m-4)+i*izl)=k76(2,2,j+1)
575 do 5252 il=1,2*(2*m-4),1
576 5252 u(im4+12+2*(2*m-4)+il+i*izl)=0
577 u(im4+13+4*(2*m-4)+i*izl)=k26(1,2,j+1)+k18(1,2,j+2)
578 u(im4+14+4*(2*m-4)+i*izl)=k26(2,2,j+1)+k18(2,2,j+2)
579 u(im4+15+4*(2*m-4)+i*izl)=k66(1,2,j+1)+k88(1,2,j+2)
580 im5=im4+15+4*(2*m-4)
581 u(im5+1+i*izl)=k13(1,1,j+1)
582 u(im5+2+i*izl)=k13(2,1,j+1)
583 u(im5+3+i*izl)=k83(1,1,j+1)
584 u(im5+4+i*izl)=k83(2,1,j+1)
585 u(im5+5+i*izl)=k12(1,1,j+1)+k43(1,1,j+1)
586 u(im5+6+i*izl)=k12(2,1,j+1)+k43(2,1,j+1)
587 u(im5+7+i*izl)=k82(1,1,j+1)
588 u(im5+8+i*izl)=k82(2,1,j+1)
589 u(im5+9+i*izl)=k42(1,1,j+1)
590 u(im5+10+i*izl)=k42(2,1,j+1)
591 do 5268 il=1,2*(2*m-6),1
592 5268 u(im5+10+il+i*izl)=0
593 u(im5+11+2*(2*m-6)+i*izl)=k53(1,1,j+1)
594 u(im5+12+2*(2*m-6)+i*izl)=k53(2,1,j+1)
595 u(im5+13+2*(2*m-6)+i*izl)=k93(1,1,j+1)
596 u(im5+14+2*(2*m-6)+i*izl)=k93(2,1,j+1)
597 u(im5+15+2*(2*m-6)+i*izl)=k73(1,1,j+1)+k52(1,1,j+1)
598 u(im5+16+2*(2*m-6)+i*izl)=k73(2,1,j+1)+k52(2,1,j+1)
599 u(im5+17+2*(2*m-6)+i*izl)=k92(1,1,j+1)
600 u(im5+18+2*(2*m-6)+i*izl)=k92(2,1,j+1)
601 u(im5+19+2*(2*m-6)+i*izl)=k72(1,1,j+1)
602 u(im5+20+2*(2*m-6)+i*izl)=k72(2,1,j+1)
603 do 527 il=1,2*(2*m-6),1
604 527 u(im5+20+2*(2*m-6)+il+i*izl)=0
605 u(im5+21+4*(2*m-6)+i*izl)=k23(1,1,j+1)+k14(1,1,j+2)
606 u(im5+22+4*(2*m-6)+i*izl)=k23(2,1,j+1)+k14(2,1,j+2)
607 u(im5+23+4*(2*m-6)+i*izl)=k84(1,1,j+2)+k63(1,1,j+1)
608 u(im5+24+4*(2*m-6)+i*izl)=k84(2,1,j+2)+k63(2,1,j+1)
609 im5=im5+24+4*(2*m-6)
610 u(im5+1+i*izl)=k13(1,2,j+1)
611 u(im5+2+i*izl)=k13(2,2,j+1)
612 u(im5+3+i*izl)=k83(1,2,j+1)
613 u(im5+4+i*izl)=k83(2,2,j+1)
614 u(im5+5+i*izl)=k12(1,2,j+1)+k43(1,2,j+1)
615 u(im5+6+i*izl)=k12(2,2,j+1)+k43(2,2,j+1)
616 u(im5+7+i*izl)=k82(1,2,j+1)
617 u(im5+8+i*izl)=k82(2,2,j+1)
618 u(im5+9+i*izl)=k42(1,2,j+1)
619 u(im5+10+i*izl)=k42(2,2,j+1)
620 do 5267 il=1,2*(2*m-6),1
621 5267 u(im5+10+il+i*izl)=0
622 u(im5+11+2*(2*m-6)+i*izl)=k53(1,2,j+1)
623 u(im5+12+2*(2*m-6)+i*izl)=k53(2,2,j+1)
624 u(im5+13+2*(2*m-6)+i*izl)=k93(1,2,j+1)
625 u(im5+14+2*(2*m-6)+i*izl)=k93(2,2,j+1)
626 u(im5+15+2*(2*m-6)+i*izl)=k73(1,2,j+1)+k52(1,2,j+1)
627 u(im5+16+2*(2*m-6)+i*izl)=k73(2,2,j+1)+k52(2,2,j+1)
628 u(im5+17+2*(2*m-6)+i*izl)=k92(1,2,j+1)
629 u(im5+18+2*(2*m-6)+i*izl)=k92(2,2,j+1)
630 u(im5+19+2*(2*m-6)+i*izl)=k72(1,2,j+1)
631 u(im5+20+2*(2*m-6)+i*izl)=k72(2,2,j+1)
632 do 5277 il=1,2*(2*m-6),1
633 5277 u(im5+20+2*(2*m-6)+il+i*izl)=0
634 u(im5+21+4*(2*m-6)+i*izl)=k23(1,2,j+1)+k14(1,2,j+2)

```

```

635 u(im5+22+4*(2*m-6)+i*izl)=k23(2,2,ij+1)+k14(2,2,ij+2)
636 u(im5+23+4*(2*m-6)+i*izl)=k84(1,2,ij+2)+k63(1,2,ij+1)
637 u(im5+24+4*(2*m-6)+i*izl)=k84(2,2,ij+2)+k63(2,2,ij+1) 694 do 657 il=1,2*(2*m-3)
638 u(im5+25+4*(2*m-6)+i*izl)=k11(1,2,ij+2)+k22(1,2,ij+1)+ 695 657 u(im5+12+2*(2*m-4)+i*izl+il)=0
1 k33(1,2,ij+1)+k44(1,2,ij+2) 696 u(im5+13+4*(2*m-4)+i*izl)=k23(1,1,ij+1)+k14(1,1,ij+2)
639 im4=im5+25+4*(2*m-6) 697 u(im5+14+4*(2*m-4)+i*izl)=k23(2,1,ij+1)+k14(2,1,ij+2)
640 5150 continue 698 u(im5+15+4*(2*m-4)+i*izl)=k84(1,1,ij+2)+k63(1,1,ij+1)
641 u(im4+1+i*izl)=k16(1,1,ij+1) 699 u(im5+16+4*(2*m-4)+i*izl)=k84(2,1,ij+2)+k63(2,1,ij+1)
642 u(im4+2+i*izl)=k16(2,1,ij+1) 700 im5=im5+16+4*(2*m-4)
643 u(im4+3+i*izl)=k86(1,1,ij+1) 701 u(im5+1+i*izl)=k13(1,2,ij+1)
644 u(im4+4+i*izl)=k86(2,1,ij+1) 702 u(im5+2+i*izl)=k13(2,2,ij+1)
645 u(im4+5+i*izl)=k46(1,1,ij+1) 703 u(im5+3+i*izl)=k83(1,2,ij+1)
646 u(im4+6+i*izl)=k46(2,1,ij+1) 704 u(im5+4+i*izl)=k83(2,2,ij+1)
647 do 654 il=1,2*(2*m-4) 705 u(im5+5+i*izl)=k43(1,2,ij+1)
648 654 u(im4+6+i*izl+il)=0 706 u(im5+6+i*izl)=k43(2,2,ij+1)
649 u(im4+7+2*(2*m-4)+i*izl)=k56(1,1,ij+1) 707 do 6567 il=1,2*(2*m-4)
650 u(im4+8+2*(2*m-4)+i*izl)=k56(2,1,ij+1) 708 6567 u(im5+6+i*izl+il)=0
651 u(im4+9+2*(2*m-4)+i*izl)=k96(1,1,ij+1) 709 u(im5+7+2*(2*m-4)+i*izl)=k53(1,2,ij+1)
652 u(im4+10+2*(2*m-4)+i*izl)=k96(2,1,ij+1) 710 u(im5+8+2*(2*m-4)+i*izl)=k53(2,2,ij+1)
653 u(im4+11+2*(2*m-4)+i*izl)=k76(1,1,ij+1) 711 u(im5+9+2*(2*m-4)+i*izl)=k93(1,2,ij+1)
654 u(im4+12+2*(2*m-4)+i*izl)=k76(2,1,ij+1) 712 u(im5+10+2*(2*m-4)+i*izl)=k93(2,2,ij+1)
655 do 655 il=1,2*(2*m-4) 713 u(im5+11+2*(2*m-4)+i*izl)=k73(1,2,ij+1)
656 655 u(im4+12+2*(2*m-4)+i*izl+il)=0 714 u(im5+12+2*(2*m-4)+i*izl)=k73(2,2,ij+1)
657 u(im4+13+4*(2*m-4)+i*izl)=k26(1,1,ij+1)+k18(1,1,ij+2) 715 do 6577 il=1,2*(2*m-4)
658 u(im4+14+4*(2*m-4)+i*izl)=k26(2,1,ij+1)+k18(2,1,ij+2) 716 6577 u(im5+12+2*(2*m-4)+i*izl+il)=0
659 im4=im4+14+4*(2*m-4) 717 u(im5+13+4*(2*m-4)+i*izl)=k23(1,2,ij+1)+k14(1,2,ij+2)
660 u(im4+1+i*izl)=k16(1,2,ij+1) 718 u(im5+14+4*(2*m-4)+i*izl)=k23(2,2,ij+1)+k14(2,2,ij+2)
661 u(im4+2+i*izl)=k16(2,2,ij+1) 719 u(im5+15+4*(2*m-4)+i*izl)=k84(1,2,ij+2)+k63(1,2,ij+1)
662 u(im4+3+i*izl)=k86(1,2,ij+1) 720 u(im5+16+4*(2*m-4)+i*izl)=k84(2,2,ij+2)+k63(2,2,ij+1)
663 u(im4+4+i*izl)=k86(2,2,ij+1) 721 u(im5+17+4*(2*m-4)+i*izl)=k33(1,2,ij+1)+k44(1,2,ij+2)
664 u(im4+5+i*izl)=k46(1,2,ij+1) 722 400 continue
665 u(im4+6+i*izl)=k46(2,2,ij+1) 723 im3=im4+1+(n-3)*iz+4*(2*m-1)+1+(m-1)*(8*(2*m-1)+14)
666 do 642 il=1,2*(2*m-4) 724 im4=im3
667 642 u(im4+6+i*izl+il)=0 725 u(im4+1)=k12(1,2,n-1)
668 u(im4+7+2*(2*m-4)+i*izl)=k56(1,2,ij+1) 726 u(im4+2)=k12(2,2,n-1)
669 u(im4+8+2*(2*m-4)+i*izl)=k56(2,2,ij+1) 727 u(im4+3)=k82(1,2,n-1)
670 u(im4+9+2*(2*m-4)+i*izl)=k96(1,2,ij+1) 728 u(im4+4)=k82(2,2,n-1)
671 u(im4+10+2*(2*m-4)+i*izl)=k96(2,2,ij+1) 729 u(im4+5)=k42(1,2,n-1)
672 u(im4+11+2*(2*m-4)+i*izl)=k76(1,2,ij+1) 730 u(im4+6)=k42(2,2,n-1)
673 u(im4+12+2*(2*m-4)+i*izl)=k76(2,2,ij+1) 731 do 4622 il=1,2*(2*m-4)
674 do 6552 il=1,2*(2*m-4) 732 4622 u(im4+6+il)=0.
675 6552 u(im4+12+2*(2*m-4)+i*izl+il)=0 733 u(im4+7+2*(2*m-4))=k52(1,2,n-1)
676 u(im4+13+4*(2*m-4)+i*izl)=k26(1,2,ij+1)+k18(1,2,ij+2) 734 u(im4+8+2*(2*m-4))=k52(2,2,n-1)
677 u(im4+14+4*(2*m-4)+i*izl)=k26(2,2,ij+1)+k18(2,2,ij+2) 735 u(im4+9+2*(2*m-4))=k92(1,2,n-1)
678 u(im4+15+4*(2*m-4)+i*izl)=k66(1,2,ij+1)+k88(1,2,ij+2) 736 u(im4+10+2*(2*m-4))=k92(2,2,n-1)
679 im5=im4+15+4*(2*m-4) 737 u(im4+11+2*(2*m-4))=k72(1,2,n-1)
680 u(im5+1+i*izl)=k13(1,1,ij+1) 738 u(im4+12+2*(2*m-4))=k72(2,2,n-1)
681 u(im5+2+i*izl)=k13(2,1,ij+1) 739 do 4623 il=1,2*(2*m-4)
682 u(im5+3+i*izl)=k83(1,1,ij+1) 740 4623 u(im4+12+2*(2*m-4)+il)=0.
683 u(im5+4+i*izl)=k83(2,1,ij+1) 741 im4=im4+12+4*(2*m-4)
684 u(im5+5+i*izl)=k43(1,1,ij+1) 742 do 4150 u=1,m-2
685 u(im5+6+i*izl)=k43(2,1,ij+1) 743 ip=u-1
686 do 6568 il=1,2*(2*m-4) 744 u(im4+1)=k16(1,2,n-1)
687 6568 u(im5+6+i*izl+il)=0 745 u(im4+2)=k16(2,2,n-1)
688 u(im5+7+2*(2*m-4)+i*izl)=k53(1,1,ij+1) 746 u(im4+3)=k86(1,2,n-1)
689 u(im5+8+2*(2*m-4)+i*izl)=k53(2,1,ij+1) 747 u(im4+4)=k86(2,2,n-1)
690 u(im5+9+2*(2*m-4)+i*izl)=k93(1,1,ij+1) 748 u(im4+5)=k46(1,2,n-1)
691 u(im5+10+2*(2*m-4)+i*izl)=k93(2,1,ij+1) 749 u(im4+6)=k46(2,2,n-1)
692 u(im5+11+2*(2*m-4)+i*izl)=k73(1,1,ij+1) 750 do 4642 il=1,2*(2*m-4),1
693 u(im5+12+2*(2*m-4)+i*izl)=k73(2,1,ij+1) 751 4642 u(im4+6+il)=0
752 u(im4+7+2*(2*m-4))=k56(1,2,n-1)
753 u(im4+8+2*(2*m-4))=k56(2,2,n-1)

```

```

754 u(im4+9+2*(2*m-4))=k96(1,2,n-1)
755 u(im4+10+2*(2*m-4))=k96(2,2,n-1)
756 u(im4+11+2*(2*m-4))=k76(1,2,n-1)
757 u(im4+12+2*(2*m-4))=k76(2,2,n-1)
758 do 4652 il=1,2*(2*m-4-1p),1
759 4652 u(im4+12+2*(2*m-4)+il)=0
760 u(im4+13+4*(2*m-4)-2*ip)=k26(2,2,n-1)
761 im5=im4+13+4*(2*m-4)-2*ip
762 u(im5+1)=k13(1,2,n-1)
763 u(im5+2)=k13(2,2,n-1)
764 u(im5+3)=k83(1,2,n-1)
765 u(im5+4)=k83(2,2,n-1)
766 u(im5+5)=k12(1,2,n-1)+k43(1,2,n-1)
767 u(im5+6)=k12(2,2,n-1)+k43(2,2,n-1)
768 u(im5+7)=k82(1,2,n-1)
769 u(im5+8)=k82(2,2,n-1)
770 u(im5+9)=k42(1,2,n-1)
771 u(im5+10)=k42(2,2,n-1)
772 do 4667 il=1,2*(2*m-6),1
773 4667 u(im5+10+il)=0
774 u(im5+11+2*(2*m-6))=k53(1,2,n-1)
775 u(im5+12+2*(2*m-6))=k53(2,2,n-1)
776 u(im5+13+2*(2*m-6))=k93(1,2,n-1)
777 u(im5+14+2*(2*m-6))=k93(2,2,n-1)
778 u(im5+15+2*(2*m-6))=k73(1,2,n-1)+k52(1,2,n-1)
779 u(im5+16+2*(2*m-6))=k73(2,2,n-1)+k52(2,2,n-1)
780 u(im5+17+2*(2*m-6))=k92(1,2,n-1)
781 u(im5+18+2*(2*m-6))=k92(2,2,n-1)
782 u(im5+19+2*(2*m-6))=k72(1,2,n-1)
783 u(im5+20+2*(2*m-6))=k72(2,2,n-1)
784 do 4677 il=1,2*(2*m-6-1p),1
785 4677 u(im5+20+2*(2*m-6)+il)=0
786 u(im5+21+4*(2*m-6)-2*ip)=k23(2,2,n-1)
787 u(im5+22+4*(2*m-6)-2*ip)=k63(2,2,n-1)
788 4150 im4=im5+22+4*(2*m-6)-2*ip
789 im4=im4
790 u(im4+1)=k16(1,2,n-1)
791 u(im4+2)=k16(2,2,n-1)
792 u(im4+3)=k86(1,2,n-1)
793 u(im4+4)=k86(2,2,n-1)
794 u(im4+5)=k46(1,2,n-1)
795 u(im4+6)=k46(2,2,n-1)
796 do 7942 il=1,2*(2*m-4)
797 7942 u(im4+6+il)=0
798 u(im4+7+2*(2*m-4))=k56(1,2,n-1)
799 u(im4+8+2*(2*m-4))=k56(2,2,n-1)
800 u(im4+9+2*(2*m-4))=k96(1,2,n-1)
801 u(im4+10+2*(2*m-4))=k96(2,2,n-1)
802 u(im4+11+2*(2*m-4))=k76(1,2,n-1)
803 u(im4+12+2*(2*m-4))=k76(2,2,n-1)
804 do 7552 il=1,(2*m-4)
805 7552 u(im4+12+2*(2*m-4)+il)=0
806 u(im4+13+2*(2*m-4)+(2*m-4))=k26(2,2,n-1)
807 im5=im4+13+5*(2*m-4)
808 u(im5+1)=k13(1,2,n-1)
809 u(im5+2)=k13(2,2,n-1)
810 u(im5+3)=k83(1,2,n-1)
811 u(im5+4)=k83(2,2,n-1)
812 u(im5+5)=k43(1,2,n-1)
813 u(im5+6)=k43(2,2,n-1)
814 do 4547 il=1,2*(2*m-4)
815 4547 u(im5+6+il)=0
816 u(im5+7+2*(2*m-4))=k53(1,2,n-1)
817 u(im5+8+2*(2*m-4))=k53(2,2,n-1)
818 u(im5+9+2*(2*m-4))=k93(1,2,n-1)
819 u(im5+10+2*(2*m-4))=k93(2,2,n-1)
820 u(im5+11+2*(2*m-4))=k73(1,2,n-1)
821 u(im5+12+2*(2*m-4))=k73(2,2,n-1)
822 do 6547 il=1,(2*m-4)
823 6547 u(im5+12+2*(2*m-4)+il)=0
824 u(im5+13+3*(2*m-4))=k23(2,2,n-1)
825 u(im5+14+3*(2*m-4))=k63(2,2,n-1)
826 do 245 i=1,20679
827 245 write(6,*)u(i)
828 call hff(n,m,a,b3k,b4k,b7k,f)
829 do 35 i=1,ma+3*(2*m-1)
830 35 write(7,*)f(i)
831 stop
832 end
833 subroutine hff(n,m,a,b3k,b4k,b7k,f)
834 implicit real*8(a-h,o-z)
835 dimension b4k(n),b3k(n),b7k(n)
836 dimension f(2*(2*m-1)*(2*n-1)),bb(20)
837 pi=4.d0*datan(1.d0)
838 ma=4*(n-1)*(2*m-1)
839 do 57 i=1,n-1
840 57 read(5,*)bb(i)
841 do 2 l=1,n-1
842 b=bb(l)
843 b3k(l)=b/2.*(1./3.*((2.*1)**3-(2.*1-2)**3)+(3.-4.*1)/2.*
& ((2.*1)**2-(2.*1-2)**2)+2.*(2.*1-1)*(2.*1-2.))
844 b4k(l)=b/2.*(1./3.*((2.*1)**3-(2.*1-2)**3)-(4.*1-1.)/2.*
& ((2.*1)**2-(2.*1-2)**2)+2.*(2.*1-1)**2+2.*1-1.))
845 b7k(l)=b*(1./3.*((2.*1)**3-(2.*1-2)**3)-(2.*1-1.)*((
& 2.*1)**2-(2.*1-2)**2)+2.*(2.*1-1)**2-1.))
846 2 continue
847 do 33 i=1,2*(2*n-1)*(2*m-1)
848 33 f(i)=0
849 f(2*(2*m-1))=b4k(1)
850 do 5 i=1,n-1
851 5 f(i*(2*(2*m-1)+2*(2*m-1)))=b7k(i)
852 do 55 i=1,n-2
853 55 f(2*(2*m-1)+i*(4*(2*m-1)))=b3k(i)+b4k(i+1)
854 f(2*((n-1)*(2*m-1)+(n-1)*(2*m-1))+2*(2*m-1))=b3k(n-1)
855 return
856 end
c **** SFLAG4.FOR ****
1 implicit real*8(a-h,o-z)
2 integer*4 jd
3 dimension au(20679),ad(711),al(20679),jd(711)
4 dimension f(738),cff(711),bb(20),aa(4)
5 open (6,file='sfse22b.dat')
6 open (2,file='qs2.dat')
7 open (5,file='abn.dat')
8 open (1,file='qsl.dat')
9 read(5,*)n,m

```

```

10  do 99 ii=1,m-1
11 99  read(5,*)aa(ii)
12    a=aa(1)
13    do 6 i=1,n-1
14 6   read(5,*)bb(i)
15     read(5,*)e
16     read(5,*)as
17     read(5,*)del,elam,ep
18     ma=2*(2*m-1)*(2*n-1)-3*(2*m-1)
19     mu=20679
20     do 914 i=1,mu
21 914  read(2,*)au(i)
22      do 1 il=1,mu
23 1    al(il)=au(il)
24      do 911 i=1,ma
25 911  read(1,*)ad(i)
26      do 912 i=1,ma
27 912  read(1,*)jd(i)
28      do 913 i=1,ma+3*(2*m-1)
29 913  read(1,*)f(i)
30      call datn(al,au,ad,jd,ma)
31      do 905 i=1,ma-(2*m-1)
32 905   cf(i)=f(2*(2*m-1)+i)
33      do 906 i=1,(2*m-1)
34 906   cf(ma-(2*m-1)+i)=f(ma+(2*m-1)+2*i)
35      call dasol(al,au,ad,cf,jd,ma)
36      call sigma(p,a,b,m,n,f,cf,ma)
37      stop
38      end

39  subroutine datn(al,au,ad,jp,neq)
40  implicit real*8 (a-h,o-z)
41  integer*4 jp(711)
42  real*8 ad(711),al(20679),au(20679)
43  zero=0.0d0
44  one=1.0d0
45  jd=1
46  do 200 j=1,neq
47    jr=jd+1
48    jd=jp(j)
49    jh=jd-jr
50    if(jh.gt.0) go to 50
51    go to 101
52 50   is=j-jh
53     ie=j-1
54     do 100 i=is,ie
55       jr=jr+1
56       id=jp(i)
57       ih=id-jp(i-1)
58       if((id-jp(i-1)).ge.(i-is+1)) ih=i-is+1
59       if(ih.gt.0) go to 51
60       go to 100
61 51   jrh=jr-ih
62       idh=id-ih+1
63       au(jr)=au(jr)-dot(au(jrh),al(idh),ih)
64       al(jr)=al(jr)-dot(al(jrh),au(idh),ih)
65 100  continue
66 101  continue
67     if(jh.ge.0) go to 61

68  go to 109
69 61  dd=ad(j)
70     jr=jd-jh
71     jrh=j-jh-1
72     call dredu(al(jr),au(jr),ad(jrh),jh+1,ad(j))
73 109  continue
74     if(ad(j).ne.zero) go to 71
75     go to 200
76 71  ad(j)=one/ad(j)
77 200  continue
78     return
79     end

80  double precision function dot (a,b,n)
81  real*8 a(n),b(n)
82  dot =0.0d0
83  do 10 k=1,n
84    dot=dot+a(k)*b(k)
85 10   continue
86     return
87     end

88  subroutine dredu(al,au,ad,jh,dj)
89  implicit real*8 (a-h,o-z)
90  real*8 ad(jh),al(jh),au(jh)
91  do 100 j=1,jh
92    ud=au(j)*ad(j)
93    dj=dj-al(j)*ud
94    au(j)=ud
95 100  continue
96     do 200 j=1,jh
97       al(j)=al(j)*ad(j)
98 200  continue
99     return
100    end

101  subroutine saxpb(a,b,x,n,c)
102  real*8 a(n),b(n),c(n),x
103  do 10 k=1,n
104    c(k)=a(k)*x+b(k)
105 10   continue
106     return
107     end

108  subroutine dasol(al,au,ad,b,jp,neq)
109  implicit real*8 (a-h,o-z)
110  integer*4 jp(711)
111  real*8 ad(711),al(20679),au(20679),b(711)
112  zero=0.0d0
113  is=0
114 100  if(is.le.neq) go to 102
115     go to 202
116 102  is=is+1
117     if(b(is).ne.zero) go to 200
118     go to 100
119 200  if(is.lt.neq) go to 201
120     go to 202
121 201  continue
122     do 300 j=is+1,neq

```



```

123 jr=jp(j-1)
124 jh=jp(j)-jr
125 if(jh.ge.0) go to 301
126 go to 300
127 301 b(j)=b(j)-dot(al(jr+1),b(j-jh),jh)
128 300 continue
129 202 continue
130 do 401 j=ns,neq
131 401 b(j)=b(j)*ad(j)
132 if(neq.gt.1) go to 400
133 go to 501
134 400 continue
135 do 500 j=neq,2,-1
136 jr=jp(j-1)
137 jh=jp(j)-jr
138 if(jh.ge.0) go to 502
139 go to 500
140 502 call saxpb(au(jr+1),b(j-jh),-b(j),jh,b(j-jh))
141 500 continue
142 501 continue
143 return
144 end

```

```

145 subroutine sigma(p,a,b,m,n,f,u,ma)
146 implicit real*8(a-h,k,o-z)
147 dimension f(ma+3*(2*m-1)),u(ma),v1(9),u1(9)
148 do 2 i=1,ma-(2*m-1)
149 2 f(2*(2*m-1)+i)=u(i)
150 do 3 i=1,(2*m-1)
151 f(ma+(2*m-1)+2*i-1)=0
152 3 f(ma+(2*m-1)+2*i)=u(1+ma-(2*m-1))
153 do 342 i=1,(2*m-1)*(2*n-1)
154 342 write(6,*)i,f(2*i-1),f(2*i)
155 return
156 end

```

c **** SIGINT.FOR ****

```

1 implicit real*8(a-h,o-z)
2 dimension u(369),v(369),fm(9),w(10),h(10),ann(20,9,9)
3 dimension bb(20),xn(9),yn(9),ans11(20,4,9)
4 dimension ans22(20,4,9),ans12(20,4,9),aa(4)
5 open(3,file='sfse22b.dat')
6 open(2,file='abn.dat')
7 open(71,file='sint1.dat')
8 open(72,file='sint2.dat')
9 open(73,file='sint3.dat')
10 open(8,file='ann.dat')
11 read(2,*)n,m
12 do 109 il=1,4
13 109 read(2,*)aa(il)
14 a=aa(1)
15 do 6 i=1,20
16 6 read(2,*)bb(i)
17 read(2,*)e
18 read(2,*)as
19 read(2,*)del,elam,ep
20 do 132 i=1,369
21 132 read(3,*)s,u(i),v(i)
22 w(1)=0.973906

```

```

23 w(2)=0.865063
24 w(3)=0.679409
25 w(4)=0.433395
26 w(5)=0.148874
27 w(6)=w(5)
28 w(7)=w(4)
29 w(8)=w(3)
30 w(9)=w(2)
31 w(10)=w(1)
32 h(1)=0.066671
33 h(2)=0.149451
34 h(3)=0.219086
35 h(4)=0.269266
36 h(5)=0.295524
37 h(6)=0.295524
38 h(7)=0.269266
39 h(8)=0.219086
40 h(9)=0.149451
41 h(10)=0.066671
42 pi=4.d0*datan(1.d0)
43 ee=1
44 pl=0.3
45 p2=0.3

```

c x1 yönünde lifli levhanın hacim oranları

```

46 et1=0.5
47 et2=0.5
48 fk2=e/(3.*(1.-2.*p2))
49 fk1=1./(3.*(1.-2.*p1))
50 fm2=e/(2.*(1.+p2))
51 fm1=1./(2.*(1.+p1))
52 fe11=et2*et1+(4.*et2*et1*(p2-p1)**2*fm1)/(et1*
1 fm1*(fk2+fm2/3.))+et2*fm1/(fk1+fm1/3.))+1.)
53 fm12=et1*pl+et2*p2+et2*et1*(p2-p1)*(fm1/(fk1+fm1/3.)-
1 fm1/(fk2-fm2/3.))/(et1*fm1/(fk2+fm2/3.))+et2*fm1/(fk1+
2 fm1/3.))+1.)
54 fk23=fk1+fm1/3.+et2*(fk2-fk1+(fm2-fm1)/3.)/(1.+
1 et1/(fk1+4.*fm1/3.))*(fk2-fk1+(fm2-fm1)/3.))
55 fm12=fm1*(fm2*(1.+et2)+fm1*et1)/(fm2*et1+fm1*(1.+et2))
56 fm23=fm1*(1.+et2*(fm2-fm1))/(fm1+(fk1+7.*fm1/3.)/
1 (2.*fk1+8.*fm1/3.)*(fm2-fm1)))

```

```

57 a11=fe11+4.*fm12**2*fk23
58 a12=2.*fk23*fm12
59 a22=fm23+fk23
60 a23=-fm23+fk23
61 a66=fm12
62 a13=a12
63 a33=a22
64 a44=a66
65 a55=fm23

```

c x3 yönünde lifli levhanın hacim oranları

```

66 et1=0.5
67 et2=0.5
68 fk2=e/(3.*(1.-2.*p2))
69 fk1=1./(3.*(1.-2.*p1))
70 fm2=e/(2.*(1.+p2))
71 fm1=1./(2.*(1.+p1))
72 fe11=et2*et1+(4.*et2*et1*(p2-p1)**2*fm1)/(et1*
1 fm1*(fk2+fm2/3.))+et2*fm1/(fk1+fm1/3.))+1.)
73 fm12=et1*pl+et2*p2+et2*et1*(p2-p1)*(fm1/(fk1+fm1/3.)-
1 fm1/(fk2-fm2/3.))/(et1*fm1/(fk2+fm2/3.))+et2*fm1/(fk1+

```

$2 \text{ fm1}/3.)+1.)$
74 $\text{fk23}=\text{fk1}+\text{fm1}/3.+et2*(\text{fk2}-\text{fk1}+(\text{fm2}-\text{fm1})/3.)/(1.+$
1 $et1/(\text{fk1}+4.*\text{fm1}/3.)*(\text{fk2}-\text{fk1}+(\text{fm2}-\text{fm1})/3.))$
75 $\text{fm12}=\text{fm1}*(\text{fm2}*(1.+et2)+\text{fm1}*et1)/(\text{fm2}*et1+\text{fm1}*(1.+et2))$
76 $\text{fm23}=\text{fm1}*(1.+et2*(\text{fm2}-\text{fm1})/(\text{fm1}+(\text{fk1}+7.*\text{fm1}/3.)/$
1 $(2.*\text{fk1}+8.*\text{fm1}/3.)*(\text{fm2}-\text{fm1})))$
77 $\text{a110}=\text{fel1}+4.*\text{fm12}**2*\text{fk23}$
78 $\text{a120}=2.*\text{fk23}*\text{fm12}$
79 $\text{a220}=\text{fm23}+\text{fk23}$
80 $\text{a230}=\text{fm23}+\text{fk23}$
81 $\text{a660}=\text{fm12}$
82 $\text{a130}=\text{a120}$
83 $\text{a330}=\text{a220}$
84 $\text{a440}=\text{a660}$
85 $\text{a550}=\text{fm23}$
86 $\text{b33}=\text{a110}$
87 $\text{b23}=\text{a120}$
88 $\text{b11}=\text{a220}$
89 $\text{b22}=\text{a220}$
90 $\text{b12}=\text{a230}$
91 $\text{b55}=\text{a660}$
92 $\text{b44}=\text{a660}$
93 $\text{b66}=(\text{a220}-\text{a230})/2.$
94 $\text{b13}=\text{a120}$
95 $\text{b33}=\text{a110}*ee$
96 $\text{b23}=\text{a120}*ee$
97 $\text{b11}=\text{a220}*ee$
98 $\text{b22}=\text{a220}*ee$
99 $\text{b12}=\text{a230}*ee$
100 $\text{b55}=\text{a660}*ee$
101 $\text{b44}=\text{a660}*ee$
102 $\text{b66}=(\text{a220}-\text{a230})/2.*ee$
103 $\text{b13}=\text{a120}*ee$
c levhali kompozit malz. hacim oranları
104 $et1=0.5$
105 $et2=0.5$
106 $\text{a44}=\text{et1}*\text{a44}+\text{et2}*\text{b44}$
107 $\text{a55}=1./(\text{et1}/\text{a55}+\text{et2}/\text{b55})$
108 $\text{a66}=1./(\text{et1}/\text{a66}+\text{et2}/\text{b66})$
109 $\text{det2}=\text{a11}*\text{a22}**2+12**2*\text{a23}**2-\text{a12}**2*\text{a22}-\text{a23}**2*\text{a11}-$
1 $\text{a12}**2*\text{a22}$
110 $\text{det1}=\text{b22}**2*\text{b33}+\text{b23}**2*\text{b12}+\text{b23}**2*\text{b12}-\text{b22}*\text{b23}**2-$
1 $\text{b23}**2*\text{b22}-\text{b12}**2*33$
111 $\text{det21}=\text{a22}**2-\text{a23}**2$
112 $\text{det22}=\text{a12}*\text{a23}-\text{a12}*\text{a22}$
113 $\text{det23}=\text{a12}*\text{a23}-\text{a12}*\text{a22}$
114 $\text{det11}=\text{b22}*\text{b33}-\text{b23}**2$
115 $\text{det12}=\text{b23}**2-\text{b12}*\text{b33}$
116 $\text{det13}=\text{b12}*\text{b23}-\text{b23}*\text{b2}$
117 $\text{c11}=\text{det21}/\text{det2}$
118 $\text{c21}=\text{det22}/\text{det2}$
119 $\text{c31}=\text{det23}/\text{det2}$
120 $\text{p11}=\text{det11}/\text{det1}$
121 $\text{p21}=\text{det12}/\text{det1}$
122 $\text{p31}=\text{det13}/\text{det1}$
123 $\text{det24}=\text{a12}*\text{a23}-\text{a12}*\text{a22}$
124 $\text{det25}=\text{a11}*\text{a22}-\text{a12}**2$
125 $\text{det26}=\text{a23}*\text{a11}+\text{a12}*\text{a12}$
126 $\text{c12}=\text{det24}/\text{det2}$
127 $\text{c22}=\text{det25}/\text{det2}$
128 $\text{c32}=\text{det26}/\text{det2}$
129 $\text{det27}=\text{a12}*\text{a23}-\text{a12}*\text{a22}$
130 $\text{det28}=\text{a12}**2-\text{a11}*\text{a23}$
131 $\text{det29}=\text{a11}*\text{a22}-\text{a12}**2$
132 $\text{c13}=\text{det27}/\text{det2}$
133 $\text{c23}=\text{det28}/\text{det2}$
134 $\text{c33}=\text{det29}/\text{det2}$
135 $\text{det14}=\text{b23}**2-\text{b12}*\text{b33}$
136 $\text{det15}=\text{b22}*\text{b33}-\text{b23}**2$
137 $\text{det16}=\text{b12}*\text{b23}-\text{b22}*\text{b23}$
138 $\text{p12}=\text{det14}/\text{det1}$
139 $\text{p22}=\text{det15}/\text{det1}$
140 $\text{p32}=\text{det16}/\text{det1}$
141 $\text{det17}=\text{b12}*\text{b23}-\text{b22}*\text{b23}$
142 $\text{det18}=\text{b12}*\text{b23}-\text{b23}*\text{b22}$
143 $\text{det19}=\text{b22}**2-\text{b12}**2$
144 $\text{p13}=\text{det17}/\text{det1}$
145 $\text{p23}=\text{det18}/\text{det1}$
146 $\text{p33}=\text{det19}/\text{det1}$
147 $\text{a12}=(\text{p11}*(\text{c22}*et1+\text{p33}*et2)-\text{p23}*(\text{c12}*et1+\text{p23}*et2))/$
&amp $((\text{c11}*et1+\text{p11}*et2)*(c22*et1+p33*et2)-(c12*et1+p23*et2)*$
& $(c12*et1+p23*et2))$
148 $\text{a11}=(1.-et2*\text{a12})/et1$
149 $\text{a132}=(\text{p11}-(\text{c11}*et1+\text{p11}*et2)*\text{a12})/(\text{c12}*et1+\text{p23}*et2)$
150 $\text{a131}=-et2/et1*\text{a132}$
151 $\text{d11}=\text{p11}*\text{a11}+\text{p23}*\text{a131}$
152 $\text{d110}=\text{c11}*\text{a12}+\text{c12}*\text{a132}$
153 $\text{d12}=(\text{p12}*et1*\text{a11}+\text{p23}*et1*\text{a131}+et2*\text{c12}*\text{a12}+\text{c23}*et2*\text{a132})$
154 $\text{d13}=\text{p23}*\text{a11}+\text{p33}*\text{a131}$
155 $\text{d130}=\text{c12}*\text{a12}+\text{c22}*\text{a132}$
156 $\text{h1}=-((\text{c11}*et1+\text{p11}*et2)*(p23-\text{c23})-(\text{p12}-\text{c12})*(c12*et1+$
& $\text{p23}*et2))/((\text{c12}*et1+\text{p23}*et2)*(p23-\text{c23})-(\text{c22}*et1+$
& $\text{p33}*et2)*(p12-\text{c12}))$
157 $\text{q12}=\text{et1}*(\text{p12}-\text{c12})/(\text{c11}*et1+\text{p11}*et2+\text{h1}*(\text{c12}*et1+\text{p23}*et2))$
158 $\text{d12}=-et2/et1*\text{q12}*\text{p11}+\text{p12}-et2/et1*\text{h1}*\text{q12}*\text{p23}$
159 $\text{d120}=\text{c11}*\text{q12}+\text{c12}*\text{h1}*\text{q12}$
160 $\text{d120}=\text{c11}*\text{q12}+\text{c12}*\text{h1}*\text{q12}$
161 $\text{d22}=(\text{c12}*et1*\text{q12}*\text{p12}+\text{p22}-et2/et1*\text{h1}*\text{q12}*\text{p23})*et1+$
& $et2*(\text{c12}*\text{q12}+\text{c22}+\text{c23}*\text{h1}*\text{q12})$
162 $\text{d23}=-et2/et1*\text{q12}*\text{p23}+\text{p23}-et2/et1*\text{h1}*\text{q12}*\text{p33}$
163 $\text{d230}=\text{c12}*\text{q12}+\text{c23}+\text{c22}*\text{h1}*\text{q12}$
164 $\text{d230}=\text{c12}*\text{q12}+\text{c23}+\text{c22}*\text{h1}*\text{q12}$
165 $\text{r12}=(\text{p23}*(\text{c22}*et1+\text{p33}*et2)-\text{p33}*(\text{c12}*et1+\text{p23}*et2))/$
& $((\text{c11}*et1+\text{p11}*et2)*(c22*et1+p33*et2)-(c12*et1+$
& $\text{p23}*et2)*(c12*et1+p23*et2))$
166 $\text{r32}=(\text{p23}-(\text{c11}*et1+\text{p11}*et2)*\text{r12})/(\text{c12}*et1+\text{p23}*et2)$
167 $\text{r11}=-et2/et1*\text{r12}$
168 $\text{r31}=-et2/et1*\text{r32}+1./et1$
169 $\text{d13}=\text{p11}*\text{r11}+\text{p23}*\text{r31}$
170 $\text{d130}=\text{c11}*\text{r12}+\text{c12}*\text{r32}$
171 $\text{d23}=(\text{p12}*\text{r11}+\text{p23}*\text{r31})*et1+(\text{c12}*\text{r12}+\text{c23}*\text{r32})*et2$
172 $\text{d33}=\text{p23}*\text{r11}+\text{p33}*\text{r31}$
173 $\text{d330}=\text{c12}*\text{r12}+\text{c22}*\text{r32}$
174 $\text{fet}=\text{d11}*\text{d22}*\text{d33}+\text{d12}*\text{d23}*\text{d13}**2-\text{d22}*\text{d13}**2-\text{d23}**2*\text{d11}$
1 $-\text{d12}**2*\text{d33}$
175 $\text{fet11}=\text{d22}*\text{d33}-\text{d23}**2$
176 $\text{fet21}=\text{d23}*\text{d13}-\text{d12}*\text{d33}$
177 $\text{fet31}=\text{d12}*\text{d23}-\text{d22}*\text{d13}$
178 $\text{a11}=\text{fet11}/\text{fet}$

```

179 a21=fet21/fet      239 yn(5)=(x**2-1.)*(2.*y-1.)/(2.*a)
180 a31=fet31/fet      240 yn(6)=(x**2+x)*y/(a)
181 fet12=d23*d13-d12*d33 241 yn(7)=(x**2-1.)*(2.*y+1.)/(2.*a)
182 fet22=d11*d33-d13**2 242 yn(8)=(x**2-x)*y/(a)
183 fet32=d13*d12-d11*d23 243 yn(9)=2.*(x**2-1.)*y/a
184 a12=fet12/fet      244 ax=(pi*dcos(pi*elam*x1/(as)+del))
185 a22=fet22/fet      245 dl11=ep*ax
186 a32=fet32/fet      246 cl11=1./dsqrt(1.+dl11**2)
187 fet13=d12*d23-d22*d13 247 cl12=dl11*cl11
188 fet23=d12*d13-d11*d23 248 cl=cl11
189 fet33=d11*d22-d12**2 249 c2=cl12
190 a13=fet13/fet      250 a111=a11*c1**4+2.*a12*c1**2*c2**2+a22*c2**4+4.*a66*
191 a23=fet23/fet      1 c1**2*c2**2
192 a33=fet33/fet      251 a121=a11*c1**2*c2**2+a12*(c1**4+c2**4)+a22*c1**2*c2**2
193 500 continue      1 -4.*a66*c1**2*c2**2
194 do 11 j=1,9      252 a161=a11*c1**3*c2+a12*(c1**3*c2-cl1*c2**3)+a22*c1*c2**3
195 do 11 im=1,4      1 +2.*a66*(c1**3*c2-cl1*c2**3)
196 do 11 in=1,20      253 a221=a11*c2**4+2.*a12*c1**2*c2**2+a22*c1**4+4.*a66*
197 b=bb(in)      1 c1**2*c2**2
198 ans11(in,im,j)=0      254 a261=a11*c1*c2**3+a12*(-c1**3*c2+cl1*c2**3)+a22*c1**3*c2+
199 ans22(in,im,j)=0      1 2.*a66*(-c1**3*c2+cl1*c2**3)
200 ans12(in,im,j)=0      255 a661=a11*c1**2*c2**2-2.*a12*c1**2*c2**2+a22*c1**2*c2**2+
201 write(6,*)j,im,in      1 a66*(c1**4+c2**4-2.*c1**2*c2**2)
202 do 11 l=1,10      256 eps11a=u(1+k+i)*xn(1)+u(2+k+i)*xn(8)+u(3+k+i)*xn(4)+u(10+k+i)
203 t1=0      1 *xn(5)+
204 t2=0      1 u(11+k+i)*xn(9)+u(12+k+i)*xn(7)+u(19+k+i)*xn(2)+u(20+k+i)*
205 t3=0      2 xn(6)+u(21+k+i)*xn(3)
206 do 3 i2=1,10      257 eps22a=v(1+k+i)*yn(1)+v(2+k+i)*yn(8)+v(3+k+i)*yn(4)+v(10+k+i)*
207 do 42 i=1,im      1 yn(5)+
208 bt=0      1 v(11+k+i)*yn(9)+v(12+k+i)*yn(7)+v(19+k+i)*yn(2)+v(20+k+i)*
209 do 49 j1=1,i-1,1      2 yn(6)+v(21+k+i)*yn(3)
210 49 bt=bt+2.*bb(j1)      258 eps12a=u(1+k+i)*yn(1)+u(2+k+i)*yn(8)+u(3+k+i)*yn(4)+u(10+k+i)
211 42 x1=w(i2)*bb(i)+bb(i)+bt      1 *yn(5)+
212 y1=w(i1)*a+a      1 u(11+k+i)*yn(9)+u(12+k+i)*yn(7)+u(19+k+i)*yn(2)+u(20+k+i)*
213 y=w(i1)      2 yn(6)+u(21+k+i)*yn(3)+
214 x=w(i2)      3 v(1+k+i)*xn(1)+v(2+k+i)*xn(8)+v(3+k+i)*xn(4)+v(10+k+i)*xn(5)+
215 k=(im-1)*18      1 v(11+k+i)*xn(9)+v(12+k+i)*xn(7)+v(19+k+i)*xn(2)+v(20+k+i)*
216 i=(im-1)*2      2 xn(6)+v(21+k+i)*xn(3))/2.
217 fm(1)=1./4.*(x**2-x)*(y**2-y)      259 s11a=a111*eps11a+a121
218 fm(2)=1./4.*(x**2+x)*(y**2-y)      1 *eps22a+2.*a161*eps12a
219 fm(3)=1./4.*(x**2+x)*(y**2+y)      260 s12a=a161*eps11a+a261*
220 fm(4)=1./4.*(x**2-x)*(y**2+y)      1 eps22a+2.*a661*eps12a
221 fm(5)=1./2.*(x**2-1.)*(y**2-y)      261 s22a=a121*eps11a+a221
222 fm(6)=1./2.*(x**2+x)*(y**2-1.)      1 *eps22a+2.*a261*eps12a
223 fm(7)=1./2.*(x**2-1.)*(y**2+y)      262 ti2=ti2+s22a*fm(j)*h(i2)
224 fm(8)=1./2.*(x**2-x)*(y**2-1.)      263 ti3=ti3+s12a*fm(j)*h(i2)
225 fm(9)=(x**2-1.)*(y**2-1.)      264 3 ti1=ti1+s11a*fm(j)*h(i2)
226 xn(1)=1./(4.*b)*(2.*x-1.)*(y**2-y)      265 ans11(in,im,j)=ans11(in,im,j)+h(i1)*ti1*a*b
227 xn(2)=(2.*x+1.)*(y**2-y)/(4.*b)      266 ans22(in,im,j)=ans22(in,im,j)+h(i1)*ti2*a*b
228 xn(3)=(2.*x+1.)*(y**2+y)/(4.*b)      267 1 ans12(in,im,j)=ans12(in,im,j)+h(i1)*ti3*a*b
229 xn(4)=(2.*x-1.)*(y**2+y)/(4.*b)      268 11 continue
230 xn(5)=-x*(y**2-y)/(b)      269 do 12 j=1,9
231 xn(6)=(2.*x+1.)*(y**2-1.)/(2.*b)      270 do 12 im=1,4
232 xn(7)=-x*(y**2+y)/(b)      271 do 12 in=1,20
233 xn(8)=(2.*x-1.)*(y**2-1.)/(2.*b)      272 write(71,*)ans11(in,im,j)
234 xn(9)=2.*x*(y**2-1.)/b      273 write(72,*)ans22(in,im,j)
235 yn(1)=1./(4.*a)*(x**2-x)*(2.*y-1)      274 12 write(73,*)ans12(in,im,j)
236 yn(2)=(x**2+x)*(2.*y-1)/(4.*a)      275 do 21 in=1,20
237 yn(3)=(x**2+x)*(2.*y+1)/(4.*a)      276 do 21 ik1=1,9
238 yn(4)=(x**2-x)*(2.*y+1)/(4.*a)      277 do 21 ik2=1,9

```

```

278 write(6,*)in,ik1,ik2
279 b=bb(in)
280 ann(in,ik1,ik2)=0
281 do 31 il=1,10
282   ti1=0
283   do 33 i2=1,10
284     y=w(il)
285     x=w(i2)
286     k=(m-1)*18
287     i=(m-1)*2
288     fn(1)=1./4.*(x**2-x)*(y**2-y)
289     fn(2)=1./4.*(x**2+x)*(y**2-y)
290     fn(3)=1./4.*(x**2+x)*(y**2+y)
291     fn(4)=1./4.*(x**2-x)*(y**2+y)
292     fn(5)=1./2.*(x**2-1)*(y**2-y)
293     fn(6)=1./2.*(x**2+x)*(y**2-1.)
294     fn(7)=1./2.*(x**2-1.)*(y**2+y)
295     fn(8)=1./2.*(x**2-x)*(y**2-1.)
296     fn(9)=(x**2-1.)*(y**2-1.)
297 33   ti1=ti1+fn(ik1)*fn(ik2)*h(i2)
298 31   ann(in,ik1,ik2)=ann(in,ik1,ik2)+ti1*h(il)*a*b
299 21   continue
300   do 40 in=1,20
301     do 40 ik1=1,9
302       do 40 ik2=1,9
303 40   write(8,*)ann(in,ik1,ik2)
304   stop
305   end

c **** SIGINTI.FOR ****

1   implicit real*8(a-h,k,o-z)
2   integer*4 jd
3   dimension ann(20,9,9),ans(20,4,9),fn(369)
4   dimension ad(369),jd(369),aa(4)
5   open (6,file='sigad.dat')
6   open (5,file='abn.dat')
7   open (7,file='sint3.dat')
8   open (8,file='ann.dat')
9   read(5,*)n,m
10  do 54 i=1,m-1
11 54  read(5,*)aa(i)
12  do 12 j=1,9
13  do 12 im=1,4
14  do 12 in=1,20
15 12  read(7,*)ans(in,im,j)
16  ma=(2*n-1)*(2*m-1)
17  do 1112 im=1,20
18  do 1112 im1=1,9
19  do 1112 im2=1,9
20 1112 read(8,*)ann(in,im1,im2)
21  ad(1)=ann(1,1,1)
22  m1=1
23  do 21 il=1,m-2
24  ad(1+2*il-1)=ann(1,8,8)
25  ad(1+2*il)=ann(1,1,1)+ann(1,4,4)
26 21  continue
27  ad(2+2*(m-2))=ann(1,8,8)
28  ad(3+2*(m-2))=ann(1,4,4)
29  m1=3+2*(m-2)

30  iz=2*(2*m-1)
31  do 401 jj=1,n-1
32  j=jj-1
33  ad(m1+1+j*iz)=ann(jj,5,5)
34  m2=m1+1
35  do 61 i=1,m-2
36  ad(m2+1+j*iz)=ann(jj,9,9)
37  ad(m2+2+j*iz)=ann(jj,5,5)+ann(jj,7,7)
38 61  m2=m2+2
39  ad(m2+1+j*iz)=ann(jj,9,9)
40  ad(m2+2+j*iz)=ann(jj,7,7)
41 401  continue
42  m2=m1+(2*m-1)
43  do 100 u=1,n-2
44  il=ii+1
45  ad(m2+1)=ann(il,1,1)+ann(ii,2,2)
46  m2=m2+1
47  do 62 i=1,m-2
48  ad(m2+1)=ann(ii,6,6)+ann(il,8,8)
49  ad(m2+2)=ann(il,1,1)+ann(ii,2,2)+ann(ii,3,3)+
    & ann(ii,4,4)
50 62  m2=m2+2
51  ad(m2+1)=ann(ii,6,6)+ann(il,8,8)
52  ad(m2+2)=ann(ii,3,3)+ann(il,4,4)
53 100  m2=m2+2+(2*m-1)
54  c ad in son kismi
55  m4=m2
56  ad(m4+1)=ann(n-1,2,2)
57  m4=m4+1
58  do 63 i=1,m-2
59  ad(m4+1)=ann(n-1,6,6)
60 63  ad(m4+2)=ann(n-1,2,2)+ann(n-1,3,3)
61  ad(m4+1)=ann(n-1,6,6)
62  ad(m4+2)=ann(n-1,3,3)
63  do 350 i=1,(2*n-1)*(2*m-1)
64 350 write(6,*)ad(i)
65  c jd lerin bulunması
66  jd(1)=0
67  m1=1
68  do 101 jk=1,m-1
69  jd(m1+1)=jd(m1)+1
70 101  jd(m1+2)=jd(m1+1)+2
71  m1=m1+2
72  ik=m1
73  do 250 j=1,n-1
74  jd(ik+1)=jd(ik)+(2*m-1)
75  ik=ik+1
76  do 102 il=1,m-1
77  jd(ik+1)=jd(ik)+(2*m-1)+1
78 102  jd(ik+2)=jd(ik+1)+(2*m-1)+2
79  ik=ik+2
80  um=ik
81  do 105 il=1,m-1
82  jd(um+1)=jd(um)+2*(2*m-1)
83  jd(um+1)=jd(um)+2*(2*m-1)+1
84  jd(um+2)=jd(um+1)+2*(2*m-1)+2
85 105  um=um+2
86  ik=um

```

```

87 250 continue
88 do 450 i=1,(2*n-1)*(2*m-1)
89 450 write(6,*)jd(i)
90 fn(1)=ans(1,1,1)
91 fn(2)=ans(1,1,8)
92 fn(3)=ans(1,1,4)+ans(1,2,1)
93 fn(4)=ans(1,2,8)
94 fn(5)=ans(1,2,4)+ans(1,3,1)
95 fn(6)=ans(1,3,8)
96 fn(7)=ans(1,3,4)+ans(1,4,1)
97 fn(8)=ans(1,4,8)
98 fn(9)=ans(1,4,4)
99 do 200 in=1,20
100 inl=18*(in-1)
101 fn(10+inl)=ans(in,1,5)
102 fn(11+inl)=ans(in,1,9)
103 fn(12+inl)=ans(in,1,7)+ans(in,2,5)
104 fn(13+inl)=ans(in,2,9)
105 fn(14+inl)=ans(in,2,7)+ans(in,3,5)
106 fn(15+inl)=ans(in,3,9)
107 fn(16+inl)=ans(in,3,7)+ans(in,4,5)
108 fn(17+inl)=ans(in,4,9)
109 fn(18+inl)=ans(in,4,7)
110 200 continue
111 do 251 in=1,19
112 inl=(in-1)*18
113 fn(19+inl)=ans(in,1,2)+ans(in+1,1,1)
114 fn(20+inl)=ans(in,1,6)+ans(in+1,1,8)
115 fn(21+inl)=ans(in,1,3)+ans(in,2,2)+ans(in+1,1,4)+
1 ans(in+1,2,1)
116 fn(22+inl)=ans(in,2,6)+ans(in+1,2,8)
117 fn(23+inl)=ans(in,2,3)+ans(in,3,2)+ans(in+1,2,4)+ans(in+1,3,1)
118 fn(24+inl)=ans(in,3,6)+ans(in+1,3,8)
119 fn(25+inl)=ans(in,3,3)+ans(in,4,2)+ans(in+1,3,4)+ans(in+1,4,1)
120 fn(26+inl)=ans(in,4,6)+ans(in+1,4,8)
121 fn(27+inl)=ans(in,4,3)+ans(in+1,4,4)
122 251 continue
123 fn(361)=ans(20,1,2)
124 fn(362)=ans(20,1,6)
125 fn(363)=ans(20,1,3)+ans(20,2,2)
126 fn(364)=ans(20,2,6)
127 fn(365)=ans(20,2,3)+ans(20,3,2)
128 fn(366)=ans(20,3,6)
129 fn(367)=ans(20,3,3)+ans(20,4,2)
130 fn(368)=ans(20,4,6)
131 fn(369)=ans(20,4,3)
132 do 300 ij=1,369
133 300 write(6,*)fn(ij)
134 stop
135 end

c **** SIGINTZ.FOR ****

1 implicit real*(a-h,k,o-z)
2 dimension u(5352)
3 dimension ann(20,9,9)
4 open (1,file='sigau.dat')
5 open (5,file='abn.dat')
6 open (8,file='ann.dat')
7 read(5,*)n,m

8 mu=5352
9 do 1112 m=1,n-1
10 do 1112 m1=1,9
11 do 1112 m2=1,9
12 1112 read(8,*)ann(m,m1,m2)
13 ik=0
14 do 10 i=1,m-1
15 u(1+ik)=ann(1,1,8)
16 u(2+ik)=ann(1,1,4)
17 u(3+ik)=ann(1,8,4)
18 10 ik=3+ik
c ilk matrisin sonu
19 m1=ik
20 iz=3*(2*m-1)+(m-1)*(6*(2*m-1)+6)
21 do 5200 ij=1,n-1
22 i=j-1
23 il=ij
24 u(m1+1+i*iz)=ann(il,1,5)
25 u(m1+2+i*iz)=ann(il,8,5)
26 u(m1+3+i*iz)=ann(il,4,5)
27 do 511 ik=1,(2*m-4)
28 511 u(m1+3+i*iz+ik)=0
29 m2=m1+3+(2*m-4)
30 do 5188 u=1,m-2
31 u(m2+1+i*iz)=ann(il,1,9)
32 u(m2+2+i*iz)=ann(il,8,9)
33 u(m2+3+i*iz)=ann(il,4,9)
34 do 115 ik=1,(2*m-4)
35 115 u(m2+3+ik+i*iz)=0
36 u(m2+4+(2*m-4)+i*iz)=ann(il,5,9)
37 m2=m2+4+(2*m-4)
38 u(m2+1+i*iz)=ann(il,1,7)
39 u(m2+2+i*iz)=ann(il,8,7)
40 u(m2+3+i*iz)=ann(il,4,7)+ann(il,1,5)
41 u(m2+4+i*iz)=ann(il,8,5)
42 u(m2+5+i*iz)=ann(il,4,5)
43 do 517 il=1,(2*m-6),1
44 517 u(m2+5+i*iz+il)=0
45 u(m2+6+(2*m-6)+i*iz)=ann(il,5,7)
46 u(m2+7+(2*m-6)+i*iz)=ann(il,9,7)
47 m2=m2+7+(2*m-6)
48 5188 continue
49 u(m2+1+i*iz)=ann(il,1,9)
50 u(m2+2+i*iz)=ann(il,8,9)
51 u(m2+3+i*iz)=ann(il,4,9)
52 do 117 ik=1,(2*m-4)
53 117 u(m2+3+ik+i*iz)=0
54 u(m2+4+(2*m-4)+i*iz)=ann(il,5,9)
55 m2=m2+4+(2*m-4)
56 u(m2+1+i*iz)=ann(il,1,7)
57 u(m2+2+i*iz)=ann(il,8,7)
58 u(m2+3+i*iz)=ann(il,4,7)
59 do 519 il=1,(2*m-4)
60 519 u(m2+3+il+i*iz)=0
61 u(m2+4+(2*m-4)+i*iz)=ann(il,5,7)
62 u(m2+5+(2*m-4)+i*iz)=ann(il,9,7)
63 5200 continue
64 mml=m1+2*m-1+(m-1)*(2*(2*m-1)+3)
65 iz1=iz
66 do 400 ik=1,n-2

```



```

67  r=k-1
68  il=ik
69  im3=mm1
70  u(im3+1+i*iz1)=ann(il,1,2)
71  u(im3+2+i*iz1)=ann(il,8,2)
72  u(im3+3+i*iz1)=ann(il,4,2)
73  do 520 il=1,(2*m-4)
74 520  u(im3+3+il+i*iz1)=0.
75  u(im3+4+(2*m-4)+i*iz1)=ann(il,5,2)
76  u(im3+5+(2*m-4)+i*iz1)=ann(il,9,2)
77  u(im3+6+(2*m-4)+i*iz1)=ann(il,7,2)
78  do 521 il=1,(2*m-4)
79 521  u(im3+6+(2*m-4)+i*iz1+il)=0.
80  im4=im3+6+2*(2*m-4)
81  do 5150 u=1,m-2
82  u(im4+1+i*iz1)=ann(il,1,6)
83  u(im4+2+i*iz1)=ann(il,8,6)
84  u(im4+3+i*iz1)=ann(il,4,6)
85  do 524 il=1,(2*m-4),1
86 524  u(im4+3+il+i*iz1)=0
87  u(im4+4+(2*m-4)+i*iz1)=ann(il,5,6)
88  u(im4+5+(2*m-4)+i*iz1)=ann(il,9,6)
89  u(im4+6+(2*m-4)+i*iz1)=ann(il,7,6)
90  do 525 il=1,(2*m-4)
91 525  u(im4+6+(2*m-4)+il+i*iz1)=0
92  u(im4+7+2*(2*m-4)+i*iz1)=ann(il,2,6)+ann(il+1,1,8)
93  im4=im4+7+2*(2*m-4)
94  im5=im4
95  u(im5+1+i*iz1)=ann(il,1,3)
96  u(im5+2+i*iz1)=ann(il,8,3)
97  u(im5+3+i*iz1)=ann(il,1,2)+ann(il,4,3)
98  u(im5+4+i*iz1)=ann(il,8,2)
99  u(im5+5+i*iz1)=ann(il,4,2)
100 do 5268 il=1,(2*m-6),1
101 5268 u(im5+5+il+i*iz1)=0
102 u(im5+6+(2*m-6)+i*iz1)=ann(il,5,3)
103 u(im5+7+(2*m-6)+i*iz1)=ann(il,9,3)
104 u(im5+8+(2*m-6)+i*iz1)=ann(il,7,3)+ann(il,5,2)
105 u(im5+9+(2*m-6)+i*iz1)=ann(il,9,2)
106 u(im5+10+(2*m-6)+i*iz1)=ann(il,7,2)
107 do 527 il=1,(2*m-6),1
108 527 u(im5+10+(2*m-6)+i*iz1+il)=0
109 u(im5+11+2*(2*m-6)+i*iz1)=ann(il,2,3)+ann(il+1,1,4)
110 u(im5+12+2*(2*m-6)+i*iz1)=ann(il+1,8,4)+ann(il,6,3)
111 im5=im5+12+2*(2*m-6)
112 im4=im5
113 5150 continue
114 u(im4+1+i*iz1)=ann(il,1,6)
115 u(im4+2+i*iz1)=ann(il,8,6)
116 u(im4+3+i*iz1)=ann(il,4,6)
117 do 654 il=1,(2*m-4)
118 654 u(im4+3+i*iz1+il)=0
119 u(im4+4+(2*m-4)+i*iz1)=ann(il,5,6)
120 u(im4+5+(2*m-4)+i*iz1)=ann(il,9,6)
121 u(im4+6+(2*m-4)+i*iz1)=ann(il,7,6)
122 do 655 il=1,(2*m-4)
123 655 u(im4+6+(2*m-4)+i*iz1+il)=0
124 u(im4+7+2*(2*m-4)+i*iz1)=ann(il,2,6)+ann(il+1,1,8)
125 im4=im4+7+2*(2*m-4)
126 im5=im4
127 u(im5+1+i*iz1)=ann(il,1,3)
128 u(im5+2+i*iz1)=ann(il,8,3)
129 u(im5+3+i*iz1)=ann(il,4,3)
130 do 6568 il=1,(2*m-4)
131 6568 u(im5+3+i*iz1+il)=0
132 u(im5+4+(2*m-4)+i*iz1)=ann(il,5,3)
133 u(im5+5+(2*m-4)+i*iz1)=ann(il,9,3)
134 u(im5+6+(2*m-4)+i*iz1)=ann(il,7,3)
135 do 657 il=1,(2*m-4)
136 657 u(im5+6+(2*m-4)+i*iz1+il)=0
137 u(im5+7+2*(2*m-4)+i*iz1)=ann(il,2,3)+ann(il+1,1,4)
138 u(im5+8+2*(2*m-4)+i*iz1)=ann(il+1,8,4)+ann(il,6,3)
139 im5=im5+8+2*(2*m-4)
140 400 continue
141 im3=mm1+(n-2)*iz1
142 u(im3+1)=ann(n-1,1,2)
143 u(im3+2)=ann(n-1,8,2)
144 u(im3+3)=ann(n-1,4,2)
145 do 4522 il=1,(2*m-4)
146 4522 u(im3+3+il)=0.
147 u(im3+4+(2*m-4))=ann(n-1,5,2)
148 u(im3+5+(2*m-4))=ann(n-1,9,2)
149 u(im3+6+(2*m-4))=ann(n-1,7,2)
150 do 4523 il=1,(2*m-4)
151 4523 u(im3+6+(2*m-4)+il)=0.
152 im4=im3+6+2*(2*m-4)
153 do 4150 u=1,m-2
154 u(im4+1)=ann(n-1,1,6)
155 u(im4+2)=ann(n-1,8,6)
156 u(im4+3)=ann(n-1,4,6)
157 do 4242 il=1,(2*m-4),1
158 4242 u(im4+3+il)=0
159 u(im4+4+(2*m-4))=ann(n-1,5,6)
160 u(im4+5+(2*m-4))=ann(n-1,9,6)
161 u(im4+6+(2*m-4))=ann(n-1,7,6)
162 do 4252 il=1,(2*m-4),1
163 4252 u(im4+6+(2*m-4)+il)=0
164 u(im4+7+2*(2*m-4))=ann(n-1,2,6)
165 im5=im4+7+2*(2*m-4)
166 u(im5+1)=ann(n-1,1,3)
167 u(im5+2)=ann(n-1,8,3)
168 u(im5+3)=ann(n-1,1,2)+ann(n-1,4,3)
169 u(im5+4)=ann(n-1,8,2)
170 u(im5+5)=ann(n-1,4,2)
171 do 4267 il=1,(2*m-6),1
172 4267 u(im5+5+il)=0
173 u(im5+6+(2*m-6))=ann(n-1,5,3)
174 u(im5+7+(2*m-6))=ann(n-1,9,3)
175 u(im5+8+(2*m-6))=ann(n-1,7,3)+ann(n-1,5,2)
176 u(im5+9+(2*m-6))=ann(n-1,9,2)
177 u(im5+10+(2*m-6))=ann(n-1,7,2)
178 do 4277 il=1,(2*m-6),1
179 4277 u(im5+10+(2*m-6)+il)=0
180 u(im5+11+2*(2*m-6))=ann(n-1,2,3)
181 u(im5+12+2*(2*m-6))=ann(n-1,6,3)
182 4150 im4=im5+12+2*(2*m-6)
183 im4=im4
184 u(im4+1)=ann(n-1,1,6)
185 u(im4+2)=ann(n-1,8,6)
186 u(im4+3)=ann(n-1,4,6)

```

```

187 do 4942 il=1,(2*m-4)
188 4942 u(im4+3+il)=0
189 u(im4+4+(2*m-4))=ann(n-1,5,6)
190 u(im4+5+(2*m-4))=ann(n-1,9,6)
191 u(im4+6+(2*m-4))=ann(n-1,7,6)
192 do 4952 il=1,(2*m-4)
193 4952 u(im4+6+(2*m-4)+il)=0
194 u(im4+7+2*(2*m-4))=ann(n-1,2,6)
195 im5=im4+7+2*(2*m-4)
196 u(im5+1)=ann(n-1,1,3)
197 u(im5+2)=ann(n-1,8,3)
198 u(im5+3)=ann(n-1,4,3)
199 do 7537 il=1,(2*m-4)
200 7537 u(im5+3+il)=0
201 u(im5+4+(2*m-4))=ann(n-1,5,3)
202 u(im5+5+(2*m-4))=ann(n-1,9,3)
203 u(im5+6+(2*m-4))=ann(n-1,7,3)
204 do 4537 il=1,(2*m-4)
205 4537 u(im5+6+(2*m-4)+il)=0
206 u(im5+7+2*(2*m-4))=ann(n-1,2,3)
207 u(im5+8+2*(2*m-4))=ann(n-1,6,3)
208 do 245 i=1,mu
209 245 write(1,*)u(i)
210 stop
211 end
c **** SIGINT4.FOR ****

1 implicit real*8(a-h,o-z)
2 integer*4 jd
3 dimension au(5352),ad(369),al(5352),jd(369)
4 dimension fl(369),cf(369),bb(20)
5 open (6,file='sig12.dat')
6 open (1,file='sigad.dat')
7 open (5,file='abn.dat')
8 open (2,file='sigau.dat')
9 read(5,*)n,m
10 read(5,*)a
11 do 6 i=1,n-1
12 6 read(5,*)bb(i)
13 read(5,*)e
14 read(5,*)del,elam,ep
15 ma=(2*m-1)*(2*n-1)
16 mu=5352
17 do 914 i=1,5352
18 914 read(2,*)au(i)
19 do 1 il=1,mu
20 1 al(il)=au(il)
21 do 911 i=1,ma
22 911 read(1,*)ad(i)
23 do 912 i=1,ma
24 912 read(1,*)jd(i)
25 do 913 i=1,ma
26 913 read(1,*)fl(i)
27 call datr(al,au,ad,jd,ma)
28 do 905 i=1,ma
29 905 cf(i)=fl(i)
30 call dasol(al,au,ad,cf,jd,ma)
31 call signal(f,cf,ma)
32 stop
33 end

34 subroutine signal(f,u,ma)
35 implicit real*8(a-h,k,o-z)
36 dimension fl(ma),u(ma)
37 do 342 i=1,ma
38 342 write(6,*)i,u(i)
39 return
40 end

c **** ZZHATA.FOR ****

1 implicit real*8(a-h,k,o-z)
2 dimension w(10),h(10),zznm(20,4),zsignm(20,4)
3 dimension ssl(9),ss2(9),ss3(9),snx(9),sny(9)
4 dimension s11(369),s22(369),s12(369),uu(9),vv(9),fu(9)
5 dimension u(369),v(369),eu(369),ev(369)
6 dimension bb(20),erren(20,4),xen(20,4)
7 open (1,file='sig11.dat')
8 open (7,file='sig12.dat')
9 open (5,file='sig22.dat')
10 open (8,file='sfse22b.dat')
11 open (6,file='faiz.dat')
12 open (2,file='abn.dat')
13 read(2,*)n,m
14 read(2,*)a

```



```

15 do 6 i=1,20
16 6 read(2,*)bb(i)
17 read(2,*)e
18 read(2,*)as
19 read(2,*)del,elam,ep
20 do 11 i=1,369
21 11 read(8,*)s,u(i),v(i)
22 do 19 i=1,369
23 19 read(1,*)s,s11(i)
24 do 29 i=1,369
25 29 read(7,*)s,s12(i)
26 do 39 i=1,369
27 39 read(5,*)s,a22(i)
28 h(1)=0.066671
29 h(2)=0.149451
30 h(3)=0.219086
31 h(4)=0.269266
32 h(5)=0.295524
33 h(6)=0.295524
34 h(7)=0.269266
35 h(8)=0.219086
36 h(9)=0.149451
37 h(10)=0.066671
38 w(1)=0.973906
39 w(2)=0.865063
40 w(3)=0.679409
41 w(4)=0.433395
42 w(5)=0.148874
43 w(6)=-w(5)
44 w(7)=-w(4)
45 w(8)=-w(3)
46 w(9)=-w(2)
47 w(10)=-w(1)
48 pi=4.d0*datan(1.d0)
49 ik=1
50 ee=1
51 p1=0.3
52 p2=0.3
c x1 yönünde lifli levhanın hacim oranları
53 et1=0.5
54 et2=0.5
55 fk2=e/(3.*(1.-2.*p2))
56 fk1=1./(3.*(1.-2.*p1))
57 fm2=e/(2.*(1.+p2))
58 fm1=1./(2.*(1.+p1))
59 fe11=et2*e+et1+(4.*et2*et1*(p2-p1)**2*fm1)/(et1*
1 fm1*(fk2+fm2/3.)+et2*fm1/(fk1+fm1/3.)+1.)
60 fm12=et1*p1+et2*p2+et2*et1*(p2-p1)*(fm1/(fk1+fm1/3.)-
1 fm1/(fk2-fm2/3.))/(et1*fm1/(fk2+fm2/3.)+et2*fm1/(fk1+
2 fm1/3.)+1.)
61 fk23=fk1+fm1/3.+et2*(fk2-fk1+(fm2-fm1)/3.)/(1.+
1 et1/(fk1+4.*fm1/3.)*(fk2-fk1+(fm2-fm1)/3.))
62 fm12=fm1*(fm2*(1.+et2)+fm1*et1)/(fm2*et1+fm1*(1.+et2))
63 fm23=fm1*(1.+et2*(fm2-fm1))/(fm1+(fk1+7.*fm1/3.)/
1 (2.*fk1+8.*fm1/3.)*(fm2-fm1)))
64 a11=fe11+4.*fm12**2*fk23
65 a12=2.*fk23*fm12
66 a22=fm23+fk23
67 a23=-fm23+fk23
68 a66=fm12
69 a13=a12
70 a33=a22
71 a44=a66
72 a55=fm23
c x3 yönünde lifli levhanın hacim oranları
73 et1=0.5
74 et2=0.5
75 fk2=e/(3.*(1.-2.*p2))
76 fk1=1./(3.*(1.-2.*p1))
77 fm2=e/(2.*(1.+p2))
78 fm1=1./(2.*(1.+p1))
79 fe11=et2*e+et1+(4.*et2*et1*(p2-p1)**2*fm1)/(et1*
1 fm1*(fk2+fm2/3.)+et2*fm1/(fk1+fm1/3.)+1.)
80 fm12=et1*p1+et2*p2+et2*et1*(p2-p1)*(fm1/(fk1+fm1/3.)-
1 fm1/(fk2-fm2/3.))/(et1*fm1/(fk2+fm2/3.)+et2*fm1/(fk1+
2 fm1/3.)+1.)
81 fk23=fk1+fm1/3.+et2*(fk2-fk1+(fm2-fm1)/3.)/(1.+
1 et1/(fk1+4.*fm1/3.)*(fk2-fk1+(fm2-fm1)/3.))
82 fm12=fm1*(fm2*(1.+et2)+fm1*et1)/(fm2*et1+fm1*(1.+et2))
83 fm23=fm1*(1.+et2*(fm2-fm1))/(fm1+(fk1+7.*fm1/3.)/
1 (2.*fk1+8.*fm1/3.)*(fm2-fm1)))
84 a110=fe11+4.*fm12**2*fk23
85 a120=2.*fk23*fm12
86 a220=fm23+fk23
87 a230=-fm23+fk23
88 a660=fm12
89 a130=a120
90 a330=a220
91 a440=a660
92 a550=fm23
93 b33=a110
94 b23=a120
95 b11=a220
96 b22=a220
97 b12=a230
98 b55=a660
99 b44=a660
100 b66=(a220-a230)/2.
101 b13=a120
102 b33=a110*ee
103 b23=a120*ee
104 b11=a220*ee
105 b22=a220*ee
106 b12=a230*ee
107 b55=a660*ee
108 b44=a660*ee
109 b66=(a220-a230)/2.*ee
110 b13=a120*ee
c levhali kompozit malz. hacim oranları
111 et1=0.5
112 et2=0.5
113 a44=et1*a44+et2*b44
114 a55=1./(et1/a55+et2/b55)
115 a66=1./(et1/a66+et2/b66)
116 det2=a11*a22**2+12**2*a23**2.-a12**2*a22-a23**2*a11-
1 a12**2*a22
117 det1=b22**2*b33+b23**2*b12+b23**2*b12-b22*b23**2-
1 b23**2*b22-b12**2*33
118 det21=a22**2-a23**2
119 det22=a12*a23-a12*a22

```

```

120 det23=a12*a23-a12*a22 173 r32=(p23-(c11*et1+p11*et2)*r12)/(c12*et1+p23*et2)
121 det11=b22*b33-b23**2 174 r11=-et2/et1*r12
122 det12=b23**2-b12*b33 175 r31=-et2/et1*r32+1./et1
123 det13=b12*b23-b23*b2 176 d13=p11*r11+p23*r31
124 c11=det21/det2 177 d130=c11*r12+c12*r32
125 c21=det22/det2 178 d23=(p12*r11+p23*r31)*et1+(c12*r12+c23*r32)*et2
126 c31=det23/det2 179 d33=p23*r11+p33*r31
127 p11=det11/det1 180 d330=c12*r12+c22*r32
128 p21=det12/det1 181 fet=d11*d22*d33+d12*d23*d13**2-d22*d13**2-d23**2*d11
129 p31=det13/det1 182 1 -d12**2*d33 196 fet33=d11*d22-d12**2
130 det24=a12*a23-a12*a22 182 fet11=d22*d33-d23**2 197 a13=fet13/fet
131 det25=a11*a22-a12**2 183 fet21=d23*d13-d12*d33 198 a23=fet23/fet
132 det26=-a23*a11+a12*a12 184 fet31=d12*d23-d22*d13 199 a33=fet33/fet
133 c12=det24/det2 185 a11=fet11/fet 200 do 2 im=1,4
134 c22=det25/det2 186 a21=fet21/fet 201 do 2 m=1,20
135 c32=det26/det2 187 a31=fet31/fet 202 b=bb(in)
136 det27=a12*a23-a12*a22 188 fet12=d23*d13-d12*d33 203 znm(in,im)=0
137 det28=a12**2-a11*a23 189 fet22=d11*d33-d13**2 204 zsignm(in,im)=0
138 det29=a11*a22-a12**2 190 fet32=d13*d12-d11*d23 205 do 1 i1=1,10
139 c13=det27/det2 191 a12=fet12/fet 206 t1=0
140 c23=det28/det2 192 a22=fet22/fet 207 t2=0
141 c33=det29/det2 193 a32=fet32/fet 208 t3=0
142 det14=b23**2-b12*b33 194 fet13=d12*d23-d22*d13 209 t4=0
143 det15=b22*b33-b23**2 195 fet23=d12*d13-d11*d23 210 do 3 i2=1,10
144 det16=b12*b23-b22*b23 211 x=w(i2)
145 p12=det14/det1 212 y=w(i1)
146 p22=det15/det1 213 do 42 i=1,in
147 p32=det16/det1 214 bt=0
148 det17=b12*b23-b22*b23 215 do 49 j=1,i-1,1
149 det18=b12*b23-b23*b22 216 49 bt=bt+2.*bb(j)
150 det19=b22**2-b12**2 217 42 x1=w(i2)*bb(i)+bb(i)+bt
151 p13=det17/det1 218 y1=w(i1)*a+a
152 p23=det18/det1 219 ax=(pi*dcos(pi*elam*x1/(as)+del))
153 p33=det19/det1 220 dax=-pi**2*elam/(as)*dsin(pi*elam*x1/(as)+del)
154 a112=(p11*(c22*et1+p33*et2)-p23*(c12*et1+p23*et2))/ 221 d11=ep*ax
& ((c11*et1+p11*et2)*(c22*et1+p33*et2)-(c12*et1+p23*et2)* 222 cl11=1./dsqrt(1.+d11**2)
& (c12*et1+p23*et2)) 223 cl12=d11*cl11
155 a111=(1.-et2*a12)/et1 224 cl=cl11
156 a132=(p11-(c11*et1+p11*et2)*a12)/(c12*et1+p23*et2) 225 c2=cl12
157 a131=-et2/et1*a132 226 dcl11=ep*dax
158 d11=p11*a11+p23*a131 227 dcl11=-dax*ax*ep**2*(1./dsqrt(1.+ep**2*ax**2))**3
159 d110=c11*a12+c12*a132 228 dcl12=ep*dax*cl11+ax*ep*dcl11
160 d12=(p12*et1*a11+p23*et1*a131+et2*c12*a12+c23*et2*a132) 229 dcl=dcl11
161 d13=p23*a11+p33*a131 230 dc2=dcl12
162 d130=c12*a12+c22*a132 231 a111=a11*cl**4+2.*a12*cl**2*c2**2+a22*c2**4+4.*a66*
163 h1=-((c11*et1+p11*et2)*(p23-c23)-(p12-c12)*(c12*et1+
& p23*et2))/(c12*et1+p23*et2)*(p23-c23)-(c22*et1+
& p33*et2)*(p12-c12))
164 q12=et1*(p12-c12)/(c11*et1+p11*et2+h1*(c12*et1+p23*et2))
165 d12=-et2/et1*q12*p11+p12-et2/et1*h1*q12*p23
166 d120=c11*q12+c12+c12*h1*q12
167 d120=c11*q12+c12+c12*h1*q12
168 d22=(-et2/et1*q12*p12+p22-et2/et1*h1*q12*p23)*et1+
& et2*(c12*q12+c22+c23*h1*q12)
169 d23=-et2/et1*q12*p23+p23-et2/et1*h1*q12*p33
170 d230=c12*q12+c23+c22*h1*q12
171 d230=c12*q12+c23+c22*h1*q12
172 r12=(p23*(c22*et1+p33*et2)-p33*(c12*et1+p23*et2))/
& ((c11*et1+p11*et2)*(c22*et1+p33*et2)-(c12*et1+
& p23*et2)*(c12*et1+p23*et2))

```

```

1 c1**2*c2**2      1 fn(4)+vv(5)*fn(5)+vv(6)*fn(6)+vv(7)*fn(7)+
232 a121=a11*c1**2*c2**2+a12*(c1**4+c2**4)+a22*c1**2*c2**2 1 vv(8)*fn(8)+vv(9)*fn(9)
1 -4.*a66*c1**2*c2**2      284 dux=uu(1)*snx(1)+uu(2)*snx(2)+uu(3)*snx(3)+uu(4)*
233 a161=a11*c1**3*c2+a12*(c1**3*c2-c1*c2**3)+a22*c1*c2**3
1 +2.*a66*(c1**3*c2-c1*c2**3) 1 snx(4)+uu(5)*snx(5)+uu(6)*snx(6)+uu(7)*snx(7)+
234 a221=a11*c2**4+2.*a12*c1**2*c2**2+a22*c1**4+4.*a66* 1 uu(8)*snx(8)+uu(9)*snx(9)
1 c1**2*c2**2      285 dvx=vv(1)*snx(1)+vv(2)*snx(2)+vv(3)*snx(3)+vv(4)*
235 a261=a11*c1*c2**3+a12*(-c1**3*c2+c1*c2**3)+a22*c1**3*c2+
1 2.*a66*(-c1**3*c2+c1*c2**3) 1 snx(4)+vv(5)*snx(5)+vv(6)*snx(6)+vv(7)*snx(7)+
236 a661=a11*c1**2*c2**2-2.*a12*c1**2*c2**2+a22*c1**2*c2**2+ 1 vv(8)*snx(8)+vv(9)*snx(9)
1 a66*(c1**4+c2**4-2.*c1**2*c2**2) 286 duy=uu(1)*sny(1)+uu(2)*sny(2)+uu(3)*sny(3)+uu(4)*
237 snx(1)=1./4.*b)*(2.*x-1.)*(y**2-y) 1 sny(4)+uu(5)*sny(5)+uu(6)*sny(6)+uu(7)*sny(7)+
238 snx(2)=(2.*x+1.)*(y**2-y)/(4.*b) 1 uu(8)*sny(8)+uu(9)*sny(9)
239 snx(3)=(2.*x+1.)*(y**2+y)/(4.*b) 287 dvv=vv(1)*sny(1)+vv(2)*sny(2)+vv(3)*sny(3)+vv(4)*
240 snx(4)=(2.*x-1.)*(y**2+y)/(4.*b) 1 sny(4)+vv(5)*sny(5)+vv(6)*sny(6)+vv(7)*sny(7)+
241 snx(5)=x*(y**2-y)/(b) 1 vv(8)*sny(8)+vv(9)*sny(9)
242 snx(6)=(2.*x+1.)*(y**2-1)/(2.*b) 288 ep1=dux
243 snx(7)=x*(y**2+y)/(b) 289 ep2=dvy
244 snx(8)=(2.*x-1.)*(y**2-1)/(2.*b) 290 ep12=duy+dvx
245 snx(9)=2.*x*(y**2-1)/b 291 sig11=a111*ep11+a121*ep22+a161*ep12
246 sny(1)=1./4.*a)*(x**2-x)*(2.*y-1) 292 sig22=a121*ep11+a221*ep22+a261*ep12
247 sny(2)=(x**2+x)*(2.*y-1)/(4.*a) 293 sig12=a161*ep11+a261*ep22+a661*ep12
248 sny(3)=(x**2+x)*(2.*y+1)/(4.*a) 294 ss1(1)=s11(1+(in-1)*18+(im-1)*2)
249 sny(4)=(x**2-x)*(2.*y+1)/(4.*a) 295 ss1(2)=s11(19+(in-1)*18+(im-1)*2)
250 sny(5)=(x**2-1.)*(2.*y-1)/(2.*a) 296 ss1(3)=s11(21+(in-1)*18+(im-1)*2)
251 sny(6)=(x**2+x)*y/a 297 ss1(4)=s11(3+(in-1)*18+(im-1)*2)
252 sny(7)=(x**2-1.)*(2.*y+1)/(2.*a) 298 ss1(5)=s11(10+(in-1)*18+(im-1)*2)
253 sny(8)=(x**2-x)*y/a 299 ss1(6)=s11(20+(in-1)*18+(im-1)*2)
254 sny(9)=2.*(x**2-1.)*y/a 300 ss1(7)=s11(12+(in-1)*18+(im-1)*2)
255 fn(1)=1./4.*(x**2-x)*(y**2-y) 301 ss1(8)=s11(2+(in-1)*18+(im-1)*2)
256 fn(2)=1./4.*(x**2+x)*(y**2-y) 302 ss1(9)=s11(11+(in-1)*18+(im-1)*2)
257 fn(3)=1./4.*(x**2+x)*(y**2+y) 303 ss2(1)=s22(1+(in-1)*18+(im-1)*2)
258 fn(4)=1./4.*(x**2-x)*(y**2+y) 304 ss2(2)=s22(19+(in-1)*18+(im-1)*2)
259 fn(5)=1./2.*(x**2-1.)*(y**2-y) 305 ss2(3)=s22(21+(in-1)*18+(im-1)*2)
260 fn(6)=1./2.*(x**2+x)*(y**2-1.) 306 ss2(4)=s22(3+(in-1)*18+(im-1)*2)
261 fn(7)=1./2.*(x**2-1.)*(y**2+y) 307 ss2(5)=s22(10+(in-1)*18+(im-1)*2)
262 fn(8)=1./2.*(x**2-x)*(y**2-1.) 308 ss2(6)=s22(20+(in-1)*18+(im-1)*2)
263 fn(9)=(x**2-1.)*(y**2-1.) 309 ss2(7)=s22(12+(in-1)*18+(im-1)*2)
264 uu(1)=u(1+(in-1)*18+(im-1)*2) 310 ss2(8)=s22(2+(in-1)*18+(im-1)*2)
265 uu(2)=u(19+(in-1)*18+(im-1)*2) 311 ss2(9)=s22(11+(in-1)*18+(im-1)*2)
266 uu(3)=u(21+(in-1)*18+(im-1)*2) 312 ss3(1)=s12(1+(in-1)*18+(im-1)*2)
267 uu(4)=u(3+(in-1)*18+(im-1)*2) 313 ss3(2)=s12(19+(in-1)*18+(im-1)*2)
268 uu(5)=u(10+(in-1)*18+(im-1)*2) 314 ss3(3)=s12(21+(in-1)*18+(im-1)*2)
269 uu(6)=u(20+(in-1)*18+(im-1)*2) 315 ss3(4)=s12(3+(in-1)*18+(im-1)*2)
270 uu(7)=u(12+(in-1)*18+(im-1)*2) 316 ss3(5)=s12(10+(in-1)*18+(im-1)*2)
271 uu(8)=u(2+(in-1)*18+(im-1)*2) 317 ss3(6)=s12(20+(in-1)*18+(im-1)*2)
272 uu(9)=u(11+(in-1)*18+(im-1)*2) 318 ss3(7)=s12(12+(in-1)*18+(im-1)*2)
273 vv(1)=v(1+(in-1)*18+(im-1)*2) 319 ss3(8)=s12(2+(in-1)*18+(im-1)*2)
274 vv(2)=v(19+(in-1)*18+(im-1)*2) 320 ss3(9)=s12(11+(in-1)*18+(im-1)*2)
275 vv(3)=v(21+(in-1)*18+(im-1)*2) 321 zsig11=ss1(1)*fn(1)+ss1(2)*fn(2)+ss1(3)*fn(3)+ss1(4)*
276 vv(4)=v(3+(in-1)*18+(im-1)*2) 1 fn(4)+ss1(5)*fn(5)+ss1(6)*fn(6)+ss1(7)*fn(7)+
277 vv(5)=v(10+(in-1)*18+(im-1)*2) 1 ss1(8)*fn(8)+ss1(9)*fn(9)
278 vv(6)=v(20+(in-1)*18+(im-1)*2) 322 zsig22=ss2(1)*fn(1)+ss2(2)*fn(2)+ss2(3)*fn(3)+ss2(4)*
279 vv(7)=v(12+(in-1)*18+(im-1)*2) 1 fn(4)+ss2(5)*fn(5)+ss2(6)*fn(6)+ss2(7)*fn(7)+
280 vv(8)=v(2+(in-1)*18+(im-1)*2) 1 ss2(8)*fn(8)+ss2(9)*fn(9)
281 vv(9)=v(11+(in-1)*18+(im-1)*2) 323 zsig12=ss3(1)*fn(1)+ss3(2)*fn(2)+ss3(3)*fn(3)+ss3(4)*
282 ux=uu(1)*fn(1)+uu(2)*fn(2)+uu(3)*fn(3)+uu(4)* 1 fn(4)+ss3(5)*fn(5)+ss3(6)*fn(6)+ss3(7)*fn(7)+
1 fn(4)+uu(5)*fn(5)+uu(6)*fn(6)+uu(7)*fn(7)+ 1 ss3(8)*fn(8)+ss3(9)*fn(9)
1 uu(8)*fn(8)+uu(9)*fn(9) 324 delta=(a661*a121-a161*a261)**2-(a661*a111-a161**2)*
283 vx=vv(1)*fn(1)+vv(2)*fn(2)+vv(3)*fn(3)+vv(4)* 1 (a661*a221-a261**2)
325 b111=a661*(a261**2-a661*a221)/delta
326 b121=a661*(a661*a121-a161*a261)/delta

```

```

327  b161=(a161*(a661*a221-a261**2)-a261*(a661*a121-
1  a161*a261))/delta
328  b221=a661*(a161**2-a661*a111)/delta
329  b261=(a161*(a261*a161-a661*a121)+a261*(a661*a111-
1  a161**2))/delta
330  b661=1./a661-a161*b161/a661-a261*b261/a661
331  zz1=zs11-sig11
332  zz2=zs22-sig22
333  zz3=zs12-sig12
334  ti2=ti2+h(i2)*(b111*zz1**2+2.*b121*zz1*zz2+
1  2.*b161*zz1*zz3+b221*zz2**2+2.*b261*zz2*zz3+
2  b661*zz3**2)
335  ti3=ti3+h(i2)*(b111*zs11**2+2.*b121*zs11*zs22+
1  2.*b161*zs11*zs12+b221*zs22**2+2.*b261*zs22*zs12+
2  b661*zs12**2)
336  3  continue
337  zzm(in,im)=zzm(in,im)+h(il)*ti2*a*b
338  zsignm(in,im)=zsignm(in,im)+h(il)*ti3*a*b
339  1  continue
340  2  continue
341  topzz=0
342  topzs=0
343  topen=0
344  xtopen=0
345  do 277 im=1,4
346  do 277 in=1,20
347  topzz=topzz+zzm(in,im)
348  topzs=topzs+zsignm(in,im)
349  277 continue
350  tzmnor=dsqrt(topzz)
351  tzsnor=dsqrt(topzs)
352  errtot=tzmnor/tzsnor*100
353  pnm=(n-1)*(m-1)
354  erm=5*tzmnor/(dsqrt(pnm))
355  write(6,*)'toterror',errtot
356  do 377 im=1,4
357  do 377 in=1,20
358  377 erren(in,im)=dsqrt(zzm(in,im))/(erm)
359  do 477 im=1,4
360  do 477 in=1,20
361  write(6,*)in,im,erren(in,im)
362  477 continue
363  stop
364  end

c **** UVXL.FOR ****

1  implicit real*8(a-h,o-z)
2  dimension u(369),v(369),fn(9),w(10)
3  dimension s1(9),s2(9),s3(9)
4  dimension s11(369),s22(369),s12(369)
5  dimension bb(20),uu(9),vv(9),xx(9),yy(9),aa(4)
6  open(33,file='sig12.dat')
7  open(2,file='abn.dat')
8  open(81,file='s12.dat')
9  read(2,*)n,m
10 do 109 il=1,4
11 109 read(2,*)aa(il)
12  a=aa(1)
13  do 6 i=1,20
14  6  read(2,*)bb(i)
15  read(2,*)e
16  read(2,*)as
17  read(2,*)del,elam,ep
18  do 135 i=1,369
19  135 read(33,*)s,s12(i)
20  w(1)=0.973906
21  w(2)=0.865063
22  w(3)=0.679409
23  w(4)=0.433395
24  w(5)=0.148874
25  w(6)=-w(5)
26  w(7)=-w(4)
27  w(8)=-w(3)
28  w(9)=-w(2)
29  w(10)=-w(1)
30  im=2
c  im=2
31  b=bb(1)
c  do 90 im=1,4
32  do 90 in=1,20
33  y=1
c  x=1
34  do 80 ix=1,11
c  y=-1+(iy-1)*0.2
35  x=-1+(ix-1)*0.2
36  do 42 ip=1,in
37  bt=0
38  do 49 j=1,ip-1,1
39  49  bt=bt+2.*bb(j)
40  42  x1=x*bb(ip)+bb(ip)+bt
41  y1=y*a+(2*im-1)*a
42  fn(1)=1./4.*(x**2-x)*(y**2-y)
43  fn(2)=1./4.*(x**2+x)*(y**2-y)
44  fn(3)=1./4.*(x**2+x)*(y**2+y)
45  fn(4)=1./4.*(x**2-x)*(y**2+y)
46  fn(5)=-1./2.*(x**2-1)*(y**2-y)
47  fn(6)=-1./2.*(x**2+x)*(y**2-1.)
48  fn(7)=-1./2.*(x**2-1.)*(y**2+y)
49  fn(8)=-1./2.*(x**2-x)*(y**2-1.)
50  fn(9)=(x**2-1.)*(y**2-1.)
51  s2(1)=s22(1+(in-1)*18+(im-1)*2)
52  s2(2)=s22(19+(in-1)*18+(im-1)*2)
53  s2(3)=s22(21+(in-1)*18+(im-1)*2)
54  s2(4)=s22(3+(in-1)*18+(im-1)*2)
55  s2(5)=s22(10+(in-1)*18+(im-1)*2)
56  s2(6)=s22(20+(in-1)*18+(im-1)*2)
57  s2(7)=s22(12+(in-1)*18+(im-1)*2)
58  s2(8)=s22(2+(in-1)*18+(im-1)*2)
59  s2(9)=s22(11+(in-1)*18+(im-1)*2)
60  vs2=s2(1)*fn(1)+s2(2)*fn(2)+s2(3)*fn(3)+s2(4)*
1  fn(4)+s2(5)*fn(5)+s2(6)*fn(6)+s2(7)*fn(7)+
1  s2(8)*fn(8)+s2(9)*fn(9)
61  write(81,*)100*x1,vs2
62  80  continue
63  90  continue
64  stop
65  end

```

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi: 14 Eylül 1969

Doğum yeri: Kastamonu

İlkokul eğitimi: 1975-1980

Bitirdiği okul: Devrekani Merkez İlkokulu

Ortaokul ve lise eğitimi: 1980-1986

Bitirdiği okul: Devrekani Lisesi

Üniversite eğitimi: 1986-1990

Bitirdiği okul: Yıldız Teknik Üniversitesi

Bölümü: Matematik Mühendisliği Bölümü

Yüksek lisans: 1990-1993

Bitirdiği okul: Y.T.Ü., F.B.E., Matematik Mühendisliği Anabilim D.

Göreve başlama: 1991-

Çalıştığı kurum: Y.T.Ü., Mat. Müh. Böl.

Görevi: Araştırma Görevlisi