

79118

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ELEKTRİK EMPEDANS TOMOGRAFİSİNDE
SONLU ELEMAN YÖNTEMİYLE
MODELLEME VE GÖRÜNTÜ OLUŞTURMA
ALGORİTMALARI**

Elek. Yük. Müh. Beyhan KILIÇ

**F.B.E Elektrik Mühendisliği Anabilim Dalında
hazırlanan**

DOKTORA TEZİ

Tez Savunma Tarihi : 5 Mayıs 1998

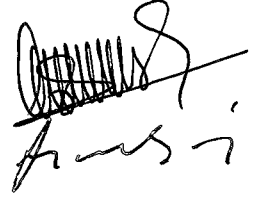
Tez Danışmanı

: Prof. Dr. Galip CANSEVER (Y.T.U)

Jüri Üyeleri

: Prof.Dr. Ertuğrul YAZGAN (İTÜ)

Prof. Dr. Sezgin ALSAN (MÜ)





79118

İSTANBUL, 1998

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
FEN BİLİMLERİ MERKEZİ**



TEŞEKKÜR

Bu çalışmanın bir sonuca ulaşmasındaki katkılarından dolayı;

Başta danışmanım Prof.Dr. Galip CANSEVER olmak üzere, Sonlu Eleman Paket Programını sağlayan Prof.Dr. Y.Ziya İDER'e, Standart Ankara Data Set'ini temin eden Doç.Dr. Murat EYÜBOĞLU'na, hususan Doç.Dr. Mehmet KORÜREK'e,

Yurt dışından literatür ihtiyacımı karşılayan kardeşim Dr. Sabiha YILDIZ'a ve kardeşim Yük. Mim. Dilek YILDIZ'a,

Meslektaşlarım Elk.Yük.Müh. Hüseyin ŞEKER'e, Elk.Yük.Müh. Hakan P.PARTAL'a,

Hakkını hiç bir zaman ödeyemeyeceğim sevgili eşim Y.Doç.Dr. Osman KILIÇ'a

şükranlarımı sunarım.

Eylül 1997

Beyhan YILDIZ KILIÇ



İÇİNDEKİLER

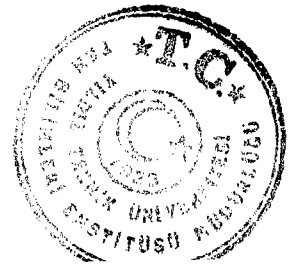
Özet	I
Summary	II
1. ELEKTRİKSEL EMPEDANS GÖRÜNTÜLENMESİ	1
1.1 Biyolojik Dokunun Elektriksel Özellikleri	2
1.2. Önceki Araştırmacıların Çalışmaları	6
1.3. Elektrik Empedans Tomografisinin Temelleri	12
1.3.1. İleri ve Ters Problemin Matematiksel Tanımı	14
1.3.2. Ters Problem	16
1.4. Elektrik Empedans Görüntülemeye Çözünürlük ve Duyarlık	16
1.4.1 Karşılıklı Etkileşimler	19
1.4.2. Uzamsal Bağımlılık	20
1.4.3. Çoklu Bağımsız Ölçümler	22
1.4.4. Bağımsız Ölçümler ve Elektrot Sayıları	24
2. İLERİ PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ	28
2.1. Modelleme	28
2.2. Sonlu Eleman Yöntemi İle Modelleme	29
2.3. Sonlu Eleman Yönteminde Temel Adımlar	31
2.3.1. Domenin Ayırıklaştırması	31
2.3.2. Durum Değişkenlerin Tanımı	34
2.3.3. Problemin Formülasyonu	35
2.3.4. Elemanların Yaklaşık Fonksiyonlarının Oluşturulması	37
2.3.5. Matris Eşitliklerinin Birleştirilmesi	39
2.4. Matris Eşitliğinin Çözümü	40
2.4.1. Cephe Yöntemiyle Sonlu Eleman Eşitliğinin Çözümü	43
2.4.2. Ağ Seçimi ve Çözümün Doğruluğu	44
3. TERS PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ	48
3.1. Görüntü Oluşturma Algoritmaları	48
3.2. Newton-Raphson Yöntemi	49



3.2.1.	Kötü Durumluluk	52
3.3.	Eş potansiyel Hatlar Arasına Geri İzdüşüm Yöntemi	54
4.	YAPAY SİNİR AĞLARI	55
4.1.	Giriş	55
4.2.	Yapay Sinir Ağlarının Tarihsel Gelişimi	56
4.3.	Nöronun Biyolojik Yapısı	58
4.4.	Nöron Modeli	59
4.5.	YSA Yapısı ve İşlem Elemanı	60
4.6.	Yapay Sinir Ağlarında Öğrenme	62
4.6.1.	Ağırlık Uzayı	62
4.6.2.	Öğrenme Algoritmaları	64
4.7.	Hatanın Geriye Yayılma Algoritması	65
4.7.1.	Geriye Yayılma Yaklaşımı	66
4.7.2.	Delta Öğrenme Kuralı	67
4.7.3.	Genelleştirilmiş Delta Öğrenme Kuralı	69
4.7.4.	Geriye Yayılma Algoritmasının Açılımı	72
4.8.	Veri Uyarlamalı ve Grup Uyarlamalı Öğrenme	74
4.8.1.	Yakınsama	75
4.8.2.	Rastgele Ağırlıkların Seçimi	75
4.8.3.	Öğrenme Hızı	75
4.8.4.	Moment Metodu	76
4.9.	Yapay Sinir Ağlarının Tıptaki Uygulamaları	76
5.	ELEKTRİK EMPEDANS GÖRÜNTÜLEMESİNDE TERS PROBLEMİN YAPAY SİNİR AĞLARI İLE ÇÖZÜMÜ	79
5.1.	Simulasyonda Kullanılan Yapay Sinir Ağı	80
5.2.	Farklı İletkenlik Örüntülerini Tanıyan YSA Tasarımı	81
5.3.	Simulasyon Sonuçları	83
5.4.	Sonuç ve Öneriler	85
	KAYNAKLAR	93
	EKLER	99



Şekil 1.1	Aksiyon potansiyelin zamana göre değişimi	2
Şekil 1.2	EIT’de görüntü oluşturma işlemine ilişkin blok diyagramı	13
Şekil 1.3	İleri ve Ters problemin tanımı	15
Şekil 1.4	R_b bölge içinde r_a yarıçaplı σ_a iletkenliğine sahip R_a bölgesi	17
Şekil 1.5	R_b bölgesi merkezine yerleştirilmiş R_a bölgesi	18
Şekil 1.6	Bölge içinde merkezden C mesafesi kadar uzağa ρ iletken bölge	21
Şekil 1.7	Dairesel bir bölge yüzeyine aralıkla yerleştirilmiş N adet elektrot	23
Şekil 1.8	Çözünürlük kontrast ve duyarlık arasındaki ilişki	25
Şekil 1.9	Duyarlık kontrast ve çözünürlük arasındaki ilişki	26
Şekil 1.10	Duyarlık için çözünürlük ve kontrast ve duyarlık arasındaki ilişki	27
Şekil 2. 1	Model parametrelerinin ayarlamalı yöntemle belirlenmesini gösteren blok diyagram	29
Şekil 2.2	SEY ile problem çözümü, gölgelendirilmiş işlem adımları	30
Şekil 2.3	Eleman numaralama yöntemi	32
Şekil 2.4	541 düğüm ve 1016 elemanlı ince ağ	33
Şekil 2.5	(x_i, y_i) koordinatlarında 3 düğümlü tipik bir üçgen eleman	37
Şekil 2.6	SEY ile Bilgisayarda çözüm için akış diyagramı	42
Şekil 2.7	Cephe yöntemiyle çözümün akışı	45
Şekil 3.1	Newton-Raphson algoritmasının akış diyagramı	51
Şekil 3.2.	Komşu yönteminde, homojen ortamda oluşan eşpotansiyel hatlar	54
Şekil 4. 1.	Doğal sınır sisteminde bilgi akışı	56
Şekil 4.2	Basit bir nöron hücresi	59
Şekil 4.3	Genel bir nöron modeli	59
Şekil 4.4	Nöron modeli	60
Şekil 4.5	Genel bir YSA yapısı	61
Şekil 4.6	Üç boyutlu uzayda ağırlık vektörünün değişimi	63
Şekil 4.7	N girişli M çıkışlı tek katmanlı ağ	67

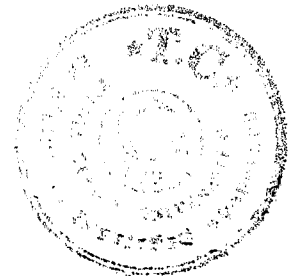


Şekil 4.8	İki katmanlı ileri beslemeli bir ağ	70
Şekil 5.1	Gerilim ölçümlerinden iletkenlik değişimlerine gönderim yapan YSA	81
Şekil 5.2	Eğitimde kullanılan 104 2 64 mimarisindeki ağ yapısı	82
Şekil 5.3	Bir objenin bulunduğu ortamın gerçek görüntü	87
Şekil 5.4	64 elemanlı ağ ile yapılan simulasyonun görüntüsü	88
Şekil 5.5	0.02 S/cm İletkenliğindeki objenin gerçek görüntüsü	89
Şekil 5.6	II. grup ölçümlere ait görüntü	90
Şekil 5.7	İki objenin bulunduğu gerçek görüntü	91
Şekil 5.8	64 elemanlı ağ ile yapılan simulasyonun görüntüsü	92



TABLO LİSTESİ

Tablo 1.1	Dokularının (20-100 kHz) düşük frekanslardaki özgül dirençleri	5
Tablo 1.2	Dört değişken arasında etkileşim çiftleri	19
Tablo 1.3	Doğruluk ve çözünürlüğün pozisyona göre değişimi	22
Tablo 1.4	Elektrot sayısının fonksiyonu olarak çözünürlük değerleri	23
Tablo 1.5	Elektrot aralığı ile piksel boyutunun karşılaştırılması	24
Tablo 2.1	Elektrik mühendisliği problemleri ve durum değişkenleri	35
Tablo 2.2	SEY ile hesaplanmış ve aynı ortamdan ölçülmüş fark gerilimlerinin karşılaştırılması	47
Tablo 5.1	104 2 64 mimarisi ile yapılan teste elde edilen iletkenlik değerleri	87
Tablo 5.2	104 2 64 mimarisi ile yapılan teste elde edilen iletkenlik değerleri	89
Tablo 5.2	104 2 64 mimarisi ile yapılan teste elde edilen iletkenlik değerleri	91



ÖZET

Elektrik Empedans Tomografisinde vücut yüzeyinden çoklu elektrotlar vasıtası ile akım uygulanıp gerilimlerin ölçülmesi ile vücut dokularının empedans (veya iletkenlik) görüntüleri oluşturulur. Yüzeyden elde edilen (gerilim-akım) veri çiftinden vücut içindeki alanın iletkenlik değişiminin bulunması nonlineer, kötü durumlu bir parametre kestirim problemidir. Çözümüne ileri ve ters çözüm olmak üzere iki aşamada ulaşılır.

İleri çözümde dahili bölgenin potansiyel dağılımları hesaplanmaktadır. Ortam 541 düğümlü, 1016 elemanlı ince bir sonlu eleman ağı ile modellenmiştir 541 düğümden yüzeydeki elektrotların konumları ile çakışan düğümlerdeki potansiyeller tespit edilmiş ve elektrotlar arası fark gerilimleri hesaplanarak ileri çözüm tamamlanmıştır. Alan çözümü ODTÜ'den temin edilen sonlu eleman paket programı vasıtası ile yapılmıştır.

Elektrik Empedans Görüntülemeye problemin doğasında bulunan "kötü durumluluk" ve bilinmeyen sayısının denklem sayısından az olması sebebiyle çözünürlük zayıftır ve doğruluk düşüktür. Bunun yanı sıra ters çözümde kullanılan iteratif görüntü oluşturma teknikleri de yeniden oluşturma hatalarına sebep olmaktadır. Yüzeyden toplanan verilerin yeni bir yaklaşımla değerlendirilmesi gerekli olmuştur. Bu çalışmada, ters problem fark gerilimlerinden doğrudan doğruya iletkenlik değişimlerine gönderim yapan yapay sinir ağları ile çözülmüştür. İleri çözümde kullanılan 1016 elemanlı sonlu eleman ağının 16'lı guruplandırılması ile 64 elemanlı kaba bir ağ ile yapay sinir ağı eğitilmiştir. Bu aşamada Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsünden temin edilen "Propagator 1.0" yazılımı kullanılmıştır.

Eğitimi tamamlanan yapay sinir ağı Standart Ankara Data Seti ile test edilmiştir. Eğitimde kullanılan geometriye benzer geometrideki düzenden alınan ölçümler ile yapılan testlerde iletkenlik değerleri %0.03 hata ile elde edilmiştir. Farklı bir geometriden alınan ölçümlerle testlerde ise hata %0.5'e çıkmakla birlikte kabul edilebilir sınırlar içinde kalmıştır. Buradan dairesel geometriye uygun olarak eğitilmiş bir ağı, eliptik geometriden alınan verilerle test edilebileceği sonucu çıkarılabilir.

Yapay sinir sürekli olarak hasta izlemek için otomatik veri analizi imkanı sağlar; Bu ağlar bir kez eğitildikten sonra empedans görüntüleme için kullanılan pc-tabanlı düşük maliyetli, küçük hacimli sistemlerle uyum içinde kullanılabilirler.



SUMMARY

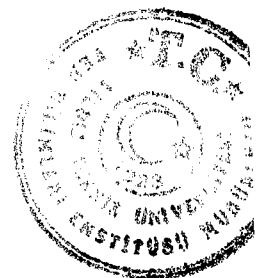
Electrical Impedance Tomography aims to image impedance (or conductivity) distribution of body tissue's using data collected via multiple electrode from the body surface. At EIT current is injected by electrode and the voltage differences are measured from the other electrodes using the neighboring method. Imaging internal impedance distribution, processing data (voltage-current) from measured body surface, is a nonlinear, ill-conditioned parameter estimation problem. Problem solution is performed in two stages, forward and inverse solution.

In forward solution potential distributions of internal medium is calculated. The medium is modelled with a fine mesh of 1016 elements and 541 nodes. The voltages at the nodes corresponding to electrode pair on surface of model is determined and the voltages differences between electrodes are calculated and this completes the forward solution. Finite-Element package program used in forward solution is obtained METU.

Because of ill-conditioning and under-determination of the problem resolution is poor and accuracy is low. In addition, the classic iterative image reconstruction algorithm techniques also contributes to reconstruction errors. So it is necessary to evaluate data collected from the medium surface with a new approach in this study. In this study the inverse problem is solved by artificial neural network, mapping, from difference voltages conductivity changes.

Neural network is trained with a coarse mesh of 64 elements. A Neural Network software package in GHTI is used for this purpose. After training is completed Standard Ankara Data set is used in testing stage. Conductivity values obtained with %0.03 error in case of similar to training geometry's. If different geometrical configuration from training geometry is used test errors will move up to %0.5. However, this value is in expectable limits. This results shows that the neural network trained for circular geometry can be used to test data collected from elliptic configuration.

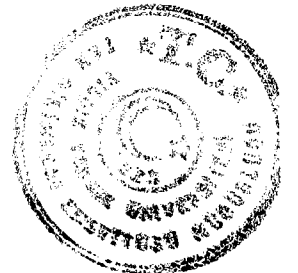
For continuous patient monitoring neural network's may offer a means of automatic data analyses. Such network's once trained, can be implemented on small, low cost, PC-based systems used for electrical impedance imaging.



1. ELEKTRİK EMPEDANS GÖRÜNTÜLENMESİ

Tıbbi ve endüstriyel uygulamalarda ilgilenilen objenin içsel yapısının görüntülenmesi büyük bir ihtiyaç olarak karşımıza çıkmaktadır. İnsan vücudunun görüntülenmesinde günümüze kadar birçok teknik geliştirilmiştir. Bunlar:

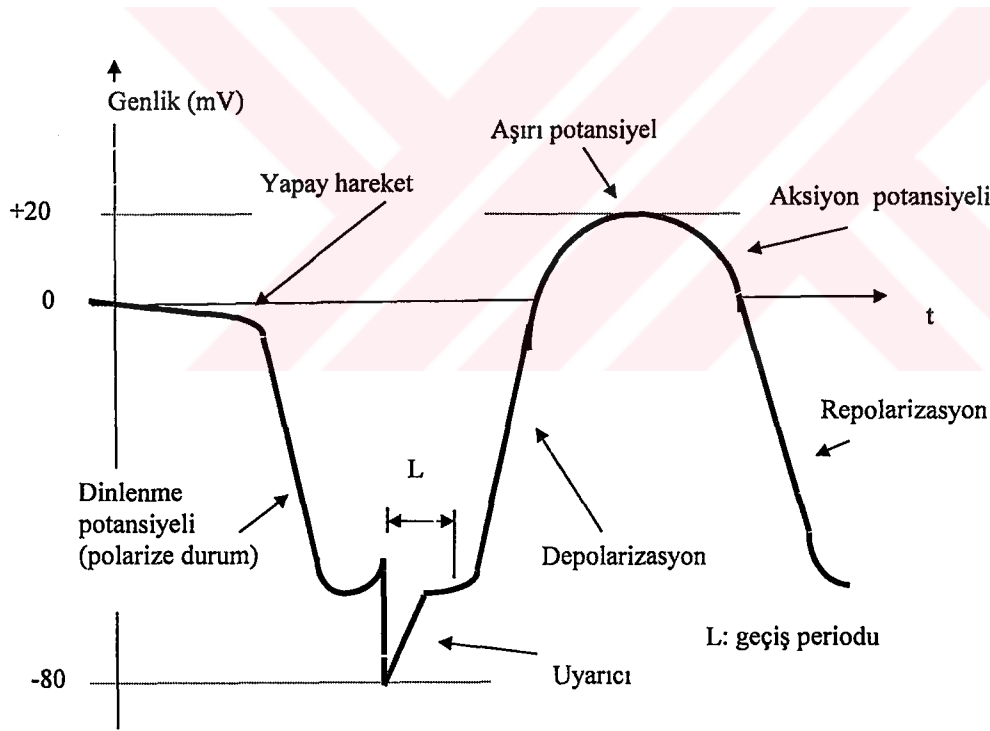
- X-ışınlı Görüntüleme: En yaygın olarak kullanılan tekniktir. Bu teknikle elde edilen uzamsal çözünürlük mükemmeldir. X-ışınları dokuya zararlıdır ve kansere yol açabilir.
- X-ışınlı Bilgisayarlı Tomografi (CT): Uzamsal çözünürlük mükemmeldir, fakat cihaz büyük ve pahalıdır.
- Gama Kamerası: Organ fonksiyonunu görüntüler, vücuda, hedef organda yoğunlaşacak radyoaktif madde verilir. Bozunuma uğrayan radyoaktif madde gama ışınları yayar. Bu ışınlar dedekte edilir.
- Magnetik Rezonans Görüntüleme (MRI): Hasta kuvvetli bir magnetik alan içine konur. Uzamsal çözünürlük mükemmeldir. Hastaya bir yan etkisi yoktur. Ama cihaz çok büyük ve pahalıdır.
- Ultrasonik Görüntüleme: Dönüştürücü vasıtasıyla vücuda verilen ses dalgaları, dokulardan yansarak tekrar dönüştürücü vasıtasıyla toplanır ve işlenerek görüntü oluşturulur. Cihaz fiyatı makuldür ve yöntem dokuya zararlı değildir.
- Elektrik Empedans Tomografi (EIT): Vücut yüzeyine bağlanan elektrotlar vasıtası ile vücuda akım (gerilim) verilerek, gerilim (akım) dağılımları ölçülür, böylece vücut empedans dağılımları “noninvasive” olarak görüntülenir. Yan etkisi yoktur. Cihaz fiyatı makuldür, taşınabilir ve hızlıdır.



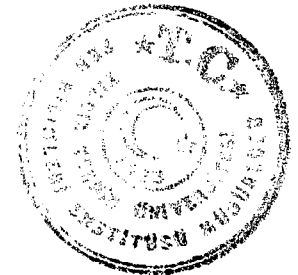
1.1 Biyolojik Dokunun Elektriksel Özellikleri

Biyolojik dokularda elektrik iletimi iyonlar vasıtasıyla sağlanır. Dokular hücrelerden oluşmuştur. Hücreyi “extracellular” sıvıdan ayıran ve iyon iletimini sınırlayan bir hücre zarı çevreler. Dokularda dielektrik özellikler de vardır. Elektrik alan uygulandığında bu yükler yer değiştirme akımlarına sebep olurlar.

Pasif elektrik özellikleri yanı sıra, sinir ve kas dokuları gibi bazı dokular uyarılabilir hücrelerden oluşmuştur. Uyarılabilen hücreler aktif iyon transport mekanizmasına sahiptir. Bu tür hücrelerde, hücre zarının elektro kimyasal aktivitesi sonucunda biyoelektrik potansiyel üretilir. Bu mekanizma ile dinlenme durumunda hücre zarında kararlı iyon konsantrasyon gradyanı (elektrik potansiyel farkı) oluşur (Pethig, 1987).



Şekil 1.1 Aksiyon potansiyelin zamana göre değişimi



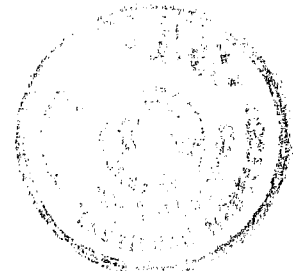
Kararlı hal dinlenme potansiyeline ulaşılınca hücre zarının polarize olduğu söylenir. Dinlenme potansiyeli “extracellular” ortama bağı olarak -50 mV ila -100 mV arasındadır. Polarize olmuş hücre zarının iyonik geçirgenliğı artar ve iyon konsantrasyonları dengeye gelir, daha sonra dinleme potansiyeli sıfıra ulaşır. Bu durumda hücre zarı depolarize olmuştur. Mutlak bir yansıtma periyodundan sonra (bu sürede membran uyarılamaz) hücre zarı dinlenme potansiyeline yeniden ulaşır. Bu periyot “repolarizasyon” olarak adlandırılır. Depolarizasyon-repolarizasyon periyodu aksiyon potansiyeli olarak anılır.

Aksiyon potansiyelleri dokularda akım akışını sağlarlar. Bu akımlar biyoelektrik potansiyelleri oluşturur. İzleme ve teşhis amacıyla kullanılan biyoelektrik potansiyeller (ECG, EEG, EMG, ERC vs.) biyoelektrik potansiyel genliğı 10 μ V’ten 4 mV’a kadar değışiklik gösterilir.

Dokuya elektrik akımı uygulanırken dikkat edilmesi gereken hususlar vardır. Bunlar:

- Akım yoğunluğı ve potansiyel gradyanın maksimum olduğu elektrot altındaki bölgede uyarılabilir dokunun uyarılması,
- Ölçüm yapılan organ veya dokunun fonksiyonunun değışmesi,
- Normal kardiyak aktivitesinin değıştirilmesi,
- Dokunun rezistif ısınmasıdır.

Dokuya uygulanan akımın uygun frekanslarda seğıilmesiyle bu etkilerden korunulabilir. Düşük frekansta duyarlılık lokal elektroliz sebebiyle yüksektir. 50 Hz civarında doku elektriksel olarak daha duyarlıdır (bu frekanslarda 1 mA hissedilir). Orta frekanslarda elektroliz ters çevrilebilir ve sinirsel uyarı baskındır. Çok daha yüksek frekanslarda (100 kHz) baskın biyolojik mekanizma dokunun ısınmasıdır. Sinir boyunca bir darbe çok düşük bir hızla yayıldığından sinirin uyarıya cevap vermek için gereken doğıal gecikme süresi sebebiyle, 10 kHz’lik alternatif akımlar tehlikeli olmaksızın bedene (kalp, sinir ve kaslara) uygulanabilir (Brown B.H. ve diğeri, 1987).

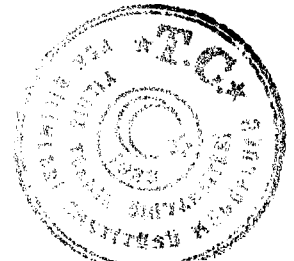


Elektriksel iletkenliğin elektrik alan şiddetiyle lineer olarak değişip değişmediğinin bilinmesi gereklidir. Lineerlik deneysel olarak 100 Hz ile 100 kHz arasında %5'lik bir toleransla belirlenmiştir.

Biyolojik dokuların özgül dirençleri Barber ve Brown (1984) tarafından verilmiştir (Tablo 1.1). Barber ve Brown, 20-100 kHz arasında beden dokularının saf rezistif olduğunu öne sürmüşlerdir.

Düşük frekanslarda hücre zarı yüksek rezistansa sahiptir. Dolayısıyla akım, hücre içinden değil extracellular sıvıdan geçer.

Yüksek frekanslarda hücre zarı kapasitesi kısa devre olur, akım hücre içinden geçer. Doku empedansı frekans arttıkça azalır. Hücre zarı kapasitesi sebebiyle frekansa bir bağımlılık vardır (Rosell J. ve diğerleri, 1988).



Tablo 1.1 Organ dokularının 20-100 kHz frekans bandı arasındaki özgül direnç değerleri

Doku	Özgül dirençleri (Ω cm)
Beyin sıvısı	65
Plasma	66
Kan	150
Karaciğer	350 550
İnsan kolu	240 (longitudinal) 675 (transverse)
iskelet kası	125 (longitudinal) 1800 (transverse) 150 (lognitudinal) 2300 (transverse) 530 (average of above)
Kalp kası	160 (longitudinal) 424 (transverse) 575 (longitudinal) 5181 (transverse) 410 ~ 750 (ortalama değerlers)
Sinirsel doku	580
- gri madde	284
- beyaz madde	682
Akciğer	727 ~ 2363 2100 + % 17 1120 1275
Yağ	2060 2500 2720
Kemik	16600



1.2 Önceki Araştırmacıların Çalışmaları

Henderson ve Webster (1978) EIT görüntüleme sistemi oluşturdular. Gerilim uygulayıp akımları ölçerek insan göğsünün iso-admitans kontur haritalarını elde ettiler.

Tasto ve Schomberg (1978) Henderson ve Webster'in kullandığı sisteme benzer bir EIT sistemi geliştirdiler. Tuz tankıyla deneyler yaptılar. Tankın içine koydukları bilinmeyen objeyi döndürerek farklı projeksiyonlardan ölçümler yaptılar. İleri problemi yaklaşık olarak çözdüler. Ters problem için ART'ye benzer bir geri izdüşüm algoritması kullandılar.

Dines ve Lytle (1979) jeofizik ve biyomedikal uygulamalarda daha önce kullanılan tekniği modifiye ettiler. Non lineer eşitliklerin iteratif olarak lineerleştirilmesi için sonlu fark algoritmasını öne sürdüler. Daha sonra Dines ve Lytle (1981) ters problemi bir devre sentez problemi olarak çözdüler. En büyük gürültünün merkezi piksellerden geldiğini ve piksel boyutu arttıkça gürültünün de arttığını tespit ettiler. Özgül direnç hesabını aşağıdaki eşitliğe göre yaptılar:

$$\Delta r^n = -\left\{ \left[f'(r^n) \right]^T f'(r^n) \right\}^{-1} \left[f'(r^n) \right]^T \left[f(r^n - V_0) \right] \quad (1.1)$$

$$r^{n+1} = r^n + \Delta r^n \quad (1.2)$$

Burada;

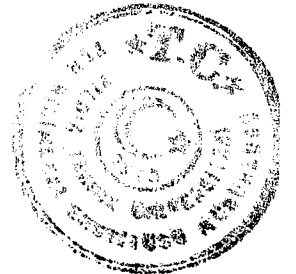
V_0 : ölçülen gerilimler vektörü,

r : görüntü vektörü (özellik direnç dağılım vektörü),

f : özellik direnç dağılımı ile çevre gerilimleri arasındaki ilişkiyi tanımlayan fonksiyon,

$\left[f' \right]_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial r_j} \rightarrow$ Jakobyen matrisidir.

Yorkey (1986) ve Yorkey ve diğerleri (1987 (a)) Sonlu Eleman Yöntemi (SEY) ve Modifiye Newthton Raphson (mN-R) yöntemini göz önünde bulundurdular. Dines ve Lytle (1981)'den farklı olarak dört elektrot tekniğini kullandılar.



Nakayama ve diğerleri (1981) EIT’de ters problemi Gaselowitz’in (1971) uyguladığı duyarlık teoremiyle çözdüler. Her elemanın iletkenliğindeki küçük değişiklikler ile transfer empedansındaki değişiklikler arasında ilişki kurmak için jakobyen matrisine benzeyen bir duyarlık matrisi hesapladılar. Her iterasyonda iletkenlik dağılımını yenilediler.

Kim ve diğerleri (1987) üç boyutlu SEY modeli üzerine kurulu bir EIT sistemi geliştirerek “Perturbation” yöntemini kullandılar. Önce elemanları her elemanın akım elektrotlarına duyarlılığı olan bir duyarlık matrisi (perturbation matrisi) hesapladılar. Homojen ortam için her elektrodun akım miktarını belirledikten sonra, her seferinde bir tek elemanın özgül direncini değiştirerek akımları hesaplayıp aradaki farkı buldular. Tüm testleri simulasyon verileri ile yaptılar. Burada ART benzeri bir yeniden oluşturma uygulanmıştır. Algoritma bir ilk kestirim iletkenlik dağılımı ile iterasyona başlar (önsel bilgi yoksa, bir üniform dağılım kullanılır). İleri problem ilk kestirime göre çözülür. Ölçülen ve hesaplanan akım yoğunlukları arasındaki farklar, her elemanın kestirilen r değerini yenilemek için kullanılır. Bunlar aşağıdaki eşitliğe göre hesaplanır:

$$r_i^n = r_i^{n-1} + K \frac{\sum_{j=1}^N C_{j1}^n T_{ij1} r_i}{\sum_{k=1}^N |T_{ik1}|} \quad (1.3)$$

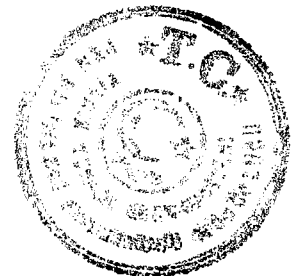
$r_i^n \rightarrow i$ elemanın n . iterasyon için kestirilen değeri,

$K \rightarrow$ yakınsamayı hızlandırmak için kullanılan katsayı,

$T_{ij1}, T_{ik1} \rightarrow 1.$ projeksiyon açısında, j . veya k . akım ölçümünde i . eleman için duyarlık matrisi girişi,

$C_{i1}^n \rightarrow 1.$ projeksiyon için öngörülen ve esas akım yoğunluğu arasındaki yüzde fark.

Bir sonraki projeksiyon için ileri problemin çözümünde yenileştirilen empedans profili kullanılmış, tüm projeksiyon açıları için bu işlem tekrarlanmıştır. Böylece, ileri problem her iterasyon için farklı bir empedans profili kullanılarak çözüldü. Burada, duyarlık



matrisi elemanları bir kez hesaplanmış olup her empedans profili için duyarlık matrisi hesabı yapılmamıştır.

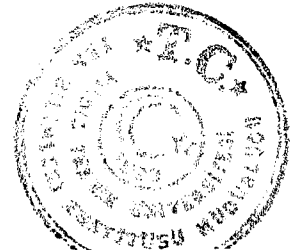
Tarassenko ve Rolfe (1984) akım uygulayıp gerilimleri ölçtüler. “Ölçülen gerilim/hesaplanan gerilim” oranı her elemana geri izdüşürülmeden önce uygun bir duyarlık katsayısı ile çarpılır. Hesaplanan değerler ileri problemin SEY ile çözümünden bulundu. “Duyarlık katsayısı/eleman” sayısının bağımsız ölçüm sayısı kadar çok olmasına rağmen, en iyi sonuçların elemanın en duyarlı olduğu birkaç konfigürasyondan alındığını ve geri-izdüşümde bunların kullanılması gerektiğini öne sürdüler. Zıt elektrotlara akım uygulanması daha küçük dinamik bant, her yerde daha fazla duyarlık ve alan içinde komşu yöntemine göre duyarlığın daha üniform dağılmasına sebep oldu.

Murai ve Kagawa (1985) duyarlık teorem ile (Gaselowitz, 1971) iteratif SEY kullandılar. Duyarlık matrisi her elemanın iletkenlik değişimi ile çevresel gerilimdeki değişim arasında bir bağıntı verir. Her iterasyonda, her elemanın iletkenlik kestirimi aşağıdaki eşitlikle iyileştirilmiş olur:

$$\sigma_j^{n+1} = \sigma_j^n + \Delta\sigma_j^n \quad (1.4)$$

Benzeştirilmiş veri ile tatmin edici sonuçlar elde ettiler. Veriye gürültü eklendiği zaman zayıf doğrulukla karşılaştılar.

Wexler ve diğerleri (1985) jeofiziksel görüntüleme için dört elektrotlu teknik kullanarak akım uygulayıp, gerilimleri ölçtüler. Toprak üzerine metal çubuk elektrotlar yerleştirdiler. Bu elektrot çiftlerinden akım verdiler. İki problem çözümünde SEY kullandılar. Önce, verilen akım ve tahmini iletkenlik dağılımı için Neumann sınır değer problemini çözdüler ve her elemanın akım yoğunluğunu ($J = -\sigma \nabla \Phi$) ve ölçüm noktalarındaki gerilimi belirlediler. Ölçüm noktaları için hesaplanan değerler, ölçülen değerlerle karşılaştırıldı. Fark varsa, ölçülen gerilimler Dirichlet sınır şartı olarak SEY’e uygulandı. Bu arada, akım sürme elektrotlarındaki Neumann şartları değişmeden kaldı ve Cauchy sınır değer problemi çözüldü. Buradan da her elemandaki gerilim gradyanı bulundu. Bu yöntemle simülasyon ve fantom ölçümlerinden tatmin edici sonuçlar yayınladılar.



Yorkey (1986) ile Yorkey ve diğerleri (1987, 1988 (a)) İleri problemi SEY ile çözdüler. Jakobyen matrisi elemanlarını hesaplamak için, kompanzasyon teoremi üzerine geliştirilmiş “Gaselowitz duyarlık teoremi”nin ayrık formunu kullandılar. Ters problem mN-R ile çözüldü. Bu çözüm, ileri problemden hesaplanan gerilimler ve ölçülen gerilimler arasındaki karesel hatayı minimize eden bir ayrık özgül direnç dağılımını vermektedir. Jakobyen matrisi mN-R ile her iterasyonda yeniden hesaplandı. Kompanzasyon teoreminin, Gaselowitz’in duyarlık teoreminden daha doğru ve hesaplamada elverişli olduğunu buldular.

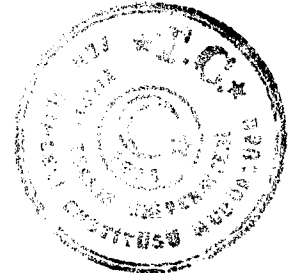
Isaacson (1986) iki farklı iletkenlik dağılımını ayırt edebilmek için, iletken ortama yüzeyden uygulanması gereken en iyi akım örneğinin nasıl seçileceğini teorik olarak gösterdi. Kestirilen ve gerçek direnç matrisleri arasındaki fark matrisinin en büyük eigen (öz) değerlerinden oluşan öz vektörünün optimal akım örnekleri olduğunu gösterdi.

Gisser ve diğerleri (1987) Isaacson’un (1986) çalışmasını fiziksel ölçümlere uyguladılar. Adaptif akım tomografisini geliştirdiler. Maksimum ayırt edilebilirliği elde etmek için en iyi akımı iteratif olarak buldular.

Powel ve diğerleri (1987) lineer elektrot düzeni geliştirerek Barber ve Brown (1986)’nın çalışmalarına benzer olarak eşpotansiyel hatlar boyunca lineer geri izdüşüm algoritmasını kullandılar. Fantom ve “in-vivo” görüntüler eşliğinde dizi uzunluğunun yalnızca yarısına eşit uzaklıktaki derinliklerin görüntülenebileceğini belirttiler.

Griffiths ve Ahmed (1987, 1988) iki farklı frekanstaki akımlarla ölçümler yaptı ve iletkenlik değişimlerini elde etti. 100 kHz ve 150 kHz’i altındaki frekanslarda empedansın sadece gerçel kısmını gözönüne alarak hesap yaptılar.

Yorkey ve diğerleri (1987b) Kim ve diğerlerinin (1993) “perturbation” tekniğini modifiye ettiler. Geliştirdikleri SIRT-benzeri yöntem sadece bir düzeltme yaparken, Kim ve



diğerleri her ölçüm çifti için düzeltme yaptılar. SIRT'ın “Eşzamanlı İteratif Görüntü Oluşturma Tekniğı” benzeri tekniklerde daha az hata olduğu ortaya konulmuştur.

Kim ve diğerleri (1983, 1987)'deki algoritmalarını modifiye ettiler. Geri-izdüşüm sırasında empedanstaki ayar miktarı, sensör elektrotta olan mesafenin lineer olarak azalan fonksiyonu üzerine kurulu olması dolayısıyla ayar fonksiyonunun uygunluğunu tespit için farklı projeksiyonlardan alınan akım ölçümlerini karşılaştırdılar. Bu mukayese ile merkezi bölgelere duyarlıkta daha iyi doğruluk elde ettiler ve fantomdan elde edilen görüntüleri yayınladılar.

İder ve diğerleri (1987, 1990) eşpotansiyeller boyunca iteratif geri izdüşüm algoritmasını kullandılar. Keyfi, fakat sınırı belli olan objenin statik görüntüsünü elde etmeye çalıştılar. Dairesel ve eliptik fantomlardan tatmin edici sonuçlar elde ettiler. İteratif yaklaşımın çözünürlüğü iyileştirdiğı sonucuna vardılar.

Guardo ve diğerleri (1991) çözüm için elektrik alan hesabının gerekmediğı bir teknik öne sürmüşlerdir. Bu amaçla, Gaselowitz'in bir hacim iletkeninde iletkenlik dağılımının değişimi sonucu ortaya çıkan transfer empedansı değişimini ifade eden duyarlık teoreminden yararlandılar. Diğer yöntemlerde hacim iletkeni yüzeyinden uygulanan akımların oluşturduğu potansiyel alanlar hesaplandı. Guardo ve diğerleri ise alan hesabının gerekmediğı bir teknik öne sürmüşlerdir. Bu tekniğe göre aşağıdaki eşitlik adaptif işlem elemanlarından oluşmuş bir ağ olarak tasarlandı.

$$[\Delta Z][\Delta W] = [\Delta \sigma] \quad (1.6)$$

Her elemanın ΔZ empedans değişimlerinden oluşan çoklu girişi ve ortamın bir pikseli için iletkenlik değişimin kestiren bir çıkışı vardır. $[W]$ matrisi eğitim sırasında hesaplanır. Kullanılan yapay sinir ağında eğitim “Widroff-Hoff” öğrenme kuralına göre yapılmıştır. Deneyler, 22 cm çapında ve 8 cm derinliğinde tuzla doldurulmuş bir silindir ile gerçekleştirilmiş. Silindir etrafından her biri 32 elektrottan oluşan 3 sıra elektrot düzeneğıyle 512 transfer empedansı ölçülmüştür.



Miller ve diğerleri (1992) Southampton Üniversitesi Fizik Bölümünde, Elektrik Empedans Görüntüleme Sistemlerinde yapay sinir ağlarının kullanılabilirliğini araştırmaktadır. Göğüs görüntüsünde akciğer ve kalp bölgelerini tanımlamak için yapay sinir ağları kullanmışlardır. Sinir ağı örnekleme periyodu boyunca optimal piksellerin otomatik olarak seçimini sağlar ve her piksel özel bir organa ait olarak etiketlenir. Göğsün empedans görüntüleri Sonlu Eleman Yöntemi kullanarak üretilmiştir. Baz görüntü olarak tamamen hava ile dolu akciğerlerin bir sayısal CT taraması kullanıldı. Daha az hava ile dolu akciğerlerin göğüs görüntülerini elde etmek için modifiye edildi. Eğitim setine akciğerlerin bulunmadığı iletkenlik dağılımları da dahil edilmiştir. Eğitilmiş ağ akciğerlerin yerini gösteren her pikseli tanıyarak sınıfladı. Daha önce görülmeyen 121 adet görüntülük bir test seti için %86 doğrulukla sınıflama gerçekleştirilmiştir. Ağ daha önce görülen test verisini, daha önce görülmeyen test verisine göre daha büyük bir doğrulukla sınıflamıştır.

J. Jossinet ve diğerleri (1993) içinde iletken ve yalıtkan çubuklar bulunan bir tuz tankının etrafından veri topladılar. 16 elektrotlu düzeneğe 122 (16*7) örnek değer aldılar. Yapılan çalışmada belli örüntülerin tanınması için "Nöro 1.0" yapay sinir ağı paket programını kullandılar. 112 giriş düğümü 1 veya 2 saklı katmanı ve her örüntü için 1 çıkış düğümü kullandılar. Giriş düğümleri sayısı prototip tomografi stratejisine bağlı iken, çıkış bir hata işaretinden oluşmaktadır. Test edilen örüntü eğitim verisi ile aynı ise, çıkış sıfırdır. Örüntü tanınmamışsa bu değer 1'e yakındır. EII görüntülerinde yaklaşıklıklardan kaynaklanan, doğruluk ve uzamsal çözünürlükteki zayıflık gibi bir takım zorlukların üstesinden yapay sinir ağı kullanarak ham veri analiziyle gelinebileceği gösterilmiştir.

Adler ve Guardo (1994) Elektrik Empedans Tomografisinde yapay sinir ağları kullanarak görüntü oluşturdular. Eğitim sırasında işaret/gürültü oranı (SNR)'ı kullandılar. İleri problemin çözümünde Sonlu Eleman Yöntemi kullanılarak 120 elemanlı iki boyutlu bir model ile ortam simüle edildi. Ters problem yapay sinir ağları kullanılarak çözüldü. Ağ eğitimi "Widrow-Hoff" öğrenme kuralı ile gözetimli eğitimle gerçekleştirildi.

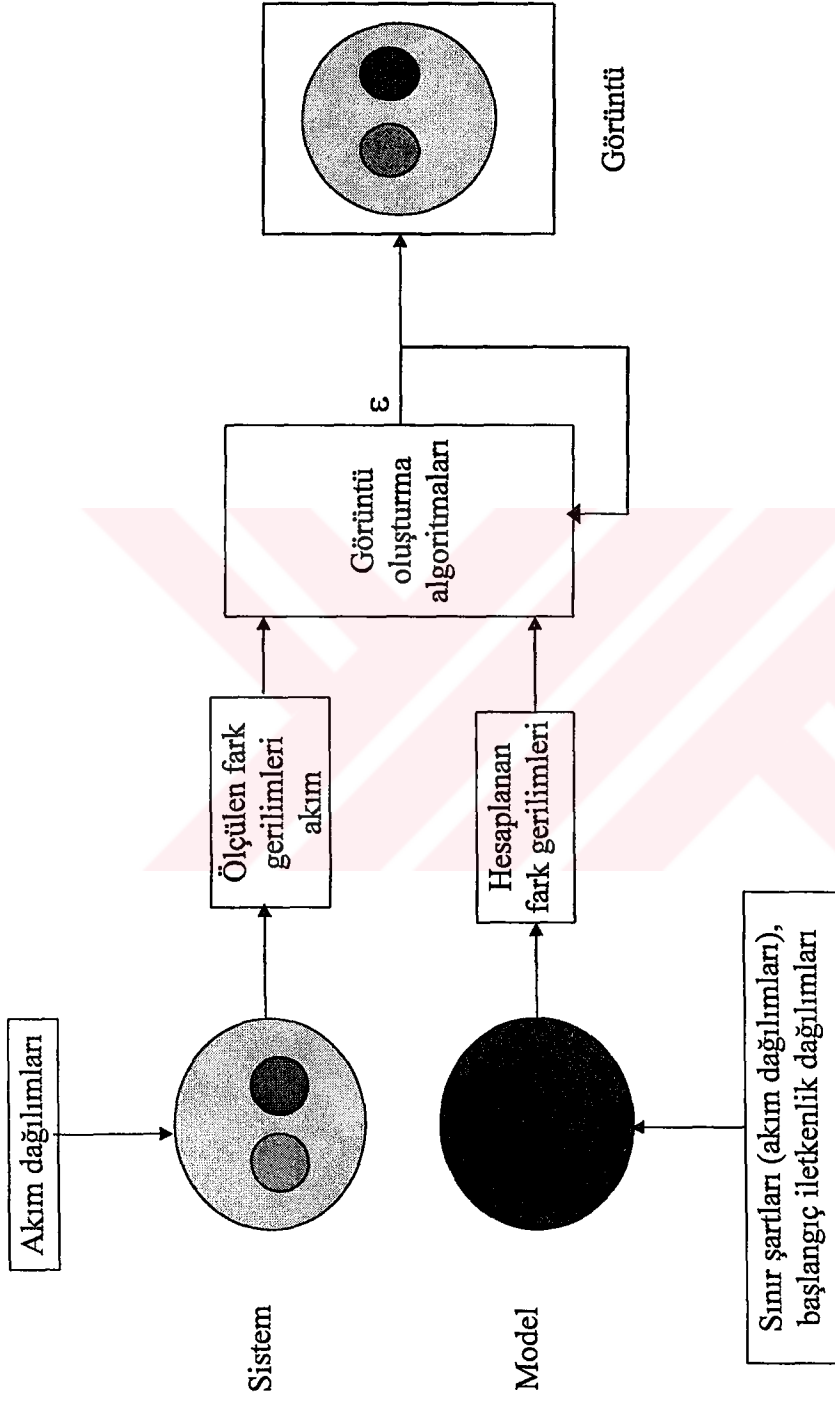


kullandılar. İleri problemin çözümünde Sonlu Eleman Yöntemi kullanılarak 120 elemanlı iki boyutlu bir model ile ortam simüle edildi. Ters problem yapay sinir ağları kullanılarak çözüldü. Ağ eğitimi “Widrow-Hoff” öğrenme kuralı ile gözetimli eğitimle gerçekleştirildi. Ters problem Z matrisi bulunarak çözüldü. Z matrisi yapay sinir ağlarının eğitimi sırasında hesaplandı ve daha sonra gerilim ölçümlerinden iletkenlik değişimlerini kestirmek için “yeniden oluşturma operatörü” olarak kullanıldı. Eğitim tamamlandıktan sonra bulunan Z, (V_1-V_2) gerilim ölçüm vektörlerinden, (t_1-t_2) zaman aralığında iletkenlik değişimini hesaplayan “yeniden oluşturma operatörü” ortaya konulmuş oldu.

1.3 Elektrik Empedans Tomografisinin Temelleri

Empedans, gerilim ve akım arasındaki orandır. Gerilim uygulayarak ve obje etrafından akımları ölçerek, objenin içsel empedans dağılımları elde edilebilir. Obje içsel yapısının elektriksel karakteristik görüntüsü oluşturulabilir. Gerilim-akım verilerinden iletkenlik dağılımı görüntüsü iteratif prosesle oluşturulur (Şekil 1.2). Empedans görüntülerini oluşturmak için ilk adım, gerilim ve akım dağılımlarını bulmaktır. Bu problem, verilen bir empedans profili için “ileri problem” olarak bilinir. Beden yüzeyinden yapılan ölçümler ve ileri problemden alınan sonuçlar ile iletkenlik bulma problemi çözülerek görüntüler oluşturulur. İletkenlik bulma problemi de ters problem olarak adlandırılır.





Şekil 1.2 Elektrik Empedans Tomografisinde görüntü oluşturma işlemine ilişkin blok diyagramı



1.3.1 İleri ve Ters Problemin Matematiksel Tanımı

İzotropik bir ortamda sınır akım ve gerilimleri bilgisinden bilinmeyen değişebilir iletkenliği yeniden oluşturmak matematik bir problemdir. Empedans görüntüleme açısından önemli olan "elde edilen ölçüm seti ile üretilebilen iletkenlik dağılımı yalnızca bir tane midir?" sorusunun cevabını bulmaktır. Matematik dilde bu sorun, eliptik kısmi diferansiyel denklemde bilinmeyen bir faktör (iletkenlik) için "ters problem" veya "parametre kestirimi" problemi olarak nitelendirilir. Problem bir non-lineer fonksiyonel eşitliğin çözümü ile sonuçlanır.

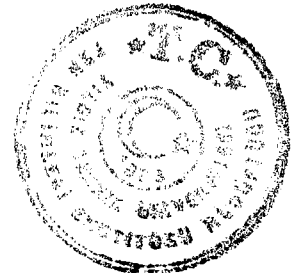
Problemi formüle etmek amacıyla empedansın saf rezistif olması için doğru akım kullanıldığını varsayalım. Bir D bölgesinde, iletkenlik dağılımı σ ve elektrik alan potansiyeli ϕ arasındaki bağıntı Maxwell eşitliği ile

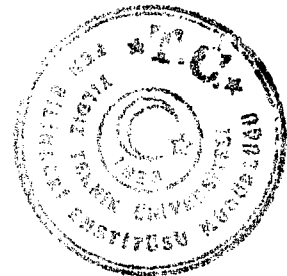
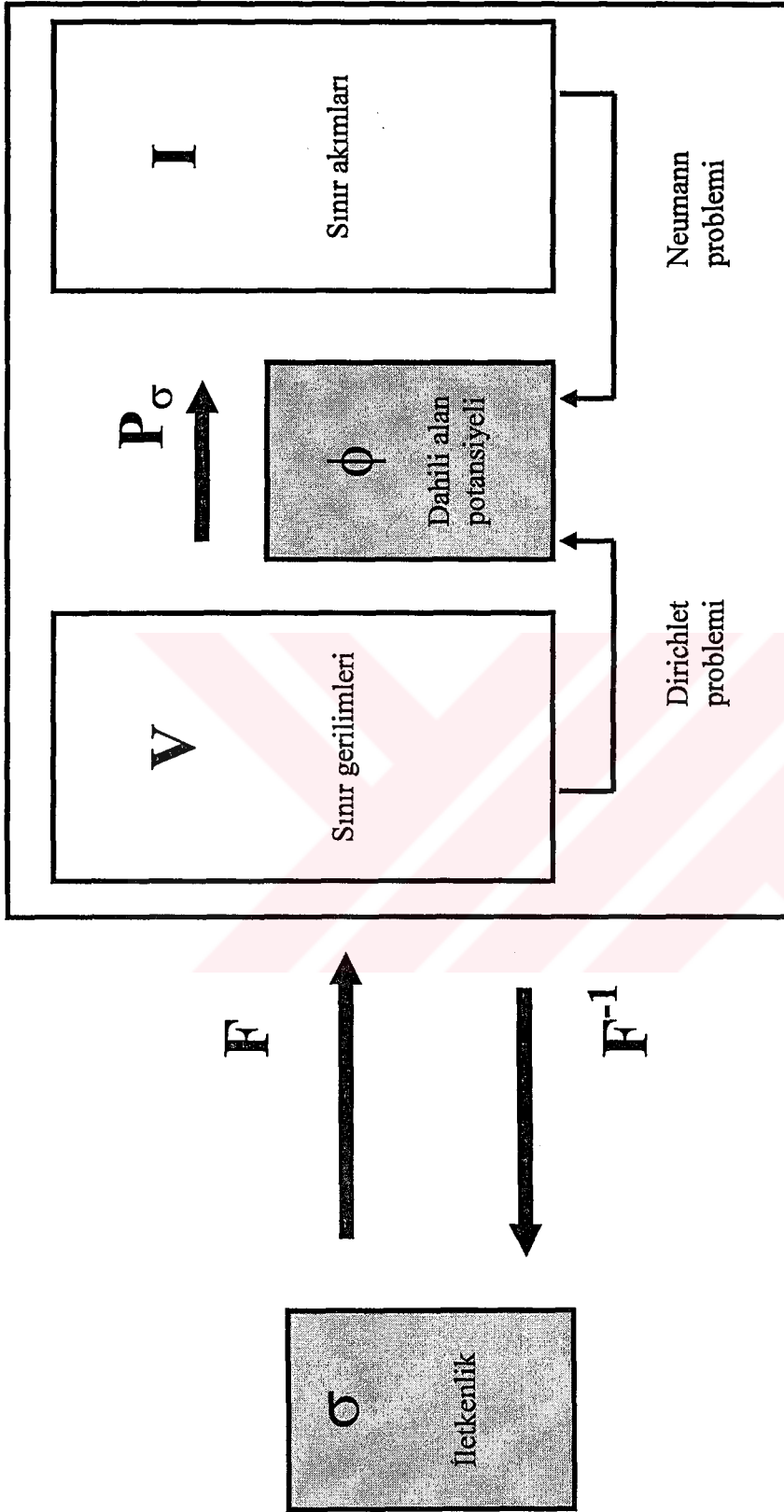
$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = 0 \quad (1.7)$$

ifade edilir. Eğer σ , c gibi bir pozitif ve en düşük alt sınıra sahipse (1.7) numaralı eşitlik, homojen eliptik kısmi diferansiyel denklem olarak anılır ve eğer iletkenlik biliniyorsa potansiyel, D domeninin ∂D sınırı üzerindeki V (gerilim) bilgisinden veya ∂D üzerindeki $J = \sigma \nabla \phi \cdot \vec{n}$, ($\vec{n}$: ∂D 'ye dik ve yönü dışarıya doğru olan birim vektör) akım bilgisinden elde edilir. Bunlar kısmi diferansiyel denklemler için sırasıyla Dirichlet ve Neuman sınır-değer problemleri olarak bilinirler.

Empedans görüntülemeye elde edilebilen veri, sınırdan ölçülen gerilim ve akım çiftleri (v, i) dir. Sınırdan akım uygulayıp gerilim ölçülmesi, veya gerilim uygulayıp akım ölçülmesi formülasyonu için değil pratik durum için önemlidir.

İleri problem, verilen bir iletkenlik değeri için sınır akım ve gerilimleri arasındaki bağıntının elde edilebileceği (1.7) numaralı eşitliğe bakılarak tanımlanabilir. İletkenlik bir kez belirlendikten sonra, Dirichlet problemi çözülerek alan potansiyeli ϕ ve oradan da akım yoğunluğu J bulunabilir.





Benzer olarak verilen sınır akımıyla Neuman problemi çözülerek ϕ ve V bulunur.

Sonuç olarak σ , tek bir gerilim-akım gönderimi (mapping) ile tanımlanır;

$P_\sigma(v) = i$ ve P_σ tersinebilirdir (Şekil 1.3). İleri problem F, σ 'den P_σ 'yi elde etmek ve geri problem ise sadece P_σ bilindiği zaman σ 'yi elde etmek şeklinde matematiksel şekilde tanımlanır (Breckon W. R. ve diğerleri, 1987).

1.3.2 Ters Problem

Burada sorulması gereken soru şudur: “ σ 'yi elde etmek için kullanılacak P_σ gerçekten yeteli bilgi içeriyor mu?” Başka bir deyişle, farklı iletkenlikler daima farklı sınır verisi üretiyor mu? $P_{\sigma_1} \equiv P_{\sigma_2}$ olduğu zaman sınır ölçümleri ile ayırt edilebilen σ_1 ve σ_2 olduğunu kabul edelim. Bu demektir ki; iki farklı iletkenlik değerlerinin $P_{\sigma_1}(V) \equiv P_{\sigma_2}(V)$ eşitliğini sağlayan en azından bir sınır gerilim dağılımı V vardır.

Ters problemi ilk kez A.P. Calderon (1980) inceledi ve gösterdi ki, $F(\sigma) = P_\sigma$ gönderimi, σ 'ya göre türetilebilirdir ve $\sigma = 1$ alındığında F türevi için kesin (explicit) bir formül elde edilebilir. Bu türev σ 'nın sabit bir değerde F 'ye en iyi lineer yaklaşıklığı tanımlar. Calderon (F)'nün tersinin alınabileceğini gösterdi. Bunun fiziksel anlamı şudur: İletkenlikteki iki ufak değişiklik sınır verisinde aynı değişikliği üretmez. $(F')^{-1}$ sürekli değildir. Calderon'un sonuçlarından F 'in tersinin alınabileceği sonucu çıkmamaktadır. Bunun pratikteki önemi de, iletkenlikteki büyük değişikliklerin sınır verisinde küçük değişikliklere yol açmasıdır. Problemin adı “nonlinear, kötü durumlu parametre kestirim problemi” olarak konabilir.

1.4 Elektrik Empedans Görüntülemeye Çözünürlük ve Duyarlık

Herhangi bir empedans görüntüleme sisteminde, özel ölçümlerden beklenen görüntü kalitesini öngörebilmek önemlidir. Belirli sayıda elektrotlar için maksimum çözünürlüğü sağlamak ve belirli bir gürültü seviyesi için görüntü kalitesini öngörmek.



gerekir. Empedans görüntülemeye bunu sağlamak kolay değildir. Çünkü herhangi bir iletken bölgeyi simgeleyen bir görüntünün doğruluğu ve çözünürlüğü;

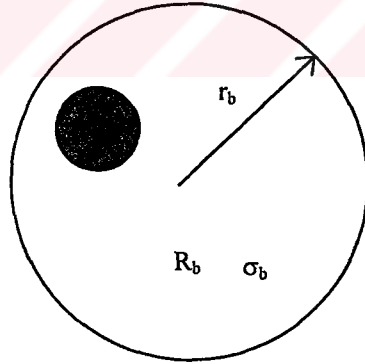
- ölçme düzenindeki gürültüye,
- ölçme düzeninde kullanılan elektrotların sayısına,
- görüntüdeki konumuna,
- iletkenliğin özel dağılımına

bağlı olarak değişir. Bu nedenle çözünürlük ve doğruluk hakkında niteliksel ifadeler kullanmak genellikle mümkün değildir. Empedans görüntülemenin amacı ilgili bölgedeki empedansı olabildiğince aslına yakın simgeleyen bir görüntü oluşturmaktır. Bunu yaparken gösterimin kalitesini bilmek ve kaliteyi sınırlayan faktörleri anlamak önemlidir.

Kaliteyi tanımlayan iki değerlendirme birimi vardır. Bunlar:

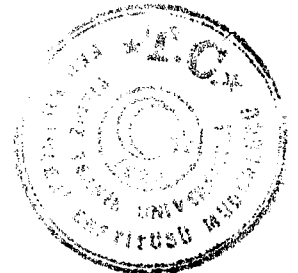
- uzamsal çözünürlük,
- iletkenlik çözünürlüğüdür.

Şekil 1.4 referans alınarak bu terimlerin anlamları şöyle açıklanabilir.



Şekil 1.4 r_b yarıçaplı σ_b iletkenliğine sahip R_b bölge içinde r_a yarıçaplı σ_a iletkenliğine sahip R_a küçük bölge

“Uzamsal çözünürlük” iletkenliğin bağımsız olarak belirlenebildiği en küçük bölge (piksel) olarak tanımlanır. R_a en küçük bölge kabul edilirse, uzamsal çözünürlük $\frac{r_a}{r_b}$ oranı ile nitelenebilir. “İletkenlik çözünürlüğü” bir bölgede piksel iletkenliğinin



yalıtılabileceği en küçük alandır. $\alpha = \frac{\sigma_a}{\sigma_b}$ oranı "iletkenlik kontrastı" olarak tanımlanır.

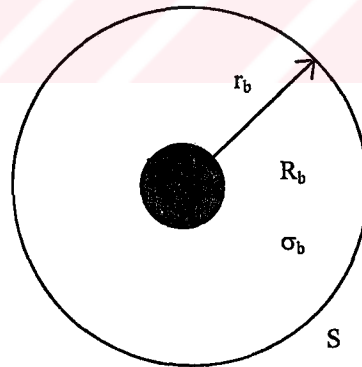
İletkenlik çözünürlüğü de, iletkenlikteki kesirsel değişim $\frac{d\alpha}{\alpha}$ olarak nitelenir.

Uzamsal çözünürlük ve iletkenlik çözünürlüğü arasındaki karışıklıktan kaçınmak için, iletkenlik çözünürlüğüne, doğruluk ve oransal çözünürlük de sadece çözünürlük olarak adlandırılır (A.D. Seagar ve diğerleri, 1987).

Çözünürlük ve doğruluk hem sözkonusu bölgenin hem de ölçme sisteminin fiziksel parametrelerine bağlıdır. Bu fiziksel parametreler şunlardır:

- bölge içindeki kontrast,
- bölge içindeki konum,
- ölçme sistemindeki gürültü,
- bağımsız ölçüm (elektrot) sayısı.

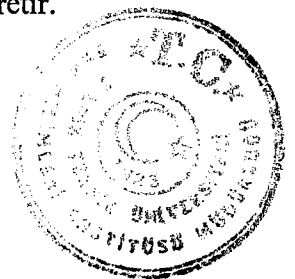
Burada yeniden görüntü oluşturma algoritmalarının doğruluk ve çözünürlük üzerindeki etkisi göz önüne alınmamıştır. Çözünürlük, doğruluk, gürültü ve kontrast arasındaki bağıntıları tespit etmek için Şekil 1.5 göz önüne alınmıştır. Burada R_b bölgesi merkezine R_a bölgesi yerleştirilmiştir.



Şekil 1.5 R_b bölgesi merkezine yerleştirilmiş R_a bölgesi

(R_b bölgesi yüzeyi S) olarak gösterilmiştir

Çözünürlük, doğruluk ve kontrast yukarıda tanımlanmıştır. Gürültü ölçülen işaretin yalıtılabileceği en küçük bant anlamında kullanılır. Açıkça ki, iletken bölgede hissedebilecek en küçük değişiklik gürültüyü aşabilen işarette bir değişiklik üretir.



İşaretteki bu değişiklik, gerilimdeki kesirsel $\frac{dv}{v}$ değişim olarak nitelenir.

(Gürültü = gerilimdeki değişiklik $\frac{dv}{v}$). Bu dört değişkenden herhangi ikisi sabit kabul edilip, diğer ikisi arasındaki etkileşim araştırılırsa 4 değişkenin 2'li kombinasyonu ortaya çıkar (Tablo 1.2, A.D. Seagar, 1987).

Tablo 1.2 Dört değişken arasında etkileşim çiftleri

Çözünürlük $\frac{r_a}{r_b}$	Doğruluk $\frac{d\alpha}{\alpha}$	Gürültü $\frac{dv}{v}$	Kontrast α
$\sqrt{K} \uparrow$	$K \downarrow$	Sabit	Sabit
$\sqrt{K} \uparrow$	Sabit	$K \uparrow$	Sabit
Sabit	$K \uparrow$	$K \uparrow$	Sabit
$\sqrt{K} \downarrow$	Sabit	Sabit	$K \uparrow$
Sabit	$K \downarrow$	Sabit	$K \uparrow$
Sabit	Sabit	$K \uparrow$	$K \uparrow$

Her bir etkileşim için , A değişkeni K Faktörü ile (iyileşiyor/kötüleşiyor) ve B değişkeni K Faktörü ile (iyileşiyor/kötüleşiyor) şeklinde bir kural bulunabilir.

1.4.1 Karşılıklı Etkileşimler

İletken bölgeyi temsil eden parametreleri en kuvvetli bir şekilde gösteren en iyi ve tek bir akım dağılımı ile çözünürlük doğruluk, gürültü ve kontrast arasındaki etkileşimleri araştıralım. Bu en iyi akım dağılımı

$$V(\theta) = I_1 Z_{11} \cos\theta \quad (1.8)$$

olsun. (1.8) no'lu eşitlik α 'ya göre türetilip $(\frac{\alpha}{V})$ ile çarpılırsa,



$$\frac{dV}{d\alpha} \frac{\alpha}{V} = \frac{\frac{dV}{V}}{\frac{d\alpha}{\alpha}} = \frac{-4\alpha\beta}{[(1+\alpha)^2 - (1-\alpha)^2\beta]} \quad (1.9)$$

olur.

Bu eşitlik, kontrast α , doğruluk $\frac{d\alpha}{\alpha}$, gürültü $\frac{dv}{v}$, ve çözünürlük $\sqrt{\beta}$ arasındaki ilişkileri göstermektedir. Eşitliğin sol tarafında gürültü ve doğruluk bulunmaktadır. Bu iki değişken birleştirilir ve duyarlılığı (sensitivity) temsil eden tek bir değişken olarak atanır:

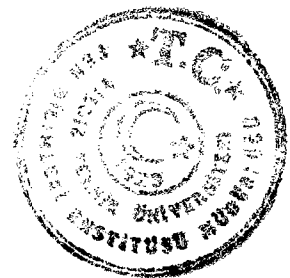
$$S = \frac{\frac{dV}{V}}{\frac{d\alpha}{\alpha}} \quad (1.10)$$

$S = \frac{\text{geri limdeki kesirsel değişim}}{\text{kontrastdaki kesirsel değişim}}$ Şekil (1.8), (1.9) ve (1.10)'de dört değişken arasındaki değişimin grafikleri görülmektedir. Tablo 1.2'de çözünürlüğün diğer parametrelerdeki değişikliklere en az duyarlı parametre olduğu görülmektedir.

Varsayalım ki, görüntü kalitesi için gürültü sınırlayıcı bir faktördür. Gürültüde 10 katsayılı bir iyileşme, doğrulukta da 10'luk bir iyileşme sağlarken, çözünürlükte sadece $\sqrt{10} = 3.2$ 'lik bir iyileşmeye sebep olmaktadır. Hem çözünürlük hem de doğruluğu 10 faktörüyle iyileştirmek için gürültüyü 1000 kez iyileştirmek gerekir (Webster J.G.,1990).

1.4.2 Uzamsal Bağımlılık

Çözünürlük, gürültü, doğruluk ve kontrast arasındaki ilişkiler dairesel R_b bölgesi merkezine yerleştirilmiş dairesel R_a bölgesi için çıkarılmıştır. Bu bağıntılar, merkezde olmayan dairesel bölgeler için modifiye edilebilir. Merkezde C kadar uzağa ρ yarıçaplı bir daire yerleştirelim. r yarıçaplı daire için uzamsal çözünürlük bu durumda merkezde minimum olur, yüzeye yaklaştıkça artmaktadır. Merkezdeki duruma göre çözünürlükteki iyileşme merkeze olan C mesafesinin fonksiyonu olarak $\frac{r}{\rho}$



Tablo 1.3 Doğruluk ve çözünürlüğün pozisyona göre değişimi

Pozisyon	Sadece Çözünürlük	Sadece doğruluk	Her ikisi birlikte
C	$\frac{1}{(1-C^2)}$	$\frac{1}{(1-C^2)^2}$	$\frac{1}{(1-C^2)^{2/3}}$
0	1	1	1
0.1	1.01	10.2	1.01
0.2	1.04	1.09	1.03
0.3	1.10	1.21	1.06
0.4	1.19	1.42	1.12
0.5	1.33	1.78	1.21
0.6	1.56	2.44	1.35
0.7	1.96	3.84	1.57
0.8	2.78	7.72	1.98
0.9	5.25	27.70	3.03

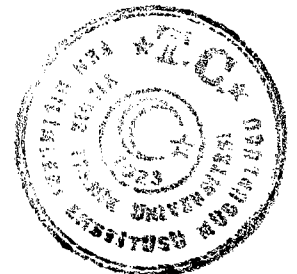
1.4.3 Çoklu Bağımsız Ölçümler

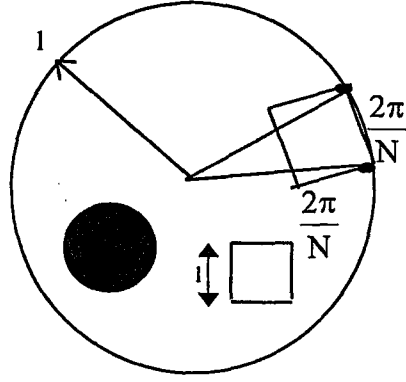
Bir empedans görüntüsünün doğruluk ve çözünürlüğünün bağımsız ölçüm (elektrot) sayısı ile nasıl ilişkilendirileceği açık değildir. Kesinlikle ifade edilebilecek tek şey, bir görüntüdeki piksel sayısının, bağımsız ölçüm sayısından fazla olamayacağıdır. Elektrot sayısının artmasının çözünürlük üzerindeki etkisini incelemek için (Şekil 1.7)'yi gözönüne alalım. Burada birim dairesel bölge etrafına eşit aralıklarla yerleştirilmiş N adet elektrot

vardır. Her bir elektrot arasındaki açı bu durumda $\frac{2\pi}{N}$ 'dir, yüzeyde erişilebilecek en iyi

çözünürlük değeri de $\frac{2\pi}{N}$ dir. Şekildeki gibi bu çözünürlüğün, yüzeyin $\frac{\pi}{N}$ kadar altında

ve bir kenarı $\frac{2\pi}{N}$ olan bir kare piksel ile temsil edildiğini kabul edelim.





Şekil 1.7 Dairesel bir bölge yüzeyine $\frac{2\pi}{N}$ aralıkla yerleştirilmiş N adet elektrot.

Yüzeydeki çözünürlük merkezi yüzeyin $\frac{\pi}{N}$ kadar altına yerleştirilmiş, bir kenarı $\frac{2\pi}{N}$ olan kare bir piksel ile temsil edilir. D çaplı daireSEL piksel ve l kenarlı kare pikseller bölgede herhangi bir yere konumlandırılır.

Bölgenin merkezdeki efektif çözünürlüğü (1.11) no'lu eşitlikte $\rho = \frac{\pi}{N}$ ve $C = 1 - \frac{\pi}{N}$ değerleri yerine konularak bulunabilir. Buradan,

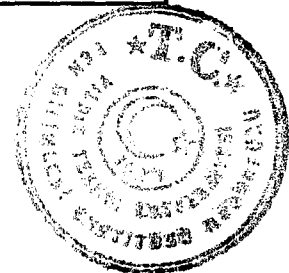
$$\text{çözünürlük} = \pi N(2\pi N - \pi^2) \quad (1.12)$$

elde edilir. Çeşitli elektrot sayısı için çözünürlük değeri Tablo 1.4'te verilmiştir.

Buradan, elektrot sayısının sınırsız olarak artırılmasının çözünürlüğü sınırsız olarak artırmayacağı görülür.

Tablo 1.4 Elektrot sayısının fonksiyonu olarak çözünürlük değerleri.

Elektrot sayısı	Yüzeyde Çözünürlük	Merkezde Çözünürlük
N	$\frac{2\pi}{N}$	$\pi N(2\pi N - \pi^2)$
8	0.79	0.62
16	0.39	0.55
32	0.20	0.53
64	0.10	0.51
128	0.0049	0.51
sonsuz	0.00	0.50



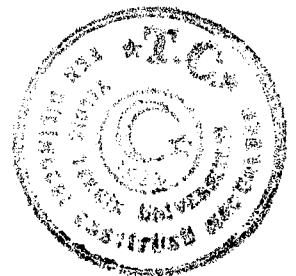
1.4.4 Bağımsız Ölçümler ve Elektrot Sayıları

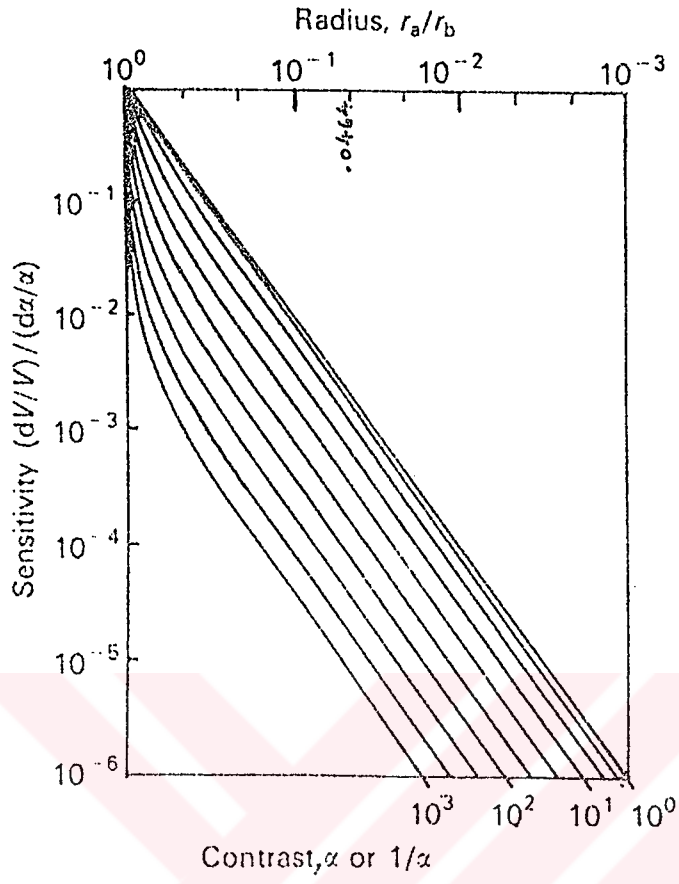
Yine (Şekil 1.7)'de yüzeyine eşit aralıklarla yerleştirilmiş N adet elektrot bulunan iletken bölgeyi göz önüne alalım. N adet elektrottan en fazla $\frac{N(N-1)}{2}$ adet bağımsız ölçüm elde edilebilir. Bu bağımsız ölçümlerin, eşit olarak boyutlandırılmış kenar uzunluğu l olan kare pikseller veya çapı d olan yuvarlak piksellerden (Şekil 1.7) oluşan bir görüntüyü elde etmek için kullanıldığını varsayalım. Elektrot aralıklarına göre “ l ” ve “ d ” değerlerinin karşılaştırılması Tablo 1.5'te verilmiştir.

Tablo 1.5 Elektrot aralığı ile piksel boyutunun karşılaştırılması

Elektrot sayısı	Elektrot aralığı	Piksel boyutu	
		dairesel (d)	karesel (l)
N	$\frac{2\pi}{N}$	$2\left[\frac{2}{N(N-1)}\right]^{1/2}$	$\left[\frac{2\pi}{N(N-1)}\right]^{1/2}$
8	0.79	0.62	0.33
16	0.39	0.55	0.16
32	0.20	0.53	0.080
64	0.10	0.51	0.039
128	0.049	0.51	0.20

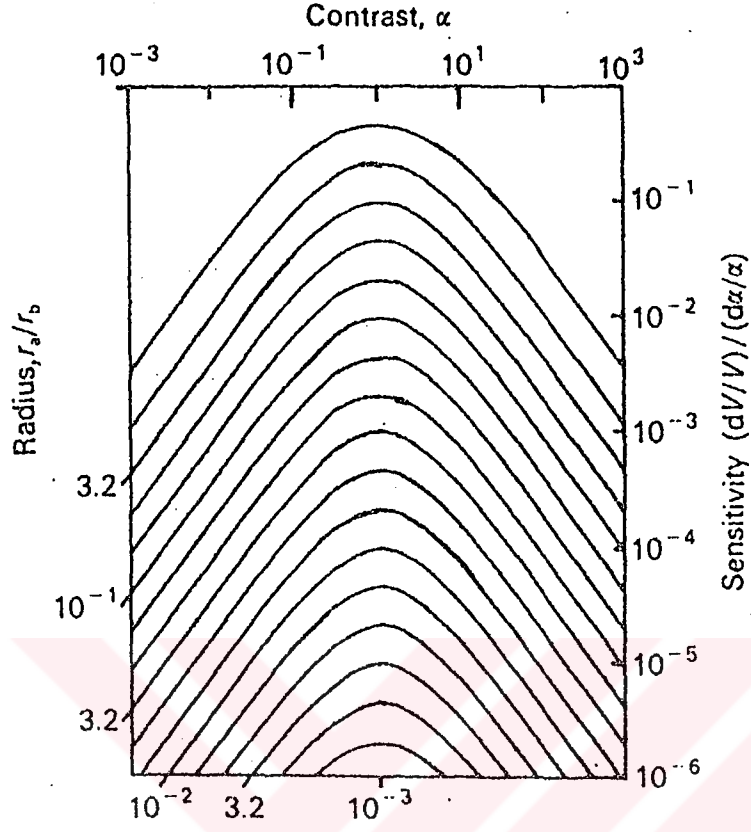
Bağımsız ölçüm sayısı ile piksel boyutu karşılaştırıldığında elektrot aralığının yaklaşık yarısı değerinde bir çözünürlük değeri elde edildiği ortaya çıkmaktadır. Bununla birlikte, çözünürlük yüzeyde elektrot aralığından daha iyi olamaz çünkü, uzamsal örnekleme hızı yeterli değildir. Bu da çözünürlüğün uzamsal değişimi sorununa çözüm getirmek için bağımsız ölçüm sayısı kadar çok sayıda piksel kullanımının bir avantaj olmayabileceği sonucu ortaya çıkarır. Piksel boyutunun iki katına çıkartılması, yalnızca bağımsız ölçüm sayısının bir çeyreği kadar piksel sayısına inilmesine rağmen, elektrot aralığı ile bir uyuşma sağlamıştır.





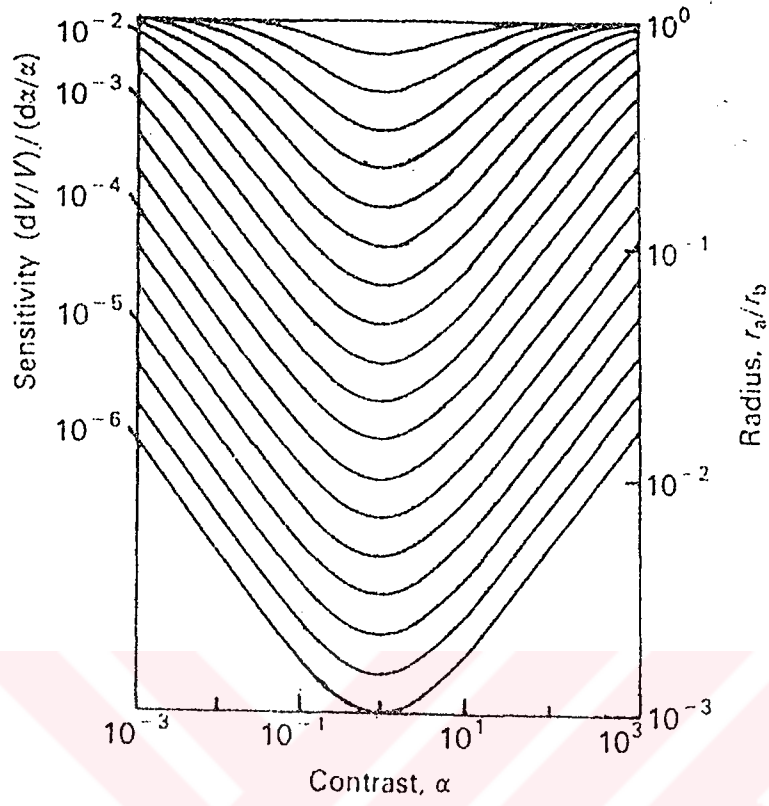
Şekil 1.8 Belli bir kontrast değeri için çözünürlük kontrast ve duyarlık arasındaki ilişki



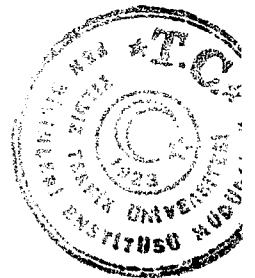


Şekil 1.9 Belli bir yarıçap değeri için duyarlık kontrast ve çözünürlük arasındaki ilişki





Şekil 1.10 Belli bir duyarlık için çözünürlük ve kontrast ve duyarlık arasındaki ilişki



2. İLERİ PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

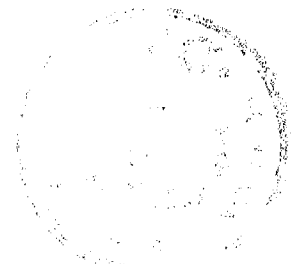
2.1 Modelleme

Model kurma ve sistem simülasyonu (benzetimi), bilgisayar teknolojisindeki gelişmeye paralel olarak önemli ilerlemeler kaydetmiştir. İşlem kontrolünde, sistem analiz ve tasarımı için model kurma ve sistem simülasyonu vazgeçilmezdir. Tıp elektronğinde kan dolaşımı, solunum, boşaltım ve sinir sistemleri vb. matematik modelleri kurulmakta ve bu sistemlerin dinamik davranışı üzerinde çalışmalar yapılmaktadır. Eskiden olduğu gibi artık sistem parametreleri, doğrudan doğruya sistem üzerinden ölçme yapmak yerine giriş ve çıkışlarına bakılarak kestirilmektedir.

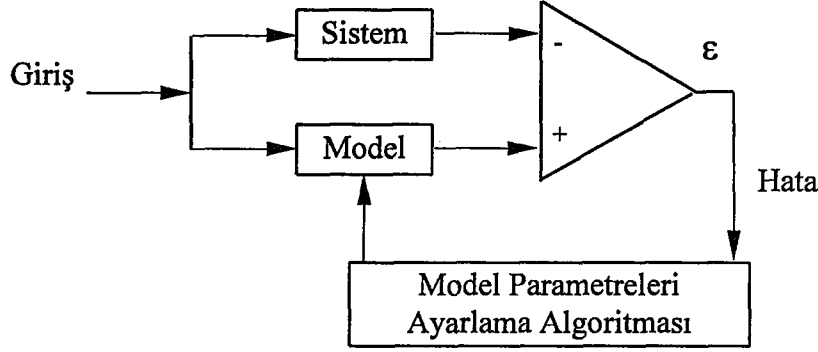
Bir sistemin modeli, model giriş-çıkış ilişkisini vermekle kalmaz, bunun yanısıra sistemin iç ilişkilerini de ortaya koyar. Modeller, sistemin temel fiziksel değişkenleri arasındaki ilişkilerin matematiksel olarak ifade edilmeleri sonucu oluşurlar. Modelin karmaşıklığına göre bu ifadeler, sonuçta birinci, ikinci veya n. mertebeden diferansiyel denklem takımına dönüşürler. Model oluşturmada iki yaklaşım söz konusudur. Birinci yaklaşımda, sistemdeki temel fiziksel ilişkilerin türevleri ikinci yaklaşımda ise, sistem üzerinde deneyimlere bağlı olarak oluşturulan basit yaklaşımlar kullanılmaktadır. Uygulamada, durum değerlendirmesine göre hangi yaklaşım elverişli ise, o yaklaşım kullanılır. Teorik olarak türev denklemlerinde, kütlenin sakınımı, enerjinin sakınımı, momentumun sakınımı gibi, temel fiziksel kurallar ile başlangıç koşulları ve sınır şartları kullanılır.

Üzerinde çalışılmak istenen sistemin modeli kurulduktan sonra model girişine sistemin ölçülen giriş işareti verildiği zaman, model çıkışının sistemin ölçülen çıkış işaretlerini vermesi beklenir. Oluşturulan modelin parametreleri belirlenirken bu şartın sağlanması gerekir (E. Yazgan, 1996).

Model parametrelerini belirlemek için iki yöntem kullanılır: Birinci yöntemde, parametre belirleme algoritmaları doğrudan doğruya sistemin giriş-çıkışlarını kullanır.



İkinci yöntemde ise, modele sistem girişi uygulanır ve modelin verdiği çıkış sistemin çıkışı ile karşılaştırılarak elde edilen hata terimi en aza indirilecek şekilde, her tekrarda parametreler uygun bir yöntemle ayarlanır (Şekil 2.1).



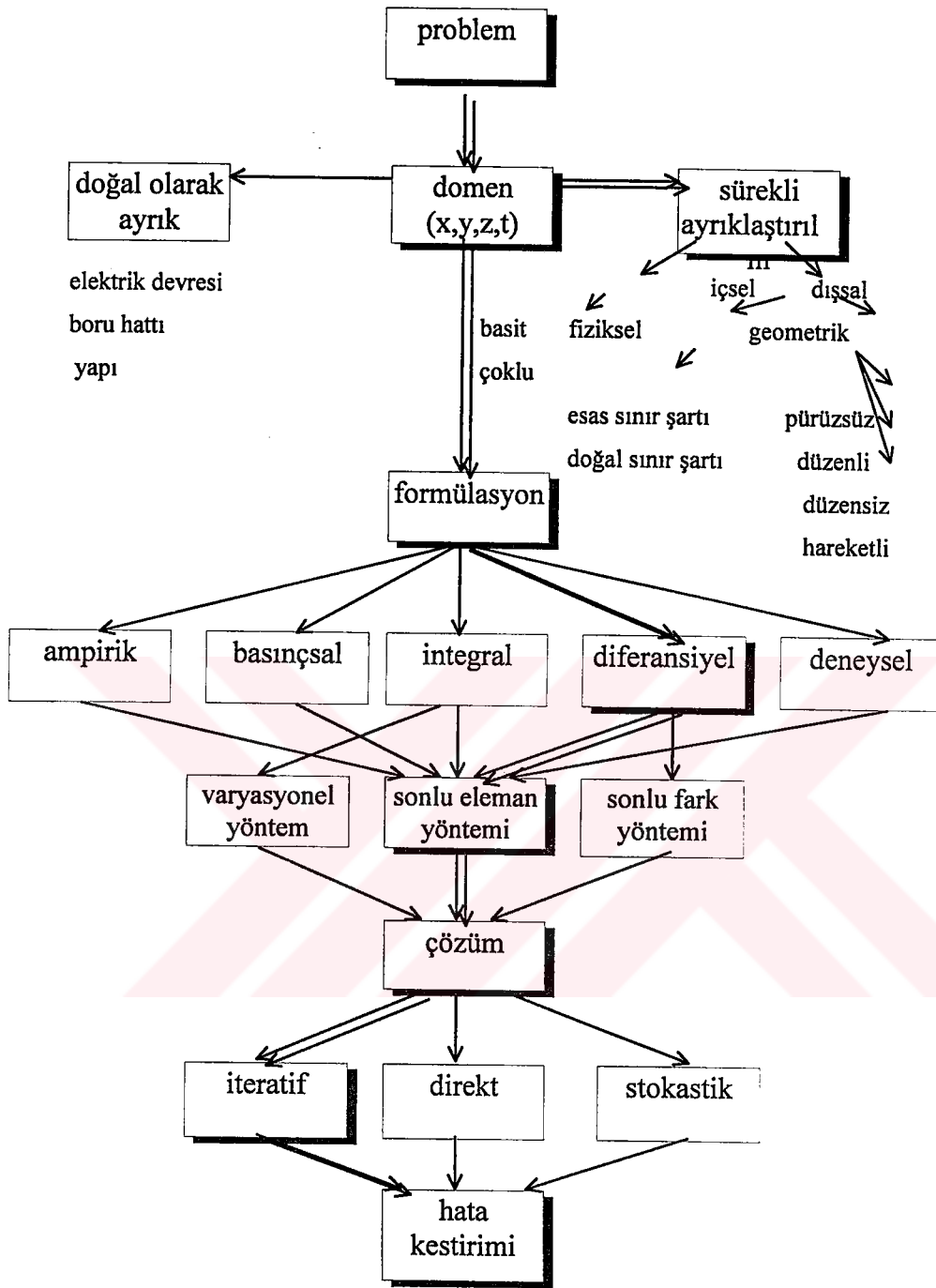
Şekil 2.1 Model parametrelerinin ayarlamalı yöntemle belirlenmesini gösteren blok diyagram

Sistem çıkışı ve model çıkışı arasındaki fark hata terimi olarak anılır. Hata terimi, bu farkın mutlak değerinin integrali ya da bu farkın karesinin integrali alınarak elde edilir ki, bu da varyans olarak veya bunun karekökü alındığında standart sapma olarak değerlendirilir.

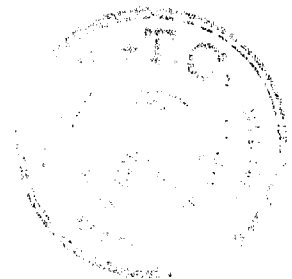
2.2 Sonlu Eleman Yöntemi İle Modelleme

Sonlu eleman yöntemi, söz konusu domenin (burada bir fantom) iyi tanımlanmış alt domenlere (sonlu eleman) bölünerek, bu elemanlarda durum değişkeninin bilinmeyen fonksiyonunun yaklaşık olarak tanımlandığı varsayımı ile sınır değer problemlerine yaklaşık çözüm sağlar. Bütün domen sonlu elemanlara bölündüğü için fonksiyon belli noktalardaki (düğümlerdeki) değerleri bakımından yakınsar; kaçınılmaz olarak böyle bir fonksiyonun çözümü, eşzamanlı eşitliklerin çözümünü gerektirir. SEY ile problemin çözüm akışı Şekil 2.2.'de gösterilmiştir.





Şekil 2.2 Sonlu Eleman Yöntemiyle problem çözümü (gölgeleştirilmiş işlem adımları bu çalışmada kullanılmıştır)



2.3 Sonlu Eleman Yönteminde Temel Adımlar

Problemin fiziksel yapısına bakılmaksızın aşağıdaki adımlar izlenir. Her adım, problemin matematik modellerine ve fiziksel yapısına bağlı olarak farklı planlama ve işlemler gerektirir. Domenin fiziksel ve geometrik tanımı gerçekleştirilirken esasen üç tür yakınsama yapılır. Bunlar:

- Domenin fiziksel ve geometrik tanımı,
- Domenin ayrıklaştırılması,
- Çözüm algoritmasıdır.

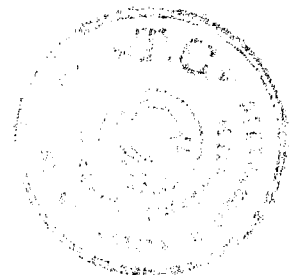
Domenin farklı bölümlerinin fiziksel karakteristiklerini tanımlamada çeşitli yakınsamalar yapılır.

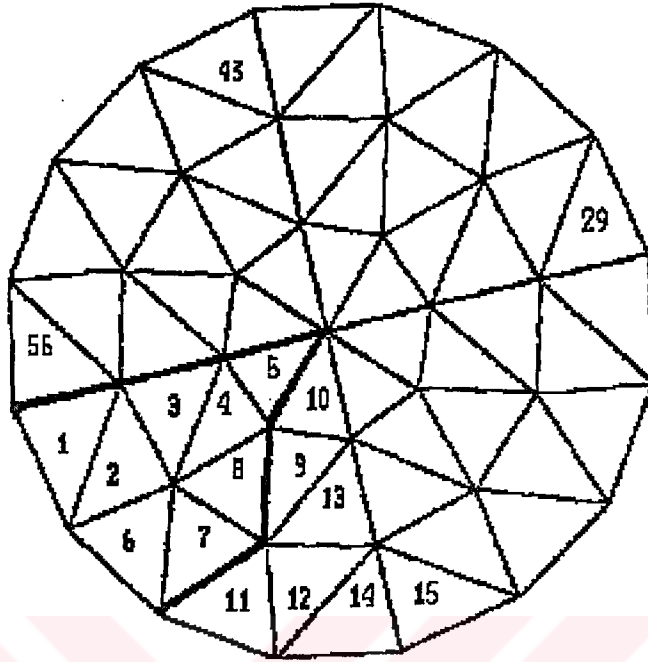
Domenin geometrik tanımı, belli düğümlerin koordinatlarını referans alarak global koordinat eksenini kurmaya gerektirir. Bunlar elemanın yüzey ve hat eşitliklerini tanımlar.

Domen sınırlandırılabilir veya kimi kısımları sonsuza uzatılabilir. Sınırlandırılmış bölgeler için sonlu elemanlar kullanılarak idealleştirme yapılır. Tüm domen sonlu elemanlardan oluşmuştur.

2.3.1 Domenin Ayrıklaştırması

Problem genellikle sürekli bir domen üzerinde tanımlandığı için, alan eşitlikleri, esas sınır şartları hariç tutularak, alanın herhangi bir sonlu elemanı için geçerlidir. Böylece, farklı boyut ve şekildeki elemanlar ile domen idealleştirilir.

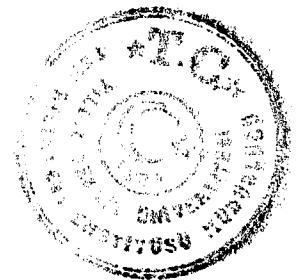


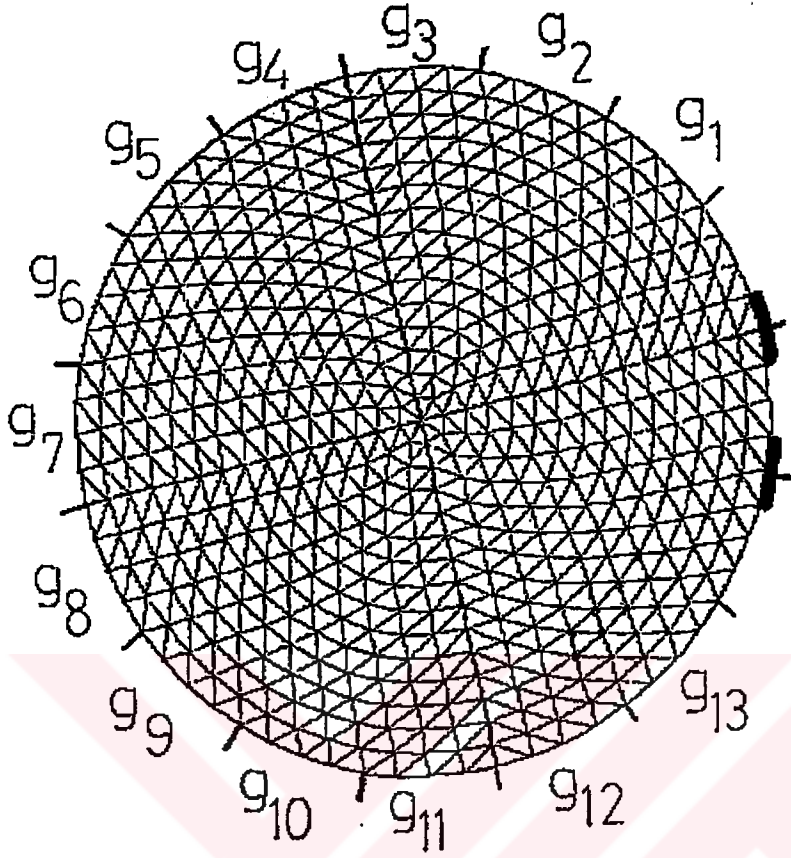


Şekil 2.3 Eleman numaralama yöntemi (eleman sayısı bu ağda en fazla sekiz cephe oluşturacak şekilde seçilmiştir. Koyu çizgi ile gösterilen cephe, sekizinci eleman konulduktan hemen sonraki durumu göstermektedir)

İki boyutlu problemler genellikle, üçgen veya dörtgen elemanlar ve üç boyutlu problemlerde ise, altıgen ve sekizgen elemanlar kullanılır. EIT’de her elemanın özgül direnci homojen ve isotropik kabul edilir. Eleman boyutu sıfıra yaklaştıkça çözüm de gerçek çözüme yaklaşır.

Burada idealleştirilmiş ayrık domenin esas sürekli domeni ne kadar iyi temsil ettiği önemlidir. Elemanlar küçüldükçe (ince ağ) daha iyi sonuç alınır.





Şekil 2.4 İleri çözümde kullanılan 541 düğüm ve 1016 elemanlı ince ağ

Bu çalışmada bu ağ kullanılmıştır. İnce bir ağ (Şekil 2.4) hem iyi çözünürlük, hem iyi doğruluk sağlar, fakat ağ tasarımı aşağıdaki faktörlerle sınırlandırılmıştır:

- Elektrot sayısı,
- Bağımsız ölçüm sayısı,
- Uzamsal çözünürlük.

Elektrot sayısı N ise, bağımsız ölçüm sayısı $N(N-1)/2$ 'dir (Yorkey, 1986). Eşitlik sayısı buna denk olması halinde problem çözülebilir. Başka bir deyişle, $N(N-1)/2$ adet bilinmeyen özgül direnç değeri bulunabilir. Pratikte problemin nonlinear yapısı



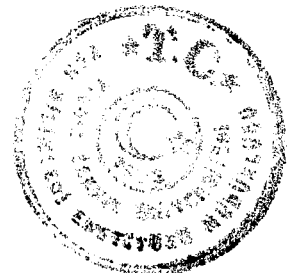
sebebiyle daha az sayıda direnç değerleri bulunur. Bu nedenle EIT sistemlerinde, uzamsal çözünürlük öncelikle elektrot sayısı ile sınırlıdır. Otomatik ağ üretimi, adaptif ağ inceltimi gibi modelleme teknikleriyle en verimli eleman boyutu ve tipi seçilebilir. Eleman boyutu ve şeklini kalite faktörü belirler. İki boyutlu bir üçgen eleman için 180^0 'ye yakın açı, düşük kalite faktörünü gösterir. Aynı şekilde, dört yüzlü eleman çok dar veya düz ise, kalite faktörü gene düşüktür. Düşük kalite faktörüne sahip elemanlar, eleman matrislerinin “indefinite” belirsiz olmasına yol açarak, lineer eşitlik sistemi çözümünde nümerik problemlere sebep olabilirler. İyi kalite faktörüne sahip üçgenler üreten “Delaunay Üçgen Oluşturma Algoritması” yaygın olarak kullanılır (Low ve diğeleri, 1992).

Sonlu elemanlar birleştiklerinde, esas sürekli alanın ayrık yorumunu verirler. Sonlu elemanlar özellikle domen içinde genellikle düz hatlıdırlar. Sınırlarda ise (daha yüksek dereceden elemanlar halinde) eğrilirler. Bu nedenle eğri elemanlar, fiziksel yakınsamalar yanında geometrik yakınsamalar içerirler.

2.3.2 Durum Değişkenlerin Tanımı

Bu aşamada; problemin türü ortaya çıkar. Kararlı hal fiziksel durumun matematik tanımı, eliptik sınır değer problemlerini ortaya çıkarır; formülde durum değişkeni ve akı vardır. Bu değişkenler, özel bir fiziksel konumun matematik tanımını gösteren bir “constitutive” eşitlikler ile birbirine bağlanır. Tablo 2.1 elektrik mühendisliği problemlerinde durum değişkenleri ve eşitlikleri göstermektedir. Bir kez, durum değişkeni ve akı

tanımlandıktan sonra formülde, her ikisi ya da biri bulunabilir. Seçimi problem belirler.



Tablo 2.1. Elektrik mühendisliği problemleri ve durum değişkenleri

Fiziksel problem	Korunum Prensipleri	Durum Değişkeni	Akı	Materyal Sabitleri	Kaynak	
Elektrik dev.	Akımların dengesi	Gerilim akım	Elektrik Akısı	Elektrik iletkenliği	Harici elektrik yükü	Kirchoff'un kanunu
Elektrostatik	Elektrik akısının korunumu	Elektrik potansiyeli	Elektrik Akısı	Permütasyon	Yük	Coulomb Kanunu
Magneto-statik	Magnetik potansiyelin korunumu	Magnetik potansiyel	Magnetik Akı	Magnetik geçirgenlik	Akım	Maxwell Kanunu

2.3.3 Problemin Formülasyonu

Dielektrik ortamlar için Gauss teoremi

$$\nabla \cdot (\epsilon E) = q \quad (2.1)$$

$$E = -\nabla \cdot \Phi \quad (2.2)$$

$$\nabla \cdot \epsilon \nabla \Phi = -q \quad (2.3)$$

olup burada,

ϵ : Geçirgenlik

Φ : gerilim

E : elektrik alan şiddeti

q : yük/birim hacim

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k} \quad \text{Poisson operatörünü göstermektedir.}$$

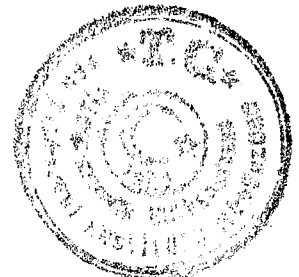
Benzer olarak iletken ortam için, yüklerin korunum teoremine göre;

$$\nabla \cdot J = -\frac{\partial q}{\partial t} \quad (2.4)$$

$$J = -\rho^{-1} E \quad (2.5)$$

$$\nabla \rho^{-1} \nabla \Phi = -\frac{\partial q}{\partial t} \quad (2.6)$$

Poisson eşitliği elde edilir.



EIT’de, beden özgül direncini görüntülemek için 50 kHz > frekanslı ve 1-5 mA genlikle akımlar kullanılır. İnsan bedeni hem dielektrik ve hem iletken bir ortamdır. Bütün frekanslarda iletken ortam baskındır. Basitlik için, ortam saf iletken kabul edilir. Beden

içinde bu frekansa sahip akım kaynağı olmadığı için $\frac{\partial q}{\partial t} = 0$ olur. (2.6) no.lu eşitlik,

homojen kısmi 2. dereceden diferansiyel denklem haline gelir:

$$\nabla \cdot \rho^{-1} \nabla \Phi = 0 \quad (2.7)$$

Bu eşitlik, laplace eşitliği olarak bilinir. Bu denklem ρ^{-1} ve sınır şartlarının bilinmesi halinde çözülebilir.

$$\rho^{-1} \nabla^2 \Phi = 0 \quad (2.8)$$

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad \text{laplace operatörüdür.}$$

Bu sınır şartları; esas ve doğal olmak üzere iki türdür. Esas sınır şartı durum değişkeni Φ ’nin sınırdaki değeridir. (Dirichlet problemi) çözüm sonucu gerilimler belirlenir.

$$\Phi = \bar{\Phi}, \partial A_{\Phi} \text{ de geçerli.}$$

Doğal sınır şartıyla sınırdaki akı belirlenir (Neuman problemi).

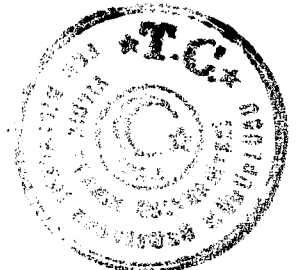
$$\bar{\Phi}_v = \rho^{-1} \frac{\partial \Phi}{\partial n} \quad (2.9)$$

∂A elektrot yüzeyinde geçerlidir. Burada; A domen, $\bar{\Phi}$ gerilim (sınırdaki), $\bar{\Phi}_v$ akım veya akı ve durum değişkeni kombinasyonu belirlenir (Cauchy tipi, karışık-sınır-değer problemi).

(2.7) nolu eşitliğin çözümü, homojen olmayan ortam ve düzensiz domen A için yoktur. Bu nedenle SEY ile nümerik çözüm yapılır. (2.7) nolu alan eşitliği varyasyonel formda şöyle yazılır:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{\pi} \rho^{-1} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \Phi + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \Phi \right] dA - \int_{\partial A} \Phi_v \cdot \Phi dS = \sum_{n=1}^N \Pi \cdot n \quad (2.10)$$

$\Pi_n : n.$ elemanın potansiyelidir.



$$\Pi = \frac{1}{2} \int_{A_n} \rho^{-1} \left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} \Phi + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \Phi \right] dA - \int_{\partial A_n} \bar{\Phi}_v \Phi dS \quad (2.11)$$

2.3.4 Elemanların Yaklaşık Fonksiyonlarının Oluşturulması

Eleman içinde herhangi bir noktadaki potansiyel interpolasyon fonksiyonları ile bulunur.

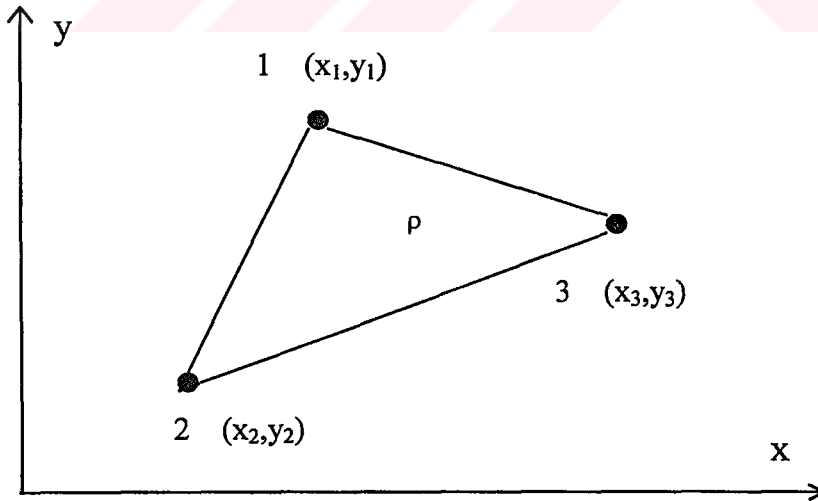
$$\Phi = \sum_i \Phi_i f_i(x, y) \quad (2.12)$$

Burada,

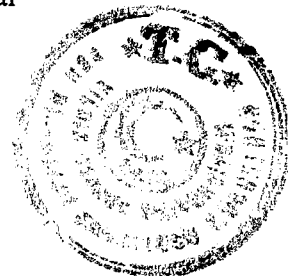
Φ_i düğüm potansiyelleri

$f_i(x, y)$ interpolasyon fonksiyonlarıdır.

İnterpolasyon polinomunun derecesi elemanın düğüm sayısına, düğümdeki bilinmeyen sayısı ve diğer sınır şartlarına bağlıdır. İstenilen doğruluğa ulaşılan kadar eleman sayısı ve/veya elemandaki düğüm sayısı arttırılabilir. EIT’de, daha çok sayıdaki eleman daha iyi uzamsal çözünürlük verdiği için, düğüm sayısı arttırmak yerine eleman sayısı arttırmak tercih edilir. Genellikle üçgen veya dörtyüzlü elemanlar için, basit lineer interpolasyon fonksiyonları seçilir. Bir örnek olarak Şekil 2.4’ü ele alalım.



Şekil 2.5 (x_i, y_i) koordinatlarında 3 düğümlü tipik bir üçgen eleman 1, 2, 3 lokal düğüm numaraları



Üçgen eleman için lineer interpolasyon polinomu aşağıdaki gibidir:

$$\Phi(x, y) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y \quad (2.13)$$

Burada,

- α_1 : elemanın pozisyonundan bağımsız potansiyeli
 $\alpha_2 x + \alpha_3 y$: elemanda pozisyona bağlı olarak değişen potansiyel miktarını gösterir.

Her düğüm için interpolasyon fonksiyonlarını şu şekilde yazılır:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \Phi(x_1, y_1) = \alpha_1 + \alpha_2 x_1 + \alpha_3 y_1 \\ \Phi_2 &= \Phi(x_2, y_2) = \alpha_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 y_2 \\ \Phi_3 &= \Phi(x_3, y_3) = \alpha_1 + \alpha_2 x_3 + \alpha_3 y_3 \end{aligned} \quad (2.14)$$

1, 2, 3 sayıları : elemanın lokal düğüm numaralarını gösterir.

α katsayıları aşağıdaki gibi belirlenir:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \frac{a_1 V_1 + a_2 V_2 + a_3 V_3}{2\Delta} \\ \alpha_2 &= \frac{b_1 V_1 + b_2 V_2 + b_3 V_3}{2\Delta} \\ \alpha_3 &= \frac{c_1 V_1 + c_2 V_2 + c_3 V_3}{2\Delta} \\ \Delta &= \frac{x_2 y_3 - x_3 y_2 - x_3 y_1 + x_1 y_3 + x_1 y_2 + x_2 y_1}{2} \end{aligned} \quad (2.15)$$

üçgenin alanıdır. a_1, b_1 ve

c_1 katsayıları

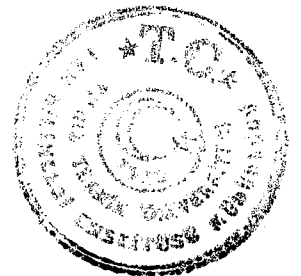
$$a_1 = x_2 y_3 - x_3 y_2$$

$$b_1 = y_2 - y_3$$

$$c_1 = x_3 - x_2$$

olup diğer a, b ve c 'ler 1, 2, 3 indislerinin dairesel permutasyonu ile aşağıdaki gibi elde edilebilir:

$$\begin{aligned} V(x, y) &= V_1 f_1(x, y) + V_2 f_2(x, y) + V_3 f_3(x, y) \\ f_i(x, y) &= \frac{a_i + b_i x + c_i y}{2\Delta}, \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned} \quad (2.16)$$



$f_i(x, y)$, boyutsuz “interpolasyon” fonksiyonudur ve i . düğüm de 1, diğer iki düğümde 0 değerini alır. Varyasyonel yöntemle, 3x3'lük eleman matrisinin (i, j) elemanı y_{ij} şöyle belirlenir:

$$\left[K_{ij} \right]_n = \frac{1}{\rho} \iint_{A_n} \left(\frac{\partial f_i}{\partial x} \frac{\partial f_j}{\partial x} + \frac{\partial f_i}{\partial y} \frac{\partial f_j}{\partial y} \right) dA \quad (2.17)$$

n : eleman sayısı

Buradan da üçgen elemanın eleman matrisi şöyle yazılabilir:

$$Y = \frac{1}{\rho^4 \Delta} \begin{bmatrix} b_1^2 + c_1^2 & b_2 b_1 + c_2 c_1 & b_3 b_1 + c_3 c_1 \\ b_2 b_1 + c_2 c_1 & b_2^2 + c_2^2 & b_3 b_2 + c_3 c_2 \\ b_3 b_1 + c_3 c_1 & b_3 b_2 + c_3 c_2 & b_3^2 + c_3^2 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Diğer tip elemanlar için eleman matrisleri benzer yolla elde edilir. Çeşitli tür iki ve üç boyutlu elemanlar için eleman matrisleri literatürlerde mevcuttur.

2.3.5 Matris Eşitliklerinin Birleştirilmesi

Bir elemanın her düğümünün bir lokal, bir de global düğüm numarası vardır. Eleman matrislerinin birleştirilmesi ortak düğümler vasıtasıyla yapılır. Global düğüm numaralama keyfi bir şekilde olmasına rağmen, düğümlerin numaralandırma tarzı hesap süresini önemli oranda etkiler.

(2.11) no.lu eşitlik aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\Pi = \frac{1}{2} \Phi_n^T K_n \Phi_n - \Phi_n^T Q_n \quad (2.19)$$

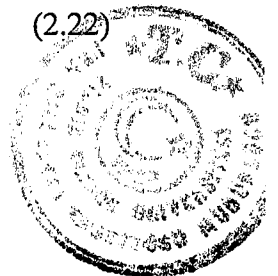
K_n : eleman matrisi

$$\left[K_{ij} \right]_n = \int_{A_n} \rho^{-1} \left(\frac{\partial f_i}{\partial x} \frac{\partial f_j}{\partial x} + \frac{\partial f_i}{\partial y} \frac{\partial f_j}{\partial y} \right) dA \quad (2.20)$$

$$\left[Q_i \right]_n = \int_{(\partial A_v)_n} \bar{\Phi}_v f_i(x, y) ds \quad (2.21)$$

Bir eleman içinde ρ 'nun sabit olduğu kabulü ile;

$$\left[K_{ij} \right]_n = \rho_n^{-1} \int_{A_n} \left(\frac{\partial f_i}{\partial x} \frac{\partial f_j}{\partial x} + \frac{\partial f_i}{\partial y} \frac{\partial f_j}{\partial y} \right) dA \quad (2.22)$$



olur.

K_n eleman matrisi ve Q_n vektörü bir master matriste birleştirilir ve sistem eşitliğine varyasyonel prensip uygulanarak; $\partial \Pi = 0$ yapılırsa son eşitlik şöyle olur:

$$K \Phi = Q \quad (2.23)$$

$K_{N \times N}$: simetrik master matris,
 N : ağdaki düğüm sayısı,
 Φ : düğüm gerilim vektörü,
 Q : düğüm akım vektörüdür.

Böylece, sürekli alanın ayrıklaştırılıp modellenmesi ile diferansiyel alan eşitlikleri lineer eşitlik sistemine dönüştürülerek, alan problemi lineer cebir problemi haline gelmiştir. Düğüm gerilimleri hesaplandıktan sonra, alan akım yoğunlukları (2.5) numaralı eşitlikten elde edilebilir.

Master matris rankı $N-1$ olduğundan, eşitlik sistemi çözülemez durumdadır. Bu nedenle bir referans düğümü belirlemek gereklidir. Bir düğüm referans düğümü olarak seçilir ve gerilimi sıfırlanır. İlgili eleman akımı da sıfır olur.

2.4 Matris Eşitliğinin Çözümü

Master matris, simetrik, “pozitif definit” ve “sparse” bol sıfırlıdır. Master matris karakterine uygun, verimli bir nümerik teknik seçilebilir. Master matris yapısında belirleyici olan global düğüm numaralama tekniğidir.

Direkt Yöntem: Gauss eliminasyonları ve onun çeşitli varyasyonları kullanılır. Cholesky faktörizasyon en iyi yöntemdir. Bu yöntemde master matris, alt^(L) ve üst^(U) üçgen matrislerin çarpımı şeklinde ifade edilir. Matris simetrik olduğu için aşağıdaki işlem sırası uyarınca;

$$U=L^T$$

$$K \Phi = Q \quad \rightarrow \quad L L^T \Phi = Q$$

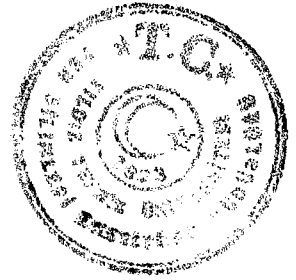
$$L^T \Phi = q \quad (a) \quad \rightarrow \quad Lq = Q \quad (b)$$

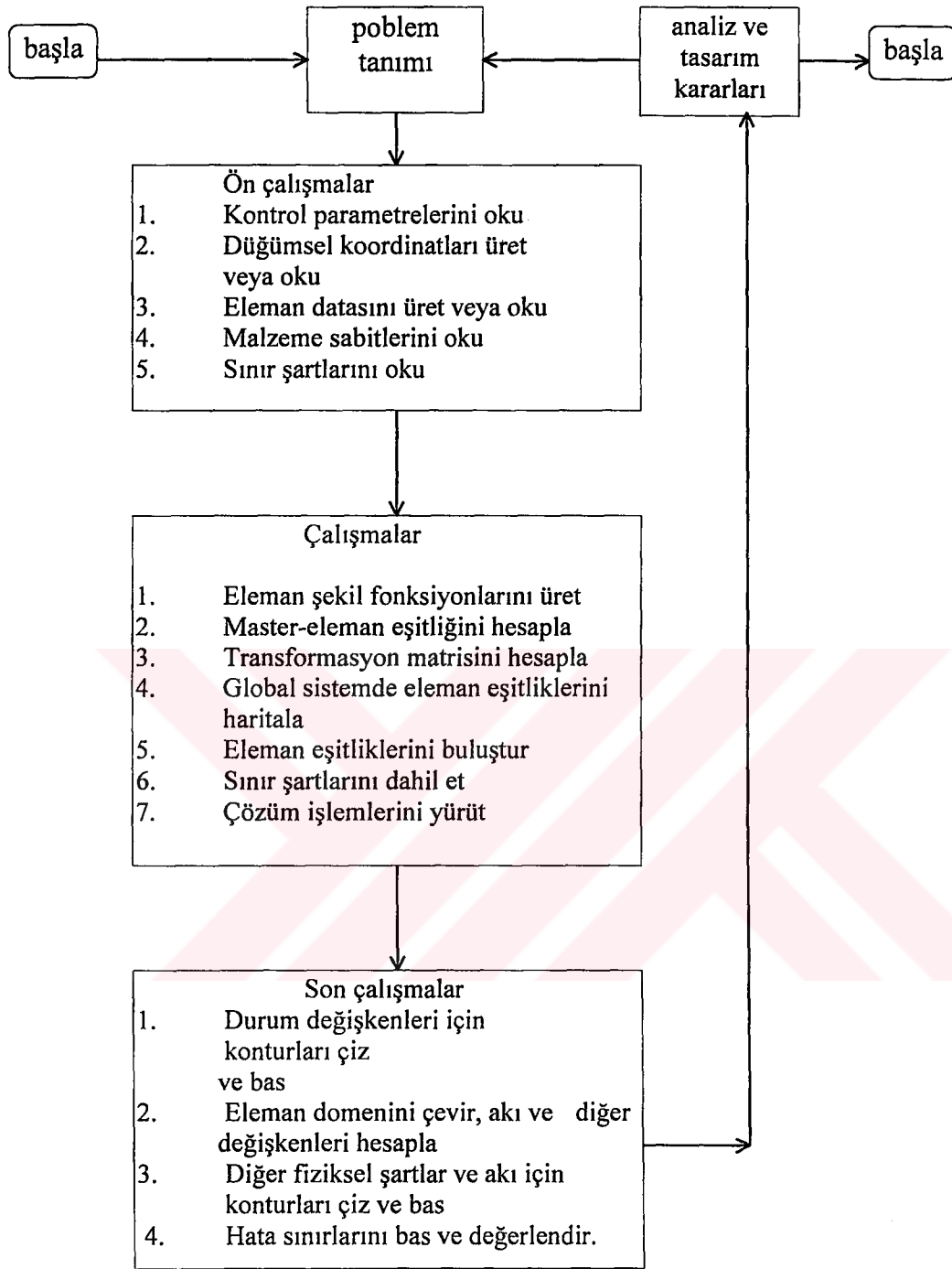


önce ileri yerine koyma ile (b) çözülür. Hesaplanan q , geri yerine koyma ile (a)'da kullanılarak Φ hesaplanır. Değişik akım vektörleri için aynı master matris kullanılabildiğinden bu yöntem hızlıdır.

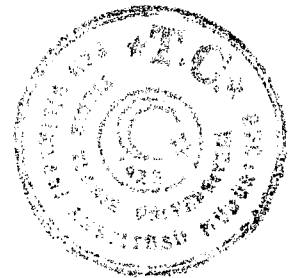
İteratif Yöntem: Gauss-Seidel veya Newton-Raphson gibi yöntemler kullanılabilir. İteratif yöntemler direkt yöntemlere göre daha hızlıdır. Lineer sistem eşitliğini çözmek için “conjugate gradient” yöntem gibi minimizasyon teknikleri kullanılabilir. Matris boyutu çok büyük olduğunda bu yöntem iyidir.

Sparse Matris Algoritması: Master matris bol sıfırlı olduğu için, iyi bir düğüm numaralama yöntemi ile beraber bu algoritmanın kullanılması hesaplama süresini önemli miktarda azaltır. Sparse matris algoritmalarının çoğu, faktörizasyon yöntemine dayanır. Bu algoritmada 0 ile çarpma gibi gereksiz işlemler yapılmaz.





Şekil 2.6 SEY ile Bilgisayarda çözüm için akış diyagramı



2.4.1 Cephe Yöntemiyle Sonlu Eleman Eşitliğinin Çözümü

Bu çalışmada kullanılan Sonlu Eleman Programında birleştirilmiş eleman matrisi (master matris) cephe yöntemi olarak bilinen bir yöntemle çözülmektedir. Bu program alan çözümünü 1016 üçgen elemana bölünmüş, 541 düğümlü bir ağ üzerinden yapmaktadır (Şekil 2.3). Elde edilen eşitliğin diğer yöntemlerle çözülmesi halinde bellekte 541*541'lik bir yer ayırmak gerekli olacaktır ki, bu da yaklaşık 4.7 Mbyte demektir. Çözüm için gereken zamanı ve bellekte kaplanacak yer miktarını azaltmak için Irons'ın geliştirdiği ve Ziya İder ve ekibinin modifiye ettiği cephe yöntemi kullanılmıştır.

Bu yöntemde master matris tümüyle oluşturulduktan sonra çözüleceği yerde, oluşma aşamasındayken çözülmektedir. Bilgisayar belleğinde master matris ve eşitlik sağ tarafı için büyüklüğü zamanla değişebilen bir yer açılmıştır. Her eleman eklenişinde o eleman düğümleri için, eğer yoksa, bellekte yer açılmaktadır. Denklemi tamamlanan düğüm diğer denklemlerden elimine edilerek bellekten silinmektedir. Herhangi bir anda bilinmeyen katsayılar olabilir; bu tip bilinmeyenler “aktif düğümler” olarak adlandırılır. Bu aktif düğümler setine “cephe” adı verilir. Bellekte gereken yer miktarı maksimum cephe uzunluğu ile doğru orantılıdır. Öte yandan bazı eşitlikler tamamlanarak bellekte depolanmıştır. Bunlar elimine edilmiş düğümlerdir.

Cephe uzunluğu ağ yapısına ve eleman numaralandırma tekniğine bağlıdır. İyi tanımlanmış bir ağda eleman birleştirme işlemi sürerken cephe boyutu çok fazla değişmemelidir. Bu çalışmada kullanılan 541 düğüm ve 1016 elemandan oluşan ağ için maksimum font boyutu 32'dir. Şekil 2.3'de 56 elemanlı bir ağ için bu numaralandırma tekniği gösterilmiştir.

Cephe yöntemi ayrıca, eşzamanlı çözüm kolaylığını da sağlamaktadır. 16 farklı sınır şartı (aynı iletkenlik dağılımı için 16 farklı akım sürme pozisyonu) için aynı problemin çözümünde bu kolaylıktan yararlanılmıştır. Bu durumda eşitliğin sınır şartlarına ifade eden sağ tarafı 16 sütundan oluşmaktadır. Sonuç olarak, 16 farklı sınır



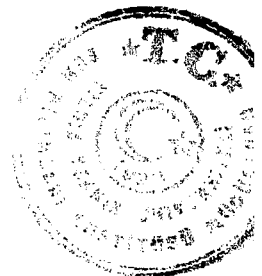
şartı için problem tekrar değil, eşzamanlı olarak çözülmüştür. 541 düğümlü ve 1016 elemanlı bir ağ için yalnızca 4 Kbayt uzunluğunda bir bellek kullanılarak çözüme ulaşmak mümkün olmuştur. Cephe yöntemi akış diyagramı Şekil 2.7'da görülmektedir.

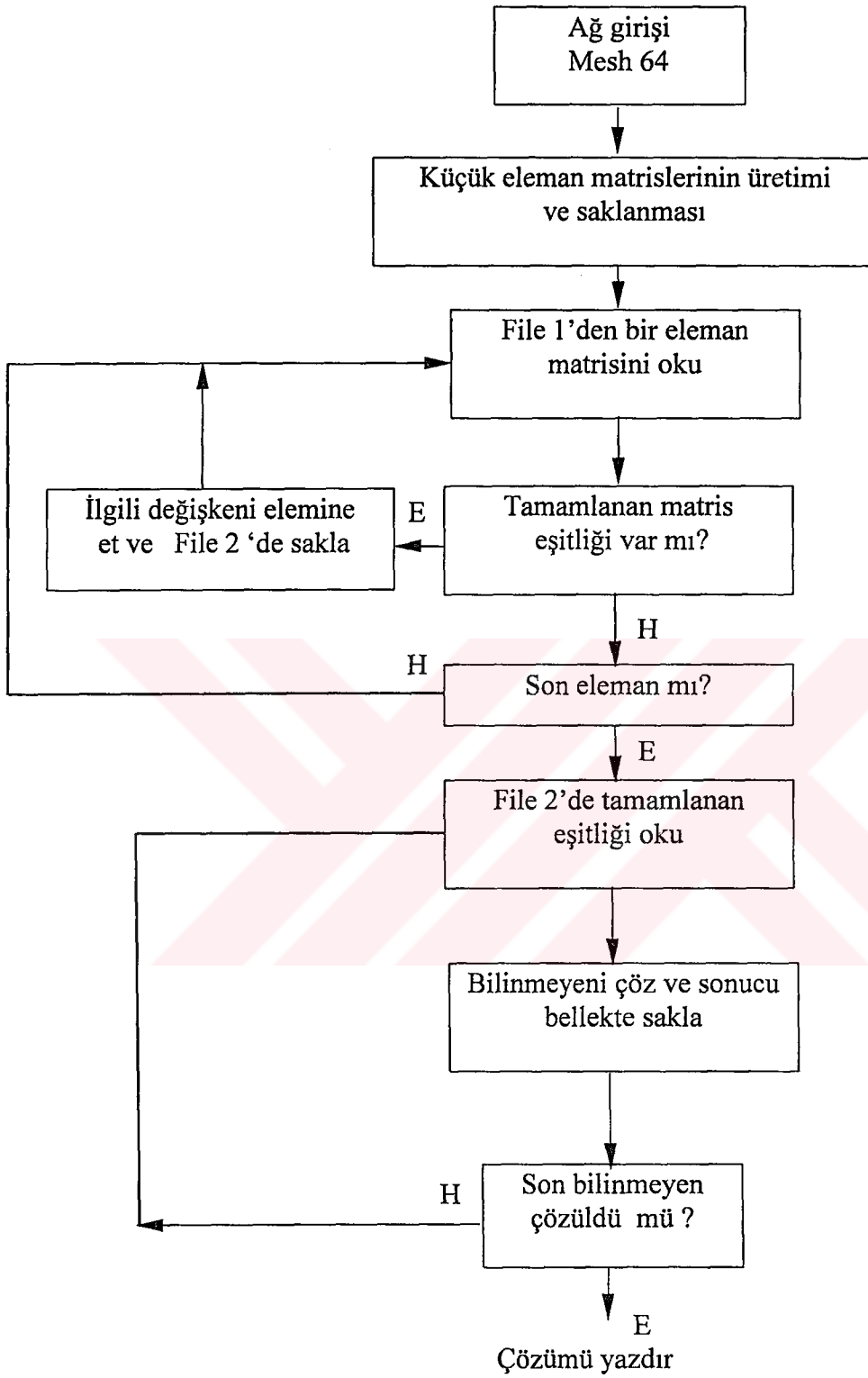
Burada ağ ile ilgili bilgiler (düğüm numaraları, düğümlerin pozisyonları, elemanların sayısı ve her elemanın düğüm numaraları) mesh64 file'ında bulunmaktadır. Sadece mesh file'si değiştirilerek program yeni bir ağa uyarlanabilmektedir. Sınır şartları, current file'dan okunmaktadır. 10 kHz frekansında ve 5 mA genliğinde bir akımın uygulandığı elektrotlar ve yerlerine ait bilgi bu file'da bulunmaktadır. File-1 eleman matrisleri ve aktif düğümlere ait kodları depolamak için kullanılmıştır. File-2'de tamamlanmış eşitlikler depolanır.

2.4.2 Ağ Seçimi ve Çözümün Doğruluğu

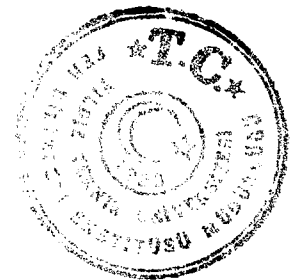
Ağdaki eleman sayısının artması çözümün doğruluğunu artırırken, çözülmesi gerekli eşitlik sayısını da artırmaktadır.

Çözüm yapılacak alandaki potansiyel değişimleri yaklaşık olarak bilindiği için, potansiyel değişimlerin yüksek olduğu yere küçük elemanlar yerleştirilebilir. Bunun için, akım elektrotları civarındaki elemanların küçük, diğer bölgelerdeki elemanların büyük boyutlu olması gerekir. Bu tür ağın doğruluğu artırdığı açıktır. Her bir sınır şartı için ağ şekli farklı olacağından, bu tür ağ “değişken ağ” olarak adlandırılır. Bu tür ağın iki önemli dezavantajı vardır. Bu tür ağın kullanılması durumunda, cephe yöntemiyle çözüm yapılırken farklı sınır şartları için eşzamanlı çözüm yapılamaz. Diğer dezavantaj da iletkenlik değerleri atanırken ortaya çıkar. Her eleman uniform iletkenlik dağılımına eşit olmalıdır. Ağ yapısı değişirse, yeni eleman iletkenliklerinin ne olacağı sorunu ortaya çıkar.





Şekil 2.7 Cephe yöntemiyle çözümün akışı



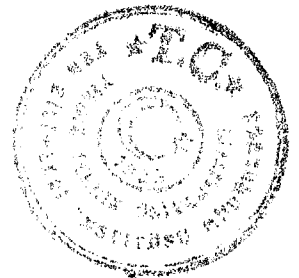
Kaba ve sabit bir ağ üzerinde inceltme yapılarak yeni ağlar elde edilebilir. Örneğin; büyük üçgen elemanlardan küçük üçgenler elde edilir. Bu bölme işlemi yapılırken, eleman kenarlarına düğümler gelmemelidir, aksi takdirde sonlu eleman formülasyonu yanlış olacaktır.

Ağ seçiminde önemli olan diğer bir husus da akım ve gerilim elektrotlarının yeridir. Gerilim elektrotlarının ağ çevresindeki düğümlere yerleştirilmiş spot elektrotlar olduğu düşünülür ve akım elektrotlarının da iki elemanın kenarından sabit bir akım verdiği kabul edilir.

Gerçekte elektrot şekilleri oldukça farklıdır. Her şeyden önce, boyutları akım veya gerilim elektrotları olup olmamasına bağlı değildir. İkinci olarak, elektrotlar metalik yüzeye sahip olduklarından temas yüzeyindeki potansiyel aynı olmalıdır. Ancak, 1016 elemanlı ince ağ ile elde edilen sonuçlara bakıldığında bu yaklaşıklıkların kabul edilebilir düzeyde olduğu görülmektedir.

Sistemde 16 adet elektrot kullanılmıştır ve bunlardan ikisi akım elektrodu ve diğerleri de gerilim ölçüm elektrotlarıdır. Dairesel bir fantom için bu elektrotlar eşit aralıklarla ($2\pi/16$) yerleştirilmişlerdir.

Sonuç olarak, 1016 elemanlı ince bir ağ seçilmiş, bu elemanlara sabit bir iletkenlik değeri $\sigma = 0.002$ S/cm (uniform alan dağılımı) atanarak, 16 farklı sınır şartı için ($I = 5$ mA) eşzamanlı alan çözümü yapılmıştır. Çözümün doğruluğunu test etmek için, sonlu elemanlarla yapılmış alan çözümünden elde edilen fark potansiyelleri, aynı koşullara sahip ölçüm düzeneğinden alınan fark potansiyelleri ile karşılaştırılmıştır. Sonuçlar Tablo 2.2 'de görülmektedir.



Tablo 2.2 0.002 Siemens iletkenliğine sahip uniform bir ortam için sonlu eleman yöntemi ile hesaplanmış ve aynı ortamdan ölçülmüş fark gerilimlerinin karşılaştırılması.

Fark gerilimi	Ölçülen değer (mV)	Hesaplanan değer (mV)
V1	47.86595	47.901628
V2	20.84387	20.906145
V3	12.53245	12.588936
V4	8.947047	8.99501696
V5	7.202337	7.244238
V6	6.382648	6.421197
V7	6.155331	6.192814
V8	7.229110	6.448648
V9	8.967458	7.270297
V10	12.534843	9.013852
V11	12.605730	12.588936
V12	20.906145	20.923509
V13	47.734701	47.704444

3. TERS PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

3.1 Görüntü Oluşturma Algoritmaları

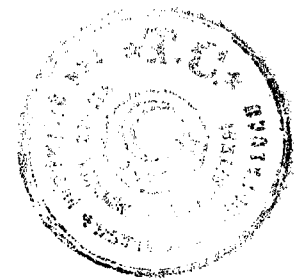
Elektrik empedans tomografisinde, bir obje yüzeyine yerleştirilmiş elektrotlarla akım gerilim ölçümleri kullanılarak, objenin dahili özgül direnç dağılımı ρ (veya iletkenlik σ) görüntüsü oluşturulur. Bir Elektrik Empedans Tomografi (EIT) sistemi veri toplama ve görüntü oluşturma olmak üzere iki ara bileşenden oluşmaktadır. Bu bölümde dahili özgül direnç (ρ) dağılımını elde etmek amacı ile, yani ters problemi çözmek için kullanılan görüntü oluşturma algoritmaları değerlendirilecektir.

Dinamik ve statik görüntüleme olmak üzere iki farklı görüntü oluşturma tekniği vardır. Dinamik görüntülemede önce herhangi bir T_1 anında sınır gerilim veri seti ölçülür. Daha sonra T_2 anında tekrar ölçüm yapılır. Aradaki fark geri izdüşülerek, özgül direnç dağılımındaki değişiklik görüntülenir. Barber ve Brown (1984), T_1 ve T_2 aralığındaki dirençteki değişikliği gösteren dinamik görüntüler elde ettiler. Fark alma işlemi sırasında çeşitli hatalar elimine olduğundan, dinamik görüntüleme statik görüntülemeye göre daha basittir. Statik görüntülemede ise, bir kesit özgül direnç dağılımının mutlak değerleri görüntülenir.

Empedans görüntülemede esas problem akım akış yolunun ortamın iletkenlik dağılımının nonlinear bir fonksiyonu olmasıdır. Bu sebeple EIT’de kullanılan yöntemlerden çoğunda nonlinear olan eşitlikler iteratif olarak çözülür. Bir hacim iletkeninde akım akışı sonucu ortaya çıkan gerilim dağılımı;

- özgül direnç dağılımının,
- ortam geometrisinin,
- ölçüm elektrotlarının bağıl konumunun

bir fonksiyonudur.



Newton-Raphson (N-R), duyarlık, eş potansiyel hatlar, iteratif eş potansiyel hatlar ve yöntemi gibi birçok görüntü oluşturma yöntemleri vardır. Bunlardan literatürde en çok kullanılan Newton-Raphson ve iteratif geri izdüşüm yöntemlerine kısaca değinilecektir. Bu tezde ters problem yukarıda söz edilen klasik algoritmalarla değil yapay sinir ağları algoritması ile çözülmüştür. İleri problem sonucu elde edilen fark gerilimleri “öz nitelik” vektörleri olarak yapay sinir ağları girişine uygulanıp çıkıştan iletkenlik değerleri elde edilmiştir. Yapay sinir ağları ile ilgili ayrıntılı bilgiler 4. Bölümde, hesaplanan iletkenlikler ile ilgili değerlendirmeler ise 5. Bölümde bulunmaktadır.

3.2 Newton-Raphson Yöntemi

Newton-Raphson algoritması, özellikle lineer olmayan problemler için geliştirilmiş iteratif bir algoritmadır. EİT’de akım yolları ve eşpotansiyel yüzeyler, bilinmeyen özgül direnç dağılımının bir fonksiyonudur. Dolayısıyla yeniden direnç görüntüsü oluşturma problemi lineer değildir. Özgül direnç dağılımı ve elektriksel ölçümler arasındaki nonlineer bağıntının iteratif olarak lineerleştirilmesi üzerine geliştirilmiş bir algoritma önerilmektedir. Görüntü oluşturmada hatayı tespit etmek için doğrudan doğruya, gerçek direnç dağılımı ile yeniden oluşturulan dağılım karşılaştırılır. Ancak gerçek dağılım bilinmediği için özgül direnç dağılımının fonksiyonu olan gerilimler vasıtasıyla hata dolaylı olarak ölçülebilir. Bu amaçla bir hata fonksiyonu aşağıdaki gibi tanımlanmıştır:

$$\Phi(\rho) = \frac{1}{2} (f(\rho) - V_0)^T (f(\rho) - V_0) \quad (3.1)$$

V_0 : Gözlenen gerilimler vektörü, n boyutlu

ρ : ayırık empedans dağılımına denk düşen n boyutlu vektör.

f : m boyutlu empedans dağılım vektörünü, n boyutlu gözlenen gerilim vektörüne gönderim yapan fonksiyonu göstermektedir.

Amaç hatayı en aza indirecek (ρ) değerini bulmaktır. Aslında $f(\rho)$, sadece direnç dağılımı ρ ’nun değil, aynı zamanda akım kaynaklarının yeri ve ölçülen diferansiyel gerilimlerin de bir fonksiyonudur. Bu büyüklüklerin sabit olduğu ve bilindiği kabul



edilir. Φ 'yi minimum yapan ρ değerini bulmak için Φ 'nin ρ 'ya göre türevi alınarak sıfıra eşitlenir.

$$\Phi'(\rho) = \frac{1}{2} \left[f'(\rho) \right]^T \left[f(\rho) - V_0 \right] = 0 \quad (3.2)$$

$f'(\rho)$, Jakobyen matrisi olarak bilinir ve $n \times m$ boyutlu bir matris şöyle tanımlanır:

$$\left[f'(\rho) \right]_{ij} = \frac{\partial f_i}{\partial \rho_j} \quad (3.3)$$

(3.2) eşitliği, özgül direnç dağılımı ρ 'nun nonlinear fonksiyonu olduğu için, bu eşitlik $\rho = \rho^k$ keyfi noktasında Taylor serisine açılır ve serinin lineer terimleri alınır.

$$\Phi'(\rho^{k+1}) = \Phi'(\rho^k) + \Phi''(\rho^k)(\rho - \rho^k) + \dots + \Phi^p \frac{\rho^k}{p!} (\rho - \rho^k)^p = 0 \quad (3.4)$$

$$\Phi'(\rho^{k+1}) = \Phi'(\rho^k) + \Phi''(\rho^k) \Delta \rho^k \quad (3.5)$$

$$\Delta \rho^k = \rho^{k+1} - \rho^k \quad (3.6)$$

Burada Φ'' Hessian matrisi olarak adlandırılır ve şöyle verilir:

$$\Phi'' = \left[f'(\rho^k) \right]^T f'(\rho^k) + \left[f''(\rho^k) \right]^T \left[I_n \otimes f(\rho^k) - V_0 \right] \quad (3.7)$$

$\otimes$, Kronecker matris çarpımını ifade eder. $f''(\rho^k)$ teriminin hesaplanması çok zor ve karmaşıktır. Bu sebeple birinci terimin yanında ihmal edilebilir. Böylece yaklaşık Hessian matrisi;

$$\Phi''(\rho^k) = \left[f'(\rho^k) \right]^T f'(\rho^k) \quad (3.8)$$

olur. Bu yaklaşıklık ρ^k civarında küçük bir bölge için doğrudur. (3.2) ve (3.8) numaralı eşitlikleri, (3.5) 'te yerine konur ve sıfıra eşitlenirse;

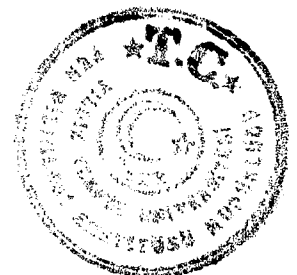
$$\Phi'(\rho^{k+1}) = \left[f'(\rho^k) \right]^T \left[f(\rho^k) - V_0 \right] + \left[f'(\rho^k) \right]^T f'(\rho^k) \Delta \rho^k = 0 \quad (3.9)$$

(3.8)'in nonsingüler olduğu kabulü ile $\Delta \rho^k$ için çözülürse;

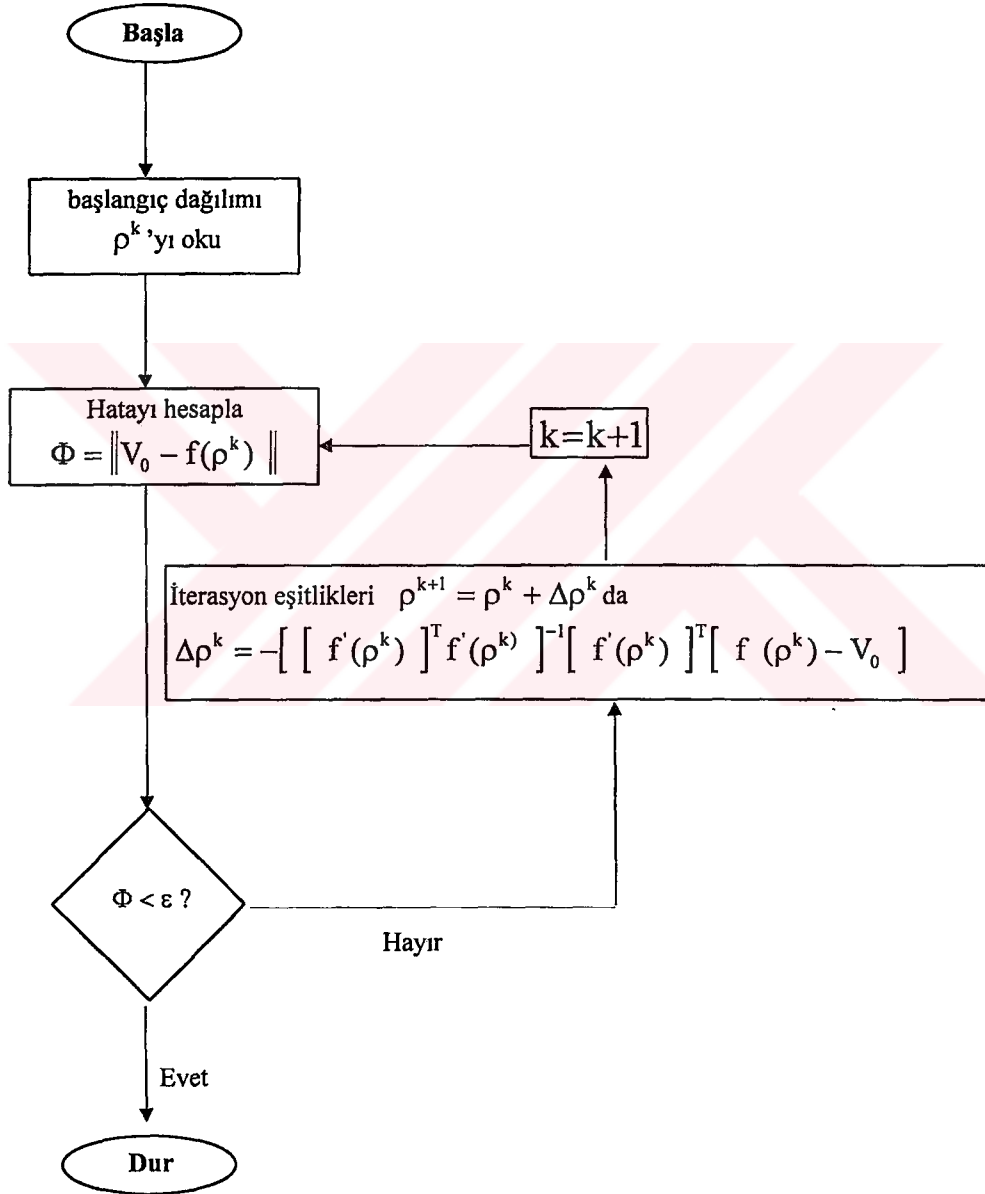
$$\Delta \rho^k = - \left[\left[f'(\rho^k) \right]^T f'(\rho^k) \right]^{-1} \left[f'(\rho^k) (f(\rho^k) - V_0) \right] \quad (3.10)$$

(3.10) no'lu eşitlik ρ^k 'yı bulacak iteratif işlemi tanımlar.

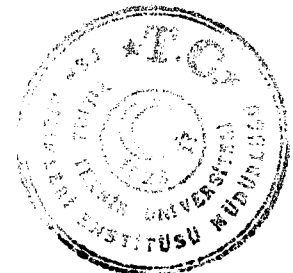
$$\rho^{k+1} = \rho^k + \Delta \rho^k \quad (3.11)$$



Bu formülasyon (Yorkey ve ark, 1987) tarafından geliştirilmiştir ve modifiye Newton-Raphson (mN-R) olarak adlandırılır. mN-R algoritma akışı Şekil 3.1’de verilmiştir. Buna göre önce özgül direnç dağılımı tahmini yapılır, daha sonra Sonlu Eleman Yöntemi kullanarak verilen akım dağılımları için gerilim cevapları hesaplanır. Hata fonksiyonunu elde etmek için ölçülen ve hesaplanan gerilimlerin farkı alınır. Fark belirlenmiş bir hata kriterinden daha küçükse, tahmin edilen özgül direnç dağılımı istenen dağılım olarak alınır, değilse iterasyon devam eder.



Şekil 3.1 Φ hata fonksiyonunu minimum yapan Newton-Raphson algoritmasının akış diyagramı



3.2.1 Kötü Durumluluk

Bir $A_{n \times n}$ matrisinin karakteristik polinomu $P = \det[A - \lambda I]$ şeklinde tanımlanır. Karakteristik polinomun kökleri: $\lambda(A) = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ eigen (öz) değerleri olarak bilinir. Verilen bir λ_i öz değeri için aşağıdaki eşitliği sağlayan sıfırdan farklı x vektörü öz vektörü olarak adlandırılır.

$$Ax = \lambda_i x \quad (3.12)$$

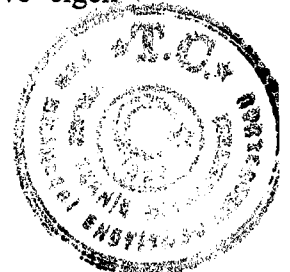
Bir matrisin durumu öz değerleriyle ölçülür. Maksimum ve minimum eigen değeri arasındaki fark çok büyükse matris kötü durumludur.

(3.10) numaralı iterasyon eşitliğindeki $[f']^T f'$ matrisi kötü durumludur. Ters problemde kötü durumluluk ölçümlerdeki küçük hatalar karşı duyarlılık sebebiyle olmaktadır. Elektrot konfigürasyonu ve özgül direnç değerlerine bağlı olarak durum daha da kötüleşebilir ve matrisin tersi alınamaz. Yalnızca küçük özgül direnç değerleri için matris tersi alınabilmektedir.

Yorkey ve diğerleri (1986) matris durumunu 10^6 gibi çok yüksek bir rakam tespit ederek ve merkezi özgül direnç değerlerinde en küçük duyarlılığa ulaşmışlardır. Bu tip duyarlılık EİT sistemlerinde zaten vardır. Ama elektrot konfigürasyonu ve ölçme şekli, duyarlılığı kötüleştirmiştir. Kötü durumlu problem çözümlerini kararlı hale getirmek “regülerizasyon” olarak adlandırılır. İteratif yeniden görüntü oluşturma sistemlerinde araştırmacının belirlediği kriterlere göre iterasyon sayıları sınırlandırılarak veya ek sınırlamalar getirilerek regülerizasyon yapılır.

Murai ve Kagawa (1985) kötü durumluluk ile başa çıkmak için Akaike’in bilgi kriterini ve SVD (singular value decomposition) kullandılar. Böylece matris tersi almadan önce eigen değerleri ve eigen vektörleri hakkında bilgiye sahip oldular.

Yorkey ve diğerleri (1987) kötü durumluluğa karşı Marquardt yöntemini kullandılar. Gerekçelerini ise şöyle sıraladılar: Birincisi, SVD yönteminde, her iterasyon için eigen problemi çözülerek çok zaman kaybedilmesi, ikincisi, de eigen değerleri ve eigen



problemi çözümlenerek çok zaman kaybedilmesi, ikincisi, de eigen değerleri ve eigen vektörlerinin elimine edilmesi ile bir miktar bilginin de elimine edileceği hususu merkezi empedans dağılımı hakkındaki bilginin hesaba katılmayacağı ve üçüncüsü Bard'ın SVD ve diğer yöntemlerden Marquardt yönteminin üstün olduğunu göstermiş olmasıdır.

Bu yöntemde eşitlik şu formdadır:

$$b=(A+\lambda I_m) x \quad (3.13)$$

λ : skaler,

$A: [f']^T f'$ matrisinin normalize edilmiş hali,

$b: [f']^T (f - V_0)$ matrisinin normalize edilmiş vektörü.

Kötü durumluluk büyük olduğunda, λ da büyük seçilir. Hua ve diğerleri (1988) ölçme hatasının söz konusu olduğu verilerle çalışıldığında N-R algoritmasının performansını düşüren kötü durumu gidermek için regülarizasyon kullandılar. Bu teknikte hata fonksiyonu şöyledir:

$$\Phi(\rho) = \frac{1}{2} (f(\rho) - V_0)^T (f(\rho) - V_0) + \lambda J(\rho) \quad (3.14)$$

$\lambda J(\rho) \rightarrow$ önsel bilgiyi hesaba katan hata terimi

$\lambda \rightarrow$ düzeltme parametresi olup önsel bilgiye verilen bağıl ağırlığı kontrol eder.

$J(\rho) \rightarrow \rho'$ 'nin quadratik bir fonksiyonu olsun

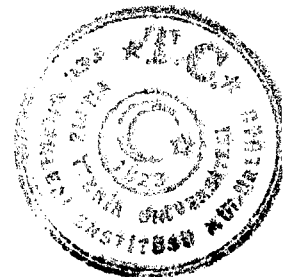
$$J(\rho) = \rho^T \Sigma \rho \quad (3.15)$$

Σ kullanılan önsel bilginin formuna bağlı "pozitif-definit" matris

$$\Delta \rho^k = -[f'(\rho^k)^T f'(\rho^k) + 2\lambda \Sigma]^{-1} [f'(\rho^k)]^T [f(\rho^k) - V_0] \quad (3.16)$$

elde edilir.

Önsel bilgi ile tersi alınacak matrisin durumu iyileştirilmiştir. Yöntemin performansı λ smoothing faktörü ile yakından ilintilidir. λ büyük seçilirse, eldeki bilgiyi bozar, küçük seçilirse, etkisi az olur. Deneysel veriye bağlı olarak iyi bir λ 'yı otomatik olarak belirleyen bir algoritma geliştirilmektedir.



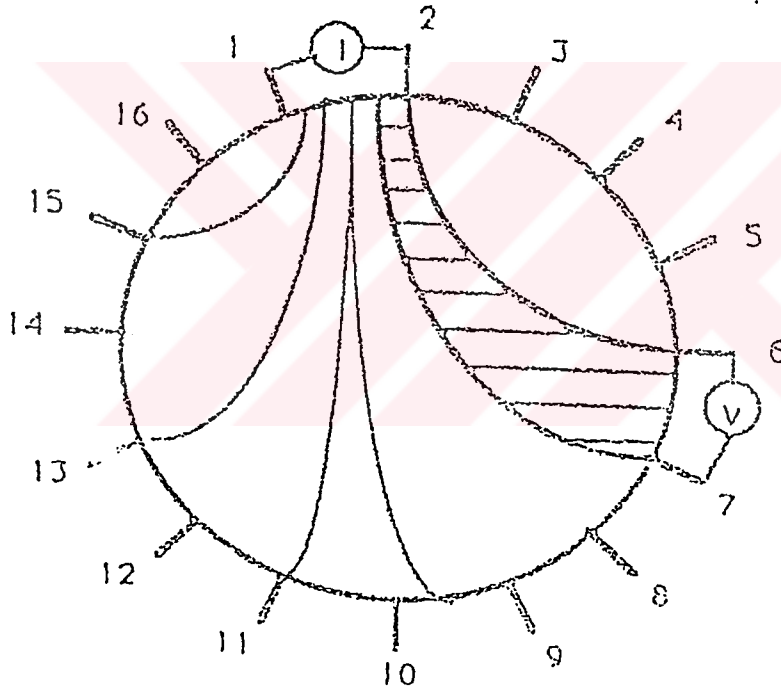
3.3 Eş potansiyel Hatlar Arasına Geri İzdüşüm Yöntemi

Bu yöntemde, iki eşpotansiyel hat arasına, bu hatlara ait potansiyellerin farkı geri izdüşülerek ortamın ortalama özgül direnç değeri ile çarpılarak

$$\rho = \rho_0 \frac{(V_i - V_j) \text{ ölçülen}}{(V_i - V_j) \text{ hesaplanan}} \quad (3.17)$$

o bölgeye ait özgül direnç değeri bulunur.

Şekil 3.2 homojen bir ortamdaki eşpotansiyel hatları göstermektedir. Bu yöntemi kullanan araştırmalar veri toplamak için doğal olarak komşu yöntemini kullandılar (Bu yöntemde akım iki komşu elektrot çiftinden uygulanıp, gerilim yine iki komşu çiftten ölçülmektedir).



Şekil 3.2 Komşu yönteminde, homojen ortamda oluşan eşpotansiyel hatlar

Eşpotansiyel hatların hesabı dairesel, homojen ortamın laplace eşitliği çözülerek hesaplanabilir. İder ve diğerleri (1987) eşpotansiyel hatları sonlu eleman yöntemiyle hesapladılar. Yorkey ve diğerleri (1987) iteratif eşpotansiyel hatlar yöntemini geliştirdiler.

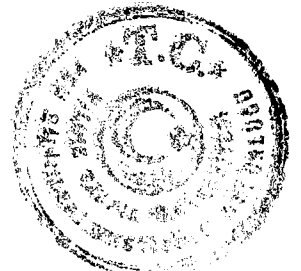


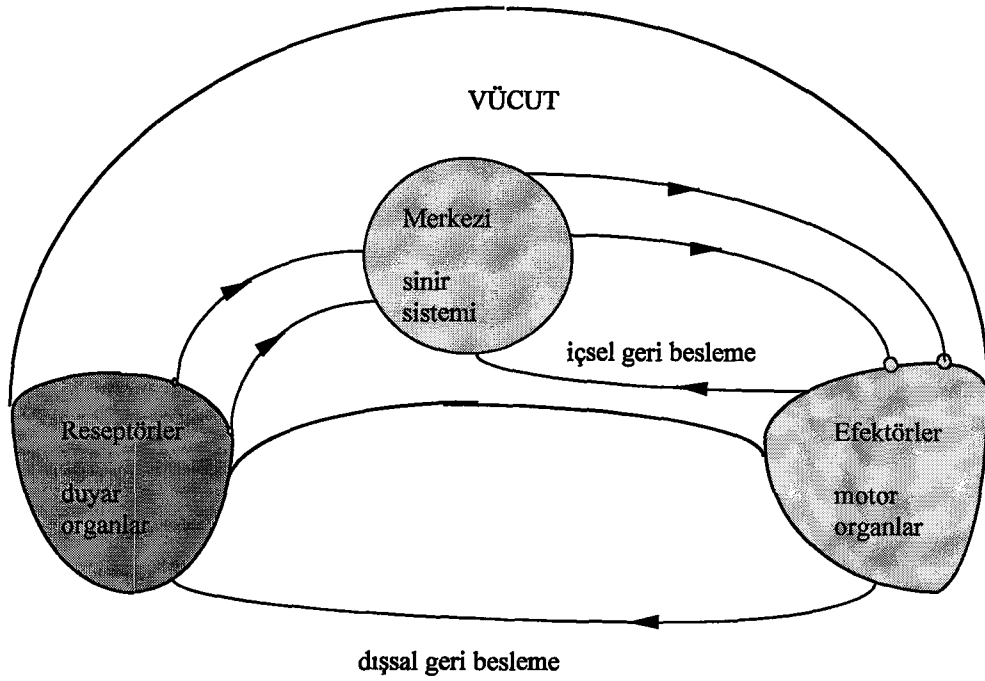
4. YAPAY SİNİR AĞLARI

4.1 Giriş

Yapay sinir ağları, kısaca YSA, canlı organizmalarda bulunan biyolojik sinir ağını taklit eden yapay ağlardır. En genel anlamıyla YSA, insan beynindeki birçok nöronun ya da yapay olarak basit işlemcilerin birbirlerine değişik etki seviyeleri ile bağlanmasıyla oluşur. İnsan beyni yaklaşık 10^{11} nörondan oluşmuştur. Bu nöronlar birbirleriyle, nöron başına yaklaşık 10^4 sinaps ve aksona sahip bir ağ vasıtasıyla haberleşirler. Bu haberleşmenin elektrik impulsları vasıtasıyla olduğu öne sürülmüştür (Arbib, 1987). Çok karmaşık bir yapıya sahip olan nöral ağın girişi sensör reseptörlerdir. Reseptörler dış dünyadan kaynaklanan uyarıyı (stimuli) duyar organlar vasıtasıyla sisteme iletir. Uyarı, bilgiyi ağa elektrik impulsları formunda verir. Bilginin merkezi sinir sisteminde işlenmesi sonucu efektörler kumanda edilir ve çeşitli formlarda uyarıya cevap verilir. Organizma ve faaliyetlerini kontrol eden üç kademeli bir sistem vardır. Reseptörler, sinir ağı ve efektörler. Sinir sistemindeki bilgi akışı Şekil 4.1’de gösterilmiştir. Şekilden görüleceği üzere alınan bilgi merkezi sinir sisteminde depolanan bilgi ile karşılaştırılarak işlenir ve değerlendirilir. Gerekli komutlar üretilerek motor organlara gönderilir. Motor organlar bir geri besleme bağlantısıyla merkezi sinir sistemince izlenir. Dahili ve harici geri besleme komutların yerine getirilmesini denetler. Sinir sistemi yapısı bir kapalı çevrim kontrol sisteminin birçok karakteristik özelliğini taşımaktadır.

Önceleri temel tıp birimlerinde insan beynindeki nöronların matematiksel modelleme çabaları ile başlayan çalışmalar son on yıl içinde bir disiplin halini almıştır. YSA, bugün fizik, matematik, elektrik ve bilgisayar mühendisliği gibi çok farklı bilim dallarında araştırma konusu haline gelmiştir. Yapay sinir ağlarının son yıllarda yaygın olarak kullanılmasının başlıca sebebi, bir sistemdeki çıktıların girdilere nasıl bağımlı olduklarını matematiksel olarak tanımlamadan, girdilerle çıktılar arasındaki ilişkiyi öğrenebilme özellikleridir.





Şekil 4.1 Doğal sinir sisteminde bilgi akışı

En genel anlamıyla, hesaplayıcı sistem bir girdi alanının (x) bir veya daha çok elemanından bir çıktı alanının bir veya daha çok elemanına gönderim (mapping) yapar. Bu işlem sırasında sistemin davranışı bir fonksiyonla tanımlanır. $Y = f(x)$ İnsan beyni de çevreden gelen x uyarısına bir y cevabı verdiğinde, matematiksel tanımını yapmaksızın, uyarıdan yanıtı gönderim yapan bir fonksiyonu uygular. Bu sebeple, klasik tekniklerle çözümü zor olan problemler için YSA etkin bir alternatif oluşturmaktadır.

4.2 Yapay Sinir Ağlarının Tarihsel Gelişimi

Culloch et al. (1943) nöronun lojik fonksiyonlarını sağlayan basit bir eşik cihazı olarak modellenebileceğini gösterdiler. O sıralarda Wiener mühendislik temelleri, geri besleme ve beyin fonksiyonlarından faydalanarak sibernetiğin temelini atıyordu. Donald Hebb (1946) "The organization behavior" adlı kitabında hücresele seviyede beynin öğrenme



mekanizmasını anlatmıştır. Hebb'in biyolojik öğrenme kuralına göre, bir nörondan dentrit yoluyla gelen bir aksonal giriş, onun bir darbe üretmesine sebep olur. Sonraki aksonal girişlerin darbe üretme olasılığı artar.

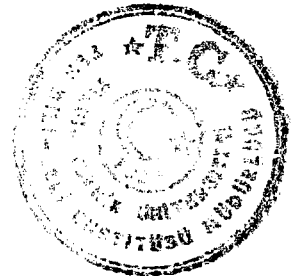
Rosenblatt (1958) tarafından basit nöron modeline dayalı bir hesaplama modeli önerilmiştir.

Widrow ve Hoff (1960) bu basit nöron modellerini kullanarak, ilk öğrenebilen adaptif sistemler üzerinde çalışmıştır.

1969'da Minsky ve Papert yayınladıkları Perceptron adlı bir kitapta YSA yardımıyla öğrenme ve hesaplamada aşılması zor engeller olduğunu iddia etmişler ve bu iddia, YSA konusundaki çalışmaları büyük ölçüde yavaşlatmıştır.

1969-1982 yılları arasındaki çalışmalarda teori iyice oturmuştur ve 1982'de J. J. Hopfield'in "Neural Networks and Physical Systems" adlı çalışması ile çağdaş YSA devri başlamıştır (Hopfield, 1982). Hopfield nöronların karşılıklı etkileşimlerine dayanan bir nöral hesaplama modeli önermiştir. Model bir enerji fonksiyonunu alabileceği en az değere indiren 1. mertebeden lineer olmayan diferansiyel denklemlerden oluşmuştur. Hopfield ağ seviyesinde, tek nöron seviyesinde var olmayan hesaplama kapasitesinin bulunduğunu öne sürdü. Bu ağ türü Hopfield'in adıyla anılmaktadır. Hopfield'in geri beslemeli YSA modelini ortaya atması ve bunun pratik optimizasyon problemlerinde kullanılabilirliğini göstermesi YSA konusundaki çalışmalara hız kazandırmıştır.

Grosberg (1976) ART (Adaptive Resonance Theory) adında bir YSA yapısı geliştirdi. ART çok gelişmiş bir YSA'dır ve henüz çok fazla probleme uygulanmamıştır. 1980'li yıllarda Kohonen "kendini düzenleyen nitelik haritası" (self-organizing maps)' geliştirdi. Bu yöntem, nümerik aerodinamik akış hesaplamaları için çoğu algoritmik yöntemden daha etkili olmuştur.



1986'da Rumelhart ve arkadaşları hatanın geriye yayılma algoritmasını geliştirerek, bu konuda daha önce iddia edilen aksaklıkların aşılabileceğini göstermişlerdir. Bugün endüstride birçok YSA uygulamasında bu öğrenme yöntemi ile değişik varyasyonları kullanılmaktadır. Back-propagation (geriye yayılım) algoritması çok kullanılan ve öğrenilmesi kolay bir ağıdır.

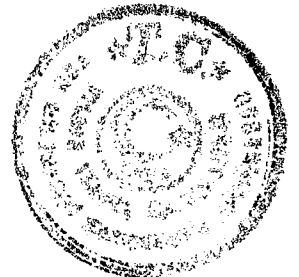
Widrow ve öğrencileri, ADALİNE'den (adaptive linear element) sonra MADALİNE'ini de geliştirip uygulama alanları buldular. MADALİNE 1'i 1987'de MADALİNE 2, 1988'de MADALİNE 3 (David Anders keşfetmiştir) takip etti.

Günümüzde YSA'nın teorik çalışmaları büyük ölçüde tamamlanmış olup, 1986'dan bu yana uygulamaya yönelik çalışmalar son derece yoğun bir şekilde devam etmektedir.

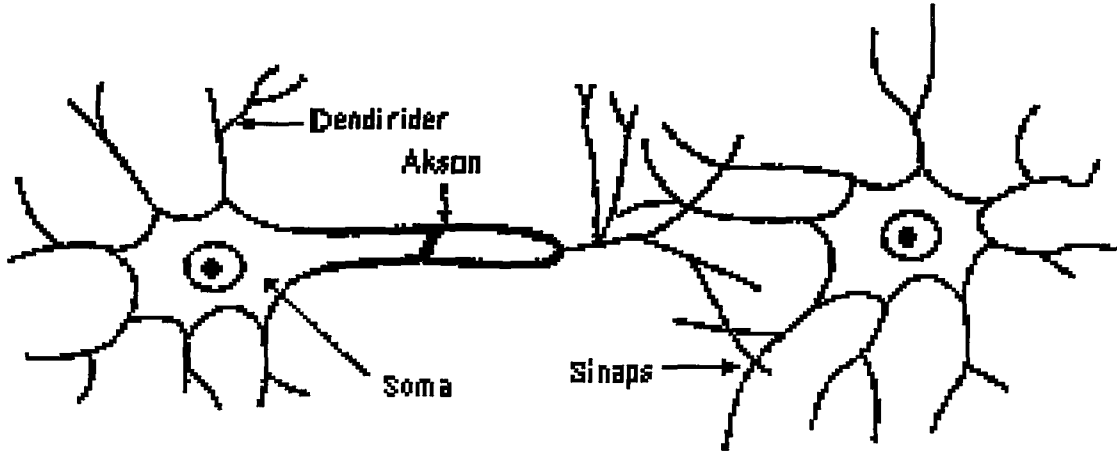
4.3 Nöronun Biyolojik Yapısı

Sinir sisteminin elemanter sinir hücrelerine nöron denir. Vücudun değişik bölgeleri ile bilgi alışverişini yapan nöron hücresidir. Şekil 4.2'de basit bir nöron hücresi görülmektedir. Nöron, soma adı verilen hücre gövdesi, dentrit denilen kıvrımlı uzantılar ve somanın dalları sayesinde nöronu dallarına bağlayan tek sinir fiberli aksondan oluşur. Dendritler hücreye gelen girişleri toplarlar. Dendrit tarafından alınan işaretler hücrede birleştirilerek bir çıkış darbesi üretilip üretilmeyeceğine karar verilir. Eğer bir iş yapılacaksa üretilen çıkış darbesi aksonlar tarafından taşınarak diğer nöronlarla olan bağlantılara veya terminal organlara iletilir. Beyindeki korteksde her nöronun bir karşılığı vardır. Bir nöronun çıkışı ona bağlı olan bütün nöronlara iletilir. Korteks, işin yapılabilmesi için hangi nöron harekete geçirilecekse, sadece ona komut gönderir.

Somanın içinde ve çevresinde sodyum, kalsiyum, potasyum ve klor iyonları vardır. Potasyum yoğunluğu nöronun içinde, sodyum yoğunluğu dışındadır. Somanın zarı elektriksel olarak uyarılınca (söz konusu uyarı, genellikle bir gerilim düşmesidir) zar,



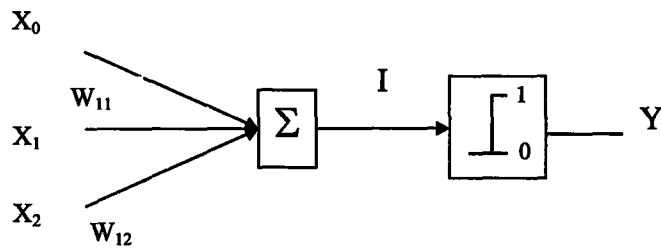
Na ve Ca gibi diğer iyonların içeri geçmesine izin verir ve somanın iç durumunu değiştirir. Nöronlar arasındaki bağlantılar hücre gövdesinde veya “sinaps” adı verilen dendritlerdeki geçişlerde olur.



Şekil 4.2 Basit bir nöron hücresi

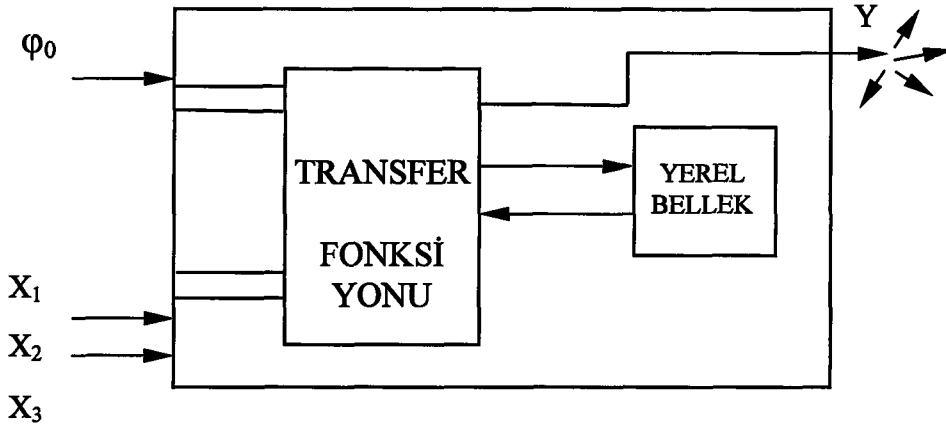
4.4 Nöron Modeli

Her nöron modeli sinaptik giriş bağlantıları ve bir tek çıkışı olan bir işlem elemanından oluşmuştur. Nöron girişleri X_i 'dir ve nöron çıkış işareti akışı oklarla gösterildiği gibi tek yönlüdür (Şekil 4.3 ve Şekil 4.4).



Şekil 4.3 Genel bir nöron modeli





Şekil 4.4 Nöron modeli

Burada;

X: giriş vektörü

W: ağırlık vektörü

Y: çıkış işareti $I = (W_i X_i)$ 'dir.

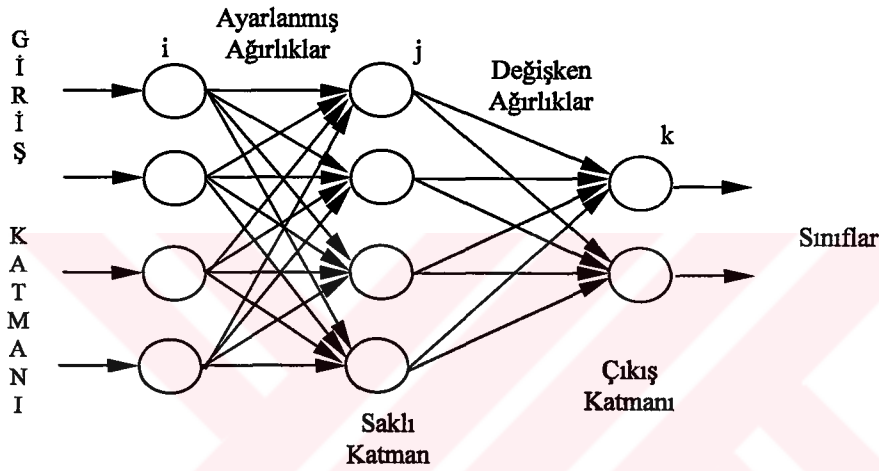
En basit formda gösterilen bu nöron modeli bir eşik birimi olarak algılanabilir. Eşik birimi, çıkışları toplayan ve sadece girişin toplamı iç eşik değerini aştığında bir çıkış üreten işlem elemanıdır. Bir eşik birimi nöron sinapslarındaki işaretleri alır ve hepsini toplar. Eğer toplanan işaret gücü eşiği geçecek kadar güçlü ise, diğer nöronları ve dendritleri uyaran akson boyunca bir işaret gönderilir. Kesişen dendritlerden gelen sinapslarla kapılanan bütün işaretleri soma toplar. Toplam işaret daha sonra nöronun iç eşik değeri ile karşılaştırılır ve eşik değeri aşılmışsa, bir işaret yayılır. YSA bu basit nöronların (düğüm, ünite) birbirleriyle bağlanarak bir ağa dönüştürülmesiyle elde edilir.

4.5 YSA Yapısı ve İşlem Elemanı

YSA paralel dağılmış bir bilgi işleme sistemidir. Bu sistem tek yönlü işaret kanalları ile birbirine bağlanan işlem elemanlarından oluşur. Çıkış işareti bir veya daha fazladır.



YSA temel olarak basit yapıda ve yönlü graf şeklindedir. Her bir düğüm, hücre denilen n. dereceden lineer olmayan bir devredir. Düğümler işlem elemanı olarak tanımlanır. Şekil 4.5’de genel bir YSA elemanı yapısı gösterilmiştir. Düğümler arasında bağlantılar vardır. Her bağlantı tek yönlü işaret iletim yolu olarak gecikmesiz görev yapar. İşlemci birimlerin özellikleri, bağlantı örüntüleri ve kullanılan eğitim algoritmalarında farklılık gösteren çeşitli ağlar tasarlanmıştır. Genellikle işlem elemanları (veya birimler) katmanlar oluşturacak şekilde dizilmişlerdir. Katmanlardaki elemanların transfer fonksiyonları aynıdır.



Şekil 4.5 Genel bir YSA yapısı

Bir yapay sinir ağında verilerin ağına sunulduğu katmana giriş katmanı, ağın sonuçları çevreye sunduğu katmana çıkış katmanı, aradaki katmanlara da saklı katmanlar denir. Saklı katmanların sayısı bir veya daha fazla olabilir. Bu sayı probleme bağlıdır ve deneme ile bulunur. Girdi katmanı birimlerinde işlem yapılmaz; bu birimlerin her biri bir veri değerini sonraki katmanların birimlerinde dağıtırlar. Dolayısıyla girdi katmanındaki birimlerin sayısı ağına sunulan veri değerlerinin sayısı ile belirlenir. Çıktı katmanındaki birimlerin sayısı ağın kullanılış amacına ve çözmesi beklenen probleme bağlı olarak değişir. Örneğin; bir örüntü öbeikleme (pattern recognition) probleminde ağın kendisine sunulan örüntüleri üç öbeğe ayırması isteniyorsa, çıktı katmanında üç birim kullanılır ve ağına öbeklerden birine ait bir örüntü sunulduğunda, birimlerden sadece belirli bir tanesinde yüksek değerli çıktı oluşturması öğretilir.



4.6 Yapay Sinir Ağlarında Öğrenme

Çevreden gelen bir uyarı (girdi) karşısında geçmişte benzeri uyarılara verilen yanıtların sonuçları da gözönüne alınarak, iç yapıda gerçekleştirilen değişimler sonucu anlamlı ve çevre koşullarına daha uyumlu yeni bir yanıt (çıktı) oluşturma eylemine öğrenme denir. Özünde öğrenme girdi-çıktı ilişkilerini tanımlayan sürekli fonksiyonların sistem parametrelerinde değişiklikler yapılarak kestirilmesinden başka bir şey değildir.

Bilindiği kadarıyla biyolojik sistemlerde öğrenme sırasında değişime uğrayan sistem parametreleri, nöronlar arası sinaptik iletim olaylarından kaynaklanan parametreleridir (salınan sinaptik iletilici miktarında ve hızındaki değişim, sinaptik bölgelerdeki bazı iyon kanallarının iletkenliklerindeki kısa ve uzun süreli değişimler vb.). Yapay sinir ağlarında da öğrenme sırasında değişen parametreler işlemci birimler arasındaki bağlantıların sinyal taşıma verimliliklerini belirleyen ve bağlantı ağırlığı veya sinaptik ağırlık adı verilen değerlerdir.

4.6.1 Ağırlık Uzayı

Bir yapay sinir ağı bağlantı ağırlıklarında değişiklikler oluşturarak çevreden gelen uyarılara yeni bir yanıt verir. Basit bir matematiksel model olarak her bir işlem elemanının “n” adet gerçek ağırlığı olduğu düşünülerek ve N adet işlem elemanı olduğu gözönüne alınırsa, aşağıdaki eşitlikler yazılabilir:

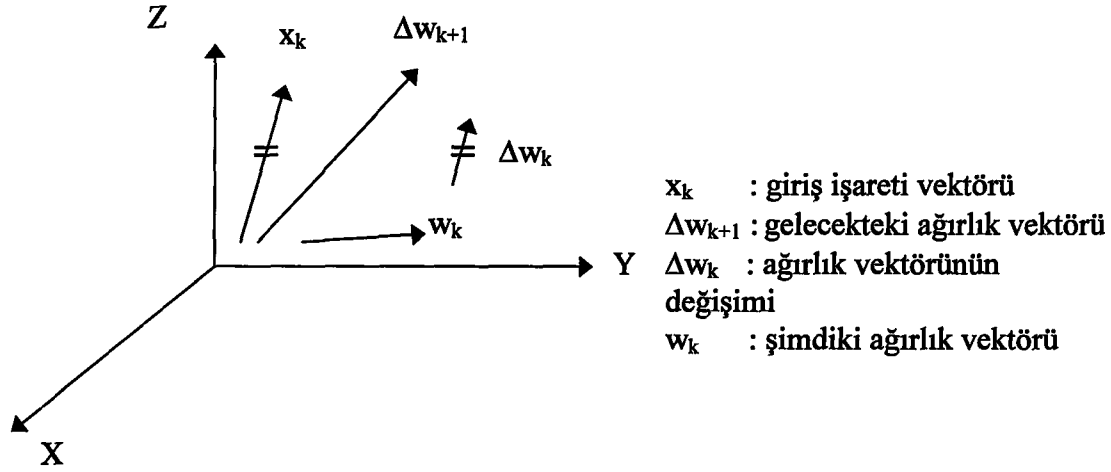
$$w = (w_{11}, w_{12}, \dots, w_{1n}, w_{22}, w_{23}, \dots, w_{2n}, \dots, w_{N1}, w_{N2}, \dots, w_{Nn})^T \quad (4.1)$$

$$w = (w_1^T, w_2^T, \dots, w_n^T)$$

$w_1, w_2, \dots, w_n$; işlem elemanlarının ağırlık vektörü

YSA ağırlık vektörü N, n boyutlu orkid uzayında yayılır. YSA'nın enformasyon işleme performansı, ağırlık vektörünün belirli bir değeri ile bulunacaktır. Şekil 4.6'da ağırlıkların düzeltiminin vektörel çizimi verilmiştir.





Şekil 4.6 Üç boyutlu uzayda ağırlık vektörünün değişimi

Şekilden görüleceği üzere, Δw_k , x_k ile aynı doğrultuda olduğundan istenen hata düzeltimini en küçük ağırlık değişimi ile elde etmek mümkündür. Böylece yeni bir giriş örüntüsü uygulandığında önceki eğitim örüntülerinin cevabı en az düzeyde bozulmuş olur.

Hata değişimini inceleyen iki çeşit kural vardır. Bunlar:

- Hata düzeltme kuralları,
- Gradyan kurallarıdır.

Hata düzeltme kurallarında, her bir giriş örüntüsünde ağırlıklar yeniden ayarlanarak çıktı hatası en aza indirilmeye çalışılır. Gradyen kurallarında ise, ağırlıklar ortalama karesel hata (MSE) vasıtasıyla en aza indirilmeye çalışılır.

Ağırlık vektörü ile çalışan YSA'da önemli noktalardan birisi, bir öğrenme kuralı geliştirip, enformasyon bölgesi kullanarak (eşik fonksiyonu ile) ağırlık vektörü "W"yi istenilen YSA performansı verecek noktaya yönleltmektir. Genellikle öğrenme kuralı için bir performans veya maliyet fonksiyonu tanımlanır. Minimizasyon veya



maksimizasyon ile “W” vektörü bulunur. Bir performans ölçütü olarak bilinen, MSE şu şekilde tanımlanır:

$$F(w) = (f(x) - G(x,w))(\rho(x) dv(x)) \quad (4.2)$$

Hedef F_j ’ en aza indirmektir. Burada;

$y = G(x,w)$; sistemin giriş-çıkış fonksiyonu

Y: çıkış işareti vektörü

X: giriş işareti vektörü

W: ağırlık vektörü

$\rho(x)$: olasılık yoğunluk fonksiyonu

olarak tanımlanmıştır.

4.6.2 Öğrenme Algoritmaları

Öğrenme sırasında bilginin nasıl kodlanacağı, başka bir deyişle bağlantı ağırlıklarındaki ayarlamaların nasıl yapılacağını belirleyen kurallar dizisine “öğrenme kuralları” veya “öğrenme algoritmaları” denir. Kullanılan yapay sinir ağının yapısına veya öğrenilecek problemin türüne bağlı olarak çeşitli öğrenme algoritmaları geliştirilmiştir. Bir sinir ağının belli bir öğrenme algoritmasına göre bağlantı ağırlıklarının belirlenmesi sürecine “eğitim” (training) denir. Eğitim (yetiştirme) yöntemleri gözetimli (supervised) ve gözetimsiz (unsupervised) olmak üzere iki ana gruba ayrılır:

- Öğreticili eğitim (supervised training)
- Öğreticisiz (öz düzenleme ile) eğitim (self-organisation training)

Gözetimli eğitimde elde doğru örnekler vardır. Yani $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ giriş vektörünün, $(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ şeklindeki çıkış vektörü tam ve doğru olarak bilinmektedir. Ağa bir veri örneği sunulduğunda, ağın vermesi istenen hedef çıktı (desired or target output) bilindiğinden, ağın verdiği gerçek çıktı (actual output) ile hedef çıktı arasındaki farka orantılı bir hata sinyali oluşturulur. Eldeki verilerin bir bölümü tekrar ağa sunulur ve ağın serbestçe değiştirilebilen parametreleri yani, bağlantı



ağırlıkları her seferinde hata işaretini biraz daha azaltacak biçimde ayarlanır. Böylece ağ, verdiği yanıtlarda örneğe benzemeye çalışırken, kullanılan örneğin veri kümesi hakkındaki bilgisi de ağı aktarılmış olur.

Öz-düzenleyicili eğitim olarak da bilinen gözetimsiz eğitimde öğrenmeyi gözetken bir örnek yoktur ve kullanılan verilerin sınıflandırılması da gerekmez. Amaç, ağın veri kümesinin belirgin özelliklerini keşfetmesidir. Genellikle veriler bir benzerlik ölçüsüne göre öbeklenirler ve öbekleri ayırt eden özellikler ağın değişebilen parametreleriyle kodlanır.

Gerek gözetimli, gerekse gözetimsiz eğitimde, tüm yapay sinir ağlarda öğrenme sürecinin ortak özelliği sistem parametrelerinde kodlanan bilginin yaygınlığıdır (distributed representation). Tek bir bağlantı ağırlığının bilgi kodlamadaki rolünü diğerlerinden bağımsız olarak tanımlamak genellikle mümkün değildir.

4.7 Hatanın Geriye Yayılma Algoritması

Günümüzde bilgisayar sistemleri matematiksel ve lojik fonksiyonları çok yüksek hızlarda çözecek şekilde tasarlanmışlardır. Ancak, gürültülü ortamlarda karmaşık örüntüyü tanımak matematik bir proses değildir. Karmaşık bir örüntünün tüm muhtemel permutasyonlarının büyük bir giriş uzayı ile korele etmek için gereken zaman çok hızlı bilgisayarlarda bile tolere edilemeyecek kadar fazladır. Dolayısı ile gürültülü bir görüntüdeki tüm pikselleri paralel olarak inceleyebilmek için yeni bir işleme sistemine gerek duyulmaktadır. İdeal olarak böyle bir sistemin tamı tamına programlanarak yerine örnek örüntü setleri arasındaki ilişkiyi öğrenerek, aynı ilişkiyi yeni bir giriş örüntüsüne uygulamaya kendisini adapte edebilmelidir. Böyle bir işlev geriye yayılma ağı ile yerine getirilebilir.



4.7.1 Geriye Yayılma Yaklaşımı

Yapay sinir ağı, iki fazlı bir yayılma-uyarlama çevrimi kullanarak, önceden tanımlanmış giriş-çıkış örnek çiftleri öğrenir. Ağın giriş katmanına uyarı olarak alan giriş örtüsü uygulandığında, bir çıkış üretilene kadar bu işaret katmanlar boyunca ileriye doğru yayılır. Elde edilen çıkış istenilen veya hedef çıkışla karşılaştırılır ve bu hata işareti hesaplanır.

Hata işaretleri çıkış katmanından, çıkışa doğrudan doğruya bağlı orta katmandaki her düğme geri iletilir. Ancak, saklı katmanlardaki her ünite toplam hata işaretinin bir kısmını alır. Bu işlem ağıdaki her ünite toplam hatanın bağlı bir kısmını üstüne alıncaya kadar katman katman tekrarlanır. Alınan hata işaretine göre bağlantı ağırlıkları ayarlanır. Bu işlemin önemi şudur: Ağ eğitilirken, saklı katmanlardaki üniteler, toplam giriş uzayının farklı özneliklerini tanımak için farklı üniteler kendilerini organize ederler. Eğitimden sonra, gürültülü veya tam olmayan keyfi bir giriş örtüsü ağı sunulduğunda ağın saklı katmanlarındaki üniteler, eğitim sırasındaki örüntüyle bir benzerlik bulurlarsa aktif çıkış üretilir. Üretilen çıkış örüntüsü, girişteki birçok farklı öznelik kombinasyonlarının varlığının veya yokluğunun göstergesi olan bir öznelik haritası gösterimi olarak düşünülebilir.

Çok katmanlı genlikte sürekli algılayıcı tipi ağlarda kullanılabilen Geriye Yayılma Algoritması; verilen bir $f: A \subset \mathbb{R}^N \rightarrow \mathbb{R}^M$ fonksiyonunu, $y(k) = f(x(k))$ olmak üzere sabit bir $\sigma(x)$ olasılık yoğunluk fonksiyonuna göre elde edilen $(x(1), y(1), x(2), y(2), x(3), y(3), \dots, x(p), y(p))$, eğitici bir öğrenme algoritmasıdır. Geriye Yayılma Algoritması, gerçek ağ çıkışı y ile istenen çıkış d arasındaki karesel hatayı minimum yapmak için gradyen azalma (gradyen descent) algoritmasını kullanır. k . adım için karesel hata $E(k)$ ve c . iterasyonda tüm çiftler için toplam karesel hata $E(c)$ şu şekilde ifade edilebilir:

$$E(k) = \sum_{i=1}^M (d_i(k) - y_i(k))^2 = \| d(k) - y(k) \|^2_2 \quad (4.3)$$

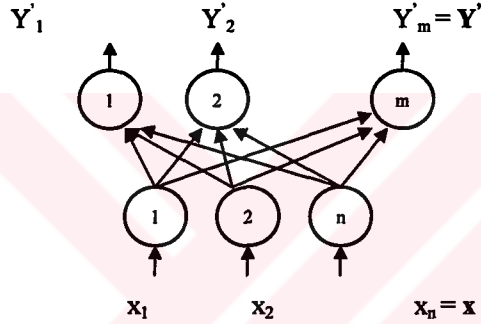


$$E(c) = \sum_{k=1}^P \| d(k) - y(k) \|_2^2 \quad (4.4)$$

Geriye Yayılma Algoritması, bir iterasyonda yapılan hatayı minimize eder. Geriye Yayılma Algoritmasının temelini Delta Öğrenme Kuralı oluşturur.

4.7.2 Delta Öğrenme Kuralı

Delta Öğrenme Kuralı, daha iyi anlaşılabilmesi için, ilk olarak tek katmanlı ağlar üzerinde açıklanacaktır (Freeman and Skapura,1992, Hertz, et al., 1994, Cichocki and Unbehauen, 1993, Nielsen, 1995). Şekil 4.7 de verilen N girişli M çıkışlı tek katmanlı ağ gösterilmiştir.



Şekil 4.7 N girişli M çıkışlı tek katmanlı ağ

Bu ağ için ileri yön işlemleri vektör-skaler formunda yeniden yazılırsa,

$$s_i = \mathbf{w}_i^T \mathbf{x} + b \quad (i = 1, 2, \dots, M) \quad (4.5)$$

$$y_i = \Gamma(s_i) \quad (4.6)$$

elde edilir. İfade matris formunda düzenlenirse,

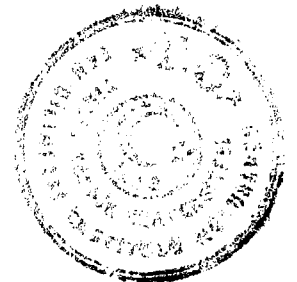
$$\mathbf{s} = \mathbf{w}\mathbf{x} + \mathbf{b} \quad (4.7)$$

$$\mathbf{y} = \Gamma(\mathbf{s}) \quad (4.8)$$

yazılabilir.

Delta Öğrenme Kuralı, esas olarak istenen çıkış d ile ağ çıkışı y arasındaki karesel hatayı minimum yapan bir yöntemdir. k . adım için karesel hata $E(k)$, (4.3)'de verilmiştir.

Burada, gradyeni alındığından sadeleştirme için $1/2$ çarpanı gelecektir.



$$E(k) = 1/2 \sum_{i=1}^M (d_i(k) - y_i(k))^2 = \left\| d(k) - y(k) \right\|_2^2 \quad (4.9)$$

Karesel hatayı minimum yapmak için gradyen azalma algoritması kullanılırsa karesel hata fonksiyonu w 'ya ve b 'ye göre gradyenin negatif yönünde hareket edilerek hata azaltılır.

İlk olarak ağırlıklar ve denklemler çıkartılacaktır. Buna göre herhangi bir ağırlık için değişim şu şekilde yazılabilir.

$$\Delta w_{ij} = -\alpha \frac{\partial E}{\partial w_{ij}} \quad (i=1, 2, \dots, M \text{ ve } j=1, 2, \dots, N) \quad (4.10)$$

Bu ifade başka bir şekilde tekrar yazılırsa,

$$\frac{\partial E}{\partial w_{ij}} = \frac{\partial E}{\partial s_i} \cdot \frac{\partial s_i}{\partial w_{ij}} \quad (4.11)$$

olup bu eşitlikte bulunan ilk terim δ hata terimidir.

$$\delta = \frac{\partial E}{\partial s_i} \quad (4.12)$$

ikinci terim sadeleştirilirse,

$$\frac{\partial s_i}{\partial w_{ij}} = x_j \quad (4.13)$$

(4.13) ifadesi yeniden yazılırsa,

$$\frac{\partial E}{\partial s_i} = -\delta_i x_j \quad (4.14)$$

olur. Ağırlık değişim formülü (4.10) ise

$$\Delta w_{ij} = \alpha \delta_i x_j \quad (4.15)$$

(4.12)'daki δ_i ifadesi yeniden açılırsa,

$$\delta_i = -\frac{\partial E}{\partial s_i} = -\frac{\partial E}{\partial y_i} \cdot \frac{\partial y_i}{\partial s_i} \quad (4.16)$$

olarak yazılır. (4.16)'nın sağ tarafındaki ifadeler, (4.9) ve (4.6)'den yararlanarak,

$$\frac{\partial E}{\partial y_i} = -(d_i - y_i) \quad (4.17)$$



$$\frac{\partial y_i}{\partial s_i} = f'(s_i) \quad (4.18)$$

olarak yazılırsa (4.16), yeniden aşağıdaki gibi düzenlenebilir,

$$\delta_i = (d_i - y_i) f'(s_i) \quad (4.19)$$

Bu durumda (4.15)'te verilen tek katmanlı ağ için ağırlık değişim ifadesi

$$\Delta w_{ij} = -\alpha (d_i - y_i) f'(s_i) x_j \quad (4.20)$$

olarak yazılabilir. (4.3)'de görüldüğü gibi, çıkış fonksiyonunun türevi alınmaktadır.

Çıkış fonksiyonu tanjant sigmoid ($\lambda=1$) ve logaritmik sigmoid ($\lambda=1$) fonksiyonları için $f'(s_i)$ kullanılarak yeniden yazılabilir:

$$f'(s_i) = y_i (d_i - y_i) \quad (4.21)$$

$$f'(s_i) = 1/2 (1 - y_i^2) \quad (4.22)$$

(4.3) kullanılarak ağırlık ayarlama formülü,

$$w_{ij}(k+1) = w_{ij}(k) + \alpha (d_i(k) - y_i(k)) f'(s_i(k)) x_j(k) \quad (4.23)$$

(4.6) ifadesi matris-vektör formunda yazılırsa,

$$\delta = \Psi (d - y) \quad (4.24)$$

$$\Psi = \text{diag} [f'(s_1), f'(s_2), \dots, f'(s_M)]$$

olup eşitlik yeniden düzenlenirse,

$$W(k+1) = W(k) + \alpha \delta(k) x^T(k) \quad (4.25)$$

olur. Eşikler için de aynı yol izlenirse eşik ayarlanma formülü skaler ve vektörel formlarda

$$b_j(k+1) = b_j(k) + \alpha (d_i(k) - y_i(k)) f'(s_i(k)) \quad (4.26)$$

$$b(k+1) = b(k) + \alpha \delta(k) \quad (4.27)$$

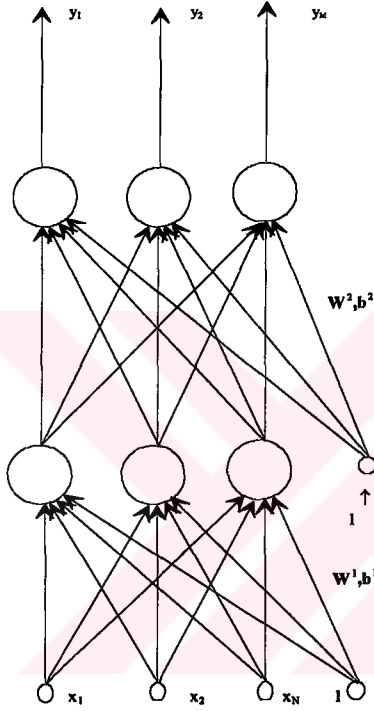
olarak yazılabilir.

4.7.3 Genelleştirilmiş Delta Öğrenme Kuralı

Genelleştirilmiş Delta Öğrenme Kuralı, tek katmanlı ileri beslemeli ağlar için verilen Delta Öğrenme Kuralının çok katmanlı ileri beslemeli ağlar için uygulamasıdır. Aşağıda tek saklı (hidden layer) katmanlı ağ formülleri elde edilecektir. N girişli M



çıkışlı, saklı katmanındaki hücre sayısı L olan iki katmanlı (tek saklı katmanlı) bir ağ, Şekil 4.8'te gösterilmiştir. Saklı katmanın ve çıkış katmanının ağırlık matrisleri sırasıyla W^1 ve W^2 , eşik vektörleri b^1 ve b^2 , saklı katmanın çıkış vektörü z , saklı katmandaki hücrelerin çıkış fonksiyonu $f^1(\cdot)$, matris operatörü $\Gamma^1[\cdot]$, çıkış katmanındaki hücrelerin çıkış fonksiyonu $f^2(\cdot)$, matris operatörü $\Gamma^2[\cdot]$ olarak tanımlanmıştır.



Şekil 4.8 İki katmanlı ileri beslemeli bir ağ

İki katmanlı ağ için ileri yön işlemleri skaler-vektör ifadesi

$$s_q^1 = \mathbf{w}_q^{1T} \mathbf{x} + b_q^1 \quad (4.28)$$

$$z_q = f^1(s_q^1) \quad (4.29)$$

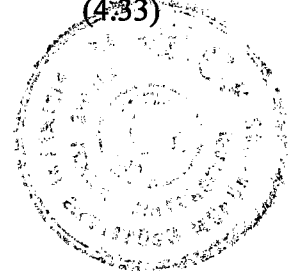
$$s_j^2 = \mathbf{w}_j^{2T} \mathbf{z} + b_j^2 \quad (4.30)$$

$$y_j = f^2(s_j^2) \quad (4.31)$$

yazılabilir Vektör- matris formu ise,

$$\mathbf{s}^1 = \mathbf{W}^1 \mathbf{x} + \mathbf{b}^1 \quad (4.32)$$

$$\mathbf{z} = \Gamma^1[\mathbf{s}^1] \quad (4.33)$$



$$\mathbf{s}^2 = \mathbf{W}^2 \mathbf{z} + \mathbf{b}^2 \quad (4.34)$$

$$\mathbf{y}_j = \Gamma^2 [\mathbf{s}^2] \quad (4.35)$$

olacaktır. Çıkış katmanının ağırlıkları doğrudan çıkışları oluşturduğu için, ifadeleri daha önce verilen delta öğrenme kuralı ile ayarlanabilir. Ancak saklı katmanın ağırlıklarının hatadaki payının elde edilmesi gerekir. Çıkış katmanı için (4.19) ve (4.23) kullanılan yeni değişken ve indislere göre yeniden düzenlenirse,

$$\begin{aligned} w_{jq}^2(k+1) &= w_{jq}^2(k) + \alpha \delta_j^2(k) z_q(k) \\ (j &= 1, 2, \dots, M \text{ ve } q = 1, 2, \dots, L) \end{aligned} \quad (4.36)$$

$$\delta_j^2 = (d_j - y_j) f'^2(s_j) \quad (4.37)$$

δ ifadesi çıkıştaki hataya bağlıdır. Bunun için saklı katmanın ağırlıklarına ilişkin eşitliğin kullanılabilmesi için saklı katmanın gradyen azalma fonksiyonundan yararlanılırsa,

$$\Delta w_{qi}^1 = -\alpha \frac{\partial E}{\partial w_{qi}^1} \quad (q = 1, 2, \dots, L \text{ ve } i = 1, 2, \dots, N) \quad (4.38)$$

$$\frac{\partial E}{\partial w_{qi}^1} = \frac{\partial E}{\partial s_q^1} \cdot \frac{\partial s_q^1}{\partial w_{qi}^1} \quad (4.39)$$

Bu ifadenin ikinci terimi yerine, (4.29) eşitliğinden yararlanarak; x_i yazılırsa saklı katmanın ağırlık değişimi (4.15)'e benzer,

$$\Delta w_{qi}^1 = \alpha \delta_q^1 x_i \quad (4.40)$$

Burada δ_q^1 , q hücrenin hata terimidir,

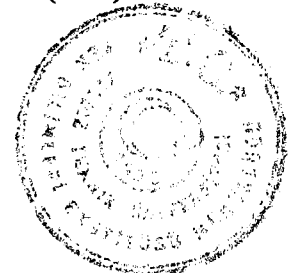
$$\delta_q^1 = - \frac{\partial E}{\partial s_q^1} \quad (4.41)$$

olarak tanımlanır ve zincir kuralına göre şöyle yazılabilir:

$$\delta_q^1 = - \frac{\partial E}{\partial z_q} \cdot \frac{\partial z_q}{\partial s_q^1} \quad (4.42)$$

Çarpımın ikinci terimi (4.29) kullanılarak

$$\frac{\partial E}{\partial z_q} = \frac{\partial}{\partial z_q} \left(\frac{1}{2} \sum_{j=1}^M \{d_j - f^2(s_j^2(z))\}^2 \right) \quad (4.43)$$



olup ifadenin türevi alınırsa,

$$\frac{\partial E}{\partial z_q} = -\sum_{j=1}^M (d_j - y_j) f^{2'}(s_j^2) \frac{\partial s_j^2}{\partial z_q} \quad (4.44)$$

olarak bulunur. Bu ifade, (4.37)' te kullanılarak,

$$\frac{\partial E}{\partial z_q} = -\sum_{j=1}^M \delta_j^2 w_{jq}^2 \quad (4.45)$$

olarak yazılabilir. (4.42) ve (4.45) eşitlikleri kullanılarak düzenlenirse,

$$\delta_j^1 = f^{1'}(s_q^1) \sum_{j=1}^M \delta_j^2 w_{jq}^2 \quad (4.46)$$

olur. Buna göre (4.40)'de verilen saklı katman için ağırlık değişim ve ağırlık ayarlama formülleri, (4.37) kullanılarak,

$$\Delta w_{jq}^1 = \alpha f^{1'}(s_q^1) x_i \sum_{j=1}^M \delta_j^2 w_{jq}^2 \quad (4.47)$$

$$w_{jq}^1(k+1) = w_{jq}^1(k) + \alpha f^{1'}(s_q^1(k)) x_i(k) \sum_{j=1}^M \delta_j^2(k) w_{jq}^2(k) \quad (4.48)$$

yazılabilir. Saklı katmanın eşikleri için (4.47) ve (4.48)

$$\Delta b_q^1 = \alpha f^{1'}(s_q^1) \sum_{j=1}^M \delta_j^2(k) w_{jq}^2(k) \quad (4.49)$$

$$b_q^1(k+1) = b_q^1(k) + \alpha f^{1'}(s_q^1(k)) x_i(k) \sum_{j=1}^M \delta_j^2(k) w_{jq}^2(k) \quad (4.50)$$

(4.49) ve (4.50), matris-vektör formunda yazmak için 4.24'ye benzer şekilde,

$$\delta^1 = \Psi^1 W^{2T} \delta^2 \quad (4.51)$$

$$\Psi^1 = \text{diag} [f^{1'}(s_1), f^{1'}(s_2), \dots, f^{1'}(s_L)] \quad (4.52)$$

tanımları yapılırsa,

$$W^1(k+1) = W^1(k) + \alpha \delta^1(k) x^T(k) \quad (4.53)$$

$$b^1(k+1) = b^1(k) + \alpha \delta^1(k) \quad (4.54)$$

olarak yazılabilir.

4.7.4 Geriye Yayılma Algoritmasının Açılımı

Bu algoritma genelleştirilmiş delta kuralını kullanır. Geriye Yayılma Algoritması, 8 adım olarak aşağıdaki gibi özetlenebilir, $x_{N \times 1}$, d ve $y_{M \times 1}$ boyutlu vektörler olmak üzere P



örnekten oluşan $\{(x(1),d(1)),(x(2),d(2)),\dots,(x(P),d(P))\}$ eğitim kümesi verilir. Burada c döngü sayısını, p ise döngüdeki iterasyon sayısını göstermektedir.

1. Adım: Öğrenme oranı $\alpha > 0$ ve kabul edilebilir en büyük hata $E_{\max}$ seçilir. $W^1_{L \times N}$ ve $W^2_{M \times L}$ ağırlıklarına, $b^1_{L \times 1}$ ve $b^2_{M \times 1}$ eşiklerine başlangıçta rasgele küçük değerler atanır.

$c : 1$, $p : 1$, $E : 0$,

2. Adım: Eğitim başlatılır. Girişler ağ uygulanır ve tüm hücrelerin çıkışları hesaplanır,

$$x: x(p), d: d(k)$$

$$z_j: f'(w_j^{1T} x + b_j^1)$$

$$y_j: f^2(w_j^{2T} z + b_j^2)$$

3. Adım: Hata hesaplanır;

$$E: 1/2 \|d - y\|^2 + E$$

4. Adım: Her iki katmanın da hata işaret vektörleri $\delta^1_{L \times 1}$ ve $\delta^2_{M \times 1}$ hesaplanır;

$$\delta_j^2 = (d_j - y_j) f^{2'}(s_j^2)$$

$$\delta_q^1 = f^{1'}(s_q^1) \sum_{j=1}^M \delta_j^2 w_{jq}^2$$

5. Adım: Çıkış katmanının ağırlıkları ve eşikleri ayarlanır;

$$w_{jq}^2: w_{jq}^2 + \alpha \delta_q^1 z_j$$

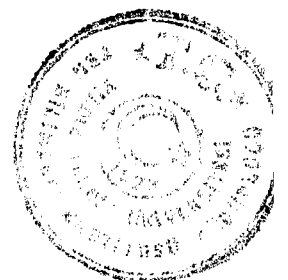
$$b_j^2: b_j^2 + \alpha \delta_j^2$$

6. Adım: Saklı katmanın ağırlıkları ve eşikleri ayarlanır;

$$w_{qi}^1: w_{qi}^1 + \alpha \delta_q^1 x_i$$

$$b_q^1: b_q^1 + \alpha \delta_q^1$$

7. Adım: $p < P$ ise $p: p+1$, $c: c+1$ ve 2. Adıma gidilir; değilse 8. Adıma gidilir.



8. Adım: Eğitim çevrimi tamamlanmıştır. $E < E_{\max}$ ise eğitim tamamlanmıştır. Çıkış ağırlıkları W^1 ve W^2 , eğitim döngüsü sayısı c ve hata E 'dir. $E > E_{\max}$ ise $E: 0$, $p: 1$ ve yeni bir eğitim döngüsüne başlamak için 2. adıma gidilir.

4.8 Veri Uyarlamalı ve Grup Uyarlamalı Öğrenme

Şu ana kadar verilen geriye yayılma öğrenme algoritması, tek eğitim çifti için karesel hatayı minimize eden bir algoritmadır. Bu tür bir öğrenme, veri uyarlamalı öğrenmedir. Veri uyarlamalı öğrenen ağ, son eğitim çiftlerine doğru kayar. Son çifti öğrenirken, daha önceki çiftleri de α öğrenme oranına ve P toplam örnek sayısına göre unutulur. Eğitim çiftlerini ağa rastgele bir sırada girmek bu probleme bir çözüm olabilir. Ancak bu durumda dahi, bir döngü boyunca hesaplanan toplam karesel hata gerçek hatayı vermez. Bunun için, döngü sonunda ağırlıkları değiştirmeden, tüm örnek çiftler ağa uygulanarak, gerçek toplam karesel hatanın bulunması gerekir. Bu problemin çözümü için ağ, grup uyarlamalı olarak eğitilebilir. Grup uyarlamalı eğitimde, tüm çiftler ağa uygulandıktan sonra ağırlıklar değiştirilir. c . döngü için ağırlık değişimi ise şu şekilde hesaplanır:

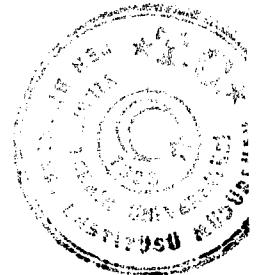
$$\Delta w(c) = \sum_{p=1}^P \Delta w(p) \quad (4.55)$$

ağırlık ayarlama formülü ise şu şekilde yazılabilir:

$$w(c+1) = w(c) + \Delta w(c) \quad (4.56)$$

Grup uyarlamalı öğrenme, eğitim zamanını da düşürebilmektedir. Geriye yayılma algoritmasının iki temel dezavantajı vardır. Bunlardan birincisi, eğitim sırasında ağı, tüm gradyen tabanlı yöntemlerde olduğu gibi hata fonksiyonunun bir yerel minimuma yakınsayabilmesi, ikincisi ise eğitim zamanının çok uzun zaman almasıdır. Eğitim zamanını etkileyen faktörler ise şunlardır:

- ilk ağırlıklar,
- öğrenme oranı,
- saklı katman sayısıdır.



4.8.1 Yakınsama

$E=E(w)$ hata fonksiyonu, $w \in \mathbb{R}^q$ ağırlık tüm ağırlıklarını içeren bir vektör olmak üzere $q+1$ boyutlu uzayda bir yüzey tanımlar. $E(w)$ 'nin birçok global minimumu ve yerel minimumu olabilir. Eğer bir yerel minimuma ulaşırsa, eğitim, birkaç yeni düğüm ekleyerek yine rastgele ağırlıklardan başlatılmalıdır. Yerel minimum, sıg ise ağırlıklara rastgele eklenmelidir. İdeal durumda hatanın sıfır olması veya sıfırdan büyük bir global minimuma ulaşması beklenir. Ancak, pratikte öğrenmenin kabul edilebilir bir $E_{\max}$ değerinin altındaki hatalar için işlem başarılı kabul edilebilir.

4.8.2 Rastgele Ağırlıkların Seçimi

Eğitimin başında seçilecek ağırlıklar, ağırlık istenen sonuca yakınsamasını çok etkiler. Başlangıçta eğitilecek ağırlıklar küçük rastgele olarak seçilir. Eğer büyük değerlerde seçilirse ağırlıklı toplam da büyük değerler alır. Ancak çıkış fonksiyonunun bu noktadaki türevi çok küçük olur. Ağırlık değişiminde de bu türev çarpım olarak geldiği için, her adımda çok küçük değişimler olacaktır. Girişler $[-1,+1]$ aralığında ağırlıklarda yine aynı aralıkta seçilirler.

Eğer ağırlıklar, rastgele seçilmezse, ağırlık, eğitim süresince eğitimi olumsuz etkileyen simetrik ağırlıklardan oluşabilir.

4.8.3 Öğrenme Hızı

Geriye Yayılma Algoritmasının yakınsaması öğrenme hızına çok bağlıdır. Genel olarak, α 'nın en iyi değeri, çözülecek probleme bağlıdır. Teknik literatürde, değişik problemler için $(0.05-0.25)$ aralığındaki α değerlerinin başarı ile uygulanabildiğini gösteren çalışmalar vardır. Büyük α değerleri, hata yüzeyinde büyük adımlar atılmasını sağlasa da, bazen minimum yakınsamaya sebep olabilir. Küçük α değerleri, bu problemi



gidermesine rağmen eğitimin çok uzamasına sebep olur. Bunun için genelde, önce büyük α değerleri kullanılarak hızlı bir değişim sağlanır, daha sonra küçük α değerleri kullanılarak hassas değişim sağlanır. Grup uyarlamalı öğrenmede α , P toplam örnek sayısı ile ters orantılıdır.

4.8.4 Moment Metodu

Geriye Yayılma Algoritması ile eğitim uzun zaman almaktadır. Eğitim zamanını azaltabilmek için Moment tekniği kullanılabilir. Moment metodu, yakınsama hızını artırmaya ek olarak, yerel minimumlardan kurtulmayı da sağlayabilmektedir. Bu metod, o anki ağırlık değişimine daha önceki ağırlık değişiminin belli bir oranını eklemeyi içerir. Ağırlık değişim değeri hesaplanırken (Şekil 4.6) önceki ağırlığın kesirsel bir oranı şu andaki ağırlığa eklenir. Şekilden görüleceği üzere ağırlık değişimi miktarı aynı yönde olmaktadır. Moment adı buradan gelmektedir α moment parametresi genellikle 1'den küçük pozitif bir sayı olarak alınır.

4.9 Yapay Sinir Ağlarının Tıptaki Uygulamaları

Yapay sinir ağları yaklaşık on yıldır tıbbi tanıda yaygın olarak kullanılmaktadır. Buna ek olarak, çeşitli tıp dallarında hızla yeni uygulama alanları bulmaktadır. Özellikle görüntü (röntgen filmi, eko yöntemleri, MRI, EII gibi) ve işaret (EKG, EEG, EMG) işleme ve yorumlamada artık sıklıkla kullanılmaktadır.

Sinirsel ağlar belli bir hastalığın varlığını veya yokluğunu saptamaktan, genel amaçlı bir uzman tanı sistemi tasarımına kadar geniş bir yelpaze içinde çeşitli tanısal uygulamalarda kullanılmaktadır. Birinci yaklaşıma örnek olarak Kaliforniya Üniversitesi San Diego Tıp Merkezinde yapılan bir çalışma gösterilebilir.

Bu çalışmada ön göğüs bölgesi ağrısıyla acil servise başvuran bir hasta grubunda, kişisel bilgiler, muayene bulguları, EKG parametreleri girdi olarak kullanılarak bir sinir



ağı akut kronik tıkanma varlığı veya yokluğunu saptamak için eğitilmiştir. Bu sinir ağının % 92'lik doğru tanı oranı, bu konuda günümüze kadar hekimler veya diğer otomatik tanı yöntemleri için yayınlanmış doğru tanı oranlarından daha yüksektir. Öte yandan Japonya Ulusal İletişim ve Bilgi İşlem Laboratuvarlarında geliştirilen bir uzman tanı sistemi de, sinir ağları kullanarak hekim ve hastalara hizmet vermektedir. Bu sistem, şikayetleri olan hastalara, başvurulması gerekli hekim türü ve gerekli tıbbi müdahalenin ivedilik derecesi hakkında öğüt verirken, hekimlere de, belirtileri ve ön tanıyı içeren bilgiler sunmaktadır.

Yapay sinir ağlarının tanı dışı tıbbi uygulamaları;

- veri yorumu,
- veri güçlendirme,
- veri sıkıştırma

olmak üzere üç gruba ayrılabilir.

Veri yorumu'nda veri toplanır ve ağa sunulur. Ağ sistemin durumunu tanımlayan değişkenler cinsinden yorumlanabilecek bir çıkış üretir. Veri yorumu uygulamalarına örnek olarak, Ultrases Doppler sinyallerinden yürek fişkirtim oranının kestirimini, yürek ameliyatlarından sonra yoğun bakım biriminde kalış süresinin öngörümü ve yürek kası talyum-201 sintigramlarından koroner perfüzyon azalım düzeyinin kestirimi sayılabilir.

Veri güçlendirme'de veri toplanır ve ağa sunulur. Yapay sinir ağı işaret veya gürültüyü güçlendiren bir çıkış üretir. Güçlendirme, hem gürültülü veriden yeniden görüntü oluşturmayı hem de, orijinal veri ile birlikte görüntülenecek yeni bilgiyi kapsar. EII'de vücut yüzeyinden elektrotlarla alınan fark gerilimleri verisinin ağa sunularak vücut içinin iletkenlik görüntüsünün oluşturulması bu gruba örnek olarak verilebilir. İşaret güçlendirme uygulamaları daha çok ultrases, röntgen filmi, bilgisayarlı tarama ve MR, EII görüntülerinde farklı dokular arasındaki sınırların keskinleştirilerek görüntünün yoruma daha elverişli duruma getirilmesine yönelik çalışmalarda görülmektedir. Dölütsel EKG'de anneden kaynaklanan işaretlerin süzülmesi, EEG kayıtlarından beyin kaynaklı olmayan işaretlerin temizlenmesi de bu tür uygulamaların diğer örnekleridir.

Veri sıkıştırma uygulamalarına örnek olarak Holter izleme sistemi verilebilir. Bir geriyayılım ağı, girdi işareti aynı zamanda çıktı işareti olarak kullanılıp eğitildiğinde, saklı katman birimlerinin çıktı değerleri işareti kodlamış olur. Böylece iki kanallı 24 saatlik Holter kayıtlarında 15-100 kez sıkıştırım mümkün olmuştur. Sayısallaştırılmış tıbbi görüntülerin saklandıklarında daha az yer kaplamalarını sağlamak için de buna benzer yapay sinir ağı uygulamaları geliştirilmiştir.



5. ELEKTRİK EMPEDANS GÖRÜNTÜLEMESİNDE TERS PROBLEMİN YAPAY SİNİR AĞLARI İLE ÇÖZÜMÜ

Elektrik Empedans Tomografisinde veri, çoklu elektrotlardan akım uygulanarak diğer ardışıl elektrotlardan gerilim ölçülmesiyle toplanır. Empedans Tomografisinde kullanılan frekans bandında (10-100 kHz) eğer ortamda yük yoksa, ortamın elektrik akım dağılımı Laplace eşitliği ile ifade edilir (2.7 no'lu eşitlik). Görüntü oluşturulması, ortam yüzeyinden uygulanan ve ölçülen işaretler (sırasıyla akım ve gerilim) vasıtasıyla ortam içinin iletkenlik dağılımı saptanarak gerçekleştirilir. Vücut içindeki dokular arası iletkenlik değişimleri veya normal ve anormal doku arasında tümör veya bir lezyonun sebep olduğu iletkenlik değişimleri vücut yüzeyinden potansiyel değişimleri olarak algılanabilmektedir. Ortam sınırından alınan verilerle ortamın içsel görüntüsünün oluşturulması problemi “kötü-durumlu” bir problem olarak karşımıza çıkar (bölüm 3.2.1). Kötü durumun sonucu olarak sistem ölçme hatalarına karşı çok duyarlıdır ve özellikle merkezi bölgelerde uzamsal çözünürlük çok zayıftır.

Bunun yanısıra, hesapsal karmaşıklığı azaltmak için, bir dizi kabuller yapılır ki, bunların herbiri özel durumlarda doğrudur. En yaygın olarak yapılan kabuller şöyle sıralanabilir:

- Sözkonusu domen yuvarlaktır.
- Sözkonusu domen iki boyutludur.
- Sözkonusu domen elektrot düzleminin her iki tarafına göre simetrik.
- Domen homojen ve isotropiktir.

Tüm bu kabuller çözümün doğruluğunu sınırlayıcı bir faktördür. Bütün bu faktörlerin biraraya gelmesiyle Elektrik Empedans Tomografi görüntülemesinde düşük doğruluk ve sınırlı uzamsal çözünürlük ile karşı karşıya kalınmaktadır.

Bu sebeple, Elektrik Empedans Görüntülerinin iyileştirilmesi için toplanan verilerin yeni bir yorumla değerlendirilmesi gerekli olmuştur. Yapay sinir ağlarının yapısı ise,



bu amaca oldukça uygundur. İleri çözümde kullanılan sonlu eleman yönteminde sürekli bir sistem, sonlu elemanlar ve düğümlerden oluşmuş yaklaşık olarak ayrık bir sisteme başka bir deyişle, bir ağa dönüştürülmektedir. Yapay sinir ağları ise, temel işlem ünitelerinin (düğümlerin) birbirleriyle bağlanmasından oluşmuştur ve her bir düğümün bir ağırlık değeri vardır. Sonlu eleman ile modelleme ve yapay sinir ağları arasındaki bu yapısal benzerliği dayanılarak sonlu elemanlar için bir ağ oluşturulmuştur. Nöral üniteler sonlu elemanlar ile eşleştirilmiştir. Bu yaklaşımda ilgili domendeki iletkenlik dağılımı sonlu eleman sayısı ile modellenir:

$C(n)$, $n=1, 2, \dots, N$ farklı iletkenlik sayısı 1016, 256, 64 eleman sayısı

$U(i)$, $i=1, 2, \dots, 256$ 16 farklı projeksiyon için yüzeyden ölçülen fark gerilimleri olmak üzere iletkenlik dağılımı şöyle tanımlanabilir:

$$C(n) = \sum_{i=1}^I b(n,i) * u(i)$$

Burada, $b(n,i)$ eleman ağırlık matrisidir.

Ağırlık matrisi gerilim ölçümlerinden iletkenlik değişimlerine en az kareler anlamında en iyi yaklaşım göstermektedir. Ağırlık matrisi hatanın geriye yayılma algoritması ile eğitim sırasında tekrarlamalı olarak hesaplanmaktadır.

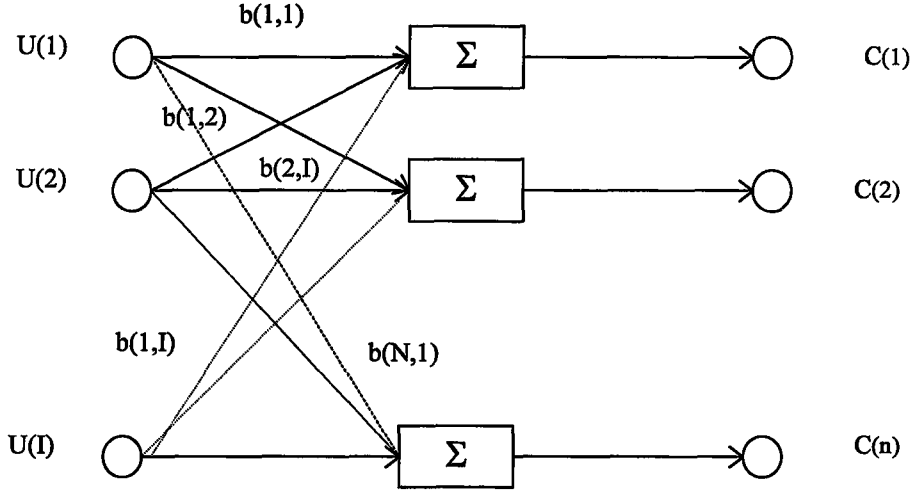
5.1 Simulasyonda Kullanılan Yapay Sinir Ağı

Bu çalışmada 15 cm yarı çaplı dairesel disk üzerinden alınan 256 (16x16) adet fark gerilimlerinden iletkenlik değişimlerin tanınmasını sağlamak amacıyla kullanılan yapay sinir ağı şekil 5.1’de görülmektedir.

Burada, yüzeydeki elektrotlardan alınan fark gerilimleri ağ girişine uygulanarak çok katmanlı ağdan farklı iletkenlik örüntülerini tanınması istenmiştir. Ağ öğrenme işlemi sırasında girişler ve arzu edilen (hedef) çıkışlar verilerek “öğreticili” eğitimle eğitilmiştir. Öğrenme bağlantı ağırlıkların ve işlem elemanların değiştirilmesi suretiyle gerçekleştirilir. Bu amaçla hatanın geriye yayılma algoritması kullanılmıştır. Hatanın geriye yayılması algoritmasında o anki çıkış değeri ile hedef çıkış değeri arasındaki



fark başka bir deyişle hata ağ boyunca geriye doğru yayılarak bağlantı ağırlıkları ayarlanır. Hata istenen belli bir ϵ değerinden küçük olana kadar iterasyonlar sürer.

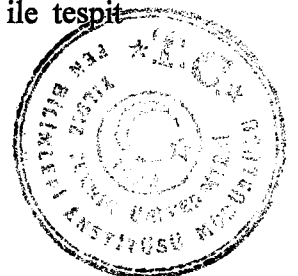


Şekil 5.1 gerilim ölçümlerinden iletkenlik değişimlerine gönderim yapan yapay sinir ağı

5.2 Farklı İletkenlik Örüntülerini Tanıyan YSA Tasarımı

Ters problemi çözmek amacıyla fark gerilimlerinden iletkenlik değişimlerine gönderim yapan bir yapay sinir ağı kullanılmıştır. Bu amaçla ileri çözümde kullanılan 1016 elemanlı sonlu eleman ağı (şekil 2.4) 16'şar eleman gruplandırılarak kaba bir ağa dönüştürülmüştür. Şekil 2.3'de elemanların gruplandırılması ile oluşan ağ görülebilir. İleri çözümde sonlu eleman yöntemi ile hesaplanan fark gerilimleri (0-1) aralığında normalize edilerek ağ giriş katmanına uygulanmıştır. Eğitim için kullanılan bu değerler ek'te verilmiştir. Aslında 16 elektrotlu ölçüm düzeneğinden (16x16) 256 adet fark gerilimi ölçülmektedir. Akım sürülen elektrotlardan ölçülen gerilimler bu elektrotlardaki yüksek temas empedansı sebebiyle faydalı bilgi içermediğinden hesaba katılmamıştır. Çıkış katmanı 64 iletkenliği temsilen 64 üniteden oluşmaktadır.

Ağ öğretici eğitim ile eğitildiği için 64 farklı iletkenlik değeri simülasyon düzeneği ile verilen geometri önsel bilgisinin Şekil 2.3'deki modellerle karşılaştırılması ile tespit



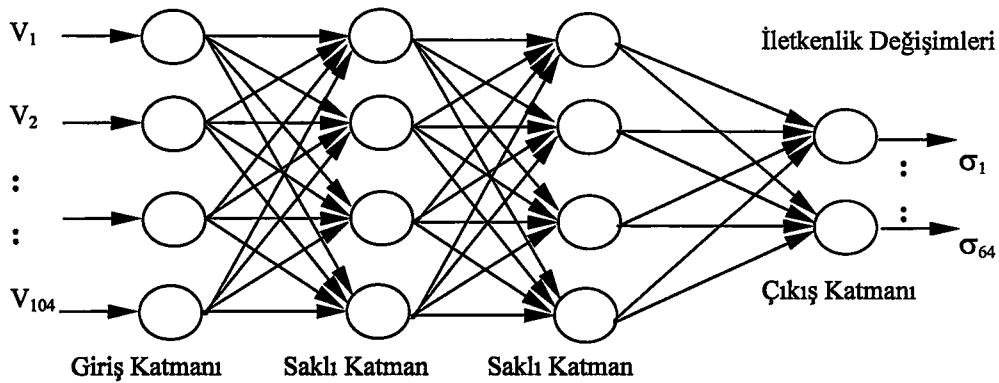
edilmiştir. Aşağıda 64 elemanlı ağ için eleman yerleşimini gösteren görüntü matrisi verilmiştir.

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	41	40	34	33	32	30	29	25
2	45	43	36	35	31	27	26	24
3	46	50	38	37	28	22	20	18
4	48	47	44	39	23	21	19	17
5	49	51	53	55	7	12	15	16
6	42	52	54	60	5	6	11	14
7	56	58	59	63	3	4	10	13
8	57	61	62	64	1	2	8	9

Giriş katmanı 104 ünite ve çıkış katmanı 64 olarak belirlenen ağın saklı katmanı 2 olarak seçilmiştir. 3 ve 104 adet katman ile yapılan nümerik deneylerde katman sayısının artmasıyla doğru orantılı olarak sonuca yakınsamanın yavaşladığı tespit edilmiştir. 2 katman ile yapılan eğitimde 81340 iterasyon sonunda % 0.259'luk bir hata 2.5 dakikalık bir süre içinde ulaşılırken, 3 katman ile 80930 iterasyon'a sonunda % 0.35'lik hata ile sonuca ulaşmak 5.1 dakika'lı bir süre gerektirmektedir. Bu sebeple çoğu problemlerde olduğu gibi 2 adet saklı katman kullanımı yeterli olmuştur. Eğitim için kullanılan

104 2 64 mimarisindeki ağ Şekil 5.2'te görülmektedir.

Fark gerilimleri



Şekil 5.2 Eğitimde kullanılan (104 2 64) mimarisindeki ağ yapısı



Seçilen ağ ile ilgili ayrıntılı bilgi aşağıda verilmiştir.

Ağ mimarisi	: 104 2 64
Transfer fonksiyonu	: Lineer sigmoid sigmoid
Başlangıç ağırlıkları	: -1, +1 aralığında rastgele
Öğrenme kuralı	: Genelleştirilmiş delta
Eğitim Parametreleri	
Öğrenme hızı	: 0.3
Momentum	: 0.5
Toplam eğitim	: 100000
döngüsü	
Giriş gürültüsü	: 0.05

5.3 Simulasyon Sonuçları

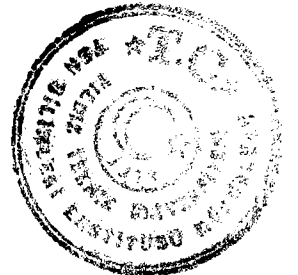
Şekil 5.3'te gösterilen merkezinde 0.0002 S/cm iletkenliğinde bir objenin bulunduğu 0.002 S/cm iletkenlik değerinde bir ortam, 64 elemanlı bir ağ 104 2 64 mimarisine göre eğitilmiştir bir ağ ile %0.002 hata ile hesaplanan iletkenliğin görüntüsü Şekil 5.4'te verilmiştir. Görüntü (8x8) 64 pikselden oluşmuştur. Eğitimde ileri problem çözümü yanısıra Standart Ankara Data Set'inin I. guruba ait ölçümleri de dahil edilmiştir. Bu grupta ortam merkezinde farklı iletkenliğine sahip bir obje vardır.

Eğitimde 10134 iterasyon sonunda %0.03 hata ile 0.5 dakika süre içinde gerçekleştirilmiştir.

Şekil 5.4'de elde edilen görüntüyü doğruluk, gürültü, kontrast ve çözünürlük açısından değerlendirelim:

$$\text{iletkenlik kontrastı } \alpha \approx 0.00082/0.00092 \approx 1$$

olarak elde edilir. 64 piksel için görüntü çözünürlüğü $\beta = 0.12$ olarak bulunmuştur. Bu değerler 1.9 no'lu eşitlikte yerine konularak duyarlık hesaplanır; duyarlık=0.12 bulunur. Duyarlık ve gürültü (1.10) numaralı eşitlikte yerine konulursa; doğruluk=0.08 olarak hesaplanır. Bu da kabul edilebilir bir değerdir (A D. Seager, 1987).



16 elektrotlu sistem için, kare pikselle oluşturulan görüntüde çözünürlüğün 0.16 verdiği değeri 1.10 no'lu eşitlik yerine koyarsak doğruluk=0.06 olarak bulunur.

Şekil 5.5'de merkez ile kenar arasında $\sigma=0.01$ S/cm iletkenliğinde bir objenin bulunduğu ortamın görüntüsü görülmektedir. Şekil 5.6'da ise, bu ortamın yapay sinir ağları ile oluşturulmuş görüntüsü verilmektedir. Eğitim sırasında 14530 iterasyon sonunda 0.5 dakika süre içinde 0.035'lik bir hata ile iletkenlik örüntüleri tanınmıştır. Test hatası % 0.034'tür. Eğitim için sonlu eleman çözümünde elde edilen 104 adet fark gerilimi ve Ankara Data Seti 2. grup ölçümleri kullanılmıştır. Test yine bu ölçülen fark gerilimleri ile yapılmıştır. Bu grupta I. gruba ait verilir. Başka bir deyişle, daha önce görülmemiş olan veriler teste tabi tutulduğunda hatanın %0.2'ye yükselmiştir. Halbuki aynı veri kendi grubunda teste tabi tutulduğunda örüntü tanıma hatası %0.07 olarak elde edilmiştir.

Eğitimde kullanılan farklı bir geometride alınan ölçümlerle yapılan testler görüntüye kabul edilebilir sonuçlar içinde bir hata vermektedir. Geometri değişimine olan bu duyarsızlık dairesel geometriye eğitilmiş bir ağ ile eliptik geometriden alınan ölçümleri test edilmesini mümkün kılacaktır. Böylece klinik uygulamalarda önemli oranda bir kolaylık sağlanabilmektedir. Bunun yanısıra gerçekte eliptik olan bir domenin dairesel olduğu kabulü ile iteratif olarak çözüm yapan Newton-Raphson ve geri izdüşüm gibi algoritmaların çözüme eklediği yeniden oluşturma hataları da ortadan kalkmaktadır.

Elemanlar 4'er gruplandırılarak oluşturulan 256 adet pikselden oluşmuş sonlu eleman ağı ile yapay sinir ağı eğitilmiştir. (104 2 256) mimarisi yapılan testlerde, 64 çıkışlı ağ ve 256 çıkışlı ağın örüntü tanıma hataları arasında önemli bir fark görülmemiştir. Birinci gruba ait ve daha önce görülen test verisi %0.01 hata ile tanınmış ve II. gruba ait veri I. Grup eğitim setinde test edildiğinde tanıma hatası %0.05'e çıkmıştır. Doğruluk açısından önemli bir fark görülmemesine rağmen elde edilecek görüntüde daha çok piksel olacağından (16x16) çözünürlük daha iyi olacaktır. Farklı iletkenliğe sahip olan bölgelerin sınırları daha belirgin olacaktır.



5.4 Sonuçlar ve neriler

Bu alışmada, EII’de ortam sınırından alınan gerilim ölçümlerinden iletkenlik değişmelerini hesaplayan yapay sinir ağı algoritması önerilmiştir. Sonlu eleman yöntemiyle gerçekleştirilen ileri çözüm sonuçlarından yapay sinir ağı kullanılarak doğrudan doğruya ters problem çözümüne geçilebilmektedir. Böylece ileri çözümde yapılan varsayımlara ek olarak yeni varsayımlar yapılmaksızın ters çözüme geçilmektedir. Bu da görüntü oluşturma algoritmalarındaki hesapsal karmaşıklığının sebep olduğu yeniden oluşturma hatalarının ortadan kalkması anlamına gelmektedir.

Lineer bir problemin çözümünde cebirsel teknikler yerine yapay sinir ağları yaklaşımının tercih edilmesi problemin kötü durumlu olmasından kaynaklanmaktadır. 16 elektrotlu ölçüm düzeneğiyle (16x16) 256 adet fark gerilimi ölçülmektedir. Karşılılık (reciprocity) teoremine göre, bunlardan sadece 256/2 adet ölçüm bağımsızdır. Bunların içinden akım verilen elektrotlardan ölçülen gerilimler bu elektrotların yüksek temas empedansı sebebiyle faydalı bilgi içermediğinden dolayı elemine edilmesi ile geriye sadece 104 adet bağımsız ölçüm kalmıştır. 104 adet lmden 256 (veya daha fazla) farklı iletkenliğin hesaplanması gerekmektedir; bu da problemin “under determination” olması demektir. Başka bir deyişle bilinmeyen sayısı denklem sayısından fazladır. Bu sebeple fark gerilimleri ölçümlerinden iletkenlik dağılımlarının kestirimi için daha fazla “bilgi” gerekmektedir. Bu amaçla lmde kullanılan elektrot sayısının artırılması düşünülebilirse de bir çözüm getirmemektedir. Tablo 1.4’ten görüleceği gibi elektrot sayısının artması beklenilenin aksine çözünürlüğü azaltmaktadır. “Under determination” hali duyarlılık matrisinin kötü durumunu daha da kötüleştirmektedir. Ortam merkezindeki iletkenlik değişimlerinin ortam sınırından alınan lmlere yansıma oranı, yzeeye yakın bölgelerdeki iletkenlik değişimlerinin yansıma oranından çok daha düşüktür. Kötü durumluluk sebebiyle (2.23) no’lu eşitlikteki K matrisi tersinin alınabilmesi için genelleştirilmiş matris tersi, tekil değer ayrışımı, regülarizasyon gibi matematiksel yöntemlere baş vurulması gerekir. Böylece, kavramsal karmaşıklığın



yanısıra ek varsayımların yapılması ve daha uzun hesaplama süresi gibi dezavantajlar ile karşı karşıya kalınmaktadır.

Yapay sinir ağlarında giriş katmanı ile çıkış katmanı arasında matematiksel tanım yapma gereği olmadığından, problem hem kavramsal olarak basitleşmekte hem de, çözüme daha hızlı ulaşılmaktadır. Eğitimi tamamlanmış bir ağ saniyeler mertebesinde farklı iletkenlik örüntülerini tanıyabilmektedir. Yapay sinir ağı yaklaşımı kullanılarak test problemi çözmeye yönelik elde edilen bulguların ışığında geleceğe dönük yapay sinir ağlar destekli çözümler için şu önerilere yer verilebilir.

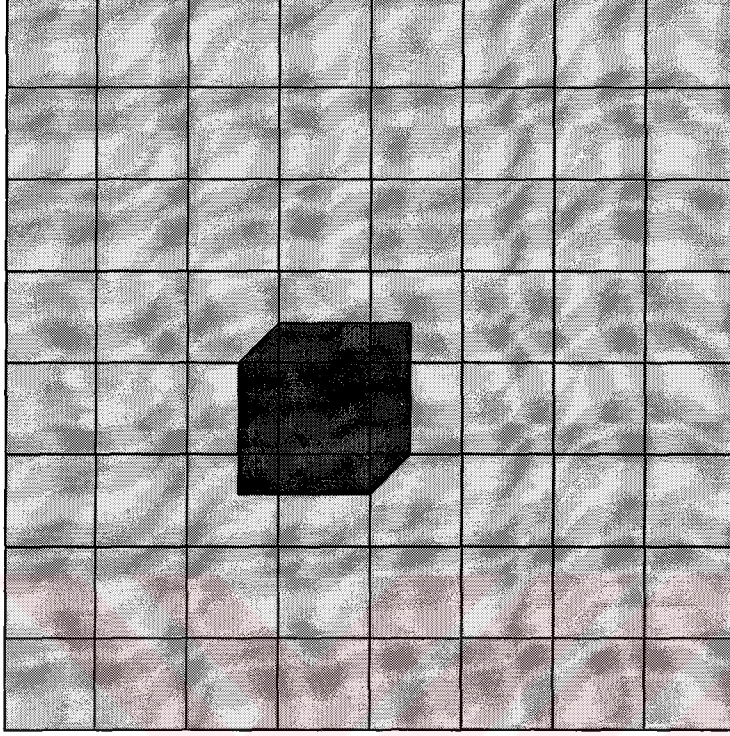
Elektrik empedans görüntülemesinde çözünürlüğün görüntü kenarlarında yüksek ve görüntü merkezinde düşük değerde olması sebebiyle eğitim sırasında piksel gruplandırılması pozisyon- bağımlı olarak yapılabilir. Başka bir deyişle merkezi bölgelerin daha çok sayıda piksel ile temsil edilmesi ağı besleyen faydalı bilgi miktarı artırılabilir. Bu çalışmada elde edilen görüntülerde iletkenlik kontrastı yaklaşık olarak 1'e eşit olarak bulunmuştur. Oysa daha büyük iletkenlik değişimlerin olduğu çoklu iletkenlik ortamında çözünürlük azalacaktır (örneğin; Tablo 1.1'den görüldüğü gibi kan ve kemik özgül dirençleri sırasıyla 150 Ω -cm ve 16600 Ω -cm değerlerindedir).

Tablo 1.2'den görüleceği gibi iletkenlik kontrastının K faktörü ile artması çözünürlüğün $\sqrt{K}$ faktörü ile azalmasına veya gürültünün K kadar azalmasına veya doğruluğun K faktörü kadar (diğer parametreler sabit) azalmasına sebep olacaktır. Problemin nonlineerliğine çözüm getirmek için yapay sinir ağlarında kullanılan katman sayısının artırılması düşünülebilir. Problemin çok daha karmaşık nonlineer yapısına ağı kendisini uyarlayabilmesi için çok daha fazla eğitim setine ihtiyaç olacaktır. Böyle bir yaklaşımla çok daha hızlı nonlineer yeniden oluşturma tekniğine ulaşılabilir.

Elektrik Empedans Görüntüleme sistemleri düşük maliyetli olmaları sebebiyle sürekli hasta izlemek için tercih edilebilirler. Yapay sinir ağlarında eğitim bir kez tamamlandıktan sonra test aşamasında saniyeler mertebesinde sonuca ulaşılabilirdiği için, sürekli hasta izlemede gereken otomatik veri analizini yapay sinir ağlarıyla



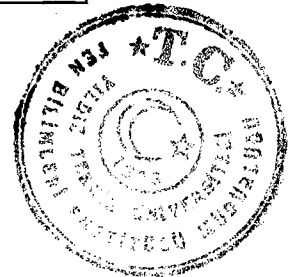
gerçekleştirmek mümkündür. Yapay sinir ağları eğitildikten sonra, küçük hacimli, düşük maliyetli, PC tabanlı sistemler oluşturularak klinik uygulamalarda kullanılabilir.

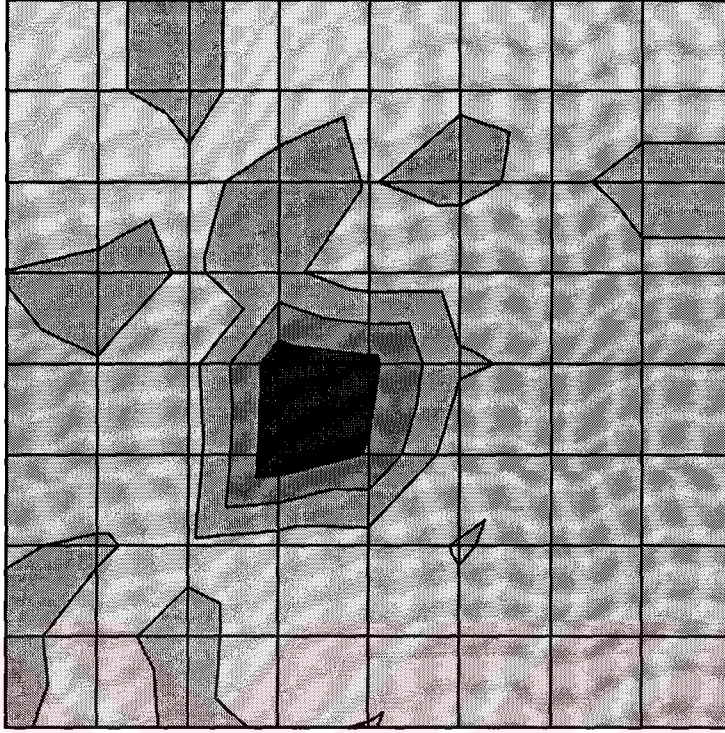


Şekil 5.3 $\sigma_1=0.002$ S/cm iletkenliğine sahip ve merkezinde $\sigma_2=0.0002$ S/cm iletkenliğinde bir objenin bulunduğu ortam gerçek görüntüsü

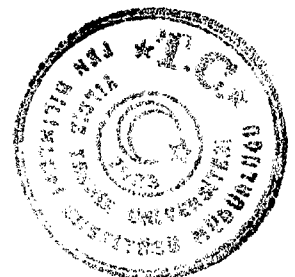
Tablo 5.1 (104 2 64) mimarisi ile yapılan teste elde edilen iletkenlik değerleri

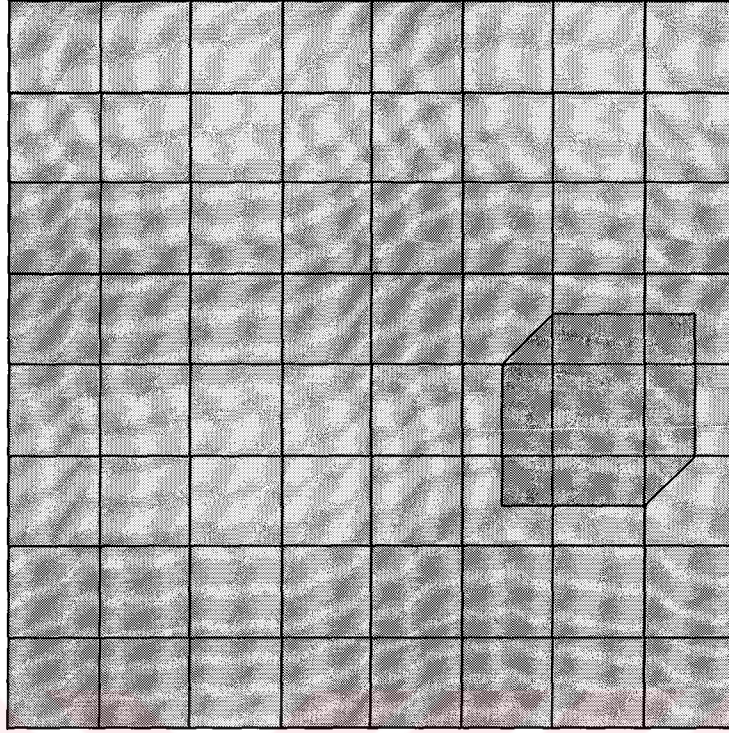
0,002411	0,001013	0,002469	0,001764	0,002068	0,001392	0,001553	0,000476
0,002324	0,001526	0,002583	0,000979	0,000878	0,001644	0,001236	0,001654
0,00189	0,002156	0,001503	0,000959	0,00108	0,002106	0,001488	0,000905
0,000737	0,000981	0,000958	0,007502	0,005872	0,000687	0,001725	0,000733
0,001709	0,001956	0,001261	0,007203	0,006505	0,002277	0,001531	0,000988
0,002048	0,00247	0,001894	0,002481	0,000773	0,000826	0,000305	0,001616
0,000826	0,00064	0,001665	0,002501	0,00195	0,002418	0,001501	0,002616
0,001529	0,001784	0,002452	0,00124	0,001796	0,001848	0,001648	0,001192





Şekil 5.4 64 Elemanlı ağ ile yapılan simülasyon sonucu %0.02 hata ile hesaplanmış iletkenliklerin görüntüsü (iterasyon sayısı: 10134, gürültü %1)

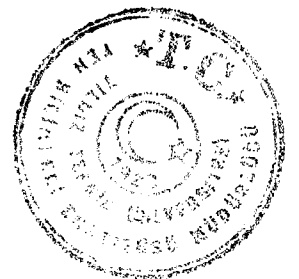


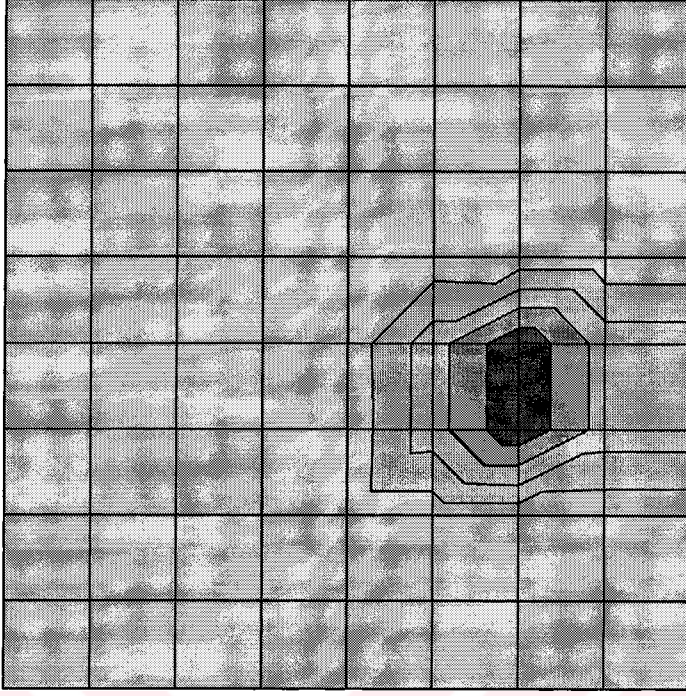


Şekil 5.5 Merkez ile sınır arasında 0.02 S/cm iletkenliğine sahip objenin bulunduğu gerçek görüntü

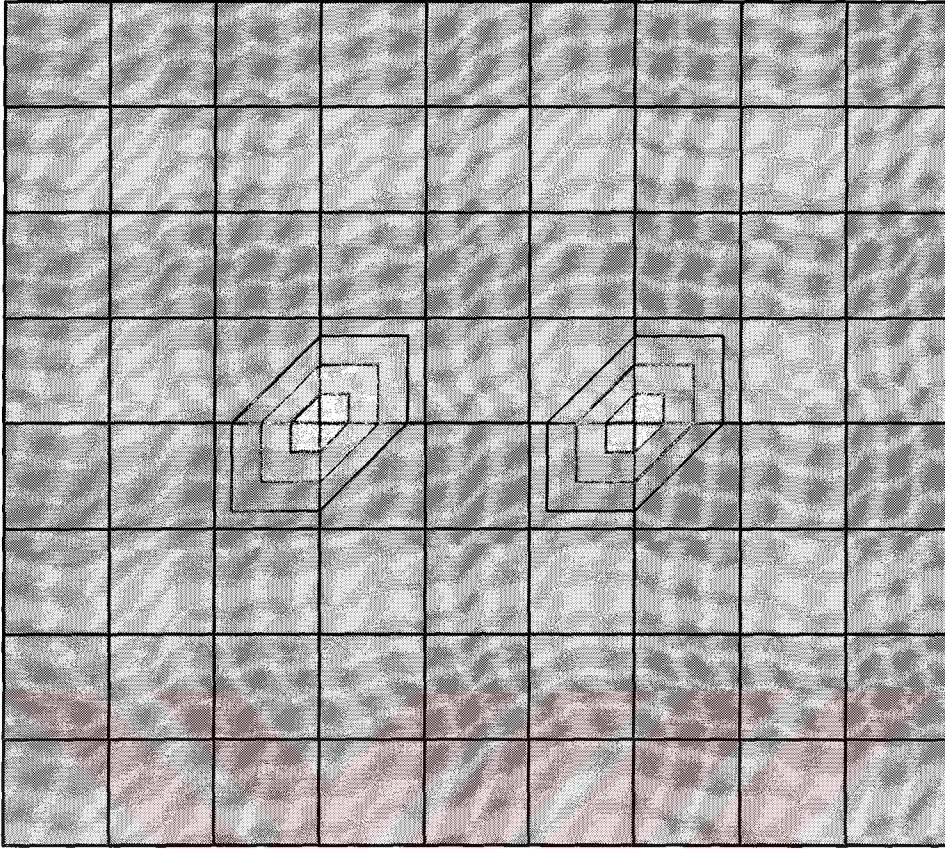
Tablo 5.2 (104 2 64) mimarisi ile yapılan test sonucu elde edilen iletkenlik değerleri

0,0015	0,0015	0,0013	0,0012	0,0016	0,0014	0,0014	0,0015
0,0014	0,0015	0,0014	0,0013	0,0013	0,0012	0,0013	0,0012
0,0013	0,0017	0,0013	0,0016	0,0015	0,0014	0,0015	0,0012
0,0012	0,0015	0,0016	0,0014	0,0013	0,0104	0,0194	0,0103
0,0016	0,0013	0,0014	0,0017	0,0015	0,0103	0,0193	0,0103
0,0012	0,0012	0,0013	0,0015	0,0016	0,0014	0,0014	0,0014
0,0014	0,0015	0,0016	0,0012	0,0014	0,0013	0,0013	0,0015
0,0016	0,0016	0,0017	0,0015	0,0016	0,0017	0,0013	0,0015





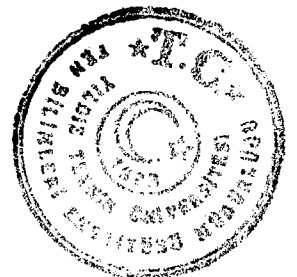
Şekil 5.6 İletkenlik değerlerinin %0.03 hata ile elde edilen ve %16'lık bir çözünürlük sağlayan II. Grup ölçümlere ait görüntüsü (iterasyon sayısı: 14530, gürültü: %1)

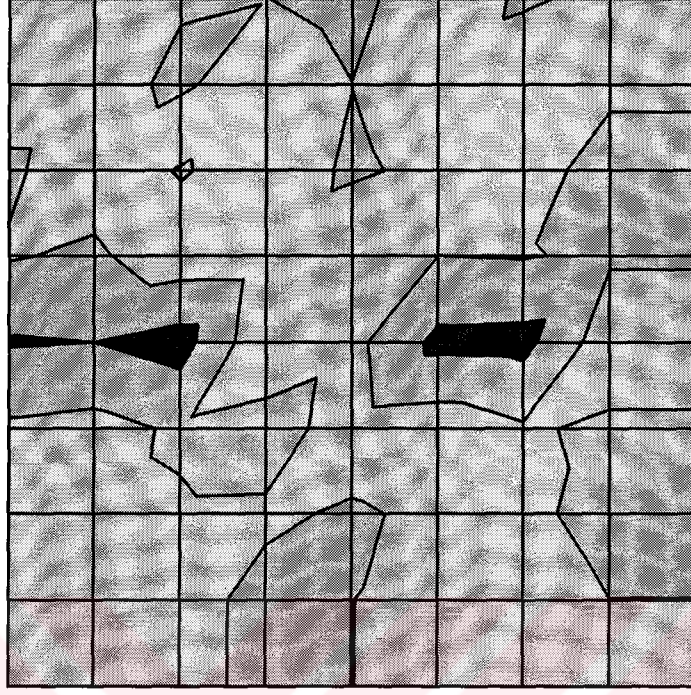


Şekil 5.7 Merkez ile sınır arasında 0.02 S/cm iletkenliğine sahip iki objenin bulunduğu gerçek görüntü

Tablo 5.3 (104 2 64) mimarisi ile yapılan test sonucu elde edilen iletkenlik değerleri

0,001343	0,001286	0,00143	0,002446	0,002047	0,000851	0,000996	0,001982
0,001043	0,001509	0,001793	0,00175	0,002184	0,001712	0,001625	0,00257
0,001689	0,00138	0,00225	0,002812	0,00116	0,000884	0,001776	0,002327
0,00415	0,004003	0,004803	0,000449	0,001425	0,004505	0,004622	0,000826
0,001873	0,002271	0,000923	0,000943	0,000144	0,002007	0,001918	0,002208
0,002196	0,001222	-0,00014	0,000757	0,002336	0,001436	0,001507	0,002483
0,001436	0,001437	0,002286	0,0009	0,001975	0,000946	0,000192	0,001772
0	0,001545	0,001871	0,001978	0,002621	0,000628	0,002336	0,001357



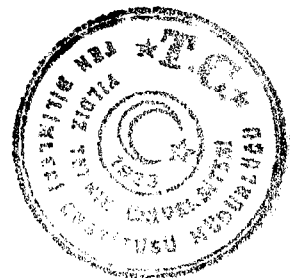


Şekil 5.8 64 elemanlı ağ ile yapılan simulasyon sonucu %0.05 hata ve % 16 çözünürlükle elde edilen görüntü (iterasyon sayısı: 16340, gürültü: %1)



KAYNAKLAR

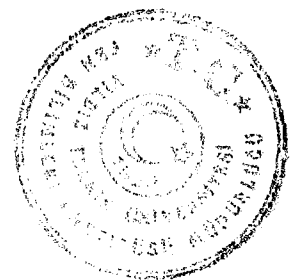
1. Breckon W.R. and Pidcock M.K., "Mathematical aspects of impedance imaging", Clin. Phys. Physiol. Meas., vol. 8, pp. 77-84, 1987
2. Breckon W.R., Pidcock M.K., "Data errors and reconstruction algorithms in electrical impedance tomography", Clin. Phys. Physiol. Meas., vol. 9, Suppl A., pp. 105-109, 1988
3. Brown B.H., Barber D.C., and Seagar A.D., "Applied potential tomography : possible clinical applications", Clin. Phys. Physiol. Meas., vol. 6, pp. 109-121, 1985
4. Cheney M., Isaacson D., Newell J.C., Simske S., and Goble J., "NOSER: An algorithm for solving the inverse conductivity problem", Int. J. Imaging Systems and Tech., vol. 2, pp. 66-75, 1990
5. Dobson D.C., Santosa F., "Image enhancement technique for electrical impedance tomograph", Inverse Problems, vol. 10, Iss 2, pp. 317-334, 1994
6. Dobson D.C., Santosa, "Resolution and stability analysis of an inverse problem in electrical impedance tomography -dependence on the input current patterns ", SIAM Journal on applied. Math., vol. 54, Iss 6, pp. 1542-1560, 1994
7. Eyüboğlu B.M., Pilkington T.C., "Estimation of tissue resistivities using electrical impedance imaging", Annual Int. Conf. Eng. Med and Biol. Soc., vol. 13, No: 1, pp. 09, 1991
8. Eyüboğlu B.M., "Development and application of electrical impedance tomography for thoracic imaging", Ph.D. thesis, Univ. of Sheffield, 1988
9. Eyüboğlu B.M., Pilkington T.C., Wolf P.D., "Estimation of tissue resistivities from multiple electrode impedance measurement", Phys. Med. Biol. 39, pp. 1-17, 1994
10. Gadd R., Record P, and Rolfe P., "A sensitivity region reconstruction algorithm using adjacent drive current injection strategy ", Clin. Phys. Physiol. Meas., vol. 13, suppl. A, pp. 101-105, 1992
11. Gaselowitz D.B., "An application of electrocardiographic lead theory to



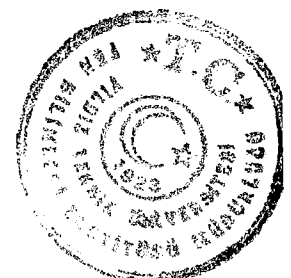
Impedance plethysmography “, IEEE Biomedical Eng., vol. BME-18,

12. Gisser D.G., Isaacson D., Newell J.C., “Theory and performance of an adaptive currenttomography system“, Clin. Phys. Physiol. Meas.,
13. Gisser D.G., Isaacson D., and Newell J.C., “Current topics in impedance imaging”, Clin. Phys. Physiol. Meas., vol. 8, suppl A, pp. 39-46, 1987
14. Griffiths H. and Ahmed A., “A dual-frequency applied potential tomography techique: Computer simulations“, Clin. Phys. Physiol. Meas., vol. 8, Suppl A, pp. 103-108, 1987
15. Griffiths H., “A phantom for electrical impedance tomography“, Clin. Phys. Physiol. Meas., vol. 9, Suppl A, pp. 15-20, 1988
16. Guardo R., Boulay C., Bertrand M., ”A neural network approach to image recunstruction in Electrical Impedance”, IEEE Transaction on Medical Imaging, vol. 15 No:2, April 1996
17. Hua P., Webster J.G., Tompkins W.J., “A regularized electrical impedance tomography reconstruction algorithm“, Clin. Phys. Physiol. Meas., vol., Suppl. A, pp. 137-141, 1988
18. Hua P., Woo E.J., Webster J.G., Tompkins W.J., “Iterative reconstruction methods using regularization and optimal current patterns in electrical impedance tomography“, IEEE Med. Im., vol. 10, Iss 4, pp. 621-628, 1991
19. Hussain M.A., Noble B., Becker B., “Computer simulation of an inverse problem for electric current computed tomography using a uniform triangular discretization“, IEEE Eng. Med. Biol. Soc., 11th annual Int. Conf., pp. 448-450, 1988
20. İder Y.Z., Altan C., Atalar E., and Gencer N.G., “Electrical impedance imaging system applicable to objects of arbitrary but known boundary“, IEEE, 9th, Annual Conf. of the EMRS, vol. 3, pp. 1427-1428, 1987
21. İder Y.Z., Gencer N., Atalar E., Tosun H., “Electrical impedance tomography of translationally uniform cylindrical objects with general cross sectional boundaries“, IEEE Med. Imaging, vol. 9, No:1, pp. 49-59, 1990

22. Ider Y.Z., Nakiboğlu B., Kuzuoğlu M., Gencer N.G., "Determination of the boundary of an object inserted into a water-filled cylinder", Clin. Phys. Physiol. Meas., vol. 13, Suppl A, pp. 151-154, 1992
23. Impedance Techniques, IEE Engineering in Medicine and Biology Magazine, vol. 8, No: 1, March 1989
24. Irons B.M., "A frontal solution program for finite element analysis", Int. J. Num. Math. in Eng., vol.2, pp. 5-32, 1970
25. Isaacson D., "Distinguishability of conductivity's by electric current computed tomography", IEEE Trans. Medical Imaging, vol. MI-5, pp. 91-95, 1986
26. Isaacson D., Cheney M., and Newell C.J., "Comments on reconstruction algorithms", Clin. Phys. Physiol. Meas., vol. 13, pp. 83-89, 1992
27. Kallman J.S., and Berryman J.G., "Weighted least-squares criteria for electrical impedance tomography", IEEE Med. Im., vol. 11, No:2, pp. 284-292, 1992
28. Kim Y., Woo H. W., "A prototype system and reconstruction algorithms for electrical impedance technique in medical body imaging", Clin. Phys. Physiol. Meas., vol. 8, Suppl. A, pp. 63-70, 1987
29. Korürek M., "Tıp Elektronikinde Tasarım İlkeleri", 1996
30. Kotre C.J., "EIT image reconstruction using sensitivity weighted fitted backprojection", Physiological Meas., vol. 15, pp. A125- A136, 1994
31. Kuzuoğlu M., Leblebicioğlu K., Ider Y.Z., "A fast image-reconstruction algorithm for electrical impedance tomography", Physiological Meas., vol. 15, Iss S2A, pp. A115-A124, 1994
32. Kuzuoğlu M., Moh'd Said M., Ider Y.Z., "Analysis of three-dimensional software EIT phantoms by the finite element method", Clin. Phys. Physiol. Meas., vol.13, Suppl A, pp. 135-138, 1992
33. Kyriacou G.A., Koukourlis J.N., Sahalos J.N., and Batas K., "Reconstruction of impedance images using a modified perturbation method", Clin. Phys. Physiol. Meas., vol.13, SupplA, pp. 91-94, 1992



34. Low T.S., Chao B., "The use of finite elements and neural networks for the solution of inverse electromagnetic problems", IEEE Magnetics, vol.28, Iss5, pp. 2811-2813, 1992
35. Marquardt D.W., "An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters", J. Soc.Indust. Appl. Math., vol.11, No:2, 1963
36. Miller A.S., Blott B.H. and Hames T.K., "A review of neural network applications in medical imaging and signal processing", Med. and Biol.Eng. Comput., 30, pp. 449-464, 1992
37. Miller A.S., Blott B.H., and Hames T.K., "Neural networks for electrical impedance tomography image characterization", Clin.Phys.Physiol.Meas., vol.13, Suppl. A, pp. 119-123, 1992
38. Morucci J.P., Marsil P.M., Granie M., Shi Y., Lei M., Dai W.W., "A direct sensitivity matrix approach for fast reconstruction in electrical impedance tomographs", Physiological Meas. vol.15, Iss S2A, pp. A107-A114, 1994
39. Murai T. and Kagawa Y., "Electrical Impedance computed tomography based on a finite element model", IEEE Trans. Biomed. Eng., vol. BME-32, pp. 177-184, 1985
40. Nakayama K., Yagi W., Yagi S., "Fundamental study on electrical impedance CT algorithm utilizing sensitivity theorem on impedance plethysmography", Proceedings of 5th ICEBI, pp. 99-102, Aug. 1981,
41. Paulson K., Lionheart W., Pidcock M., "Fast, nonlinear inversion for electrical impedance tomography", Image and Vision Computing, vol.12, pp. 367-373, 1994
42. Paulson K., Lionheart W., Pidcock M., "Optimal experiments in electrical impedance tomography", IEEE Medical Imaging, vol. 12, No: 4, pp. 681-686, 1993
43. Pethig R., "Dielectric properties of body tissues", Clin. Phys. Physiol. Meas., vol. 8, Suppl A, pp. 5- 12, 1987
44. Rosell J., Colominas J., Riu P., Webster J.G., "Skin impedance from 1 Hz to



- 1MHz“, IEEE, Biomedical Eng., vol. 35, No: 8, pp. 649-651, 1988
45. Rosenblatt, “The Perceptron: a probabilistic model for information storage and organisation in the brain”, Psychological Review, vol. 65, pp 386-408, 1958
 46. Seagar A.D. and Brown B.H., “Limitations in hardware design in impedance imaging“, Clin. Phys. Physiol. Meas., vol. 8, suppl. A, pp. 63-70, 1987
 47. Seagar A.D., Barber D.C., and Brown B.H., “Theoretical limits to sensitivity and resolution in impedance imaging“, Clin. Phys. Physiol. Meas., vol. 8, Suppl. A, pp. 13-31, 1987
 48. Shapura M., Freeman A.J., ”Neural Networks”, Addison-Wesley, 1992
 49. Takeuchi J., Kosugi Y., “Neural network representation of finite element method“, Neural Networks, vol. 7, Iss 2, pp. 389-395, 1994
 50. Takeuchi J., Kosugi Y., “Neural Network Representation of Finite Element Method”, Neural Network, vol. 7, Iss2, pp 389-395, 1994
 51. Tanaka E., “Improved iterative image reconstruction with automatic noise artifact suppression“, IEEE Med. Im., vol. 11, Iss 1, pp. 21-27, 1992
 52. Tarassenko L. and Rolfe P., “Imaging spatial distributions of resistivity an alternative approach“, Electronic Letters, vol. 20, pp. 574-576, 1984
 53. Wahba G., “Three topics in ill-posed problems“, Inverse and ill-posed problems, pp. 37-50, 1987
 54. Webster J.G. and Hua P., “Recent North American progress in electrical impedance tomography“, vol. 9, suppl. A, pp. 137-130, 1988
 55. Webster J.G., “Electrical Impedance Tomography“, Adam Hilger, Newyork, 1990
 56. Wexler A., Fry B., and Neuman M.R., “Impedance-computed tomography algorithm and system“, Applied Optics, vol. 24, pp. 3985-3992, 1985
 57. Woo W.H., “Development of new reconstruction algorithm and an electrical impedancetomography“, Ph.D. thesis,
 58. Woo E. J., Hua P., Webster J.G., Tompkins W.J., “A robust image reconstruction algorithm and its parallel implementation in electrical impedance tomography“, IEEE, Medical Imaging, vol. 12, No:2, pp. 137-145, 199



59. Woo E. J., Tompkins W.J., Webster J.G., "A finite element model with node renumbering for adaptive impedance imaging ", IEEE, 10th Annual Int. Comp. Eng. Med. and Biol.Soc., pp. 277-278, 1988
60. Woo E.J., Hua P., Webster J.G., Tompkins W.J., "Finite element method in electrical impedance tomography ", Medical and Biol. Eng. Comput., vol.32, Iss5, pp. 530-536, 1994
61. Yazgan E., Korürek M., "Tıp Elektroniği", 1996
62. Yorkey T.J. and Webster J.G., "A comparison of impedance tomographic reconstruction algorithms", Clin. Phys. Physiol. Meas., vol. 8, suppl.A, pp. 55-62, 1987
63. Yorkey T.J., Webster J.G., and Tompkins W.J., "An improved perturbation technique for electrical impedance imaging with some criticism", IEEE Biomed. Eng. vol. BME-34, pp. 898-901, 1987
64. Yorkey T.J., Webster J.G., Tompkins W.J., "An optimal impedance tomographic reconstruction algorithm ", IEEE, 8th. Annual Conf. Eng. Med. and Biol. Soc., pp. 339-342, 1986

**YAPAY SİNİR AĞLARININ TEST AŞAMASINDA KULLANILAN
STANDART ANKARA DATA SETİ**

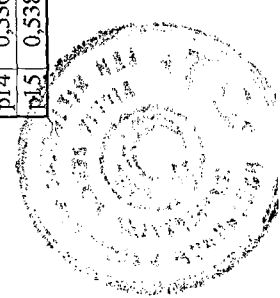


ELEKTROTLAR ARASI FARK GERILIMLERİ

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
po	0,536311	0,296468	0,191770	0,128808	0,083784	0,047519	0,015424	-0,015424	-0,047519	-0,083784	-0,128808	-0,191770	-0,296468
p1	0,548943	0,314940	0,212931	0,149335	0,100723	0,058614	0,019280	-0,019280	-0,058614	-0,100723	-0,149335	-0,212931	-0,314940
p2	0,523936	0,278382	0,171076	0,108778	0,067304	0,036754	0,011690	-0,011690	-0,036754	-0,067304	-0,108778	-0,171076	-0,278382
p3	0,424316	0,206470	0,125640	0,081848	0,052384	0,029458	0,009526	-0,009526	-0,029458	-0,052384	-0,081848	-0,125640	-0,206470
p4	0,215692	0,106893	0,066914	0,044337	0,028650	0,016195	0,005249	-0,005249	-0,016195	-0,028650	-0,044337	-0,066914	-0,106893
p5	0,544732	0,308763	0,205935	0,142756	0,095546	0,055390	0,018197	-0,018197	-0,055390	-0,095546	-0,142756	-0,205935	-0,308763
p6	0,544516	0,307548	0,203669	0,140042	0,093174	0,053895	0,017708	-0,017708	-0,053895	-0,093174	-0,140042	-0,203669	-0,307548
p7	0,613718	0,348466	0,227968	0,154595	0,102116	0,060195	0,021869	-0,021869	-0,060195	-0,102116	-0,154595	-0,227968	-0,348466
p8	0,530715	0,288414	0,182640	0,119943	0,076381	0,042591	0,013692	-0,013692	-0,042591	-0,076381	-0,119943	-0,182640	-0,288414
p9	0,528447	0,285966	0,180644	0,118453	0,075243	0,041777	0,013378	-0,013378	-0,041777	-0,075243	-0,118453	-0,180644	-0,285966
p10	0,452386	0,240638	0,153219	0,101684	0,064966	0,035192	0,009749	-0,009749	-0,035192	-0,064966	-0,101684	-0,153219	-0,240638
p11	0,540744	0,301547	0,195871	0,131189	0,084525	0,047323	0,015211	-0,015211	-0,047323	-0,084525	-0,131189	-0,195871	-0,301547
p12	0,612716	0,346777	0,225440	0,150957	0,096872	0,052591	0,014582	-0,014582	-0,052591	-0,096872	-0,150957	-0,225440	-0,346777
p13	0,535575	0,295570	0,190801	0,127875	0,083009	0,047006	0,015245	-0,015245	-0,047006	-0,083009	-0,127875	-0,190801	-0,295570
p14	0,532067	0,292708	0,188877	0,126705	0,082360	0,046694	0,015154	-0,015154	-0,046694	-0,082360	-0,126705	-0,188877	-0,292708
p15	0,516728	0,283632	0,183049	0,122831	0,079858	0,045281	0,014696	-0,014696	-0,045281	-0,079858	-0,122831	-0,183049	-0,283632

ELEKTROTLAR ARASI FARK GERILIMLERİ

	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
po	0,536308	0,296468	0,191770	0,128808	0,083784	0,047519	0,015424	-0,015424	-0,047519	-0,083784	-0,128808	-0,191769	-0,296468
p1	0,548910	0,314890	0,212881	0,149295	0,100691	0,058582	0,019247	-0,019306	-0,058634	-0,100743	-0,149355	-0,212941	-0,314929
p2	0,523947	0,278356	0,171050	0,108771	0,067307	0,036755	0,011691	-0,011683	-0,036739	-0,067288	-0,108762	-0,171041	-0,278303
p3	0,540916	0,293034	0,188585	0,128601	0,087676	0,056212	0,029648	0,005348	-0,018605	-0,044072	-0,073592	-0,112230	-0,176517
p4	0,570809	0,314124	0,203221	0,137624	0,091530	0,055062	0,023396	-0,006401	-0,036623	-0,069657	-0,108735	-0,159090	-0,229318
p5	0,540974	0,304218	0,200670	0,136859	0,089109	0,048602	0,011408	-0,024557	-0,061014	-0,100351	-0,146822	-0,209381	-0,311703
p6	0,536439	0,299428	0,195961	0,132803	0,086120	0,046731	0,010544	-0,024445	-0,060064	-0,099114	-0,146224	-0,210350	-0,314604
p7	0,525150	0,290875	0,188782	0,127494	0,083968	0,047905	0,009532	-0,022058	-0,053962	-0,090885	-0,137942	-0,206020	-0,325677
p8	0,535440	0,292330	0,185550	0,121876	0,077593	0,043451	0,014553	-0,012546	-0,040892	-0,073872	-0,116451	-0,178186	-0,283242
p9	0,536745	0,293967	0,187840	0,124770	0,080991	0,047377	0,018979	-0,007927	-0,036465	-0,069733	-0,112338	-0,173727	-0,278436
p10	0,547899	0,302206	0,194778	0,130055	0,083439	0,046931	0,021532	-0,008486	-0,040782	-0,076380	-0,119315	-0,177016	-0,266335
p11	0,526934	0,287802	0,182755	0,119093	0,073705	0,037792	0,006449	-0,024117	-0,057024	-0,095193	-0,142779	-0,208264	-0,314444
p12	0,523629	0,288609	0,185520	0,122771	0,077024	0,040776	0,015150	-0,015709	-0,049519	-0,087788	-0,135790	-0,204589	-0,324840
p13	0,535585	0,295570	0,190801	0,127876	0,083009	0,047006	0,015245	-0,015245	-0,047006	-0,083009	-0,127875	-0,190801	-0,295570
p14	0,536729	0,296546	0,191837	0,128978	0,084114	0,048046	0,016189	-0,014368	-0,046092	-0,081857	-0,126156	-0,188003	-0,291022
p15	0,538622	0,297829	0,192709	0,129512	0,084346	0,047991	0,015845	-0,015022	-0,047094	-0,083268	-0,128052	-0,190371	-0,292902

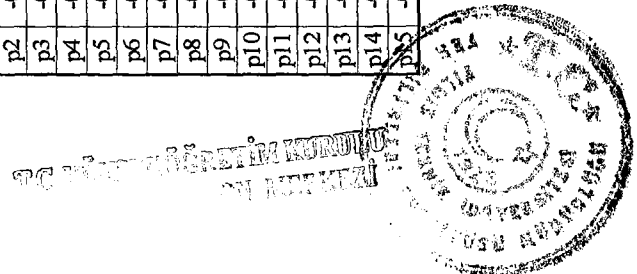


ELEKTROTLAR ARASI FARK GERILIMLERİ

	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
po	0,536313	0,296468	0,191770	0,128808	0,083784	0,047519	0,015424	-0,015424	-0,047519	-0,083784	-0,128808	-0,191770	-0,296468
p1	0,548884	0,314879	0,212891	0,149315	0,100710	0,058601	0,019274	-0,019274	-0,058601	-0,100710	-0,149315	-0,212891	-0,314879
p2	0,523834	0,278277	0,171015	0,108755	0,067290	0,036740	0,011684	-0,011684	-0,036740	-0,067290	-0,108755	-0,171015	-0,278277
p3	0,566441	0,317775	0,208187	0,142409	0,095818	0,058880	0,026924	-0,002832	-0,032412	-0,063613	-0,098334	-0,139524	-0,203770
p4	0,566369	0,316947	0,205962	0,138339	0,089517	0,049904	0,014652	-0,019361	-0,054795	-0,094678	-0,143294	-0,206494	-0,276859
p5	0,538369	0,300831	0,196772	0,132695	0,084945	0,044789	0,008332	-0,026651	-0,062129	-0,100688	-0,146653	-0,208960	-0,311282
p6	0,533064	0,295917	0,192661	0,129684	0,083000	0,043720	0,008100	-0,026057	-0,061053	-0,099910	-0,147171	-0,211508	-0,315762
p7	0,529311	0,292559	0,190388	0,130000	0,086491	0,044536	0,012646	-0,016410	-0,046891	-0,081684	-0,125496	-0,189069	-0,308709
p8	0,536520	0,292615	0,185131	0,121048	0,076765	0,042974	0,014628	-0,011819	-0,039438	-0,071658	-0,113571	-0,174912	-0,279967
p9	0,539828	0,296836	0,190197	0,126746	0,082966	0,049501	0,020964	-0,006344	-0,035180	-0,068424	-0,110727	-0,171809	-0,276519
p10	0,543766	0,300557	0,193090	0,127287	0,080652	0,050916	0,018604	-0,014244	-0,048131	-0,086036	-0,132440	-0,194930	-0,284268
p11	0,517340	0,278026	0,173377	0,110623	0,066475	0,031619	0,000648	-0,030137	-0,063456	-0,102046	-0,150045	-0,215823	-0,322002
p12	0,526782	0,288918	0,185085	0,122065	0,077676	0,049519	0,019071	-0,011817	-0,043670	-0,079446	-0,124016	-0,188222	-0,308456
p13	0,535578	0,295570	0,190801	0,127875	0,083009	0,047006	0,015245	-0,015245	-0,047006	-0,083009	-0,127875	-0,190801	-0,295570
p14	0,537323	0,297215	0,192371	0,129315	0,084236	0,047945	0,015855	-0,014949	-0,046935	-0,082974	-0,127515	-0,189450	-0,292467
p15	0,537685	0,297410	0,192414	0,129208	0,083970	0,047504	0,015207	-0,015858	-0,048202	-0,084773	-0,130182	-0,193490	-0,296031

ELEKTROTLAR ARASI FARK GERILIMLERİ

	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52
po	-0,296468	0,536311	0,296468	0,191769	0,128808	0,083784	0,047519	0,015424	-0,015424	-0,047519	-0,083784	-0,128808	-0,191770
p1	-0,314890	0,548913	0,314929	0,212941	0,149355	0,100743	0,058634	0,019306	-0,019247	-0,058582	-0,100691	-0,149295	-0,212881
p2	-0,278356	0,523818	0,278303	0,171041	0,108762	0,067288	0,036739	0,011683	-0,011691	-0,036755	-0,067307	-0,108771	-0,171050
p3	-0,231299	0,556712	0,311683	0,203266	0,137487	0,090250	0,052234	0,018846	-0,012664	-0,044224	-0,077181	-0,111905	-0,150522
p4	-0,235992	0,548107	0,304530	0,196936	0,131520	0,084250	0,045779	0,011368	-0,022080	-0,057276	-0,097348	-0,145972	-0,196431
p5	-0,307846	0,538402	0,300547	0,196488	0,132677	0,085466	0,046130	0,010652	-0,023417	-0,058244	-0,096493	-0,142458	-0,205017
p6	-0,311295	0,535501	0,298283	0,195027	0,131869	0,085000	0,045949	0,010952	-0,022589	-0,057242	-0,096029	-0,143289	-0,207416
p7	-0,312996	0,535228	0,297465	0,195295	0,134029	0,081509	0,044604	0,014124	-0,015203	-0,045826	-0,080550	-0,124359	-0,192412
p8	-0,280421	0,533450	0,289224	0,181740	0,118065	0,074505	0,041525	0,013906	-0,019399	-0,039079	-0,070999	-0,112911	-0,174646
p9	-0,278772	0,536785	0,293735	0,187095	0,124024	0,080815	0,047547	0,018712	-0,009027	-0,038117	-0,071388	-0,113690	-0,175078
p10	-0,324271	0,512412	0,293303	0,187834	0,123088	0,086414	0,050798	0,016908	-0,015622	-0,049340	-0,087309	-0,133716	-0,191445
p11	-0,324271	0,512412	0,272666	0,168174	0,106181	0,063005	0,028736	-0,002137	-0,033014	-0,066432	-0,105112	-0,153111	-0,218596
p12	-0,313596	0,530629	0,290725	0,185024	0,121751	0,086158	0,051877	0,019457	-0,011435	-0,043207	-0,078833	-0,123400	-0,192173
p13	-0,295570	0,535580	0,295570	0,190801	0,127875	0,083009	0,047006	0,015245	-0,015245	-0,047006	-0,083009	-0,127876	-0,190801
p14	-0,293824	0,536826	0,296860	0,192073	0,129030	0,083935	0,047608	0,015465	-0,015411	-0,047486	-0,083607	-0,128149	-0,189995
p15	-0,293066	0,536696	0,296720	0,191916	0,128844	0,083710	0,047326	0,015099	-0,015909	-0,048211	-0,084768	-0,130178	-0,192505

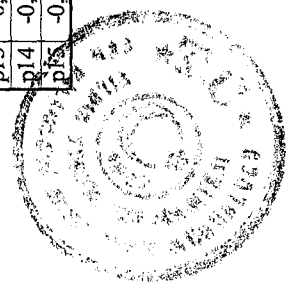


ELEKTROTLAR ARASI FARK GERILIMLERI

	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65
p0	-0,191770	-0,296468	0,536311	0,296468	0,191770	0,128808	0,083784	0,047519	0,015424	-0,015424	-0,047519	-0,083784	-0,128808
p1	-0,212931	-0,314940	0,548943	0,314940	0,212931	0,149335	0,100723	0,058614	0,019280	-0,019280	-0,058614	-0,100723	-0,149335
p2	-0,171076	-0,278382	0,523936	0,278382	0,171076	0,108778	0,067304	0,036754	0,011690	-0,011690	-0,036754	-0,067304	-0,108778
p3	-0,154463	-0,258939	0,547625	0,304609	0,197312	0,132118	0,085107	0,047049	0,013412	-0,018434	-0,049995	-0,081201	-0,110713
p4	-0,159562	-0,270613	0,541400	0,299631	0,193268	0,128754	0,082178	0,044249	0,010239	-0,022980	-0,058176	-0,098065	-0,137222
p5	-0,199890	-0,303437	0,540973	0,303437	0,199890	0,136711	0,090240	0,051681	0,016854	-0,016854	-0,051681	-0,090240	-0,136711
p6	-0,200917	-0,304383	0,541526	0,304383	0,200917	0,137290	0,090179	0,051321	0,016668	-0,016668	-0,051321	-0,090179	-0,137290
p7	-0,200603	-0,302665	0,539414	0,302665	0,200603	0,127175	0,080139	0,045349	0,014726	-0,014726	-0,045349	-0,080139	-0,127175
p8	-0,177440	-0,284220	0,528123	0,284220	0,177440	0,114743	0,072165	0,039945	0,012804	-0,012804	-0,039945	-0,072165	-0,114743
p9	-0,181086	-0,287214	0,530204	0,287214	0,181086	0,118895	0,076292	0,043049	0,013960	-0,013960	-0,043049	-0,076292	-0,118895
p10	-0,182252	-0,289714	0,532921	0,289714	0,182252	0,120076	0,078191	0,049911	0,016193	-0,016193	-0,049911	-0,078191	-0,120076
p11	-0,218486	-0,323531	0,509948	0,269652	0,165338	0,104081	0,061557	0,027533	-0,003320	-0,034208	-0,067626	-0,106217	-0,153804
p12	-0,201520	-0,304577	0,529990	0,287975	0,181523	0,130800	0,088789	0,051941	0,019436	-0,011455	-0,043228	-0,079001	-0,126981
p13	-0,190801	-0,295570	0,535575	0,295570	0,190801	0,127875	0,083009	0,047006	0,015245	-0,015245	-0,047006	-0,083009	-0,127875
p14	-0,190212	-0,294922	0,536462	0,296577	0,191835	0,128818	0,083735	0,047410	0,015259	-0,015630	-0,047704	-0,083743	-0,128041
p15	-0,189789	-0,294917	0,536333	0,296460	0,191725	0,128707	0,083616	0,047268	0,015069	-0,015920	-0,048223	-0,084794	-0,129585

ELEKTROTLAR ARASI FARK GERILIMLERI

	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78
p0	-0,128808	-0,191769	-0,296468	0,536308	0,296468	0,191770	0,128808	0,083784	0,047519	0,015424	-0,015424	-0,047519	-0,083784
p1	-0,149355	-0,212941	-0,314929	0,548910	0,314890	0,212881	0,149295	0,100691	0,058582	0,019247	-0,019306	-0,058634	-0,100743
p2	-0,108762	-0,171041	-0,278303	0,523947	0,278356	0,171050	0,108771	0,067307	0,036755	0,011691	-0,011683	-0,036739	-0,067288
p3	-0,106024	-0,166021	-0,275621	0,542076	0,300011	0,193312	0,128471	0,081630	0,043607	0,009971	-0,021542	-0,051127	-0,076591
p4	-0,108226	-0,173918	-0,284905	0,538511	0,297422	0,191545	0,127390	0,081071	0,043290	0,009280	-0,024168	-0,059606	-0,092703
p5	-0,132677	-0,196488	-0,300547	0,544602	0,307846	0,205017	0,142458	0,096493	0,058244	0,023417	-0,010652	-0,046130	-0,085466
p6	-0,131869	-0,195027	-0,298283	0,548304	0,311295	0,207416	0,143289	0,096029	0,057242	0,022589	-0,010952	-0,045949	-0,085000
p7	-0,134029	-0,195295	-0,297465	0,547217	0,312996	0,192412	0,124359	0,080550	0,045826	0,015203	-0,014124	-0,044604	-0,081509
p8	-0,118065	-0,181740	-0,289224	0,523532	0,280421	0,174646	0,112911	0,070999	0,039079	0,011939	-0,013906	-0,041525	-0,074505
p9	-0,124024	-0,187095	-0,293735	0,523180	0,280401	0,175078	0,113690	0,071388	0,038117	0,009027	-0,018712	-0,047547	-0,080815
p10	-0,123088	-0,187834	-0,295303	0,524524	0,278772	0,191445	0,133716	0,087309	0,049340	0,015622	-0,016908	-0,050798	-0,086414
p11	-0,152563	-0,216224	-0,320871	0,508815	0,268072	0,164125	0,103483	0,061280	0,027319	-0,003534	-0,034411	-0,067730	-0,105899
p12	-0,135649	-0,198376	-0,302208	0,523294	0,278307	0,191557	0,134562	0,088985	0,051979	0,019473	-0,011418	-0,043269	-0,081521
p13	-0,127875	-0,190801	-0,295570	0,535585	0,295570	0,190801	0,127876	0,083009	0,047006	0,015245	-0,015245	-0,047006	-0,083009
p14	-0,127831	-0,190691	-0,295535	0,536269	0,296410	0,191691	0,128688	0,083613	0,047291	0,015140	-0,015736	-0,047723	-0,083488
p15	-0,127466	-0,190668	-0,295663	0,536189	0,296344	0,191637	0,128640	0,083564	0,047225	0,015027	-0,015981	-0,048325	-0,084504

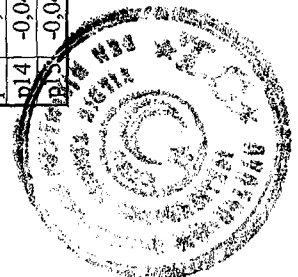


ELEKTROTLAR ARASI FARK GERILIMLERI

	79	80	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91
p0	-0,083784	-0,128808	-0,191770	-0,296468	0,536313	0,296468	0,191770	0,128808	0,083784	0,047519	0,015424	-0,015424	-0,047519
p1	-0,100710	-0,149315	-0,212891	-0,314879	0,548884	0,314879	0,212891	0,149315	0,100710	0,058601	0,019274	-0,019274	-0,058601
p2	-0,067290	-0,108755	-0,171015	-0,278277	0,523834	0,278277	0,171015	0,108755	0,067290	0,036740	0,011684	-0,011684	-0,036740
p3	-0,069122	-0,110055	-0,175841	-0,284260	0,538612	0,296963	0,190513	0,125782	0,078942	0,040883	0,007493	-0,022269	-0,046222
p4	-0,068866	-0,115031	-0,182656	-0,290249	0,536989	0,296166	0,190469	0,126412	0,080093	0,042163	0,007752	-0,026264	-0,056540
p5	-0,084945	-0,132695	-0,196772	-0,300831	0,547253	0,311282	0,208960	0,146653	0,100688	0,062129	0,026651	-0,008332	-0,044789
p6	-0,083000	-0,129684	-0,192661	-0,295917	0,552730	0,315762	0,211508	0,147171	0,099910	0,061053	0,026057	-0,008100	-0,043720
p7	-0,086491	-0,130000	-0,190388	-0,292559	0,574088	0,308709	0,189069	0,125496	0,081684	0,046891	0,016410	-0,012646	-0,044536
p8	-0,076765	-0,121048	-0,185131	-0,292615	0,522271	0,279967	0,174912	0,113571	0,071658	0,039438	0,011819	-0,014628	-0,042974
p9	-0,082966	-0,126746	-0,190197	-0,296836	0,519003	0,276519	0,171809	0,110727	0,068424	0,035180	0,006344	-0,020964	-0,049501
p10	-0,080652	-0,127287	-0,193090	-0,300557	0,495877	0,284268	0,194930	0,132440	0,086036	0,048131	0,014244	-0,018604	-0,050916
p11	-0,102531	-0,147918	-0,210671	-0,315160	0,510417	0,269459	0,165865	0,105467	0,063264	0,029240	-0,001634	-0,032420	-0,065328
p12	-0,089911	-0,135640	-0,198659	-0,304359	0,495544	0,284419	0,195703	0,133922	0,088348	0,051502	0,019083	-0,011803	-0,045597
p13	-0,083009	-0,127875	-0,190801	-0,295570	0,535578	0,295570	0,190801	0,127875	0,083009	0,047006	0,015245	-0,015245	-0,047006
p14	-0,083141	-0,128006	-0,191062	-0,295849	0,536139	0,296302	0,191593	0,128595	0,083520	0,047195	0,015052	-0,015752	-0,047476
p15	-0,082772	-0,127942	-0,191148	-0,295953	0,536100	0,296277	0,191580	0,128589	0,083513	0,047165	0,014938	-0,016128	-0,048203

ELEKTROTLAR ARASI FARK GERILIMLERI

	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104
p0	-0,047519	-0,083784	-0,128808	-0,191770	-0,296468	0,536311	0,296468	0,191769	0,128808	0,083784	0,047519	0,015424	-0,015424
p1	-0,058582	-0,100691	-0,149295	-0,212881	-0,314890	0,548913	0,314929	0,212941	0,149355	0,100743	0,058634	0,019306	-0,019247
p2	-0,036755	-0,067307	-0,108771	-0,171050	-0,278356	0,523818	0,278303	0,171041	0,108762	0,067288	0,036739	0,011683	-0,011691
p3	-0,037927	-0,069395	-0,115993	-0,181774	-0,289071	0,536092	0,294566	0,188115	0,123275	0,076263	0,038245	0,006284	-0,018018
p4	-0,035627	-0,072154	-0,120978	-0,186394	-0,292757	0,535953	0,295207	0,189510	0,125355	0,078780	0,040308	0,005054	-0,024795
p5	-0,048602	-0,089109	-0,136859	-0,200670	-0,304218	0,547340	0,311703	0,209381	0,146822	0,100351	0,061014	0,024557	-0,011408
p6	-0,046731	-0,086120	-0,132803	-0,195961	-0,299428	0,551583	0,314604	0,210350	0,146224	0,099114	0,060064	0,024445	-0,010544
p7	-0,047905	-0,083968	-0,127494	-0,188782	-0,290875	0,618531	0,325677	0,206020	0,137942	0,090885	0,053962	0,022058	-0,009532
p8	-0,043451	-0,077593	-0,121876	-0,185550	-0,292330	0,525197	0,283242	0,178186	0,116451	0,073872	0,040892	0,012546	-0,014553
p9	-0,047377	-0,080991	-0,124770	-0,187840	-0,293967	0,520772	0,278436	0,173727	0,112338	0,069733	0,036465	0,007927	-0,018979
p10	-0,046931	-0,083439	-0,130055	-0,194778	-0,302206	0,451038	0,266335	0,177016	0,119315	0,076380	0,040782	0,008486	-0,021532
p11	-0,058100	-0,094014	-0,138162	-0,200154	-0,304467	0,517581	0,276582	0,172988	0,112345	0,069822	0,035552	0,004580	-0,025987
p12	-0,054154	-0,090370	-0,134742	-0,197992	-0,304411	0,451206	0,267046	0,178349	0,121382	0,079393	0,045130	0,014698	-0,016132
p13	-0,047006	-0,083009	-0,127876	-0,190801	-0,295570	0,535580	0,295570	0,190801	0,127875	0,083009	0,047006	0,015245	-0,015245
p14	-0,047089	-0,083157	-0,128237	-0,191281	-0,296023	0,536053	0,296218	0,191509	0,128506	0,083424	0,047097	0,015007	-0,015551
p15	-0,046688	-0,083047	-0,128285	-0,191356	-0,296091	0,536046	0,296225	0,191528	0,128531	0,083440	0,047056	0,014760	-0,016111



ELEKTROTTLAR ARASI FARK GERILIMLERİ

	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117
po	-0,015424	-0,047519	-0,083784	-0,128808	-0,191770	-0,296468	0,536311	0,296468	0,191770	0,128808	0,083784	0,047519	0,015424
pl	-0,019280	-0,058614	-0,100723	-0,149335	-0,212931	-0,314940	0,548943	0,314940	0,212931	0,149335	0,100723	0,058614	0,019280
p2	-0,011690	-0,036754	-0,067304	-0,108778	-0,171076	-0,278382	0,523936	0,278382	0,171076	0,108778	0,067304	0,036754	0,011690
p3	-0,009515	-0,036082	-0,073025	-0,120264	-0,185459	-0,292158	0,533804	0,292158	0,185459	0,120264	0,073025	0,036082	0,009515
p4	-0,005195	-0,036914	-0,076529	-0,123799	-0,188312	-0,294189	0,535010	0,294189	0,188312	0,123799	0,076529	0,036914	0,005195
p5	-0,018197	-0,055390	-0,095546	-0,142756	-0,205935	-0,308763	0,544732	0,308763	0,205935	0,142756	0,095546	0,055390	0,018197
p6	-0,017708	-0,053895	-0,093174	-0,140042	-0,203669	-0,307548	0,544516	0,307548	0,203669	0,140042	0,093174	0,053895	0,017708
p7	-0,021869	-0,060195	-0,102116	-0,154595	-0,227968	-0,348466	0,613718	0,348466	0,227968	0,154595	0,102116	0,060195	0,021869
p8	-0,013692	-0,042591	-0,076381	-0,119943	-0,182640	-0,288414	0,530715	0,288414	0,182640	0,119943	0,076381	0,042591	0,013692
p9	-0,013378	-0,041777	-0,075243	-0,118453	-0,180644	-0,285966	0,528447	0,285966	0,180644	0,118453	0,075243	0,041777	0,013378
p10	-0,009749	-0,035192	-0,064966	-0,101684	-0,153219	-0,240638	0,523386	0,240638	0,153219	0,101684	0,064966	0,035192	0,009749
p11	-0,015212	-0,046557	-0,081413	-0,124589	-0,185846	-0,289792	0,530746	0,289792	0,185846	0,124589	0,081413	0,046557	0,015212
p12	-0,014611	-0,040258	-0,068448	-0,104084	-0,154867	-0,241708	0,525270	0,241708	0,154867	0,104084	0,068448	0,040258	0,014611
p13	-0,015245	-0,047006	-0,083009	-0,127875	-0,190801	-0,295570	0,535575	0,295570	0,190801	0,127875	0,083009	0,047006	0,015245
p14	-0,015154	-0,047011	-0,083302	-0,128397	-0,191415	-0,296133	0,535967	0,296133	0,191415	0,128397	0,083302	0,047011	0,015154
p15	-0,014693	-0,046843	-0,083310	-0,128444	-0,191462	-0,296170	0,535989	0,296170	0,191462	0,128444	0,083310	0,046843	0,014693

ELEKTROTTLAR ARASI FARK GERILIMLERİ

	118	119	120	121	122	123	124	125	126	127	128	129	130
po	0,015424	-0,015424	-0,047519	-0,083784	-0,128808	-0,191769	-0,296468	0,536308	0,296468	0,191770	0,128808	0,083784	0,047519
pl	0,019247	-0,019306	-0,058634	-0,100743	-0,149355	-0,212941	-0,314929	0,548910	0,314890	0,212881	0,149295	0,100691	0,058582
p2	0,011691	-0,011683	-0,036739	-0,067288	-0,108762	-0,171041	-0,278303	0,523947	0,278356	0,171050	0,108771	0,067307	0,036755
p3	0,018018	-0,006284	-0,038245	-0,076263	-0,123275	-0,188115	-0,294566	0,531136	0,289071	0,181774	0,115993	0,069395	0,037927
p4	0,024795	-0,005054	-0,040308	-0,078780	-0,125355	-0,189510	-0,295207	0,533846	0,292757	0,186394	0,120978	0,072154	0,035627
p5	0,011408	-0,024557	-0,061014	-0,100351	-0,146822	-0,209381	-0,311703	0,540974	0,304218	0,200670	0,136859	0,089109	0,048602
p6	0,010544	-0,024445	-0,060064	-0,099114	-0,146224	-0,210350	-0,314604	0,536439	0,299428	0,195961	0,132803	0,086120	0,046731
p7	0,009532	-0,022058	-0,053962	-0,090885	-0,137942	-0,206020	-0,325677	0,525150	0,290875	0,188782	0,127494	0,083968	0,047905
p8	0,014553	-0,012546	-0,040892	-0,073872	-0,116451	-0,178186	-0,283242	0,535440	0,292330	0,185550	0,121876	0,077593	0,043451
p9	0,018979	-0,007927	-0,036465	-0,069733	-0,112338	-0,173727	-0,278436	0,536745	0,293967	0,187840	0,124770	0,080991	0,047377
p10	0,021532	-0,008486	-0,040782	-0,076380	-0,119315	-0,177016	-0,266335	0,547899	0,302206	0,194778	0,130055	0,083439	0,046931
p11	0,025987	-0,004580	-0,035552	-0,069822	-0,112345	-0,172988	-0,276582	0,545208	0,304467	0,200154	0,138162	0,094014	0,058100
p12	0,016132	-0,014698	-0,045130	-0,079393	-0,121382	-0,178349	-0,267046	0,549340	0,304411	0,197992	0,134742	0,090370	0,054154
p13	0,015245	-0,015245	-0,047006	-0,083009	-0,127875	-0,190801	-0,295570	0,535585	0,295570	0,190801	0,127876	0,083009	0,047006
p14	0,015551	-0,015007	-0,047097	-0,083424	-0,128506	-0,191509	-0,296218	0,535882	0,296023	0,191281	0,128237	0,083157	0,047089
p15	0,016111	-0,014760	-0,047056	-0,083440	-0,128531	-0,191528	-0,296225	0,535936	0,296091	0,191356	0,128285	0,083047	0,046688

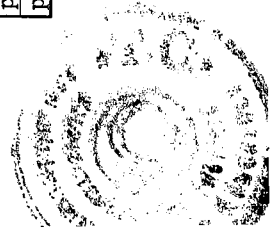


ELEKTROTLAR ARASI FARK GERILIMLERI

	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140	141	142	143
p0	0,047519	0,015424	-0,015424	-0,047519	-0,083784	-0,128808	-0,191770	-0,296468	0,536313	0,296468	0,191770	0,128808	0,083784
p1	0,058601	0,019274	-0,019274	-0,058601	-0,100710	-0,149315	-0,212891	-0,314879	0,548884	0,314879	0,212891	0,149315	0,100710
p2	0,036740	0,011684	-0,011684	-0,036740	-0,067290	-0,108755	-0,171015	-0,278277	0,523834	0,278277	0,171015	0,108755	0,067290
p3	0,046222	0,022269	-0,007493	-0,040883	-0,078942	-0,125782	-0,190513	-0,296963	0,527279	0,284260	0,175841	0,110055	0,069122
p4	0,056540	0,026264	-0,007752	-0,042163	-0,080093	-0,126412	-0,190469	-0,296166	0,532020	0,290249	0,182656	0,115031	0,068866
p5	0,044789	0,008332	-0,026651	-0,062129	-0,100688	-0,146653	-0,208960	-0,311282	0,533369	0,300831	0,196772	0,132695	0,084945
p6	0,043720	0,008100	-0,026057	-0,061053	-0,099910	-0,147171	-0,211508	-0,315762	0,533064	0,295917	0,192661	0,129684	0,083000
p7	0,044536	0,012646	-0,016410	-0,046891	-0,081684	-0,125496	-0,189069	-0,308709	0,529311	0,292559	0,190388	0,130000	0,086491
p8	0,042974	0,014628	-0,011819	-0,039438	-0,071658	-0,113571	-0,174912	-0,279967	0,536520	0,292615	0,185131	0,121048	0,076765
p9	0,049501	0,020964	-0,006344	-0,035180	-0,068424	-0,110727	-0,171809	-0,276519	0,539828	0,296836	0,190197	0,126746	0,082966
p10	0,050916	0,018604	-0,014244	-0,048131	-0,086036	-0,132440	-0,194930	-0,284268	0,543766	0,300557	0,193090	0,127287	0,080652
p11	0,065328	0,032420	0,001634	-0,029240	-0,063264	-0,105467	-0,165865	-0,269459	0,555457	0,315160	0,210671	0,147918	0,102531
p12	0,045597	0,011803	-0,019083	-0,051502	-0,088348	-0,133922	-0,195703	-0,284419	0,546375	0,304359	0,198659	0,135640	0,089911
p13	0,047006	0,015245	-0,015245	-0,047006	-0,083009	-0,127875	-0,190801	-0,295570	0,535578	0,295570	0,190801	0,127875	0,083009
p14	0,047476	0,015752	-0,015052	-0,047195	-0,083520	-0,128595	-0,191593	-0,296302	0,535737	0,295849	0,191062	0,128006	0,083141
p15	0,048203	0,016128	-0,014938	-0,047165	-0,083513	-0,128589	-0,191580	-0,296277	0,535828	0,295953	0,191148	0,127942	0,082772

ELEKTROTLAR ARASI FARK GERILIMLERI

	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156
p0	0,083784	0,047519	0,015424	-0,015424	-0,047519	-0,083784	-0,128808	-0,191770	-0,296468	0,536311	0,296468	0,191769	0,128808
p1	0,100743	0,058634	0,019306	-0,019247	-0,058582	-0,100691	-0,149295	-0,212881	-0,314890	0,548913	0,314929	0,212941	0,149355
p2	0,067288	0,036739	0,011683	-0,011691	-0,036755	-0,067307	-0,108771	-0,171050	-0,278356	0,523818	0,278303	0,171041	0,108762
p3	0,076591	0,051127	0,021542	-0,009971	-0,043607	-0,081630	-0,128471	-0,193312	-0,300011	0,520652	0,275621	0,166021	0,106024
p4	0,092703	0,059606	0,024168	-0,009280	-0,043290	-0,081071	-0,127390	-0,191545	-0,297422	0,528481	0,284905	0,173918	0,108226
p5	0,085466	0,046130	0,010652	-0,023417	-0,058244	-0,096493	-0,142458	-0,205017	-0,307846	0,538402	0,300547	0,196488	0,132677
p6	0,085000	0,045949	0,010952	-0,022589	-0,057242	-0,096029	-0,143289	-0,207416	-0,311295	0,535501	0,298283	0,195027	0,131869
p7	0,081509	0,044604	0,014124	-0,015203	-0,045826	-0,080550	-0,124359	-0,192412	-0,312996	0,535228	0,297465	0,195295	0,134029
p8	0,074505	0,041525	0,013906	-0,011939	-0,039079	-0,070999	-0,112911	-0,174646	-0,280421	0,533450	0,289224	0,181740	0,118065
p9	0,080815	0,047547	0,018712	-0,009027	-0,038117	-0,071388	-0,113690	-0,175078	-0,280401	0,536785	0,293735	0,187095	0,124024
p10	0,086414	0,050798	0,016908	-0,015622	-0,049340	-0,087309	-0,133716	-0,191445	-0,278772	0,537426	0,295303	0,187834	0,123088
p11	0,105899	0,067730	0,034411	0,003534	-0,027319	-0,061280	-0,103483	-0,164125	-0,268072	0,560616	0,320871	0,216224	0,152563
p12	0,081521	0,043269	0,011418	-0,019473	-0,051979	-0,088985	-0,134562	-0,191557	-0,278307	0,542112	0,302208	0,198376	0,135649
p13	0,083009	0,047006	0,015245	-0,015245	-0,047006	-0,083009	-0,127876	-0,190801	-0,295570	0,535580	0,295570	0,190801	0,127875
p14	0,083488	0,047723	0,015736	-0,015140	-0,047291	-0,083613	-0,128688	-0,191691	-0,296410	0,535501	0,295535	0,190691	0,127831
p15	0,084504	0,048325	0,015981	-0,015027	-0,047225	-0,083564	-0,128640	-0,191637	-0,296344	0,535639	0,295663	0,190668	0,127466



ELEKTROTLAR ARASI FARK GERILIMLERI														
	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168	169	
po	0,128808	0,083784	0,047519	0,015424	-0,015424	-0,047519	-0,083784	-0,128808	-0,191770	-0,296468	0,536311	0,296468	0,191770	
p1	0,149335	0,100723	0,058614	0,019280	-0,019280	-0,058614	-0,100723	-0,149335	-0,212931	-0,314940	0,548943	0,314940	0,212931	
p2	0,108778	0,067304	0,036754	0,011690	-0,011690	-0,036754	-0,067304	-0,108778	-0,171076	-0,278382	0,523936	0,278382	0,171076	
p3	0,110713	0,081201	0,049995	0,018434	-0,013412	-0,047049	-0,085107	-0,132118	-0,197312	-0,304609	0,507619	0,258939	0,154463	
p4	0,137222	0,098065	0,058176	0,022980	-0,010239	-0,044249	-0,082178	-0,128754	-0,193268	-0,299631	0,520036	0,270613	0,159562	
p5	0,136711	0,090240	0,051681	0,016854	-0,016854	-0,051681	-0,090240	-0,136711	-0,199890	-0,303437	0,540973	0,303437	0,199890	
p6	0,137290	0,090179	0,051321	0,016668	-0,016668	-0,051321	-0,090179	-0,137290	-0,200917	-0,304383	0,541526	0,304383	0,200917	
p7	0,127175	0,080139	0,045349	0,014726	-0,014726	-0,045349	-0,080139	-0,127175	-0,200603	-0,302665	0,539414	0,302665	0,200603	
p8	0,114743	0,072165	0,039945	0,012804	-0,012804	-0,039945	-0,072165	-0,114743	-0,177440	-0,284220	0,528123	0,284220	0,177440	
p9	0,118895	0,076292	0,043049	0,013960	-0,013960	-0,043049	-0,076292	-0,118895	-0,181086	-0,287214	0,530204	0,287214	0,181086	
p10	0,130776	0,087819	0,049911	0,016193	-0,016193	-0,049911	-0,087819	-0,130776	-0,182252	-0,289714	0,532921	0,289714	0,182252	
p11	0,153804	0,106217	0,067626	0,034208	0,003320	-0,027533	-0,061557	-0,104081	-0,165338	-0,269652	0,562842	0,323531	0,218486	
p12	0,126981	0,079001	0,043228	0,011455	-0,019436	-0,051941	-0,088789	-0,130800	-0,181523	-0,287975	0,542438	0,304577	0,201520	
p13	0,127875	0,083009	0,047006	0,015245	-0,015245	-0,047006	-0,083009	-0,127875	-0,190801	-0,295570	0,535575	0,295570	0,190801	
p14	0,128041	0,083743	0,047704	0,015630	-0,015259	-0,047410	-0,083735	-0,128818	-0,191835	-0,296577	0,535027	0,294922	0,190212	
p15	0,129585	0,084794	0,048223	0,015920	-0,015069	-0,047268	-0,083616	-0,128707	-0,191725	-0,296460	0,535189	0,294917	0,189789	
ELEKTROTLAR ARASI FARK GERILIMLERI														
	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182	
po	0,191770	0,128808	0,083784	0,047519	0,015424	-0,015424	-0,047519	-0,083784	-0,128808	-0,191769	-0,296468	0,536308	0,296468	
p1	0,212881	0,149295	0,100691	0,058582	0,019247	-0,019306	-0,058634	-0,100743	-0,149355	-0,212941	-0,314929	0,548910	0,314890	
p2	0,171050	0,108771	0,067307	0,036755	0,011691	-0,011683	-0,036739	-0,067288	-0,108762	-0,171041	-0,278303	0,523947	0,278356	
p3	0,150522	0,111905	0,077181	0,044224	0,012664	-0,018846	-0,052234	-0,090250	-0,137487	-0,203266	-0,311683	0,479247	0,231299	
p4	0,196431	0,145972	0,097348	0,057276	0,022080	-0,011368	-0,045779	-0,084250	-0,131520	-0,196936	-0,304530	0,492973	0,235992	
p5	0,205017	0,142458	0,096493	0,058244	0,023417	-0,010652	-0,046130	-0,085466	-0,132677	-0,196488	-0,300547	0,544602	0,307846	
p6	0,207416	0,143289	0,096029	0,057242	0,022589	-0,010952	-0,045949	-0,085000	-0,131869	-0,195027	-0,298283	0,548304	0,311295	
p7	0,192412	0,124359	0,080550	0,045826	0,015203	-0,014124	-0,044604	-0,081509	-0,134029	-0,195295	-0,297465	0,547217	0,312996	
p8	0,174646	0,112911	0,070999	0,039079	0,011939	-0,013906	-0,041525	-0,074505	-0,118065	-0,181740	-0,289224	0,523532	0,280421	
p9	0,175078	0,113690	0,071388	0,038117	0,009027	-0,018712	-0,047547	-0,080815	-0,124024	-0,187095	-0,293735	0,523180	0,280401	
p10	0,191445	0,133716	0,087309	0,049340	0,015622	-0,016908	-0,050798	-0,086414	-0,123088	-0,187834	-0,295303	0,524524	0,278772	
p11	0,218596	0,153111	0,105112	0,066432	0,033014	0,002137	-0,028736	-0,063005	-0,106181	-0,168174	-0,272666	0,563402	0,324271	
p12	0,192173	0,123400	0,078833	0,043207	0,011435	-0,019457	-0,051877	-0,086158	-0,121751	-0,185024	-0,290725	0,548561	0,313596	
p13	0,190801	0,127876	0,083009	0,047006	0,015245	-0,015245	-0,047006	-0,083009	-0,127875	-0,190801	-0,295570	0,535585	0,295570	
p14	0,189995	0,128149	0,083607	0,047486	0,015411	-0,015465	-0,047608	-0,083935	-0,129030	-0,192073	-0,296860	0,534010	0,293824	
p15	0,192505	0,130178	0,084768	0,048211	0,015909	-0,015099	-0,047326	-0,083710	-0,128844	-0,191916	-0,296720	0,533871	0,293066	



ELEKTROTLAR ARASI FARK GERILIMLERİ

	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195
po	0,296468	0,191770	0,128808	0,083784	0,047519	0,015424	-0,015424	-0,047519	-0,083784	-0,128808	-0,191770	-0,296468	0,536313
p1	0,314879	0,212891	0,149315	0,100710	0,058601	0,019274	-0,019274	-0,058601	-0,100710	-0,149315	-0,212891	-0,314879	0,548884
p2	0,278277	0,171015	0,108755	0,067290	0,036740	0,011684	-0,011684	-0,036740	-0,067290	-0,108755	-0,171015	-0,278277	0,523834
p3	0,203770	0,139524	0,098334	0,063613	0,032412	0,002832	-0,026924	-0,058880	-0,095818	-0,142409	-0,208187	-0,317775	0,421596
p4	0,276859	0,206494	0,143294	0,094678	0,054795	0,019361	-0,014652	-0,049904	-0,089517	-0,138339	-0,205962	-0,316947	0,384612
p5	0,311282	0,208960	0,146653	0,100688	0,062129	0,026651	-0,008332	-0,044789	-0,084945	-0,132695	-0,196772	-0,300831	0,547253
p6	0,315762	0,211508	0,147171	0,099910	0,061053	0,026057	-0,008100	-0,043720	-0,083000	-0,129684	-0,192661	-0,295917	0,552730
p7	0,308709	0,189069	0,125496	0,081684	0,046891	0,016410	-0,012646	-0,044536	-0,086491	-0,130000	-0,190388	-0,292559	0,574088
p8	0,279967	0,174912	0,113571	0,071658	0,039438	0,011819	-0,014628	-0,042974	-0,076765	-0,121048	-0,185131	-0,292615	0,522271
p9	0,276519	0,171809	0,110727	0,068424	0,035180	0,006344	-0,020964	-0,049501	-0,082966	-0,126746	-0,190197	-0,296836	0,519003
p10	0,284268	0,194930	0,132440	0,086036	0,048131	0,014244	-0,018604	-0,050916	-0,080652	-0,127287	-0,193090	-0,300557	0,495877
p11	0,322002	0,215823	0,150045	0,102046	0,063456	0,030137	-0,000648	-0,031619	-0,066475	-0,110623	-0,173377	-0,278026	0,561201
p12	0,308456	0,188222	0,124016	0,079446	0,043670	0,011817	-0,019071	-0,049519	-0,077676	-0,122065	-0,185085	-0,288918	0,574523
p13	0,295570	0,190801	0,127875	0,083009	0,047006	0,015245	-0,015245	-0,047006	-0,083009	-0,127875	-0,190801	-0,295570	0,535578
p14	0,292467	0,189450	0,127515	0,082974	0,046935	0,014949	-0,015855	-0,047945	-0,084236	-0,129315	-0,192371	-0,297215	0,531830
p15	0,296031	0,193490	0,130182	0,084773	0,048202	0,015858	-0,015207	-0,047504	-0,083970	-0,129208	-0,192414	-0,297410	0,529096

ELEKTROTLAR ARASI FARK GERILIMLERİ

	196	197	198	199	200	201	202	203	204	205	206	207	208
po	0,536311	0,296468	0,191769	0,128808	0,083784	0,047519	0,015424	-0,015424	-0,047519	-0,083784	-0,128808	-0,191770	-0,296468
p1	0,548913	0,314929	0,212941	0,149355	0,100743	0,058634	0,019306	-0,019247	-0,058582	-0,100691	-0,149295	-0,212881	-0,314890
p2	0,523818	0,278303	0,171041	0,108762	0,067288	0,036739	0,011683	-0,011691	-0,036755	-0,067307	-0,108771	-0,171050	-0,278356
p3	0,365790	0,176517	0,112230	0,073592	0,044072	0,018605	-0,005348	-0,029648	-0,056212	-0,087676	-0,128601	-0,188585	-0,293034
p4	0,321151	0,229318	0,159090	0,108735	0,069657	0,036623	0,006401	-0,023396	-0,055062	-0,091530	-0,137624	-0,203221	-0,314124
p5	0,547340	0,311703	0,209381	0,146822	0,100351	0,061014	0,024557	-0,011408	-0,048602	-0,089109	-0,136859	-0,200670	-0,304218
p6	0,551583	0,314604	0,210350	0,146224	0,099114	0,060064	0,024445	-0,010544	-0,046731	-0,086120	-0,132803	-0,195961	-0,299428
p7	0,618531	0,325677	0,206020	0,137942	0,090885	0,053962	0,022058	-0,009532	-0,047905	-0,083968	-0,127494	-0,188782	-0,290875
p8	0,525197	0,283242	0,178186	0,116451	0,073872	0,040892	0,012546	-0,014553	-0,043451	-0,077593	-0,121876	-0,185550	-0,292330
p9	0,520772	0,278436	0,173727	0,112338	0,069733	0,036465	0,007927	-0,018979	-0,047377	-0,080991	-0,124770	-0,187840	-0,293967
p10	0,451038	0,266335	0,177016	0,119315	0,076380	0,040782	0,008486	-0,021532	-0,046931	-0,083439	-0,130055	-0,194778	-0,302206
p11	0,553717	0,314444	0,208264	0,142779	0,095193	0,057024	0,024117	-0,006449	-0,037792	-0,073705	-0,119093	-0,182755	-0,287802
p12	0,618248	0,324840	0,204589	0,135790	0,087788	0,049519	0,015709	-0,015150	-0,040776	-0,077024	-0,122771	-0,185520	-0,288609
p13	0,555580	0,295570	0,190801	0,127875	0,083009	0,047006	0,015245	-0,015245	-0,047006	-0,083009	-0,127876	-0,190801	-0,295570
p14	0,529463	0,291022	0,188003	0,126156	0,081857	0,046092	0,014368	-0,016189	-0,048046	-0,084114	-0,128978	-0,191837	-0,296546
p15	0,522983	0,292902	0,190371	0,128052	0,083268	0,047094	0,015022	-0,015845	-0,047991	-0,084346	-0,129512	-0,192709	-0,297829

ÖZGEÇMİŞ

Beyhan YILDIZ KILIÇ

Elektrik Yüksek Mühendisi

Doğum tarihi ve yeri

01.01.1964, Yerköy

1981-1985

Yıldız Teknik Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Fakültesi
Elektrik Mühendisliği Bölümü

1978-1981

Antalya Lisesi

1987-1997

Araştırma Görevlisi
Yıldız Teknik Üniversitesi
Elektrik-Elektronik Fakültesi
Elektrik Mühendisliği Bölümü
Kontrol ve Kumanda Anabilim Dalı

Yabancı Dil

İngilizce

TC. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
YERKÖY MERKEZİ



