

Y.T.Ü. Elektrik Fakültesi

Elektrik güç Sistemlerinde
Lagrange Çarpantı Yöntemi

Çelik Aktaş

Doktora Tezi

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ ELEKTRİK FAKÜLTESİ

**ELEKTRİK GÜÇ SİSTEMLERİNDE
LAGRANGE ÇARPANLARI YÖNTEMİ İLE
AKTİF VE REAKTİF GÜÇ OPTİMİZASYONU VE MİNİMUM
ÜRETİM MALİYETİ HESABI**

Çelik AKTAŞ

(Doktora Tezi)

DOKTORA JÜRİSİ :

Prof. : Adnan ERGENELİ (Tez Yöneticisi)
Prof. : Rüçhan YARASA (Üye)
Prof. : Kemâl HALICI (Üye)

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
GENEL KİTAPLIĞI

Kot : R 152
Alındığı Yer : Fen Bil. Ens. 43
Tarih : 13.4.1987
Fatura :
Fiatı : 1200 TL
Ayniyat No : 1/1
Kayıt No : 44788
UDC : 621.3
Ek : 378.242



Bu alışmamı, Türk Elektrik M-
hendisliđinin kendilerine çok
şey borçlu olduğu Büyük Hocamız
Sayın Prof.Adnan Ergeneli'ye
armađan ediyorum.

elik Aktaş

TESEKKÜR

Bu çalışmanın hazırlanmasında kaynak imkânlarından ziyadesi ile faydalanmamı sağlayan İ.T.Ü Elektrik Fakültesi Kütüphanesi sayın personeline ve İ.D.M.M.A. Elektrik Fakültesi Hesap Bilimleri Kürsüsü sayın Üyelerine teşekkürler ederim.

Çelik Aktaş

İÇİNDEKİLER

	<u>SAYFA</u>
ÖZET	iv
SUMMARY	vii
KULLANILAN SEMBOLLER	ix
 I- GİRİŞ	 1
1.1. ENERJİ SORUNU	1
1.2. ENERJİ OPTİMİZASYONU	6
 II- OPTİMİZASYONUN TEMELLERİ	 10
2.1. ARTIMSAL MALİYET	11
2.2. LAGRANGE ÇARPANLARI YÖNTEMİ İLE BAĞIMLI MAKSİMUM VE BAĞIMLI MİNİMUM ARAMA	14
a) Bazı Matematik Tanımlar	14
b) Lagrange Çarpanı (Bir adet bağımlılık fonksiyonu için)	15
c) Lagrange Çarpanları (İki adet bağımlılık fonksiyonu için)	18
2.3. EŞİT ARTIMSAL MALİYET (BİR ÜRETİM MERKEZİ YÜKÜNÜN ÜRETİM ÜNİTELERİ ARASINDA EN EKONOMİK ÜRETİM MALİYETİNİ GERÇEKLEŞTİRMEK ÜZERE PAYLAŞTIRILMASI)	22
a) Lagrange Çarpanı Yöntemi	22
b) Grafik Çözüm	25
2.4. İLETİM KAYIPLARI EŞİTLİĞİ KULLANILARAK BİR ELEKTRİK GÜÇ SİSTEMİ AKTİF YÜKÜNÜN ÜRETİM MERKEZLERİ ARASINDA EN EKONOMİK ŞEKİLDE PAYLAŞTIRILMASI	31
2.5. TAM EKONOMİK OPTİMİZASYON	42

III- TEORİK İNCELEMELER

- | | |
|--|----|
| 3.1. LAGRANGE ÇARPANLARI YÖNTEMİNİN AKTİF VE REAKTİF GÜÇ OPTİMİZASYONUNA UYGULANMASI | 48 |
| 3.2. BİR ELEKTRİK GÜÇ SİSTEMİNİN TOPLAM AKTİF VE TOPLAM REAKTİF İLETİM KAYIPLARININ (P_L ve Q_L), BARALARIN TOPLAM AKTİF VE TOPLAM REAKTİF GÜÇLERİ (P_i ve Q_i) CİNSİNDEN İFADE EDİLMELERİ | 55 |
| 3.3. BİR ELEKTRİK GÜÇ SİSTEMİNİN TOPLAM AKTİF VE TOPLAM REAKTİF İLETİM KAYIPLARININ (P_L ve Q_L), ÜRETİM MERKEZLERİNİN ÇIKIŞ GÜÇLERİNE (P_i ve Q_i) GÖRE KİSMİ TÜREVLERİ | 63 |
| a) ($\partial P_L / \partial P_i$)'nin hesaplanması | 64 |
| b) ($\partial Q_L / \partial P_i$)'nin hesaplanması | 65 |
| c) ($\partial P_L / \partial Q_i$)'nin hesaplanması | 66 |
| d) ($\partial Q_L / \partial Q_i$)'nin hesaplanması | 67 |
| 3.4. TAM EKONOMİK OPTİMİZASYON İÇİN ÇÖZÜM EŞİTLİKLERİNİN TEŞKİLİ | 68 |

IV- ÇÖZÜM TEKNİĞİNİN GELİSTİRİLMESİ VE SAYISAL UYGULAMALAR

- | | |
|--|-----|
| 4.1. YÜK AKIŞI | 74 |
| 4.2. LAGRANGE ÇARPANLARI YÖNTEMİ KULLANILARAK ÜRETİM MALİYETİ OPTİMİZASYONU İÇİN ÇÖZÜM TEKNİĞİNİN GELİSTİRİLMESİ | 75 |
| 4.3. ÖRNEK SİSTEMLER ÜZERİNDE İNCELEMELER VE SAYISAL UYGULAMALAR | 77 |
| a) Örnek Sistem 1 | 82 |
| b) Örnek Sistem 2 | 84 |
| c) Örnek Sistem 3 | 104 |
| | 117 |

SAYFA

V- ÇALIŞMANIN TARTIŞILMASI

131

5.1. GİRİŞ

131

5.2. YAKINSAKLIK KARAKTERİSTİKLERİ

134

5.3. SONUÇLARIN SAYISAL KARŞILAŞTIRILMALARI

139

5.4. EKONOMİK KÂRLİLİK

139

FAYDALANILAN KAYNAKLAR

144

ÖZGEÇMİŞ

149

ÖZET

Çeşitli yerleşim bölgelerindeki elektrik güç üretim merkezlerinden oluşan bir elektrik güç sistemi toplam güç üretim kapasitesinin, sistemden talep edilen toplam yükten daha fazla olması durumunda, yük talebinin ve iletim kayıplarının karşılanabilmesi, üretim merkezlerinin sonsuz sayıdaki yüklenme durumları ile gerçekleştirilebilir. Güç Üretim Ünitelerinin üretim maliyeti karakteristikleri icabı olarak yalnız bir tek çözüm toplam yük talebinin karşılanmasında türbinlerin toplam yakıt girişini minimum yapar.

Ekonomik yük dağılımı problemlerinin belirli bir hassasiyetle çözümlerinde 1920 yılından başlayarak 1950 yılına kadar geçen süre içinde "İlk Yöntemler" olarak adlandırılan yöntemler geliştirildiler ve uygulama alanlarına getirildiler. 1931 ve 1933 yıllarında E.C.M.Stahl, M.J.Steinberg ve T.H.Smith sistemin iletim kayıplarının ihmal edilmesi durumunda minimum üretim maliyetinin sistemin bütün generatörlerinin eşit artımsal maliyet ile işletilmeleri ile mümkün olabileceğini gösterdi(8,9). 1943 yılında E.E.George sistemin iletim kayıplarının ihmal edilmemesi durumunda ise minimum üretim maliyetinin artımsal iletim kayıpları maliyetinin artımsal yakıt maliyetine ilave edilmesi ile mümkün olabileceğini gösterdi(14). 1950-1960 yılları arası teknik literatüründe bu yöntem, "Ekonomik Yük Dağılımına İletim Kayıpları Eşitliği ile Yaklaşım" olarak adlandırılmıştır. Bu yaklaşım hernekadar ak-

tif güç optimizasyonunu sağlamakta ise de reaktif güç optimizasyonu hakkında kullanılabılır bir açıklık getirmemiştir. Bu nedenle bu yöntem sistemin aktif ve reaktif güçlerini birlikte ele almadığından "Tam Çözüm Yöntemi" olarak addedilmemiştir.

1960 yılında R.B.Squires problemi hem aktif ve hem de reaktif güçleri ihtiva edecek şekilde formülleştirdi. İki yıl sonra J.Carpentier de aynı şekilde bir çözüm yöntemi önerdi. Bununla beraber sistemdeki toplam bara sayısı ile orantılı lineer olmayan eşitliklerin çözümlerini gerektiren bu yeni iki yöntem de pratik bulunmadı(18,22,23).

1974 yılının petrol krizi ve enerji sınırlamaları, dünya tabii enerji kaynaklarının daha uzun bir sürede insanlık ihtiyaçları için nasıl bilimsel olarak kullanılmaları gerekliliği fikrini ortaya attı. Bunun üzerine Amerika Birleşik Devletleri, Enerji Araştırma ve Geliştirme İdaresi (ERDA), General Electric Company'den H.H.Happ'a, kronolojik olarak 1920 yılından bu yana güç sistemlerinin ekonomik yük dağılımında üretim maliyetinin minimumunun araştırılmasında yapılan çalışmaların tasnif edilmesini isteyen bir rapor hazırlattı. Bu tezin konusu, 1977 yılında H.H.Happ tarafından yayınlanan rapordaki tavsiyelere uyularak seçilmiştir(10). Tezde geliştirilen yöntem, hem aktif ve hem de reaktif güçlerin dikkate alındığı eşitlikleri kullandığından tam ekonomik yük dağılımı yöntemidir.

Tezin ilk iki bölümünde ekonomik yük dağılımının temelleri, "Lagrange Çarpanları Yöntemi"nin matematiksel bazı ve mevcut ekonomik yük dağılımı yöntemleri tanıtılmıştır. Üçüncü bölümde Lagrange çarpanları yardımı ile tam ekonomik yük dağılımının teorik bazı hazırlanmıştır. Dördüncü bölümde önerilen yönteme ait çözüm tekniği geliştirilmiş yöntemin gerçek güç sistemlerine uygulanabilirliği gösterilmiş ve son olarak da

beşinci bölümde tezin tartışılması, problem çözümlerinin yaksaklık karakteristikleri ve yöntemin getirdiği ekonomik kârlılık mukayeseli şekilde incelenmiştir.

SUMMARY

In an electric power system having several power plants at different locations, the total power generation capacity of which exceeds the existing load, there are infinitely number of solutions of generation loadings that can be used to supply the load demand and the transmission losses. According to the nature of their different cost characteristics of power generating units, only one solution minimizes the total fuel input to the turbines while supplying the total load demand.

Starting from the year of 1920 thru 1950 different methods, so-called, "Early Methods" have been developed and employed to solve economic dispatching problems with a degree of effectiveness. In the years of 1931 and 1933 E.C.M. Stahl, M.J. Steinberg and T.H. Smith showed that if transmission losses are negligible, cost minimization is obtained when all generators operate at the same incremental cost(8,9). In 1943 E.E. George showed that if transmission losses are not negligible the total active load demand must be distributed to each power generation units such that the incremental transmission cost should be added to the incremental fuel cost in order to determine the economic dispatch(14). In technical literature this method was called "Loss-Formula Approach to Economic Dispatching" specially within the years of 1950 thru 1960. This approach however handles the active power generation

only but fails to give any considerable information about reactive power optimization. For this reason this method was not considered an "Exact Method" to meet with constraints regarding both active and reactive powers.

In 1960 R.B.Squires formulated the problem containing both active and reactive power constraints. Two years later J.Car-pentier presented a formulation in the same manner. However these two new methods brought out a large number of non-linear equations to be solved depending on the total number of busses which were not practical(18,22,23).

Petroleum crisis with energy shortages in the year of 1974 brought out a new idea that how the world's natural energy sources must be used conceivably in order to supply people's energy demands in a duration of a long period. Upon this idea United States Energy Research and Development Administration (ERDA) ordered a report to H.H.Happ of General Electric Com-pany, to be prepared, what was done in economic dispatching area considering cost minimization since the year of 1920 chronologically. The subject of this thesis was picked up according to H.H.Happ's recommendations given in his report published in 1977(10). The method developed in this thesis first uses an exact formulation of economic dispatch problem together with the two constraints of both active and reactive powers. The thesis was organized in such a way that in the first two chapters; essentials of dispatching, mathematical basis of "Lagrange Multiplier Method" and the present dispatching methods were described. In chapter three the theoretical basis of exact economic dispatching were prepared by the help of Lagrange multipliers. In chapter four solution technic was developed and the applicability of the proposed method to the actual power system problems are shown. And finally, discussions of the thesis, convergence characteristics of the problem solutions and economical benefits of the method were discussed in the last chapter.

KULLANILAN SEMBOLLER

i, j, k, m	Tam sayılı değişkenler
a_i, b_i, c_i	Üretim maliyeti eşitliği katsayıları
G	Sistemin toplam üretim merkezi sayısı
N	Sistemin toplam bara sayısı
P_i, P_R	Aktif güçler
Q_i, Q_R	Reaktif güçler
P_L	Aktif iletim kayıpları
Q_L	Reaktif iletim kayıpları
M_i	Maliyet fonksiyonu, maliyet
UM_i	Üretim merkezi maliyeti
ϕ_1	Aktif güçler için bağlantı eşitliği
ϕ_2	Reaktif güçler için bağlantı eşitliği
λ_i	Artımsal maliyet
λ_1, λ_2	Lagrange çarpanları
B_{ij}	Kayıp eşitliği katsayıları (B katsayıları)
N_{ki}	Akım dağılım katsayıları
L_i	Ceza faktörü
A_{jk}, F_{jk}	Aktif iletim kayıpları eşitliği katsayıları
C_{jk}, D_{jk}	Reaktif iletim kayıpları eşitliği katsayıları
A_i, B_i, C_i, D_i, E_i	Katsayılar

I. GİRİŞ

1.1. ENERJİ SORUNU

1970 yılı kayıtlarına göre dünyamız enerji tüketiminin ($1,4 \times 10^{12}$ kWh) % 15'i su kaynaklarından, % 54'ü fosil yakıtlardan olan kömürlerden, % 9'u doğal gazlardan, % 13'ü yakıt yağlarından ve % 9'u nükleer kaynaklardan karşılanmıştır. 2000 yılı için yürütülen tahminler, bu paylaşım ağırlığının % 50'sinin nükleer enerjiye kayacağını göstermekte ve geriye kalan % 50 paydaki toplam fosil yakıtlar olan kömür, tabii gaz ve yakıt yağları payının % 48 olacağını ve % 2'lik payın da su kaynaklarından karşılanacağını haber vermektedir. Dünyamızın yıllık enerji tüketimi artımının yaklaşık % 10 dolaylarında olduğu düşünülürse 2000 yılı için fosil yakıtlara olan gereksinimin ne kadar büyük olacağı açıktır. Su kaynakları payının % 2 dolaylarında kalmasına neden olarak, dünyamızın hidrolik potansiyelinin sabit olmasının yanında yeni baraj maliyetlerinin yüksek oluşu ve yapımları için uzun zaman gerektirmeleri ve 2000 yılından önce yapılmış barajların ömürlerini de yavaş yavaş tüketmekte olacakları gösterilebilir.

Dünyamızın fosil yakıtları rezervi hakkında iyimser ve kötümser olmak üzere iki tahmin yürütülmektedir(1). İyimser tahmine göre dünyamızın fosil yakıt rezervi 8000 milyar tondur. Kötümser tahmin ise bunun onda biridir. Bugünkü dünya ülkeleri için kendi enerji tüketim standartlarının aynen muhafaza

edileceği ve nüfuslarında herhangi bir artma olmayacağı düşünülürse bu fosil yakıt rezervi dünya enerji gereksinimi için iyimser tahmine göre 4000 yıl ve kötümser tahmine göre de 400 yıl yeterli olacaktır. Günümüzde dünya nüfusu 3,6 milyara ulaşmıştır.

Eğer bu nüfusun 3 milyarının her ferdi teknolojik olarak ileri düzeye ulaşmış ülkelerin bugün kullanmakta oldukları kişi başına düşen enerji miktarı kadar enerji kullanacak olursa dünya fosil yakıt rezervi iyimser tahmin ile 4000 yıldan 230 yıla ve kötümser tahmin ile de 400 yıldan 23 yıla yaklaşmış olacaktır. Kaldı ki bu tahminlerde nüfusun artmayacağı öngörülmektedir. Durum ne olursa olsun önümüzdeki yıllardaki enerji açığının fosil yakıtların hızla tükenmeleri karşısında başka enerji kaynaklarından karşılanması gerekecektir.

Elektrik enerjisi üretilmesi, taşınması, dağıtılması, kontrolü ve kullanımı en kolay olan tek enerji türüdür ve bundan böyle de bu özelliklere sahip tek enerji türü olmaya devam edecektir.

Gerek fosil yakıtların ve gerekse nükleer kaynakların kullanılarak elektrik enerjisi üretilmesinde genellikle birden fazla ara işlem yapılır. Örnek olarak, kömürden elektrik enerjisi üretilmesinde, önce karbon ile oksijenin yakılması, açığa çıkan ısı enerjisi ile suyun yüksek ısı derecelerine kadar ısıtılması ve yüksek basınçlı buhar elde edilmesi, buharın buhar türbininde kullanılarak türbinin dönme hareketinin sağlanması ve dönme hareketi ile elektrik generatöründen elektrik enerjisi üretiminin gerçekleştirilmesi gösterilebilir. Kömürde depo edilmiş olan enerji, ki buna bir tür "yoğuşuk enerji" de denebilir, yukardaki örnekte olduğu gibi elektrik enerjisine dönüşmektedir. Yani kısaca bir türden olan enerji bir başka türden olan enerjiye dönüşmektedir. Eğer her işlem (dönüşüm) kademesinin veriminin birden küçük olacağı

düşünülürse dönüşüm toplam veriminin her işlem kademesi verimlerinin çarpımı olacağından, toplam verimin işlem kademesi veriminin en küçük olanından da küçük olacağı aşîkârdır. Dönüşüm veriminin bu şekilde küçük olması şüphesiz ara işlemlerin sayısına bağılı olmaktadır. O halde öyle bir dönüşüm gerçekleştirilebilirmi ki ara işlemlerin sayısı minimum olsun?

Premsipleri itibarile bilinen fakat uygulama alanlarına 1960 yılına kadar getirilmemiş olan bu dönüşüm türlerinin uygulamalarına ancak uzay programlarının başlaması ile uzay araçlarında ve daha sonra büyük güçlü dönüşüm sistemlerinde rastlanır. Genellikle ısı enerjisinden direkt olarak elektrik enerjisi üretimi sağlayan "Termoelektrik Dönüştürücüler" ve "Termiyonik Dönüştürücüler", güneşin radyasyon enerjisinden direkt olarak elektrik enerjisi üretimi sağlayan "Fotovoltaik Dönüştürücüler", sıvı hidrojen ve sıvı oksijen girişimi ile direkt olarak elektrik enerjisi üretimi sağlayan "Yakıt Hücreleri" (Fuel Cells) ve yüksek ısı derecelerine kadar ısıtılarak iyonize edilen gazın (plasma) bir magnetik alan içinden geçirilmesi ile direkt olarak elektrik enerjisi üretimini sağlayan "Magnetohidrodinamik Dönüştürücüler" "Direkt Enerji Dönüştürücüleridirler. Yukarıda örnek olarak verilen beş tip direkt dönüştürücünün yanı sıra metal bilimindeki ilerlemeler ile yeni halitaların bulunması, yarı iletkenler üzerindeki araştırmalar ve yüksek ısı dayanıklı elemanların geliştirilmeleri direkt enerji dönüşümünün yeni fazlarını ortaya koymaktadır. Örneğin, "Nernst Etki Generatörü, "Ferroelektrik ve Termomagnetik Enerji Dönüştürücüler", "Termo-Foto-Voltaik Enerji Dönüştürücüler", "Elektron Akım Dönüştürücüler", "Elektrohidrodinamik, Elektrokinetik, Piezoelektrik Dönüştürücüler", v.b.(26,27).

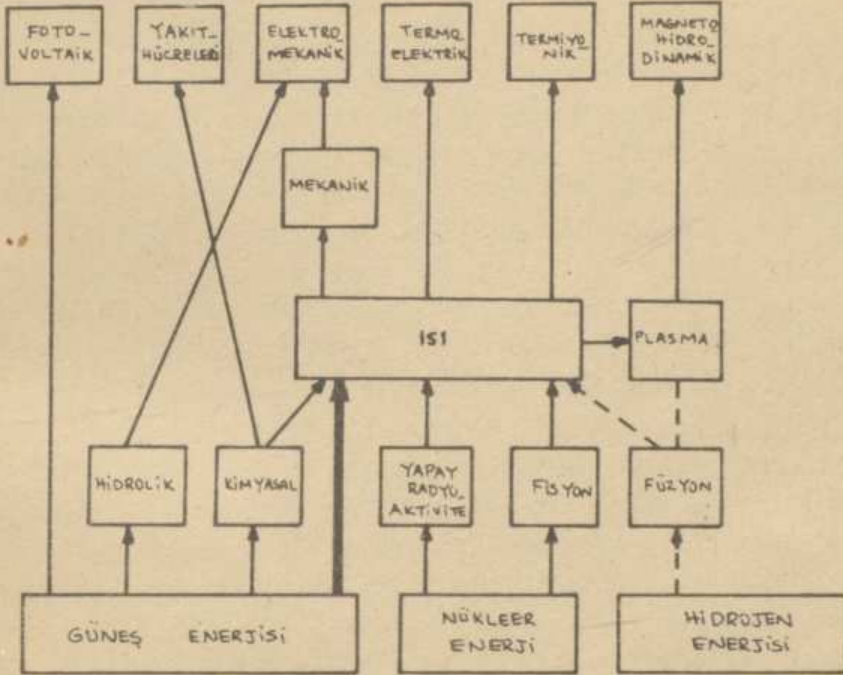
Yukardaki direkt enerji dönüştürücülerinden yakıt hücrelerinin dışında olan termoelektrik, termiyonik, fotovoltaik ve

magnetohidrodinamik dönüştürücüler için ısı (radyasyon) gerekmektedir. Yakıt hücresi ise özel konstrüksiyonlu kabı içinde kimyasal bir birleşim yolu ile elektrik enerjisi depolamaktadır ki bu pil geleceğin araçlarında benzin ya da dizel motorlarının yerini alacak olan elektrik motorunun besleme kaynağı olacaktır.

Isı (radyasyon) kaynağının en büyüğü ve tükenmezi "Güneş"tir. Dünyamızın Kuzey yarı küresine yaz aylarında deniz seviyesinde gelen güneş radyasyonu yaklaşık olarak 1 kW/m^2 dir. Dünyamızın güneşi gören alanı (dünya yarıçapının karesi $\times \pi$) ile ifade edilecek olursa deniz seviyesinde dünyamıza gelecek toplam güneş radyasyonu enerjisi $1,28 \times 10^{14} \text{ kW}$ olur. Eğer dünyamızın π^2 ile hesaplanan güneşi gören alanının $\% 0,1$ 'i $\% 5$ verim ile çalışan direkt enerji dönüştürücüleri ile donatılacak olsa bir yıl boyunca dönüştürülecek enerjilerin toplamı $5,6 \times 10^{13} \text{ kWh}$ olur ki bu miktar enerji 1980 yılında dünyamızı tüketeceği enerjinin ($3,6 \times 10^{12} \text{ kWh}$) 16 katına eşittir.

Diğer ilgi çekici bir nokta da birkaç yılda dünyamız üzerine gelecek güneş enerjisinin dünyamızın toplam saklı fosil yakıt enerjisinden daha fazla olduğudur.

O halde enerji tüketimine elektrik enerjisi üretimi açısından bakıldığında karşımıza şöyle bir tablo çıkmaktadır; hızla tükenmeye başlayan ve XX. asrın sonlarında aranılır fakat bulunamaz duruma gelecek fosil yakıt enerjisi, büyük bir deneyim ve kontrol aşamalarından geçmiş nükleer (fisyon) enerji üretimi, büyük bilimsel araştırmaları geride bırakan direkt enerji dönüştürücüleri, büyük bir olasılıkla yakın bir gelecekte uygulamaya sokulabilecek "Hidrojen Enerjisi" (füzyon) ile elektrik enerjisi üretimi, güneş enerjisinden maksimum yararlanma olanaklarının sağlanması ve ısı izolasyonu konusundaki araştırma ve uygulamalar. (Tablo I.X2,26,27).



TABLO I.I. Enerji Dönüşümü

Şüphesiz Tablo I.I hiç de karamsar bir görüş çizmemektedir. Aksine gündemimizdeki "ENERJİ SORUNU" bugüne kadar alışılmamış enerji dönüştürücüleri ile bilim adamlarını ve mühendisleri problemlere çok kısa bir süre içinde çözümler aramaları için karşı karşıya getirmiş bulunmaktadır. Karşılaşmanın en güzel tarafı şudur ki bulunacak çözüm ya da çözümler enerji sorununu temelden çözecek çözümler olacaktır.

Bilim adamları ve mühendisler için sanırız bundan güzel bir toplu araştırma ortamı tarih boyunca bir daha yaşanmayacaktır.

1.2. ENERJİ OPTİMİZASYONU

Enerjinin en ekonomik şekilde kullanımı genel anlamda "ENERJİ OPTİMİZASYONU"dur. Enerji üretimi açısından ise üretimin minimum maliyete dayandırılması yine bir optimizasyondur ve adına "ENERJİ ÜRETİMİ OPTİMİZASYONU" denir. Şüphesiz değeri sıfıra yaklaşan enerji tüketimi için optimizasyon enerjinin tüketilmediği durumundaki optimizasyondur ki bu da olası değildir. Bu nedenle enerji tüketimindeki optimizasyon yerine enerjinin daha tasarruflu tüketilmesi düşünülür.

Elektrik enerjisi üretimindeki optimizasyon fikri ilk kez 1920 yılında A.B.D.'nin bir güç üretim şirketince belirli bir yük talebinin karşılanması için güç üretim kapasitelerinin toplamı yük gücünden büyük fakat kilowatt-saat enerji başına üretim maliyetleri birbirinden farklı olan iki güç üretim ünitesi arasında nasıl paylaştırılacağından doğmuştur(3,4). 1930 ve 1931 yıllarında yapılan dört araştırma sonucu(5,6,7,8) ortaya çıkan yöntemlerden "Temel Yük Yöntemi" yük talebinin karşılanması için üretim maliyetlerine bakılmaksızın ilk önce verimi en yüksek olan ünitenin maksimum yükü yüklenmesini ve geriye kalan yükün de verimi birinciye göre daha düşük olan ikinci ünite tarafından karşılanmasını öngörmektedir. "En İyi Yükleme Noktası Yöntemi" ise ünitelerin hem verimlerini ve hem de eşit ısı derecelerine kadar ısınmalarını dikkate alan grafik bir yöntem önermektedir.

Bu yöntemlerden günümüze kadar geleni ve halen kullanılan E.C.M.Stahl tarafından teklif edilen "Artımsal Maliyet Yöntemi"dir(5). Daha sonra adı "Eşit Artımsal Maliyet Yöntemi" olarak değiştirilen bu yöntem üretim ünitelerinin yüklenmelerinde optimizasyonun gerçekleşmesinin ancak bütün ünitelerin artımsal maliyetlerinin birbirlerine eşit olduğu noktada gerçekleşebileceğini belirtiyordu(7,8,9).

1930-1940 yılları arasında A.B.D.'nin hemen hemen bütün güç üretim şirketlerince benimsenerek süratle uygulanılmasına geçilen bu yöntem yıllık, aylık, haftalık, günlük, saatlik, yarım saatlik ve hatta dakikalık yük tahmin tabloları ile büyük bir hesaplayıcı kadroyu da beraberinde getiriyordu. Daha sonra hesapların çokluğu nedeni ile Consolidated Edison System Company 1938 yılında yük dağıtım istasyonları için özel bir sürgülü hesap cedveli geliştirdi.

1974 yılında "Dünya Petrol Krizi"nin ortaya çıkması ile elektrik enerjisinin daha ekonomik üretimi, iletimi, dağıtımı ve tasarruflu kullanımı için 1977 yılında A.B.D.Enerji Araştırmaları ve Geliştirmeleri İdaresi" (ERDA), General Electric Company'e, bu konuda 1977 yılına kadar yapılan teorik ve uygulamalı araştırmaların tasnif edilmesi için bir rapor hazırlattırdı(10). X. Dünya Enerji Konferansının (İSTANBUL, EYLÜL 1977) felsefesi ise önceki konferanslarından farklı olarak genel anlamda "ENERJİ EKONOMİSİ" oluyor ve dünya ülkeleri için "Ulusal Enerji Modelleri" ve hatta dünyamız için de yeni bir "Dünya Enerji Modeli" veya "Dünya Enerji Politikası" kavramını getiriyordu. Hazırlanan rapordaki kaynaklara göre(11,12,13) 1943 yılına kadar "Eşit Artımsal Maliyet Yöntemi"nin uygulamaları dışında yeni bir gelişmeye rastlanmaz.

1943 yılında E.E.George tek bir güç üretim merkezinin üretim maliyeti optimizasyonu yerine "Güç Sistemlerinin Ekonomik İşletilmesi" fikrini ortaya attı(14). Bu suretle problem çok boyutlu bir problem oluyordu. Beraberinde enerji iletimi kayıpları ve bu kayıpların en az seviyeye indirilmesi kavramını da getiren bu fikrin çok geçmeden analog şebeke analizörleri yardımı ile elektrik güç sistemlerinin ekonomik işletilmeleri problemlerine uygulanılmasına başlandı(15). Analog şebeke analizörleri yerlerini sayısal bilgisayarlara devredince maliyet optimizasyonu da yerini sistemdeki aktif güç optimizasyonuna

yonuna bıraktı. Zaten üretim maliyeti de direkt olarak üretilen aktif güç (MW) ile orantılı olmaktaydı.

1960 yılına kadar teorik olduğu kadar uygulama yönünden de üzerinde büyük ilerlemeler kaydedilen bu yöntem genellikle Üniversite ders kitaplarına "İletim Kayıpları Eşitliği Kullanılarak Aktif Güç Optimizasyonu" başlığı ile geçmiştir(16,17)

Yöntem, genel olarak, üretilen toplam aktif güçten talep edilen toplam aktif yük gücünün çıkartılması ve iletim kayıpları eşitliğinin (aktif kayıplar) kullanılması bazına göre yürütülmektedir. İlerde yöntemin açıklaması yapılacaktır. Herne kadar bu yöntem aktif güç optimizasyonunu gerçekleştirmiş ise de reaktif güç optimizasyonu konusunda bir açıklama getirmemiştir. 1960 yılında R.B.Squires(18) optimizasyon problemine hem aktif güç ve hem de reaktif güç açısından yaklaşmayı başarmıştır. Önerilen çözümde çok sayıda lineer olmayan eşitliklerin bulunuşu sonucu Squires'in yöntemi gereken ilgiyi görmemiş ancak bu alanda çalışanlara yeni ufuklar açmıştır. Bunlardan aktif ve reaktif güç optimizasyonunun sistemin iletim kayıplarının minimize edilmesi yolu (Gradient Yöntemi) ile gerçekleştirilmesi üzerinde çalışanlar(19,20,21) olduğu gibi çözüme lineer olmayan eşitlikleri Newton yöntemi ile çözerek yaklaşan ve adına "Tam Ekonomik Optimizasyon Yöntemi" diyenler de bulunmaktadır(22,23,24,25).

Paragraf (1.1)'de "Enerji Sorunu" ele alındı ve görüldü ki dünyamızın fosil yakıt rezervleri hızla tükenmektedir. Bu tükenişin hiç olmazsa biraz yavaşlatılması ve ekonomisi 1) "Enerjinin Daha Tasarruflu Tüketilmesi" ve 2) Bilimsel olarak "Enerji Üretimi Optimizasyonu" ile mümkün olabilecektir.

Bu tez "Enerji Üretimi Optimizasyonu"na Lagrange çarpanları yöntemi ile yeni bir "Tam Ekonomik Optimizasyon Çözümü" aramak üzere hazırlanmıştır. İlerdeki bölümlerde sırası ile güç optimizasyonunun temelleri tanıtılacak teorik ve uygulamalı çalışmalar gösterilecektir.

II. OPTİMİZASYONUN TEMELLERİ

Elektrik enerjisi üreten kuruluşlar ister kamu kuruluşları ister özel kuruluşlar olsun kendi ürettikleri enerjinin satış tarifelerini hazırlamakta serbest bırakılamazlar. Tarifeler genellikle devletlerin denetiminde olup üreticinin de talep ve arzuları alındıktan sonra uzun bir zaman sürecinde değiştirilmeden kullanılmak üzere hazırlanırlar. Zira enerji üretimi aynı zamanda ülkelerin işbaşındaki hükümetlerinin ekonomi politikalarının da temeli olmaktadır.

Enerji fiyatının uzun bir zaman sürecinde sabit tutulması buna karşın ücretlerin ve işletme giderlerinin yükselmesi ve artan enerji gereksiniminin karşılanabilmesinde yeni finansman kaynaklarının bulunabilmesi şüphesiz üretici kuruluşları zor durumda bırakır. Bu gider açığının kapatılmasında mühendisler uzun süre zorlanmış ve üretim merkezlerine yeniden yerleştirilen her ünitenin veriminin bir önce yerleştirilen ünitenin veriminden daha büyük tutulmasına çalışılmıştır.

Gerek kapasiteleri ve gerekse verimleri birbirlerinden farklı olan üretim ünitelerinden oluşan güç sistemleri için belirli bir yük talebinin karşılanmasında bu paylaşım, sistemin toplam üretim maliyeti (TL/h) minimum olmak üzere, nasıl olmalıdır? Bu sorunun cevabına geçmeden önce temel kavramların kısaca gözden geçirilmesinde fayda görülmüştür.

2.1. ARTIMSAL MALİYET

Fosil yakıt kullanan üretim üniteleri kazan, türbin ve jeneratör katlarından oluşur. Bir üretim ünitesinin "Giriş-Çıkış Eğrisi" diye tanımlanan eğrisi için (Şekil 2.1.a) y eksenini buhar enerjisi girişi milyon (BTU^x/h) ve x eksenini jeneratörün elektriksel çıkış gücü (MW) olarak ölçeklendirilir (28,29). Ünitenin "Maliyet-Çıkış Gücü Eğrisi" ise maliyet, üretim ünitesine giren buhar enerjisi ile doğru orantılı olduğundan (Şekil 2.1.a) daki değişime tamamen uyar (Şekil 2.1.b). Bu değişim de genel olarak ikinci dereceden,

$$M_i = a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i \quad i = 1, 2, \dots, G \quad (2.1)$$

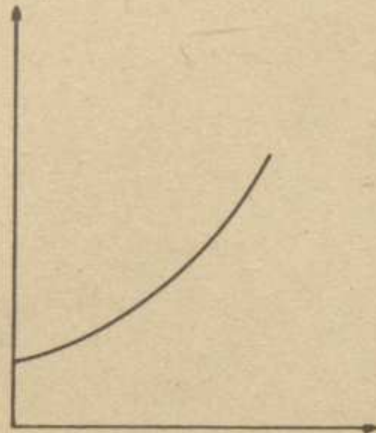
BUHAR GİRİŞİ
(MBTU/h)



ÇIKIŞ GÜCÜ P_i (MW)

(a)

MALİYET
(TL/h)



ÇIKIŞ GÜCÜ P_i (MW)

(b)

Şekil 2.1. Fosil Yakıt Eğrileri

eşitliği ile gösterilebilir. Nükleer yakıt üretimi ünitelerinin maliyet eşitlikleri de, katsayıları fosil yakıt kullanan ünitelerin katsayılarından (a_i , b_i , c_i) biraz farklı olmakla

^x BTU: British Thermal Unit, 1 pound (0,454 kg) suyun sıcaklığını 62°F' dan 63°F'a kadar ısıtmak için verilen ısı miktarıdır.

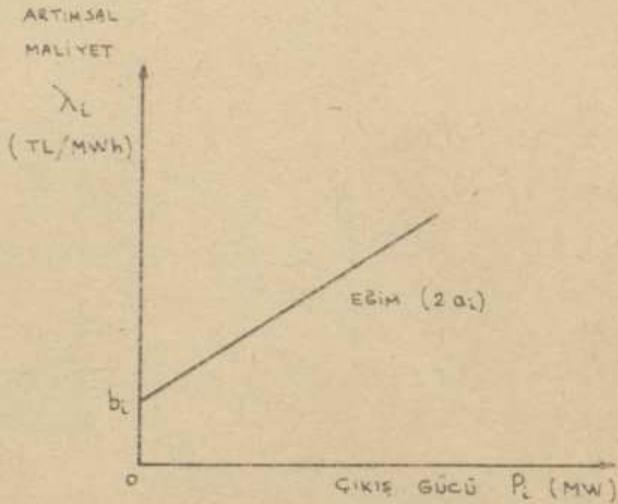
$$1 \text{ kcal} = \frac{1}{0,454} \times 1,8 \text{ BTU} = 3,97 \text{ BTU}.$$

beraber, ikinci dereceden bir eşitlikle gösterilir. Buna karşın hidroelektrik üretim ünitelerinin maliyet eşitlikleri bilinen nedenlerinden dolayı yukardaki eşitliğe hiç benzemez. Bu nedenle çalışma boyunca, yalnız fosil yakıt ve nükleer yakıt kullanan üretim üniteleri dikkate alınmıştır.

(2.1) maliyet eşitliğinin üretilen aktif güce göre türevi "Artımsal Maliyet"i (Üretilen her MWh başına TL olarak maliyet) verir^x.

$$\lambda_i = \frac{dM_i}{dP_i} = 2 a_i P_i + b_i \quad i = 1, 2, \dots, G \quad (2.2)$$

Artımsal maliyet (λ_i) (Şekil 2.2) den de görüleceği üzere üretilen aktif güç ile doğru orantılıdır.



Şekil 2.2

^xBir üretim ünitesinin belirli bir çıkış gücü için artımsal maliyeti, saat başına buhar girişi maliyeti artışının çıkış gücü artımına oranının limitidir.

(2.1) ve (2.2) eşitliklerinde;

P_i : (i) numaralı Ünitenin aktif çıkış gücü

$2a_i$: (i) numaralı Ünitenin artımsal maliyet eğrisi eğimi

b_i : (i) numaralı Ünitenin boşta çalışma durumundaki artımsal maliyeti

c_i : (i) numaralı Ünitenin boşta çalışma durumundaki yüksüz maliyeti

ve

G : Sistemdeki Ünite sayısını gösterir.

Toprak barası (referans bara) hariç tutulmak şartı ile bir elektrik güç sistemi (G) sayıda Üretim Ünitesine, (Y) sayıda yüke ve (N) sayıda baraya sahip ise toplam aktif ve reaktif güç Üretimleri;

$$P_T = \sum_{i=1}^G P_i \quad (2.3)$$

$$Q_T = \sum_{i=1}^G Q_i \quad (2.4)$$

ve yükler tarafından çekilen toplam aktif ve reaktif güçler;

$$P_R = \sum_{i=1}^Y P_i \quad (2.5)$$

$$Q_R = \sum_{i=1}^Y Q_i \quad (2.6)$$

eşitlikleri ile gösterilebilirler. Üretilen güçlerden çekilen güçlerin çıkartılması ile de sistemin toplam kayıpları;

$$P_L = P_T - P_R = \sum_{i=1}^N P_i \quad (2.7)$$

$$Q_L = Q_T - Q_R = \sum_{i=1}^N Q_i \quad (2.8)$$

olurlar. Bu eşitliklerdeki P_i ve Q_i sırası ile sistemin (i) numaralı barasına gelen net aktif ve reaktif güçlerdir.

O halde (G) sayıda Üretim Ünitesine sahip bir sistemin toplam Üretim maliyeti;

$$M = M_1 + M_2 + \dots + M_G = \sum_{i=1}^G M_i \quad (2.9)$$

dir ve bu maliyetin işletme özel koşullarına uygun olarak minimize edilmesi ise maliyetin optimizasyonudur.

2.2. LAGRANGE ÇARPANLARI YÖNTEMİ İLE BAĞIMLI MAKSİMUM VE BAĞIMLI MİNİMUM ARAMA

a) Bazı Matematik Tanımlar(30)

- Eksplisit bir fonksiyonun toplam diferansiyeli:

$$u = f(x, y, z)$$

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx + \frac{\partial u}{\partial y} dy + \frac{\partial u}{\partial z} dz \quad (2.10)$$

- Eksplisit bir fonksiyonun toplam türevi:

$$\begin{aligned} u &= f(x, y, z) & x &= g(t) \\ & & y &= h(t) \\ & & z &= k(t) \end{aligned}$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial u}{\partial z} \frac{dz}{dt} \quad (2.11)$$

- Birden fazla değişkenli (Bağımsız değişkenli) eksplisit fonksiyonların minimum ve maksimumları:

$u = f(x, y, z)$ türetilen bir fonksiyon olsun;

$$x = a \text{ için } \frac{\partial f}{\partial x} = 0$$

$$y = b \text{ için } \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \quad (2.12)$$

$$z = c \text{ için } \frac{\partial f}{\partial z} = 0$$

Teorem: n bağımsız değişkenli bir $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ eksplisit fonksiyonunun maksimum ve minimumu, kısmi türevlerinin eşitlik (2.12), sırası ile teker teker sıfıra aynı anda yaklaşmaları ile gerçekleşir.

b) Lagrange Çarpanı

(Bir adet bağımlılık fonksiyonu için) (31, 32, 33)

- Birden fazla değişkenli (Bağımlı değişkenli) eksplisit fonksiyonların minimum ve maksimumların bulunması:

$u = f(x, y, z)$ türetilen bir fonksiyon olsun;

Diğer taraftan bağımlı değişkenler kendi aralarında

$\phi_1(x, y, z) = 0$ implisit fonksiyonu ile bağlanmış iseler

$u = f(x, y, z)$ fonksiyonunun minimum ve maksimumu nasıl bulunabilir?

Bu problemi çözmek için eşitlik (2.12) deki gibi kısmi türevleri hesaplamak çözüm getirmeyecektir. Lagrange'in çözüm için ortaya koyduğu yöntem şöyledir;

" n bağımsız değişkenli bir $f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$ eksplisit fonksiyonun ekstremum'u f_{x_i} kısmi türevlerinin teker teker sıfıra eşit olmaları ile gerçekleşmekte olup bu fonksiyon için toplam diferansiyel (2.10) eşitliğinden,

$$df = f_{x_1} dx_1 + f_{x_2} dx_2 + \dots + f_{x_n} dx_n$$

yani diğ er gösteriliş le;

$$df = \frac{\partial f}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial f}{\partial x_2} dx_2 + \dots + \frac{\partial f}{\partial x_n} dx_n$$

ş eklindedir". Ekstreum'da $df = 0$ yani toplam diferansiyelin sıfıra eş itlik ş artı ise fonksiyonun büt ün f_{x_i} kısmi türevle-
rinin sıfıra ($f_{x_i} = 0$) eş it olmasını gerektirir.

Diğ er taraftan eğ er bir fonksiyonun toplam diferansiyeli sı-
fıra eş it ise ($df=0$), kısmi türevler, dx_i diferansiyelleri
bağımsız oldukları için, sıfıra eş it olurlar. İ ş e bu noktadan
bakılacak olursa toplam diferansiyelin sıfıra yaklaşması bir
 $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ fonksiyonunun değ iş kenlerinin bağımlı değ iş -
ken olmaları durumunda da fonksiyonu ekstreum'a güt ü rür.
0 halde genel olarak;

"Türetilebilen bağımsız değ iş kenli veya bağımlı değ iş kenli
bir $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ eksplisit fonksiyonun toplam diferansiyeli
ekstreum'da sıfıra yaklaşır".

Farz edelim ki fonksiyon,

$$u = f(x, y, z)$$

ve bağımlılık fonksiyonu,

$$\phi_1(x, y, z) = 0$$

olsunlar.

(2.10) eş itliğ inden u fonksiyonunun toplam diferansiyeli,
ekstreum için;

$$\frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial z} dz = 0 \quad (2.13)$$

ve bağımlılık fonksiyonunun toplam diferansiyeli ekstremum için;

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi_1}{\partial y} dy + \frac{\partial \phi_1}{\partial z} dz = 0 \quad (2.14)$$

dir.

Eğer eşitlik (2.14) ün her terimi bir λ parametresi ile çarpılarak eşitlik (2.13) e ilave edilirse;

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \phi_1}{\partial x}\right) dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y} + \lambda \frac{\partial \phi_1}{\partial y}\right) dy + \left(\frac{\partial f}{\partial z} + \lambda \frac{\partial \phi_1}{\partial z}\right) dz = 0 \quad (2.15)$$

eşitliği elde edilir. Eğer x ve y değişkenlerine bağımsız değişkenler olarak bakılır ve

$\frac{\partial \phi_1}{\partial z} \neq 0$ 'in ekstremumda olacağını farz edersek,

$$\frac{\partial f}{\partial z} + \lambda \frac{\partial \phi_1}{\partial z} = 0 \quad (2.16)$$

yazılabilir. λ parametresinin bu şekildeki seçimi ile (2.15) eşitliği şimdi,

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \phi_1}{\partial x}\right) dx + \left(\frac{\partial f}{\partial y} + \lambda \frac{\partial \phi_1}{\partial y}\right) dy = 0 \quad (2.17)$$

şekline indirgenmiş olur. dx ve dy diferansiyellerinin küçük bağımsız artımlar oldukları düşünülürse (2.17) eşitliği,

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \lambda \frac{\partial \phi_1}{\partial x} = 0 \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} + \lambda \frac{\partial \phi_1}{\partial y} = 0$$

olarak yazılabilir.

Şimdi sistemde dört bilinmeyen bulunmaktadır. Bunlar (x,y,z

ve λ) bilinmeyenleridir. (2.16) ve (2.18) eşitliklerinden üç eşitlik ve bağımlılık fonksiyonu olan $\phi_1(x,y,z) = 0$ eşitliğinin de katılması ile dört bilinmeyenin bulunmaları kolaylıkla sağlanabilecektir.

Açıklama: Ekstreum'da $\frac{\partial \phi_1}{\partial z} = 0$ fakat $\frac{\partial \phi_1}{\partial y} \neq 0$ olmaları durumunda z ve y 'nin yer değiştirmiş oldukları düşünülebilir. Fakat bu durumda çözüme gidilecek olursa kısmi türevler yer değiştirmiş olacaklarından arzu edilmeyen bir λ değeri elde edilir ki bu da yanlış çözümün bulunması demek olur.

c) Lagrange Çarpanları
(İki adet bağımlılık fonksiyonu için)

Ekstreum'u *aranan* eksplisit fonksiyon,

$$w = f(x,y,u,v) \quad (2.19)$$

olsun. Bağımlılık fonksiyonları olarak da iki implisit fonksiyon bulunsun. Bunlar,

$$\phi_1(x,y,u,v) = 0 \quad \text{ve} \quad \phi_2(x,y,u,v) = 0 \quad (2.20)$$

fonksiyonları olsunlar.

Ekstreumun $f(x,y,u,v)$ meydana geleceği yerin yakınlarındaki bir $P_0(x_0, y_0, u_0, v_0)$ noktasında f , ϕ_1 ve ϕ_2 fonksiyonlarının sürekli ve birinci mertebeden türevlerinin bulundukları düşünülecek olursa, $\phi_1(x_0, y_0, u_0, v_0) = 0$ ve $\phi_2(x_0, y_0, u_0, v_0) = 0$ yazılabilir. $P_0(x_0, y_0)$ noktasında u ve v için (2.20) eşitliği x ve y 'nin bağımsız değişken olmaları durumu için çözülebilir. Yani Jacobian $J(u,v)$;

$$J(u,v) = \begin{vmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial u} & \frac{\partial \phi_1}{\partial v} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial u} & \frac{\partial \phi_2}{\partial v} \end{vmatrix} \neq 0 \quad (P_0 \text{ noktasında})$$

olur. w fonksiyonunun toplam diferansiyeli ekstremumda (x,y,u,v) sıfıra eşit olacağından,

$$\frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy + \frac{\partial f}{\partial u} du + \frac{\partial f}{\partial v} dv = 0 \quad (2.21)$$

yazılabilir. Keza bağlantı eşitlikleri için de;

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_1}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi_1}{\partial y} dy + \frac{\partial \phi_1}{\partial u} du + \frac{\partial \phi_1}{\partial v} dv &= 0 \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial x} dx + \frac{\partial \phi_2}{\partial y} dy + \frac{\partial \phi_2}{\partial u} du + \frac{\partial \phi_2}{\partial v} dv &= 0 \end{aligned} \quad (2.22)$$

yazılabilir.

(2.22) eşitliklerinden birincisi λ_1 ve ikincisi de λ_2 ile çarpılıp eşitlik (2.21)'e ilave edilecek olursa,

$$\begin{aligned} &(\frac{\partial f}{\partial x} + \lambda_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial x} + \lambda_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial x}) dx + (\frac{\partial f}{\partial y} + \lambda_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial y} + \lambda_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial y}) dy + \\ &(\frac{\partial f}{\partial u} + \lambda_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial u} + \lambda_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial u}) du + (\frac{\partial f}{\partial v} + \lambda_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial v} + \lambda_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial v}) dv = 0 \end{aligned} \quad (2.23)$$

elde edilir. Eşitlikler (2.15), (2.16), (2.17) ve (2.18) göz-
önüne alınır ve orada takip edilen yoldan gidilirse ekstremum
için x,y,u,v ve parametreler için de λ_1 ve λ_2 olmak üzere al-
tı bilinmeyenin çözümünü sağlayacak (2.23) ve (2.20) eşitlik-
lerinin birleştirilmeleri ile altı adet eşitlik elde edilmiş
olur.

$$\frac{\partial f}{\partial x} + \lambda_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial x} + \lambda_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} + \lambda_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial y} + \lambda_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial y} = 0$$

$$\frac{\partial f}{\partial u} + \lambda_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial u} + \lambda_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial u} = 0$$

(2.24)

$$\frac{\partial f}{\partial v} + \lambda_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial v} + \lambda_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial v} = 0$$

$$\phi_1(x, y, u, v) = 0$$

$$\phi_2(x, y, u, v) = 0$$

Kural:

Sürekli ve türetilebilen (n) adet değişkenli bir $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ eksplisit fonksiyonun ekstremumu, değişkenlerinin (m) adet bağlantı fonksiyonlarının sürekli ve türetilebilen implisit fonksiyonlar olmaları durumunda;

$$\phi = f + \sum_{i=1}^m \lambda_i \phi_i \quad (2.24a)$$

eşitliği ile ifade edilerek çözülebilir. Bu eşitlikte,

$$\phi_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

dir.

$x_1, x_2, \dots, x_n$ bilinmeyenlerinin değerleri ile λ_i parametreleri;

$$\frac{\partial \phi}{\partial x_j} = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n$$

n adet eşitlik ile,

$$\phi_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad i = 1, 2, \dots, m$$

m adet eşitliğin kullanılmaları ile çözülürler.

Not: Lagrange çarpanları yönteminin uygulanması sonucu λ parametrelerinin varlığı ancak fonksiyonel determinant'ın (Jacobian) $J \neq 0$ olması durumu için geçerlidir.

Jacobian: (2.19) ve (2.20) eşitliklerini yeniden yazarak

$$w = f(x, y, u, v)$$

$$\phi_1(x, y, u, v) = 0$$

$$u = u(x, y)$$

$$\phi_2(x, y, u, v) = 0$$

$$v = v(x, y)$$

ve w fonksiyonunun x ve y 'ye göre kısmi türevlerini,

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial u} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial f}{\partial v} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0 \quad (2.25)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial u} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial f}{\partial v} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0$$

ve bağlantı fonksiyonları için de kısmi türevleri hesaplırsak,

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial x} + \frac{\partial \phi_1}{\partial u} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial \phi_1}{\partial v} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0 \quad (a)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial y} + \frac{\partial \phi_1}{\partial u} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial \phi_1}{\partial v} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (b)$$

(2.26)

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial x} + \frac{\partial \phi_2}{\partial u} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial \phi_2}{\partial v} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0 \quad (c)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial y} + \frac{\partial \phi_2}{\partial u} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial \phi_2}{\partial v} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0 \quad (d)$$

lineer eşitlikleri bulmuş oluruz.

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial x} + \frac{\partial \phi_1}{\partial u} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial \phi_1}{\partial v} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0$$

(2.26a)

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial x} + \frac{\partial \phi_2}{\partial u} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial \phi_2}{\partial v} \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right) = 0$$

0 halde çözümün bulunabilmesi için yukardaki (2.26a ve c) eşitlikleri için Jacobian,

$$J(u,v) = \begin{vmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial u} & \frac{\partial \phi_1}{\partial v} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial u} & \frac{\partial \phi_2}{\partial v} \end{vmatrix} \neq 0$$

(2.1)

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial y} + \frac{\partial \phi_1}{\partial u} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial \phi_1}{\partial v} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0$$

(2.26b)

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial y} + \frac{\partial \phi_2}{\partial u} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial \phi_2}{\partial v} \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right) = 0$$

ve (2.26b ve d) eşitlikleri için Jacobian,

$$J(u,v) = \begin{vmatrix} \frac{\partial \phi_1}{\partial u} & \frac{\partial \phi_1}{\partial v} \\ \frac{\partial \phi_2}{\partial u} & \frac{\partial \phi_2}{\partial v} \end{vmatrix} \neq 0$$

(2.1)

olmalıdır.

2.3. EŞİT ARTIMSAL MALİYET (BİR ÜRETİM MERKEZİ YÜKÜNÜN MEREZİN ÜRETİM ÜNİTELERİ ARASINDA EN EKONOMİK ÜRETİM MALİYETİNİ GERÇEKLEŞTİRMEK ÜZERE PAYLAŞTIRILMASI)

a) Lagrange Çarpanı Yöntemi

G sayıda üretim ünitesine sahip bir üretim merkezinin topl

Ekü ve Ünite çıkış güçlerinin toplamı, ($P_T = P_R$ için, eşitlikler (2.3) ve (2.5)),

$$P_T = P_1 + P_2 + \dots + P_G = \sum_{i=1}^G P_i \quad (2.29)$$

Üretim merkezi maliyeti, Üretim Ünitelerinin maliyetlerinin toplamı olarak,

$$M_T = M_1 + M_2 + \dots + M_G = \sum_{i=1}^G M_i \quad (2.30)$$

şeklinde gösterilebiliyordu. Paragraf (2.1). Şimdi sisteme verilen bir (P_T) toplam aktif gücü için (M) maliyetinin minimumunu Lagrange çarpanı yöntemi ile aramaya çalışalım.

Maliyet fonksiyonu Ünite güçleri ile direkt orantılı olduğundan bu fonksiyon,

$$M = f(P_1, P_2, \dots, P_G) \quad (2.31)$$

şeklinde de yazılabilir. Toplam güç (talep edilen güç) (P_R), sabit olduğundan, bağlantı eşitliği,

$$P_T = \sum_{i=1}^G P_i - P_R = 0 \quad (2.32)$$

Eşitliği (M) maliyet eşitliğinin minimumunu sağlayacak eşitliktir.

Halde Lagrange çarpanı yöntemi kullanılarak yeni bir fonksiyonu tanımlanabilir, eşitlik (2.24a) kullanılarak yeni fonksiyon^x,

^xEşitlik (2.33) de λ 'nın önündeki işaret, eşitlik (2.24a) da-kinin aksine (-) olarak kullanılmıştır. Bunun nedeni, ilerde kullanılacak λ 'ların pozitif olarak çıkmalarının teminidir.

$$\phi = M - \lambda \left(\sum_{i=1}^G P_i - P_R \right) \quad (2.33)$$

i 'nin bütün değerleri için $\frac{\partial \phi}{\partial P_i} = 0$, (M) maliyet fonksiyonunu minimumunu verir. Buradaki (λ) çarpanının birimi, maliyet (TL/h) ve üretim ünitesinin çıkış gücü (MW) alındığında (TL/MWh) dir.

Şimdi üretim merkezinde üç üretim ünitesinin bulunduğunu düşünelim. ϕ eşitliğinin P_1 'e göre kısmi türevi yalnız P_1 değişken P_2 ve P_3 sabit olduğundan,

$$\frac{\partial \phi}{\partial P_1} = \frac{\partial M_1}{\partial P_1} - \lambda = 0 \quad (2.34)$$

dır. Diğer taraftan,

$$\frac{\partial M_1}{\partial P_1} = \frac{dM_1}{dP_1} \quad (2.35)$$

yazılabileceğinden eşitlik (2.34)'den

$$\frac{dM_1}{dP_1} = \lambda \quad (2.36)$$

elde edilir ki bu da 1 no'lu ünitenin artımsal maliyetidir. İşleme aynı şekilde devam edecek olursak 2 ve 3 no'lu üniteler için,

$$\frac{dM_2}{dP_2} = \lambda \quad \text{ve} \quad \frac{dM_3}{dP_3} = \lambda \quad (2.37)$$

veya genellikle i sayıda üretim ünitesi için,

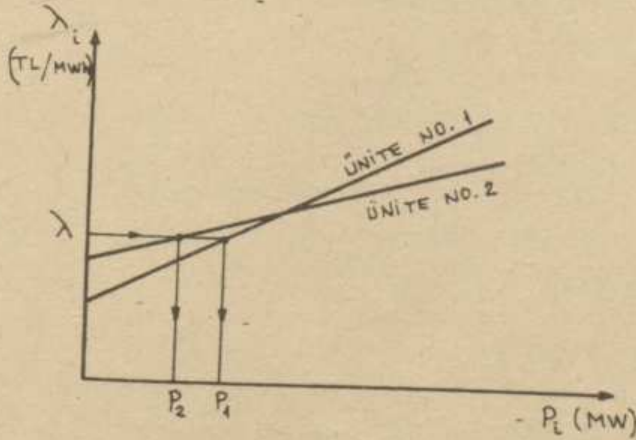
$$\frac{dM_1}{dP_1} = \frac{dM_2}{dP_2} = \dots = \frac{dM_i}{dP_i} = \lambda \quad i=1,2,3,\dots,G \quad (2.38)$$

yazılabilir. Yani Üretim merkezi yükünün Ünitelere paylaştırılmasında "Bütün Üniteler Optimizasyonunun Gerçekleştirilmesi için Eşit Artımsal Maliyetle Yüklenmelidirler" sonucuna varılmış olur.

"Lagrange Çarpanı Yöntemi" kullanarak varılan bu sonucun aşağıda grafik olarak açıklanması yapılacak ve gerçek bir, iki üniteli üretim merkezi için sayısal bir örnek üzerinde uygulaması gösterilecektir.

b) Grafik Çözüm

Eşit artımsal maliyet bir üretim merkezinin çıkış gücünün merkezin bütün üretim üniteleri arasında en ekonomik şekilde bölüştürülmesi ile üretim maliyetinin optimize edilmesi yöntemidir. Şekil 2.3, iki üretim üniteli bir üretim merkezinin ünitelerinin artımsal maliyet değişimlerini göstermektedir.



Şekil 2.3

Unitelerin üretecekleri her MWh başına TL olarak artımsal maliyetleri matematik olarak gösterildiği üzere eşit

$\left(\frac{dM_1}{dP_1} = \frac{dM_2}{dP_2} = \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda\right)$ ve çıkış toplam gücü $P_T = P_1 + P_2$ ola-

cak şekilde Ünitelere isabet eden P_1 ve P_2 yüklerinin grafik olarak bulunuşu şekilde gösterilmektedir. Üretim merkezlerinde genel olarak G sayıda Üretim Ünitesinin bulunması durumunda ise genel gösteriliş, artımsal maliyetler için,

$$\frac{dM_1}{dP_1} = \frac{dM_2}{dP_2} = \dots = \frac{dM_G}{dP_G} = \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_G = \lambda \quad (2.39)$$

ve Ünite güçleri için de

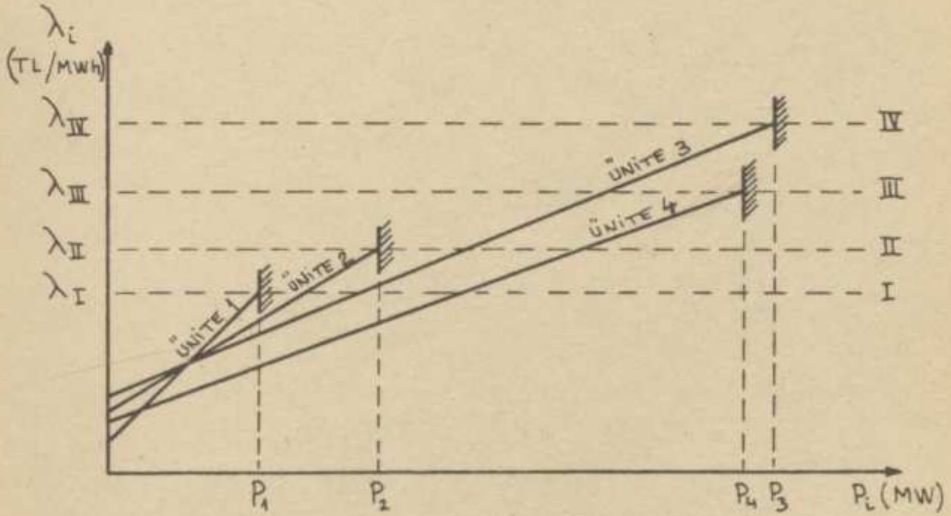
$$P_1 + P_2 + \dots + P_G = P_R \quad (2.40)$$

dir.

Şüphesiz bir Üretim merkezindeki bütün Ünitelerin Üretim kapasiteleri birbirlerinin aynı olamaz. Bu nedenle eşit artımsal maliyet yöntemi ile bütün Ünitelerin, verimlerine bakılmaksızın, yüklenmeleri gerekir, ta ki en küçük kapasiteli Ünite maksimum yükü ile yüklensin. Toplam merkez çıkış yükünün (P_R) artması durumunda artık maksimum yük ile yüklenen üretim kapasitesi en küçük olan Ünite dikkate alınmayıp diğer Ünitelerin eşit artımsal maliyet ile yüklenilmelerine dikkat edilir (Şekil 2.4) ve bu işlem, kapasitesi dolan her Ünitenin dikkate alınmaması ile devam eder.

Şekilde Üretim kapasitesi en küçük olan Ünite 1 no'lu Ünite-dir. Bunu sırası ile 2, 4 ve 3 no'lu Üniteler izlemektedir.

O halde ilk yükleme bölgesinin üst sınırı I ve bu sınıra uyan Ünitelerin artımsal maliyetleri de $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_I$ dir. İkinci yükleme bölgesinin üst sınırı ise II'dir. Yani Ünite 2 maksimum yük ile yüklenmiştir. Bu durumda Ünitelerin artımsal maliyetleri; 1 no'lu Ünitenin ($\lambda_1 = \lambda_I$) ve diğer Ünitelerinki ise birbirine eşittir ($\lambda_2 = \lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_{II}$).



Şekil 2.4

Üçüncü yükleme bölgesinin üst sınırı, 4 no'lu ünitenin maksimum kapasitesine erişildiğinden, III'dür. Bu duruma uyan artımsal maliyetler ise; 1 no'lu ünite için ($\lambda_1 = \lambda_I$), 2 no'lu ünite için ($\lambda_2 = \lambda_{II}$) ve 3 ve 4 no'lu üniteler için de ($\lambda_3 = \lambda_4 = \lambda_{III}$)'dür.

Dördüncü yükleme bölgesinin üst sınırı örneğe göre aynı zamanda üretim merkezinin de yüklenebileceği maksimum yükü göstermektedir. Bu noktada 3 no'lu ünitenin maksimum kapasitesine erişileceğinden IV'dür. Bu durumda ise artımsal maliyetler ünitelere göre şöyledir; 1 no'lu ünite için ($\lambda_1 = \lambda_I$), 2 no'lu ünite için ($\lambda_2 = \lambda_{II}$), 4 no'lu ünite için ($\lambda_4 = \lambda_{III}$) ve 3 no'lu ünite için de ($\lambda_3 = \lambda_{IV}$).

Eğer bu üretim merkezinin maksimum yük ile yüklendiği düşünülürse merkezin çıkış gücü $P_R = P_1 + P_2 + P_3 + P_4$ olacak fakat her üretim ünitesinin bu yüklenme durumu için artımsal maliyetleri birbirlerinden farklı olacaktır.

Örnek 2.1

Artımsal maliyetleri sırası ile;

$$\lambda_1 = \frac{dM_1}{dP_1} = 0,75 P_1 + 150 \text{ TL/MWh}$$

ve

$$\lambda_2 = \frac{dM_2}{dP_2} = 0,90 P_2 + 120 \text{ TL/MWh}$$

olan iki Üretim Ünitesinin çıkış güçleri (20-125 MW) arasında değişmekte olup (50-250 MW)'lik üretim merkezi çıkış gücünü karşılayabilmek için devamlı geliştirilacaklardır.

- Minimum Üretim maliyetinin sağlanabilmesi için Unitelerin alacakları yükleri ve artımsal maliyetleri,

ve

- 180 MW'lık merkez çıkış yükünün Unitelere eşit olarak paylaştırılması durumunda Üretim merkezinin bir yıllık zararının ne olacağını hesaplayınız.

20 MW'lık yük, her iki Ünite için de en küçük yük olduğundan bu yüke uyan artımsal maliyetler;

$$\lambda_1 = 0,75 \times 20 + 150 = 165 \text{ TL/MWh}$$

ve

$$\lambda_2 = 0,90 \times 20 + 120 = 138 \text{ TL/MWh}$$

olurlar. Unitelerden devamlı çalışma istendiğinden 50 MW'lık minimum yükü karşılayabilmek için 1 no'lu Ünite artımsal maliyeti daha büyük olduğundan 20 MW ve 2 no'lu Ünite de 30 MW yük ile yüklenecektir. O halde Unitelerin bu duruma uyan artımsal maliyetleri;

20 MW için $\lambda_1 = 165$ TL/MWh

30 MW için $\lambda_2 = 147$ TL/MWh

olacaktır. Her iki Ünitenin de artımsal maliyetleri 165 TL/MWh olana kadar ikinci Ünite üzerine yük almaya (50 MW) devam edecektir. Ünite yüklerini ve artımsal maliyeti gösteren tablo aşağıdadır.

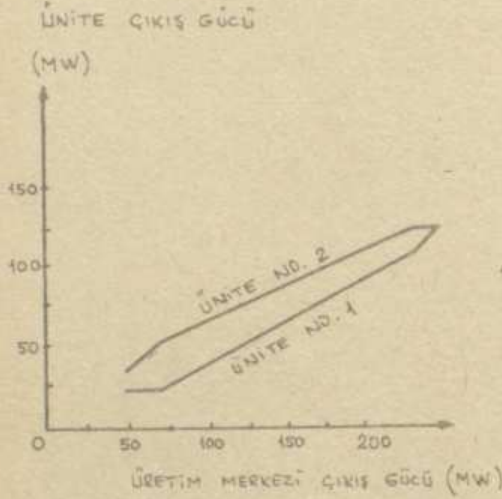
Üretim Merkezi λ (TL/MWh)	Ünite 1 P_1 (MW)	Ünite 2 P_2 (MW)	Üretim Merkezi Yüğü $P_R = P_1 + P_2$ (MW)
165/147	20.0	30.0	50.0
165	20.0	50.0	70.0
180	40.0	66.7	106.7
195	60.0	83.3	143.3
210	80.0	100.0	180.0
225	100.0	116.7	216.7
232,5	110.0	125.0	235.0
243,75	125.0	125.0	250.0

TABLO II - I

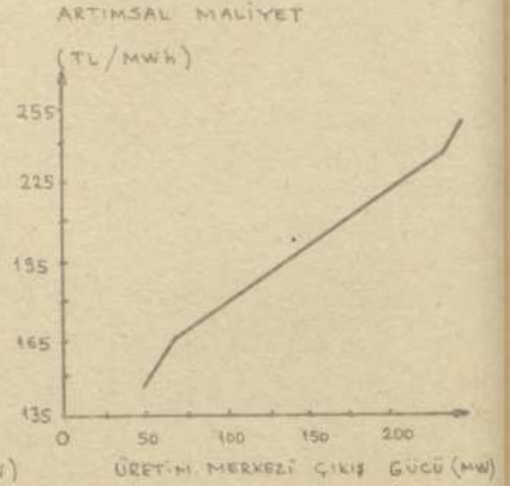
Tabloda örnek olarak;

$P_1 = 80$ MW için, $\lambda_1 = 0,75 \times 80 + 150 = 210$ TL/MWh bulunmuş ve $\lambda_1 = \lambda_2$ şartına göre de $0,90 P_2 + 120 = 210$ eşitliğinden $P_2 = 100$ MW hesaplanmıştır. Üretim merkezinin çıkış gücüne göre Ünite yükleri ve artımsal maliyet değişimleri sırası ile şekiller (2.5 ve 2.6) da gösterilmiştir.

Tabloda 180 MW'lık çıkış gücünün en ekonomik maliyeti sağlaması için Üniteler arasında sırası ile 80 MW ve 100 MW ile paylaştırılması gerektiği görülmüyor. Probleme göre eğer bu Üniteler eşit olarak 90 MW ile yüklenmiş olsalar ekonomik maliyetten uzaklaşılacağından bir yıllık üretim zararı ne olacaktır?



Şekil 2.5



Şekil 2.6

1 no'lu Ünite için Üretim maliyetindeki artış,

$$\int_{80 \text{ MW}}^{90 \text{ MW}} (0,75P_1 + 150) dP_1 = \left[0,375P_1^2 + 150P_1 \right]_{80 \text{ MW}}^{90 \text{ MW}} = 213,75 \text{ TL/saat}$$

ve 2 no'lu Ünite için de Üretim maliyetindeki eksiliş,

$$\int_{100 \text{ MW}}^{90 \text{ MW}} (0,90P_2 + 120) dP_2 = \left[0,45P_2^2 + 120P_2 \right]_{100 \text{ MW}}^{90 \text{ MW}} = -205,50 \text{ TL/saat}$$

olarak hesaplanabilir. O halde maliyetteki net artış;

$213,75 - 205,50 = 8,25 \text{ TL/saat}$ olacak ve yıllık devamlı çalışma durumu dikkate alındığında Üretim maliyetindeki zarar,

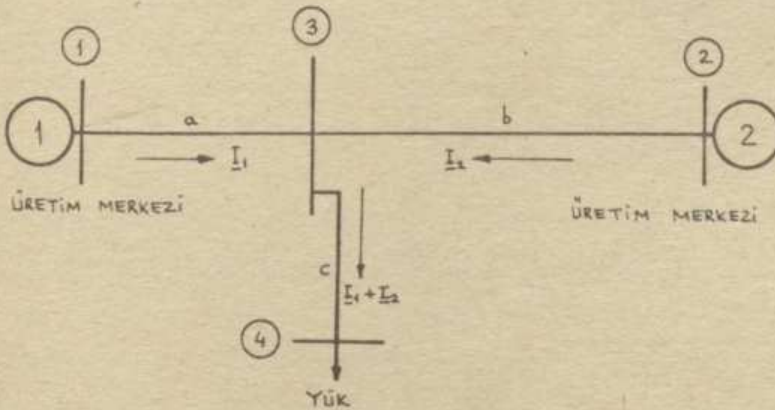
$$8,25 \times 24 \times 365 = 72270 \text{ TL}$$

seviyesine ulaşacaktır^x.

^xBu örnek hazırlanırken 1980 yılında 1 MBTU'luk enerji miktarının 17,50 TL sarfedilerek 6000 kcal/kg'lık vasıflı kömürle

2.4. İLETİM KAYIPLARI EŞİTLİĞİ KULLANILARAK BİR ELEKTRİK GÜÇ SİSTEMİ AKTİF YÜKÜNÜN ÜRETİM MERKEZLERİ ARASINDA EN EKONOMİK ŞEKİLDE PAYLAŞTIRILMASI

Bir elektrik güç sisteminde sistemin aktif yükünün üretim merkezleri arasında en ekonomik şekilde dağılımı yük merkezlerinin bulundukları yerlere ve üretim merkezlerinin artımsal maliyetlerine bağlı bulunmaktadır. İletim Kayıpları veya (RI^2) ile ifade edilen aktif güç kayıpları yük merkezleri ile üretim merkezleri arasındaki fiziksel bağlantının bir fonksiyonu olduğundan bu kayıpların üretim merkezlerinin çıkış güçleri cinsinden ifade edilmeleri gerekir. Aşağıda iki adet üretim ve bir adet yük merkezi bulunan basit bir güç sistemi üzerinde genel tanımların yapılmasına çalışılacaktır(34).



Şekil 2.7

*karşılanacağı düşünülmüştür. Yani bu enerji miktarını karşılayacak kömürün ağırlığı;

1 MBTU/3,97 = 251 900 kcal, 251 900/6000 = 42 kg ve maliyeti 17,50 TL/42 kg = 41,7 krş/kg = 417 TL/ton olmaktadır.

Bu değerler kullanıldığında sayısal örnek 72270 TL'lık bir zararı ortaya çıkartmaktadır. Yurdumuzda 1980 yılı vasıflı kömürün tonunu 417 TL'a bulmak oldukça zor olduğundan yurdumuz için bu zararın oldukça büyük değerlere ulaşabileceği gözönüne alınmalıdır.

Dirençleri sırası ile R_a , R_b ve R_c olan a, b ve c iletim hatlarından geçen akımların aynı fazda oldukları kabul edildiğinde,

$$|\underline{I}_1| + |\underline{I}_2| = |\underline{I}_1 + \underline{I}_2|$$

yazılabilir. Bu kabule göre üç fazlı güç sisteminin aktif güç kaybı,

$$P_L = 3 R_a |\underline{I}_1|^2 + 3 R_b |\underline{I}_2|^2 + 3 R_c |\underline{I}_1 + \underline{I}_2|^2$$

eşitliğinden,

$$P_L = 3 (R_a + R_c) |\underline{I}_1|^2 + 3 R_c \times 2 |\underline{I}_1| |\underline{I}_2| + 3 (R_b + R_c) |\underline{I}_2|^2 \quad (2.41)$$

dir. Üretim merkezlerinden çekilen akımlar ise, merkezlerin aktif üretim güçleri, uç gerilimleri ve güç faktörleri cinsinden,

$$|\underline{I}_1| = \frac{P_1}{\sqrt{3} |\underline{V}_1| \cos \theta_1} \quad \text{ve} \quad |\underline{I}_2| = \frac{P_2}{\sqrt{3} |\underline{V}_2| \cos \theta_2} \quad (2.42)$$

olarak yazılabildiğinden sistemin toplam iletim aktif kaybı (2.42) eşitliklerinin (2.41) eşitliğinde yerlerine konulmaları ile,

$$\begin{aligned} P_L &= P_1^2 \frac{R_a + R_c}{V_1^2 \cos^2 \theta_1} + 2 P_1 P_2 \frac{R_c}{V_1 V_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2} + P_2^2 \frac{R_b + R_c}{V_2^2 \cos^2 \theta_2} \\ &= P_1^2 B_{11} + 2 P_1 P_2 B_{12} + P_2^2 B_{22} \end{aligned} \quad (2.43)$$

şeklinde gösterilebilir ki bu eşitlikteki B_{11} , B_{12} ve B_{22} katsayılarına,

$$B_{11} = \frac{R_a + R_c}{V_1^2 \cos^2 \theta_1}$$

$$B_{12} = \frac{R_c}{V_1 V_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2} \quad (2.44)$$

$$B_{22} = \frac{R_b + R_c}{V_2^2 \cos^2 \theta_2}$$

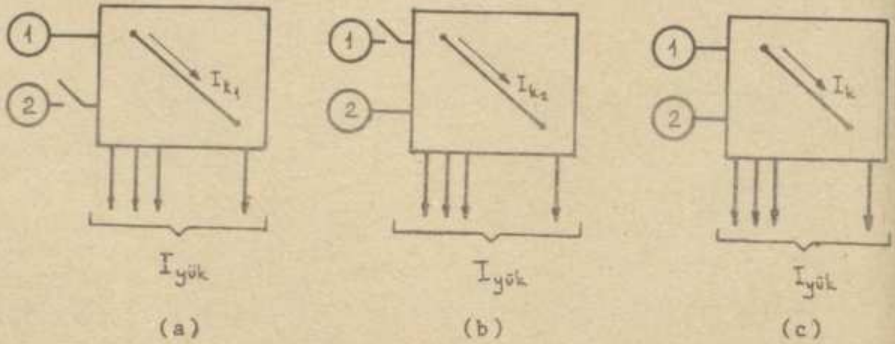
sistemin "Kayıp Eşitliği Katsayıları" veya yalnız "B Katsayıları" denir.

Eğer gerilimler fazlar arası gerilimi olarak kV ve dirençler ohm olarak alınırsa B katsayılarının birimi (1/MW) olur. P_1 ve P_2 güçlerinin de (MW) olarak ifade edilmesi ile aktif güç kaybı birimi (MW) çıkar. .

(2.44) eşitliklerinden B katsayılarının üretim merkezlerinin çıkış gerilimlerine ve güç faktörlerine bağlı olarak değişebilecekleri görülmekte ise de genel olarak sistemin yük talebinde büyük bir değişim olmadığı sürece sabit kabul edilebilirler. Bu nedenle iletim hatlarından geçen akımların aynı fazda olduklarının kabul edilmesinde büyük bir hata yapılmış olmaz.

Bununla beraber günün belirli saatlerinde sistemin yük talebi değişim göstereceğinden belirli zaman aralıkları için gerilimlerin ve güç faktörlerinin değişimleri gözönüne alınarak bu katsayıların yeniden hesap edilmesi gerekir.

Yukardaki örnekte iki üretim merkezi ve bir yük dağıtım merkezi olan basit bir güç sistemi ele alındı. İletim kayıplarının üretim merkezlerinin çıkış güçleri cinsinden ifade edilmesinde genel bir gösterilişe geçebilmek için iki üretim merkezli fakat çok sayıda yük dağıtım merkezli bir sistem seçelim (Şekil 2.8). Sistemde k sayıda iletim hattı bulunsun.



Şekil 2.8

Sisteme bütün yüklerin bağlı fakat sistemin yalnız 1 no'lu Ünitesi tarafından beslendiğini düşünelim. Bu durumda sistemin k no'lu iletim hattından geçen akımı I_{k1} dır (Şekil 2.8a). 1 no.lu Ünite toplam yük akımını (I_y) temin edeceğine göre;

$$N_{k1} = \frac{I_{k1}}{I_y}$$

farz edersek ve aynı düşüncüyü 2 no'lu Ünite için de düşünelim (Şekil 2.8b).

$$N_{k2} = \frac{I_{k2}}{I_y}$$

yazabiliriz. Her iki Ünitenin de bağlı olduğu durumda süperpozisyon teoremine göre k no'lu iletim hattından (Şekil 2.8c) I_1 ve I_2 Ünite akımları olarak,

$$I_k = N_{k1} I_1 + N_{k2} I_2 \quad (2.4)$$

akımı akacaktır. Bu eşitlikteki N_{k1} ve N_{k2} akım dağılım katsayılarıdır.

Buraya kadar yapılan kabullerde iletim hatlarının X/R oranı

sabit yani hatlardan geçen akımların aynı fazda oldukları düşünülür. Fakat gerçek işletme durumunda bu kabul geçerli olmaz. Eğer θ_1 ve θ_2 sırası ile $\underline{I}_1$ ve $\underline{I}_2$ akımlarının $\underline{V}_1$ ve $\underline{V}_2$ gerilimlerine göre faz açıları iseler, bu durumda $\underline{I}_1$ ve $\underline{I}_2$ akımları,

$$\underline{I}_1 = |\underline{I}_1| \cos \theta_1 + j |\underline{I}_1| \sin \theta_1$$

ve

$$\underline{I}_2 = |\underline{I}_2| \cos \theta_2 + j |\underline{I}_2| \sin \theta_2$$

şeklinde yazılabilir. N_{k1} ve N_{k2} gerçel büyüklükler olarak (2.45) eşitliğinden,

$$|I_k|^2 = [N_{k1} |I_1| \cos \theta_1 + N_{k2} |I_2| \cos \theta_2]^2 + [N_{k1} |I_1| \sin \theta_1 + N_{k2} |I_2| \sin \theta_2]^2 \quad (2.46)$$

veya basitleştirilerek,

$$|I_k|^2 = N_{k1}^2 |I_1|^2 + N_{k2}^2 |I_2|^2 + 2 N_{k1} N_{k2} |I_1| |I_2| \cos(\theta_1 - \theta_2) \quad (2.47)$$

olur.

$$|I_1| = \frac{P_1}{\sqrt{3} |V_1| \cos \theta_1}, \quad |I_2| = \frac{P_2}{\sqrt{3} |V_2| \cos \theta_2}$$

ve (2.45) eşitliği kullanılarak, k no'lu iletim hattının direnci R_k için toplam iletim kayıpları,

$$P_L = \sum_{k=1}^k 3 |I_k|^2 R_k = \frac{P_1^2}{|V_1|^2 \cos^2 \theta_1} \sum_{k=1}^k N_{k1}^2 R_k + \frac{2 P_1 P_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)}{|V_1| |V_2| \cos \theta_1 \cos \theta_2} \sum_{k=1}^k N_{k1} N_{k2} R_k + \frac{P_2^2}{|V_2|^2 \cos^2 \theta_2} \sum_{k=1}^k N_{k2}^2 R_k \quad (2.48)$$

olur ki bu eşitlik örnek sistemimiz için;

$$P_L = P_1^2 B_{11} + 2P_1 P_2 B_{12} + P_2^2 B_{22}$$

şeklinde de yazılabilir. Bu eşitlikteki B katsayıları,

$$B_{11} = \frac{1}{|V_1|^2 \cos^2 \theta_1} \sum_{k=1}^k N_{k1}^2 R_k$$

$$B_{12} = \frac{\cos(\theta_1 - \theta_2)}{|V_1| |V_2| \cos \theta_1 \cos \theta_2} \sum_{k=1}^k N_{k1} N_{k2} R_k \quad (2.49)$$

$$B_{22} = \frac{1}{|V_2|^2 \cos^2 \theta_2} \sum_{k=1}^k N_{k2}^2 R_k$$

veya genel olarak G sayıda üretim merkezine ve k sayıda iletim hattına sahip bir güç sisteminin B katsayıları, $i=1,2,\dots$ ve $j=1,2,\dots,G$ için

$$B_{ij} = \frac{\cos(\theta_i - \theta_j)}{|V_i| |V_j| \cos \theta_i \cos \theta_j} \sum_{k=1}^k N_{ki} N_{kj} R_k \quad (2.50)$$

ve sistemin aktif güç kayıpları,

$$P_L = \sum_{i=1}^G \sum_{j=1}^G P_i B_{ij} P_j \quad (2.51)$$

şeklinde gösterilebilirler(16,35,36). Bu eşitlikteki G, sistemin üretim merkezi sayısını göstermektedir. Eşitlik (2.51) in çıkartılmasında yapılan bir yanlışlık akım dağılım katsayılarının gerçel büyüklükler olarak kabul edilmeleridir. Gerçekte karmaşık sayılar olan bu katsayıların yerine mutlak değerlerinin kullanılması, eğer belirli zaman aralıkları için yeniden hesaplamalar yapılıyor ise, sonuca pek fazla etkili olmamaktadır. Bu nedenle hesapların basitleştirilmesi için akım dağılım katsayılarının gerçel sayılar olmalarına özel-

likle dikkat edilmektedir.

Yukardaki inceleme sonucu, bir güç sistemindeki aktif iletim kayıplarının sistemin B katsayılarının hesaplanmaları ile üretim merkezlerinin çıkış güçleri cinsinden ifade edilebilecekleri görüldü. Sistemin en ekonomik işletilebilme koşullarının araştırılmasında bundan böyle sistemin iletim kayıplarını da dikkate alabiliriz.

G sayıda üretim merkezine sahip bir güç sisteminin toplam üretim gücü üretim merkezlerinin çıkış güçlerinin toplamı,

$$P_T = P_1 + P_2 + \dots + P_G = \sum_{i=1}^G P_i \quad (2.52)$$

ve sistemin üretim maliyeti üretim merkezlerinin maliyetlerinin toplamı olarak,

$$M = M_1 + M_2 + \dots + M_G = \sum_{i=1}^G M_i \quad (2.53)$$

dir. Şimdi sisteme verilen bir (P_T) toplam aktif gücü için (M) maliyetinin minimumunu Lagrange çarpanı yöntemi ile aramaya çalışalım.

Maliyet fonksiyonu, ünite güçleri ile direkt orantılı olduğundan bu fonksiyon,

$$M = f(P_1, P_2, \dots, P_G) \quad (2.54)$$

şeklinde de yazılabilir. Toplam üretilen güç P_T sabit olduğundan iletim kayıplarını da dikkate alarak, bağlantı eşitliği,

$$\phi_i = \sum_{i=1}^G P_i - P_L - P_R = 0 \quad (2.55)$$

yazabiliriz. Bu eşitlikteki P_R sistemden çekilen güçlerin

toplamı, P_L sistemin iletim kayıpları ve $\sum_{i=1}^G P_i$ her üretim merkezinin sisteme verdiği güçlerin toplamıdır.

Şimdi optimizasyon için Lagrange çarpanı yöntemini uygulamaya çalışalım. Yeni bir ϕ fonksiyonu, eşitlik (2.24a) kullanılarak,

$$\phi = M - \lambda \left(\sum_{i=1}^G P_i - P_L - P_R \right) \quad (2.56)$$

şeklinde tanımlanabilir. (M) maliyet fonksiyonunun minimum değeri, (i)'nin bütün değerleri için $\frac{\partial \phi}{\partial P_i} = 0$ olacak şekilde gerçekleşecektir. O halde P_i ye göre kısmi türevler,

$$\frac{\partial \phi}{\partial P_i} = \frac{\partial M_i}{\partial P_i} - \lambda + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_i} = 0 \quad (2.57)$$

veya

$$\frac{dM_i}{dP_i} + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_i} = \lambda \quad (i=1,2,\dots,G) \quad (2.58)$$

eşitliği ile ifade edilebilir. Bu ifadenin alışılmış şekli eşitliğin yeniden düzenlenmesi ile,

$$\frac{dM_i}{dP_i} \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i}} = \lambda \quad (2.59)$$

veya

$$\frac{dM_i}{dP_i} L_i = \lambda \quad (2.60)$$

şeklinde ki bu eşitlikteki L_i ye i no'lu üretim merkezinin "Ceza Faktörü" adı verilir.

$$L_i = \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i}} \quad (2.61)$$

Bu eşitliklerdeki büyüklükler merkez çıkış güçlerinin Üniteleri arasında bölüştürülmelerinde olduğu gibi, λ (TL/MWh), $M(TL/h)$ ve P_i (MW) dır. Eğer (2.60) eşitliğinin yazı ile ifade edilmesi istenirse şöyle denebilir; "İletim kayıpları eşitliği kullanılarak bir elektrik güç sistemi aktif yükünün Üretim merkezleri arasında en ekonomik şekilde paylaştırılmasının gerçekleştirilmesi ancak her üretim merkezinin artımsal maliyetinin kendi ceza faktörü ile çarpımlarının birbirlerine eşit olmaları ile mümkündür".

(2.61) eşitliğindeki $\frac{\partial P_L}{\partial P_i}$ nin değeri G sayıda üretim merkezi için,

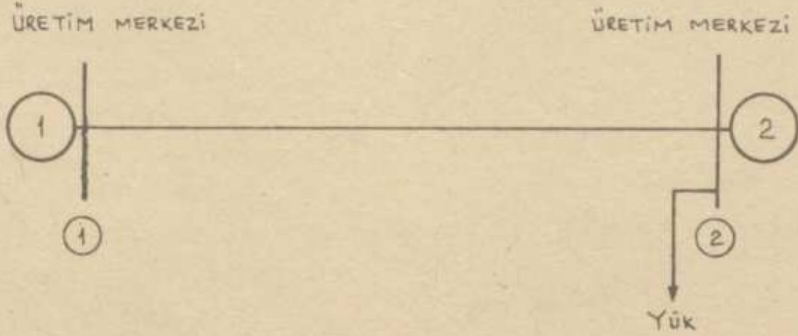
$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = \frac{\partial}{\partial P_i} \sum_{i=1}^G \sum_{j=1}^G P_i B_{ij} P_j \quad (2.62)$$

dir. Böyle bir problemin çözülmesinde genellikle şu yol izlenir; eşitlik (2.58) sistemde kaç üretim merkezi varsa o kadar birbirinden bağımsız eşitlikleri meydana getirir ki bu eşitlikler λ için başlangıçta bir değerin vaz edilmesi ile çözülebilir. Optimizasyona λ 'nın vaz edilen bir tek değeri ile ulaşmak olasılığı çok zayıf olduğundan çeşitli değerleri denenir ve her seferinde yeni λ değeri için iletim kayıpları hesaplanır. İteratif hesaplamalar yakınsaklık limitleri içinde kalmaya başladıktan sonra çözüme ulaşılmakta bulunduğu kabul edilebilir. (2.62) eşitliğindeki B_{ij} sistemin B katsayıları olup belirli bir yük talebine göre tayin edilecek katsayılarıdır. P_i ve P_j ise bu yük talebini karşılayan üretim merkezlerinin çıkış güçleridir ve G sistemdeki üretim merkezi sayısını göstermektedir.

Şüphesiz bu tip çözümlerde el ile hesaplamalar özellikle bü-

yük sistemler için hiç de geçerli bir yol değildir. Bu nedenle bilgisayarların kullanılmaları gerekir.

Örnek 2-2



Şekil 2.9

Şekildeki basit güç sisteminde yük dağılımı 2 no.lu baradan yapılmaktadır. 1 no'lu üretim merkezinden 100 MW çıkış gücü elde edildiğinde bunun 10 MW'ı iletim kayıplarına dönüşmektedir. Üretim merkezlerinin artımsal maliyetleri sırası ile,

$$\frac{dM_1}{dP_1} = 0,225 P_1 + 127,5 \quad \text{TL/MWh}$$

$$\frac{dM_2}{dP_2} = 0,450 P_2 + 142,5 \quad \text{TL/MWh}$$

olduklarına göre:

Sistemin artımsal maliyetinin $\lambda = 187,5$ TL/MWh olması durumunda üretim merkezlerinin aktif güçlerini ve sistemden çekilen aktif yükü,

hesaplayınız.

Sistemde 2 üretim merkezi bulunduğundan iletim kayıpları (2.4 eşitliğinden,

$$P_L = P_1^2 B_{11} + 2P_1P_2B_{12} + P_2^2 B_{22}$$

dir ve iletim kayıplarının P_1 ve P_2 'ye göre kısmi türevleri,

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_1} = 2P_1B_{11} + 2P_2B_{12}$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_2} = 2P_2B_{22} + 2P_1B_{12}$$

olarak hesaplanabilir. O halde (2.58) eşitliği 1 no.lu üretim merkezi için;

$$0,225 P_1 + 2\lambda B_{11}P_1 + 2\lambda B_{12}P_2 = \lambda - 127,5$$

ve 2 no'lu üretim merkezi için de,

$$0,450 P_2 + 2\lambda B_{22}P_2 + 2\lambda B_{12}P_1 = \lambda - 142,5$$

olarak düzenlenebilir.

2 no'lu üretim merkezi çıkış gücünün direkt olarak yük ile bağlantısı bulunduğundan hat kayıpları ile bir ilgisi yoktur. Yani, $B_{22} = 0$ ve $B_{12} = 0$ yazılabilir. Bu duruma göre B_{11} katsayısı;

$P_1 = 100$ MW için $P_L = 10$ MW verildiğinden

$$B_{11} = \frac{P_L}{P_1^2} = \frac{10}{100^2} = 0,001 \quad 1/\text{MW}$$

dır.

$\lambda = 187,5$ TL/MWh için, (en ekonomik yük dağılımı)

$$0,225 P_1 + 2 \times 187,5 \times 0,001P_1 = 187,5 - 127,5$$

$$P_1 = 100 \text{ MW}$$

ve

$$0,450 P_2 = 187,5 - 142,5$$

$$P_2 = 100 \text{ MW}$$

bulunur. İletim kayıpları,

$$P_L = 0,001 \times 100^2 = 10 \text{ MW}$$

ve bu durumda sistemden çekilen güç,

$$\sum_{i=1}^2 P_i - P_L - P_R = 0$$

eşitliğinden

$$P_R = 100 + 100 - 10 = 190 \text{ MW}$$

dır.

Sonuçta $\lambda = 187,5$ TL/MWh artımsal maliyetle en ekonomik yük dağılım üniteler arasında eşit paylaşımı (100'er MW) öngörmektedir. Bu durumda yükün hissesi ise 190 MW olmaktadır. Yük talebindeki artış ve eksiliş verilen λ değeri ve P_1 gücü sabit kaldığı sürece işletmeyi en ekonomik işletme durumundan uzaklaştıracaktır.

2.5. TAM EKONOMİK OPTİMİZASYON

Buraya kadar yapılan incelemeler, 1930 yılından başlayarak 1960 yılına kadar devam eden aktif enerji optimizasyonu konusundaki araştırma ve uygulamaların bir özetlemesi ile optimi-

zasyon temellerinin açıklanması oldu. Bu özeti burada birkaç satır ile yeniden toplamak gerekirse şöyle yazabiliriz. Artımsal maliyet fikrinin 1931 yılında açıklanmasından sonra 1933 yılında belirli bir aktif yükün üretim üniteleri arasında eşit artımsal maliyete göre dağıtılması gerektiği belirtildi. 1943 yılında elektrik güç sistemlerindeki üretim merkezlerinin en ekonomik şekilde aktif yük ile yüklenecekleri düşüncesi, iletim hatlarındaki aktif güç kayıplarının ele alınması zorunluluğunu ortaya çıkarttı. İletim kayıplarını ifade eden eşitlikte ise (yıl 1958) B katsayılarının sabit olmadıkları ve zaman zaman düzeltilmelerinin gerektiği ifade edildi.

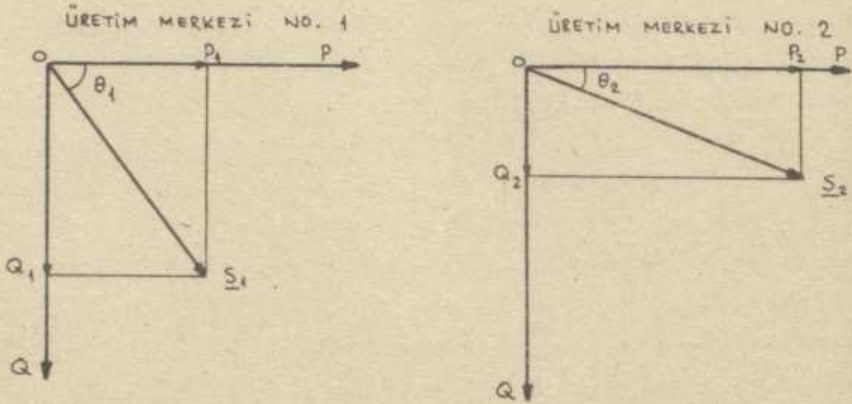
1960 yılında bu probleme reaktif güç optimizasyonunun da ilave edilebilirliği tartışılmaya başlandı. R.B.Squires paragraf (1.2)'de belirtildiği gibi bu çalışmanın ilk öncüsü oldu(18). Adına "Tam Ekonomik Optimizasyon" denen ve maliyet fonksiyonunun minimizasyonunu hem aktif gücün ve hem de reaktif gücün optimize edilmesine dayandıran çalışma J.Carpentier tarafından 1962 yılında ortaya atıldı(22,23).

Ana hatları itibarile "Tam Ekonomik Optimizasyon" şöyle tanımlanabilir; Bir elektrik güç sisteminden belirli bir t zamanında çekilen aktif ve reaktif güçler (Y) sayıda yük merkezi için sırası ile,

$$P_R = \sum_{i=1}^Y P_i \quad (2.63)$$

$$Q_R = \sum_{i=1}^Y Q_i \quad (2.64)$$

dir. Buraya kadar yalnız toplam aktif yükün üretim merkezleri arasında en ekonomik dağılımında iletim kayıplarının kullanılacağı görüldü. Eğer problem reaktif güç açısından da ele alınırsa çözüme nasıl ulaşılabacaktır?



Şekil 2.10

Yukardaki şekilde $P_1 + P_2 = P_R + P_L$ ve $Q_1 + Q_2 = Q_R + Q_L$ yazılabileceğinden, P_R ve Q_R toplam aktif ve reaktif yük talebini ve P_L ve Q_L toplam aktif ve reaktif iletim kayıplarını dikkate alarak paylaşılan iki üretim ünitesi bir güç sisteminin aktif ve reaktif güç vektör diyagramları görülmektedir. İletim kayıpları eşitliğinin çıkartılmasında (eşitlik 2.51) bu eşitliğin üretim merkezlerinin çıkış güçleri cinsinden ifade edilmesine çalışılmıştı. O halde böyle bir problemdeki her değişken (vektör) bir başka değişkenin (vektör) fonksiyonu olarak ortada durduğu sürece genel olarak vektör diyagramları yardımı ile herhangi bir açıklamanın yapılabilmesi mümkün değildir. Ancak vektör diyagramları bir (t) anında hesaplanan veya ölçülebilen değerler için çizilebilirler. Bu nedenle vektör diyagramları yerine probleme matematiksel yaklaşım söz konusu olur ki bu da bağlantı eşitliklerinden başkası olamaz. Yani bağlantı eşitlikleri sistemin aktif güç dengesi açısından P_T ve Q_T sistemin üretim merkezlerince üretecekleri toplam aktif ve reaktif güçler olarak,

$$\phi_P = P_T - P_R - P_L = 0 \quad (2.65)$$

ve reaktif güç dengesi açısından da,

$$\phi_Q = Q_T - Q_R - Q_L = 0 \quad (2.66)$$

şeklinde yazılabilirler ki bu eşitlikler de paragraf (2.2c) de tanımlı yapılan (2.20) bağlantı eşitlikleridirler.

Şekil 2.10 mühendislik uygulaması açısından ele alınacak olursa gerek iletim kayıplarının azaltılması ve gerekse sistemdeki gerilimlerin belirli toleranslarının dışına çıkmamaları için akım vektörlerinin açıların mümkün olduğu kadar sıfır dereceye yakınlaştırılması arzu edilir. Bu işlem iki türlü yapılmaktadır. Birincisi, sistemin statik ve dinamik kondansatörlerle takviyesidir ki belirli bir yatırımı gerektirir. İkinci yol ise güç akışı (aktif ve reaktif) etüdlerinden faydalanarak sistemin matematik modeli üzerinde değişimleri öngören uygulamadır. Bu, birinciye göre çoğu zamanlarda çok çabuk ve daha ucuza sonuç verecek inceleme olmaktadır(37, 38,39).

1960 yılında R.B.Squires'in ve 1962 ve 1963 yıllarında da J.Carpentier'in ortaya koydukları yöntemlerin uygulanmalarında çok sayıda eşitliklerin çözümlerinin gerektiği görülünce bu iki yöntem de gereken ilgiyi görmedi. Bunun nedeni her iki yöntemin de kullandığı lineer olmayan eşitliklerin sayısının sistemin toplam bara sayısı ile orantılı olduğudur. 500 baralı bir sistem için 6500 lineer olmayan eşitlik (!). Bununla beraber bu iki bilim adamı yalnız optimizasyon konusunda değil güç sistemleri analizi ve nümerik analiz konularını da zorlamış olduklarından bu konuda çalışanlar şüphesiz kendilerine çok şey borçludurlar.

1967 yılında Dopazo-Klinton-Stagg-Watson(19) aktif ve reaktif güç optimizasyonunu minimum iletim kayıplarına dayandıran bir yöntem önerdiler. Bu yöntemde maliyet,

$$M = f(P_1, P_2, \dots, P_G) \quad (2.67)$$

ve bağlantı eşitliği,

$$\phi_i = P_T - P_R - P_L = 0 \quad i=1,2,\dots,G \quad (2.68)$$

ve aynı zamanda Üretim merkezleri için,

$$P_{i_{\min}} \leq P_i \leq P_{i_{\max}} \quad i=1,2,\dots,G \quad (2.69)$$

alt ve üst limit kavramını getiriyordu.

(2.68) eşitliğindeki iletim kayıpları yazarların makalelerinde aşağıdaki eşitlikle ifade edilmiş olup,

$$P_L = \sum_{j=1}^j \sum_{k=1}^k (P_j \alpha_{jk} P_k + Q_j \alpha_{jk} Q_k + P_j \beta_{jk} Q_k - Q_j \beta_{jk} P_k) \quad (2.70)$$

eşitlikteki α_{jk} ve β_{jk} katsayıları sırası ile,

$$\alpha_{jk} = \frac{r_{jk}}{|V_j| |V_k|} \cos \delta_{jk} \quad (2.71)$$

$$\beta_{jk} = \frac{-r_{jk}}{|V_j| |V_k|} \sin \delta_{jk}$$

olarak gösterilmiştir. Bu yöntemde yazarlar aktif güç optimizasyonuna, eşitlik (2.68), Lagrange çarpanı yöntemi ile fakat reaktif güç optimizasyonuna ise "Gradient Yöntemi" adı verilen bir yöntemle yaklaşmışlardır. Önerilen bu yöntem üzerindeki çalışmalar A.H.El-Abiad ve F.J.Jaimes tarafından(40,41) günümüze kadar getirilen çalışmalar arasındadır.

Şimdi buraya kadar yaptığım çalışma sonunda "Tam Ekonomik Optimizasyon" kavramını açıklamaya çalıştım. Araştırmamın konusu hem aktif ve hem de reaktif güç optimizasyonu olduğundan ar-

tık iki adet bağımlılık fonksiyonu için Lagrange çarpanları yöntemini yeniden formüle edebilirim. Eşitlikler (2.19) ve (2.20); (2.53), (2.65) ve (2.66) ile birleştirilirlerse minimize edilecek eksplisit fonksiyon; maliyet fonksiyonu olarak,

$$M = M_1 + M_2 + \dots + M_G = \sum_{i=1}^G M_i \quad (2.72)$$

ve optimize edilecek implisit fonksiyonlar bağlantı fonksiyonları olarak; aktif ve reaktif güçler için sırası ile,

$$\phi_P = \phi_1 = \sum_{i=1}^G P_i - P_R - P_L = 0 \quad (2.73)$$

$$\phi_Q = \phi_2 = \sum_{i=1}^G Q_i - Q_R - Q_L = 0$$

eşitlikleri ile ifade edilebileceklerdir.

III. TEORİK İNCELEMELER

3.1. LAGRANGE ÇARPANLARI YÖNTEMİNİN AKTİF VE REAKTİF GÜÇ OPTİMİZASYONUNA UYGULANMASI

Fosil yakıt ve nükleer yakıt kullanan üretim ünitelerinin üretim maliyetlerinin ünitelerin (P) aktif çıkış güçlerinin fonksiyonu, $M=f(P)$ olarak,

$$M_i = a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i \quad i = 1, 2, \dots, G \quad (2.1)$$

eşitliği ile ifade edilebileceğine paragraf (2.1)'de değinilmişti. O halde G sayıda üretim üniteli bir elektrik güç sisteminin toplam üretim maliyeti,

$$M = M_1 + M_2 + \dots + M_G$$

veya

$$M = \sum_{i=1}^G (a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i)$$

şeklinde yazılabilir. Diğer taraftan referans bara hariç tutulmak şartı ile N toplam bara sayılı bir elektrik güç sistemi için bağlantı eşitlikleri (2.73) eşitliğinden aktif güçler için, üretim ünitelerinin güçlerinin toplamından, sistemden çekilen aktif yüklerin toplamının ve sistemin aktif iletim

kayıplarının toplamının çıkartılması ile,

$$\phi_1 = \sum_{i=1}^G P_i - P_R - P_L = 0$$

yazılabilir veya bu eşitliği her baraya gelen ve baradan çekilen toplam aktif güçler cinsinden ifade edecek olursak,

$$\phi_1 = \left[\begin{array}{c} \text{Baralara gelen} \\ \text{toplam aktif} \\ \text{güçler} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Baralardan çekilen} \\ \text{toplam aktif} \\ \text{güçler} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Sistemin toplam} \\ \text{aktif iletim} \\ \text{kayıpları} \end{array} \right] = 0$$

şeklinde de yazabiliriz ki bu eşitliğin yeniden tanzim edilmesi ile,

$$\phi_1 = -P_L + \sum_{j=1}^N P_j = -P_L + \sum_{j=1}^N (P_{jg} - P_{j\varphi}) = 0$$

eşitliğini elde etmiş oluruz. Reaktif güçler için de aynı yoldan giderek ϕ_2 bağlantı eşitliğini,

$$\phi_2 = -Q_L + \sum_{j=1}^N Q_j = -Q_L + \sum_{j=1}^N (Q_{jg} - Q_{j\varphi}) = 0$$

olarak ifade edebiliriz. O halde yukardaki maliyet ve bağlantı eşitliklerini biraraya toplarsak,

$$M = \sum_{i=1}^G (a_i P_i^2 + b_i P_i + c_i) \quad (3.1)$$

$$\phi_1 = -P_L + \sum_{j=1}^N P_j = -P_L + \sum_{j=1}^N (P_{jg} - P_{j\varphi}) = 0 \quad (3.2)$$

$$\phi_2 = -Q_L + \sum_{j=1}^N Q_j = -Q_L + \sum_{j=1}^N (Q_{jg} - Q_{j\varphi}) = 0 \quad (3.3)$$

eşitliklerini bulmuş oluruz. Bu eşitlikler, üzerlerinde iş yapılacak temel eşitliklerdir.

Bu eşitliklerde,

M : Üretim maliyeti

G : Sistemdeki Üretim Ünitesi sayısı

P_i : Üretim Ünitelerinin aktif çıkış güçleri

Q_i : Üretim Ünitelerinin reaktif çıkış güçleri

a_i : Üretim maliyeti eşitliği katsayıları

b_i : Üretim maliyeti eşitliği katsayıları

c_i : Üretim maliyeti eşitliği katsayıları

ϕ_1 : Aktif güçler için bağlantı eşitliği

ϕ_2 : Reaktif güçler için bağlantı eşitliği

P_L : Sistemin toplam aktif iletim kayıpları

Q_L : Sistemin toplam reaktif iletim kayıpları

N : Sistemdeki toplam bara sayısı (referans bara hariç)

P_j : j no'lu baraya gelen ve baradan çekilen aktif güçlerin farkı

Q_j : j no'lu baraya gelen ve baradan çekilen reaktif güçlerin farkı

P_{jg} : j no'lu baraya gelen aktif güçlerin toplamı

Q_{jg} : j no'lu baraya gelen reaktif güçlerin toplamı

$P_{jç}$: j no'lu baradan çekilen aktif güçlerin toplamı

$Q_{jç}$: j no'lu baradan çekilen reaktif güçlerin toplamı

dır.

O halde problem, (3.1) maliyet eşitliğinin minimumunu, sistemin belirlenmiş aktif ve reaktif yükleri için (3.2) ve (3.3)

bağlantı eşitliklerinin sağlanmaları koşulu ile aramak olacaktır.

Şimdi optimizasyon için Lagrange çarpanları yöntemini uygulamaya çalışalım. Bölüm II'den

$$\phi = f + \sum_{i=1}^m \lambda_i \phi_i \quad (2.24a)$$

eşitliği, aktif ve reaktif güçler için iki adet bağlantı eşitliğimiz, $(\phi_1$ ve ϕ_2) bulunduğuna göre iki adet λ 'nın (λ_1 ve λ_2)'nin hesaplanmasını öngörmektedir. Yani ϕ_1 aktif ve ϕ_2 reaktif bağlantı eşitliklerine (2.24a) eşitliği gereğince yeni ϕ_A ve ϕ_R fonksiyonları,

$$\phi_A = M - \sum_{i=1}^2 \lambda_i \phi_i = M - \lambda_1 \phi_1 - \lambda_2 \phi_2$$

$$\phi_R = M - \sum_{i=1}^2 \lambda_i \phi_i = M - \lambda_1 \phi_1 - \lambda_2 \phi_2$$

şeklinde bağlanacaklar ve (M) maliyet fonksiyonunun minimum değeri, i'nin bütün değerleri için $\partial \phi_A / \partial P_i = 0$ ve $\partial \phi_R / \partial Q_i = 0$ şartlarının yerine getirilmeleri ile gerçekleşecektir. O halde yeni ϕ_A ve ϕ_R fonksiyonlarının P_i ve Q_i 'ye göre kısmi türevleri, sırası ile,

$$\frac{\partial \phi_A}{\partial P_i} = \frac{\partial M}{\partial P_i} - \lambda_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial P_i} - \lambda_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial P_i} = 0$$

$$\frac{\partial \phi_R}{\partial Q_i} = \frac{\partial M}{\partial Q_i} - \lambda_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial Q_i} - \lambda_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial Q_i} = 0$$

olacaklardır. Şimdi bu eşitliklerdeki kısmi türevleri ifade etmeye çalışalım.

Aktif ve reaktif güçlere göre (3.1), (3.2) ve (3.3) eşitliklerinin toplam diferansiyelleri sırası ile,

$$\frac{\partial M}{\partial P_i} dP_i = 0 \quad (a)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial P_i} dP_i = 0 \quad (b) \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial P_i} dP_i = 0 \quad (c)$$

ve

$$\frac{\partial M}{\partial Q_i} dQ_i = 0 \quad (a)$$

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial Q_i} dQ_i = 0 \quad (b) \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial Q_i} dQ_i = 0 \quad (c)$$

dir. İlerde bulunacak λ 'ların pozitif çıkmalarının temini için (3.4b) eşitliğini λ_1 ve (3.4c) eşitliğini λ_2 ile çarparak (3.4a) eşitliğinden çıkartacak olursak;

$$\left(\frac{\partial M}{\partial P_i} - \lambda_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial P_i} - \lambda_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial P_i} \right) dP_i = 0$$

ve reaktif güçler için de (3.5b) eşitliğini λ_1 ve (3.5c) eşitliğini λ_2 ile çarpıp (3.5a) eşitliğinden çıkartarak;

$$\left(\frac{\partial M}{\partial Q_i} - \lambda_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial Q_i} - \lambda_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial Q_i} \right) dQ_i = 0$$

eşitliklerini bulmuş oluruz ki bu eşitlikler aktif ve reaktif güç üretimi yapılan baralar için aşağıdaki şekilde de yazılabilirler.

$$\frac{\partial M}{\partial P_i} - \lambda_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial P_i} - \lambda_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial P_i} = 0 \quad (a)$$

(3.6)

$$\frac{\partial M}{\partial Q_i} - \lambda_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial Q_i} - \lambda_2 \frac{\partial \phi_2}{\partial Q_i} = 0 \quad (b)$$

Şimdi (3.6) eşitliğinin kısmi türevlerini ifade etmeye çalışalım. Üretim maliyeti yalnız üretilen aktif gücün fonksiyonu olduğundan, (2.1) eşitliğinden,

$$\frac{\partial M}{\partial P_i} = \frac{dM}{dP_i} = 2a_i P_i + b_i \quad (3.7)$$

ve

$$\frac{\partial M}{\partial Q_i} = 0 \quad (3.8)$$

yazılabilir.

Bağlantı fonksiyonlarının P_i ve Q_i 'ye göre kısmi türevleri ise, (3.2) ve (3.3) no'lu eşitliklerden sırası ile;

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial P_i} = - \frac{\partial P_L}{\partial P_i} + 1 = 1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i} \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial P_i} = - \frac{\partial Q_L}{\partial P_i} \quad (3.10)$$

ve

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial Q_i} = - \frac{\partial P_L}{\partial Q_i} \quad (3.11)$$

$$\frac{\partial \phi_2}{\partial Q_i} = - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_i} + 1 = 1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_i} \quad (3.12)$$

dir.

Yukarda bulunan kısmî türevleri (3.6) eşitliğinde yerlerine koyarsak,

$$(2a_i P_i + b_i) - \lambda_1 \left(1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_i}\right) + \lambda_2 \left(\frac{\partial Q_L}{\partial P_i}\right) = 0 \quad (a)$$

(3.13)

$$0 + \lambda_1 \left(\frac{\partial P_L}{\partial Q_i}\right) - \lambda_2 \left(1 - \frac{\partial Q_L}{\partial Q_i}\right) = 0 \quad (b)$$

eşitliklerini bulmuş oluruz. O halde problemimizi şimdi şu şekilde özetleyebiliriz. Problem, eşitlikler (3.2), (3.3) ve (3.13)'ün birlikte çözümleridir. Çözümünden kasıt yük baralarında belirlenmiş olan aktif ve reaktif yükleri karşılayacak ve minimum maliyet esasına göre bu yükleri paylaşacak üretim ünitelerinin yüklenmelerinin tesbitidir.

Çözüme geçmeden önce (3.13) eşitliğindeki sistemin toplam aktif (P_L) ve toplam reaktif (Q_L) iletim kayıplarını ve bu kayıpların kısmî türevlerini üretim merkezlerinin çıkış güçleri (P_i) ve (Q_i) cinsinden ifade etmeye çalışalım.

(3.1) eşitliğindeki (i) değişkeni, sistemin G sayıdaki barasına bağlı üretim merkezlerini, (3.2) ve (3.3) eşitliklerindeki (j) değişkeni ise sistemdeki üretim baralarının da bulunduğu toplam baraları göstermek üzere kullanılmıştır. Bu nedenle yukardaki kabulümüze göre (i) daima (j)'den küçük olacağından (j)'ye göre alınacak kısmi türevlerden (i) sayıda olanları (3.13) eşitliğindeki kısmi türevleri de içerdiğinden gerek (3.1) eşitliğindeki ve gerekse (3.13) eşitliğindeki (i) harfi yerine (j) harfinin kullanılması mümkündür. Bu değişime, neden gerek duyulduğuna, paragraf (3.2)'de ayrıca değinilecektir.

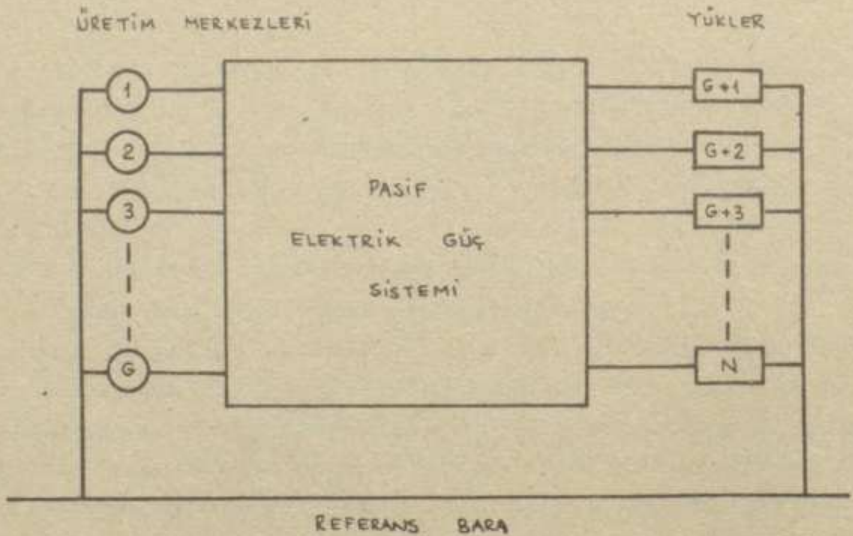
Değişim bu şekilde yapılacağına göre (3.13) eşitliğindeki kısmi türevlerin de, yani sistemin toplam aktif ve toplam reaktif kayıplarının sistemin aktif ve reaktif üretim ünitelerinin çıkış güçlerine göre hesaplanacak kısmi türevlerinin de bundan böyle, sistemdeki tüm baraların toplam aktif ve toplam reaktif güçleri (P_j ve Q_j) cinsinden ifade edilmelerine çalışılacaktır.

3.2. BİR ELEKTRİK GÜÇ SİSTEMİNİN TOPLAM AKTİF VE TOPLAM REAKTİF İLETİM KAYIPLARININ (P_L VE Q_L), BARALARIN TOPLAM AKTİF VE TOPLAM REAKTİF GÜÇLERİ (P_j VE Q_j) CİNSİNDEN İFADE EDİLMELERİ

Paragraf (2.4)'de aktif iletim kayıpları eşitliği kullanılarak bir elektrik güç sistemi aktif yükünün sistemin üretim merkezleri arasında en ekonomik şekilde paylaştırılması incelenirken kayıp eşitliği katsayılarına (B katsayıları) ve akım dağılım katsayılarına (N_{ki}) değinilmiş ve bu katsayıların gerek tanımlanmalarında ve gerekse uygulanmalarında bazı kabul-lerin yapılması gerekliliği gösterilmişti. Aşağıdaki incelemelerde sistemin gerek aktif (P_L) ve gerekse reaktif (Q_L) toplam iletim kayıplarının aktif ve reaktif güç üretim mer-

kezlerinin çıkış güçleri P_i ve Q_i cinsinden ifade edilmeleri yerine sistemdeki bütün baralara gelen ve baralardan çekilen toplam aktif ve toplam reaktif güçler (P_j ve Q_j) cinsinden ifade edilmelerine çalışılmış ve sakıncalarından dolayı bu ifadelerde B ve N_{ki} katsayılarının kullanılmamalarına özellikle dikkat edilmiştir. Bunun diğer bir nedeni de paragraf (2.4)'de bir elektrik güç sisteminin aktif iletim kayıplarının üretim merkezlerinin çıkış güçleri cinsinden hesaplanmalarında gösterildiği üzere çok sayıda hesaplamalara yer (bilgisayar hafızası bakımından) ayrılacağıdır ki aynı zamanda bu hesaplamalar aşırı bilgisayar zamanının da kullanılmasını gerektirecektir. Güç sistemleri üzerinde yapılan bu araştırmanın, sonunda yük akışı programı ile birlikte kullanılması gerekeceğine göre makina zamanından ve hafıza yerinden kazanmak için sistemin iletim kayıplarının, bundan sonra B sabitlerinin kullanılmaları ile ifade edilmeleri yerine yük akışı programı ile ortaklaşılacak eşitliklerden faydalanarak ifade edilmelerine çalışılacaktır.

Genel olarak N sayıda baraya sahip bir elektrik güç sistemini aşağıdaki şekilde gösterebiliriz.



Şekil 3.1

Şekilde, G sayıdaki baraya sistemin aktif ve reaktif üretim yapan merkezleri ve geriye kalan (N-G) sayıdaki baraya da yüklerin yerleştirildiği görülmektedir.

O halde referans (toprak) bara hariç tutulmak üzere N sayıda düğüm noktası içeren bir elektrik güç sistemi için düğüm noktası akımları, matrisel gösteriliş ile karmaşık büyüklükler cinsinden,

$$[\underline{I}] = [\underline{Y}][\underline{V}]$$

yazılabilir. Veya daha açık olarak,

$$\begin{bmatrix} \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \\ \vdots \\ \underline{I}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{11} & \underline{Y}_{12} & \cdots & \underline{Y}_{1N} \\ \underline{Y}_{21} & \underline{Y}_{22} & \cdots & \underline{Y}_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \underline{Y}_{N1} & \underline{Y}_{N2} & \cdots & \underline{Y}_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{V}_1 \\ \underline{V}_2 \\ \vdots \\ \underline{V}_N \end{bmatrix}$$

yazılabileceğinden sistemin herhangi bir (j) no'lu barasına gelen veya baradan çekilen toplam $\underline{I}_j$ akımı, yukardaki eşitlikten matris çarpımları gözönüne alınarak,

$$\underline{I}_j = \sum_{k=1}^N \underline{Y}_{jk} \underline{V}_k \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (3.14)$$

yazılabilir. Bu eşitlikte, $\underline{V}_k$ gerilimleri, referans baraya göre bara gerilimlerini ve $\underline{Y}_{jk}$ admitansları ise sistemin admitans matrisinin elemanlarını göstermektedir.

O halde (j) no'lu baraya gelen ve baradan çekilen net toplam güç,

$$\underline{S}_j = P_j - jQ_j \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (3.15)$$

kabulü ile,

$$\underline{S}_j = \underline{V}_j^* \underline{I}_j \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (3.16)$$

yazılabilir. $\underline{I}_j$ bara toplam akımının değeri eşitlik (3.14)'-den alınarak eşitlik (3.16)'ya yerleştirilirse,

$$\underline{S}_j = \underline{V}_j^* \sum_{k=1}^N \underline{Y}_{jk} \underline{V}_k \quad j = 1, 2, \dots, N$$

veya

$$\underline{S}_j = \sum_{k=1}^N \underline{V}_j^* \underline{Y}_{jk} \underline{V}_k \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (3.17)$$

bulunur. Sistemin bağlantı eşitliklerini, eşitlikler (3.2) ve (3.3), kullanarak şimdi toplam aktif ve toplam reaktif iletim kayıplarını, sırası ile,

$$P_L = \sum_{j=1}^N P_j + \sum_{i=1}^G P_i - \sum_{yük=G+1}^N P_{yük} - P_L = 0$$

ve

$$Q_L = \sum_{j=1}^N Q_j + \sum_{i=1}^G Q_i - \sum_{yük=G+1}^N Q_{yük} - Q_L = 0$$

şeklinde yazabiliriz. O halde sistemin net kayıpları için,

$$\underline{S}_L = P_L - jQ_L = \sum_{j=1}^N P_j - j \sum_{j=1}^N Q_j = \sum_{j=1}^N (P_j - jQ_j) = \sum_{j=1}^N \underline{S}_j$$

yazarak,

$$\underline{S}_L = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \underline{V}_j^* \underline{Y}_{jk} \underline{V}_k \quad (3.18)$$

eşitliğini elde etmiş oluruz.

(3.16) eşitliğinden,

$$\underline{V}_j^* = \frac{\underline{S}_j}{\underline{I}_j} \quad \text{ve} \quad \underline{V}_k = \frac{\underline{S}_k^*}{\underline{I}_k^*}$$

yazılabileceğinden $\underline{S}_L$ sistemin net kayıpları şimdi,

$$\underline{S}_L = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \underline{Y}_{jk} \frac{\underline{S}_j \underline{S}_k^*}{\underline{I}_j \underline{I}_k^*} \quad (3.19)$$

eşitliği ile ifade edilebilir.

Farzedelim ki sistemin N sayıdaki baralarından biri referans gerilim barası(*) olarak seçildiğinde bu referans baraya göre (3.19) eşitliğindeki akımlar,

$$\underline{I}_j = |\underline{I}_j| e^{j\theta_j} \quad (3.20)$$

ve

$$\underline{I}_k = |\underline{I}_k| e^{j\theta_k} \quad \text{ve} \quad \underline{I}_k^* = |\underline{I}_k| e^{-j\theta_k} \quad (3.21)$$

şeklinde ifade edilsin. ($\theta_{jk} = |\theta_j - \theta_k|$) yazarak (3.19) eşitliği, akımların değerlerinin yerlerine konulmaları ile,

(*) Buraya kadar adından söz edilen "referans bara" için top-
rak barası kastedildi. Yukarda adı geçen referans bara
ise ilerde yük akışı programında kullanılacak olan "Salı-
nım Barası"dır.

$$\begin{aligned}
 \underline{S}_L &= \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \underline{Y}_{jk} \frac{\underline{S}_j \underline{S}_k^*}{(|I_j| e^{j\theta_j})(|I_k| e^{-j\theta_k})} \\
 &= \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \underline{Y}_{jk} \frac{\underline{S}_j \underline{S}_k^*}{|I_j| |I_k|} e^{-j(\theta_j - \theta_k)} \\
 &= \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{1}{|I_j| |I_k|} \underline{Y}_{jk} \underline{S}_j \underline{S}_k^* e^{-j\theta_{jk}} \quad (3.22)
 \end{aligned}$$

şekline getirilebilir. Admitansların, kondüktans ve süseptansları ile ifade edilmeleri ile (3.22) eşitliği,

$$\begin{aligned}
 \underline{S}_L &= \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{1}{|I_j| |I_k|} (G_{jk} - jB_{jk}) (P_j - jQ_j) (P_k + jQ_k) (\cos\theta_{jk} - jsin\theta_{jk}) \\
 &= \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{1}{|I_j| |I_k|} (G_{jk} - jB_{jk}) \left[(P_j P_k + Q_j Q_k) + j(P_j Q_k - Q_j P_k) \right] (\cos\theta_{jk} - jsin\theta_{jk}) \\
 &= \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{1}{|I_j| |I_k|} \left\{ \left[(P_j P_k + Q_j Q_k) G_{jk} + (P_j Q_k - Q_j P_k) B_{jk} \right] \right. \\
 &\quad \left. + j \left[(P_j Q_k - Q_j P_k) G_{jk} - (P_j P_k + Q_j Q_k) B_{jk} \right] \right\} (\cos\theta_{jk} - jsin\theta_{jk})
 \end{aligned}$$

ve çarpım işlemlerini yaparak,

$$\begin{aligned}
 \underline{S}_L &= \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{1}{|I_j| |I_k|} \left\{ \left[(P_j P_k + Q_j Q_k) G_{jk} \cos\theta_{jk} + (P_j Q_k - Q_j P_k) B_{jk} \cos\theta_{jk} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + (P_j Q_k - Q_j P_k) G_{jk} \sin\theta_{jk} - (P_j P_k + Q_j Q_k) B_{jk} \sin\theta_{jk} \right] \right. \\
 &\quad \left. - j \left[(P_j P_k + Q_j Q_k) G_{jk} \sin\theta_{jk} + (P_j Q_k - Q_j P_k) B_{jk} \sin\theta_{jk} \right] \right\} \quad (3.23)
 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} & - (P_j Q_k - Q_j P_k) G_{jk} \cos \theta_{jk} + (P_j P_k + Q_j Q_k) B_{jk} \cos \theta_{jk} \end{aligned} \right\}$$

eşitliğini bulmuş oluruz. Trigonometrik bağıntılardan,

$$\cos \theta_{jk} = \cos(\theta_j - \theta_k) = \cos(\theta_k - \theta_j)$$

$$\sin \theta_{jk} = \sin(\theta_j - \theta_k) = -\sin(\theta_k - \theta_j)$$

ve

$$\cos(\theta_k - \theta_j) = \cos \theta_k \cos \theta_j + \sin \theta_k \sin \theta_j$$

$$\sin(\theta_k - \theta_j) = \sin \theta_k \cos \theta_j - \sin \theta_j \cos \theta_k$$

faydalanarak

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{1}{|I_j| |I_k|} (P_j P_k + Q_j Q_k) G_{jk} \sin(\theta_j - \theta_k) = 0$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{1}{|I_j| |I_k|} (P_j P_k + Q_j Q_k) B_{jk} \sin(\theta_j - \theta_k) = 0$$

(3.24)

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{1}{|I_j| |I_k|} (P_j Q_k - Q_j P_k) G_{jk} \cos(\theta_j - \theta_k) = 0$$

$$\sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{1}{|I_j| |I_k|} (P_j Q_k - Q_j P_k) B_{jk} \cos(\theta_j - \theta_k) = 0$$

yazabiliriz. Bu eşitliklerden ilk iki eşitliğin sıfıra eşitliği sigma gösterilişleri ile $\sin(\theta_j - \theta_k)$ açınımdan, son iki eşitliğin sıfıra eşitliği ise sigma gösterilişleri ile $(P_j Q_k - Q_j P_k)$ çarpanından gelmektedir. O halde (3.24) eşitlikliklerini dikkate alarak şimdi (3.23) eşitliğini (3.25) eşitliğine dönüştürmüş oluyoruz.

$$\underline{S}_L = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \frac{1}{|I_j| |I_k|} \left\{ \left[(P_j P_k + Q_j Q_k) G_{jk} \cos \theta_{jk} + (P_j Q_k - Q_j P_k) G_{jk} \sin \theta_{jk} \right] - j \left[(P_j P_k + Q_j Q_k) B_{jk} \cos \theta_{jk} + (P_j Q_k - Q_j P_k) B_{jk} \sin \theta_{jk} \right] \right\} \quad (3.25)$$

Eğer bu eşitlikteki,

$$\frac{1}{|I_j| |I_k|} G_{jk} \cos \theta_{jk} = A_{jk} = A_{kj} \quad (3.26)$$

$$\frac{1}{|I_j| |I_k|} G_{jk} \sin \theta_{jk} = F_{jk} = F_{kj} \quad (3.27)$$

$$\frac{1}{|I_j| |I_k|} B_{jk} \cos \theta_{jk} = C_{jk} = C_{kj} \quad (3.28)$$

$$\frac{1}{|I_j| |I_k|} B_{jk} \sin \theta_{jk} = D_{jk} = D_{kj} \quad (3.29)$$

kısaltmaları da yapılacak olursa sistemin toplam aktif (P_L) ve toplam reaktif (Q_L) iletim kayıplarını aşağıdaki şekilde ifade edebiliriz.

$$P_L = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left[(P_j P_k + Q_j Q_k) A_{jk} + (P_j Q_k - Q_j P_k) F_{jk} \right] \quad (3.30)$$

$$Q_L = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left[(P_j P_k + Q_j Q_k) C_{jk} + (P_j Q_k - Q_j P_k) D_{jk} \right] \quad (3.31)$$

Yukardaki (3.30) ve (3.31) no'lu eşitlikler, (3.13a) ve (3.13b) eşitliklerindeki $(\partial P_L / \partial P_i)$, $(\partial Q_L / \partial P_i)$, $(\partial P_L / \partial Q_i)$ ve $(\partial Q_L / \partial Q_i)$ kısmî türevlerinin hesaplanabilmelerini sağlayan eşitlikler olmaktadır ki bu eşitliklerdeki A_{jk} , F_{jk} , C_{jk} ve D_{jk} katsayılarının P_i ve Q_i ile bir ilgisi bulunmamaktadır. Bundan sonraki paragrafta sistem kayıplarının üretim

merkezlerinin çıkış güçlerine göre kısmi türevlerinin hesaplanmaları incelenecektir.

3.3. BİR ELEKTRİK GÜÇ SİSTEMİNİN TOPLAM AKTİF VE TOPLAM REAKTİF İLETİM KAYIPLARININ (P_L VE Q_L), ÜRETİM MERKEZLERİNİN ÇIKIŞ GÜÇLERİNE (P_i VE Q_i) GÖRE KİSMİ TÜREVLERİ

Eşitlikler (3.30) ve (3.31), bir elektrik güç sisteminin toplam aktif ve toplam reaktif iletim kayıplarını baraların toplam güçleri cinsinden ifade eden eşitliklerdir ve bu eşitliklerdeki A_{jk} , F_{jk} , C_{jk} ve D_{jk} katsayılarının bara güçleri ile ilişkileri bulunmamaktadır. Eşitlik (3.13) ise (P_L ve Q_L) iletim kayıplarının üretim merkezlerinin çıkış güçleri (P_i ve Q_i) cinsinden hesaplanmalarını öngörmektedir.

Halbuki, paragraf (3.2)'de açıklandığı üzere, iteratif hesaplamalar gerektiren elektrik güç sistemi problemlerine genellikle yük akışı baz alındığından bu paragrafta da iletim kayıpları eşitliklerinin çıkarılmalarında bu eşitliklerin yük akışı geleneğine uygun olarak bara güçleri cinsinden ifade edilmelerine çalışılmıştır. Bu nedenle (3.30) ve (3.31) no'lu eşitliklerde sigma gösterilişlerinin sınırları (1)'den (N)'e kadar yani sistemdeki tüm bara sayısını göstermek üzere planlanmıştır. Gerçekte, eşitlik (3.13)'e göre hesaplanacak kısmi türevler şekil (3.1)'de gösterilen sistemin üretim merkezleri sayısı ($i = 1, 2, \dots, G$) ile orantılı olacağından, aşağıdaki kısmi türev hesaplamalarına (i) harfi, işte bu neden ile katılmış bulunmaktadır.

(3.30) ve (3.31) no'lu eşitlikleri daha açık bir şekilde yeniden ifade etmeye çalışalım.

$$\begin{aligned}
 P_L = & \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_j P_k A_{jk} + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_j Q_k A_{jk} \\
 & + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_j Q_k F_{jk} - \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_j P_k F_{jk}
 \end{aligned} \quad (3.30)$$

ve

$$\begin{aligned}
 Q_L = & \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_j P_k C_{jk} + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_j Q_k C_{jk} \\
 & + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_j Q_k D_{jk} - \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_j P_k D_{jk}
 \end{aligned} \quad (3.31)$$

Şimdi P_L ve Q_L eşitliklerinin terimlerinin kısmî türevlerini ayrı ayrı hesaplayarak (3.13) eşitliğinde öngörülen $(\partial P_L / \partial P_i)$, $(\partial Q_L / \partial P_i)$, $(\partial P_L / \partial Q_i)$ ve $(\partial Q_L / \partial Q_i)$ kısmî türevlerini bulmaya çalışalım.

a) $(\partial P_L / \partial P_i)$ 'nin Hesaplanması

$$\frac{\partial}{\partial P_i} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_j P_k A_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \underbrace{\left(\frac{\partial P_j}{\partial P_i} P_k + \frac{\partial P_k}{\partial P_i} P_j \right)}_1 A_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (P_k + P_j) A_{jk}$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_j Q_k A_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \underbrace{\left(\frac{\partial Q_j}{\partial P_i} Q_k + \frac{\partial Q_k}{\partial P_i} Q_j \right)}_0 A_{jk} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_j Q_k F_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \underbrace{\left(\frac{\partial P_j}{\partial P_i} Q_k + \frac{\partial Q_k}{\partial P_i} P_j \right)}_1 F_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_k F_{jk}$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_j P_k F_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \underbrace{\left(\frac{\partial Q_j}{\partial P_i} P_k \right)}_0 + \underbrace{\left(\frac{\partial P_k}{\partial P_i} Q_j \right)}_1 F_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_j F_{jk}$$

(3.30) eşitliğindeki dört terimin kısmî türevlerinin yukardaki eşitliklerden biraraya getirilmesi,

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (P_k + P_j) A_{jk} + 0 + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_k F_{jk} - \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_j F_{jk}$$

ve ($F_{jk} = F_{kj}$) eşitliğinin de gözönüne alınması ile,

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (P_k + P_j) A_{jk} \quad (3.32)$$

bulunmuş olur.

b) $(\partial Q_L / \partial P_i)$ 'nin Hesaplanması

$$\frac{\partial}{\partial P_i} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_j P_k C_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \underbrace{\left(\frac{\partial P_j}{\partial P_i} P_k \right)}_1 + \underbrace{\left(\frac{\partial P_k}{\partial P_i} P_j \right)}_1 C_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (P_k + P_j) C_{jk}$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_j Q_k C_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \underbrace{\left(\frac{\partial Q_j}{\partial P_i} Q_k \right)}_0 + \underbrace{\left(\frac{\partial Q_k}{\partial P_i} Q_j \right)}_0 C_{jk} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_j Q_k D_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \underbrace{\left(\frac{\partial P_j}{\partial P_i} Q_k \right)}_1 + \underbrace{\left(\frac{\partial Q_k}{\partial P_i} P_j \right)}_0 D_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_k D_{jk}$$

$$\frac{\partial}{\partial P_i} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_j P_k D_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left(\underbrace{\frac{\partial Q_j}{\partial P_i}}_0 + \underbrace{\frac{\partial P_k}{\partial P_i}}_1 Q_j \right) D_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_j D_{jk}$$

(3.31) eşitliğindeki dört terimin kısmî türevlerinin yukarıdaki eşitliklerden biraraya getirilmesi,

$$\frac{\partial Q_L}{\partial P_i} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (P_k + P_j) C_{jk} + 0 + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_k D_{jk} - \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_j D_{jk}$$

ve $(D_{jk} = D_{kj})$ eşitliğinin de gözönüne alınması ile,

$$\frac{\partial Q_L}{\partial P_i} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (P_k + P_j) C_{jk} \quad (3.33)$$

bulunmuş olur.

c) $(\partial P_L / \partial Q_i)$ 'nin Hesaplanması

$$\frac{\partial}{\partial Q_i} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_j P_k A_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left(\underbrace{\frac{\partial P_j}{\partial Q_i}}_0 P_k + \underbrace{\frac{\partial P_k}{\partial Q_i}}_0 P_j \right) A_{jk} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial Q_i} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_j Q_k A_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left(\underbrace{\frac{\partial Q_j}{\partial Q_i}}_1 Q_k + \underbrace{\frac{\partial Q_k}{\partial Q_i}}_1 Q_j \right) A_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (Q_k + Q_j) A_{jk}$$

$$\frac{\partial}{\partial Q_i} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_j Q_k F_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left(\underbrace{\frac{\partial P_j}{\partial Q_i}}_0 Q_k + \underbrace{\frac{\partial Q_k}{\partial Q_i}}_1 P_j \right) F_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_j F_{jk}$$

$$\frac{\partial}{\partial Q_i} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_j P_k F_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left(\underbrace{\frac{\partial Q_j}{\partial Q_i} P_k}_1 + \underbrace{\frac{\partial P_k}{\partial Q_i} Q_j}_0 \right) F_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_k F_{jk}$$

(3.30) no'lu eşitlikteki dört terimin bu kez (Q_i) 'ye göre kısmi türevlerinin yukardaki eşitliklerden biraraya getirilmesi,

$$\frac{\partial P_L}{\partial Q_i} = 0 + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (Q_k + Q_j) A_{jk} + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_j F_{jk} - \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_k F_{jk}$$

ve $(F_{jk} = F_{kj})$ eşitliğinin de gözönüne alınması ile,

$$\frac{\partial P_L}{\partial Q_i} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (Q_k + Q_j) A_{jk} \quad (3.34)$$

bulunmuş olur.

d) $(\partial Q_L / \partial Q_i)$ 'nin Hesaplanması

$$\frac{\partial}{\partial Q_i} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_j P_k C_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left(\underbrace{\frac{\partial P_j}{\partial Q_i} P_k}_0 + \underbrace{\frac{\partial P_k}{\partial Q_i} P_j}_0 \right) C_{jk} = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial Q_i} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_j Q_k C_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left(\underbrace{\frac{\partial Q_j}{\partial Q_i} Q_k}_1 + \underbrace{\frac{\partial Q_k}{\partial Q_i} Q_j}_1 \right) C_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (Q_k + Q_j) C_{jk}$$

$$\frac{\partial}{\partial Q_i} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_j Q_k D_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left(\underbrace{\frac{\partial P_j}{\partial Q_i} Q_k}_0 + \underbrace{\frac{\partial Q_k}{\partial Q_i} P_j}_1 \right) D_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_j D_{jk}$$

$$\frac{\partial}{\partial Q_i} \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N Q_j P_k D_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \underbrace{\left(\frac{\partial Q_j}{\partial Q_i} P_k \right)}_1 + \underbrace{\left(\frac{\partial P_k}{\partial Q_i} Q_j \right)}_0 D_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_k D_{jk}$$

ve (3.31) no'lu eşitlikteki dört terimin bu kez de (Q_i) 'ye göre kısmî türevlerinin yukardaki eşitliklerden biraraya getirilmesi,

$$\frac{\partial Q_L}{\partial Q_i} = 0 + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (Q_k + Q_j) C_{jk} + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_j D_{jk} - \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_k D_{jk}$$

ve $(D_{jk} = D_{kj})$ eşitliğinin de gözönüne alınması ile,

$$\frac{\partial Q_L}{\partial Q_i} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (Q_k + Q_j) C_{jk} \quad (3.35)$$

bulunmuş olur.

3.4. TAM EKONOMİK OPTİMİZASYON İÇİN ÇÖZÜM EŞİTLİKLERİNİN TEŞKİLİ

Şimdi yukarda hesaplanan kısmî türevleri sistemdeki üretim merkezleri sayısı $(i = 1, 2, 3, \dots, G)$ cinsinden ifade etmeye çalışalım. (3.32) eşitliğini yeniden ele alacak olursak;

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N (P_k + P_j) A_{jk} = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_k A_{jk} + \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_j A_{jk}$$

yazabiliriz. Bu eşitlikteki sigma gösterilişlerinin üst sınırları birbirinin aynı olduğu için, kolaylıkla,

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = 2 \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N P_k A_{jk}$$

şeklinde yazılabilir. Gerçekte hesaplanacak kısmî türevlerin sayısı, her kısmî türev için, sistemdeki üretim merkezleri sayısı kadar olacağından yukardaki eşitlikteki birinci sigma gösterilişinin alt sınırının (i=1) ve üst sınırının (i=G) olması gerekir. Bu nedenle (3.32) eşitliği yeniden,

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = 2 \sum_{k=1}^G \sum_{k=1}^N P_k A_{ik}$$

veya bu eşitlik diğer bir matematik gösteriliş ile,

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = 2 \sum_{k=1}^N P_k A_{ik} \quad (i=1,2,\dots,G) \quad (3.32)$$

şeklinde ifade edilebilir. O halde bütün kısmî türevleri biraraya getirerek,

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_i} = 2 \sum_{k=1}^N P_k A_{ik} \quad (i=1,2,\dots,G) \quad (a)$$

$$\frac{\partial Q_L}{\partial P_i} = 2 \sum_{k=1}^N P_k C_{ik} \quad " \quad (b)$$

(3.36)

$$\frac{\partial P_L}{\partial Q_i} = 2 \sum_{k=1}^N Q_k A_{ik} \quad " \quad (c)$$

$$\frac{\partial Q_L}{\partial Q_i} = 2 \sum_{k=1}^N Q_k C_{ik} \quad " \quad (d)$$

eşitliğini elde etmiş oluruz. Bu eşitlikle belirlenen sistemin toplam aktif ve toplam reaktif iletim kayıplarının üretim merkezlerinin aktif ve reaktif çıkış güçlerine göre kısmi türevlerini (3.13) no'lu eşitlikteki yerlerine ve sistemin toplam aktif ve toplam reaktif iletim kayıplarını veren (3.30) ve (3.31) no'lu eşitlikleri de (3.2) ve (3.3) no'lu bağlantı eşitliklerindeki yerlerine yerleştirirerek optimizasyon çözümünü temin edecek olan eşitlikleri bu suretle,

$$(2a_i P_i + b_i) - \lambda_1 \left[1 - 2 \sum_{k=1}^N P_k A_{ik} \right] + 2\lambda_2 \sum_{k=1}^N P_k C_{ik} = 0 \quad (a)$$

$$0 + 2\lambda_1 \sum_{k=1}^N Q_k A_{ik} - \lambda_2 \left[1 - 2 \sum_{k=1}^N Q_k C_{ik} \right] = 0 \quad (b)$$

(3.37)

$$\sum_{j=1}^N P_j - \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left[(P_j P_k + Q_j Q_k) A_{jk} + (P_j Q_k - Q_j P_k) F_{jk} \right] = 0 \quad (c)$$

$$\sum_{j=1}^N Q_j - \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left[(P_j P_k + Q_j Q_k) C_{jk} + (P_j Q_k - Q_j P_k) D_{jk} \right] = 0 \quad (d)$$

matematiksel olarak tanımlamış oluruz. Diğer taraftan (3.2) ve (3.3) eşitlikleri uyarınca ($j=1,2,\dots,N$) sayıdaki baranın net aktif ve net reaktif güçleri toplamaları için paragraf (3.1)'de

$$\sum_{j=1}^N P_j = \sum_{j=1}^N (P_{jg} - P_{j\phi})$$

ve

$$\sum_{j=1}^N Q_j = \sum_{j=1}^N (Q_{jg} - Q_{j\phi})$$

eşitlikleri yazılmıştı. Tanımları gereğince P_{jg} ve Q_{jg} , baralara üretim merkezlerinden gelen üretim merkezlerinin çıkış güçleri ve $P_{j\phi}$ ve $Q_{j\phi}$ ise baralardan çekilen aktif ve reaktif yükler olduklarına göre P_{jg} ve Q_{jg} ile ifade edilmiş olan üretim merkezlerinin aktif ve reaktif çıkış güçlerini şimdi sistemdeki ($i = 1,2,\dots,G$) sayıdaki üretim merkezi için P_i ve Q_i ile ve Şekil 3.1'den de sistemin yüklerini ($m=G+1, G+2,\dots,N$) sayıdaki yük merkezi için P_m ve Q_m ile gösterebiliriz. O halde yukarıda yapılan gösteriliş değişikliklerine göre (3.37) no'lu eşitlik yeni şekli ile aşağıdakişekilde ifade edilebilir.

$$(2a_i P_i + b_i) - \lambda_1 \left[1 - 2 \sum_{k=1}^N P_k A_{ik} \right] + 2\lambda_2 \sum_{k=1}^N P_k C_{ik} = 0 \quad (a)$$

$$2\lambda_1 \sum_{k=1}^N Q_k A_{ik} - \lambda_2 \left[1 + 2 \sum_{k=1}^N Q_k C_{ik} \right] = 0 \quad (b)$$

(3.38)

$$\sum_{i=1}^G P_i - \sum_{m=G+1}^N P_m - \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left[(P_j P_k + Q_j Q_k) A_{jk} + (P_j Q_k - Q_j P_k) F_{jk} \right] = 0 \quad (c)$$

$$\sum_{i=1}^G Q_i - \sum_{m=G+1}^N Q_m - \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^N \left[(P_j P_k + Q_j Q_k) C_{jk} + (P_j Q_k - Q_j P_k) D_{jk} \right] = 0 \quad (d)$$

Bu eşitliklerde:

i : $i = 1, 2, \dots, G$

a_i : Üretim maliyeti eşitliği katsayıları (sabitleri)

b_i : Üretim maliyeti eşitliği katsayıları (sabitleri)

N : Sistemdeki toplam bara sayısı (toprak bara hariç)

G : Sistemdeki Üretim Ünitesi sayısı

P_i : Üretim Ünitelerinin aktif çıkış güçleri

Q_i : Üretim Ünitelerinin reaktif çıkış güçleri

P_m : Sistemin yük baralarından çekilen aktif güçler

Q_m : Sistemin yük baralarından çekilen reaktif güçler

P_j : j no'lu baraya gelen ve baradan çekilen aktif güçlerin farkı

Q_j : j no'lu baraya gelen ve baradan çekilen reaktif güçlerin farkı

P_k : k no'lu baraya gelen ve baradan çekilen aktif güçlerin farkı

Q_k : k no'lu baraya gelen ve baradan çekilen reaktif güçlerin farkı

- A_{jk} : Aktif iletim kayıpları eşitliği katsayıları
 F_{jk} : Aktif iletim kayıpları eşitliği katsayıları
 C_{jk} : Reaktif iletim kayıpları eşitliği katsayıları
 D_{jk} : Reaktif iletim kayıpları eşitliği katsayıları
 λ_1 : Lagrange çarpanı
 λ_2 : Lagrange çarpanı

dır. Bu eşitliğin çözülebilmesi, üzerinde inceleme yapılacak güç sisteminin fiziksel tanımlanmasını ve yukardaki büyüklüklerden (a_i , b_i , N , G , P_m ve Q_m)'nin başlangıçta belirlenmesini gerektirir. Daha sonra yük akışı programı ile (P_j , Q_j , P_k , Q_k , A_{jk} , F_{jk} , C_{jk} ve D_{jk}) hesaplanacak ve bulunacak (λ_1 ve λ_2) değerleri ile sistemi besleyen üretim ünitelerinin optimizasyonu sağlayacak çıkış güçleri (P_i ve Q_i), (3.38) no'lu eşitliklerin lineer olmamaları nedeni ile, iteratif yöntemlerle hesaplanacaktır(x).

Bundan sonraki bölümde çözüm tekniğinin geliştirilmesine çalışılacak ve sayısal uygulamalar gösterilecektir.

(x) En Elverişli Olma Prensipleri: Başlangıç değerleri ve başlangıçta alınan karar ne olursa olsun, herhangi bir adımda en elverişli olarak seçilen yolun özelliği, ilk alınan kararın sonucu olarak varılan duruma göre en elverişli olacak şekilde geriye kalan kararların alınmasını gerektirecek şekildedir(46).

IV. ÇÖZÜM TEKNİĞİNİN GELİŞTİRİLMESİ VE SAYISAL UYGULAMALAR

Bir elektrik güç sistemi fiziksel olarak, bir fiziksel yerleşim plânı üzerinde üretim merkezleri, iletim tesisleri, yük merkezleri ve diğer yardımcı tesisleri ile tanımlanır. Devre Teorisi açısından bu fiziksel yerleşime bakıldığında karşılaşılabilecek tablo, fiziksel kuruluşun her elemanının eşdeğer devresi ile gösterilmesi ile bu eşdeğer devrelerin birleşiminden oluşmasıdır. 1950 yılına kadar elektrik güç sistemleri üzerinde yapılan incelemeler halen mevcut veya yapılması tasarlanan sistemlerin modelleri üzerinde gerçekleştirilmiş çalışmalar olmuştur ki bu tür çalışmaların gerçekleştirildiği panolara "Analog Şebeke Analizörleri" denilmiştir. Şebeke analizörleri, yukarda adı geçen devre elemanlarını model olarak küçülterek kullanan ve genellikle 50-60 Hz frekanslı, çıkış gerilimleri ve açıları ayarlanabilen üretim merkezlerinin yerlerine geçebilecek generatörlerle donatılmış ve gerek iletim hatlarının ve gerekse aktif ve reaktif yüklerin, dirençler, kondansatörler ve selflerden oluştuğu bir hesap panosudur. Ölçmeler ve hesaplamalar sonucu elde edilen eşdeğer devre elemanlarının değerleri için özellikle dirençler, kondansatörler ve selfler açısından bu elemanların temini, hassasiyet ve değerleri üzerine tam düşülememeleri nedenleri ile uygulamada hesaplama sonuçları daima bir toleransın kabullenilmesini gerektirmiştir. Kaldı ki bir sistem için bir pano montajının gerektirdiği zaman hiç de küçümsenecek bir zaman olmuştur. Bu nedenlerle 1950 yılından itibaren sayısal bilgi-

sayarlar özellikle analog şebeke analizörlerinin yerlerini almaya başlamış ve 1960 yılından itibaren hemen hemen dünyanın hiçbir ülkesinde şebeke analizörlerine rastlanamaz duruma gelinmiştir.

Şebeke analizörlerinin kullanılamazlığı veya pratik olma özelliğinin bulunamaması nedeni sayısal bilgisayarlar ile elektrik güç sistemleri matematik model olarak işlenmiş ve bu matematik model üzerindeki incelemeler gerek hassasiyetin çok büyük ve gerekse incelemelerin çok az zaman almaları bakımından araştırmacıları ve mühendisleri büyük bir ilgi ile kendisine bağlamıştır.

4.1. YÜK AKIŞI

"Yük Akışı" veya "Aktif ve Reaktif Yük Akışı" başlıkları altında adlandırılan bu konu bir elektrik güç sisteminin kararlı işletme durumundaki yük baralarında belirlenen talep güçlerinin karşılanmasında elektrik güç sisteminin tüm özellikleri ile incelenmesidir. İlk önce 1956 yılında J.B.Ward ve H.W.Hale (40) tarafından ortaya atılan ve sayısal bilgisayarların hızlı gelişmelerinin paralelinde büyük uygulama alanları bulan bu yöntem bugünün "Elektrik Enerji Sistem Mühendisliği"nin dört temel aracından ilki olmaktadır. Bu ihtisas dalının diğer araçları ise sırası ile arıza etüdleri, kararlı ve geçici stabilite etüdleri ve üretim maliyeti optimizasyonu etüdüdür.

Genel olarak kararlı işletme durumunda bulunan elektrik güç sistemleri için yapılan yük akışı etüdleri, sistemin gelecekteki genişleme planlarının yapılması, iletim hatlarındaki aktif ve reaktif güç kayıplarının değerlendirilmesi ve en önemli olarak da yük baralarındaki gerilim alt limitlerinin kesin olarak arzu edilmeyen değerlere düşürülmemeleri için yapılan etüdüldür.

Yük akışı problemi için talep güçleri yük dağıtım merkezlerinden alınır ve üretim merkezlerinin üretim kapasiteleri de bilindiğine göre bu yüklerin sistemin matematik modeli de dikkate alınarak üretim merkezlerine dağılımı sağlanır.

Ancak bu dağılımda üretim maliyetinin optimize edilmesi gibi bir husus aranmaz. İşte bu nedenle incelememizde kullanmak istediğimiz sistemlerin kararlı işletme durumlarındaki bara gerilimleri ve iletim hatlarından akan akımların zaman zaman bu yük akışından elde edilmesi gerekeceğinden problemi açıkça çözüme kavuşturabilmek için çalışmamda geliştirilmiş hazır bir yük akışı programı kullanmak yerine daha basit, yük taleplerine göre üretim merkezlerinin yüklenme değerlerini veren, her baradaki gerilimlerin ve iletim hatlarından geçecek akımların gerçel ve sanal değerlerini hesaplayan hassasiyet ve yakınsaklık faktörlerini içeren ve arzu edildiğinde hesaplamaların yakınsak olup olmadığını ve hangi iterasyon sayısında bulunulduğunu bildiren bir yük akışı programı hazırlamayı tercih ettim. Konu klâsikleşmiş konu olduğu için konunun ayrıntılarına girilmesine burada gerek görülmemiştir(41,42, 43,44).

Hazırlanan "Yük Akışı Programı"na ait "Akış Diyagramı" Şekil 4.1 de ve "Yük Akışı Programı" ise "Akış Diagramı"nı izleyen sahilelerde yer almaktadır.

Bu programda;

- G(I,J) : iletim hatları admitansının gerçel bileşeni
B(I,J) : " " " sanal "
C(I) : iletim hatlarından akan akımların gerçel bileşeni
D(I) : " " " " sanal "
P(I) : Aktif güçler (yükler ve üretim merkezleri için)
Q(I) : Reaktif " " " " " "
E(I) : Tahmin edilen gerilim başlangıç değerlerinin gerçel bileşeni
X(I) : Tahmin edilen gerilim başlangıç değerlerinin sanal bileşeni

EE(I) : Üretim merkezi baralarındaki gerilimlerin mutlak değerleri
PE(I) : Hesaplanan aktif güçler
QE(I) : " reaktif güçler
AA(I) : $P(I) - PE(I) = \Delta P$
BB(I) : $Q(I) - QE(I) = \Delta Q$ (yük baraları için)
BB(I) : $EE(I)^2 - [EE(I)^2 + X(I)^2]$ (Üretim baraları için)
H(I) : Bara gerilim artımlarının gerçel bileşeni
HH(I) : " " " sanal "
EPS : Hassasiyet faktörü
CO : Yakınsaklık faktörü
M : Üretim merkezleri sayısı
N : Toplam bara sayısı

dır. Program birim (per-unit) sistem düşünülerek ve 100 MW ve 100 MVAR aktif ve reaktif baz değerler için hazırlanmıştır.

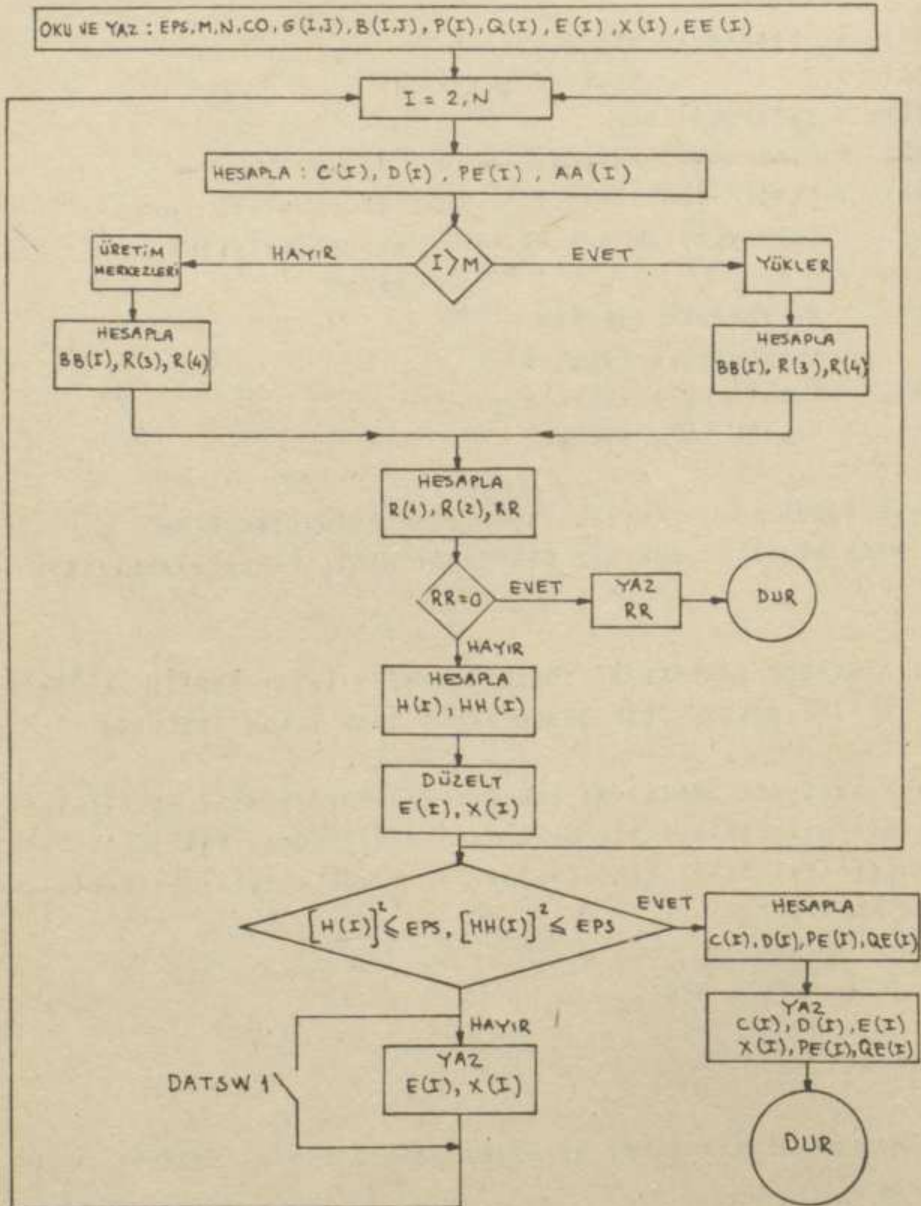
4.2. LAGRANGE ÇARPANLARI YÖNTEMİ KULLANILARAK ÜRETİM MALİYETİ OPTİMİZASYONU İÇİN ÇÖZÜM TEKNİĞİNİN GELİŞTİRİLMESİ

Üretim maliyeti optimizasyonunu temin edecek olan eşitlikler bağlantı eşitlikleri ile birlikte (3-38) no.lu eşitlikte bir araya getirildiler. Şimdi (3.38a) ve (3.38b) eşitliklerini yeniden kısaltarak;

$$A_i - E_i \lambda_1 + C_i \lambda_2 = 0$$

$$D_i \lambda_1 - E_i \lambda_2 = 0$$

şeklinde yazabiliriz. Bu eşitliklerden λ_1 ve λ_2 bilinmeyenler olarak,



Şekil 4.1. Yük Akışı Programı İçin Akış Diagramı


```

24 WRITE(3,240) RR
240 FORMAT(5X,F7.4)
CALL EXIT
26 H(I)=(R(2)*BB(I)-R(4)*AA(I))/RR
HH(I)=(R(3)*AA(I)-R(1)*BB(I))/RR
E(I)=E(I)+CO*H(I)
29 X(I)=X(I)+CO*HH(I)
DO 35 I=2,N
DAA=H(I)*H(I)
DBB=HH(I)*HH(I)
IF(EPS-DAA) 45,34,34
34 IF(EPS-DBB) 45,35,35
35 CONTINUE
DO 43 I=1,N
C(I)=0.
D(I)=0.
DO 41 J=1,N
C(I)=C(I)+G(I,J)*E(J)-B(I,J)*X(J)
41 D(I)=D(I)+G(I,J)*X(J)+B(I,J)*E(J)
PE(I)=E(I)*C(I)+X(I)*D(I)
43 QE(I)=X(I)*C(I)-E(I)*D(I)
GO TO 48
45 CALL DATSW(1,LK)
GO TO (50,3),LK
50 WRITE(3,460)
460 FORMAT(////,10X'E(I)',9X'X(I)',/,10X,4('!'),9X,4('!'))
DO 47 I=1,N
47 WRITE(3,470) F(I),X(I)
470 FORMAT(5X,F10.4,5X,F10.4)
GO TO 3
48 WRITE(3,480)
480 FORMAT(////,4X,'C(I)',6X'D(I)',6X'E(I)',6X'X(I)',6X'PE(I)',6X'QE(I)'
*58('!'))
DO 49 I=1,N
49 WRITE(3,490) C(I),D(I),E(I),X(I),PE(I),QE(I)
490 FORMAT(6F10.4)
GO TO 100
END

```

FEATURES SUPPORTED
ONE WORD INTEGERS
IOCS

CORE REQUIREMENTS FOR
COMMON 0 VARIABLES 266 PROGRAM 1066

END OF COMPILATION

// XEQ

$$\lambda_1 = - \frac{A_1 E_1}{C_1 D_1 - B_1 E_1}$$

$$\lambda_2 = - \frac{A_1 D_1}{C_1 D_1 - B_1 E_1}$$

(4.1)

şeklinde bulunurlar. ($i=1,2, \dots, G$) sayıda üretim merkezi içeren bir elektrik güç sistemi için λ_1 ve λ_2 , optimizasyonun ilk şartı olarak, (4.1) eşitliğinden,

$$\lambda_1 = - \frac{A_1 E_1}{C_1 D_1 - B_1 E_1} = - \frac{A_2 E_2}{C_2 D_2 - B_2 E_2} = \dots = - \frac{A_G E_G}{C_G D_G - B_G E_G}$$

$$\lambda_2 = - \frac{A_1 D_1}{C_1 D_1 - B_1 E_1} = - \frac{A_2 D_2}{C_2 D_2 - B_2 E_2} = \dots = - \frac{A_G D_G}{C_G D_G - B_G E_G}$$

(4.2)

eşitlikleri ile şartlı olarak hesaplanacak ve bu eşitlikleri sağlayan üretim merkezlerinin aktif ve reaktif güç üretimleri P_i ve Q_i ($i=1,2, \dots, G$), optimizasyonun ikinci şartı için (3.38c) ve (3.38d) no.lu bağlantı eşitliklerini de sağladığı takdirde optimizasyon gerçekleşmiş olacaktır.

(4.1) eşitliğindeki A_i , B_i , C_i , D_i ve E_i sırası ile eşitlik (3.38)den,

$$A_i = 2a_i P_i + b_i$$

$$B_i = 1 - 2 \sum_{k=1}^N P_k A_{ik}$$

$$C_i = 2 \sum_{k=1}^N P_k C_{ik}$$

$$D_i = 2 \sum_{k=1}^N Q_k A_{ik}$$

$$E_i = 1 - 2 \sum_{k=1}^N Q_k C_{ik}$$

(4.3)

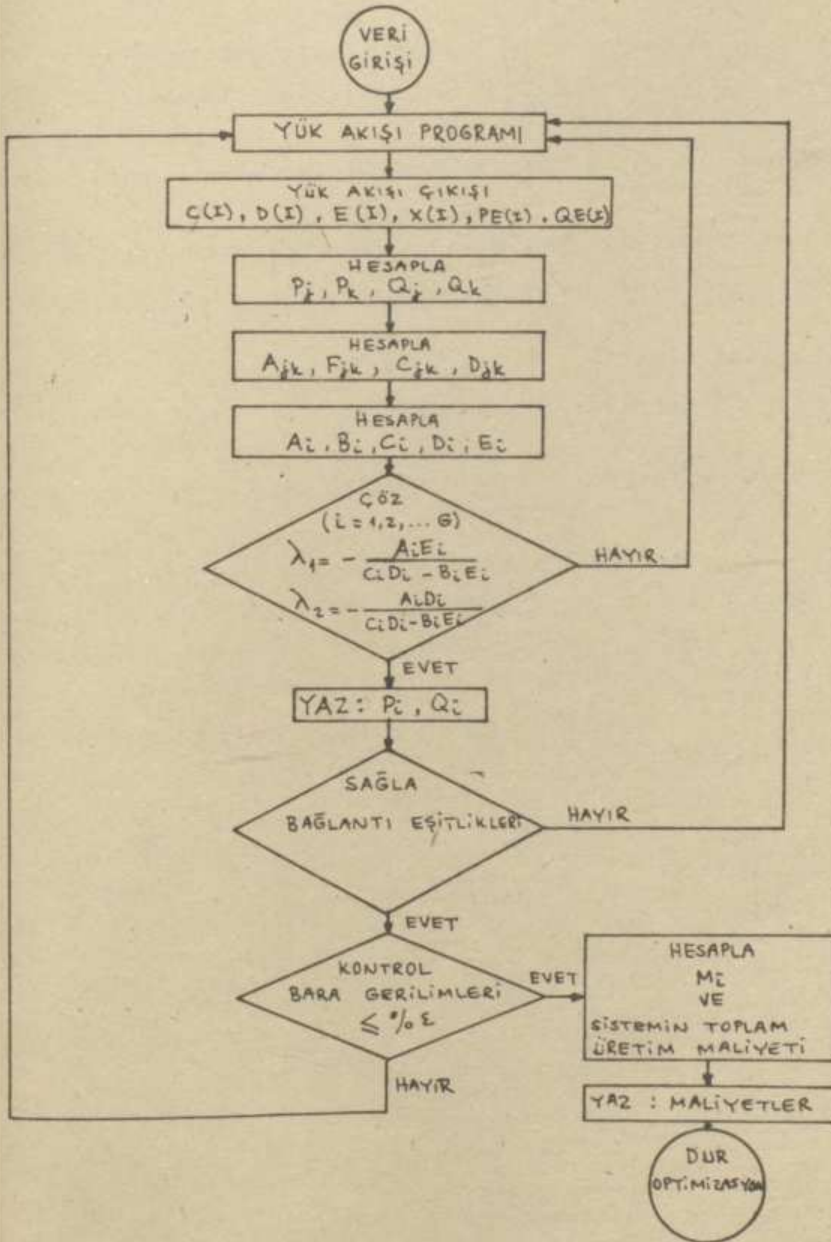
dir. Şimdi çözümü sağlayacak "Çözüm Akış Diagramı"nı hazırlamaya çalışalım.

Üretim merkezlerinin üretim maliyetleri eşitlikleri katsayıları (a_i , b_i ve c_i), sistemin toplam üretim merkezi sayısı (G) ve sistemdeki toplam bara sayısı (N) ve sistemden talep edilen aktif ve reaktif yükler (P_m) ve (Q_m) çözümün ilk girdileri olarak yük akışı programını çalıştıracak değişkenlerdir. Yük akışı programının çıkışı ile hesaplanacak olan üretim merkezlerinin aktif ve reaktif üretim güçleri (P_i ve Q_i), baraların net aktif ve net reaktif güçleri P_j , P_k ve Q_j , Q_k ve bunlara dayalı olarak hesaplanacak A_{jk} , F_{jk} , C_{jk} , D_{jk} ve A_i , B_i , C_i , D_i ve E_i büyüklükleri ile bulunacak olan λ_1 ve λ_2 'nin ($i=1,2, \dots, G$) için eş değerlerinin temin edilmesi ve bu son duruma uyan P_i ve Q_i değerlerinin (3.38c) ve (3.38d) bağlantı eşitliklerini sağlayıp sağlamadığının kontrolü, eğer sağlanma temin edilmiş ise bu son duruma uyan büyüklükler ile yük akışı programını yeniden kullanarak bara gerilimlerinin kontrolü ve üretim maliyetinin hesaplanması optimizasyon için çözüm tekniğinin esasını oluşturmaktadır.

Çözüm tekniğine uyan "Çözüm Akış Diagramı" Şekil 4.2'de verilmiştir.

4.3. ÖRNEK SİSTEMLER ÜZERİNDE İNCELEMELER VE SAYISAL UYGULAMALAR

Bölüm III'de "Lagrange Çarpanları Yöntemi" ile bir elektrik güç sistemindeki aktif ve reaktif güçler dikkate alınarak sistemin üretim maliyetinin optimizasyonu formüle edildi. Bundan önceki paragrafta ise (Paragraf 4.2) önerilen yöntem için çözüm tekniğinin geliştirilmesine çalışıldı. Bu paragrafta ise seçilecek örnek sistemlere "İletim Kayıpları Eşitliği" ve "Lagrange Çarpanları Yöntemi" uygulanacak ve sonuçların karşılaştırılmaları yapılacaktır.



Şekil 4.2. "Lagrange Çarpanları Yöntemi" ile üretim maliyeti Optimizasyonu için "Akış Diagramı".

Seçilen örnek sistemler:

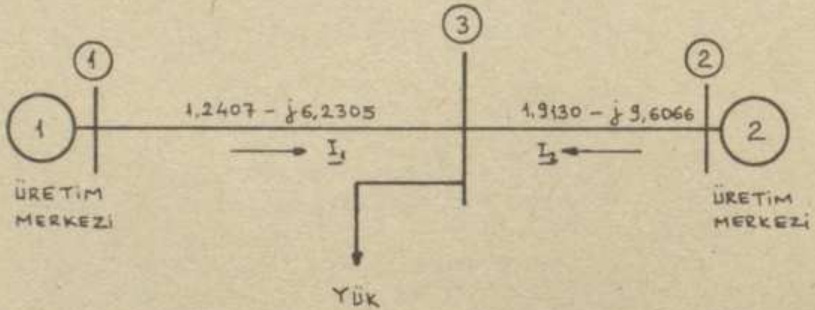
- a) Üç baralı (iki üretim barası ve bir yük barası)
- b) Dört baralı (iki üretim barası ve iki yük barası)
- ve
- c) Beş baralı (üç üretim barası ve iki yük barası)

olmak üzere üç adet olup ayrıca incelemelerde birinci örnek sistem üretim maliyeti açısından,

- 1) Yük akışı programı temel alınarak
- 2) İletim kayıpları eşitliği temel alınarak
- ve
- 3) Lagrange çarpanları yöntemi temel alınarak

Üç ayrı yöntemle incelenecek ve önerilen yöntemin elektrik güç sistemlerine uygulanabilirliği gösterilecektir. İkinci ve üçüncü örnek sistemler ise üretim maliyetleri açısından yük akışı programı ve iletim kayıpları eşitliği temel alınarak incelenecek ve sonuçların karşılaştırılmaları yapılacaktır^x

a) ÖRNEK SİSTEM 1



Şekil 4.3

^x Aşağıdaki çözümlerde kullanılan başlık kodlaması, yukarıda belirtilen örnek tipi ve uygulanan yönteme göre yapılmıştır. Örnek olarak (a-3), üç baralı bir güç sistemine Lagrange çarpanları yönteminin uygulanışını belirtmektedir.

Şekilde gösterilen elektrik güç sistemi üç baralıdır. 1 ve 2 no.lu baralar sistemin üretim merkezlerine ve 3 no.lu bara da sistemin yük barasına ayrılmıştır. 1 no.lu üretim merkezinin üretim maliyeti, üretim merkezinin aktif çıkış gücünün fonksiyonu olarak,

$$M_1 = 0,60 P_1^2 + 80 P_1 + 10000 \text{ TL/h}$$

ve 2 no.lu üretim merkezinin maliyet fonksiyonu ise,

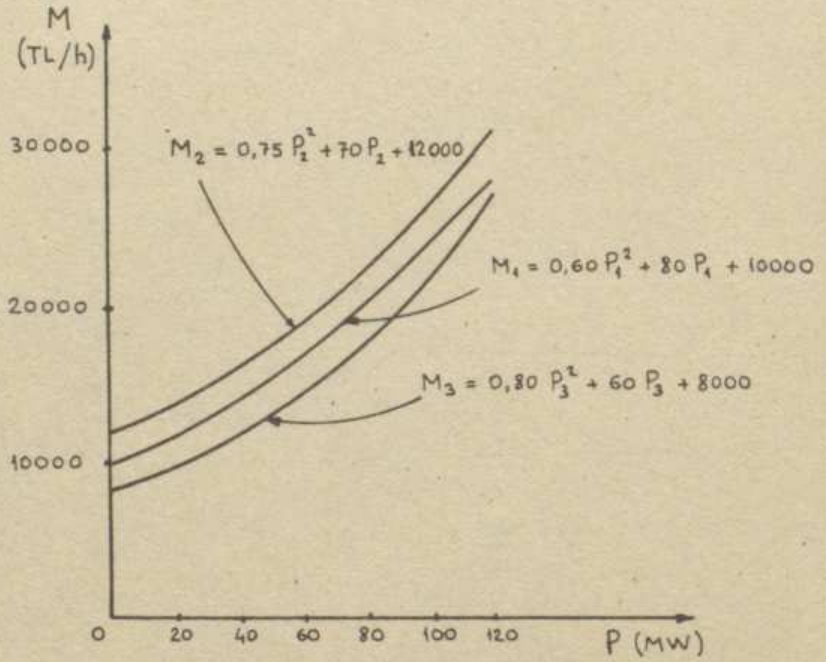
$$M_2 = 0,75 P_2^2 + 70 P_2 + 12000 \text{ TL/h}$$

olarak bilindiğine ve sistemin 3 no.lu yük barasından 101 MW aktif ve 51 MVAR reaktif yük talep edildiğine göre ve sistemin kurulu üretim güçleri açısından 2 no.lu üretim ünitesinin bara gerilimlerinde % 5'den fazla gerilim düşümünün olmaması için en az 60 MW aktif yükü yüklenmesi zorunluluğu da bulunduğu göre^x üretim merkezlerinin yüklenme durumlarını inceleyiniz ve sistemin toplam üretim maliyetini yukarıda belirlenen 1,2 ve 3 no.lu yöntemlerle hesaplayınız (İletim hatlarının admitansları şekil üzerinde verilmiştir).

a.1. Yük Akışı Programı Kullanılarak Üretim Maliyeti Hesabı (Paragraf 4.1)

Şekil 4.3'de verilen Örnek Sistem 1'e ait yük akışı sonuçları, program giriş değerleri ile birlikte s.87'de görülmektedir. Bu sonuçlara göre beş iteratif hesaplama sonucunda hesaplanan güçler istenilen hassasiyete (bara gerilim düşümleri % 5'den az) yaklaştırılmış ve aktif ve reaktif yük dağılımı üretim ünitelerine;

^x Yük akışı denemeleri sonucu olarak.



Şekil 4.4. Üretim merkezlerinin üretim maliyetleri değişimleri (ÖRNEK SİSTEM 1,2 ve 3).

EPS=0.0001 M= 2 N= 3 CO=1.0

G(I,J) B(I,J)
 XXXXXXXX XXXXXXXX

1.2407	-6.2305
0.0000	0.0000
-1.2407	6.2305
0.0000	0.0000
1.9130	-9.6066
-1.9130	9.6066
-1.2407	6.2305
-1.9130	9.6066
3.1537	-15.8371

P(I)	Q(I)	E(I)	X(I)	EE(I)
****	****	****	****	****
0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000
0.6000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000
-1.0100	-0.5100	1.0000	0.0000	1.0000

E(I)	X(I)
****	****
1.0000	0.0000
1.0000	0.0624
0.9560	-0.0189

E(I)	X(I)
****	****
1.0000	0.0000
0.9996	0.0361
0.9527	-0.0342

E(I)	X(I)
****	****
1.0000	0.0000
0.9999	0.0195
0.9521	-0.0438

E(I)	X(I)
****	****
1.0000	0.0000
1.0000	0.0094
0.9517	-0.0497

C(I)	D(I)	E(I)	X(I)	PE(I)	QE(I)
0.3922	-0.2358	1.0000	0.0000	0.3922	0.2358
-0.6359	-0.3575	1.0000	0.0032	0.6347	0.3596
1.0281	0.5933	0.9515	-0.0533	-1.0099	-0.5097

$$PE(1) = P_1 = 39,22 \text{ MW} \quad QE(1) = Q_1 = 23,58 \text{ MVAR}$$

ve

$$PE(2) = P_2 = 63,47 \text{ MW} \quad QE(2) = Q_2 = 35,96 \text{ MVAR}$$

olacak şekilde isabet ettirilmiştir.

Bu sonuçlara göre sistemin;

$$P_L = \text{Aktif iletim kayıpları} = PE(1) + PE(2) - PE(3) = 1,70 \text{ MW}$$

ve

$$Q_L = \text{Reaktif} \quad " \quad " \quad = QE(1) + QE(2) - QE(3) = 8,57 \text{ MVAR}$$

olarak bulunmuştur.

Üretim Unitelerinin Üretim maliyetleri ise sırası ile,

$$\begin{aligned} M_1 &= 0,60 P_1^2 + 80 P_1 + 10000 = 0,60 (39,22)^2 + 80(39,22) + 10000 \\ &= 14060 \text{ TL/h} \end{aligned}$$

ve

$$\begin{aligned} M_2 &= 0,75 P_2^2 + 70 P_2 + 12000 = 0,75 (63,47)^2 + 70(63,47) + 12000 \\ &= 19464 \text{ TL/h} \end{aligned}$$

olup sistemin toplam Üretim maliyeti,

$$M = M_1 + M_2 = 14060 + 19464 = 33524 \text{ TL/h}$$

dir. Hesap sonuçları Tablo IV.I'de toplanmıştır.

İte- ras- yon No	YÜKLER		HESAPLANAN DEĞERLER						TOPLAM ÜRETİM MALİYETİ (TL/h)
	AKTİF P _{yük} =P ₃ (MW)	REAKTİF Q _{yük} =Q ₃ (MVAR)	ÜRETİM MERKEZİ GÜÇLERİ				İLETİM KAYIPLARI		
			P ₁ (MW)	P ₂ (MW)	Q ₁ (MVAR)	Q ₂ (MVAR)	P _L (MW)	Q _L (MVAR)	
5	100,99	50,97	39,22	63,47	23,58	35,96	1,70	8,57	33524

TABLO IV.I. ÖRNEK SİSTEM 1'in "Yük Akışı Programı" kullanılarak üretim maliyeti hesap sonuçlarını gösterir tablodur.

a.2. İletim Kayıpları Eşitliği Kullanılarak Üretim Maliyeti Optimizasyonu (Paragraf 2.4)

Şekil 4.3'de iletim hatları, admitansları ile verilmiş olduklarından bu çözümde iletim kayıpları eşitliğinin kullanılabilmesi, iletim hatlarının dirençlerinin bulunmalarını gerektirir. O halde Örnek Sistem 1'e ait iletim hatları dirençleri; 1 ve 3 no.lu baralararası iletim hattı için,

$$Y_{1-3} = G_{1-3} - jB_{1-3} \quad , \quad Z_{1-3} = \frac{1}{Y_{1-3}} = \frac{1}{G_{1-3} - jB_{1-3}} = \frac{G_{1-3}}{G_{1-3}^2 + B_{1-3}^2} + j \frac{B_{1-3}}{G_{1-3}^2 + B_{1-3}^2}$$

eşitliğinden,

$$R_{1-3} = \frac{G_{1-3}}{G_{1-3}^2 + B_{1-3}^2} = \frac{1,2407}{(1,2407)^2 + (6,2305)^2} = 0,03074 \text{ per-unit}$$

ve 2-3 no.lu baralararası iletim hattı için de,

$$R_{2-3} = \frac{G_{2-3}}{G_{2-3}^2 + B_{2-3}^2} = \frac{1,9130}{(1,9130)^2 + (9,6066)^2} = 0,01994 \text{ per-unit}$$

olarak hesaplanabilir.

Diğer taraftan sistemin aktif iletim kayıpları,

$$P_L = 3R_{1-3} |I_1|^2 + 3R_{2-3} |I_2|^2$$

ile ifade edilebilir. Dirençlerin değerlerini yerlerine koyarak bu eşitlik şimdi,

$$P_L = 0,09222 |I_1|^2 + 0,05982 |I_2|^2$$

şekline getirilmiş olur.

Diğer taraftan $|I_1|$ ve $|I_2|$ akımlarını üretim merkezlerinin çıkış güçleri cinsinden yazacak olursak,

$$|I_1| = \frac{P_1}{\sqrt{3} |V_1| \cos \theta_1} \quad \text{ve} \quad |I_2| = \frac{P_2}{\sqrt{3} |V_2| \cos \theta_2}$$

ve bu akımların kayıp eşitliğinde yerlerine konulması,

$$P_L = 0,09222 \frac{P_1^2}{3 |V_1|^2 \cos^2 \theta_1} + 0,05982 \frac{P_2^2}{3 |V_2|^2 \cos^2 \theta_2}$$

ve sistemin yük akışı etüdünden elde edilen sonuçları ile,

$$|V_1|^2 = |E(1)|^2 + |X(1)|^2 = 1,0^2 + 0,0^2 = 1,0 \text{ (per-unit)}^2$$

$$|V_2|^2 = |E(2)|^2 + |X(2)|^2 = 1,0^2 + 0,0032^2 = 1,00001024 \text{ (per-unit)}^2$$

$$\theta_1 = \arctg \frac{0,2358}{0,3922} = 31,0153^\circ \quad \cos \theta_1 = 0,85703$$

$$\theta_2 = \arctg \frac{0,3575}{0,6359} - \arctg \frac{0,0032}{1,0000} = 29,1611^\circ \quad \cos \theta_2 = 0,87325$$

iletim kayıpları eşitliği, dolayısı ile,

$$P_L = 0,04185 P_1^2 + 0,02634 P_2^2$$

olarak bulunmuş olur ki bu eşitlikte sistemin kayıp eşitliği katsayıları,

$$B_{11} = 0,04185 \text{ per-unit} = 0,0004185 \text{ 1/MW (100 MVA baz)}$$

ve

$$B_{22} = 0,02634 \text{ per-unit} = 0,0002634 \text{ 1/MW (" " ")}$$

dir.

Bu eşitliğin üretim merkezlerinin çıkış güçlerine göre kısmi türevleri, sırası ile,

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_1} = 2(0,0004185) P_1 = 0,000837 P_1$$

ve

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_2} = 2(0,0002634) P_2 = 0,0005268 P_2$$

dir. Dolayısı ile (2.58) eşitliği,

$$\frac{dM_i}{dP_i} + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_i} = \lambda \quad (i = 1, 2, \dots, G)$$

Üretim Ünite maliyet fonksiyonlarının aktif çıkış güçlerine göre hesaplanacak türevleri ile,

$$\frac{dM_1}{dP_1} = 1,20 P_1 + 80 \text{ TL/MWh}$$

$$\frac{dM_2}{dP_2} = 1,50 P_2 + 70 \text{ TL/MWh}$$

son şekli olan iki eşitlikli,

$$1,20 P_1 + 0,000837 \lambda P_1 = \lambda - 80$$

$$1,50 P_2 + 0,000527 \lambda P_2 = \lambda - 70$$

şekile getirilmiş olur.

Şimdi bu eşitlik sistemini çözebilmek için çözüm akış diyagramı hazırlamaya çalışalım.

Eşitlikler:

Güç üretim merkezlerinin artımsal maliyetlerinin kendi ceza faktörleri ile çarpımları,

$$UM_1 = \frac{dM_1}{dP_1} \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_1}} = (1,20 P_1 + 80) \frac{1}{1 - 0,000837 P_1}$$

$$UM_2 = \frac{dM_2}{dP_2} \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_2}} = (1,50 P_2 + 70) \frac{1}{1 - 0,000527 P_2}$$

İletim kayıpları,

$$P_L = P_1^2 E_{11} + P_2^2 E_{22} = 0,0004185 P_1^2 + 0,0002634 P_2^2$$

ve

Optimizasyonun gerçekleşmesi şartı,

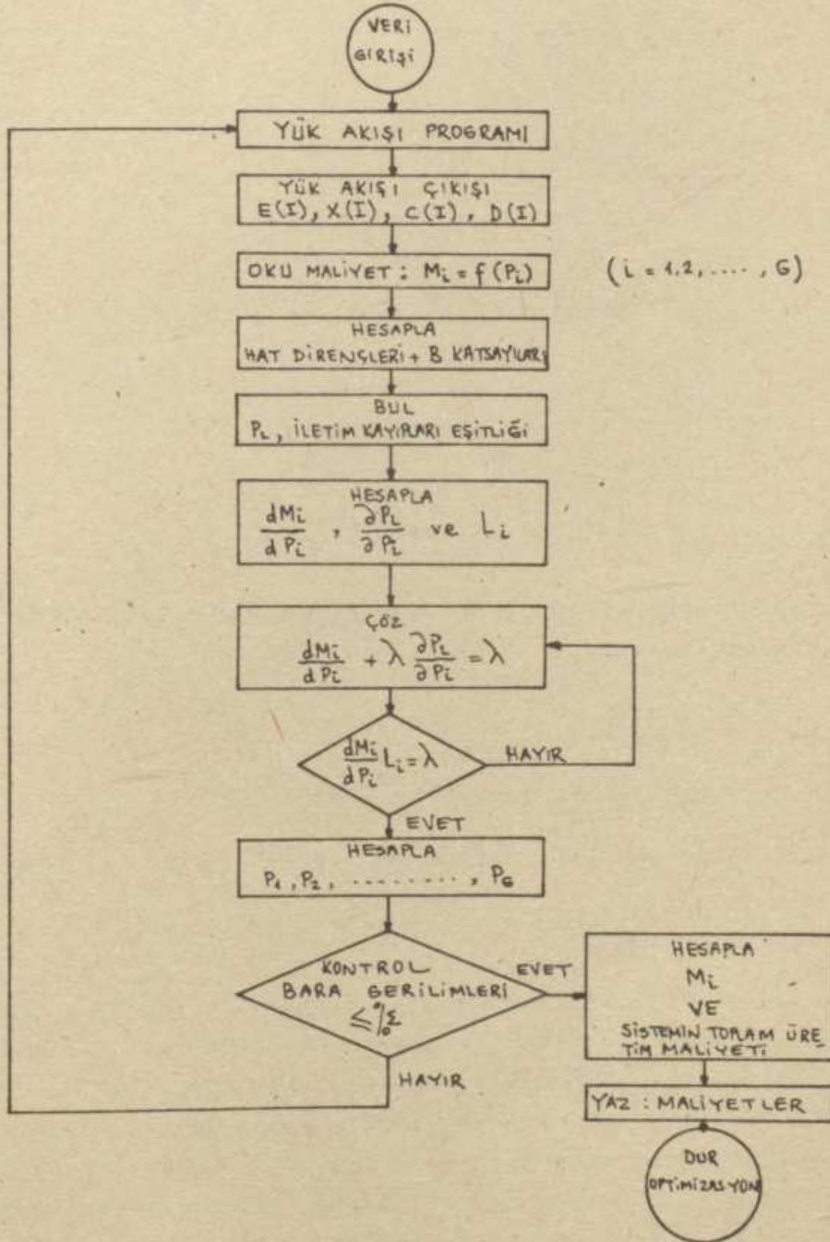
$$UM_1 = UM_2 = \lambda$$

İterasyon No: 1

$$P_{yük} = P_3 = 100,99 \text{ MW}$$

$$\text{Seç} : P_1 = 41 \text{ MW}$$

$$P_2 = 60 \text{ MW}$$



Şekil 4.5. İletim Kayıpları Eşitliği Kullanılarak Üretim Maliyeti Optimizasyonu Çözümü İçin Çözüm Akış Diagramı

Hesapla :

$$UM_1 = 133,79 \text{ TL/MWh}$$

$$UM_2 = 165,22 \text{ "}$$

$$P_L = 2,6 \text{ MW}$$

$$\text{Toplam Üretim gücü} = 101 + 2,6 = 103,6 \text{ MW}$$

Tablo IV.II'de sekiz adet iterasyona ait bilgiler toplanmıştır.

Tablo IV.II'den 8 no.lu iterasyon sonucunda,

$$\frac{dM_i}{dP_i} L_i = UM_1 = UM_2 = \lambda = 149,5 \text{ TL/MWh}$$

olup sistemin aktif güç üretim maliyeti, Üretim Ünitelerinin Üretim maliyetlerinin toplamı olarak,

$$M_1 = 0,60 P_1^2 + 80 P_1 + 10000 = 15849 \text{ TL/h}$$

$$M_2 = 0,75 P_2^2 + 70 P_2 + 12000 = 17426 \text{ "}$$

$$M = M_1 + M_2 = 33275 \text{ TL/h}$$

dir.

8 no.lu iterasyonda, sonuç olarak optimizasyon için gereken, sistemin her iki Üretim merkezinin artımsal maliyetlerinin kendi ceza faktörleri ile çarpımlarının birbirlerine eşit oldukları (149.50 TL/MWh) görülmüyor. Şimdi şekil 4.5'deki akış diagramına göre bara gerilimlerinin $P_2 = 50 \text{ MW}$ için 5'lik gerilim düşümü sınırının içinde olup olmadıklarını tesbit edelim. Bu duruma (kontrol) uyan sonuçlar s.96'da verilmiştir. Gerilim düşümü istenilen sınırlar arasında kaldığından sistemin aktif güç optimizasyonu gerçekleşmiştir.

TABLO IV-II

İTERASYON NO.	Y Ü K L E R		SEÇİLEN DEĞERLER		HESAPLANAN DEĞERLER				TOPLAM ÜRETİM MALİYETİ (TL/h)
	$P_{yük}=P_3$ (MW)	$Q_{yük}=Q_3$ (MVAR)	P_1 (MW)	P_2 (MW)	$U_{M1}=\lambda(1)$ (TL/MWh)	$U_{M2}=\lambda(2)$ (TL/MWh)	P_L (MW)	TOPLAM ÜR.GÜ. (MW)	
1	100,99	50,97	41	60	133,79	165,22	2,6	103,6	33188
2	"	-	45	58,6	139,24	162,93	1,75	102,75	33493
3	"	-	50	52,75	146,11	153,39	1,78	102,78	33279
4	"	-	52	50,78	148,88	150,19	1,81	102,81	33271
5	"	-	52,6	50,21	149,71	149,26	1,82	102,82	33274
6	"	-	52,54	50,28	149,62	149,37	1,82	102,82	33275
7	"	-	52,50	50,32	149,57	149,44	1,82	102,82	33275
8	"	-	52,47	50,35	149,50	149,50	1,82	102,82	33275

ÖRNEK SİSTEM 1'in "İletim Kayıpları Eşitliği" kullanılarak Üretim maliyeti hesap sonuçlarını gösterir tablodur.

EPS=0.0001 M= 2 N= 3 CO=1.0

G(I,J)	B(I,J)
XXXXXXXXX	XXXXXXXXX
1.2407	-6.2305
0.0000	0.0000
-1.2407	6.2305
0.0000	0.0000
1.9130	-9.6066
-1.9130	9.6066
-1.2407	6.2305
-1.9130	9.6066
3.1537	-15.8371

F(I)	Q(I)	E(I)	X(I)	EE(I)
****	****	****	****	****
0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000
0.5000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000
-1.0100	-0.5100	1.0000	0.0000	1.0000

C(I)	D(I)	E(I)	X(I)	PE(I)	QE(I)

0.4837	-0.2238	1.0000	0.0000	0.4837	0.2238
0.5352	-0.3850	0.9997	-0.0218	0.5436	0.3732
-1.0190	0.6088	0.9505	-0.0677	-1.0099	-0.5096

a.3. Lagrange Çarpanları Yöntemi Kullanılarak Üretim Maliyeti Optimizasyonu (Bölüm III ve Paragraf 4.2)

Yukarıda verilen yük akışı etüdü sonucuna göre baraların aktif ve reaktif yükleri,

$$\begin{array}{ll} P_1 = 48,37 \text{ MW} & Q_1 = 22,38 \text{ MVAR} \\ P_2 = 54,36 \text{ " } & Q_2 = 37,32 \text{ " } \\ P_3 = 100,99 \text{ " } & Q_3 = 50,96 \text{ " } \end{array}$$

dır. Şimdi A_{jk} , F_{jk} , C_{jk} ve D_{jk} katsayılarının değerlerini sırası ile (3.26), (3.27), (3.28) ve (3.29) no.lu eşitliklerden hesaplayalım.

Bara akımları :

$$\begin{array}{ll} I_1 = 0,4837 - j 0,2238 & |I_1| = 0,5329 \quad (\text{per-unit}) \\ I_2 = 0,5352 - j 0,3850 & |I_2| = 0,6593 \quad " \\ I_3 = 1,0190 - j 0,6088 & |I_3| = 1,1870 \quad " \end{array}$$

İletim hatlarının kondüktans ve süseptansları: (100 MVA bazına göre per-unit)

	1	2	3
1	0,012407	0	-0,012407
2	0	0,019130	-0,019130
3	-0,012407	-0,019130	0,031537

	1	2	3
1	-0,062305	0	0,062305
2	0	-0,096066	0,096066
3	0,062305	0,096066	-0,158371

Gerilim vektörleri arasındaki açılar : 1 no.lu bara referans (salınım) barasıdır.

$$\theta_{11} = \theta_{22} = \theta_{33} = 0^\circ$$

$$\theta_{13} = \left| \theta_1 - \theta_3 \right| = 0^\circ - \arctg \frac{-0,0677}{0,9505} = 4,07^\circ$$

$$\theta_{23} = \left| \theta_2 - \theta_3 \right| = \arctg \frac{-0,0218}{0,9997} - \arctg \frac{-0,0677}{0,9505} = 2,82^\circ$$

$$\cos \theta_{11} = \cos \theta_{22} = \cos \theta_{33} = 1$$

$$\cos \theta_{13} = 0,9974$$

$$\cos \theta_{23} = 0,9988$$

(3.26) no.lu eşitliğe göre A_{jk} 'nın değerleri yukarıda bulunan değerler kullanılarak;

	1	2	3
$A_{jk} = A_{kj} = 1$	0,043689	0	-0,019563
2	0	0,044	-0,02441
3	-0,019563	-0,02441	0,022383

dır. (3.27) eşitliğine göre F_{jk} :

$$\sin \theta_{11} = \sin \theta_{22} = \sin \theta_{33} = 0$$

$$\sin \theta_{13} = \sin \theta_{31} = 0,0709$$

$$\sin \theta_{23} = \sin \theta_{32} = 0,0492$$

değerleri ile,

	1	2	3
$F_{jk} = F_{kj} = 1$	0	0	-0,00139
2	0	0	-0,0012
3	-0,00139	-0,0012	0

dır. (3.28) eşitliğine göre C_{jk} :

		1	2	3
$C_{jk} = C_{kj} =$	1	-0,21939	0	0,09824
	2	0	-0,2210	0,12260
	3	0,09824	0,12260	-0,11240

ve (3.29) no.lu eşitliğe göre D_{jk} :

		1	2	3
$D_{jk} = D_{kj} =$	1	0	0	0,00698
	2	0	0	0,00604
	3	0,00698	0,00604	0

bulunur. (4.3) no.lu eşitliğe göre A_i , B_i , C_i , D_i ve E_i katsayıları ise, sistemde iki üretim merkezi bulunduğuna göre $i=1$ ve $i=2$ için;

$$A_1 = 2a_1P_1 + b_1 = 2(0,60)(48,37) + 80 = 138,044$$

$$A_2 = 2a_2P_2 + b_2 = 2(0,75)(54,36) + 70 = 151,540$$

$$\begin{aligned} E_1 &= 1-2 \sum_{k=1}^3 P_k A_{1k} = 1-2 (P_1 A_{11} + P_2 A_{12} + P_3 A_{13}) \\ &= 1-2 [(48,37)(0,043689) + 0 + (100,99)(-0,019563)] \\ &= 0,72486 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_2 &= 1-2 \sum_{k=1}^3 P_k A_{2k} = 1-2 (P_1 A_{21} + P_2 A_{22} + P_3 A_{23}) \\ &= 1-2 [0 + (54,36)(0,044) + (100,99)(-0,02441)] \\ &= 0,8533482 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_1 &= 2 \sum_{k=1}^3 P_k C_{1k} = 2 (P_1 C_{11} + P_2 C_{12} + P_3 C_{13}) \\ &= 2 [(48, 37)(-0, 21939) + 0 + (100, 99)(0, 09824)] \\ &= -1, 3812734 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_2 &= 2 \sum_{k=1}^3 P_k C_{2k} = 2 (P_1 C_{21} + P_2 C_{22} + P_3 C_{23}) \\ &= 2 [0 + (54, 36)(-0, 2210) + (100, 99)(0, 12260)] \\ &= 0, 735628 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_1 &= 2 \sum_{k=1}^3 Q_k A_{1k} = 2 (Q_1 A_{11} + Q_2 A_{12} + Q_3 A_{13}) \\ &= 2 [(22, 38)(0, 043689) + 0 + (50, 96)(-0, 019563)] \\ &= -0, 03834 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_2 &= 2 \sum_{k=1}^3 Q_k A_{2k} = 2 (Q_1 A_{21} + Q_2 A_{22} + Q_3 A_{23}) \\ &= 2 [0 + (37, 32)(0, 044) + (50, 96)(-0, 02441)] \\ &= 0, 7962928 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_1 &= 1-2 \sum_{k=1}^3 Q_k C_{1k} = 1-2 (Q_1 C_{11} + Q_2 C_{12} + Q_3 C_{13}) \\ &= 1-2 [(22, 38)(-0, 21939) + 0 + (50, 96)(0, 09824)] \\ &= 0, 8072756 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_2 &= 1-2 \sum_{k=1}^3 Q_k C_{2k} = 1-2 (Q_1 C_{21} + Q_2 C_{22} + Q_3 C_{23}) \\ &= 1-2 [0 + (37, 32)(-0, 2210) + (50, 96)(0, 12260)] \\ &= 5, 000048 \end{aligned}$$

dir.

İterasyon No: 1

$$P_{yük} = P_3 = 100,99 \text{ MW}$$

$$Q_{yük} = Q_3 = 50,96 \text{ MVAR}$$

$$\text{Seğ: } P_1 = 48,37 \text{ MW}$$

$$P_2 = 54,36 \text{ "}$$

$$Q_1 = 22,38 \text{ MVAR}$$

$$Q_2 = 37,32 \text{ "}$$

Hesapla: Eşitlikler (4.1) ve (4.2)'den,

$$\lambda_1(1) = - \frac{A_1 E_1}{C_1 D_1 - B_1 E_1} = - \frac{(138,044)(0,8072756)}{(-1,3812734)(-0,03834) - (0,72486)(0,8072756)} \\ = 209,3926412$$

$$\lambda_1(2) = - \frac{A_2 E_2}{C_2 D_2 - B_2 E_2} = - \frac{(151,540)(5,000048)}{(0,735628)(0,7962928) - (0,8533482)(5,000048)} \\ = 205,8424066$$

$$\lambda_2(1) = - \frac{A_1 D_1}{C_1 D_1 - B_1 E_1} = - \frac{(138,044)(0,8072756)}{(-1,3812734)(-0,03834) - (0,72486)(0,8072756)} \\ = -9,944700256$$

$$\lambda_2(2) = - \frac{A_2 D_2}{C_2 D_2 - B_2 E_2} = - \frac{(151,540)(0,7962928)}{(0,735628)(0,7962928) - (0,8533482)(5,000048)} \\ = 32,78185056$$

Aşağıdaki tabloda (Tablo IV.III) ondürt adet iterasyona ait bilgiler toplanmıştır.

(3.38c) ve (3.38d) eşitliklerinin kontrolü;

14 no.lu iterasyon sonunda elde edilen degerler,

$$P_1 = 52,51 \text{ MW}$$

$$Q_1 = 24,40 \text{ MVAR}$$

$$P_2 = 50,22 \text{ "}$$

$$Q_2 = 34,35 \text{ "}$$

$$P_{\text{yük}} = P_3 = 100,99 \text{ MW}$$

$$Q_{\text{yük}} = Q_3 = 50,96 \text{ MVAR}$$

yerlerine konarak,

$$(52,51+50,22)-(100,99)-\sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 [(P_j P_k + Q_j Q_k) A_{jk} + (P_j Q_k - Q_j P_k) F_{jk}] =$$

$$102,73 - 100,99 - 1,87 = -0,13 \text{ MW} \approx 0 \text{ (3.38c)}$$

$$(24,40+34,35)-(50,96)-\sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 [(P_j P_k + Q_j Q_k) C_{jk} + (P_j Q_k - Q_j P_k) D_{jk}] =$$

$$58,75-50,96 - 7,64 = 0,15 \text{ MVAR} \quad 0 \approx \text{ (3.38d)}$$

eşitliklerinin sonuçları sıfır'a yaklaşmış olduklarından optimizasyon gerçekleştirir.

Bu sonuçlara göre sistemin;

Aktif iletim kayıpları = 1,77 MW

ve

Reaktif " " = 7,64 MVAR

olarak bulunmuştur.

Güç Üretim Unitelerinin Üretim maliyetleri ise;

$$M_1 = 0,60 (52,51)^2 + 80(52,51) + 10000 = 15855 \text{ TL/h}$$

$$M_2 = 0,75 (50,22)^2 + 70(50,22) + 12000 = 17407 \text{ TL/h}$$

olup sistemin toplam Üretim maliyeti,

$$M = M_1 + M_2 = 33262 \text{ TL/h}$$

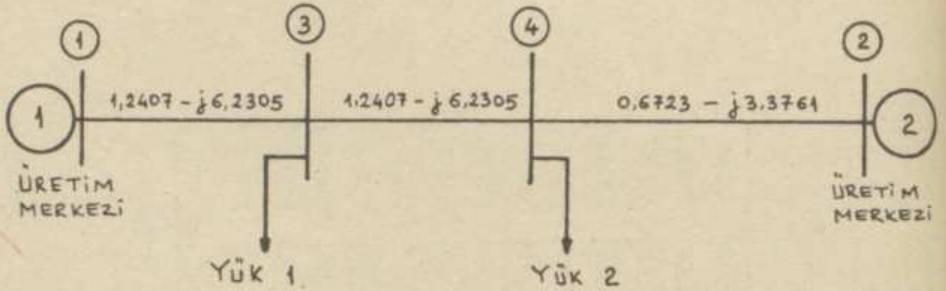
dir.

TABLO IV-III

İTERASYON NO.	Y Ü K L E R		SEÇİLEN DEĞERLER				HESAPLANAN DEĞERLER				TOPLAM ÜRETİM MALİYETİ (TL/h)
	$P_{yük}=P_3$ (MW)	$Q_{yük}=Q_3$ (MVAR)	P_1 (MW)	P_2 (MW)	Q_1 (MVAR)	Q_2 (MVAR)	$\lambda_1(1)$	$\lambda_1(2)$	$\lambda_2(1)$	$\lambda_2(2)$	
1	100,99	50,96	48,37	54,36	22,38	37,32	209,39	205,84	-9,94	32,78	33294
2	"	"	48,37	54,36	25,00	34,70	160,63	203,40	15,65	29,94	33294
3	"	"	50,00	52,73	25,00	34,70	177,98	138,61	17,33	20,40	33276
4	"	"	52,00	50,73	24,50	35,20	171,04	144,67	19,89	19,18	33263
5	"	"	53,00	49,73	24,50	35,20	162,18	141,73	20,62	19,83	33261
6	"	"	52,90	49,83	24,50	35,20	160,40	144,68	20,53	19,91	33261
7	"	"	52,80	49,93	24,50	35,20	157,82	147,74	20,43	19,98	33262
8	"	"	52,70	50,03	24,50	35,20	154,51	148,83	20,42	20,00	33262
9	"	"	52,60	50,13	24,50	35,20	152,08	150,15	20,41	20,03	33262
10	"	"	52,55	50,18	24,50	35,20	151,62	150,27	20,40	20,07	33262
11	"	"	52,51	50,22	24,50	35,20	151,12	150,96	20,39	20,12	33262
12	"	"	52,51	50,22	24,45	34,80	151,10	151,06	20,32	20,24	33262
13	"	"	52,51	50,22	24,40	34,40	151,09	151,09	20,29	20,26	33262
14	"	"	52,51	50,22	24,40	34,35	151,07	151,09	20,27	20,28	33262

ÖRNEK SİSTEM 1'in "Lagrange Çarpınları Yöntemi" kullanılarak üretim maliyeti hesap sonuçlarını gösterir tablodur.

b) ÖRNEK SİSTEM 2



Şekil 4.6

Şekilde gösterilen elektrik güç sistemi dört baralıdır. 1 ve 2 no.lu baralar sistemin üretim merkezlerine ve 3 ve 4 no.lu baralar ise sistemin yük baralarına ayrılmıştır. 1 no.lu üretim merkezinin üretim maliyeti, üretim merkezinin aktif çıkış gücünün fonksiyonu olarak,

$$M_1 = 0,60 P_1^2 + 80 P_1 + 10000 \quad \text{TL/h}$$

ve 2 no.lu üretim merkezinin maliyet fonksiyonu ise,

$$M_2 = 0,75 P_2^2 + 70 P_2 + 12000 \quad \text{TL/h}$$

olarak bilindiğine ve sistemin 3 no.lu barasından 40 MW aktif ve 20 MVAR reaktif ve 4 no.lu barasından ise 30 MW aktif ve 15 MVAR reaktif yük talep edildiğine göre ve sistemin kurulu üretim güçleri açısından 2 no.lu üretim ünitesinin bara gerilimlerinde % 5'den fazla gerilim düşümünün olmaması için en az 30 MW aktif yük ile yüklenmesi zorunluluğu da bulunduğuna göre^x üretim merkezlerinin yüklenme durumlarını inceleyiniz

^x Yük skışı denemeleri sonucu olarak.

ve sistemin toplam üretim maliyetini yukarıda belirlenen 1 ve 2 no.lu yöntemlerle hesaplayınız (iletim hatlarının admittansları şekil üzerinde verilmiştir).

b.1. Yük Akışı Programı Kullanılarak Üretim Maliyeti Hesabı

Şekil 4.6'da verilen Örnek Sistem 2'ye ait yük akışı sonuçları program giriş değerleri ile birlikte s.106 ve 107'de görülmektedir. Bu sonuçlara göre beş iteratif hesaplama sonucunda hesaplanan güçler bara gerilim düşümleri % 5'den az olmak üzere istenilen hassasiyete yaklaştırılmış ve aktif ve reaktif yük dağılımı üretim ünitelerine;

$$PE(1) = P_1 = 37,07 \text{ MW}$$

$$QE(1) = Q_1 = 26,86 \text{ MVAR}$$

ve

$$PE(2) = P_2 = 31,55 \text{ MW}$$

$$QE(2) = Q_2 = 14,97 \text{ MVAR}$$

olacak şekilde isabet ettirilmiştir.

Bu sonuçlara göre sistemin;

$$P_L \text{ Aktif iletim kayıpları} = PE(1) + PE(2) - PE(3) - PE(4) = 1,35 \text{ MW}$$

ve

$$Q_L \text{ Reaktif " " " " } = QE(1) + QE(2) - QE(3) - QE(4) = 6,72 \text{ MVAR}$$

olarak bulunmuştur.

Üretim Ünitelerinin Üretim maliyetleri sırası ile,

$$M_1 = 0,60P_1^2 + 80P_1 + 10000 = 0,60(37,07)^2 + 80(37,07) + 10000 = 13790 \text{ TL/h}$$

$$M_2 = 0,75P_2^2 + 70P_2 + 12000 = 0,75(31,55)^2 + 70(31,55) + 12000 = 14955 \text{ TL/h}$$

olup sistemin toplam üretim maliyeti,

$$M = M_1 + M_2 = 13790 + 14955 = 28745 \text{ TL/h}$$

dir. Hesap sonuçları Tablo IV.IV'de toplanmıştır.

EPS=0.0001 M= 2 N= 4 CO=1.0

G(I,J) B(I,J)
XXXXXXXXXX XXXXXXXXXX

1.2407	-5.2305
0.0000	0.0000
-1.2407	6.2305
0.0000	0.0000
0.0000	0.0000
0.6723	-3.3761
0.0000	0.0000
-0.6723	3.3761
-1.2407	6.2305
0.0000	0.0000
2.4814	-12.4610
-1.2407	6.2305
0.0000	0.0000
-0.6723	3.3761
-1.2407	6.2305
1.9130	-9.6066

P(I)	Q(I)	E(I)	X(I)	EE(I)
****	****	****	****	****
0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000
0.3000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000
-0.4000	-0.2000	1.0000	0.0000	1.0000
-0.3000	-0.1500	1.0000	0.0000	1.0000

E(I)	X(I)
****	****
1.0000	0.0000
1.0000	0.0888
0.9784	-0.0278
0.9652	-0.0145

E(I)	X(I)
****	****
1.0000	0.0000
0.9977	0.0692
0.9595	-0.0353
0.9504	-0.0264

E(I)	X(I)
****	****
1.0000	0.0000
0.9986	0.0547
0.9514	-0.0414
0.9448	-0.0353

E(I)	X(I)
****	****
1.0000	0.0000
0.9990	0.0445
0.9483	-0.0458
0.9427	-0.0417

C(I)	D(I)	E(I)	X(I)	PE(I)	GE(I)
*****	*****	*****	*****	*****	*****
0.3707	-0.2686	1.0000	0.0000	0.3707	0.2686
0.3209	-0.1378	0.9993	0.0374	0.3155	0.1497
-0.3816	0.2322	0.9471	-0.0489	-0.3728	-0.2013
-0.3099	0.1742	0.9418	-0.0461	-0.2999	-0.1498

TABLO IV-IV

İTERASYON NO.	Y Ü K L E R				HESAPLANAN DEĞERLER						TOPLAM ÜRETİM MALİYETİ (TL/h)
	AKTİF $P_{yük_1} = P_3$ (MW)	AKTİF $P_{yük_2} = P_4$ (MW)	REAKTİF $Q_{yük_1} = Q_3$ (MVAR)	REAKTİF $Q_{yük_2} = Q_4$ (MVAR)	ÜRETİM MERKEZİ GÜÇLERİ			İLETİM KAYIPLARI			
					P_1 (MW)	P_2 (MW)	Q_1 (MVAR)	Q_2 (MVAR)	P_L (MW)	Q_L (MVAR)	
5	37,28	29,99	20,13	14,98	37,07	31,55	26,86	14,97	1,35	6,72	28745

ÖRNEK SİSTEM 2'nin "Yük Akışı Programı" kullanılarak üretim maliyeti hesap sonuçlarını gösterir tablodur.

b.2. İletim Kayıpları Eşitliği Kullanılarak Üretim Maliyeti Optimizasyonu

Admitansları ile verilmiş olan Örnek Sistem 2'nin iletim hatlarına ait dirençleri;

$$R_{1-3} = \frac{G_{1-3}}{G_{1-3}^2 + B_{1-3}^2} = \frac{1,2407}{(1,2407)^2 + (6,2305)^2} = 0,03074 \quad \text{per-unit}$$

$$R_{3-4} = \frac{G_{3-4}}{G_{3-4}^2 + B_{3-4}^2} = \frac{1,2407}{(1,2407)^2 + (6,2305)^2} = 0,03074 \quad \text{per-unit}$$

$$R_{2-4} = \frac{G_{2-4}}{G_{2-4}^2 + B_{2-4}^2} = \frac{0,6723}{(0,6723)^2 + (3,3761)^2} = 0,05673 \quad \text{per-unit}$$

Şimdi yük akışı sonuçlarını kullanarak sistemin B katsayılarına bulmaya çalışalım. Yapılan inceleme sonunda yük akışı programı, $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$ ve $\underline{I}_4$ akımlarını aşağıdaki şekilde sonuçlandırmıştır (Şekil 4.7).

$$\underline{I}_1 = 0,3707 - j 0,2686$$

$$\underline{I}_2 = 0,3209 - j 0,1378$$

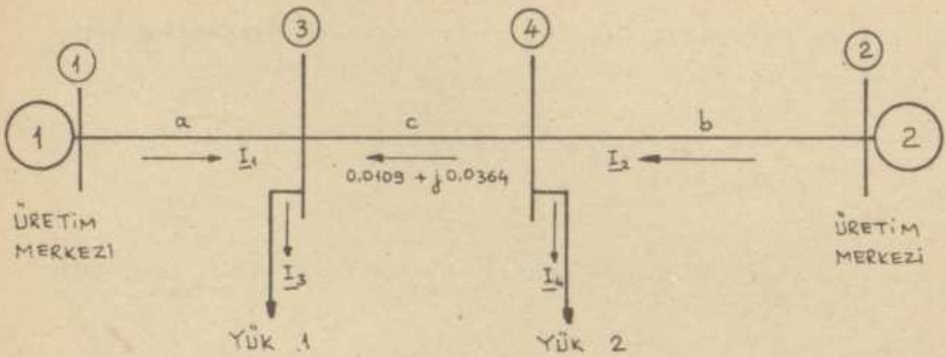
$$\underline{I}_3 = 0,3816 - j 0,2322$$

$$\underline{I}_4 = 0,3099 - j 0,1742$$

Bu sonuçlara göre sistemden talep edilen toplam yük akımı,

$$\text{Toplam } \underline{I}_{\text{yük}} = \underline{I}_3 + \underline{I}_4 = 0,6915 - j 0,4064$$

ve $\underline{I}_3$ ve $\underline{I}_4$ akımlarının toplam yük akımının gerçel bileşeni-ne oranla ifade edilmeleri, (Paragraf 2.4'deki kabul'e göre)



Şekil 4.7

$$I_3 = \frac{0,3816}{0,6915} (\text{Toplam } I_{\text{yük}}) = 0,5518 (\text{Toplam } I_{\text{yük}})$$

$$I_4 = \frac{0,3099}{0,6915} (\text{Toplam } I_{\text{yük}}) = 0,4482 (\text{Toplam } I_{\text{yük}})$$

şeklinde yazılabilir. O halde sistemin a,b ve c iletim hatlarından akan akımları yönleri ile, şekilde belirtildiği gibidir. Paragraf (2.4)'de incelendiği üzere sisteme süperpozisyon teoreminin uygulanması ile akım dağılım katsayıları yalnız 1 no.lu Üretim merkezi devrede iken,

$$N_{a1} = 1$$

$$N_{b1} = 0$$

$$N_{c1} = -0,4482$$

ve yalnız 2 no.lu Üretim merkezi devrede iken,

$$N_{a2} = 0$$

$$N_{b2} = 1$$

$$N_{c2} = 0,5518$$

dir. O halde eşitlik (2.49)'a göre B katsayıları, sistemde üç

iletim hattı ve iki üretim merkezi bulunduğuna göre,

$$B_{11} = \frac{1}{|V_1|^2 \cos^2 \theta_1} \sum_{k=1}^3 N_{k1}^2 R_k = \frac{1}{|V_1|^2 \cos^2 \theta_1} \left[1^2 R_{1-3} + 0 + (-0,4482)^2 R_{3-4} \right]$$

$$B_{12} = \frac{\cos(\theta_1 - \theta_2)}{|V_1|^2 |V_2|^2 \cos \theta_1 \cos \theta_2} \sum_{k=1}^3 N_{k1} N_{k2} R_k = \frac{\cos(\theta_1 - \theta_2)}{|V_1|^2 |V_2|^2 \cos \theta_1 \cos \theta_2} \cdot$$

$$\left[0 + (-0,4482)(0,5518) R_{3-4} \right]$$

$$B_{22} = \frac{1}{|V_2|^2 \cos^2 \theta_2} \sum_{k=1}^3 N_{k2}^2 R_k = \frac{1}{|V_2|^2 \cos^2 \theta_2} \left[0 + 1^2 R_{2-4} + (0,5518)^2 R_{3-4} \right]$$

şeklinde yazılabilir. Yük akışı sonuçlarından bu eşitliklerdeki $|V_1|^2$, $|V_2|^2$, θ_1 ve θ_2 'nin sayısal değerleri,

$$|V_1|^2 = |E(1)|^2 + |X(1)|^2 = 1,0^2 + 0,0^2 = 1,0 \quad (\text{per-unit})^2$$

$$|V_2|^2 = |E(2)|^2 + |X(2)|^2 = 0,9993^2 + 0,0374^2 = 1,0 (\text{per-unit})^2$$

$$\theta_1 = \arctan \frac{0,2686}{0,3707} = 35,9261^\circ \quad \cos \theta_1 = 0,80977$$

$$\theta_2 = \arctan \frac{0,1378}{0,3209} - \arctan \frac{0,0374}{0,9993} = 21,0961^\circ \quad \cos \theta_2 = 0,93297$$

olduklarına göre, B katsayıları

$$B_{11} = 0,04558 \text{ per-unit} = 0,0004558 \text{ 1/MW (100 MVA baz)}$$

$$B_{12} = -0,01021 \text{ per-unit} = -0,0001021 \text{ 1/MW} \quad "$$

$$B_{22} = 0,08096 \text{ per-unit} = 0,0008096 \text{ 1/MW} \quad "$$

olarak bulunmuş olur. O halde sistemin, iletim kayıpları eşit-

ligi, eşitlik (2.48)'den

$$P_L = 0,0004558 P_1^2 - 0,0002041 P_1 P_2 + 0,0008096 P_2^2$$

olur. Şimdi bu eşitliğin üretim merkezlerinin çıkış güçlerine göre kısmi türevlerini hesaplayalım.

Sırası ile 1 ve 2 no.lu üretim merkezinin çıkış güçlerine göre iletim kayıpları eşitliğinin kısmi türevleri,

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_1} = 0,0009116 P_1 - 0,0002041 P_2$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_2} = 0,0016192 P_2 - 0,0002041 P_1$$

dir. (2.58) eşitliği,

$$\frac{dM_i}{dP_i} + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_i} = \lambda \quad (i = 1, 2, \dots, G)$$

Üretim Ünite maliyet fonksiyonlarının aktif çıkış güçlerine göre hesaplanacak türevleri ile,

$$\frac{dM_1}{dP_1} = 1,20 P_1 + 80 \quad \text{TL/MWh}$$

$$\frac{dM_2}{dP_2} = 1,50 P_2 + 70 \quad \text{TL/MWh}$$

son şekli olan iki eşitlikli,

$$1,20 P_1 + (0,0009116 P_1 - 0,0002041 P_2) \lambda = \lambda - 80$$

$$1,50 P_2 + (0,0016192 P_2 - 0,0002041 P_1) \lambda = \lambda - 70$$

şekline getirilmiş olur.

Şimdi bu eşitlik sistemini iterasyon yolu ile çözmeye çalışalım.

Eşitlikler :

Güç üretim merkezlerinin artımsal maliyetlerinin kendi ceza faktörleri ile çarpımları,

$$\bar{U}M_1 = \frac{dM_1}{dP_1} \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_1}} = (1,20 P_1 + 80) \frac{1}{1+0,0002041P_2 - 0,0009116P_1}$$

$$\bar{U}M_2 = \frac{dM_2}{dP_2} \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_2}} = (1,50 P_2 + 70) \frac{1}{1+0,0002041P_1 - 0,0016192P_2}$$

iletim kayıpları,

$$P_L = P_1^2 B_{11} + 2P_1 P_2 B_{12} + P_2^2 B_{22} = 0,0004556P_1^2 - 0,0002041P_1 P_2 + 0,0008096P_2^2$$

ve optimizasyonun gerçekleşmesi şartı,

$$\bar{U}M_1 = \bar{U}M_2 = \lambda$$

İterasyon No: 1

$$P_{yük} = 67,27 \text{ MW}$$

$$\text{Seç} : P_1 = 37 \text{ MW}$$

$$P_2 = 30 \text{ MW}$$

$$\text{Hesapla} : \bar{U}M_1 = 127,93 \text{ TL/MWh}$$

$$\bar{U}M_2 = 119,92 \quad "$$

$$P_L = 1,13 \text{ MW}$$

$$\text{Toplam Üretim gücü} : 67,27 + 1,13 = 68,4 \text{ MW}$$

Tablo IV,V'de yedi adet iterasyona ait bilgiler toplanmıştır.

TABLO IV-V

İTERASYON NO.	Y Ü K L E R				SEÇİLEN DEĞERLER		HESAPLANAN DEĞERLER				TOPLAM ÜRETİM MALİYETİ (TL/h)
	$P_{yük_1} = P_3$ (MW)	$P_{yük_2} = P_4$ (MW)	$P_T = P_3 + P_4$ (MW)	$Q_T = Q_3 + Q_4$ (MVAR)	P_1 (MW)	P_2 (MW)	$UM_1 = \lambda(1)$ (TL/MWh)	$UM_2 = \lambda(2)$ (TL/MWh)	P_L (MW)	TOPLAM ÜRETİM GÜCÜ (MW)	
1	37,28	29,99	67,27	35,11	37	30	127,93	119,92	1,13	68,4	28556
2	"	"	"	-	37	31,4	127,89	122,40	1,19	68,46	28719
3	"	"	"	-	36	32,46	126,51	124,31	1,20	68,47	28720
4	"	"	"	-	35,47	33	125,78	125,29	1,22	68,49	28719
5	"	"	"	-	35,40	33,09	125,69	125,45	1,22	68,49	28721
6	"	"	"	-	35,35	33,14	125,61	125,54	1,22	68,49	28721
7	"	"	"	-	35,33	33,16	125,58	125,57	1,22	68,49	28721

ÖRNEK SİSTEM 2 için "İletim Kayıpları Eşitliği" kullanılarak üretim maliyeti hesap sonuçlarını gösterir tablodur.

0 halde yedi iterasyon sonunda,

$$\frac{dM_i}{dP_i} L_i = UM_1 = UM_2 = \lambda = 125,58 \text{ TL/MWh}$$

optimizasyon şartı gerçekleştirilmiş olup sistemin aktif güç üretim maliyeti, üretim ünitelerinin üretim maliyetlerinin toplamı olarak,

$$M_1 = 0,60P_1^2 + 80P_1 + 10000 = 13575 \text{ TL/h}$$

$$M_2 = 0,75P_2^2 + 70P_2 + 12000 = 15146 \text{ "}$$

$$M = M_1 + M_2 = 28721 \text{ TL/h}$$

dir. Şimdi bu yük dağılımına göre Şekil 4.6'da gösterilen sisteme ait bara gerilimlerinin kontrolünü yapalım.

Bu duruma (kontrol) uyan sonuçlar s.116'da verilmiştir. Baralardaki gerilim düşümleri müsaade edilen sınırları arasında kalmış bulunduğundan sistemin aktif güç optimizasyonu gerçekleşmiştir.

EPS=0.0001 M= 2 N= 4 CO=1.0

G(I,J)	B(I,J)
XXXXXXXX	XXXXXXXX
1.2407	-6.2305
0.0000	0.0000
-1.2407	6.2305
0.0000	0.0000
0.0000	0.0000
0.6723	-3.3761
0.0000	0.0000
-0.6723	3.3761
-1.2407	6.2305
0.0000	0.0000
2.4814	-12.4610
-1.2407	6.2305
0.0000	0.0000
-0.6723	3.3761
-1.2407	6.2305
1.9130	-9.6066

P(I)	Q(I)	E(I)	X(I)	EE(I)
****	****	****	****	****
0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000
0.3316	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000
-0.3728	-0.2013	1.0000	0.0000	1.0000
-0.2999	-0.1498	1.0000	0.0000	1.0000

C(I)	D(I)	E(I)	X(I)	PE(I)	QE(I)

0.3052	-0.2687	1.0000	0.0000	0.3052	0.2687
0.3577	-0.1209	0.9979	0.0646	0.3492	0.1438
-0.3505	0.2211	0.9491	-0.0388	-0.3412	-0.1962
-0.3124	0.1686	0.9431	-0.0304	-0.2998	-0.1495

c) ÖRNEK SİSTEM 3

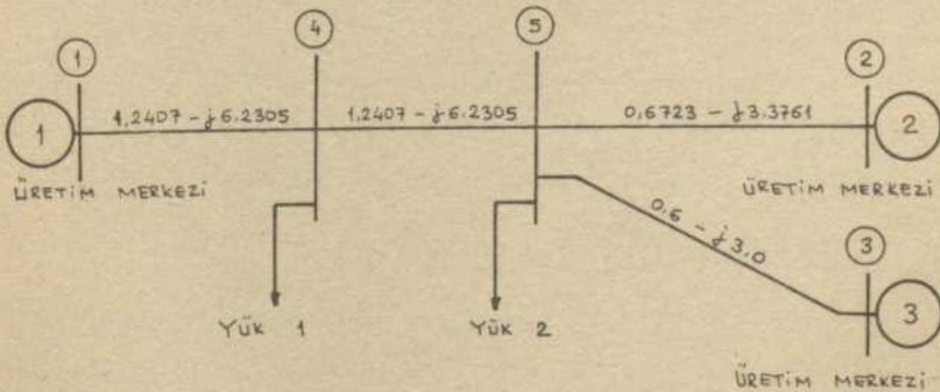
Şekilde gösterilen elektrik güç sistemi beş baralıdır. 1,2 ve 3 no.lu baralar sistemin üretim merkezlerine ve 4 ve 5 no.lu baralar ise sistemin yük baralarına ayrılmıştır. Üretim merkezlerinin üretim maliyetleri, üretim merkezlerinin aktif çıkış güçlerinin fonksiyonu olarak, Şekil 4.3'de gösterildiği üzere, sırası ile,

$$M_1 = 0,60P_1^2 + 80P_1 + 10000 \text{ TL/h}$$

$$M_2 = 0,75P_2^2 + 70P_2 + 12000 \text{ TL/h}$$

$$M_3 = 0,80P_3^2 + 60P_3 + 8000 \text{ TL/h}$$

olarak bilindiğine ve sistemin 4 no.lu barasından 40 MW aktif ve 20 MVAR reaktif ve 5 no.lu barasından ise 50 MW aktif ve 25 MVAR reaktif yük talep edildiğine göre ve sistemin kurulu üretim güçleri açısından bara gerilimlerinde % 5'den fazla gerilim düşümü olmaması için 2 no.lu üretim ünitesinin en az 40 MW ve 3 no.lu üretim ünitesinin de en az 30 MW aktif yüklerle yüklenmeleri zorunluluğu da bulunduğuna göre^x üretim merkezlerinin yüklenme durumlarına inceleyiniz ve sistemin toplam üretim maliyetini yukarıda belirlenen 1 ve 2 no.lu yöntemlerle hesaplayınız (iletim hatlarının admitansları şekil üzerinde verilmiştir).



Şekil 4.8

^x Yük akışı denemeleri sonucu olarak.

c.1. YÜK AKIŞI Programı Kullanılarak Üretim Maliyeti Hesabı

Şekil 4.8'de verilen Örnek Sistem 3'e ait yük akışı sonuçları program giriş değerleri ile birlikte s.119'da görülmektedir. Bu sonuçlara göre üç iteratif hesaplama sonucunda hesaplanan güçler bara gerilim düşümleri % 5 civarında olmak üzere istenilen hassasiyete yaklaştırılmış ve aktif ve reaktif güç dağılımı Üretim Unitelerine;

$$PE(1) = P_1 = 21,60 \text{ MW}$$

$$QE(1) = Q_1 = 27,41 \text{ MVAR}$$

$$PE(2) = P_2 = 40,05 \text{ "}$$

$$QE(2) = Q_2 = 13,54 \text{ "}$$

$$PE(3) = P_3 = 30,07 \text{ "}$$

$$QE(3) = P_3 = 12,52 \text{ "}$$

olacak şekilde isabet ettirilmiştir.

Bu sonuçlara göre sistemin;

$$P_L = \text{Aktif iletim kayıpları} = PE(1) + PE(2) + PE(3) - PE(4) - PE(5) = 2,21 \text{ MW}$$

ve

$$Q_L = \text{Reaktif " " } = QE(1) + QE(2) + QE(3) - QE(4) - QE(5) = 11,06 \text{ MVAR}$$

olarak bulunmuştur.

Üretim merkezlerinin Üretim maliyetleri sırası ile,

$$M_1 = 0,60P_1^2 + 80P_1 + 10000 = 0,60(21,60)^2 + 80(21,60) + 10000 = 12008 \text{ TL/h}$$

$$M_2 = 0,75P_2^2 + 70P_2 + 12000 = 0,75(40,05)^2 + 70(40,05) + 12000 = 16007 \text{ "}$$

$$M_3 = 0,80P_3^2 + 60P_3 + 8000 = 0,80(30,07)^2 + 60(30,07) + 8000 = 10528 \text{ "}$$

olup sistemin toplam Üretim maliyeti,

$$M = M_1 + M_2 + M_3 = 12008 + 16007 + 10528 = 38543 \text{ TL/h}$$

dir. Hesap sonuçları Tablo IV.VI'de toplanmıştır.

S=0.0001

M= 3

N= 5

CO=1.0

H(1,J)	H(1,J)
XXXXXXXX	XXXXXXXX

1.2407	-6.2305
0.0000	0.0000
0.0000	0.0000
-1.2407	6.2305
0.0000	0.0000
0.0000	0.0000
0.6723	-3.3761
0.0000	0.0000
0.0000	0.0000
-0.6723	3.3761
0.0000	0.0000
0.0000	0.0000
0.6000	-3.0000
0.0000	0.0000
-0.6000	3.0000
-1.2407	6.2305
0.0000	0.0000
0.0000	0.0000
2.4814	-12.4610
-1.2407	6.2305
0.0000	0.0000
-0.6723	3.3761
-0.6000	3.0000
-1.2407	6.2305
2.5130	-12.6056

P(1)	Q(1)	E(1)	X(1)	EE(1)
****	****	****	****	****
0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000
0.4000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000
0.3000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000
-0.4000	-0.2000	1.0000	0.0000	1.0000
-0.5000	-0.2500	1.0000	0.0000	1.0000

E(1)	X(1)
****	****
1.0000	0.0000
1.0000	0.1184
1.0000	0.0999
0.9784	-0.0278
0.9632	0.0059

F(1)	X(1)
****	****
1.0000	0.0000
0.9927	0.1202
0.9948	0.1014
0.9587	-0.0254
0.9488	0.0073

C(1)	D(1)	E(1)	X(1)	PE(1)	QE(1)
*****	*****	*****	*****	*****	*****
0.2160	-0.2741	1.0000	0.0000	0.2160	0.2741
0.4139	-0.0861	0.9927	0.1206	0.4005	0.1354
0.3118	-0.0941	0.9948	0.1014	0.3007	0.1252
-0.4105	0.1942	0.9510	-0.0249	-0.3952	-0.1744
-0.5313	0.2501	0.9446	0.0075	-0.4999	-0.2497

TABLO IV-VI

İTERASYON NO.	Y Ü K L E R				HESAPLANAN DEĞERLER								TOPLAM ÜRETİM MALİYETİ (TL/h)
	AKTİF $P_{yük_1} = P_4$ (MW)	AKTİF $P_{yük_2} = P_5$ (MW)	REAKTİF $Q_{yük_1} = Q_4$ (MVAR)	REAKTİF $Q_{yük_2} = Q_5$ (MVAR)	ÜRETİM MERKEZİ						İLETİM KAYIPLARI		
					P_1 (MW)	P_2 (MW)	P_3 (MW)	Q_1 (MVAR)	Q_2 (MVAR)	Q_3 (MVAR)	P_L (MW)	Q_L (MVAR)	
3	39,52	49,99	17,44	24,97	21,60	40,05	30,07	27,41	13,54	12,52	2,21	11,06	38543

ÖRNEK SİSTEM 3'ün "Yük Akışı Programı" kullanılarak üretim maliyeti hesap sonuçlarını gösterir tablodur.

c.2. İletim Kayıpları Eşitliği Kullanılarak Üretim Maliyeti Optimizasyonu

Admitansları ile verilmiş olan Örnek Sistem 3'ün iletim hatlarına ait dirençleri per-unit olarak,

$$R_{1-4} = \frac{G_{1-4}}{G_{1-4}^2 + B_{1-4}^2} = \frac{1,2407}{(1,2407)^2 + (6,2305)^2} = 0,03074 \text{ per-unit}$$

$$R_{4-5} = \frac{G_{4-5}}{G_{4-5}^2 + B_{4-5}^2} = \frac{1,2407}{(1,2407)^2 + (6,2305)^2} = 0,03074 \text{ per-unit}$$

$$R_{2-5} = \frac{G_{2-5}}{G_{2-5}^2 + B_{2-5}^2} = \frac{0,6723}{(0,6723)^2 + (3,3761)^2} = 0,05673 \text{ per-unit}$$

$$R_{3-5} = \frac{G_{3-5}}{G_{3-5}^2 + B_{3-5}^2} = \frac{0,6}{(0,6)^2 + (3,0)^2} = 0,06410 \text{ per-unit}$$

dir.

Şimdi yük akışı sonuçlarını kullanarak sistemin B katsayılarını bulmaya çalışalım. Yapılan inceleme sonunda yük akışı programı, $\underline{I}_1$, $\underline{I}_2$, $\underline{I}_3$, $\underline{I}_4$ ve $\underline{I}_5$ akımlarını aşağıdaki şekilde sonuçlandırmıştır (Şekil 4.9).

$$\underline{I}_1 = 0,2160 - j0,2741$$

$$\underline{I}_2 = 0,4139 - j0,0861$$

$$\underline{I}_3 = 0,3118 - j0,0941$$

$$\underline{I}_4 = 0,4105 - j0,1942$$

$$\underline{I}_5 = 0,5313 - j0,2601$$

Bu sonuçlara göre sistemden talep edilen toplam yük akımı,

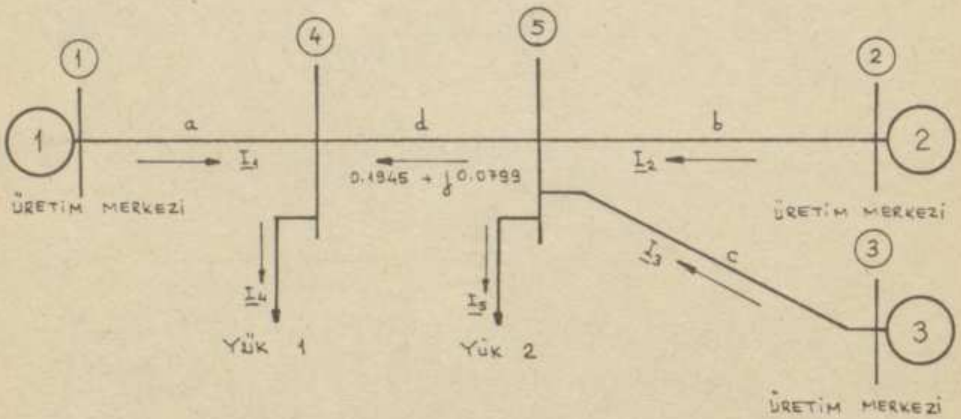
$$\text{Toplam } \underline{I}_{\text{yük}} = \underline{I}_4 + \underline{I}_5 = 0,9418 - j0,4543$$

ve I_4 ve I_5 akımlarının toplam yük akımının gerçel bileşenine oranla ifade edilmeleri (Paragraf 2.4 deki kabule göre)

$$I_4 = \frac{0,4105}{0,9418} (\text{Toplam } I_{\text{yük}}) = 0,4359 (\text{Toplam } I_{\text{yük}})$$

$$I_5 = \frac{0,5313}{0,9418} (\text{Toplam } I_{\text{yük}}) = 0,5641 (\text{Toplam } I_{\text{yük}})$$

şeklinde yazılabilir. O halde sistemin a,b,c ve d iletim hatlarından akan akımları yönleri ile şekilde gösterildiği gibidir.



Şekil 4.9

Paragraf 2.4 de incelendiği üzere sisteme süperpozisyon teoreminin uygulanması ile akım dağılım katsayıları; yalnız 1 no'lu Üretim merkezi devrede iken,

$$N_{a1} = 1$$

$$N_{b1} = 0$$

$$N_{c1} = 0$$

$$N_{d1} = -0,5641$$

ve yalnız 2 no'lu üretim merkezi devrede iken,

$$N_{a_2} = 0$$

$$N_{b_2} = 1$$

$$N_{c_2} = 0$$

$$N_{d_2} = 0,4359$$

ve yalnız 3 no'lu üretim merkezi devrede iken,

$$N_{a_3} = 0$$

$$N_{b_3} = 0$$

$$N_{c_3} = 1$$

$$N_{d_3} = 0,4359$$

dir. O halde eşitlik (2.50) ye göre B katsayıları, sistemde dört iletim hattı ve üç üretim merkezi bulunduğuna göre,

$$B_{ij} = \frac{\cos(\theta_i - \theta_j)}{|V_i| |V_j| \cos \theta_i \cos \theta_j} \sum_{k=1}^4 N_{ki} N_{kj} R_k \quad (2.50)$$

$$B_{11} = \frac{1}{|V_1|^2 \cos^2 \theta_1} \left[N_{a_1}^2 R_a + N_{b_1}^2 R_b + N_{c_1}^2 R_c + N_{d_1}^2 R_d \right]$$

$$B_{22} = \frac{1}{|V_2|^2 \cos^2 \theta_2} \left[N_{a_2}^2 R_a + N_{b_2}^2 R_b + N_{c_2}^2 R_c + N_{d_2}^2 R_d \right]$$

$$B_{33} = \frac{1}{|V_3|^2 \cos^2 \theta_3} \left[N_{a_3}^2 R_a + N_{b_3}^2 R_b + N_{c_3}^2 R_c + N_{d_3}^2 R_d \right]$$

$$B_{12} = \frac{\cos(\theta_1 - \theta_2)}{|v_1||v_2|\cos\theta_1\cos\theta_2} \left[N_{a_1} N_{a_2} R_a + N_{b_1} N_{b_2} R_b + N_{c_1} N_{c_2} R_c + N_{d_1} N_{d_2} R_d \right]$$

$$B_{23} = \frac{\cos(\theta_2 - \theta_3)}{|v_2||v_3|\cos\theta_2\cos\theta_3} \left[N_{a_2} N_{a_3} R_a + N_{b_2} N_{b_3} R_b + N_{c_2} N_{c_3} R_c + N_{d_2} N_{d_3} R_d \right]$$

$$B_{13} = \frac{\cos(\theta_1 - \theta_3)}{|v_1||v_3|\cos\theta_1\cos\theta_3} \left[N_{a_1} N_{a_3} R_a + N_{b_1} N_{b_3} R_b + N_{c_1} N_{c_3} R_c + N_{d_1} N_{d_3} R_d \right]$$

eşitliklerinde yukarda hesaplanan akım dağılım katsayılarının değerleri ve $R_a=R_{1-4}$, $R_b=R_{2-5}$, $R_c=R_{3-5}$ ve $R_d=R_{4-5}$ değerleri ile yük akışı sonuçlarına göre $|v_1|$, $|v_2|$, $|v_3|$, $|v_1|^2$, $|v_2|^2$, $|v_3|^2$, θ_1 , θ_2 , ve θ_3 ün

$$|v_1|^2 = 1,0^2 + 0,0^2 = 1,0 \text{ (per-unit)}^2$$

$$|v_2|^2 = 0,9927^2 + 0,1206^2 = 1,0 \text{ (per-unit)}^2$$

$$|v_3|^2 = 0,9948^2 + 0,1014^2 = 1,0 \text{ (per-unit)}^2$$

$$\theta_1 = \arctg \frac{0,2741}{0,2160} = 51,76^\circ$$

$$\theta_2 = \arctg \frac{0,0861}{0,4139} - \arctg \frac{0,1206}{0,9927} = 4,824^\circ$$

$$\theta_3 = \arctg \frac{0,0941}{0,3118} - \arctg \frac{0,1014}{0,9948} = 10,973^\circ$$

$$\cos \theta_1 = 0,619$$

$$\cos \theta_2 = 0,996$$

$$\cos \theta_3 = 0,987$$

hesaplanan sayısal değerlerin yerlerine konulmaları ile, B katsayıları sayısal olarak aşağıdaki şekilde bulunmuş olur.

$$B_{11} = 0,10575 \text{ per-unit} = 0,0010575 \text{ 1/MW (100 MVA baz)}$$

$$B_{22} = 0,06977 \text{ per-unit} = 0,0006977 \text{ 1/MW (100 MVA baz)}$$

$$B_{33} = 0,08209 \text{ per-unit} = 0,0008209 \text{ 1/MW (100 MVA baz)}$$

$$B_{12} = -0,01080 \text{ per-unit} = -0,0001080 \text{ 1/MW (100 MVA baz)}$$

$$B_{23} = 0,00666 \text{ per-unit} = 0,0000666 \text{ 1/MW (100 MVA baz)}$$

$$B_{13} = -0,01155 \text{ per-unit} = -0,0001155 \text{ 1/MW (100 MVA baz)}$$

Eşitlik (2.51) den sistemin iletim kayıpları eşitliği, sistemde üç üretim merkezi bulunduğu göre,

$$P_L = \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 P_i B_{ij} P_j \quad (2.51)$$

$$P_L = P_1^2 B_{11} + P_2^2 B_{22} + P_3^2 B_{33} + 2P_1 P_2 B_{12} + 2P_2 P_3 B_{23} + 2P_1 P_3 B_{13}$$

yazılabilir. B katsayılarının değerlerinin yerlerine konulmaları ile bu eşitlik şimdi,

$$P_L = 0,0010575P_1^2 + 0,0006977P_2^2 + 0,0008209P_3^2 - 0,000216P_1P_2 \\ + 0,0001332P_2P_3 - 0,000231P_1P_3$$

olur. O halde bu eşitliğin üretim merkezlerinin çıkış güçlerine göre kısmi türevleri sırası ile,

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_1} = 0,002115P_1 - 0,000216P_2 - 0,000231P_3$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_2} = 0,001395P_2 - 0,000216P_1 + 0,0001332P_3$$

$$\frac{\partial P_L}{\partial P_3} = 0,0016418P_3 + 0,0001332P_2 - 0,000231P_1$$

dir. (2.58) eşitliği,

$$\frac{dM_i}{dP_i} + \lambda \frac{\partial P_L}{\partial P_i} = \lambda \quad (i=1,2,\dots,G)$$

Üretim Ünite maliyet fonksiyonlarının aktif çıkış güçlerine göre hesaplanacak türevleri ile, Şekil 4.3'den,

$$\frac{dM_1}{dP_1} = 1,20 P_1 + 80 \quad \text{TL/MWh}$$

$$\frac{dM_2}{dP_2} = 1,50 P_2 + 70 \quad \text{TL/MWh}$$

$$\frac{dM_3}{dP_3} = 1,60 P_3 + 60 \quad \text{TL/MWh}$$

son şekli olan üç eşitlikli,

$$1,20P_1 + (0,002115P_1 - 0,000216P_2 - 0,000231P_3) \lambda = \lambda - 80$$

$$1,50P_2 + (0,001395P_2 - 0,000216P_1 + 0,0001332P_3) \lambda = \lambda - 70$$

$$1,60P_3 + (0,0016418P_3 + 0,0001332P_2 - 0,000231P_1) \lambda = \lambda - 60$$

şekline getirilmiş olur. Şimdi bu eşitlik sistemini iterasyon yolu ile çözmeye çalışalım.

Eşitlikler:

Güç Üretim merkezlerinin artımsal maliyetlerinin kendi ceza faktörleri ile çarpımları,

$$UM_1 = \frac{dM_1}{dP_1} \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_1}} = (1,20P_1 + 80) \frac{1}{1 + 0,000216P_2 + 0,000231P_3 - 0,002115P_1}$$

$$UM_2 = \frac{dM_2}{dP_2} \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_2}} = (1,50P_2 + 70) \frac{1}{1 + 0,000216P_1 - 0,001395P_2 - 0,0001332P_3}$$

$$\dot{U}M_3 = \frac{dM_3}{dP_3} \frac{1}{1 - \frac{\partial P_L}{\partial P_3}} = (1,60P_3 + 60) \frac{1}{1 + 0,000231P_1 - 0,0001332P_2 - 0,0016418P_3}$$

iletim kayıpları,

$$P_L = 0,0010575P_1^2 + 0,0006977P_2^2 + 0,0008209P_3^2 - 0,000216P_1P_2 + \\ + 0,0001332P_2P_3 - 0,000231P_1P_3$$

ve optimizasyonun gerçekleşmesi şartı,

$$\dot{U}M_1 = \dot{U}M_2 = \dot{U}M_3 = \lambda$$

İterasyon No.1

$$P_{yük} = 89,51 \text{ MW}$$

$$\text{Seç} : P_1 = 20 \text{ MW}$$

$$P_2 = 40 \text{ MW}$$

$$P_3 = 30 \text{ MW}$$

$$\text{Hesapla: } \dot{U}M_1 = 106,85 \text{ TL/MWh}$$

$$\dot{U}M_2 = 137,63 \text{ TL/MWh}$$

$$\dot{U}M_3 = 113,68 \text{ TL/MWh}$$

$$P_L = 2,12 \text{ MW}$$

$$\text{Toplam üretim gücü: } 89,51 + 2,12 = 91,63$$

Tablo IV-VII de dokuz adet iterasyona ait bilgiler toplanmıştır.

TABLO IV-VII

İTERASYON NO.	Y Ü K L E R				SEÇİLEN DEĞERLER				HESAPLANAN DEĞERLER				TOPLAM ÜRETİM MALİYETİ (TL/h)
	$P_{yük1}=P_4$ (MW)	$P_{yük2}=P_5$ (MW)	$P_T=P_4+P_5$ (MW)	$Q_1=Q_4+Q_5$ (MVAR)	P_1 (MW)	P_2 (MW)	P_3 (MW)	$UM_1=\lambda(1)$ (TL/MWh)	$UM_2=\lambda(2)$ (TL/MWh)	$UM_3=\lambda(3)$ (TL/MWh)	P_L (MW)	TOPLAM ÜRETİM GÜCÜ (MW)	
1	39,52	49,99	89,51	42,41	20	40	30	106,85	137,63	113,68	2,12	91,63	38360
2	"	"	"	-	21,63	40	30	109,25	137,58	113,63	2,17	91,68	38531
3	"	"	"	-	25,68	36	30	115,38	130,34	113,46	2,10	91,61	38462
4	"	"	"	-	28,6	30	33	119,88	119,80	118,93	2,11	91,62	38405
5	"	"	"	-	28,22	30	33,40	119,29	119,81	119,70	2,12	91,63	38407
6	"	"	"	-	28,46	29,63	33,54	119,66	119,17	119,95	2,12	91,63	38408
7	"	"	"	-	28,35	29,83	33,45	119,49	119,51	119,79	2,12	91,63	38408
8	"	"	"	-	28,40	29,88	33,35	119,56	119,60	119,59	2,12	91,63	38408
9	"	"	"	-	28,41	29,87	33,35	119,58	119,58	119,57	2,12	91,63	38407

ÖRNEK SİSTEM 3'ün "İletim Kayıpları Eşitliği" kullanılarak üretim maliyeti hesap sonuçlarını gösterir tablodur.

Dokuz iterasyon sonunda,

$$\frac{dM_i}{dP_i} L_i = UM_1 = UM_2 = UM_3 = \lambda = 119,58 \text{ TL/MWh}$$

optimizasyon şartı gerçekleştirilmiş olup sistemin aktif güç üretim maliyeti,

$$M_1 = 0,60 P_1^2 + 80 P_1 + 10000 = 12757 \text{ TL/h}$$

$$M_2 = 0,75 P_2^2 + 70 P_2 + 12000 = 14760 \text{ TL/h}$$

$$M_3 = 0,80 P_3^2 + 60 P_3 + 8000 = 10890 \text{ TL/h}$$

$$M = M_1 + M_2 + M_3 = 38407 \text{ TL/h}$$

dir. Şimdi bu yük dağılımına göre Şekil 4.8'de gösterilen sisteme ait bara gerilimlerinin kontrolünü yapalım.

Bu duruma (kontrol) uyan sonuçlar aşağıda verilmiştir. Baralardaki gerilim düşümleri müsaade edilen sınırları arasında kalmış bulunduğundan sistemin güç optimizasyonu gerçekleşmiştir.

EPS=0.0001

M= 3

N= 5

CO=1.0

111.01

XXXXXXXX

P11.11

XXXXXXXX

1.2407	-6.2315
0.0000	0.0000
0.0000	0.0000
-1.2407	6.2315
0.0000	0.0000
0.0000	0.0000
0.0000	0.0000
-3.2761	3.2761
0.0000	0.0000
0.0000	0.0000
0.0000	0.0000
-3.0000	3.0000
0.0000	0.0000
-1.2407	6.2315
0.0000	0.0000
0.0000	0.0000
0.0000	0.0000
-12.0000	12.0000
0.0000	0.0000
0.0000	0.0000
0.0000	0.0000
-12.0000	12.0000

P111

XXXX

E111

XXXX

E111

XXXX

X111

XXXX

EE111

XXXX

0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000
0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000
0.0000	0.0000	1.0000	0.0000	1.0000
-0.5000	-0.5000	1.0000	0.0000	1.0000
-0.4000	-0.7000	1.0000	0.0000	1.0000

C111

T111

E111

X111

PE111

GE111

0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.2731	0.2915
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.1311
0.0000	0.0000	0.0000	0.0000	0.3363	0.1093
0.0000	0.0000	0.0000	-0.2232	-0.4911	-0.2278
0.0000	0.0000	0.0000	0.0042	-0.3099	-0.1898

V. CALISMANIN TARTISILMASI

5.1. GİRİŞ

1956 yılında yayınlanan bir makale(40) üzerine elektrik güç sistemlerinin gerek işletme öncesi ve gerekse işletme süresindeki problemleri bilgisayarların da 1960 yılında uygulama alanlarına girmeleri ile çözülmeye başlandı. Yük akışı adı verilen bu çözüm yöntemi, sistemin analog modeli yerine matematik modelini temel alarak ve sistem işletmeye alınmadan önce sistemin yük baralarına gelmesi muhtemel aktif ve reaktif yüklerin üretim merkezlerine nasıl dağılacakını ve gerektiğinde elektrik iletim şebekelerinin ve sabit tesislerinin nasıl takviye edileceğini, sistemin reaktif güç kompanzasyonunun nasıl yapılacağını, bara gerilimlerinin müsaade edilen sınırlar arasında bulunup bulunamayacağını ve genel olarak kararlı ve geçici rejimlerde kısa devre ve transient stabilite etüdüleri ile birlikte kullanıldığında sistemin nasıl davranacağını ve ne gibi önlemler alınması gerektiğini inceleyen yöntem oldu.

Günümüzde de geçerliliğini sürdüren bu yöntem, sistem planlama ve işletmelerin temel hesap yöntemi olarak dünya ülkelerinin büyük bir kısmında günden güne artan uygulama alanlarında kullanılan tek yöntemdir.

Ancak güç sistemlerinin işletilmelerinde en önemli bir özellik

Üretim maliyetinin minimuma indirilmesidir. Hernekadar yük akışı ile bir noktaya kadar sistemin işletme planlanması yapılabilirse de tahminler üzerine sınırlı sayıdaki yük akışı etüdüleri ile üretim maliyetinin minimumu bulmak ihtimali çok zayıftır. Bu nedenle üretim maliyetinin minimumunu aramak başka yöntemlerin araştırılmasına neden olmuştur. Genel olarak bu yöntemler 1) İletim hatlarındaki aktif güç kayıplarının optimize edilmesi ile aktif güç üretim maliyetinin minimumunun bulunması ve 2) İletim hatlarındaki aktif ve reaktif güç kayıplarının optimize edilmeleri ile aktif güç üretim maliyetinin minimumunun bulunması şeklinde özetlenebilir.

Bu yöntemlerden birincisi, sistemin aktif güç dağılımını en ekonomik bir şekilde sağlarken sistemin reaktif güç dağılımı hakkında bir çözüm getirmez. Bu durum şebekelerin güç faktörlerinin statik ve dinamik kondansatörler ile düzeltilmelerinde ikinci yöntem sonuçlarına göre daha fazla bir sabit tesis yatırımını da gerektirir. Kaldı ki birinci yöntem, bir üretim merkezinin, sistemin yalnız aktif güç optimizasyonunun gerçekleştirilmesi ile aşırı reaktif yüklerle yüklenebilir duruma getirilmesini de gerektirebilir. Bu da o üretim merkezindeki ünitelerden en az birinin küçük $\cos \phi$ ve maksimum zahiri yük akımı (nominal akım) ile yüklenebilir duruma sokulması ve o ünitenin maksimum aktif yüklerle yüklenememesi demektir.

İkinci yöntem ile bir güç sisteminin aktif ve reaktif iletim kayıpları optimize edilerek üretim maliyetinin minimumu bulunabildiğine göre, tam ekonomik çözümü sağlayan yöntemlerin yakın bir gelecekte halen günümüzde kullanılmakta olan birinci yöntemin yerini alacağı kaçınılmazdır. Yeter ki bu yöntemlerin birinci yönteme göre üstünlükleri kanıtlanabilsin.

Optimizasyon yöntemleri olarak günümüzde elektrik mühendisliği de dahil olmak üzere çeşitli alanlara uygulanan yöntemlerin sayısı on'a yakındır(45). Aktif ve reaktif iletim kayıp-

larını optimize ederek minimum üretim maliyetini gerçekleştirebileceğini 1960 yılında R.B.Squires ve 1962 ve 1963 yıllarında J.Carpentier'in yaptığı çalışmalar göstermiş olmakla beraber 1977 yılında yayınlanan ve 1977 yılına kadar elektrik üretim maliyetinin minimuma indirilmesinde yapılan çalışmalarını Özetleyen General Electric Company'den H.H.Happ yukarıda adı geçen araştırmacıların teklif ettikleri yöntemlere göre sistemin toplam bara sayısı ile orantılı olan çok sayıda lineer olmayan eşitliklerin çözümlerinin pratik olmadıklarını ve yeni yöntemlerin araştırılmalarının gerekliliğine işaret etti(10). İşte bu nedenle çalışmamızda bu tavsiyeye uyarak esasen yalnız aktif iletim kayıpları ile üretim maliyeti minimize edilmesine uygulanan bir adet Lagrange çarpanını, iki adet Lagrange çarpanına çıkartarak hem aktif ve hem de reaktif iletim kayıplarının optimize edilebileceğini gösterdik.

Teklif ettiğimiz yöntemlere göre çözülmesi gereken lineer olmayan eşitlik sayısı, sistemin toplam bara sayısı yerine sistemdeki güç üretim merkezi sayısı ile orantılı olacağından (eşitlik 3.38), çözüm zamanı, R.B.Squires ve J.Carpentier'in teklif ettikleri yöntemlere göre daha ekonomik olacaktır.

III.Bölümde gerçekleştirilen teorik bilgiye dayalı olarak IV. Bölümde çözülen üç örnek sistemden birincisi, 1) yük akışı, 2) bir adet Lagrange çarpanı kullanılarak aktif iletim kayıplarının optimize edilmesi ve 3) iki adet Lagrange çarpanı kullanılarak aktif ve reaktif iletim kayıplarının optimize edilmesi ile çözüldü. Örnek sistem 2 ve 3 ise 1) yük akışı ve 2) bir adet Lagrange çarpanı kullanılarak aktif iletim kayıplarının optimize edilmeleri ile çözüldüler.

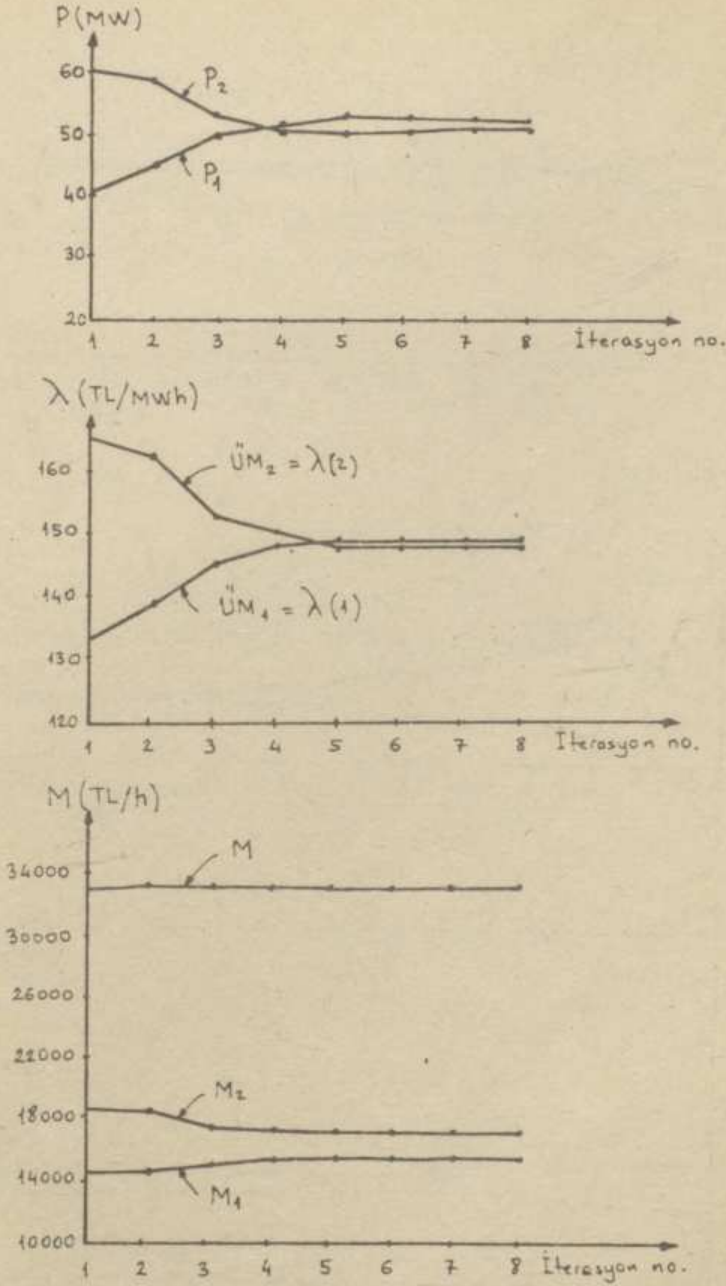
Paragraf 2.4'de "İletim Kayıpları Eşitliği Kullanılarak Bir Elektrik Güç Sistemi Aktif Yükünün Üretim Merkezleri Arasında En Ekonomik Şekilde Paylaştırılması" incelenirken, sistemin "Kayıp Eşitliği Katsayıları"nın veya yalnız "B Katsayıları"

nın, hernekadar sistemin üretim merkezlerinin çıkış gerilimlerine ve güç faktörlerine bağlı olarak değişebilecekleri görülmekte ise de, genel olarak sistemin yük talebinde büyük bir değişim olmadığı sürece sabit kabul edilebilecekleri ve "N Akım Dağılım Katsayıları"nın da bu süre içinde gerçel sayılar olarak kullanılabileceklerine değinilmişti. Şüphesiz bu kabullerin sonuçlar üzerinde olan menfi etkisi belirli bir toleransın ister istemez kabullenilmesini de beraberinde getirmektedir. Çalışmamızda B katsayılarına benzer katsayılar, (3.26), (3.27), (3.28) ve (3.29) eşitlikleri ile tanımlanan A, F, C ve D katsayılarıdır. Örnek Sistem 1, önerilen yöntem ile çözülürken (çözüm a-3) ondört iterasyonda da bu katsayılar her sefer yük akışı sonuçlarına göre yeniden hesaplandılar. Dolayısı ile önerilen yöntemde herhangi bir ön kabulün yapılmadığına burada özellikle işaret etmek isterim. Ancak şunu da açıklamak isterim ki eğer A, F, C ve D katsayıları da tıpkı B ve N katsayıları gibi yük talebinde büyük bir değişim olmadığı sürece sabit kabul edilebildiği takdirde hesaplama süresi yüzde elli'ye kadar azalabilecektir.

Önerilen yöntemin diğer yöntemlerle karşılaştırılması bölüm sonundaki (Tablo V-IV)'da gösterilmiştir.

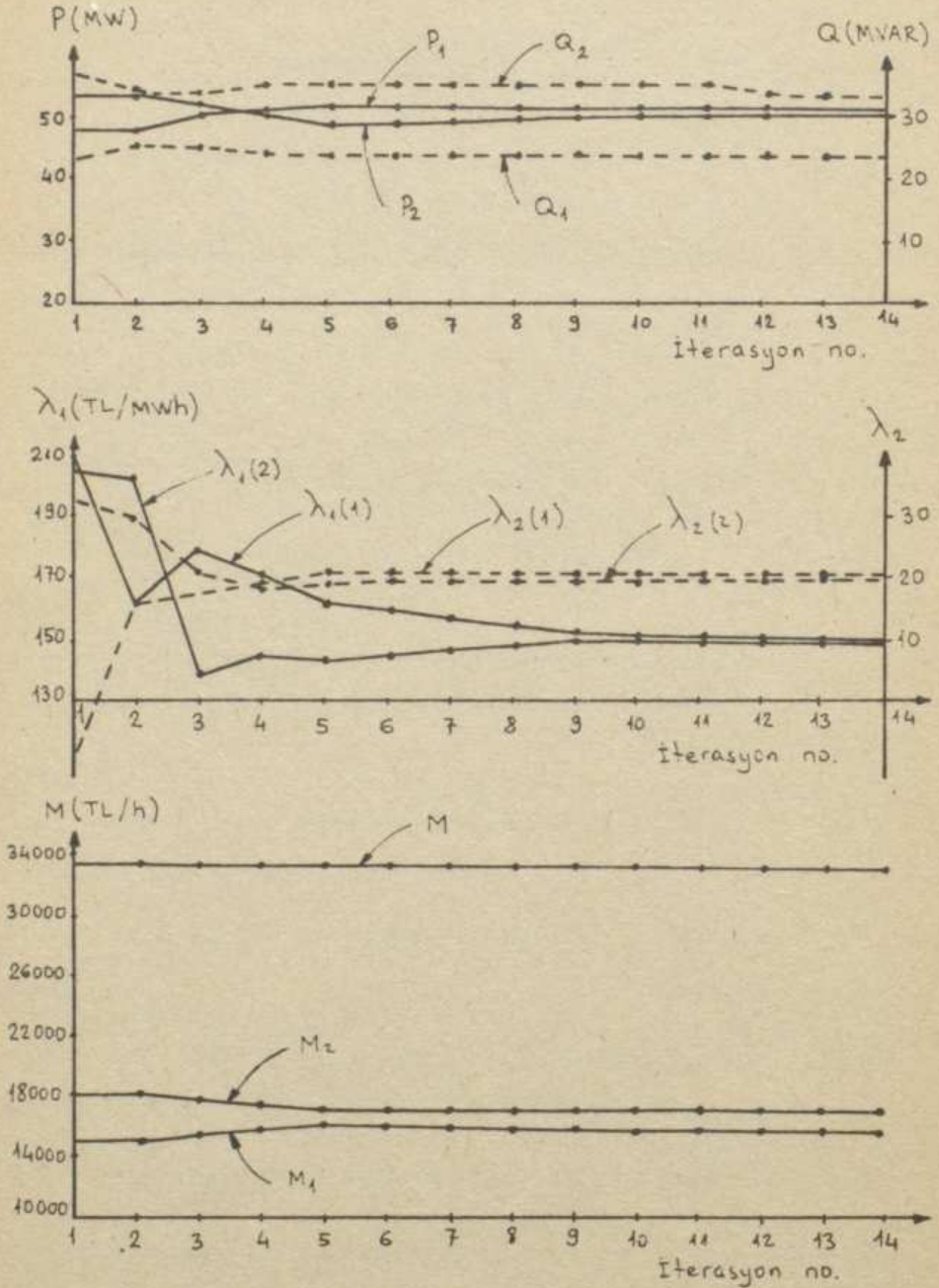
5.2. YAKINSAKLIK KARAKTERİSTİKLERİ

Aşağıdaki karakteristikler (Şekil 5-1,2,3,4) iterasyon sayısına göre çeşitli büyüklüklerin değişimlerini göstermektedir. Yakınsaklık bütün yöntemler için geçerlidir. Ancak yapılan incelemelerden hesaplanacak P ve Q değerlerinde virgül'ün sağındaki üçüncü basamaktan (binde birler) hassasiyet aranacaksa bunu sağlamak hemen hemen imkânsızdır. Zaten güçler üzerinde bu kadar küçük değişimlerin aranmasının bir anlamı ve gereği de yoktur.



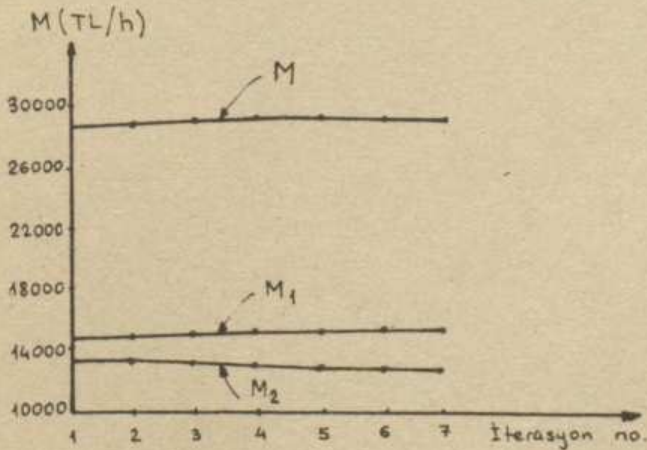
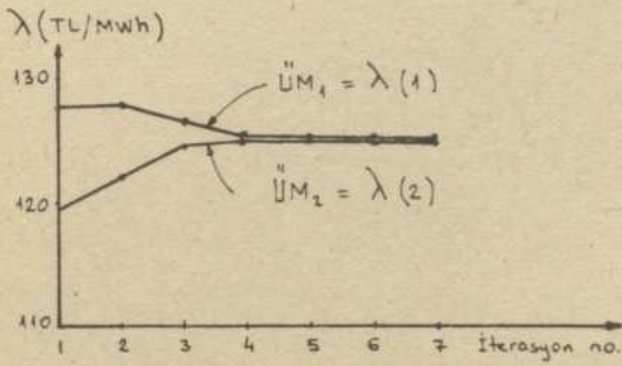
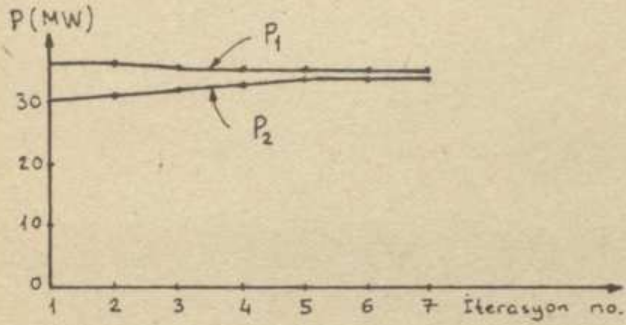
Şekil 5.1

Yakınsaklık Karakteristikleri, Güç Hassasiyeti = 0,01 MW (AKTİF)
Örnek Sistem 1, Çözüm Yöntemi (a-2)



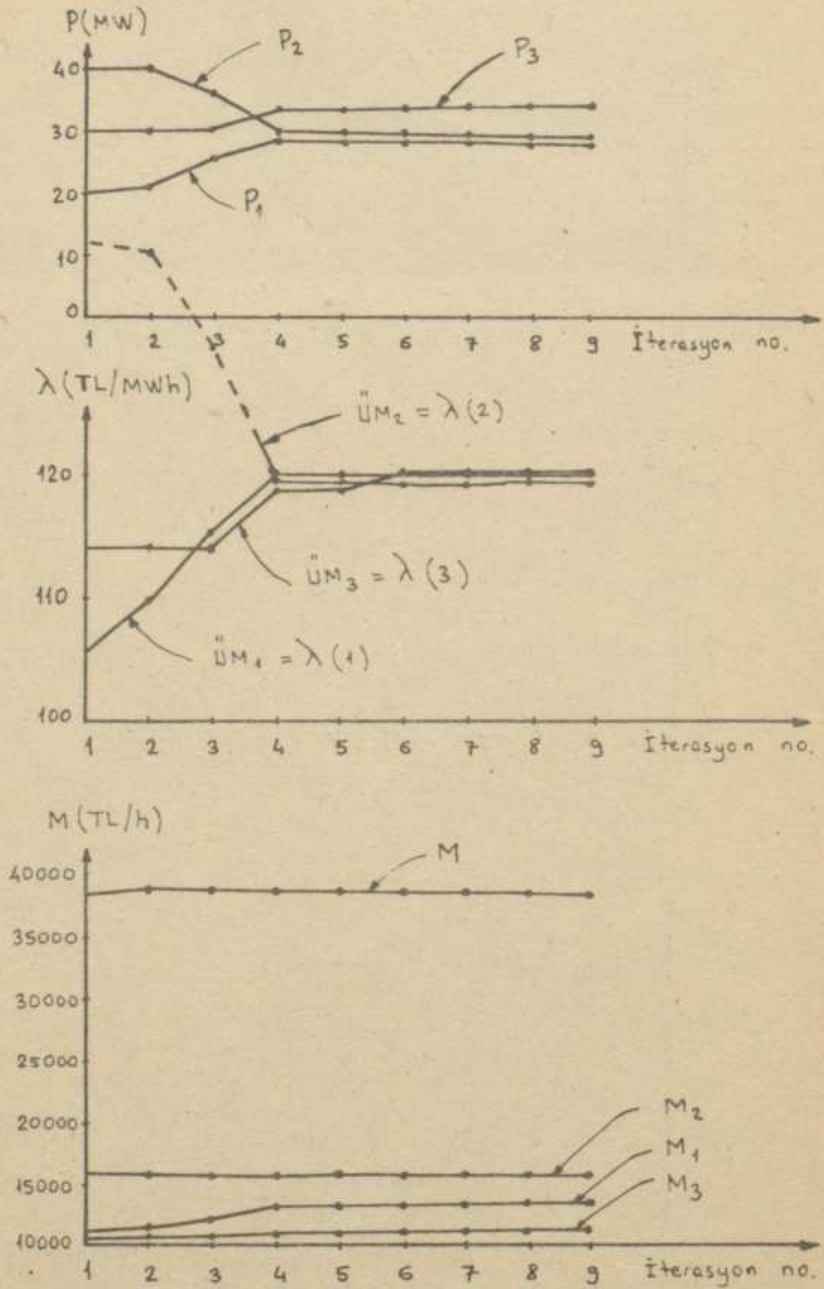
Şekil 5.2

Yakınsaklık Karakteristikleri, Güç Hassasiyeti = 0,01 MW (AKTİF)
 Örnek Sistem 1, Çözüm Yöntemi (a-3) = 0,01 MVAR (REAKTİF)



Şekil 5.3

Yakınsaklık Karakteristikleri, Güç Hassasiyeti = 0,01 MW (AKTİF)
Örnek Sistem 2, Çözüm Yöntemi (b-2)



Şekil 5.4

Yakınsaklık Karakteristikleri, Güç Hassasiyeti = 0,01 MW (AKTİF)
Örnek Sistem 3, Çözüm Yöntemi (c-2)

Örnek Sistem 1, bir adet Lagrange çarpanı kullanılarak sekiz iterasyonla ve iki adet Lagrange çarpanı kullanılarak da on-dört iterasyonla çözüldü. Yani önerilen yöntem çözüm için yü-rürlükte olan yöntemle göre yaklaşık iki misli bilgisayar za-manı gerektirmiştir.

5.3. SONUÇLARIN SAYISAL KARŞILAŞTIRILMALARI

Tablo (V-I), (V-II) ve (V-III) sırası ile Örnek Sistem 1, 2 ve 3'ün hesap sonuçlarını göstermektedir. Tablolardan görülece-ği üzere sonuçların sayısal karşılaştırılmalarının yapılabil-mesi için sistemden talep edilen aktif ve reaktif yüklerin sabit tutulmalarına çalışılmıştır. Üretim maliyetleri açısın-dan en düşük maliyetin iki Lagrange çarpanı kullanıldığında gerçekleşmiş olduğu ve keza en az aktif ve reaktif iletim ka-yıplarının da (P_L ve Q_L) aynı yöntemle gerçekleştirilmiş ol-duğu görülmektedir. Bir adet Lagrange çarpanı kullanıldığında sistemin reaktif yük dengesi hakkında bir bilgi alınamadığın-dan tabloda bu yerler boş (-) bırakılmıştır. Diğer bilgiler tablolara işlenmiş bulunmaktadır.

5.4. EKONOMİK KÂRLİLİK

Örnek Sistem 1, 101 MW aktif ve 51 MVAR reaktif yük talep eden bir sistemdir. Eğer bu sistem yük akışı programı ile işletilmeyip aktif iletim kayıpları ile optimize edilerek iş-letilecek olsa saat başına;

$$33524 - 33275 = 249 \text{ TL}$$

bir kâr sağlanmış olur. Eğer bu sistem aynı yük talebi ile 365 gün süreli (1 yıl) çalıştırılacak olsa kâr miktarı;

ÖRNEK SİSTEM 1

Birinci Satır: Yük akışı sonuçları

İkinci Satır: Aktif güç optimizasyonu sonuçları

Üçüncü Satır: Aktif ve reaktif güç optimizasyonu sonuçları

TABLO V-I

P_1 (MW)	P_2 (MW)	P_3 (MW)	Q_1 (MVAR)	Q_2 (MVAR)	Q_3 (MVAR)	P_L (MW)	Q_L (MVAR)	M_1 (TL/h)	M_2 (TL/h)	M (TL/h)	$\frac{dM_i}{dp_i} L_i = \lambda$ (TL/h)	λ_1 (TL/h)	λ_2
39,22	63,47	100,99	23,58	35,96	50,97	1,70	8,57	14060	19464	33524	-	-	-
52,47	50,35	100,99	-	-	50,97	1,82	-	15849	17426	33275	149,50	-	-
52,51	50,22	100,99	24,40	34,10	50,96	1,84	7,64	15855	17407	33262	-	151,09	20,27

ÖRNEK SİSTEM 2

Birinci Satır: Yük akışı sonuçları

İkinci Satır: Aktif güç optimizasyonu sonuçları

TABLO V-II

P_1 (MW)	P_2 (MW)	P_3 (MW)	P_4 (MW)	Q_1 (MVAR)	Q_2 (MVAR)	Q_3 (MVAR)	Q_4 (MVAR)	P_L (MW)	Q_L (MVAR)	M_1 (TL/h)	M_2 (TL/h)	M (TL/h)	$\frac{dM_i}{dp_i} L_i = \lambda$ (TL/h)
37,07	31,55	37,28	29,99	26,86	14,97	20,13	14,98	1,35	6,72	13790	14955	28745	-
35,33	33,16	37,28	29,99	-	-	20,13	14,98	1,22	-	13575	15146	28721	125,58

ÖRNEK SİSTEM 3

Birinci Satır: Yük akışı sonuçları

İkinci Satır: Aktif güç optimizasyonu sonuçları

TABLO V-III

P_1 (MW)	P_2 (MW)	P_3 (MW)	P_4 (MW)	P_5 (MW)	Q_1 (MVAR)	Q_2 (MVAR)	Q_3 (MVAR)	Q_4 (MVAR)	Q_5 (MVAR)	P_L (MW)	Q_L (MVAR)	M_1 (TL/h)	M_2 (TL/h)	M_3 (TL/h)	M (TL/h)	$\frac{dM_i}{dp_i} L_i = \lambda$ (TL/h)
21,60	40,05	30,07	39,52	49,99	27,41	13,54	12,52	17,44	24,97	2,21	11,06	12008	16007	10528	38543	-
28,41	29,87	33,35	39,52	49,99	-	-	-	17,44	24,97	2,12	-	12757	14760	10850	38407	119,58

$$249 \times 24 \times 365 = 2,181,240 \text{ Milyon TL}$$

olur. Aynı sistem aynı şartlarla aktif ve reaktif iletim kayıpları ile optimize edilerek işletilecek olsa bu sefer saat başına;

$$33524 - 33262 = 262 \text{ TL}$$

bir kâr sağlanacak ve 365 günde bu kâr miktarı

$$262 \times 24 \times 365 = 2,295,120 \text{ Milyon TL}$$

'e ulaşacaktır.

O halde önerilen yöntemin halen yürürlükte olan yönteme göre yılda,

$$2,295,120 - 2,181,240 = 113,880 \text{ TL}$$

lik bir kârlılığı sözkonusudur.

Buraya kadar hazırlanan sayısal örneklerde üretimin 6000 kcal/kg'lık vasıflı kömür kullanılarak sağlanacağı düşünüldü. 1980 Devlet fiyatları vasıflı bir kömürün tonunu 417 TL olarak açıklamış olmasına rağmen bu fiata kömür bulabilmek takdir edilir ki zor olacaktır. Eğer kömür fiyatlarında artış olacaksa bu artışın ekonomik kârlılığa yansıtılacağını da unutmamak gerekir.

Üretim karakteristiklerinin benzerlikleri itibarıyla sıvı ve katı fosil yakıt kullanan elektrik santralleri ile nükleer elektrik santrallerinden oluşan elektrik güç sistemlerine, önerilen yöntemin uygulanabileceğine paragraf 2.1'de değinilmişti. Nükleer santrallerin yurdumuzda uygulanması henüz başlamadığından ve yurt dışındaki nükleer üretim maliyetinin TL'ye çevrilmesinin de bir anlamı olmadığından ve sıvı yakıt fiyatlarının

yurdumuzdaki istikrarsız durumu da gözönüne alınarak çalışma boyunca sayısal örnekler yük taleplerinin yalnız kömürle işletilen santrallerca karşılanacaklarına göre düzenlenmiştir.

TABLO V-IV Önerilen Yöntemin Diğer Yöntemlerle Karşılaştırılması

YÖNTEM	ÇÖZÜM TİPİ ADLANDIRILMASI	ÇÖZÜLMESİ GEREKEN LİNEER OLMAYAN EŞİTLİK SAYISI	YAKINSAKLIK VE GÜÇ HASSASİYETİ	EKONOMİK KÂRLILIK	HESAPLAMA SÜRESİ	DÜŞÜNCELER
AKTİF İLETİM KAYIPLARI EŞİTLİĞİ KULLANILARAK AKTİF GÜÇ OPTİMİZASYONU	YARI EKONOMİK (AKTİF GÜÇ PLANLAMASI)	SİSTEMİN TOP- LAM ÜRETİM MERKEZİ SAYI- SINA EŞİT	YAKINSAK AKTİF GÜÇ $\geq 0,01$ MW	YÜK AKIŞI PROG- RAMINA GÖRE ÇOK KÂRLI		HALEN KULLANI- LAN TEK YÖNTEM
R.B.SQUIRES VE J.CARPENTIER YÖNTEMLERİ - AKTİF VE RE- AKTİF GÜÇ OPTİMİZASYONU	TAM EKONOMİK (AKTİF VE RE- AKTİF GÜÇ PLANLAMASI)	SİSTEMİN TOP- LAM BARA SAYI- SI İLE ORANTILI	YAKINSAK AKTİF GÜÇ $\geq 0,01$ MW REAKTİF GÜÇ-QOIMVAR	YÜK AKIŞI PROG- RAMINA GÖRE ÇOK KÂRLI	AKTİF İLETİM KAYIPLARI EŞİTLİĞİ YÖNTEMİNE GÖRE ÇOK FAZLA	KULLANILMIYOR
İKİ ADET LAGRANGE ÇARPANI KULLANILARAK AKTİF VE REAKTİF GÜÇ OPTİMİZASYONU (ÖNERİLEN YÖNTEM)	TAM EKONOMİK (AKTİF VE RE- AKTİF GÜÇ PLANLAMASI)	SİSTEMİN TOP- LAM ÜRETİM MERKEZİ SAYI- SININ İKİ KATINA EŞİT	YAKINSAK AKTİF GÜÇ $\geq 0,01$ MW REAKTİF GÜÇ-QOIMVAR	YÜK AKIŞI PROG- RAMINA GÖRE ÇOK KÂRLI	AKTİF İLETİM KAYIPLARI EŞİTLİĞİ YÖNTEMİNİN EN AZ İKİ KATI	KULLANILABİLİR (HESAPLAMA SÜRESİNİN AZALTILMASI İÇİN ÇALIŞILMALIDIR)

FAYDALANILAN KAYNAKLAR

- 1- J.A.Hutcheson, "Engineering for the Future", Journal of Engineering Education, Vol.50, No.8, April 1960, pp.602-607.
- 2- Sheldon,S.L.Chang, "Energy Conversion", Prentice-Hall, INC., 1963.
- 3- G.R.Davison, "Dividing Load between Units", Electrical World, December 23, 1922.
- 4- A.Wilston, "Dividing Load Economically among Power Plant", A.I.E.E.Journal, June, 1928.
- 5- E.C.M.Stahl, "Load Division in Interconnections", Electrical World, March 1, 1930.
- 6- H.Estrada, "Economical Load Allocation", Electrical World, October 11, 1930.
- 7- G.R.Hahn, "Load Division by the Increment Method", Power, June, 1931.
- 8- E.C.M.Stahl, "Economic Loading of Generating Stations", Electrical Engineering, September, 1931.

- 9- M.J. Steinberg and T.H. Smith, "Incremental Loading of Generating Stations", Electrical Engineering, October, 1933.
- 10- H.H. Happy "Optimal Power Dispatch-A Comprehensive Survey", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, VOL. PAS-86, No. 3, May/June 1977.
- 11- M.J. Steinberg and T.H. Smith, "The Theory of Incremental Rate", Part I, Electrical Engineering, March, 1934, Part II, Electrical Engineering, April, 1934.
- 12- H.H. Johnson and M.S. Embenhauer, "Station Loading Slide Rule", Power, November, 1938.
- 13- M.J. Steinberg and T.H. Smith, "Economy Loading of Power Plants and Electric Systems", John Wiley and Sons, Inc., 1943.
- 14- E.E. George, "Intrasystem Transmission Losses", A.I.E.E. Trans., Vol. 62, March 1943, pp. 153-158.
- 15- E.E. George, H.W. Page, J.B. Ward, "Coordination of Fuel Cost and Transmission Loss by Use of the Network Analyzer to Determine Plant Loading Schedules", A.I.E.E. Trans., Vol. 68, Part II, 1949, pp. 1152-1160.
- 16- L.K. Kirchmayer, "Economic Operation of Power Systems", John Wiley and Sons, Inc., 1958.
- 17- L.K. Kirchmayer, "Economic Control of Interconnected Systems", John Wiley and Sons, Inc., 1959.
- 18- W. Apple, "Direct Energy Conversion", Wiley and Sons, Inc., 1963.

- 18- R.B.Squires, "Economic Dispatch of Generation Directly From Power System Voltages and Admittances", A.I.E.E. Trans. on PAS Vol.79, Part III, 1961, pp.1235-1244.
- 19- J.F.Dopazo, O.A.Klitin, G.W.Stagg, M.Watson, "An Optimization Technique for Real and Reactor Power Allocation", Proc. of the IEEE, Vol.55, No.11, 1967, pp.1877-1885.
- 20- J.Peschon, D.S.Piercy, W.F.Tinney, O.J.Tveit, "Optimum Control of Reactive Power Flow", IEEE Trans., on PAS Vol. 87, 1968, pp.40-48.
- 21- H.W.Dommel, W.F.Tinney, "Optimal Power Flow Solutions", IEEE Trans. on PAS Vol.87, 1968, pp.1866-1876.
- 22- J.Carpentier, "Contribution à l'étude du dispatching économique", Bulletin de la Société Française des Electriciens, Vol.8, pp.431-447, 1962.
- 23- J.Carpentier et J.Siroux, "L'optimisation de la production à L'électricité de France. Nouvelles méthodes de calcul et implantation d'un ordinateur numérique au dispatching central", Bulletin de la Société Française des Electriciens, 1963.
- 24- V.D.Albertson, B.K.Johnson and W.S.Meyer, "Exact economic dispatch with quadratic convergence", IEEE Conference Paper No.68, CP-671-PWR, April, 1968.
- 25- A.M.Sasson, "Nonlinear programming solutions for the load flow, minimum loss and economic dispatching problems", IEEE Trans. Paper No.68 TP-673-PWR, July 1968.
- 26- Stanley W.Anglist, "Direct Energy Conversion", Allyn and Bacon, INC., 1965.

- 27- George W.Sutton, "Direct Energy Conversion", McGraw-Hill Book Company, 1966.
- 28- William D.Stevenson,Jr., "Elements of Power System Analysis" Second Edition, McGraw-Hill Book Company, INC., 1962.
- 29- Olle I.Elgerd, "Electric Energy Systems Theory", McGraw-Hill Book Company, INC., 1971.
- 30- Lloyd L.Smail, "Analytic Geometry and Calculus", Appleton-Century-Crofts, INC., 1953.
- 31- Erwin Kreyszig, "Advanced Engineering Mathematics", John Wiley and Sons., INC., 1962.
- 32- Ivan S.Sokolnikoff, "Advanced Calculus", McGraw-Hill Book Company, INC., 1939.
- 33- Ivan S.Sokolnikoff and R.M.Redheffer, "Mathematics of Physics and Modern Engineering", McGraw-Hill Book Company, INC., 1966.
- 34- D.C.Harker, "A Primer on Loss Formulas", Trans.AIEE, Vol. 77, Pt.III, pp.1434-1436, 1958.
- 35- J.B.Ward, J.R.Eaton, H.W.Hale, "Total and Incremental Losses in Power Transmission Networks", AIEEE. Trans., Vol., 69, Part 1, 1950, pp.626-631.
- 36- L.K.Kirchmayer, G.W.Stagg, "Analysis of Total and Incremental Losses in Transmission Systems", A.I.E.E. Trans., Vol.70, Part II, 1951, pp.1197-1205.

- 37- Çelik Aktaş, "System Studies for Madison Power and Light Co. Wisconsin", Pioneer Service and Engineering Co. Chicago, ILL., 1965.
- 38- Çelik Aktaş, "Aktif ve Reaktif Yük Akışı Etüdüleri", İETT, 1967-1971.
- 39- Çelik Aktaş, "Silâhtar Santralının Maksimum Reaktif Güç Üretmesi Durumunda Şebeke Etüdüleri", İETT, 1971.
- 40- J.B.Ward and H.W.Hale, "Digital Solution of Power Flow Problems", Trans. AIEE, Vol.75, Pt.III, pp.398-404, 1956.
- 41- Brian Stott ve Orhan Tarkan, "Elektrik Enerji Şebekeleri Çözümlerinde Modern Metodlar" Orta Doğu Teknik Üniversitesi/Mühendislik Fakültesi Yayınları No.24, 1968.
- 42- Glenn W.Stagg and Ahmed H.El-Abiad, "Computer Methods in Power Systems Analysis" McGraw-Hill Book Company, INC., 1968.
- 43- "Computer Program Development For Power System Studies" University of Arkansas, Power Systems Center, 1969.
- 44- Ralph G.Stanton/Çelik Aktaş, "Bilim ve Mühendislik'de Nümerik Metodlar" İ.D.M.M.Akademisi Yayınları Sayı 121, 1975.
- 45- K.V.Mital, "Optimization Methods", Wiley Eastern Limited 1977.
- 46- Okan Gürel, "Lineer Programlama - Dinamik Programlamaya Giriş", İ.T.Ü., Elektronik Hesap Merkezi Yayınları, Sayı 4, 1966.

ÖZGEÇMİŞ

Çelik AKTAŞ 1934 yılında İstanbul'da doğdu. 1951 yılında Haydarpaşa Lisesini bitirdi ve aynı yıl Devlet Olgunluk İmtihanı'nı vererek İstanbul Teknik Okulu'na girdi ve 1955 yılında "Elektrik Mühendisi" olarak mezun oldu.

1955-56 yılları arasında D.D.Y. Sirkeci-Halkalı Elektrikli Tren İnşaatı sabit tesislerinde çalıştı. 1956-58 yıllarında Yedek Subaylık görevini Ankara Muhabere Okulu ve Afyon 3.Yurt İçi Bölge Kumandanlığı, İnşaat Müdürlüğünde, Elektrik Mühendisi olarak yaptı. Askerlik görevini müteakip D.D.Y.'daki görevine döndü ve bu görevi 1961 yılına kadar sürdürdü.

1959-60 yılları arasında İstanbul Teknik Okulu'nda o yıl yeni açılan İhtisas dalına devam ederek "Elektrik Yüksek Mühendisliği" diploması aldı.

1961 yılında Arkansas Üniversitesinden aldığı bir asistanlık bursu ile Amerika Birleşik Devletleri'ne gitti ve bu üniversitede 3 yıl asistan olarak çalıştı. 1964 yılında "Elektrik Enerji Sistemleri Mühendisliği" İhtisas Dalı'nda "Master of Science" diploması aldı. 1964-65 yılları arasında Pioneer Service and Engineering Co. Chicago, ILLINOIS'de elektrik enerji sistemleri üzerinde uygulamalar ve bir araştırma yaptı (Bu araştırma İ.D.M.M.A. yayınları Sayı 104 olarak yayınlandı). 1965-67 yılları arasında da iki yıl Ohio Northern Üniversitesi'nde Assistant Professor olarak çalıştı.

1967 yılında yurda dönerek İstanbul Yüksek Teknik Okulu'nda Elektrik Bölümü Öğretmeni olarak görevine başladı. 1967-71 yılları arasında İ.E.T.T.'de Dünya Bankasına sunulan "İETT Elektrik Şebekesi Modernizasyonu" projesinde çalıştı. (Bu proje Dünya Bankasından alınan 14 milyon dolarlık kredi ile sonuçlandı). 1971 yılında İ.D.M.M.Akademisinde Doçent ve 1976 yılında Profesör olan Çelik AKTAŞ evli ve iki çocuk babasıdır.

