

**T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**DOĞRUSAL PARAMETRE DEĞİŞİMLİ SİSTEMLERİN İLERİ BESLEMELİ
KONTROL TASARIMI VE KALICI MIKNATISLI SENKRON MOTORA
UYGULANMASI**

YUSUF ALTUN

**DOKTORA TEZİ
ELEKTRİK MÜHENDİSLİĞİ ANABİLİM DALI
KONTROL VE OTOMASYON PROGRAMI**

**DANIŞMAN
DOÇ. DR. KAYHAN GÜLEZ**

İSTANBUL, 2012

T.C.
YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DOĞRUSAL PARAMETRE DEĞİŞİMLİ SİSTEMLERİN İLERİ BESLEMELİ
KONTROL TASARIMI VE KALICI MIKNATISLI SENKRON MOTORA
UYGULANMASI**

Yusuf ALTUN tarafından hazırlanan tez çalışması 02.11.2012 tarihinde aşağıdaki jüri tarafından Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Elektrik Mühendisliği Anabilim Dalı'nda **DOKTORA TEZİ** olarak kabul edilmiştir.

Tez Danışmanı

Doç. Dr. Kayhan GÜLEZ
Yıldız Teknik Üniversitesi

Eş Danışman

Doç. Dr. İbrahim Beklan KÜÇÜKDEMİRAL
Yıldız Teknik Üniversitesi

Jüri Üyeleri

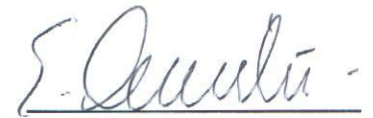
Doç. Dr. Kayhan GÜLEZ
Yıldız Teknik Üniversitesi

Doç. Dr. Haluk GÖRGÜN
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Selim SİVRİOĞLU
Gebze Yüksek Teknoloji Enstitüsü

Doç. Dr. Vasfi Emre ÖMÜRLÜ
Yıldız Teknik Üniversitesi

Prof. Dr. Halit PASTACI
Haliç Üniversitesi



ÖNSÖZ

Bu tez çalışmamın yürütülmesinde ve yönlendirilmesinde sağladıkları katkıları, gösterdikleri yakın alaka ve destekleri sebebiyle danışman hocam Sayın Doç. Dr. Kayhan GÜLEZ'e ve ikinci danışman hocam Sayın Doç. Dr. İbrahim Beklan KÜÇÜKDEMİRAL'a, bölüm içerisinde sağladığı imkânlardan dolayı Doç. Dr. Haluk GÖRGÜN'e, yönlendirmeleriyle sağladığı katkılarından ötürü Prof. Dr. Selim SİVRİOĞLU'na ve her zaman desteğini hissettiğim aileme teşekkür ederim.

Kasım, 2012

Yusuf ALTUN

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	vii
KISALTMA LİSTESİ.....	viii
ŞEKİL LİSTESİ.....	ix
ÇİZELGE LİSTESİ	xi
ÖZET	xii
ABSTRACT.....	xiv
BÖLÜM 1	
GİRİŞ.....	1
1.1 Literatür Özeti	1
1.2 Tezin Amacı	5
1.3 Orijinal Katkı.....	6
BÖLÜM 2	
H_∞ ve LPV KONTROL TASARIMI	8
2.1 Norm Hesabı	8
2.1.1 L_2 ve H_∞ Normu	8
2.2 Lyapunov Kararlılık Analizi, Lyapunov Eşitliği ve Eşitsizliği	10
2.3 Lineer Matris Eşitsizlikleri	11
2.3.1 LMI ile L_2 Norm Hesabı.....	12
2.3.2 LMI ile H_∞ Norm Hesabı	13
2.4 H_∞ Kontrol.....	15
2.4.1 Genelleştirilmiş Sistem Yapısı	16
2.5 LMI Kullanılarak Çıkış Geri Beslemeli H_∞ Kontrol Tasarımı.....	17
2.6 LMI Kullanılarak Durum Geri Beslemeli LPV Kontrol Tasarımı	19
2.7 LMI Kullanılarak Çıkış Geri Beslemeli LPV Kontrol Tasarımı	23
2.7.1 Parametreye Bağlı Lyapunov Fonksiyonları.....	24

BÖLÜM 3

LPV SİSTEMLERİN İLERİ BESLEMELİ KONTROL TASARIMI	30
3.1 Giriş	30
3.2 Problem Tanımı	32
3.2.1 İleri Beslemeli Kontrol Tasarımı İçin Genelleştirilmiş Sistem Oluşturma ...	33
3.3 LPV ileri Beslemeli Kontrol Tasarım Probleminin Çözümü	36
3.3.1 Önerilen Sınırlı Çözüm	36
3.3.2 Önerilen Genel Çözüm	41
3.3.3 Alternatif Genel Çözüm	43
3.4 Sonlu Boyutta LMI Elde Edilmesi	46
3.4.1 Sınırlı Çözüm için Sonlu Boyutta LMI Elde Edilmesi	47
3.4.2 Genel Çözüm için Sonlu Boyutta LMI Elde Edilmesi	48
3.5 Sayısal Örnekler	50
3.5.1 Referans İzleme Örneği	51
3.5.2 Bozucu Bastırma Örneği	54

BÖLÜM 4

KALICI MIKNATISLI SENKRON MOTOR MODELİ İÇİN SİMÜLASYON SONUÇLARI	58
4.1 Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motorun Matematiksel Modellenmesi	58
4.1.1 $d-q$ Eksen Sistemi İfadeleri	59
4.1.2 Eksen Sistemleri Arasındaki Dönüşümler	62
4.2 Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motorunun Kontrol Yöntemleri	64
4.2.1 Skaler Kontrol Yöntemi (Volt/Hertz)	64
4.2.2 Vektör Kontrol Yöntemleri	65
4.3 Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motor Modelinin Analizi	65
4.3.1 $d-q$ Eksen Sisteminde LPV Modelin Elde Edilmesi	65
4.4 Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motorun Klasik Vektör Kontrolünde PI Kontrolü	68
4.4.1 PI Tasarımı ve Kontrolü	68
4.5 Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motorun LPV Kontrolü	75
4.6 Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motorun LPV İleri Beslemeli Kontrolü	80

BÖLÜM 5

DENEYSEL PLATFORM	86
5.1 Deneysel Platformun Hazırlanması	86
5.2 Deneysel Çalışmada Karşılaşılan Problemler	89
5.3 Hız Ölçümü	90

BÖLÜM 6

SONUÇ VE ÖNERİLER	91
-------------------------	----

KAYNAKLAR	94
-----------------	----

EK A

MOTOR PARAMETRELERİ	99
---------------------------	----

EK B	
İNVERTER VERİLERİ	100
EK C	
USB DAQ KARTI VERİLERİ	101
EK D	
AKIM SENSÖRÜNÜN VERİLERİ	103
EK E	
ENCODER VERİLERİ	104
ÖZGEÇMİŞ	105

SİMGE LİSTESİ

$A, B_1, B_2, C_1, C_2, D_{11}, D_{12}, D_{21}, D_{22}$	Açık çevrim sistem matrisleri
A_c, B_c, C_c, D_c	Kontrolör matrisleri
$A_{cl}, B_{cl}, C_{cl}, D_{cl}$	Kapalı çevrim sistem matrisleri
A_p, B_p, C_p, D_p	Sistem matrisleri
G	Genelleştirilmiş sistemin transfer matrisi
i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}	Stator faz akımları
i_{sd}, i_{sq}	d - q eksen sisteminde stator akımları
$i_{s\alpha}, i_{s\beta}$	α - β eksen sisteminde stator akımları
J	Motor momenti
K_{FF}	İleri beslemeli kontrolör
L_{sd}, L_{sq}	d - q eksen sisteminde endüktans değerleri
p	Kutup çifti sayısı
P	Lyapunov matrisi
P_r	Sistem gösterimi
R	Reel sayılar
$r(t), \theta(t)$	LPV sistemin değişen parametreleri
R_s	Stator direnci
T_e	Elektromanyetik moment
T_L	Yük momenti
u_{sa}, u_{sb}, u_{sc}	Stator faz gerilimleri
u_{sd}, u_{sq}	d - q eksen sisteminde stator gerilimleri
$u_{s\alpha}, u_{s\beta}$	α - β eksen sisteminde stator gerilimleri
ω_m	Rotorun mekanik hızı
ω_r	Rotor akımlarının açısal hızı
W_T, W_s	Giriş ve Çıkış filtresi
θ_r	Stator ve rotor akımlarının açısal pozisyonu
$\lambda_{sd}, \lambda_{sq}$	d - q eksen sisteminde akı değeri
λ_f	Sabit akı değeri

KISALTMA LİSTESİ

2-DOF	İki Serbestlik Dereceli
AFM	Atomik Kuvvet Mikroskobu
AMB	Aktif Manyetik Mil Yatağı
AC	Alternatif Akım
BMs	Çift-doğrusal Matris Eşitsizlikleri
DAQ	Veri Elde Etme
DC	Doğru Akım
DSP	Dijital İşaret İşleyici
DTC	Doğrudan Moment Kontrolü
EV	Elektrikli Araçlar
FOC	Alan Yönlendirmeli Kontrol
FPGA	Alan Programlanabilir Kapı Dizini
IGBT	İzole Kapılı iki Kutuplu Transistör
IM	Asenkron Motor
IPMSM	Çıkıntılı-Kutup (Salient Pole veya Interior) Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motor
LFT	Lineer Kesirsel Dönüşüm
LMI	Lineer Matris Eşitsizliği
LMIs	Lineer Matris Eşitsizlikleri
LPV	Doğrusal Parametre Değişimli
LTİ	Lineer Zamanla Değişmeyen
LTV	Lineer Zamanla Değişen
MIMO	Çok Giriş-Çok Çıkış
NI	National Instruments
PDLF	Parametreye Bağlı Lyapunov Fonksiyonu
PI	Oransal-İntegral
PMSM	Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motor
PWM	Darbe Genişlik Modülasyonu
SISO	Tek Giriş-Tek Çıkış

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 2.1 a) Konveks set b) Konveks olmayan set	11
Şekil 2.2 H_{∞} normu	15
Şekil 2.3 H_{∞} kontrol yapısı	15
Şekil 2.4 Genelleştirilmiş sistem yapısı oluşturma	17
Şekil 2.5 Durum geri beslemeli LPV kontrol yapısı	21
Şekil 2.6 LPV kontrol yapısı.....	23
Şekil 3.1 İleri beslemeli LPV kontrol yapısı	33
Şekil 3.2 İleri beslemeli kontrol tasarımı için genelleştirilmiş sistem yapısı örneği ...	34
Şekil 3.3 Genişletilmiş ileri beslemeli LPV kontrol yapısı	41
Şekil 3.4 Referans takibi problemi için kontrol sisteminin kapalı çevrimi.....	51
Şekil 3.5 Referans takibi problemi için genelleştirilmiş sistem yapısı	52
Şekil 3.6 Kapalı çevrim sisteminin birim basamak cevabı	53
Şekil 3.7 Bozucu bastırma problemi için kontrol sisteminin kapalı çevrimi	55
Şekil 3.8 Bozucu bastırma problemi için genelleştirilmiş sistem yapısı	55
Şekil 3.9 Sisteme uygulanan bozucular	56
Şekil 3.10 LPV durum geri besleme kontrolörün cevabı	57
Şekil 3.11 LPV durum geri besleme ile birleştirilmiş kontrolörün cevabı.....	57
Şekil 4.1 IMPSM'un yapısı	58
Şekil 4.2 Stator akımları uzay vektörleri	59
Şekil 4.3 a) d eksen sistemindeki b) q eksen sistemindeki eşdeğer devre	61
Şekil 4.4 Alan yönlendirmeli kontrol blok şeması	65
Şekil 4.5 PMSM'un açık çevrim bode diyagramı (tüm girişlerden-tüm çıkışlara)	67
Şekil 4.6 PMSM'un açık çevrim bode diyagramı (birinci girişten birinci çıkışa)	68
Şekil 4.7 d ekseninde akım kontrolör tasarımının blok şeması	69
Şekil 4.8 q ekseninde akım kontrolör tasarımının blok şeması	69
Şekil 4.9 Motor yükü	70
Şekil 4.10 Rotorun mekanik hızı	70
Şekil 4.11 $d-q$ ekseninde uygulanan kontrol işareti	71
Şekil 4.12 a, b ve c fazlarındaki gerilimlerin değişimi	71
Şekil 4.13 a, b ve c fazlarındaki stator akımların değişimi.....	72
Şekil 4.14 Rotorun mekanik hızı (PWM ile)	72
Şekil 4.15 $d-q$ ekseninde uygulanan kontrol işareti (PWM ile)	73
Şekil 4.16 a, b ve c fazlarındaki gerilimlerin değişimi (PWM ile).....	73
Şekil 4.17 $d-q$ eksen sistemindeki stator akımlarının değişimi (PWM ile)	74
Şekil 4.18 a, b ve c fazlarındaki stator akımların değişimi (PWM ile).....	74

Şekil 4.19	Açık çevrim genelleştirilmiş sistem yapısı	75
Şekil 4.20	LPV kontrol sisteminin Simulink modeli	76
Şekil 4.21	Rotorun mekanik hızı (PWM ile)	77
Şekil 4.22	d - q ekseninde uygulanan kontrol işareti (PWM ile)	78
Şekil 4.23	a , b ve c fazlarındaki gerilimlerin değişimi (PWM ile).....	78
Şekil 4.24	Motorun d - q eksen sistemindeki stator akımlarının değişimi (PWM ile)	79
Şekil 4.25	a , b ve c fazlarındaki stator akımların değişimi (PWM ile).....	79
Şekil 4.26	PMSM'un LPV ileri beslemeli kontrol sisteminin kapalı çevrimi.....	80
Şekil 4.27	PMSM kontrol sisteminin genelleştirilmiş sistem yapısı.....	80
Şekil 4.28	PMSM'un LPV ileri beslemeli kontrol sisteminin simulink modeli	81
Şekil 4.29	d - q eksen sistemindeki stator akımlarının değişimi.....	82
Şekil 4.30	a , b ve c fazlarındaki akımların değişimi	83
Şekil 4.31	Rotorun mekanik hızı	83
Şekil 4.32	d eksen sistemindeki stator akımlarının değişimi	84
Şekil 4.33	q eksen sistemindeki stator akımlarının değişimi	85
Şekil 5.1	DeneySEL sistemin blok diyagramı	86
Şekil 5.2	DeneySEL sistemin genel görünümü.....	87
Şekil 5.3	USB 6366 DAQ kartı ve kontrol devresi	87
Şekil 5.4	Doğrultuculu inverter sistemi ve PMSM	88
Şekil 5.5	IGBT kontrol devresinin karta basılmış hali	89

ÇİZELGE LİSTESİ

	Sayfa
Çizelge 2.1 Sistem tipleri	20
Çizelge 4.1 Motor parametreleri	67

**DOĞRUSAL PARAMETRE DEĞİŞİMLİ SİSTEMLERİN İLERİ BESLEMELİ
KONTROL TASARIMI VE KALICI MIKNATISLI SENKRON MOTORA
UYGULANMASI**

Yusuf ALTUN

Elektrik Mühendisliği Anabilim Dalı

Doktora Tezi

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Kayhan GÜLEZ

Eş Danışman: Doç. Dr. İbrahim Beklan KÜÇÜKDEMİRAL

Bu çalışma, Doğrusal Parametre Değişimli (LPV) sistemler için LPV yapıya sahip dinamik ileri beslemeli kontrol tasarım probleminin çözümünü sunmaktadır. Lineer olmayan sistemler için düşünülen bu problemde, tüm sistem matrisleri ölçülebilen veya tahmin edilebilen ve sınırlı değişim oranlarına sahip bir set içerisinde olan parametrelere bağımlıdır. Önerilen bu kontrol sisteminde Parametre Bağımlı Lyapunov Fonksiyonu (PDLF) kullanılmış ve çalışma esnasında değişen tüm parametrelere karşı gürbüz (robust) kararlılık garanti altına alınmıştır. L_2 kazancına sahip kapalı çevrim sisteminin kararlılığını garanti altına alan LPV ileri beslemeli kontrolör çözümü, Lineer Matris Eşitsizlikleri (LMIs) formunda elde edilmiştir. Tasarlanan kontrolör, bozucu bastırmada veya referans izleme hatalarının azaltılmasında kullanılabilir. Bu düzenleyici kontrolör, iki serbestlik dereceli (2-DOF) kontrol yapısında olup, geri beslemeli kontrolör ile birleştirilerek elde edilir. Önerilen kontrolör çözümünün uygulanabilirliğini sağlamak amacıyla Van der pol ve Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motor (PMSM) kontrol sistemleri için uygulama örnekleri verilmiştir.

Tez içeriği beş bölümden oluşmaktadır. Bölüm 1’de; tez çalışması ile ilgili kapsamlı literatür taraması, tezin amacı ve tezin literatüre sağladığı katkılar verilmektedir. Bölüm 2’de; Lyapunov kararlılık analizi, Lineer Matris Eşitsizliği (LMI) yapıları, klasik H_∞ ve LPV kontrol tasarımı, LMI çözümleri ve PDLF anlatılmaktadır. Bölüm 3’te, LPV ileri beslemeli

kontrolör tasarımı için önerilen LMI çözümleri ve birkaç sayısal örnek sunulmaktadır. Bölüm 4'te; PMSM'un LPV modellenmesi, PMSM'un LPV kontrolü ve PMSM'un ileri beslemeli LPV kontrolü için simülasyon sonuçları verilmiştir. Bölüm 5'te, PMSM'a LPV kontrol uygulaması yapılabilmesi için gerekli olan deneysel platform sunulmuştur. Bölüm 6'da ise; çalışma sonuçları, öneriler ve ileride yapılabilecek çalışmalar verilmiştir.

ANAHTAR SÖZCÜKLER: Doğrusal parametre değişimli kontrol, LPV ileri beslemeli kontrol, H_∞ optimal kontrol, iki serbestlik dereceli (2-DOF) kontrol, LMI, Kalıcı Manyetiksiz Senkron Motor (PMSM), vektör kontrol, alan yönlendirmeli kontrol (FOC).

**FEEDFORWARD CONTROL SYNTHESIS OF LINEAR PARAMETER VARYING
SYSTEMS AND APPLICATION TO PERMANENT MAGNET SYNCHRONOUS
MOTOR**

Yusuf ALTUN

Department of Electrical Engineering
PhD Thesis

Advisor: Assoc. Prof. Dr. Kayhan GÜLEZ

Co-Advisor: Assoc. Prof. Dr. İbrahim Beklan KÜÇÜKDEMİRAL

This study presents the feedforward control synthesis for Linear Parameter Varying (LPV) systems. In this problem considered for the nonlinear systems, it is assumed that all system forms are dependent on parameters, which are measurable with sensor or observable and in a varying set of bounded variation rates. Parameter-Dependent Lyapunov Function (PDLF) is used for the synthesis such that the robust stability is assured for all varying parameters at the time of the operation. The solution is formulated in terms of Linear Matrix Inequality (LMI) for LPV feedforward controller that guarantees the stability of the closed-loop system having L_2 gain. This controller can be used for disturbance attenuation or decreasing in the tracking error. This compensator is used by adding on the feedback controller in two degrees of freedom control configurations. Van der Pol system and Permanent Magnet Synchronous Motor (PMSM) application examples are given to provide the applicability of the proposed solution.

The thesis consists of the five chapters. In Chapter 1; the comprehensive literature studies about the thesis, the aim of the thesis and the contributions provided to literature are given. Chapter 2 summarizes Lyapunov stability analysis, the LMI forms, H_∞ and LPV control design, LMI solutions and PDLF. In Chapter 3, the proposed LMI solution and some numerical examples are presented for the LPV feedforward

controller design. In Chapter 4; the LPV modeling of PMSM, the simulation results for the LPV control and the feedforward LPV control of PMSM are given. In Chapter 5, the experimental platform is presented for the implementation of the LPV control of PMSM. In Chapter 6; the main results of the studies, the suggestions and the further works are given.

Keywords: Linear parameter varying control, LPV feedforward control, H_∞ optimal control, two degrees of freedom (2-DOF) control, LMI, Permanent Magnet Synchronous Motor (PMSM), vector control, field oriented control (FOC).

1.1 Literatür Özeti

Son zamanlarda kazanç ayarlamalı (gain scheduling) kontrol tasarımı lineer olmayan sistemler için alternatif bir kontrol metodu olarak sunulmaktadır. Bu problem literatürde yaklaşık 30 yıldır araştırılmakta ve çıkış geri beslemeli çözümü için farklı yaklaşımlar önerilmektedir [1]-[7]. [1]'de, 2000 yılına kadar olan yaklaşımlar ve uygulamalar ele alınarak tartışılmıştır. [2]'de; kazanç ayarlamalı kontrol tasarımında, parametre değişimi nedeniyle kontrol sisteminin kararsızlığa gidebilme olasılığı gibi bazı eksiklikler ve problemler ele alınmıştır. Bu eksikliklere ve problemler durumlarına çözümler ortaya konulmuştur. [3]'te, LPV sistemler için Lineer Matris Eşitsizliği (LMI) tabanlı çıkış geri beslemeli kontrol tasarımı başarılmış ve basit bir füze modeli örneği ile sayısal uygulama verilmiştir. [4]'te, sınırlı girişlere sahip LPV sistemler için bozucu bastırma problemi ele alınmıştır. Önerilen yaklaşımda, girişlerin sınırlı orana sahip olduğu varsayılmış ve LMI tabanlı durum geri beslemeli ve çıkış geri beslemeli tasarım problemleri için parametreye bağlı ve parametreye bağlı olmayan Lyapunov fonksiyonları kullanılarak çözümler sunulmuştur. [5]'te, parametrik descriptor (tanımlayıcı) LPV sistemler için çıkış geri beslemeli kontrol tasarımının LMI tabanlı çözümü önerilmiştir. Burada, parametreye bağlı Lyapunov fonksiyonları (PDLF) ve elde edilen parametreye bağlı LMI problemini çözmek için düzgünleştirilmiş parça parça affine fonksiyonlar kullanılmıştır. [6]'da, giriş-çıkış LPV formdaki sistemler için polinom yaklaşımıyla kontrolör tasarımı düşünülmüştür. Politopik giriş-çıkış LPV form gösterimiyle elde edilen bu tasarımda, merkez polinomu kullanılmıştır. Kullanılan bu

polinom kararlı varsayılmadığı için elde edilen LMIs ifadeleri BMIs (Çift-doğrusal Matris Eşitsizlikleri) ifadelerine dönüştürülmüştür. BMIs problemini çözmek için ise gradyant optimizasyonu kullanılmıştır. [7]'de, LPV sistemlerin giriş-çıkış formunda ya da durum uzay formunda tanımlanabileceği ve bunların arasındaki farklılıklar ortaya konulmuştur. Buna bağlı olarak, sistem dinamiklerini daha iyi tanımlayan davranışsal yaklaşım öne sürülmüştür. Yapılan tüm bu çalışmalardan da anlaşıldığı üzere, LPV sistemler için çıkış geri beslemeye ve durum geri beslemeye dayalı gain scheduling kontrol tasarımı üzerinde farklı yaklaşımlar kullanılarak çalışmalar sürmektedir. Ayrıca, bu kontrol yöntemi farklı dinamik kontrol problemlerine pratik olarak uygulanmaktadır. Örneğin; [8]'de, ters sarkacın LPV kontrolü ele alınmıştır. [9]'da, altı serbestlik dereceli aracın LPV kontrolü tasarlanmıştır. [10]'da, Asenkron Motor'un (IM) LPV kontrolü ele alınmıştır. [11]'de, F-16 uçağın durum resetlemeli kontrolör vasıtasıyla LPV kontrolü öne sürülmüştür. [12]'de, dizel motorların hava yolu sistemleri için LPV metodu kullanılarak kazanç ayarlamalı kontrolü düşünülmüştür. [13]'te, Aktif Manyetik Mil Yatağı (AMB) sisteminin kontrolü için statik LPV kontrolör tasarlanmış ve pratik olarak uygulanmıştır. Ayrıca, bu sistemin robust dinamik LPV kontrolü [14]'te tasarlanmıştır. [15]'te, araçlarda yarı aktif süspansiyon sisteminin LPV kontrolü yapılmıştır. Son olarak, [16]'da dörtlü rotor sisteminin LPV kontrolü üzerinde çalışılmıştır. Yapılan bu çalışmalardan da görüldüğü üzere, LPV kontrol metodu yüksek performans gerektiren araç sistemleri, uçuş kontrol sistemleri ve aktif manyetik yatak sistemleri gibi değişik dinamik sistemlerde yaygın olarak kullanılmaktadır.

Literatür göz önüne alındığında; LPV kontrol tasarımı için, sistemi etkileyen parametrik değişimleri, bozucuları ve sensör gürültülerini dikkate alan L_2 kontrol yaklaşımı yaygın olarak kullanılır. Böylece, çalışma koşulları esnasında tüm parametre değişimlerine karşı kararlılığı, performansı ve gürbüzlüğü (robustness) garanti altına alan denetleyicinin tasarlanması mümkündür. Buna karşın; çıkış geri beslemeli LPV denetleyici sentezinde L_2 kazanç kontrolünün kullanılması, konveks olmayan optimizasyon problemlerine yol açar. Bu problemi aşmak için, çoklu dışbükeylik (multi-convexity) argümanı [17], s-prosedür [18], ızgaralama [19], tam blok çarpanları (full-block multipliers) [20] ve düzgün olmayan dağıtıcı sistem yapısı metodu (nonsmooth dissipative systems framework) [21] kullanılmaktadır. [21]'deki yaklaşım parça parça

affine Lyapunov fonksiyonu kullanılarak düzgün olmayan dağıtıcı sistem yapısı metoduna dayanır. Söz konusu tüm bu yaklaşımların kullanımı sonucunda, tutuculuk (conservatism) azaltılmakta ve konveks LMI formu elde edilmektedir. Ayrıca [22] ve [23]'teki gibi önerilen farklı metotlar, tutuculuğu azaltmak ve sonlu eksenli konveks LMI formu elde etmek için kullanılmaktadır. Fakat LPV denetleyici tasarımında, örneklemeli yapısından dolayı ızgaralama metodu gibi metotlar değişen tüm parametreler dizisi içerisinde kapalı çevrim sisteminin kararlılığını garanti altına almaz ve bu yüzden pek tercih edilmez.

Literetür'de yer alan LPV kontrol tasarımlarında; [3], [6] ve [25]'teki gibi eski tekniklerin çoğunlukla sistemin politopik (polytopic) gösterimine dayandığı yahut da tek Lyapunov fonksiyonuna dayandığı görülmektedir [24]. Son yıllarda; PDLF, tek Lyapunov fonksiyonunun kullanımıyla artan tutuculuk probleminin üstesinden gelmek için kullanılmaktadır [17], [19], [26], [27]. Genellikle; buradaki denetleyiciler, [28] ve [29]'daki gibi düşünülen sistemin belli köşe noktaları için tasarlanan yerel denetleyicilerin interpolasyonu ile elde edilir.

İleri beslemeli denetleyici, sistemin izleme performansını iyileştirmek veya ölçümle elde edilebilir bozucuları bastırmak için kullanılır. Birçok kontrol uygulamalarında, ileri beslemeli kontrolör ile geri beslemeli kontrolör birleştirilir ve böylece iki serbestlik dereceli (2-DOF) kontrol yapısı oluşturulur [30]-[40]. [30]'da elektromekanik servo sistemler için ileri beslemeli kontrolör tasarlamaya yönelik yeni bir metot önerilmiştir. Burada, lineer programlama problemi tekrarlamalı çözülerek, yerleşme zamanı minimize edilmiştir. [31]'de Atomik Kuvvet Mikroskobu (AFM) için ileri ve geri besleme denetleyiciler birleştirilerek 2-DOF kontrol yapılmıştır. Bu tasarımda geri besleme kısmı için PID ve H_∞ kontrolör tasarlanmış ve ileri beslemeli kontrol tasarımı için H_∞ kontrolör ve modelin tersi tabanlı kontrolör tasarlanmıştır. Yapılan bu tasarımlar arasında performans karşılaştırılması yapılmış ve bunun sonucunda izleme hatalarının azaltılması bakımından geri besleme ve ileri besleme kısmı H_∞ kontrolör olan tasarımın başarısının daha yüksek olduğu gösterilmiştir. [32]'de yüksek hassasiyetli elektromekanik sistemler için ileri beslemeli kontrol tasarımı başarılmıştır. Önerilen bu yaklaşım tekrarlayan denemelerle kontrolör parametrelerinin optimizasyonu ile ileri beslemeli kontrolörün yapısının seçimini kapsamaktadır ve bunun sonucunda elde

edilen bu iki uygun seçim birleştirerek kontrol sağlanır. Söz konusu yaklaşım masaüstü yazıcısına pratik olarak uygulanmıştır. [33]'te Lyapunov kararlılık ölçütleri kullanılarak, lineer olmayan sistemler için harici bozucuların etkisini minimize eden ileri beslemeli kontrolör tasarlanmıştır. Önerilen yaklaşım ters sarkaç sistemi üzerinde örneklendirilmiştir. [34]'te değişik dinamik sistemlerin çıkış takibi için tersleme-tabanlı yeni bir 2-DOF kontrol önerilmiştir. Buradaki önerilen yapı, çıkış geri beslemede H_∞ kontrolör tasarımı ve ileri beslemede yeni bir tersleme tekniği ile tasarımı içermektedir. [35]'te ayrılmış paralel mikro-konumlandırma mikroskop lamı için 2-DOF ultra-keskin hareket uygulaması önerilmiştir. PID kontrolör ile birleştirilmiş tersleme-tabanlı ileri besleme kontrol, belirsizlikleri ve lineer olamama durumunu telafi etmek için uygulanmış ve bunun sonucunda başarılı bir izleme performansı elde edilmiştir. Yukarıda bahsi geğen tüm uygulamalardan da anlaşıldığı üzere, genellikle ileri beslemeli kısmı izleme performansını geliştirmek ve izleme hatalarını azaltmak için tasarlanırken; geri beslemeli kısmı sistemi kararlı kılmak için tasarlanır. İleri beslemeli denetleyici kısmı iki şekilde tasarlanabilir. [36]'daki gibi geri ve ileri besleme kısmı eş zamanlı olarak tasarlanabilir veya kapalı çevrimin kararlılığını sağlamak için öncelikle geri beslemeli denetleyici tasarlanır ve sonra performansı iyileştirmek için ileri beslemeli denetleyici tasarlanır. Örneğin [37]'deki bozucu ve belirsizliklere sahip lineer zamanla değişmeyen (LTI) sistemin kontrolünde, geri beslemeli denetleyici sabit varsayılır ve ileri beslemeli denetleyici tasarlanarak geri besleme denetleyici ile birleştirilir. Buradaki LTI sistem, integral karesel kısıtlar kullanılarak standart doğrusal kesirli dönüşüm (LFT) formunda tanımlı belirsizlikler içermektedir. [38]'deki sunulan problemde, yapısal belirsizlik altındaki LTI sistemler ele alınmış ve robust H_∞ performansı için ileri beslemeli bir düzenleyici ortaya konulmuştur. [39]'da, zamanla değişen ve değişmeyen belirsizlik içeren LTI sistem için robust H_∞ filtreleme ve geri beslemeli kontrol problemine değinilmiştir. Görölmektedir ki LTI sistemler için farklı LMI teknikleri ve farklı yaklaşımlar kullanılarak ileri beslemeli kontrolör tasarımı içeren çalışmalar literatürde mevcuttur. Bunun yanı sıra, [40]'da, LPV sistemler için geri beslemeli denetleyici üzerinde iki serbestlik dereceli LPV/LFT denetleyici tasarımı için basit bir statik denetleyici tasarımı başarılmıştır. Burada, ileri ve geri besleme denetleyiciler

birbirinden bağımsız olarak tasarlanabilmektedir. Böylece LPV sistemler için statik bir ileri beslemeli denetleyici tasarımı gerçekleştirilmiştir.

PMSM'un LPV kontrolüne yönelik literatürde yapılan çalışmalar oldukça azdır. [41]'de politopik gösterim ile elde edilen LPV sistem kullanılarak PMSM'un LPV kontrolü gerçekleştirilmiştir. Burada kullanılan LPV kontrolör stator akımlarının kontrolünde kullanılan PI kontrolörlerin yerine tasarlanmıştır. [42]'de benzer şekilde politopik gösterimi ile elde edilen LPV sistem kullanılarak PMSM'un stator akımları için LPV kontrolör tasarlanmıştır.

1.2 Tezin Amacı

Bölüm 1.1'de Literatür Özeti'nden açıkça görülmektedir ki LPV sistemler için ileri beslemeli kontrol probleminin çözümü yok denebilecek kadar azdır. Literatürde LPV sistemler için statik bir kontrolör tasarımının çözümü elde edilmiştir. Bir önceki bölümde de bahsedildiği gibi, LTI sistemler için ileri beslemeli kontrolör tasarım probleminin çözümünü sunan çalışmalar mevcuttur. Fakat literatürde LPV sistemler için dinamik yapıda bir LPV ileri beslemeli denetleyicinin tasarım probleminin çözümünü sunan herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu yüzden, literatürdeki bu eksikliği gidermek amacıyla bu tez çalışması hazırlanmıştır.

Herhangi bir geri beslemeli kontrol sistemi için, ileri yolda bir kontrolör tasarlanarak referans izleme problemlerinde performansı iyileştirmek veya ölçülebilen bozucuları giriş olarak alan ve bu girişe göre sisteme bir kontrol işareti üreten ileri beslemeli kontrolör tasarlanarak bozucuların sisteme olan etkisini minimize edilmesi amaçlanmıştır.

Ayrıca; uçuş kontrol sistemleri, araç kontrol sistemleri, AMB sistemi, aktif süspansiyon sistemi ve günümüzde popüler olan Elektrikli Araçlar'da (EV) kullanılan AC motor kontrol sistemleri gibi yüksek performans gerektiren sistemler için yeni kontrol çözümleri sunmak amacıyla bu tez çalışması hazırlanmıştır. Bilhassa bu çalışmada, son yıllarda EV'da kullanılan ve AC motor çeşitlerinden olan PMSM kontrolü ele alınmıştır. Son yıllarda, EV'da DC motor yerine PMSM kullanımı yaygın hale gelmiştir. Bu yüzden, EV'da kullanımı çok popüler olan PMSM kontrol sistemi için önerilen tasarımlar yapılarak kontrol performansının artırılması ve buna bağlı olarak, kullanılan kontrol

sistemi sayesinde izleme hataları azaltılarak EV'in kontrol performansının artırılması amaçlanmıştır.

1.3 Orijinal Katkı

Literatür Özeti'nden açıkça görülmektedir ki; LPV sistemler (durum uzay matrisleri parametrelerin değişimine bağlı sistemler) için çıkış ve durum geri besleme yolunda statik ve dinamik LPV kontrolör tasarımları, LTI sistemler için ileri besleme yolunda statik ve dinamik LTI kontrolör tasarımları literatürde tartışılmıştır. Farklı yaklaşımlar ve tekniklerle bu kontrol problemlerine çözümler ortaya konulmuştur. Bu çalışmada ise araştırmacılar tarafından daha önce değinilmeyen LPV sistemler için LPV yapıda ileri beslemeli kontrolör tasarımı ele alınmış ve LMI tabanlı çözümler ortaya konulmuştur. Söz konusu problem, geri beslemeli kontrol kısmını da içeren 2-DOF kontrol yapısındadır. Geri beslemeli kontrolör kısmının önceden tasarlandığı varsayılmış ve 2-DOF kontrol sistemi için dinamik yapıda ileri beslemeli kontrol tasarım probleminin PDLF'a dayalı çözümü önerilmiştir. Önerilen kontrolör, sistemin değişen parametrelerine bağlı olarak kontrol sağlamaktadır. Bu yüzden; LPV sistem için parametreye bağlı denetleyici ile parametreye bağımsız denetleyici, izleme hatalarının ve bozucu etkilerinin azaltılması bakımından karşılaştırıldığında; önerilen denetleyicinin daha iyi bir performansa sahip olacağı açıktır. Ayrıca önerilen çözüm, LMI terimlerini içeren sonlu eksenli konveks optimizasyon problemine sahiptir. Önerilen kontrolörün uygulanabilirliğini gösteren akademik örnekler verilerek, kontrolör için önerilen çözüm desteklenmiştir.

PMSM'un çıkış geri beslemeli LPV kontrolü ile ilgili literatürde iki adet çalışmaya [41], [42] rastlanmıştır. Bu konudaki çalışmalara konservatif durumu azaltan PDLF yaklaşımıyla ise herhangi bir çalışmaya rastlanmamıştır. [41] ve [42]'deki yaklaşımlar politopik LPV gösterime dayalıdır. Bu çalışmada PMSM'un PDLF'a dayalı çıkış geri beslemeli LPV kontrolör tasarımı da yapılmıştır.

Ayrıca, önerilen ileri beslemeli kontrolör PMSM kontrol sistemine de uygulanmıştır. PMSM için literatürde kullanılan PI kontrolörlerin referans izleme performansları artırılarak yüksek hız ve moment cevabı gerektiren sistemler için yeni kontrolör

tasarımı gerçekleştirilmiştir. Tasarlanan bu kontrolörlerin pratik olarak da uygulanabilmesi için gerekli olan deneysel platform sunulmuştur.

BÖLÜM 2

H_∞ ve LPV KONTROL TASARIMI

Bu bölümde; norm hesapları, kararlılık analizi, LMIs, H_∞ tasarımı, PDLF ve LPV kontrol tasarımı anlatılmaktadır.

2.1 Norm Hesabı

Bir vektörün, bir matrisin, bir sinyalin veya bir sistemin toplam büyüklüğünü ya da uzunluğunu veren değerleri bulmak amacıyla norm olarak isimlendirilen hesaplama fonksiyonları kullanılır. Çeşitli norm hesabı bulunmaktadır, fakat bu çalışmada sadece LTI bir sistemin L_2 ve H_∞ norm hesabına değinilecektir.

2.1.1 L_2 ve H_∞ Normu

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx + Du\end{aligned}\tag{2.1}$$

(2.1)'deki gibi durum uzay modelinde bir LTI sistem tanımlayalım. Bu sistemin transfer matris gösterimi (2.2)'deki gibidir. $G(s) \in L_2$ olmak üzere, sistemin L_2 normunun hesaplanabilmesi için (2.3)'teki formülden yararlanılır. Parseval teoremi kullanılarak bu ifade (2.4)'teki gibi elde edilir. Burada, $g(t) = Ce^{At}B$ şeklindedir.

$$G := \left(\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right)\tag{2.2}$$

$$\|G\|_2 = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \text{trace}(G(j\omega)^* G(j\omega)) d\omega}\tag{2.3}$$

$$\|G\|_2 = \sqrt{\text{trace} \int_0^{\infty} g(t)^* g(t) dt} \quad (2.4)$$

Teorem 2.1 $A^T L_o + L_o A + C^T C = 0$ Lyapunov eşitliğinin çözümü ile

$\|G\|_2^2 = \text{trace}(B^T L_o B)$ ifadesinden L_2 normu hesaplanabilir.

İspat:

$$\|G\|_2^2 = \text{trace} \int_0^{\infty} g(t)^* g(t) dt \text{ burada } g(t) = Ce^{At} B \text{ olduğundan,}$$

$$\|G\|_2^2 = \text{trace} \int_0^{\infty} (B^T e^{A^T t} C^T C e^{At} B) dt \text{ şeklinde elde edilir.}$$

$$L_o = \int_0^{\infty} e^{A^T t} C^T C e^{At} dt \text{ tanımı yapılarak iki normunun karesi}$$

$$\|G\|_2^2 = \text{trace} \left(B^T \int_0^{\infty} (e^{A^T t} C^T C e^{At}) dt B \right) = \text{trace}(B^T L_o B) \text{ şeklinde elde edilir.}$$

Aşağıdaki gibi L_o ifadesi Lyapunov eşitliğinde yerine yazılarak ispat tamamlanır.

$$A^T L_o + L_o A + C^T C = 0$$

$$A^T \int_0^{\infty} (e^{A^T t} C^T C e^{At}) dt + \int_0^{\infty} (e^{A^T t} C^T C e^{At}) dt A + C^T C = 0$$

$$\int_0^{\infty} (A^T e^{A^T t} C^T C e^{At} + e^{A^T t} C^T C e^{At} A) dt + C^T C = 0$$

$$\int_0^{\infty} \frac{d}{dt} (e^{A^T t} C^T C e^{At}) dt + C^T C = 0$$

$$(e^{A^T t} C^T C e^{At}) \Big|_0^{\infty} + C^T C = 0$$

$$-C^T C + C^T C = 0$$

(2.1)'deki gibi bir LTI sistemin H_{∞} normunun hesaplanabilmesi için ise (2.5)'teki formülden yararlanılır. Ayrıca, SISO (tek giriş-tek çıkış) ve MIMO (çok giriş-çok çıkış) sistemlerde geçerli olan indüklenmiş (induced) L_2 normunun hesaplanabilmesi için (2.6) formülü kullanılır.

$$\|G\|_{\infty} = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \sigma(G(j\omega)) \quad (2.5)$$

$$\|G\|_{\infty} = \sup_{\substack{\omega \in \mathbb{R} \\ \omega \neq 0}} \frac{\|z\|_2}{\|\omega\|_2} \quad (2.6)$$

İspat: Bakınız [47], [48].

2.2 Lyapunov Kararlılık Analizi, Lyapunov Eşitliği ve Eşitsizliği

Kararlılık analizi için birçok yöntem vardır. Fakat bu çalışmada, kontrol teorisinde çok önemli bir yere sahip olan Lyapunov kararlılık analizine değinilecektir. Lyapunov kararlılık analizi lineer ve lineer olmayan sistemler için uygulanabildiğinden geniş bir kullanım alanına sahiptir. Bu kısımda, Lyapunov'un kararlılık analizi için önerdiği ve Literetür'de en yaygın kullanılan metoduna değinilecektir.

(2.7)'deki gibi bir sistem olsun. Bu sistem için eğer (2.8)'deki koşulları sağlayan skaler bir $V(x)$ fonksiyonu varsa, bu sistem asimptotik kararlıdır.

$$\dot{x} = f(x, t), \quad f(0, t) = 0 \quad \forall t \in \mathbb{R}_+ \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} V(0) &= 0 \\ V(x) &\succ 0, \quad x \neq 0 \\ \dot{V}(x) &\prec 0, \quad x \neq 0 \\ \dot{V}(0) &\succ 0 \end{aligned} \quad (2.8)$$

(2.9)'daki LTI otonom sistem için Lyapunov metodu kullanarak kararlılığını inceleyelim. P pozitif simetrik matris olmak üzere, (2.10)'daki Lyapunov fonksiyonunu tanımlayalım. Lyapunov fonksiyonunun türevi (2.11)'deki gibi elde edilir.

$$\dot{x} = Ax \quad (2.9)$$

$$V(x) = x^T P x \quad (2.10)$$

$$\dot{V}(x) = x^T (A^T P + P A) x \quad (2.11)$$

Bu durumda, Lyapunov metoduna göre (2.12) eşitsizliği sağlanırsa kararlılık sağlanmış olur. Bu eşitsizliğe Lyapunov cebirsel eşitsizliği denilmektedir. Diğer bir yaklaşım ise; Q

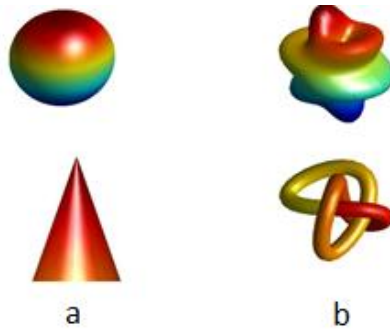
herhangi bir pozitif simetrik matris olmak üzere, (2.13)'teki Lyapunov cebirsel eşitliğinin kullanılmasıdır. Eğer bu eşitliği sağlayan pozitif simetrik bir P matrisi varsa (2.9)'daki LTI sistem asimptotik kararlıdır.

$$(A^T P + PA) < 0 \quad (2.12)$$

$$A^T P + PA = -Q \quad (2.13)$$

2.3 Lineer Matris Eşitsizlikleri

Tanım 2.1 Bir S seti olsun. $x_1, x_2 \in S$ iken tüm $\alpha \in (0,1)$ için $\alpha x_1 + (1-\alpha)x_2 \in S$ ise S konveks (dışbükey) bir settir. Şekil 2.1 konveks ve konveks olmayan setlere örnek olarak verilmiştir.



Şekil 2.1 a) Konveks set b) Konveks olmayan set [46]

Tanım 2.2 (2.14) formunda olan eşitsizliklere Lineer Matris Eşitsizlikleri (LMIs) denilmektedir.

$$F(x) := F_0 + \sum_{k=1}^m x_k F_k > 0 \quad (2.14)$$

Burada; $x \in R^m$ skaler vektör ve $F_k = F_k^T \in R^{n \times n}$ skaler simetrik matrislerdir. Buradaki eşitsizlik sembolü, matrisin pozitifliğini tanımlamaktadır. (2.14)'ün çözümü konveks set içindedir. Kontrol teorisinde, sınırlı optimizasyon problemleri gibi birçok kontrol problemlerin çözümü için LMIs kullanılmaktadır.

LMI ifadelerinin genellikle analitik çözümleri mevcut değildir fakat nümerik çözümleri yapılabilmektedir. LMIs'nin çözümü için MATLABTM'de "LMI control toolbox" mevcuttur.

Bunun dışında YALMIP derleyici [43] ve SEDUMI çözücü [44], [45] mevcuttur. Bunlar MATLABTM içerisine eklenebilmektedir.

LMIs elde etmek için uyum dönüşümü (congruence transformation) ve schur complement teoremleri önemli bir yere sahiptir. LMI ile norm hesaplarına geçmeden önce bu teoremleri inceleyelim.

Teorem 2.2 (congruence transformation) A ve P kare matrisler, P tersi alınabilir matris ise $P^T A P$ ifadesi A 'nın uyum dönüşümü (congruence transformation) olarak bilinir ve A 'nın hem pozitif hem de negatif olma durumunu etkilemez. Diğer bir deyişle, A ile $P^T A P$ matrisleri aynı sayıda pozitif, negatif veya aynı sayıda sıfır öz değerlere sahiptir.

Teorem 2.3 (schur complement) $A - B C^{-1} B^T \succ 0$ ve $C \succ 0$ ise aşağıdaki eşitsizlik ile eşdeğerdir [43], [52].

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B^T & C \end{pmatrix} \succ 0$$

İspat: $Z \succ 0$ iken, $T = \begin{pmatrix} I & 0 \\ -Z^{-1}Y & I \end{pmatrix}$ tekil olmayan matrisi ile Teorem 2.2 uygulandığında $T^T \begin{pmatrix} A & B \\ B^T & C \end{pmatrix} T = \begin{pmatrix} A - B C^{-1} B^T & 0 \\ 0 & C \end{pmatrix} \succ 0$ elde edilir ve ispat tamamlanır.

2.3.1 LMI ile L_2 Norm Hesabı

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A x + B u \\ y &= C x + D u \end{aligned} \tag{2.15}$$

$$G := \left(\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right) \tag{2.16}$$

Teorem 2.4 (2.15)'teki gibi bir LTI sistem olsun. Bu sistemin transfer matris gösterimi (2.16)'daki gibidir. Bu sistem için aşağıdakiler eşdeğerdir.

$$i.) \quad \|G\|_2 \prec \gamma$$

ii.) $A^T X + XA + C^T C \prec 0$ ve $\text{trace}(B^T X B) \prec \gamma^2$ LMIs'ni sağlayan $X = X^T \succ 0$ vardır.

iii.) $AY + YA^T + B^T B \prec 0$ ve $\text{trace}(CYC^T) \prec \gamma^2$ LMIs'ni sağlayan $X = X^T \succ 0$ vardır.

2.3.2 LMI ile H_∞ Norm Hesabı

Teorem 2.5 (Sınırlı Reel Lemma) $G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D$ sürekli zamanlı sistem ve $P = P^T \in R^{n \times n}$ değişken matris olsun, bu sistem için aşağıdaki durumlar eşdeğerdir. Burada $A \in R^{n \times n}$, $B \in R^{n \times p}$, $C \in R^{p \times n}$ ve $D \in R^{p \times p}$ şeklindedir [50], [51], [52].

i.) A kararlı ise $\|G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D\|_\infty \prec \gamma$ eşitsizliği yazılabilir.

ii.) İlgili Hamiltonian matrisinin sanal ekseninde öz değeri yoktur.

iii.) $A^T P + PA + (B^T P + D^T C)^T (\gamma^2 I - D^T D)^{-1} (B^T P + D^T C) + C^T C \prec 0$ eşitsizliğini sağlayan $P = P^T$ vardır.

iv.)
$$\begin{pmatrix} A^T P + PA & PB & C^T \\ B^T P & -\gamma I & D^T \\ C & D & -\gamma I \end{pmatrix} \prec 0$$
 LMI'ni sağlayan bir $P = P^T$ vardır.

v.)
$$\begin{pmatrix} I & 0 \\ A & B \\ 0 & I \\ C & D \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 & P & 0 & 0 \\ P & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma^2 I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & 0 \\ A & B \\ 0 & I \\ C & D \end{pmatrix} \prec 0$$
 LMI'ni sağlayan $P = P^T$ vardır.

İspat: Bakınız [47], [48], [50].

Teorem 2.6 (2.16)'daki gibi bir LTI sistem için A 'nın öz değerleri negatif ise aşağıdakiler eşdeğerdir [47], [50].

i.) $\|G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D\|_\infty \prec \gamma$

ii.) $A^T P + PA + C^T C + (PB + C^T D)(\gamma^2 I - D^T D)^{-1} (B^T P + D^T C) \prec 0$ LMI'ni sağlayan $P = P^T \succ 0$ vardır.

$$\text{iii.)} \quad \begin{pmatrix} A^T P + PA + C^T C & (B^T P + D^T C)^T \\ B^T P + D^T C & D^T D - \gamma^2 I \end{pmatrix} \prec 0 \text{ LMI'ni sağlayan } P = P^T \succ 0 \text{ vardır.}$$

$$\text{iv.)} \quad \begin{pmatrix} A^T P + PA & PB & C^T \\ B^T P & -\gamma I & D^T \\ C & D & -\gamma I \end{pmatrix} \prec 0 \text{ LMI'ni sağlayan } P = P^T \succ 0 \text{ vardır.}$$

İspat:

$$\|G\|_\infty \prec \gamma \text{ olsun.}$$

$$\Leftrightarrow \sup_{\omega \in R} \sigma_{\max} G(j\omega) \prec \gamma \quad \forall \omega \in R$$

$$\Leftrightarrow \sigma_{\max} G(j\omega)^* G(j\omega) \prec \gamma^2 \quad \forall \omega \in R$$

Rayleigh ritz teoremi kullanılarak,

$$\Leftrightarrow G(j\omega)^* G(j\omega) \prec \gamma^2 I \quad \forall \omega \in R$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} G(j\omega)^* \\ I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\gamma^{-1} I & 0 \\ 0 & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} G(j\omega) \\ I \end{pmatrix} \prec 0 \quad \forall \omega \in R \text{ elde edilir.}$$

Burada $\begin{pmatrix} G(j\omega) \\ I \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \\ 0 & I \end{pmatrix}$ şeklindedir. KYP lemma [46] ve Teorem 2.5 uygulanarak,

$$\begin{pmatrix} I & 0 \\ A & B \\ C & D \\ 0 & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0 & P & 0 & 0 \\ P & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\gamma^{-1} I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & 0 \\ A & B \\ C & D \\ 0 & I \end{pmatrix} \prec 0, P = P^T \succ 0$$

$$\begin{pmatrix} A^T P + PA + C^T \gamma^{-1} C & XB + C^T \gamma^{-1} D \\ B^T P + D^T \gamma^{-1} C & D^T \gamma^{-1} D - \gamma I \end{pmatrix} \prec 0$$

$$\begin{pmatrix} A^T P + PA & XB \\ B^T P & -\gamma I \end{pmatrix} + \gamma^{-1} \begin{pmatrix} C^T \\ D^T \end{pmatrix} (C \ D) \prec 0 \text{ elde edilir.}$$

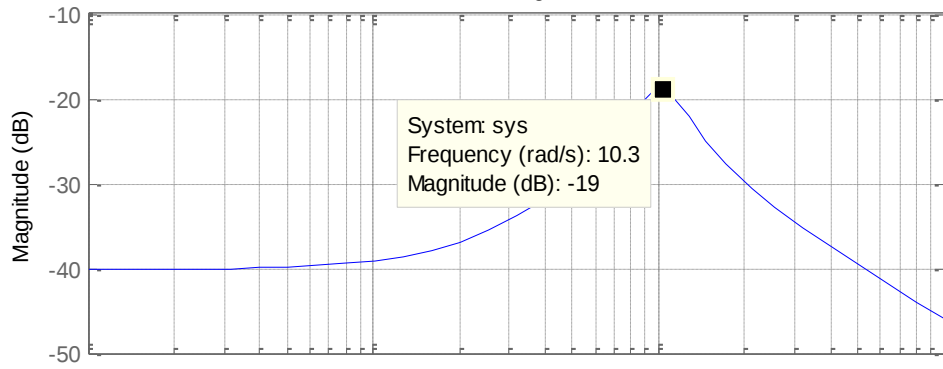
Son olarak Teorem 2.3 uygulandığında iv. maddede yer alan LMI elde edilir. Böylece bu

LMI'ni sağlayan bir $P = P^T \succ 0$ olduğu ispatlanmış olur.

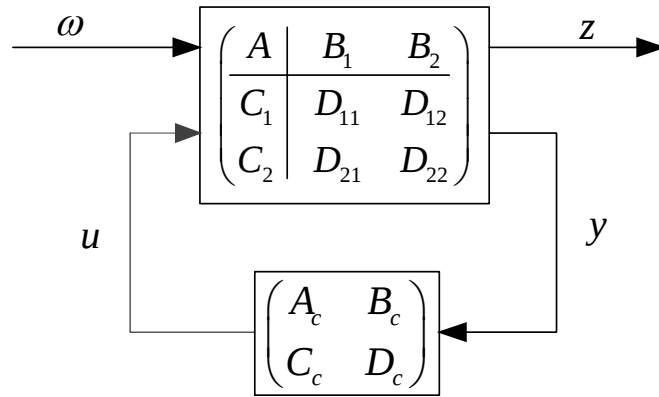
2.4 H_∞ Kontrol

Basit anlamıyla H_∞ kontrol; (2.17) eşitsizliğinde olduğu gibi belli bir giriş noktasından belli bir çıkış noktasına olan transfer fonksiyonun büyüklüğünü, skaler bir γ değerinden düşük olmasını sağlayan kontroldür. Buradaki transfer fonksiyonun büyüklüğü, frekans cevabında (Bode diyagramında) elde edilen genlik değerlerinin mutlak değer bakımından en büyüğüdür. Şekil 2.2’de gösterildiği gibi Bode diyagramındaki kazancın mutlak değer bakımından en büyük değeri elde edilir. Bu değer; daha önce değinilen, H_∞ normu olarak bilinen ve matematiksel olarak $\|G(s)\|_\infty = \sup_{0 \leq \omega \leq \infty} |G(j\omega)|$ formülü veya

$$\|G\|_\infty = \sup_{\substack{\omega \in \mathbb{R} \\ \omega \neq 0}} \frac{\|z\|_2}{\|\omega\|_2} \quad L_2 \text{ kazanç formülü ile hesaplanan değerdir.}$$



Şekil 2.2 H_∞ normu



Şekil 2.3 H_∞ kontrol yapısı

H_∞ optimal dinamik kontrol problemi; Şekil 2.3’teki LFT yapısında görüldüğü gibi, ω girişlerinden z çıkışlarına olan transfer matrisi $G_{z\omega}$ olmak üzere, $\|G_{z\omega}\|_\infty$ ifadesini minimum yapan, sistemi iç kararlı kılan ve A_c, B_c, C_c, D_c durum uzay matrisleri ile

gösterilen K kontrolörünün tasarlanmasıdır. (2.18)'de genelleştirilmiş LTI sistem yapısı tanımlanmakta ve (2.19)'da ise transfer matrisi olarak gösterilmektedir. Burada, genelleştirilmiş sistemin transfer matrisi matematiksel olarak (2.20)'deki gibi hesaplanmaktadır.

$$\|G\|_{\infty} = \frac{\|z\|_2}{\|\omega\|_2} \leq \gamma \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B_1\omega + B_2u \\ z &= C_1x + D_{11}\omega + D_{12}u \\ y &= C_2x + D_{21}\omega + D_{22}u \end{aligned} \quad (2.18)$$

$$G := \left(\begin{array}{c|cc} A & B_1 & B_2 \\ \hline C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c|c} G_{11}(s) & G_{12}(s) \\ \hline G_{21}(s) & G_{22}(s) \end{array} \right) \quad (2.19)$$

$$G_{z\omega} = G_{11} + G_{12} \left(K(I - G_{22}K)^{-1} \right) G_{21} \quad (2.20)$$

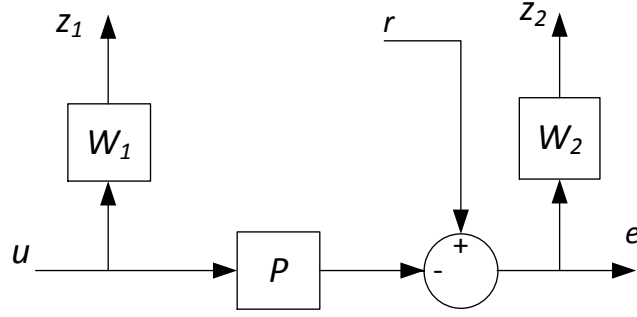
H_{∞} kontrol tasarımında sistemi kararlı kılan dinamik kontrolörü tasarlamak için; (A, B_2) kontrol edilebilir, (C_2, A) sezilebilir olmalı, D_{12} , D_{21} tam rank şartını yerine getirmelidir. Bu yüzden, (2.21) ve (2.22) eşitlikleri bütün ω değerleri için tam rank olmalıdır. Kontrolörün bulunabilmesi için (2.20)'de elde edilen $(I - G_{22}K)^{-1}$ ifadesinin var olması gerekmektedir. Bu özelliğe literatürde iyi konmuşluk denir [48].

$$G_{12} = \begin{pmatrix} A - j\omega I & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{pmatrix} \quad (2.21)$$

$$G_{21} = \begin{pmatrix} A - j\omega I & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

2.4.1 Genelleştirilmiş Sistem Yapısı

Şekil 2.3'te LFT yapısında bulunan ve (2.19)'da tanımlı sisteme genelleştirilmiş sistem veya genişletilmiş sistem yapısı denilmektedir. Bu sistem yapısının oluşturulması, kontrol tasarımı için oldukça önemlidir. Bu yapı; giriş filtrelerinin, çıkış filtrelerinin, bozucuların ve sensör gürültülerinin dâhil edildiği sistem yapısını göstermektedir.



Şekil 2.4 Genelleştirilmiş sistem yapısı oluşturma

Tasarlanan filtrelerin seçimi kontrol sisteminin kararlılığını etkilediğinden dolayı, bu filtrelerin tasarımı oldukça önemlidir. Filtrelerin seçimi için belirli bir metot olmadığından tasarımın tekrarı gerekebilir. Şekil 2.4, genelleştirilmiş sistem yapısı tasarlanırken oluşturulan örnek bir yapıyı göstermektedir. Burada W_1 ve W_2 ifadeleri filtreleri; u kontrol işaretini; e hatayı; P ise dinamik sistemi temsil etmektedir.

2.5 LMI Kullanılarak Çıkış Geri Beslemeli H_∞ Kontrol Tasarımı

Bu bölümde; Şekil 2.3'teki kontrol sistemi için, LMI kullanılarak kapalı çevrim sisteminin kararlı olmasını ve L_2 kazancının skaler bir γ değerinden daha küçük olmasını sağlayan lineer H_∞ kontrol tasarımı anlatılmaktadır.

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= A_c x_c + B_c y \\ u &= C_c x_c + D_c y\end{aligned}\tag{2.23}$$

Şekil 2.3; (2.19)'da tanımlı genelleştirilmiş sistem ve (2.23)'te tanımlı denetleyici ile oluşturulan kontrol sistemini göstermektedir. Bu kontrol sisteminin (2.24)'te tanımlanan kapalı çevrim ifadesinin transfer matrisi, temel cebirsel işlemler yapılarak (2.25)'teki gibi ve kapalı çevrim sisteminin matrisleri ise (2.26)'daki gibi elde edilir. Burada D_{22} matrisi sıfır olarak varsayılmıştır.

$$\begin{aligned}\dot{x}_{cl} &= A_{cl} x_{cl} + B_{cl} \omega \\ z &= C_{cl} x_{cl} + D_{cl} \omega\end{aligned}\tag{2.24}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A + B_2 D_c C_2 & B_2 C_c & B_1 + B_2 D_c D_{21} \\ B_c C_2 & A_c & B_c D_{21} \\ C_1 + D_{12} D_c C_2 & D_{12} C_c & D_{11} + D_{12} D_c D_{21} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_c \\ \omega \end{pmatrix}\tag{2.25}$$

$$\begin{aligned}
A_{cl} &= \begin{pmatrix} A + B_2 D_c C_2 & B_2 C_c \\ B_c C_2 & A_c \end{pmatrix} \\
B_{cl} &= \begin{pmatrix} B_1 + B_2 D_c D_{21} \\ B_c D_{21} \end{pmatrix} \\
C_{cl} &= (C_1 + D_{12} D_c C_2 \quad D_{12} C_c) \\
D_{cl} &= D_{11} + D_{12} D_c D_{21}
\end{aligned} \tag{2.26}$$

(2.25)'te elde edilen kapalı çevrim sisteminin iç kararlılığı sağlanarak, tüm girişlerden tüm çıkışlara olan H_∞ normunu minimize edecek optimum denetleyici tasarlanması amaçlanmaktadır. Bu denetleyiciyi elde etmek için Teorem 2.5 ve Teorem 2.6 kullanılır. Bu teoremlerin gereğince (2.26)'daki kapalı çevrim sisteminin matrisleri (2.27)'de yerine yazılır. Fakat (2.27) düzenlendiğinde bilinmeyen terimlerin çarpım durumunda olmasından dolayı LMI formuna uygun düşmez. Bu yüzden LMI formuna dönüştürmemiz gerekir. Bunun için, Teorem 2.2 uygulanır. Bu teoreme göre, bir P matrisi ve dönüşüm matrisi tanımlamamız gerekmektedir. P matrisi (2.28)'deki gibi ve dönüşüm τ matrisi (2.29)'daki gibi tanımlanmıştır.

$$\begin{pmatrix} A_{cl}^T P + P_{cl} A_{cl} & P B_{cl} & C_{cl}^T \\ B_{cl}^T P & -\gamma I & D_{cl}^T \\ C_{cl} & D_{cl} & -\gamma I \end{pmatrix} \prec 0 \tag{2.27}$$

$$P = \begin{pmatrix} X & X \\ X & Z^{-1} + X \end{pmatrix} \tag{2.28}$$

$$\tau = \begin{pmatrix} I & Z + X^{-1} \\ 0 & -Z \end{pmatrix} \tag{2.29}$$

Burada; $Y = Y^T = Z + X^{-1} \succ 0$, $X = X^T \succ 0$ şeklinde tanımlamalar yapıldığında, (2.28) ve (2.29) kullanılarak (2.30)'daki cebirsel işlemler sonucunda (2.31)'deki LMI formu elde edilir [51], [52], [53], [54].

Burada, değişken değiştirme ile elde edilen $\hat{A}$, $\hat{B}$, $\hat{C}$, $\hat{D}$ ve Y ifadeleri (2.33)'te tanımlanmıştır. Ayrıca; daha önce de tanımlanan X ve Y matrisleri (2.32)'deki gibi pozitif tanımlı matrisler olmalıdır.

LMI formunda elde edilen (2.31) ve (2.32)'deki problem γ 'yı minimize edecek şekilde, bilinmeyen değişkenler çözüldüğünde; denetleyici matrisleri (2.34)'teki gibi elde edilir.

$$\begin{pmatrix} \tau & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_{cl}^T P + P_{cl} A_{cl} & P B_{cl} & C_{cl}^T \\ B_{cl}^T P & -\gamma I & D_{cl}^T \\ C_{cl} & D_{cl} & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} \prec 0 \quad (2.30)$$

$$\begin{pmatrix} A^T X + XA + \hat{B}C_2 + C_2^T \hat{B}^T & \hat{A} + A^T + C_2^T \hat{D}^T B_2^T \\ * & AY + YA^T + B_2 \hat{C} + \hat{C}^T B_2^T \\ * & * \\ * & * \end{pmatrix} \begin{pmatrix} XB_1 + \hat{B}D_{21} & C_1^T + C_2^T \hat{D}^T D_{12}^T \\ B_1 + B_2 \hat{D}^T D_{21} & YC_1^T + \hat{C}^T D_{12}^T \\ -\gamma I & D_{11}^T + D_{21}^T \hat{D}^T D_{12}^T \\ * & -\gamma I \end{pmatrix} \prec 0 \quad (2.31)$$

$$\begin{pmatrix} X & I \\ I & Y \end{pmatrix} \succ 0 \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} Y &\triangleq Z + X^{-1} \\ \hat{D} &\triangleq D_c \\ \hat{C} &\triangleq D_c C_2 Y - C_c Z \\ \hat{B} &\triangleq X (B_c + B_2 D_c) \\ \hat{A} &\triangleq X (A + B_c C_2) Y - X (A_c + B_2 C_c) Z \end{aligned} \quad (2.33)$$

$$\begin{aligned} D_c &= \hat{D} \\ C_c &= -\hat{C}Z^{-1} + D_c C_2 YZ^{-1} \\ B_c &= X^{-1} \hat{B} - B_2 D_c \\ A_c &= -X^{-1} \hat{A}Z^{-1} + (A + B_c C_2) YZ^{-1} - B_2 C_c \end{aligned} \quad (2.34)$$

2.6 LMI Kullanılarak Durum Geri Beslemeli LPV Kontrol Tasarımı

Lineer olmayan dinamik denklemleri operasyon esnasında değişen fiziksel parametrelere bağlı olan sistemlere LPV sistemler denilmektedir. Bir sistemin LPV

sistem olarak tanımlanabilmesi için sistem matrislerinden en az bir tanesinin en az bir tane zamanla değişen parametreye bağlı olması gerekmektedir. Diğer bir deyişle, sistemin en az bir durumunun en az bir tane ölçülebilir veya tahmin edilebilir parametreye bağlı olması gerekmektedir. Ayrıca, parametreye bağlı olan bu durumların dışında kalan durumların çarpım durumunda olmaması gerekmektedir.

Çizelge 2.1; lineer zamanla değişen, lineer parametre değişimli ve lineer zamanla değişmeyen sistem tiplerinin durum uzay modellerini göstermektedir. Burada görüldüğü gibi; LPV sistem, zamanla değişen ve $r(t) \in [\underline{r}, \bar{r}]$ sınırlarına sahip parametreye bağlı sistem matrislerinden oluşmaktadır. Hız, hücum açısı ve konum bilgisi gibi zamanla değişen parametreler $r(t)$ parametrelerine örnek olarak verilebilir.

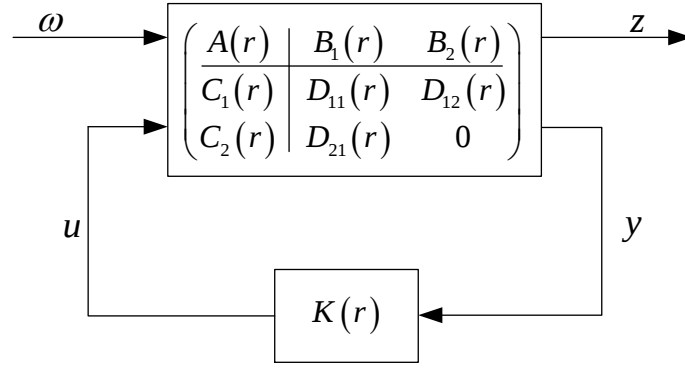
Çizelge 2.1 Sistem tipleri

$\dot{x}(t) = A(t)x(t) + B(t)u(t)$ $y = C(t)x(t) + D(t)u(t)$	Lineer zamanla değişen (LTV)
$\dot{x}(t) = A(r(t))x(t) + B(r(t))u(t)$ $y = C(r(t))x(t) + D(r(t))u(t)$	Lineer parametre değişimli (LPV)
$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$ $y = Cx(t) + Du(t)$	Lineer zamanla değişmeyen (LTI)

LPV sistemler için kullanılan LPV Kazanç Ayarlamalı (Gain Scheduling) kontrol şu üç temel özelliğe sahiptir:

- Birçok denge noktası etrafında lineer olmayan sistemin lineerleştirilmesi yapılır.
- Sistemin her bir lineerleştirme noktasında lineer bir kontrol tasarlanır.
- Lineer olmayan kontrolörü elde etmek için tasarlanan lineer kontrolörler birleştirilir.

Statik durum geri beslemeli kontrol sistemi Şekil 2.5'teki gibi gösterilebilir. Bu kontrol şeması ve (2.35)'teki kontrol işareti kullanılarak (2.36)'daki kapalı çevrim sisteminin transfer matrisi temel cebirsel işlemlerle (2.37)'deki gibi elde edilir. Kapalı çevrim sisteminin matrisleri ise (2.38)'deki gibi elde edilir. Burada D_{22} matrisi sıfır olarak varsayılmıştır.



Şekil 2.5 Durum geri beslemeli LPV kontrol yapısı

$$u = K(r)y \quad (2.35)$$

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_{cl}(r)x + B_{cl}(r)\omega \\ z &= C_{cl}(r)x + D_{cl}(r)\omega \end{aligned} \quad (2.36)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(r) + B_2(r)K(r) & B_1(r) \\ C_1(r) + D_{12}(r)K(r) & D_{11}(r) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \omega \end{pmatrix} \quad (2.37)$$

$$\begin{aligned} A_{cl}(r) &= A(r) + B_2(r)K(r) \\ B_{cl}(r) &= B_1(r) \\ C_{cl}(r) &= C_1(r) + D_{12}(r)K(r) \\ D_{cl}(r) &= D_{11}(r) \end{aligned} \quad (2.38)$$

Teorem 2.7 (2.39)'daki LMI için pozitif simetrik $P(r)$ matrisi varsa, (2.36)'daki gibi bir kapalı çevrim sistemi asimptotik kararlıdır ve L_2 kazancına sahiptir. (2.39)'daki sonsuz eksenli LMI, (2.40)'ta tanımlanan parametre kutusu için $r(t) \in D$ ve $\dot{r}(t) \in E$ koşullarına sahip tüm parametre yörüngesini kapsar.

$$\begin{pmatrix} A_{cl}^T(r)P(r) + P(r)A_{cl}(r) + \dot{P}(r) & P(r)B_{cl}(r) & C_{cl}^T(r) \\ B_{cl}^T(r)P(r) & -\gamma I & D_{cl}^T(r) \\ C_{cl}(r) & D_{cl}(r) & -\gamma I \end{pmatrix} \prec 0 \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} D &\triangleq \{r \in \mathbb{R}^n : \bar{r}_i \leq r_i \leq \underline{r}_i, \forall_i = 1, \dots, n\} \\ E &\triangleq \{\dot{r} \in \mathbb{R}^n : \bar{\dot{r}}_i \leq \dot{r}_i \leq \underline{\dot{r}}_i, \forall_i = 1, \dots, n\} \end{aligned} \quad (2.40)$$

İspat: Bakınız [17].

Teorem 2.8 (2.42)'deki tanımlamalar altında, (2.41)'deki LMI formu için pozitif simetrik $Y(r)$ matrisi varsa; (2.36) kapalı çevrim sistemi asimptotik kararlıdır ve L_2 kazancına sahiptir. (2.41)'deki sonsuz eksenli LMI, (2.40)'ta tanımlı parametre kutusu için $r(t) \in D$ ve $\dot{r}(t) \in E$ koşullarına sahip tüm parametre yörüngesini kapsar [49].

Bu durumda kapalı çevrim sisteminin iç kararlılığını sağlayan durum geri beslemeli denetleyici (2.43)'teki gibi elde edilir.

$$\begin{pmatrix} A(r)Y(r) + Y(r)A^T(r) + B_2(r)F(r) + F^T(r)B(r) - \dot{Y}(r) & & \\ * & & \\ * & & \\ & B_1(r) & Y(r)C_1^T(r) + F^T(r)D_{12}^T(r) \\ & -\gamma I & D_{11}^T(r) \\ & * & -\gamma I \end{pmatrix} < 0 \quad (2.41)$$

$$Y(r) \triangleq P^{-1}(r) \quad (2.42)$$

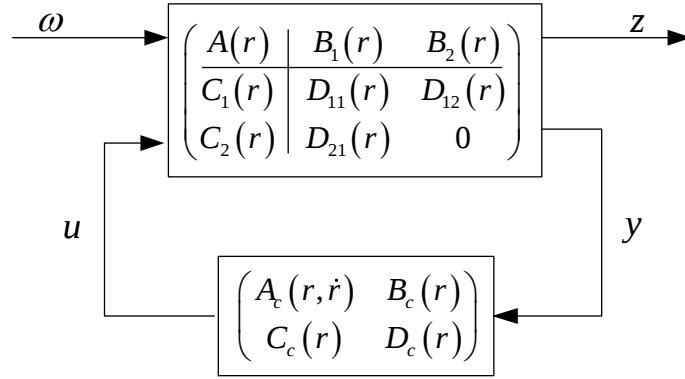
$$F(r) \triangleq K(r)P^{-1}(r) \quad (2.43)$$

İspat: Söz konusu denetleyiciyi elde etmek için Teorem 2.7 kullanılır. Bu teorem gereğince (2.38)'deki kapalı çevrim sisteminin matrisleri (2.39)'da yerine yazılır. Fakat LMI formunda eşitsizlik elde edilemez. LMI formu elde etmek için (2.44)'teki gibi $\tau = P^{-1}(r)$ ifadesi kullanılarak Teorem 2.2 uygulanır. $Y(r)$ pozitif simetrik matris olmak üzere (2.42) tanımlamaları altında (2.41)'deki LMI formu elde edilir.

$$\begin{pmatrix} \tau & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_{cl}^T(r)P(r) + P(r)A_{cl}(r) + \dot{P}(r) & P(r)B_{cl}(r) & C_{cl}^T(r) \\ B_{cl}^T(r)P(r) & -\gamma I & D_{cl}^T(r) \\ C_{cl}(r) & D_{cl}(r) & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} < 0 \quad (2.44)$$

2.7 LMI Kullanılarak Çıkış Geri Beslemeli LPV Kontrol Tasarımı

Çıkış geri beslemeli LPV kontrol yapısı Şekil 2.6'daki gibidir. Bu yapı, (2.45)'teki LPV sistem için (2.46) ifadesi ile tanımlanmış dinamik çıkış geri beslemeli kontrolörün tasarlanması problemini tarif etmektedir. Bu kontrolör, (2.47)'deki kapalı çevrim sisteminin kararlı olmasını ve L_2 kazancının skaler bir γ değerinden daha küçük olmasını sağlayan bir kontrolördür.



Şekil 2.6 Çıkış geri beslemeli LPV kontrol yapısı

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A(r)x + B_1(r)\omega + B_2(r)u \\ z &= C_1(r)x + D_{11}(r)\omega + D_{12}(r)u \\ y &= C_2(r)x + D_{21}(r)\omega + D_{22}(r)u\end{aligned}\tag{2.45}$$

$$\begin{aligned}\dot{x}_c &= A_c(r, \dot{r})x_c + B_c(r)y \\ u &= C_c(r)x_c + D_c(r)y\end{aligned}\tag{2.46}$$

Şekil 2.6'da verilen kontrol sisteminin kapalı çevrim durum uzay modeli (2.47)'deki gibidir. Bu kapalı çevrimin transfer matrisi (2.48)'deki gibi ve durum uzay matrisleri (2.49)'daki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}\dot{x}_{cl} &= A_{cl}(r, \dot{r})x_{cl} + B_{cl}(r)\omega \\ z &= C_{cl}(r)x_{cl} + D_{cl}(r)\omega\end{aligned}\tag{2.47}$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A(r) + B_2(r)D_c(r)C_2(r) & B_2(r)C_c(r) & B_1(r) + B_2(r)D_c(r)D_{21}(r) \\ B_c(r)C_2(r) & A_c(r) & B_c(r)D_{21}(r) \\ C_1(r) + D_{12}(r)D_c(r)C_2(r) & D_{12}(r)C_c(r) & D_{11}(r) + D_{12}(r)D_c(r)D_{21}(r) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_c \\ \omega \end{pmatrix}\tag{2.48}$$

$$\begin{aligned}
A_{cl}(r) &= \begin{pmatrix} A(r) + B_2(r)D_c(r)C_2(r) & B_2(r)C_c(r) \\ B_c(r)C_2(r) & A_c(r, \dot{r}) \end{pmatrix} \\
B_{cl}(r) &= \begin{pmatrix} B_1(r) + B_2(r)D_c(r)D_{21}(r) \\ B_c(r)D_{21}(r) \end{pmatrix} \\
C_{cl}(r) &= (C_1(r) + D_{12}(r)D_c(r)C_2(r) \quad D_{12}(r)C_c(r)) \\
D_{cl}(r) &= D_{11}(r) + D_{12}(r)D_c(r)D_{21}(r)
\end{aligned} \tag{2.49}$$

Sonuç olarak, (2.49)'daki kapalı çevrim matrislerine sahip (2.47) kapalı çevrim sisteminin kararlılığı sağlanarak, tüm girişlerden tüm çıkışlara L_2 kazancını minimize edecek optimum dinamik kontrolör tasarlanması amaçlanmaktadır.

2.7.1 Parametreye Bağlı Lyapunov Fonksiyonları

Tek Lyapunov fonksiyonun aksine; PDLF, parametre uzayını ve parametre değişiminin sınırlarını dikkate alan bir fonksiyondur. PDLF, çözülen LMI'nin hesaplama karmaşıklığını artırmasına rağmen, tek (parametreden bağımsız) Lyapunov fonksiyonuna göre daha az konservatif tasarımlar sağlar. Bu fonksiyon yerine tek Lyapunov fonksiyonu kullanmak LMI'nin konservatif durumunu artırmaktadır.

Öncelikle; P pozitif tanımlı simetrik matris olmak üzere, (2.50)'deki gibi tek Lyapunov fonksiyonunu tanımlayalım. LTI otonom bir sistem için bu ifadenin zamana göre türevi alındığında, (2.51) elde edilir.

$$V(x) = x^T P x \tag{2.50}$$

$$\frac{d}{dt}V(x) = x^T (PA + A^T P)x \leq 0 \tag{2.51}$$

Doğrusal parametre değişimli durumunda, Lyapunov fonksiyonu (2.52)'deki gibi yazılır. (2.52)'deki PDLF ifadesinin zamana göre türevi (2.53)'teki gibi elde edilir. Burada $P(r)$ ve türevi sırasıyla (2.54) ve (2.55)'teki gibi; parametreye bağlı $A(r)$ matrisi ise (2.56)'daki gibi affine olarak tanımlanmıştır.

$$V(x) = x^T (P(r)) x$$

$$V(x) = x^T \left(P_0 + \sum_{i=1}^n r_i P_i \right) x \quad (2.52)$$

$$\frac{d}{dt}(V(x, r)) = x^T (P(r)A(r) + A^T(r)P(r) + \dot{P}(r)) x \leq 0 \quad (2.53)$$

$$P(r) = P_0 + \sum_{i=1}^q r_i P_i \quad (2.54)$$

$$\frac{d}{dt}(P(r)) = \dot{r}_1 P_1 + \dots + \dot{r}_q P_q \quad (2.55)$$

$$A(r) = A_0 + r_1 A_1 + \dots + r_n A_n \quad (2.56)$$

Teorem 2.7 kullanılarak yapılan kontrolör tasarımında (2.39)'daki LMI'nin her bir parametre çifti $r(t), \dot{r}(t) \in D \times E$ için çözülmesi gerekir. PDLF nedeniyle oluşan sonsuz eksenli bu LMI çözümünün bulunması oldukça zordur.

Bunun için, sonlu eksene sahip LMI problemine dönüştürülmesi gerekmektedir. Alt ve üst sınırları dikkate alan sonlu eksenli bir LMI çözümünün elde edilmesi bu problemin güçlüğüne kolaylaştırabilir. Teorem 2.9 kullanılarak sonsuz eksenli LMI problemi sonlu eksenli LMI problemine dönüştürülebilir.

Teorem 2.9 $\alpha_0, \alpha_i, \beta_{ij}$ ve γ_i skaler matrisler ve $r \in R^n$ olan parametreler olmak üzere, çoklu konveks (multiconvex) fonksiyon olarak bilinen skaler kuadratik f fonksiyonunu yazalım.

$$f(r_1, \dots, r_n) = \alpha_0 + \sum_i \alpha_i r_i + \sum_{i < j} \beta_{ij} r_i r_j + \sum \gamma_i r_i^2 \quad (2.57)$$

Kararlılığı garanti altına almak için, (2.57)'deki $f(.)$ fonksiyonun her parametre değeri için negatif olacağı garanti altına alınmalıdır. Bunun için (2.58) şartı sağlandığında tüm r parametre değerleri için $f(.)$ 'in negatif olması sağlanır.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r_i^2}(r) \geq 0, i = 1, \dots, n \quad (2.58)$$

(2.52)'deki PDLF ile $\dot{x} = A(r)x$ sistemi için teorem uygulanırsa (2.59) ifadesi elde edilir.

Benzer şekilde, (2.60)'da affine forma sahip sistem için uygulandığında (2.61) ifadesi elde edilir.

$$\gamma_i = x^T (P_i A_i + A_i^T P_i) x \geq 0 \quad (2.59)$$

$$\left(\frac{A(r)}{C(r)} \middle| \frac{B(r)}{D(r)} \right) := \left(\frac{A_0}{C_0} \middle| \frac{B_0}{D_0} \right) + r_1 \left(\frac{A_1}{C_1} \middle| \frac{B_1}{D_1} \right) + \dots + r_n \left(\frac{A_n}{C_n} \middle| \frac{B_n}{D_n} \right) \quad (2.60)$$

$$\begin{pmatrix} P_i A_i + A_i^T P_i & P_i B_i \\ B_i^T P_i & 0 \end{pmatrix} \geq 0, \quad i = 1, \dots, n \quad (2.61)$$

İspat: Bakınız [17].

LPV kontrol tasarımı için Lyapunov matris seçimi önemlidir. X , Y ve Z pozitif simetrik matrisler olmak üzere, kullanılan Lyapunov matrisi (2.62)'de tanımlandığı gibidir.

$$P(r) = P^T(r) = \begin{pmatrix} X(r) & X(r) \\ X(r) & Z^{-1}(r) + X(r) \end{pmatrix} \succ 0 \quad (2.62)$$

Bu matrisin elde edilmesinde şu yol izlenir: Öncelikle (2.63)'teki Lyapunov matrisini seçelim. Bu matris için (2.64) ifadesi kullanılarak Teorem 2.2 uygulanırsa; (2.65) ifadesi elde edilir.

$$P(r) = \begin{pmatrix} X(r) & P_{12}(r) \\ P_{12}^T(r) & P_{22}(r) \end{pmatrix} \succ 0 \quad (2.63)$$

$$\begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & v(r) \end{pmatrix} \quad (2.64)$$

$$P(r) = \begin{pmatrix} X(r) & P_{12}(r)v(r) \\ v^T(r)P_{12}^T(r) & v^T(r)P_{22}(r)v(r) \end{pmatrix} \quad (2.65)$$

P_{12} simetrik kare matris olmak üzere, $v = P_{12}^{-1}X$ olsun. Böylece (2.66) elde edilir.

$$P(r) = \begin{pmatrix} X(r) & X(r) \\ X(r) & X(r)P_{12}^{-T}(r)P_{22}(r)P_{12}^{-1}(r)X(r) \end{pmatrix} \quad (2.66)$$

Öz değerlerin pozitifliğini artırmak için (2.67)'deki çıkarma yapılır ve elde edilen ifade $Z^{-1}(r)$ olarak tanımlanır. Böylece Lyapunov matrisi (2.62)'deki gibi elde edilir. Elde edilen Lyapunov matrisinin zamana göre türevi ise (2.68)'deki gibidir.

$$Z^{-1}(r) = X(r)P_{12}^{-T}(r)P_{22}(r)P_{12}^{-1}(r)X(r) - X(r) \quad (2.67)$$

$$\dot{P}(r) = \begin{pmatrix} \dot{X}(r) & \dot{X}(r) \\ \dot{X}(r) & \dot{Z}^{-1}(r) + \dot{X}(r) \end{pmatrix} \quad (2.68)$$

Teorem 2.10 (Değişkenler Değiştirme Yoluyla) (2.45) formundaki LPV sistem için parametre yörüngeleri (2.40)'taki gibi sınırlandırılmış olsun. (2.69)'da tanımlı parametreye bağlı matrisler ile $X(r)$ ve $Y(r)$ pozitif simetrik matrisler varsa, kapalı çevrim sistemi L_2 kazançlıdır ve (2.46) formundaki kontrolör sistemin iç kararlılığını garanti altına alır öyle ki (2.70) ve (2.71)'deki LMIs $r(t), \dot{r}(t) \in D \times E$ olan tüm parametre çiftlerini kapsar [51], [52], [55].

$$\begin{aligned} Y(r) &\triangleq Z(r) + X^{-1}(r) \\ \hat{D}(r) &\triangleq D_c(r) \\ \hat{C}(r) &\triangleq D_c(r)C_2(r)Y(r) - C_c(r)Z(r) \\ \hat{B}(r) &\triangleq X(r)(B_c(r) + B_2(r)D_c(r)) \\ \hat{A}(r) &\triangleq X(r)(A(r) + B_c(r)C_2(r))Y(r) - X(r)(A_c(r, \dot{r}) + B_2(r)C_c(r))Z(r) \\ &\quad + \dot{X}(r)X^{-1}(r) \end{aligned} \quad (2.69)$$

$$\begin{pmatrix} A^T(r)X(r) + \hat{B}(r)C_2(r) + (*)^T + \dot{X}(r) & \hat{A}(r) + A^T(r) + C_2^T(r)\hat{D}^T(r)B_2^T(r) \\ * & A(r)Y(r) + B_2(r)\hat{C}(r) + (*)^T - \dot{Y} \\ * & * \\ * & * \\ X(r)B_1(r) + \hat{B}(r)D_{21}(r) & C_1^T(r) + C_2^T(r)\hat{D}^T(r)D_{21}^T(r) \\ B_1(r) + B_2(r)\hat{D}(r)D_{21}(r) & Y(r)C_1^T(r) + \hat{C}^T(r)D_{12}^T(r) \\ -\gamma I & D_{11}^T(r) + D_{21}^T(r)\hat{D}^T(r)D_{12}^T(r) \\ * & -\gamma I \end{pmatrix} \prec 0 \quad (2.70)$$

$$\begin{pmatrix} X(r) & I \\ I & Y(r) \end{pmatrix} \succ 0 \quad (2.71)$$

İspat: (2.49)'daki kapalı çevrim matris ifadelerini ve (2.62)'deki Lyapunov matrisini; Teorem 2.7 gereğince (2.39)'da yerine yazdığımızda bilinmeyen değişkenlerin çarpımı nedeniyle LMI formuna uygun düşmez. Lineer olmayan matris eşitsizliğini lineer hale dönüştürmek için; $\dot{Z}^{-1} = -Z^{-1}\dot{Z}Z^{-1}$ özelliği ve (2.72)'deki matris kullanılarak, (2.73)'teki gibi Teorem 2.2 uygulanır. Değişken değiştirme metodu ile elde edilen (2.69)'daki tanımlar kullanılarak, (2.70)'deki LMI formu elde edilir. A_c , B_c , C_c ve D_c LPV kontrolör matrisleri ise (2.74)'teki gibi elde edilir. Böylece, γ 'yı minimize edecek şekilde, LMI problemi çözülerek kontrolör matrisleri elde edilir.

$$\tau = \begin{pmatrix} I & Z(r) + X^{-1}(r) \\ 0 & -Z(r) \end{pmatrix} \quad (2.72)$$

$$\begin{pmatrix} \tau & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_{cl}^T(r)P(r) + P(r)A_{cl}(r) + \dot{P}(r) & P(r)B_{cl}(r) & C_{cl}^T(r) \\ B_{cl}^T(r)P(r) & -\gamma I & D_{cl}^T(r) \\ C_{cl}(r) & D_{cl}(r) & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} \prec 0 \quad (2.73)$$

$$\begin{aligned} D_c(r) &= \hat{D}(r) \\ C_c(r) &= -\hat{C}(r)Z^{-1}(r) + D_c(r)C_2(r)Y(r)Z^{-1}(r) \\ B_c(r) &= X^{-1}(r)\hat{B}(r) - B_2(r)D_c(r) \\ A_c(r, \dot{r}) &= -X^{-1}(r)\hat{A}(r)Z^{-1}(r) + (A(r) + B_c(r)C_2(r))Y(r)Z^{-1}(r) - B_2(r)C_c(r) \\ &\quad + X^{-1}(r)\dot{X}(r)X^{-1}(r)Z^{-1}(r) \end{aligned} \quad (2.74)$$

Teorem 2.11 (Değişkenlerin Eliminasyonu Yoluyla) (2.45) formundaki LPV sistem için parametre yörüngeleri (2.40)'taki gibi sınırlandırılmış olsun. Parametreye bağlı pozitif simetrik $X(r)$ ve $Y(r)$ matrisleri varsa, kapalı çevrim sistemi L_2 kazançlıdır ve (2.46) formundaki kontrolör sistemin iç kararlılığını garanti altına alır öyle ki (2.75) ve (2.76)'daki LMIs $r(t), \dot{r}(t) \in D \times E$ olan tüm parametre çiftlerini kapsar [55], [56]. Burada N_x ve N_y sırasıyla $(C_2 \ D_{21})$ ve $(B_2 \ D_{12}^T)$ 'nin sıfır uzayını göstermektedir.

$$\begin{pmatrix} N_x & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} \dot{X} + XA + A^T X & XB_1 & C_1^T \\ B_1^T X & -\gamma I & D_{11}^T \\ C_1 & D_{11} & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_x & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \prec 0 \quad (2.75)$$

$$\begin{pmatrix} N_Y & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} -\dot{Y} + YA^T + AY & YC_1^T & B_1 \\ C_1 Y & -\gamma I & D_{11} \\ B_1^T & D_{11}^T & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N_Y & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix} \prec 0 \quad (2.76)$$

İspat: Bakınız [55] ve [56].

LPV SİSTEMLERİN İLERİ BESLEMELİ KONTROL TASARIMI

3.1 Giriş

Son zamanlarda kazanç ayarlamalı (gain scheduling) kontrol tasarımı lineer olmayan sistemler için alternatif bir kontrol metodu olarak sunulmaktadır. Bu problem literatürde yaklaşık 30 yıldır araştırılmakta ve çözümü için farklı yaklaşımlar önerilmektedir [1]-[7]. Bu metot pratik olarak da farklı kontrol problemlerine uygulanmaktadır [8]-[16]. Literatürde yapılan bu uygulamalardan da anlaşıldığı üzere LPV kontrol metodu yüksek performans gerektiren araç kontrol sistemleri, uçuş kontrol sistemleri ve aktif manyetik yatak sistemleri gibi değişik dinamik sistemlerde yaygın olarak kullanılmaktadır.

Literatür göz önüne alındığında; LPV kontrol tasarımı için, sistemi etkileyen parametrik değişimleri, bozucuları ve sensör gürültülerini dikkate alan L_2 kontrol yaklaşımı yaygın olarak kullanılır. Böylece, çalışma koşulları esnasında tüm parametre değişimlerine karşı kararlılığı, performansı ve gürbüzlüğü (robustness) garanti altına alan denetleyicinin tasarlanması mümkündür. Buna karşın; çıkış geri beslemeli LPV denetleyici sentezinde L_2 kazanç kontrolünün kullanılması, konveks olmayan optimizasyon problemlerine yol açar. Bu problemi aşmak için, çoklu dışbükeylik (multi-convexity) argümanı [17], s-prosedür [18], ızgaralama [19], tam blok çarpanları (full-block multipliers) [20] ve düzgün olmayan dağıtıcı sistem yapısı metodu (nonsmooth dissipative systems framework) [21] kullanılmaktadır. Ayrıca [22] ve [23]'teki gibi değişik metotlar, tutuculuğu (conservatism) azaltmak ve sonlu eksenli konveks LMI terimleri formunda formüle etmek için kullanılmaktadır. Fakat LPV denetleyici

tasarımında, örneklemeli yapısından dolayı ızgaralama metodu gibi metotlar değişen tüm parametreler dizisi içerisinde kapalı çevrim sisteminin kararlılığını garanti altına almaz ve bu yüzden pek tercih edilmez.

LPV kontrol tasarımı için; [3], [6] ve [25]'teki gibi eski tekniklerde çoğunlukla politopik (polytopic) sistem yaklaşımının kullanıldığı yahut da [24]'teki gibi parametrelerden bağımsız tek Lyapunov fonksiyonunun kullanıldığı görülmektedir. Son yıllarda; PDLF, parametreden bağımsız tek Lyapunov fonksiyonunun kullanımıyla artan tutuculuk probleminin üstesinden gelmek için kullanılır [17], [19], [26], [27]. Genellikle; buradaki denetleyiciler, [28] ve [29]'daki gibi düşünülen sistemin belirli köşe noktaları için tasarlanan yerel denetleyicilerin interpolasyonu ile elde edilir.

İleri beslemeli denetleyici, sistemin izleme performansını iyileştirmek veya ölçümle elde edilebilir bozucuları bastırmak için kullanılır. Birçok kontrol uygulamalarında, ileri beslemeli kontrolör ile geri beslemeli kontrolör birleştirilir ve böylece 2-DOF kontrol yapısı oluşturulur. Bu tip uygulamalarda, ileri beslemeli kısmı izleme performansını geliştirmek ve izleme hatalarını azaltmak için tasarlanırken; geri beslemeli kısmı sistemi kararlı kılmak için tasarlanır. İleri beslemeli denetleyici iki şekilde tasarlanabilir. [36]'daki gibi geri ve ileri besleme kısmı eş zamanlı olarak tasarlanabilir veya kapalı çevrimin kararlılığını sağlamak için öncelikle geri beslemeli denetleyici tasarlanır ve sonra performansı iyileştirmek için ileri beslemeli denetleyici tasarlanır.

Bölüm 1.1'de literatürdeki çalışmalardan açıkça görülmektedir ki LTI sistemler için ileri beslemeli kontrolör tasarımları literatürde mevcuttur. Bunun yanında, LPV sistemler için statik bir kontrolör çalışması başarılmıştır. Fakat LPV sistemler için dinamik yapıda LPV ileri beslemeli kontrol probleminin çözümüne rastlanmamıştır. Bu bölümde LPV sistemlerin PDLF'a dayalı dinamik ileri beslemeli kontrol tasarım probleminin çözümü sunulacaktır.

Önerilen denetleyici yapısı 2-DOF kontrol yapısındadır. Geri besleme kısmındaki denetleyici seçimi tasarımcı tarafından LTI veya LPV formda herhangi bir kontrol metodu kullanılarak keyfi olarak seçilebileceği varsayılmış ve ileri besleme kısmı için ise izleme performansını iyileştirmek veya bozucu bastırmak için LPV denetleyici tasarımı önerilmiştir.

Söz konusu sistem için önerilen bu çözüm; LMI terimlerini içeren sonlu eksenli konveks optimizasyon problemine sahip olup, PDLF kullanımı ile L_2 kazanç kontrol metodu esas alınmıştır. PDLF kullanımıyla elde edilen LMI, parametreye bağlı olmayan Lyapunov fonksiyonları kullanılarak tasarlanan LMI'nden daha az konservatif olur.

Buna ek olarak; önerilen çözüm, sistemin parametrelerinin değişimlerine bağlı olarak kontrol sağlamaktadır. Ayrıca; LPV sistemin bozucu etkilerinin ve izleme hatalarının azaltılması bakımından; parametreye bağımsız denetleyici ile karşılaştırıldığında, önerilen kontrolörün daha iyi bir performansa sahip olacağı açıktır.

3.2 Problem Tanımı

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= A(\theta(t))x(t) + B_1(\theta(t))\omega(t) + B_2(\theta(t))u(t) \\ z(t) &= C_1(\theta(t))x(t) + D_{11}(\theta(t))\omega(t) + D_{12}(\theta(t))u(t) \\ y(t) &= C_2(\theta(t))x(t) + D_{21}(\theta(t))\omega(t) + D_{22}(\theta(t))u(t)\end{aligned}\tag{3.1}$$

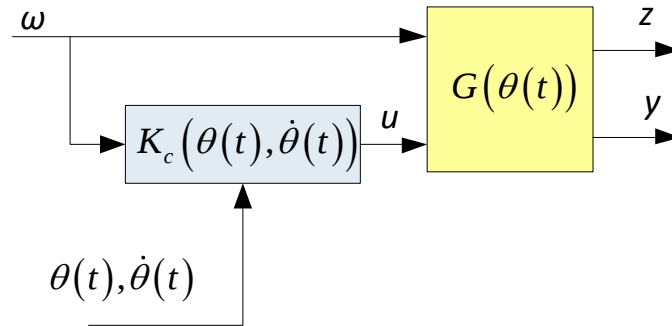
$$G(\theta(t)) = \left[\begin{array}{c|cc} A(\theta(t)) & B_1(\theta(t)) & B_2(\theta(t)) \\ \hline C_1(\theta(t)) & D_{11}(\theta(t)) & D_{12}(\theta(t)) \\ \hline C_2(\theta(t)) & D_{21}(\theta(t)) & D_{22}(\theta(t)) \end{array} \right]$$

$$\theta(t) \in R: \underline{\theta}_i \leq \theta(t) \leq \bar{\theta}_i, \forall i=1,2,\dots,n\tag{3.2}$$

(3.1), kontrolörü tasarlanacak olan genelleştirilmiş LPV sistemin durum uzay formunda gösterimini sunmaktadır. Burada $x(t) \in R^n$ durum vektörünü, $u(t) \in R^{n_u}$ kontrol sinyal vektörünü, $y(t) \in R^{n_y}$ ölçülen çıkış vektörünü, $z(t) \in R^{n_z}$ performans çıkış vektörünü, $\omega \in R^{n_w}$ bozucu sinyalini göstermektedir. $B_1, B_2, C_1, C_2, D_{11}, D_{12}, D_{21}, D_{22}$ durum uzay matrisleri, (3.2)'de tanımlı ve online değişen $\theta(t)$ parametresine bağlı matrisleri göstermektedir. Burada A Hurwitz bir matristir, dolayısıyla (3.1) sistemi kararlıdır.

Literatürde, LPV çıkış geri beslemeli kontrol tasarım probleminin farklı çözümleri elde edilmiştir [1]-[7], [17], [19]-[27], [55], [56]. Ayrıca LTI sistemler için çözümler literatürde mevcuttur [36]-[39]. Bu çalışmada ise; Şekil 3.1'de kontrol sisteminin blok şemasında görüldüğü gibi, (3.1) ifadesinde tanımlı genelleştirilmiş $G(\theta(t))$ sistemi için

(3.3) formundaki $K_c(\theta(t), \dot{\theta}(t))$ ileri beslemeli ve parametreye bağılı denetleyici tasarımı sunulmaktadır. Burada, herhangi bir LTI ya da LPV geri beslemeli kontrolör vasıtasıyla kontrol edilecek dinamik sistemin kararlılığı garanti altına alındıktan sonra parametreye bağılı genelleştirilmiş sistem elde edilmektedir. Elde edilen bu genelleştirilmiş sistem için, Şekil 3.1’de görüldüğü gibi ileri besleme yolunda sistemin izleme performansını iyileştirecek ya da ölçülebilen bozucuları bastırabilecek bir kontrol tasarımı ele alınmaktadır. Buradaki ölçülebilen bozulardan maksat, online olarak ölçülebilmesi ya da tahmin edilebilmesidir. Bu ölçümle ya da tahminle elde edilen değerler online olarak kontrolör girişine uygulanmakta ve böylece tasarlanan kontrolör bozucu girişine ya da referans girişine bağılı olarak sisteme kontrol işareti uygulamaktadır. Kontrolörün ürettiği işaret ile genelleştirilmiş sistemin içerisinde olan geri beslemeli kontrol sisteminin ürettiği işaret toplanarak sisteme uygulanmaktadır. Bu tasarımda, ileri beslemeli kontrolör olmaksızın daha önceden geri beslemeli kontrolörün tasarlandığı varsayılmakta ve genelleştirilmiş sistemin içerisinde yer almaktadır.

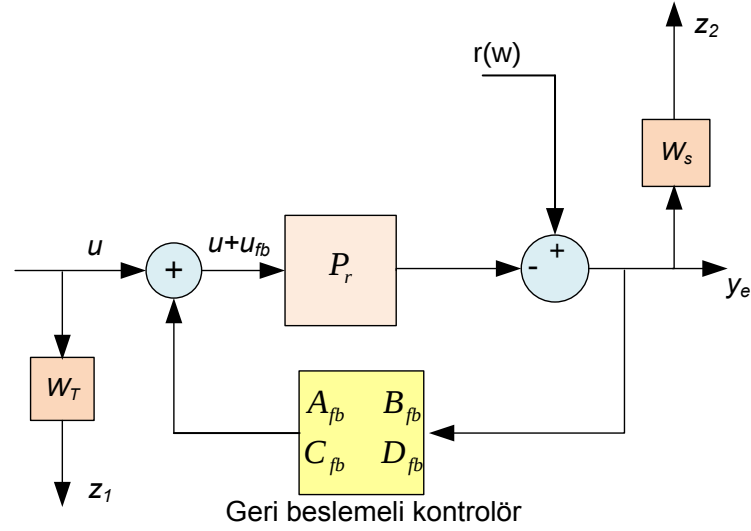


Şekil 3.1 İleri beslemeli LPV kontrol yapısı

$$\begin{aligned} \dot{x}_c(t) &= A_c(\theta(t), \dot{\theta}(t))x_c(t) + B_c(\theta(t))\omega(t) \\ u(t) &= C_c(\theta(t))x_c(t) + D_c(\theta(t))\omega(t) \end{aligned} \quad (3.3)$$

3.2.1 İleri Beslemeli Kontrol Tasarımı İçin Genelleştirilmiş Sistem Oluşturma

Bu bölümde, LPV ileri beslemeli kontrol tasarımı için genelleştirilmiş sistem yapısı oluşturulmasına örnek verilecektir.



Şekil 3.2 İleri beslemeli kontrol tasarımı için geliştirilmiş sistem yapısı örneği

Şekil 3.2’de, kararlılığı sağlamak için önceden tasarlandığı düşünülen geri beslemeli kontrolörü ve filtreleri içeren geliştirilmiş sistem yapısı örneği sunulmaktadır. Bu şekil kullanılarak (3.1) ifadesi elde edilebilir. Bu ifadeyi elde etmek için r ve u girişlerinden z_1 , z_2 ve y_e çıkışlarına olan transfer matrisi elde edilir. Öncelikle dinamik sistemin, geri beslemeli kontrolörün ve giriş-çıkış filtrelerinin durum uzay ifadelerini yazalım:

$$\dot{x}_p = A_p x_p + B_p u_p$$

$$y_p = C_p x_p$$

$$\dot{x}_{fb} = A_{fb} x_{fb} + B_{fb} y_e$$

$$u_{fb} = C_{fb} x_{fb} + D_{fb} y_e$$

$$\dot{x}_s = A_s x_s + B_s u_s$$

$$y_s = C_s x_s + D_s u_s$$

$$\dot{x}_T = A_T x_T + B_T u_T$$

$$y_T = C_T x_T + D_T u_T$$

Şekil 3.2’de gösterilen giriş ifadeleri yerine yazıldığında

$$\begin{aligned} \dot{x}_p &= A_p x_p + B_p (u + u_{fb}) & \dot{x}_{fb} &= A_{fb} x_{fb} + B_{fb} y_e & \dot{x}_s &= A_s x_s + B_s y_e & \dot{x}_T &= A_T x_T + B_T u \\ y_p &= C_p x_p & u_{fb} &= C_{fb} x_{fb} + D_{fb} y_e & z_2 &= C_s x_s + D_s y_e & z_1 &= C_T x_T + D_T u \end{aligned}$$

ifadeleri elde edilir. u_{fb} ve y_e ifadeleri temel blok diyagramı işlemleri ile

$$y_e = r - C_p x_p$$

$$u_{fb} = -D_{fb} C_p x_p + C_{fb} x_{fb} + D_{fb} r$$

şeklindeki gibi elde edilir. Bu ifadeler, dinamik sistemin durum uzay modelinde yerine yazıldığında

$$\begin{aligned}\dot{x}_p &= (A_p - B_p D_{fb} C_p) x_p + B_p C_{fb} x_{fb} + B_p D_{fb} r + B_p u; \\ y_p &= C_p x_p\end{aligned}$$

ifadeleri elde edilir. Geri beslemeli durum uzay modelinde y_e ifadesi yerine yazıldığında

$$\dot{x}_{fb} = A_{fb} x_{fb} - B_{fb} C_p x_p + B_{fb} r$$

şeklindeki geri beslemeli durum uzay modeli elde edilir.

Benzer şekilde, y_e ifadesi çıkış filtresi modelinde yerine yazıldığında

$$\begin{aligned}\dot{x}_s &= A_s x_s + B_s r - B_s C_p x_p \\ z_2 &= C_s x_s + D_s r - D_s C_p x_p\end{aligned}$$

ifadesi elde edilir. Bu işlemlerden sonra (3.1) genelleştirilmiş sistem matrislerini aşağıdaki gibi elde edebiliriz.

$$\begin{pmatrix} \dot{x}_p \\ \dot{x}_{fb} \\ \dot{x}_s \\ \dot{x}_T \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} A_p - B_p D_{fb} C_p & B_p C_{fb} & 0 & 0 \\ -B_{fb} C_p & A_{fb} & 0 & 0 \\ -B_s C_p & 0 & A_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_T \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} x_p \\ x_{fb} \\ x_s \\ x_T \end{pmatrix}}_x + \underbrace{\begin{pmatrix} B_p D_{fb} \\ B_{fb} \\ B_s \\ 0 \end{pmatrix}}_{B_1} r + \underbrace{\begin{pmatrix} B_p \\ 0 \\ 0 \\ B_T \end{pmatrix}}_{B_2} u$$

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & C_T \\ -D_s C_p & 0 & C_s & 0 \end{pmatrix}}_{C_1} \underbrace{\begin{pmatrix} x_p \\ x_{fb} \\ x_s \\ x_T \end{pmatrix}}_x + \underbrace{\begin{pmatrix} 0 \\ D_s \end{pmatrix}}_{D_{11}} r + \underbrace{\begin{pmatrix} D_T \\ 0 \end{pmatrix}}_{D_{12}} u$$

$$(y = y_e) = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & -C_p & 0 & 0 \end{pmatrix}}_{C_2} \underbrace{\begin{pmatrix} x_p \\ x_{fb} \\ x_s \\ x_T \end{pmatrix}}_x + \underbrace{(1)}_{D_{21}} r + \underbrace{(0)}_{D_{22}} u$$

3.3 LPV ileri Beslemeli Kontrol Tasarım Probleminin Çözümü

İleri beslemeli denetleyici tasarımı için, sınırlı ve genel olmak üzere iki farklı toplam üç adet çözüm sunulacaktır. Birincisi sınırlı çözümü, ikincisi ve üçüncüsü genel çözümü içermektedir. Önerilen birinci çözüm sensör gürültülerini ve bozucuları dikkate almaz ve bu yüzden sınırlı bir çözümdür. Bu çözüm, geri beslemeli LPV sistemlerde sensör gürültülerini hesaba katmaksızın ölçülebilir bozucuların bastırılması ve sensör gürültülerini ve/veya bozucuları dikkate almaksızın referans izleme hatalarının azaltılması için ileri beslemeli denetleyicinin tasarımını kapsar. Oysaki ikinci ve üçüncü çözüm, bozucuları ve sensör gürültülerini tasarımcının dikkate alabilmesine imkân vermektedir. Bu yüzden bozucu bastırma ve referans izleme kontrol sistemlerindeki sensör gürültülerini ve bozucu girişlerini de dikkate alabilen genel bir çözümdür.

Sonuç olarak, bozucular ve sensör gürültüleri tasarımda hesaba katılmak isteniyorsa; söz konusu problem için ikinci veya üçüncü çözüm kullanılabilir. Birinci çözüm Teorem 3.1’de; ikinci çözüm Teorem 3.2’de ve üçüncü çözüm Teorem 3.4’te verilmiştir.

Burada bozuculardan maksat, ileri beslemeli kontrolörün girişine uygulanan bozucular değildir. Bunlar; geri beslemeli kontrolü içeren genelleştirilmiş sistem yapısı oluşturulurken sisteme eklenen, ölçülemeyen bozucu girişleri veya sensör girişleridir.

3.3.1 Önerilen Sınırlı Çözüm

(3.3)’teki kontrolörü (3.1)’deki LPV sistem ile birleştirdiğimizde; yapılan cebirsel işlemler sonucunda ω girişinden z ve y çıkışına olan (3.4)’teki sistemin transfer matrisini (3.5)’teki gibi elde edebiliriz. Kontrolör matrislerini içeren ve girişlerden çıkışlara olan bu transfer matrisinin durum uzay matrislerini (3.6)’daki gibi yazabiliriz.

$$\begin{aligned} \dot{x}_{cl}(t) &= A_{cl}(\theta(t), \dot{\theta}(t))x_{cl}(t) + B_{cl}(\theta(t))\omega(t) \\ Z(t) &= C_{cl}(\theta(t))x_{cl}(t) + D_{cl}(\theta(t))\omega(t) \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_c \\ z \\ y \end{pmatrix} = \left(\begin{array}{cc|c} A(\theta(t)) & B_2(\theta(t))C_c(\theta(t)) & B_1(\theta(t)) + B_2(\theta(t))D_c(\theta(t)) \\ 0 & A_c(\theta(t), \dot{\theta}(t)) & B_c(\theta(t)) \\ \hline C_1(\theta(t)) & D_{12}(\theta(t))C_c(\theta(t)) & D_{11}(\theta(t)) + D_{12}(\theta(t))D_c(\theta(t)) \\ C_2(\theta(t)) & D_{21}(\theta(t))C_c(\theta(t)) & D_{21}(\theta(t)) + D_{22}(\theta(t))D_c(\theta(t)) \end{array} \right) \begin{pmatrix} x \\ x_c \\ \omega \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned}
A_{cl}(\theta(t), \dot{\theta}(t)) &= \begin{pmatrix} A(\theta(t)) & B_2(\theta(t))C_c(\theta(t)) \\ 0 & A_c(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \end{pmatrix} \\
B_{cl}(\theta(t)) &= \begin{pmatrix} B_1(\theta(t)) + B_2(\theta(t))D_c(\theta(t)) \\ B_c(\theta(t)) \end{pmatrix} \\
C_{cl}(\theta(t)) &= \begin{pmatrix} C_1(\theta(t)) & D_{12}(\theta(t))C_c(\theta(t)) \\ C_2(\theta(t)) & D_{21}(\theta(t))C_c(\theta(t)) \end{pmatrix} \\
D_{cl}(\theta(t)) &= \begin{pmatrix} D_{11}(\theta(t)) + D_{12}(\theta(t))D_c(\theta(t)) \\ D_{21}(\theta(t)) + D_{22}(\theta(t))D_c(\theta(t)) \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.6}$$

(3.6)'daki matristen görüldüğü üzere; ileri yol kontrolör, kararlı olan (3.1)'deki sistemi kararsızlığa götürebilmektedir. Bu yüzden kararlılığı bozmayarak kararlılığı garanti eden ileri beslemeli LPV kontrolör tasarlanması gerekmektedir.

Tasarım için, parametreye bağlı Lyapunov fonksiyonu (3.7)'deki gibi seçilmiştir. Bu fonksiyonun zamana bağlı türevi ise (3.8)'deki gibi elde edilir.

$$V(x) = x^T \left(P_0 + \sum_{i=1}^n \theta_i P_i \right) x \tag{3.7}$$

$$\frac{d}{dt}(V(x, \theta)) = x^T (P(\theta)A(\theta) + A^T(\theta)P(\theta) + \dot{P}(\theta))x \leq 0 \tag{3.8}$$

Bu adımlardan sonra Teorem 2.7 yardımıyla LMI tabanlı kontrolör tasarımı elde edilir. Bu tasarım Teorem 3.1'in ispatında gösterilmektedir.

Teorem 3.1 (3.1) formundaki gibi kararlı bir LPV sistem olsun ve bu sistemin parametrelerinin yörüngeleri (3.9)'daki gibi sınırlandırılmış olsun. Eğer (3.10)'da tanımlı K , L , M matrisleri ile eksen uyumlu (3.11)'de tanımlı pozitif simetrik $X(\theta)$ ve $Y(\theta)$ matrisleri varsa, (3.5) sistemi L_2 kazancına sahiptir ve (3.3) formunda iç kararlılığı garanti altına alan ve ω' 'dan z' 'ye L_2 kazancını γ' 'dan düşük olmasını sağlayan LPV ileri beslemeli denetleyici vardır. Öyle ki sonsuz eksenli (3.12) ve (3.13) LMIs $\forall(\theta, \dot{\theta}) \in D \times E$ için tüm parametre çiftlerini kapsar. Böylesi bir durumda, (3.3) formundaki denetleyicinin durum uzay matrisleri (3.14)'teki gibi elde edilir.

$$\begin{aligned}
D &\triangleq \left\{ \theta \in \mathbb{R}^n : \bar{\theta}_i \leq \theta_i \leq \underline{\theta}_i, \forall_i = 1, \dots, n \right\} \\
E &\triangleq \left\{ \dot{\theta} \in \mathbb{R}^n : \bar{\dot{\theta}}_i \leq \dot{\theta}_i \leq \underline{\dot{\theta}}_i, \forall_i = 1, \dots, n \right\}
\end{aligned} \tag{3.9}$$

$$\begin{aligned}
Y(\theta) &\triangleq \delta(\theta) + X^{-1}(\theta) \\
K(\theta) &\triangleq X(\theta)A(\theta)Y(\theta) - X(\theta)\left(A_c(\theta, \dot{\theta}) + B_2(\theta)C_c(\theta)\right)\delta(\theta) + \dot{X}(\theta)X^{-1}(\theta) \\
L(\theta) &\triangleq X(\theta)\left(B_1(\theta) + B_c(\theta) + B_2(\theta)D(\theta)\right) \\
M(\theta) &\triangleq C_c(\theta)\delta(\theta)
\end{aligned} \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned}
X(\theta) &= X_0 + \sum_{i=1}^n \theta_i X_i \geq 0 \\
Y(\theta) &= Y_0 + \sum_{i=1}^n \theta_i Y_i \geq 0
\end{aligned} \tag{3.11}$$

$$\left(\begin{array}{ccc}
A^T(\theta)X(\theta) + X(\theta)A(\theta) + \dot{X}(\theta) & K(\theta) + A^T(\theta) & \\
* & A(\theta)Y(\theta) - B_2(\theta)M(\theta) + (*)^T - \dot{Y}(\theta) & \\
* & * & \\
* & * & \\
* & * & \\
L(\theta) & C_1^T(\theta) & C_2^T(\theta) \\
B_1(\theta) + B_2(\theta)D(\theta) & Y(\theta)C_1^T(\theta) - M^T(\theta)D_{12}^T(\theta) & Y(\theta)C_2^T(\theta) - M^T(\theta)D_{22}^T(\theta) \\
-\gamma I & D_{11}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{12}^T(\theta) & D_{21}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{22}^T(\theta) \\
* & -\gamma I & 0 \\
* & * & -\gamma I
\end{array} \right) \prec 0 \tag{3.12}$$

$$\left(\begin{array}{cc}
X(\theta) & I \\
I & Y(\theta)
\end{array} \right) \succ 0 \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned}
D_c(\theta) &= D(\theta) \\
C_c(\theta) &= M(\theta)\delta^{-1}(\theta) \\
B_c(\theta) &= X^{-1}(\theta)L(\theta) - B_1(\theta) - B_2(\theta)D_c(\theta) \\
A_c(\theta, \dot{\theta}) &= A(\theta)Y(\theta)\delta^{-1}(\theta) - B_2(\theta)C_c(\theta) - X^{-1}(\theta)K(\theta)\delta^{-1}(\theta) \\
&\quad + X^{-1}(\theta)\dot{X}(\theta)X^{-1}(\theta)\delta^{-1}(\theta)
\end{aligned} \tag{3.14}$$

(3.10)'daki tanımlamalar değişken değiştirme metodu kullanılarak elde edilmiştir. Parametreye bağlı denetleyici matrisleri bu tanımlamalar yardımıyla elde edilir.

Sonuç olarak; multiconvexity koşulları ile birlikte (3.12) ve (3.13) LMI problemi γ minimize edilerek çözüldüğünde, (3.14)'te tanımlı olan optimal denetleyici matrisleri elde edilir.

İspat: Bölüm 2.7'de gösterildiği gibi, Lyapunov matrisini aşağıdaki gibi seçelim ve bu matrisi sağdan ve soldan ν matrisi ile çarparak durum dönüşümü yapalım.

$$R(\theta) = R^T(\theta) = \begin{pmatrix} X(\theta) & P_{12}(\theta) \\ P_{12}^T(\theta) & P_{22}(\theta) \end{pmatrix} \succ 0$$

$$P(\theta) = \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & \nu(\theta) \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} X(\theta) & P_{12}(\theta) \\ P_{12}^T(\theta) & P_{22}(\theta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & 0 \\ 0 & \nu(\theta) \end{pmatrix} \succ 0$$

$$P(\theta) = \begin{pmatrix} X(\theta) & P_{12}(\theta)\nu(\theta) \\ \nu^T(\theta)P_{12}^T(\theta) & \nu^T(\theta)P_{22}(\theta)\nu(\theta) \end{pmatrix}$$

P_{12} tersi alınabilir ve simetrik kare matris olmak üzere, ν matrisi $\nu = P_{12}^{-1}X$ olsun. Bu durumda aşağıdaki ifade elde edilir.

$$P(\theta) = \begin{pmatrix} X(\theta) & X(\theta) \\ X(\theta) & X(\theta)P_{12}^{-T}(\theta)P_{22}(\theta)P_{12}^{-1}(\theta)X(\theta) \end{pmatrix}$$

Öz değerlerin pozitifliğini artırmak için, X matrisi P matrisinin ikinci satır ikinci sütunundaki ifadeden aşağıdaki gibi çıkarılır. Bu işlem, öz değerlerin pozitifliğini garanti etmek için yapılır. Burada $X(\theta) \succ 0$ şeklindedir.

$$\delta^{-1}(\theta) = X(\theta)P_{12}^{-T}(\theta)P_{22}(\theta)P_{12}^{-1}(\theta)X(\theta) - X(\theta)$$

Böylece parametreye bağlı Lyapunov matrisi (3.15)'teki gibi elde edilir. Bu matrisin (2.39) eşitsizliğine uygulanması için belirlendiği aşikârdır.

$$P(\theta) = P^T(\theta) = \begin{pmatrix} X(\theta) & X(\theta) \\ X(\theta) & \delta^{-1}(\theta) + X(\theta) \end{pmatrix} \succ 0 \quad (3.15)$$

Burada, $Y(\theta) = \delta(\theta) + X^{-1}(\theta) \succ 0$ olarak tanımlayalım. Bu tanım, LMI oluştururken kullanılacaktır.

Belirlenen Lyapunov matrisinin zamana göre türevi (3.16)'daki gibi elde edilir.

$$\dot{P}(\theta) = \begin{pmatrix} \dot{X}(\theta) & \dot{X}(\theta) \\ \dot{X}(\theta) & \dot{\delta}^{-1}(\theta) + \dot{X}(\theta) \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

LMI oluşturmak için, elde edilen A_{cl} , B_{cl} , C_{cl} , D_{cl} matrisleri Teorem 2.7 kullanılarak (2.39)'da yerine yazıldığında, oluşan eşitsizlik LMI formunda olmaz. Bunun nedeni, eşitsizliğin bilinmeyen matris çarpımlarını içermesidir. Dolayısıyla doğrusal yapıda olmadığından, bilinmeyen değişken çarpımlarının düzenlenerek LMI'nin elde edilmesi gerekmektedir. LMI'ni elde etmek için, Teorem 2.2 kullanılır. (2.39) ifadesi sağdan ve soldan (3.18)'de tanımlı φ^T ve φ dönüşüm matrisleri ile sırasıyla (3.19)'daki gibi çarpılır. Burada, daha önce tanımlanan (3.15)'teki $P(\theta)$ ve (3.16)'daki $\dot{P}(\theta)$ ifadeleri (3.19)'da yerlerine yazılarak cebirsel işlemler gerçekleştirilir. Bu işlemler yapılırken, (3.17) ile verilen matris tersinin türev özelliği de kullanılır. Yapılan bu işlemler sonucunda, değişken değiştirme metodu ile elde edilen (3.10)'daki tanımlamalar altında (3.12)'deki LMI formu elde edilir. Kontrolör matrisleri (3.10)'daki ifadeler yardımıyla (3.14)'ten elde edilir.

$$\dot{\delta}^{-1} = -\delta^{-1} \dot{\delta} \delta^{-1} \quad (3.17)$$

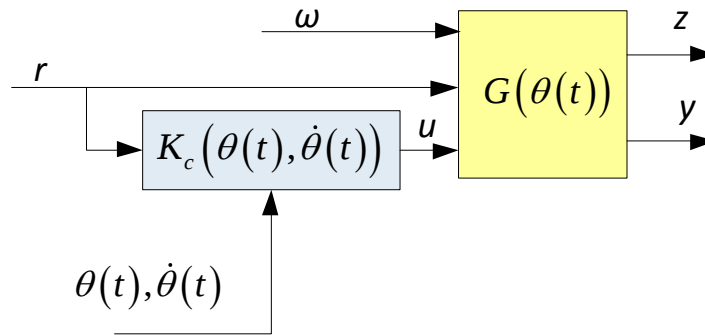
$$\varphi(\theta) \triangleq \text{blokdiag} \left\{ \begin{pmatrix} I & \delta(\theta) + X^{-1}(\theta) \\ 0 & -\delta(\theta) \end{pmatrix}, I, I, I \right\} \quad (3.18)$$

$$\begin{pmatrix} I & \delta + X^{-1} & 0 \\ 0 & -\delta & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} A_{cl}^T(\theta)P(\theta) + P(\theta)A_{cl}(\theta) + \dot{P}(\theta) & P(\theta)B_{cl}(\theta) & C_{cl}^T(\theta) \\ B_{cl}^T(\theta)P(\theta) & -\gamma I & D_{cl}^T(\theta) \\ C_{cl}(\theta) & D_{cl}(\theta) & -\gamma I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I & \delta + X^{-1} & 0 \\ 0 & -\delta & 0 \\ 0 & 0 & I \end{pmatrix} \prec 0 \quad (3.19)$$

3.3.2 Önerilen Genel Çözüm

Teorem 3.1 ile elde edilen çözümde B_1 ve B_2 giriş matrislerinin boyutları eşit olduğundan, bozucuların ve sensör gürültülerinin hesaba katılması bakımından bu çözüm sınırlıdır. (3.14)'teki denetleyici matrislerini hesapladığımızda, B_c ifadesindeki B_1 ve B_2 matrislerinin eksenlerinin eşit olması gerektiği açıktır. Bu yüzden bu durum; söz konusu sistem için denetleyici tasarlanırken, bozucuların ve sensör gürültülerinin hesaba katılabilmesine imkân vermez. Bu problemin üstesinden gelmek için, B_c ifadesindeki B_2 matrisini elimine etmemiz gerekmektedir.

Şekil 3.1'de $G(\theta(t))$ genelleştirilmiş sistemin giriş vektörlerini artırarak LPV ileri besleme problemini Şekil 3.3'deki gibi genişletebiliriz ve böylece genişletilmiş LPV sistem (3.20)'deki gibi ifade edilir. Bu durumda, kapalı çevrim sisteminin transfer matris gösterimi (3.21)'deki gibi ve kapalı çevrim sisteminin durum uzay matrisleri (3.22)'deki gibi elde edilir. Böylece, 2-DOF kontrol sistem tasarımı için bozucuları ve sensör gürültülerini hesaba katan ileri beslemeli denetleyici Teorem 3.2 kullanılarak elde edilebilir.



Şekil 3.3 Genişletilmiş ileri beslemeli LPV kontrol yapısı

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= A(\theta(t))x(t) + B_1(\theta(t))r(t) + B_2(\theta(t))\omega(t) + B_3(\theta(t))u(t) \\
 z(t) &= C_1(\theta(t))x(t) + D_{11}(\theta(t))r(t) + D_{12}(\theta(t))\omega(t) + D_{13}(\theta(t))u(t) \\
 y(t) &= C_2(\theta(t))x(t) + D_{21}(\theta(t))r(t) + D_{22}(\theta(t))\omega(t) + D_{23}(\theta(t))u(t)
 \end{aligned} \tag{3.20}$$

$$\left(\begin{array}{c|c} A_{cl}(\theta(t), \dot{\theta}(t)) & B_{cl}(\theta(t)) \\ \hline C_{cl}(\theta(t)) & D_{cl}(\theta(t)) \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c|c} A(\theta(t)) & B_3(\theta(t))C_c(\theta(t)) \\ \hline 0 & A_c(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \end{array} \middle| \begin{array}{c|c} B_1(\theta(t)) + B_3(\theta(t))D_c(\theta(t)) & B_2(\theta(t)) \\ \hline B_c(\theta(t)) & 0 \end{array} \right) \begin{pmatrix} x \\ x_c \\ r \\ \omega \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

$$A_{cl}(\theta(t), \dot{\theta}(t)) = \begin{pmatrix} A(\theta(t)) & B_3(\theta(t))C_c(\theta(t)) \\ 0 & A_c(\theta(t), \dot{\theta}(t)) \end{pmatrix}$$

$$B_{cl}(\theta(t)) = \begin{pmatrix} B_1(\theta(t)) + B_3(\theta(t))D_c(\theta(t)) & B_2(\theta(t)) \\ B_c(\theta(t)) & 0 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

$$C_{cl}(\theta(t)) = \begin{pmatrix} C_1(\theta(t)) & D_{13}(\theta(t))C_c(\theta(t)) \\ C_2(\theta(t)) & D_{23}(\theta(t))C_c(\theta(t)) \end{pmatrix}$$

$$D_{cl}(\theta(t)) = \begin{pmatrix} D_{11}(\theta(t)) + D_{13}(\theta(t))D_c(\theta(t)) & D_{12}(\theta(t)) \\ D_{21}(\theta(t)) + D_{23}(\theta(t))D_c(\theta(t)) & D_{22}(\theta(t)) \end{pmatrix}$$

Teorem 3.2 (3.20) formundaki gibi kararlı bir LPV sistem olsun ve bu sistemin parametrelerinin yörüngeleri (3.9)'daki gibi sınırlandırılmış olsun. Eğer (3.23)'te tanımlı K , L , M matrisleri ile eksen uyumlu (3.11)'de tanımlı pozitif simetrik $X(\theta)$ ve $Y(\theta)$ matrisleri varsa, (3.21) sistemi L_2 kazancına sahiptir ve (3.3) formunda iç kararlılığı garanti altına alan ve ω' 'dan z' 'ye L_2 kazancını γ' 'dan düşük olmasını sağlayan LPV ileri beslemeli denetleyici vardır. Öyle ki (3.25) ve (3.26) sonsuz eksenli LMIs $\forall(\theta, \dot{\theta}) \in D \times E$ için tüm parametre çiftlerini kapsar.

Böylesi bir durumda, (3.23)'teki tanımlamalar kullanılarak ileri beslemeli denetleyicinin durum uzay matrisleri (3.24)'teki gibi elde edilir.

İspat: Teorem 3.1'in ispatı ile benzer olduğundan tekrar değinilmemiştir.

$$\begin{aligned}
Y(\theta) &\triangleq \delta(\theta) + X^{-1}(\theta) \\
K(\theta) &\triangleq X(\theta)A(\theta)Y(\theta) - X(\theta)(A_c(\theta) + B_3(\theta)C_c(\theta))\delta(\theta) + \dot{X}(\theta)X^{-1}(\theta) \\
L(\theta) &\triangleq X(\theta)(B_1(\theta) + B_c(\theta) + B_3(\theta)D(\theta)) \\
M(\theta) &\triangleq C_c(\theta)\delta(\theta)
\end{aligned} \tag{3.23}$$

$$\begin{aligned}
D_c(\theta) &= D(\theta) \\
C_c(\theta) &= M(\theta)\delta^{-1}(\theta) \\
B_c(\theta) &= X^{-1}(\theta)L(\theta) - B_1(\theta) - B_3(\theta)D_c(\theta) \\
A_c(\theta, \dot{\theta}) &= A(\theta)Y(\theta)\delta^{-1}(\theta) - B_3(\theta)C_c(\theta) - X^{-1}(\theta)K(\theta)\delta^{-1}(\theta) \\
&\quad + X^{-1}(\theta)\dot{X}(\theta)X^{-1}(\theta)\delta^{-1}(\theta)
\end{aligned} \tag{3.24}$$

$$\left(\begin{array}{ccc}
A^T(\theta)X(\theta) + (*)^T + \dot{X}(\theta) & K(\theta) + A^T(\theta) & L(\theta) \\
* & A(\theta)Y(\theta) - B_3(\theta)M(\theta) + (*)^T - \dot{Y}(\theta) & B_1(\theta) + B_3(\theta)D(\theta) \\
* & * & -\gamma I \\
* & * & * \\
* & * & * \\
* & * & * \\
X(\theta)B_2(\theta) & C_1^T(\theta) & C_2^T(\theta) \\
B_2(\theta) & Y(\theta)C_1^T(\theta) - M^T(\theta)D_{13}^T(\theta) & Y(\theta)C_2^T(\theta) - M^T(\theta)D_{23}^T(\theta) \\
0 & D_{11}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{13}^T(\theta) & D_{21}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{23}^T(\theta) \\
-\gamma I & D_{12}^T(\theta) & D_{22}^T(\theta) \\
* & -\gamma I & 0 \\
* & * & -\gamma I
\end{array} \right) \prec 0 \tag{3.25}$$

$$\left(\begin{array}{cc}
X(\theta) & I \\
I & Y(\theta)
\end{array} \right) \succ 0 \tag{3.26}$$

3.3.3 Alternatif Genel Çözüm

Bu bölümde, Teorem 3.2 ile elde edilen LMIs ifadeleri farklı yapıda elde edilerek alternatif kontrolör tasarımı sunulmaktadır.

Teorem 3.3 (Projection Lemma) Üç satır-üç sütun simetrik bir P matrisi olmak üzere aşağıdaki gibi bir LMI olsun.

$$\begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} + H^T & P_{13} \\ P_{21} + H & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix} \prec 0$$

Aşağıdaki koşullar sağlandığında, bu LMI problemindeki H 'nın bir çözümü $H = P_{32}^T P_{33}^{-1} P_{13}^T - P_{21}$ şeklindeki gibi elde edilir.

$$\begin{pmatrix} P_{11} & P_{13} \\ P_{31} & P_{33} \end{pmatrix} \prec 0$$

$$\begin{pmatrix} P_{22} & P_{23} \\ P_{32} & P_{33} \end{pmatrix} \prec 0$$

İspat: Bakınız [51].

Teorem 3.4 (3.20) formundaki gibi kararlı bir LPV sistem olsun ve bu sistemin parametrelerinin yörüngeleri (3.9)'daki gibi sınırlı parametre yörüngesi olsun. Eğer (3.23)'teki tanımlı K, L, M matrisleri ile eksen uyumlu (3.11)'de tanımlı pozitif simetrik $X(\theta)$ ve $Y(\theta)$ matrisleri varsa (3.21) sistemi L_2 kazancına sahiptir ve (3.3) formunda iç kararlılığı garanti altına alan ve ω 'dan z 'ye L_2 kazancını y 'dan düşük olmasını sağlayan LPV ileri beslemeli denetleyici vardır. Öyle ki (3.26), (3.30) ve (3.31) sonsuz eksenli LMIs $\forall (\theta, \dot{\theta}) \in D \times E$ için tüm parametre çiftlerini kapsar.

Bu durumda, (3.24) kullanılarak parametreye bağlı denetleyici oluşturulur, ancak bir fark vardır ki (3.24)'teki A_c matrisinin (3.27)'deki gibi hesaplanması gerekmektedir. Bunun nedeni Teorem 3.3'deki H matrisini hesaplanması ile ilgilidir.

$$\begin{aligned} A_c(\theta, \dot{\theta}) = & A(\theta)Y(\theta)\delta^{-1}(\theta) - B_3(\theta)C_c(\theta) - X^{-1}(\theta)\Lambda(\theta)\phi^{-1}(\theta)\zeta^T(\theta)\delta^{-1}(\theta) \\ & + X^{-1}(\theta)A^T(\theta)\delta^{-1}(\theta) + X^{-1}(\theta)\dot{X}(\theta)X^{-1}(\theta)\delta^{-1}(\theta) \end{aligned} \quad (3.27)$$

İspat: (3.28) LMI'ni tanımlayalım. Buradaki $\Omega, \mu, \Lambda, \Phi, \zeta$ ve ϕ matrisleri (3.32) ve (3.33)'teki gibi tanımlanır. Teorem 3.3 söz konusu LMI'ne uygulandığında, (3.28) eşitsizliği (3.29) ile eşdeğer olur. Böylece ileri beslemeli LPV denetleyici tasarımı için (3.32) ve (3.33) tanımlamaları kullanılarak (3.30) ve (3.31)'deki gibi LMIs'ni elde edebiliriz. Şu açıktır ki B_c, C_c ve D_c matrisleri (3.24)'teki gibi hesaplanır, fakat Teorem

3.3 gereğince A_c matrisi (3.27)'deki gibi hesaplanır. Çünkü Teorem 3.3'e bağlı olarak

$K(\theta)$ matrisi, $K(\theta) = \Lambda(\theta)\phi(\theta)^{-T} \zeta^T(\theta) - A^T(\theta)$ şeklinde hesaplanır.

Sonuç olarak, daha önce elde edilen genel çözüm, Teorem 3.4'teki gibi farklı LMIs ile elde edilir.

$$\begin{pmatrix} \Omega(\theta) & \mu(\theta) + K(\theta) & \Lambda(\theta) \\ * & \Phi(\theta) & \zeta(\theta) \\ * & * & \phi(\theta) \end{pmatrix} \prec 0 \quad (3.28)$$

$$\begin{pmatrix} \Omega(\theta) & \Lambda(\theta) \\ * & \phi(\theta) \end{pmatrix} \prec 0 \text{ ve } \begin{pmatrix} \Phi(\theta) & \zeta(\theta) \\ * & \phi(\theta) \end{pmatrix} \prec 0 \quad (3.29)$$

$$\begin{pmatrix} A^T(\theta)X(\theta) + X(\theta)A(\theta) + \dot{X}(\theta) & L(\theta) & X(\theta)B_2(\theta) \\ * & -\gamma I & 0 \\ * & * & -\gamma I \\ * & * & * \\ * & * & * \\ & C_1^T(\theta) & C_2^T(\theta) \\ & D_{11}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{13}^T(\theta) & D_{21}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{23}^T(\theta) \\ & D_{12}^T(\theta) & D_{22}^T(\theta) \\ & -\gamma I & 0 \\ & * & -\gamma I \end{pmatrix} \prec 0 \quad (3.30)$$

$$\begin{pmatrix} A(\theta)Y(\theta) - B_3(\theta)M(\theta) + (*)^T - \dot{Y}(\theta) & B_1(\theta) + B_3(\theta)D(\theta) & B_2(\theta) \\ * & -\gamma I & 0 \\ * & * & -\gamma I \\ * & * & * \\ * & * & * \\ & Y(\theta)C_1^T(\theta) - M^T(\theta)D_{13}^T(\theta) & Y(\theta)C_2^T(\theta) - M^T(\theta)D_{23}^T(\theta) \\ & D_{11}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{13}^T(\theta) & D_{21}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{23}^T(\theta) \\ & D_{12}^T(\theta) & D_{22}^T(\theta) \\ & -\gamma I & 0 \\ & * & -\gamma I \end{pmatrix} \prec 0 \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned}
\Omega(\theta) &= (A^T(\theta)X(\theta) + X(\theta)A(\theta) + \dot{X}(\theta)) \\
\mu(\theta) &= A^T(\theta) \\
\Lambda(\theta) &= (L(\theta) \quad X(\theta)B_2(\theta) \quad C_1^T(\theta) \quad C_2^T(\theta))
\end{aligned} \tag{3.32}$$

$$\begin{aligned}
\Phi(\theta) &= (A(\theta)Y(\theta) - B_3(\theta)M(\theta) + (*)^T - \dot{Y}(\theta)) \\
\zeta(\theta) &= (B_1(\theta) + B_3(\theta)D(\theta) \quad B_2(\theta) \quad Y(\theta)C_1^T(\theta) - M^T(\theta)D_{13}^T(\theta) \\
&\quad Y(\theta)C_2^T(\theta) - M^T(\theta)D_{23}^T(\theta)) \\
\phi(\theta) &= \begin{pmatrix} -\gamma I & 0 & D_{11}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{13}^T(\theta) & D_{21}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{23}^T(\theta) \\ * & -\gamma I & D_{12}^T(\theta) & D_{22}^T(\theta) \\ * & * & -\gamma I & 0 \\ * & * & * & -\gamma I \end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.33}$$

3.4 Sonlu Boyutta LMI Elde Edilmesi

Bu bölümde, Teorem 3.1, Teorem 3.2 ve Teorem 3.4'te elde edilen ve sonsuz boyutta olan LMIs sonlu boyutta LMIs'ne dönüştürülecektir.

Şu açıktır ki PDLF kullanımından ötürü oluşan parametreye bağlı matrislerin çarpımı, sonsuz eksenli LMI problemlerini oluşturmaktadır. Bu sonsuz boyuttaki eşitsizlikleri çözmek oldukça zordur. Tasarımdaki bu çözüm zorluğu parametre uzayındaki çözümü bulunması gereken sonlu boyuttaki LMIs ile ilgilidir. Bu yüzden, sonsuz eksenli LMI sonlu eksene indirgenmesi gerekmektedir. Bunun için, Teorem 2.9'da verilen multiconvexity argümanı ve bu teorem için [17]'de verilen düşünce kullanılarak sonsuz eksenli LMIs'ni sonlu boyuta indirgeyebiliriz. Sonuç olarak, bu yaklaşım yardımıyla sonlu boyutta LMI problemleri oluşturulur.

$$\left(\begin{array}{c|c} A_{cl}(\theta) & B_{cl}(\theta) \\ \hline C_{cl}(\theta) & D_{cl}(\theta) \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c|c} A_{cl0} & B_{cl0} \\ \hline C_{cl0} & D_{cl0} \end{array} \right) + \theta_1 \left(\begin{array}{c|c} A_{cl1} & B_{cl1} \\ \hline C_{cl1} & D_{cl1} \end{array} \right) + \dots + \theta_n \left(\begin{array}{c|c} A_{cln} & B_{cln} \\ \hline C_{cln} & D_{cln} \end{array} \right) \tag{3.34}$$

LPV ileri beslemeli kontrol sisteminin kapalı çevrimi (3.34)'teki gibi parametreye bağlı olarak yeniden yazılır. Seçilen PDLF ve zamana göre türevi (3.35)'teki gibi θ_i parametresine bağlı olarak yazılır. [17]'de verilen argüman kullanılarak, Teorem 2.9

(2.39)'a uygulandığında, tüm $\theta \in D_{\text{vex}} \times E_{\text{vex}}$ için (3.36)'da tanımlı koşulu da sağlayan (3.37) ve (3.38) eşitsizliklerini elde ederiz.

$$P(\theta) = P_0 + \sum_{i=1}^n \theta_i P_i \text{ ve } \frac{d}{dt}(P(\theta)) = \dot{\theta}_1 P_1 + \dots + \dot{\theta}_n P_n \quad (3.35)$$

$$s_i \geq 0 \quad \{i=1, \dots, n\} \quad (3.36)$$

$$\begin{pmatrix} A_{cl}^T(\theta)P(\theta) + P(\theta)A_{cl}(\theta) + \dot{P}(\theta) & P(\theta)B_{cl}(\theta) & C_{cl}^T(\theta) \\ B_{cl}^T(\theta)P(\theta) & -\gamma I & D_{cl}^T(\theta) \\ C_{cl}(\theta) & D_{cl}(\theta) & -\gamma I \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^n \theta_i^2 s_i < 0 \quad (3.37)$$

$$\begin{pmatrix} P_i A_{cli} + A_{cli}^T P_i & P_i B_{cli} \\ B_{cli}^T P_i & 0 \end{pmatrix} + s_i \geq 0 \quad (3.38)$$

3.4.1 Sınırlı Çözüm için Sonlu Boyutta LMI Elde Edilmesi

Yapılan bu adımlardan sonra, sonsuz boyutta elde edilen (3.12) LMI problemi sonlu boyuta indirgenebilir. Çözümü basitleştirmek için C_1 , C_2 , B_2 , D_{12} ve D_{22} matrislerinin parametreden bağımsız olduğunu varsaydığımızda, tüm $\theta \in D_{\text{vex}} \times E_{\text{vex}}$ için (3.40) ve (3.41)'deki LMIs'ni elde ederiz. Buradaki S matrisi (3.39)'daki gibi tanımlıdır. Böylece söz konusu argüman yardımıyla sonlu boyutta LMIs elde edilir.

$$S = S^T \geq 0 \quad (3.39)$$

$$\begin{pmatrix} A^T(\theta)X(\theta) + (*)^T + \dot{X}(\theta) & K(\theta) + A^T(\theta) & L(\theta) \\ * & A(\theta)Y(\theta) - B_2M(\theta) + (*)^T - \dot{Y}(\theta) & B_1(\theta) + B_2D(\theta) \\ * & * & -\gamma I \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^n \theta_i^2 \begin{pmatrix} C_1^T(\theta) & C_2^T(\theta) \\ Y(\theta)C_1^T - M^T(\theta)D_{12}^T & Y(\theta)C_2^T - M^T(\theta)D_{22}^T \\ D_{11}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{12}^T & D_{21}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{22}^T \\ -\gamma I & 0 \\ * & -\gamma I \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^n \theta_i^2 \begin{pmatrix} S_1 & S_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & S_3 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{pmatrix} < 0 \quad (3.40)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial \theta_i^2} \{A^T(\theta)X(\theta) + X(\theta)A(\theta) + \dot{X}(\theta)\} & 0 \\ * & \frac{\partial^2}{\partial \theta_i^2} \{A(\theta)Y(\theta) - B_2(\theta)M(\theta) + (*)^T - \dot{Y}(\theta)\} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_1 & S_2 \\ * & S_3 \end{pmatrix} \geq 0 \quad (3.41)$$

3.4.2 Genel Çözüm için Sonlu Boyutta LMI Elde Edilmesi

Teorem 3.1'deki LMI'nin indirgendiği gibi, Teorem 3.2 ve Teorem 3.4'te elde edilen sonsuz boyuttaki LMIs de sonlu boyuta indirgenebilir. Öncelikle Teorem 3.2 ile elde edilen (3.25) LMI problemini sonlu boyuta indirgeyelim. Çözümü basitleştirmek için C_1 , C_2 , D_{13} ve D_{23} matrislerinin parametreden bağımsız olduğunu varsaydığımızda, tüm $\theta \in D_{\text{vex}} \times E_{\text{vex}}$ için (3.42) ve (3.43) ifadeleri ile sonlu eksenli LMI problemi elde edilir. Buradaki S ve T matrisi (3.44)'teki gibi tanımlıdır.

$$\begin{pmatrix} A^T(\theta)X(\theta) + (*)^T + \dot{X}(\theta) & K(\theta) + A^T(\theta) & L(\theta) \\ * & A(\theta)Y(\theta) - B_3(\theta)M(\theta) + (*)^T - \dot{Y}(\theta) & B_1(\theta) + B_3(\theta)D(\theta) \\ * & * & -\gamma I \\ * & * & * \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} X(\theta)B_2(\theta) & C_1^T(\theta) & C_2^T(\theta) \\ B_2(\theta) & Y(\theta)C_1^T(\theta) - M^T(\theta)D_{13}^T(\theta) & Y(\theta)C_2^T(\theta) - M^T(\theta)D_{23}^T(\theta) \\ 0 & D_{11}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{13}^T(\theta) & D_{21}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{23}^T(\theta) \\ -\gamma I & D_{12}^T(\theta) & D_{22}^T(\theta) \\ * & -\gamma I & 0 \\ * & * & -\gamma I \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^n \theta_i^2 \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & 0 & 0 \\ * & S_{22} & S_{23} & S_{24} & 0 & 0 \\ * & * & S_{33} & S_{34} & 0 & 0 \\ * & * & * & S_{44} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & * & 0 \end{pmatrix} < 0 \quad (3.42)$$

$$\begin{pmatrix}
\frac{\partial^2}{\partial \theta_i^2} \{A^T(\theta)X(\theta) + X(\theta)A(\theta)\} + \dot{X}(\theta) & \frac{\partial^2}{\partial \theta_i^2} \{K(\theta) + A^T(\theta)\} \\
* & \frac{\partial^2}{\partial \theta_i^2} \{A(\theta)Y(\theta) - B_3(\theta)M(\theta) + (*)^T - \dot{Y}(\theta)\} \\
* & * \\
* & * \\
\frac{\partial^2}{\partial \theta_i^2} \{L(\theta)\} & \frac{\partial^2}{\partial \theta_i^2} \{X(\theta)B_2(\theta)\} \\
\frac{\partial^2}{\partial \theta_i^2} \{B_1(\theta) + B_3(\theta)D(\theta)\} & \frac{\partial^2}{\partial \theta_i^2} \{B_2(\theta)\} \\
-\gamma I & 0 \\
* & -\gamma I
\end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ * & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ * & * & S_{33} & S_{34} \\ * & * & * & S_{44} \end{pmatrix} \geq 0
\quad (3.43)$$

$$S_i \geq 0 \text{ ve } T_i \geq 0 \quad (3.44)$$

Benzer şekilde, Teorem 3.4 ile elde edilen sonsuz boyuttaki (3.30) ve (3.31) LMIs sonlu boyuta indirgenebilir. Çözümü basitleştirmek için C_1 , C_2 , D_{13} ve D_{23} matrislerinin parametreden bağımsız olduğunu varsaydığımızda, tüm $\theta \in D_{vex} \times E_{vex}$ için (3.45), (3.46), (3.47) ve (3.48) ifadeleri ile sonlu eksenli LMIs elde edilir. Buradaki S_i ve T_i matrisleri (3.44)'teki gibi tanımlıdır.

$$\begin{pmatrix}
A^T(\theta)X(\theta) + X(\theta)A(\theta) + \dot{X}(\theta) & L(\theta) & X(\theta)B_2(\theta) \\
* & -\gamma I & 0 \\
* & * & -\gamma I \\
* & * & * \\
* & * & *
\end{pmatrix} + \sum_{i=1}^n \theta_i^2 \begin{pmatrix} C_1^T & C_2^T \\ D_{11}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{13}^T & D_{21}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{23}^T \\ D_{12}^T(\theta) & D_{22}^T(\theta) \\ -\gamma I & 0 \\ * & -\gamma I \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_1 & 0 & S_2 & 0 & 0 \\ * & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & S_3 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{pmatrix} \prec 0
\quad (3.45)$$

$$\begin{pmatrix} A(\theta)Y(\theta) - B_3(\theta)M(\theta) + (*)^T - \dot{Y}(\theta) & B_1(\theta) + B_3(\theta)D(\theta) & B_2(\theta) \\ * & -\gamma I & 0 \\ * & * & -\gamma I \\ * & * & * \\ * & * & * \end{pmatrix} + \sum_{i=1}^n \theta_i^2 \begin{pmatrix} Y(\theta)C_1^T - M^T(\theta)D_{13}^T & Y(\theta)C_2^T - M^T(\theta)D_{23}^T \\ D_{11}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{13}^T & D_{21}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{23}^T \\ D_{12}^T(\theta) & D_{22}^T(\theta) \\ -\gamma I & 0 \\ * & -\gamma I \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_1 & T_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & T_3 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & 0 & 0 \\ * & * & * & * & 0 \end{pmatrix} \prec 0 \quad (3.46)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial \theta_i^2} \{A^T(\theta)X(\theta) + X(\theta)A(\theta) + \dot{X}(\theta)\} & \frac{\partial^2}{\partial \theta_i^2} \{X(\theta)B_2(\theta)\} \\ * & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} S_1 & S_2 \\ * & S_3 \end{pmatrix} \geq 0 \quad (3.47)$$

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial^2}{\partial \theta_i^2} \{A(\theta)Y(\theta) - B_3(\theta)M(\theta) + (*)^T - \dot{Y}(\theta)\} & \frac{\partial^2}{\partial \theta_i^2} \{B_1(\theta) + B_3(\theta)D(\theta)\} \\ * & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} T_1 & T_2 \\ * & T_3 \end{pmatrix} \geq 0 \quad (3.48)$$

3.5 Sayısal Örnekler

Bu bölümde, önerilen denetleyici tasarımının uygulanabilirliğini test etmek amacıyla simülasyonlar gerçekleştirilmiştir. Sunulan bu iki örnekte, referans izleme ve bozucu bastırma için 2-DOF kontrol tasarımı gerçekleştirilmiştir.

Referans izleme örneğinde, (3.49)'daki sistem için geri beslemeli PI denetleyici ile LPV ileri beslemeli denetleyici birleştirilerek oluşturulan kontrol sistemi yer almaktadır. Bozucu bastırma örneğinde ise Van der Pol eşitliği için statik LPV durum geri besleme ile LPV ileri besleme denetleyici birleştirilerek oluşturulan kontrol sistemi yer almaktadır.

Bu örneklerde, sensör gürültüleri ve ölçülemeyen bozucular eklenmediği için Teorem 3.1 ile elde edilen LMIs kullanılacaktır. Eğer sisteme bunlar eklenirse Teorem 3.2 veya Teorem 3.4 kullanılması gerekmektedir.

LMIs'nin çözümlerini elde etmek için; tüm sayısal işlemler MATLAB™ ile YALMIP derleyicisi [43] ve SEDUMI çözücüsü [44], [45] kullanılmıştır.

3.5.1 Referans İzleme Örneği

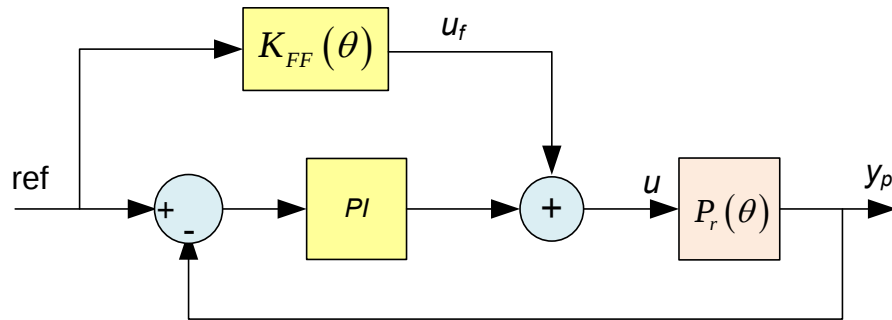
Bu örnekte; Şekil 3.4'teki referans izleme problemi için, ileri beslemeli LPV kontrolör tasarlanacaktır.

Şekil 3.4'teki $P_r(\theta)$ ile gösterilen sistem (3.49)'daki gibi bir LPV sistem olsun. Bu sistemin θ parametresinin alt ve üst sınırları (3.50)'deki gibidir. Şekil 3.5'teki açık çevrim sisteminin blok diyagramı kullanılarak, (3.1)'de tanımlanan genelleştirilmiş sistemin matrisleri elde edilir. Burada, Şekil 3.4'te yer alan PI denetleyicinin durum uzay gösterimi ve matrisleri (3.51) ve (3.52)'deki gibidir.

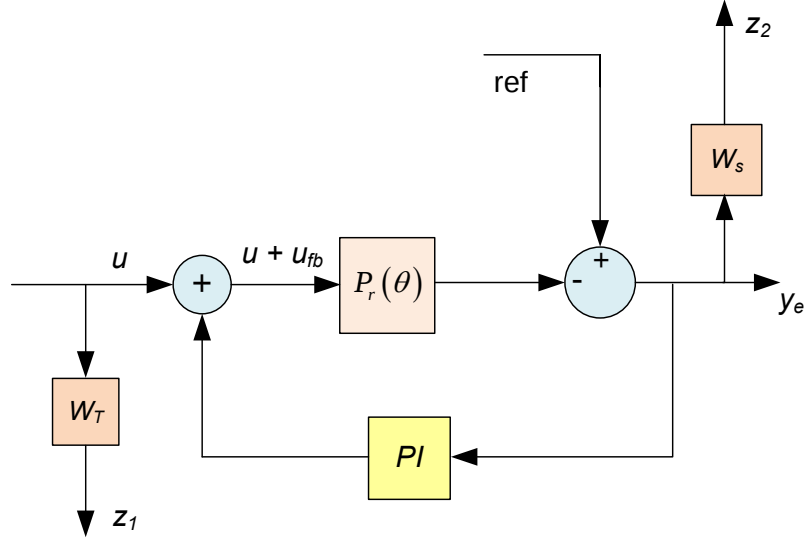
$$\dot{x}_p = \begin{pmatrix} -10 & 1 \\ -0.02 & -2\theta \end{pmatrix} x_p + \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} u \quad (3.49)$$

$$y_p = (1 \ 0) x_p$$

$$\theta(t) \in [1 \ 5] \quad \forall t \in [0 \ \infty) \quad (3.50)$$



Şekil 3.4 Referans takibi problemi için kontrol sisteminin kapalı çevrimi



Şekil 3.5 Referans takibi problemi için genelleştirilmiş sistem yapısı

$$a_{PI} = 0, b_{PI} = 14.1421, c_{PI} = 14.1421, d_{PI} = 100 \quad (3.51)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{PI} &= b_{PI} y_e \\ y_{FB} &= c_{PI} x_{PI} + d_{PI} y_e \end{aligned} \quad (3.52)$$

Tasarım için, durum uzay ifadeleri (3.53)'teki gibi ve kesim frekansları (3.54)'teki gibi olan giriş ve çıkış filtreleri seçilmiştir. Çıkış filtresi, kapalı çevrimin bant genişliğini istenilen değerde tutmak ve tamamlayıcı hassaslık fonksiyonunu şekillendirmek için kullanılırken; giriş filtresi düşük frekansta tutulur.

$$\begin{aligned} \dot{x}_T &= A_T x_T + B_T u_f & \dot{x}_s &= A_s x_s + B_s y_e \\ z_1 &= C_T x_T + D_T u_f & z_2 &= C_s x_s + D_s y_e \end{aligned} \quad (3.53)$$

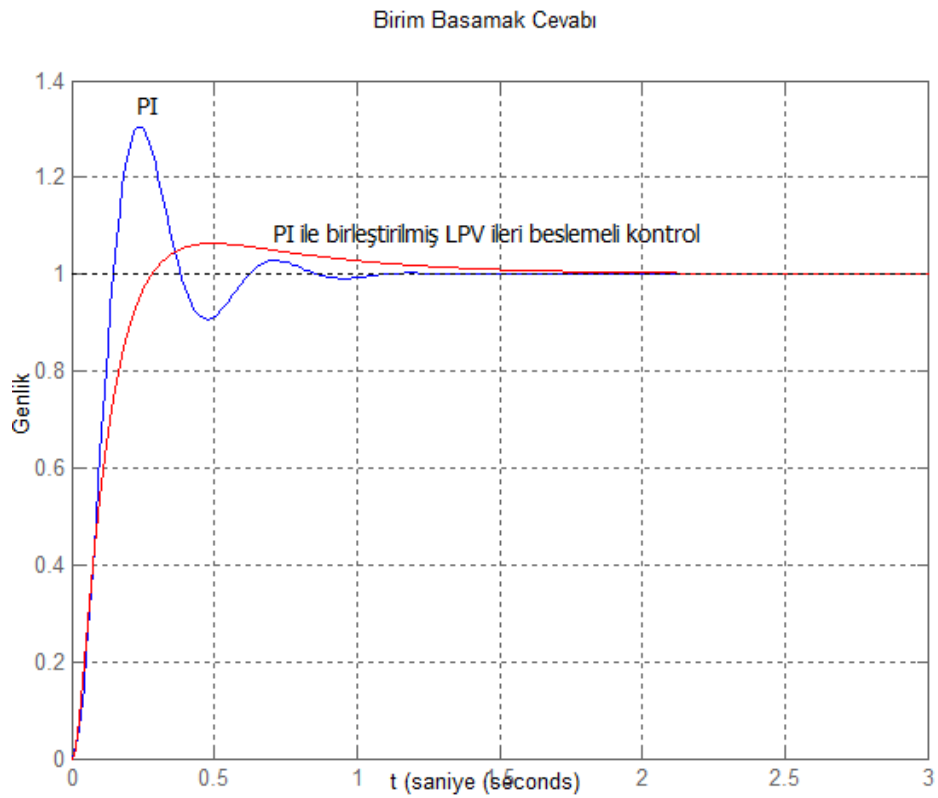
$$W_T = \frac{0,09}{s+0,09}, \quad W_s = \frac{1}{s+1} \quad (3.54)$$

Sistemin parametreye bağlı tüm matrisleri $A(\theta)$ 'nın (3.55) formunda tanımlandığı gibi affine olarak tanımlanmaktadır.

$$A(\theta) = A_0 + \theta A_1 \quad (3.55)$$

Denetleyiciyi oluşturmak için, S matris koşulu ve multiconvexity koşulları ile birlikte (3.13), (3.56) ve (3.57) LMI problemi (3.50)'deki parametrelerin sınırları dikkate

alınarak ve γ 'yı minimize edecek şekilde çözülür. Parametreye bağlı denetleyicinin A_c , B_c , C_c , D_c durum uzay matrisleri (3.14)'teki gibi elde edilir. Şekil 3.4'teki kontrol sisteminin birim basamak cevabı için simülasyonu gerçekleştirildiğinde, Şekil 3.6 elde edilmiştir. Burada görüldüğü gibi; yerleşme zamanı ve yüzde aşım bakımından; PI ile birleştirilen LPV denetleyici, tek başına PI denetleyiciden daha iyi bir performansa sahiptir. Bu durum, LPV ileri beslemeli kontrolör ile sistemin kontrol performansının iyileştiğini göstermektedir. İstenilen referans değerine daha hızla erişebilmekte ve aşım miktarını bastırarak minimize etmektedir. Böylece; tasarlanan kontrolör, LPV sistemler için başarılı olmuş ve uygulanabilirliği gösterilmiştir.



Şekil 3.6 Kapalı çevrim sisteminin birim basamak cevabı

$$\begin{pmatrix}
A^T(\theta)X(\theta) + X(\theta)A(\theta) + \dot{X}(\theta) & K(\theta) + A^T(\theta) \\
* & A(\theta)Y(\theta) - B_2(\theta)M(\theta) + (*)^T - \dot{Y}(\theta) \\
* & * \\
* & * \\
* & *
\end{pmatrix}
+ \theta^2 \begin{pmatrix}
L(\theta) & C_1^T(\theta) & C_2^T(\theta) \\
B_1 + B_2D(\theta) & Y(\theta)C_1^T - M^T(\theta)D_{12}^T & Y(\theta)C_2^T - M^T(\theta)D_{22}^T \\
-\gamma I & D_{11}^T(\theta) + D^T(\theta)D_{12}^T & D_{21}^T + D^T(\theta)D_{22}^T \\
* & -\gamma I & 0 \\
* & * & -\gamma I
\end{pmatrix}
+ \theta^2 \begin{pmatrix}
S_1 & S_2 & 0 & 0 & 0 \\
* & S_3 & 0 & 0 & 0 \\
* & * & 0 & 0 & 0 \\
* & * & * & 0 & 0 \\
* & * & * & * & 0
\end{pmatrix} < 0
\quad (3.56)$$

$$\begin{pmatrix}
A_1^T X_1 + X_1 A_1 & 0 \\
* & A_1 Y_1 + Y_1 A_1^T
\end{pmatrix} + \begin{pmatrix}
S_1 & S_2 \\
* & S_3
\end{pmatrix} \geq 0 \quad (3.57)$$

3.5.2 Bozucu Bastırma Örneği

Bu örnekte, ileri beslemeli kontrolör, statik durum geri beslemeli kontrolörün üzerine uygulanmıştır. Durum geri beslemeli LPV kontrolör tasarımı Bölüm 2.6’da değinildiği için tekrar değinilmemiştir. Kontrol edilecek sistem için, başlangıç koşulları 0.5 olan (3.58)’deki Van der Pol eşitliklerini düşünelim. Bu sisteminin değişen parametresinin alt ve üst sınırı (3.59)’daki gibidir.

Kapalı çevrim kontrol yapısı Şekil 3.7’de, açık çevrim sistemi ise Şekil 3.8’de gösterilmektedir. Şekil 3.7’de gösterildiği gibi, $K_{LPV}(\theta)$ statik LPV geri besleme ile $K_{FF}(\theta)$ dinamik ileri besleme kontrolörleri birleştirilerek 2-DOF kontrol yapısı oluşturulmuştur. Kontrol tasarımı için; öncelikle Şekil 3.8 ile gösterilen açık döngü sistemi kullanılarak, (3.1)’de tanımlanan genelleştirilmiş sistemin matrislerini elde ederiz. Burada kullanılan ağırlık fonksiyonları (3.60)’daki gibi seçilmiştir.

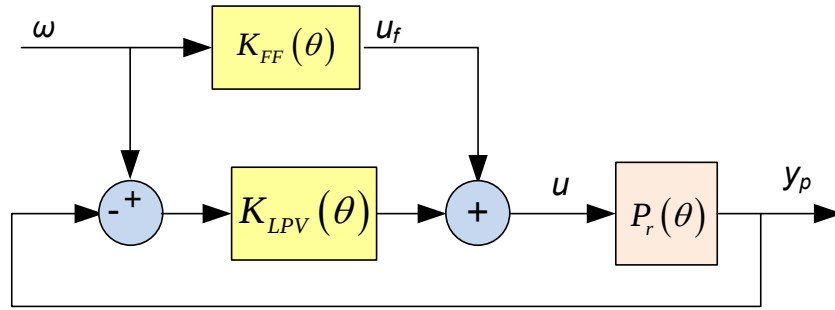
$$\dot{x}_p = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & -0.3\theta \end{pmatrix} x_p + \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} u$$

$$y_p = x_p \quad (3.58)$$

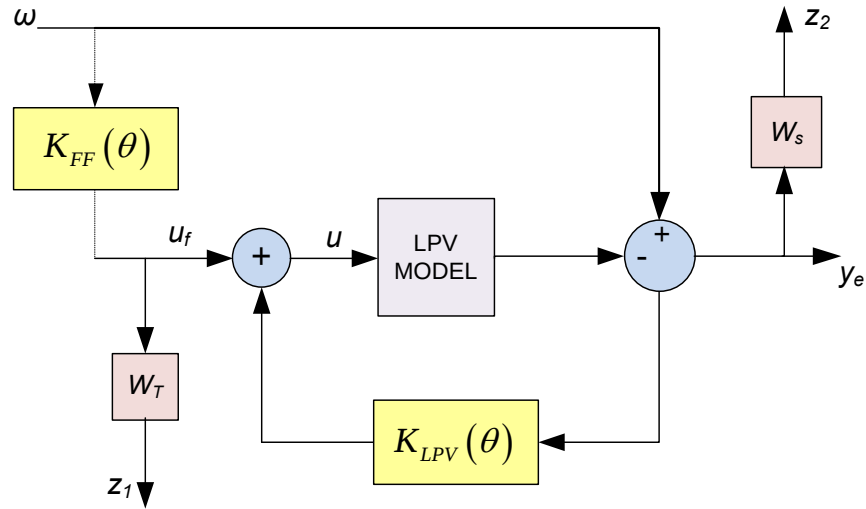
$$\theta = 1 - (1 \ 0) x_p$$

$$\theta(t) \in [0 \ 1] \quad \forall t \in [0 \ \infty) \quad (3.59)$$

$$W_s = \frac{0,1}{s+0,5}, \quad W_T = \frac{0,05s}{s+0,5} \quad (3.60)$$



Şekil 3.7 Bozucu bastırma problemi için kontrol sisteminin kapalı çevrimi

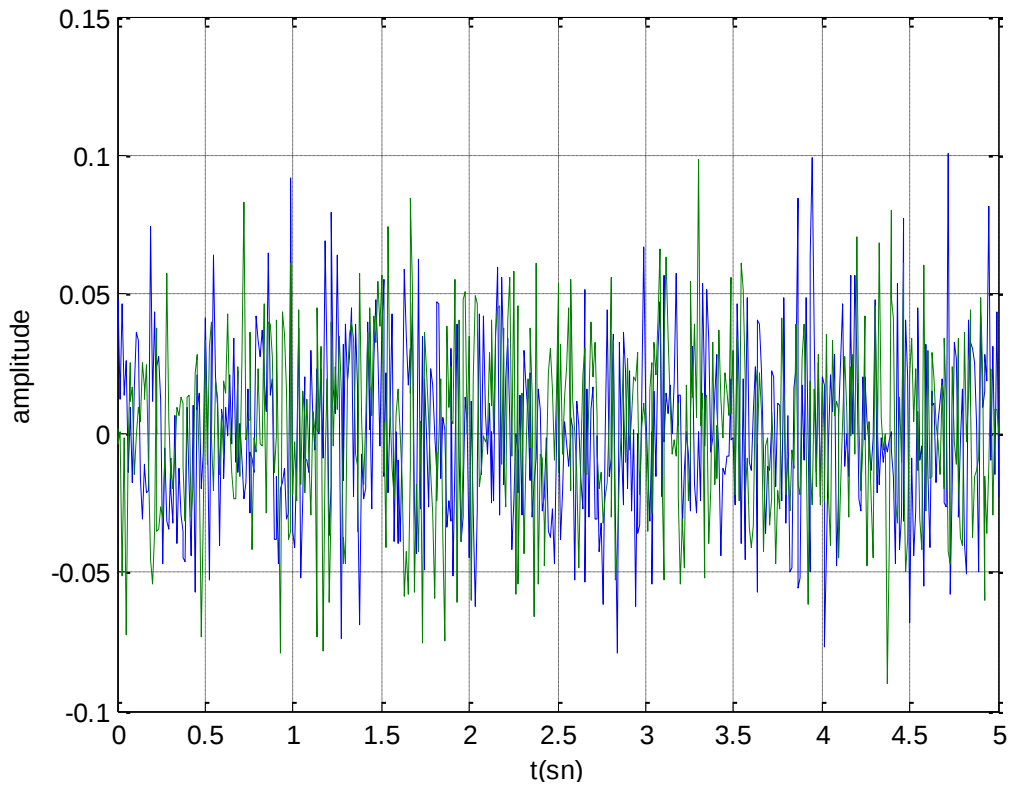


Şekil 3.8 Bozucu bastırma problemi için genelleştirilmiş sistem yapısı

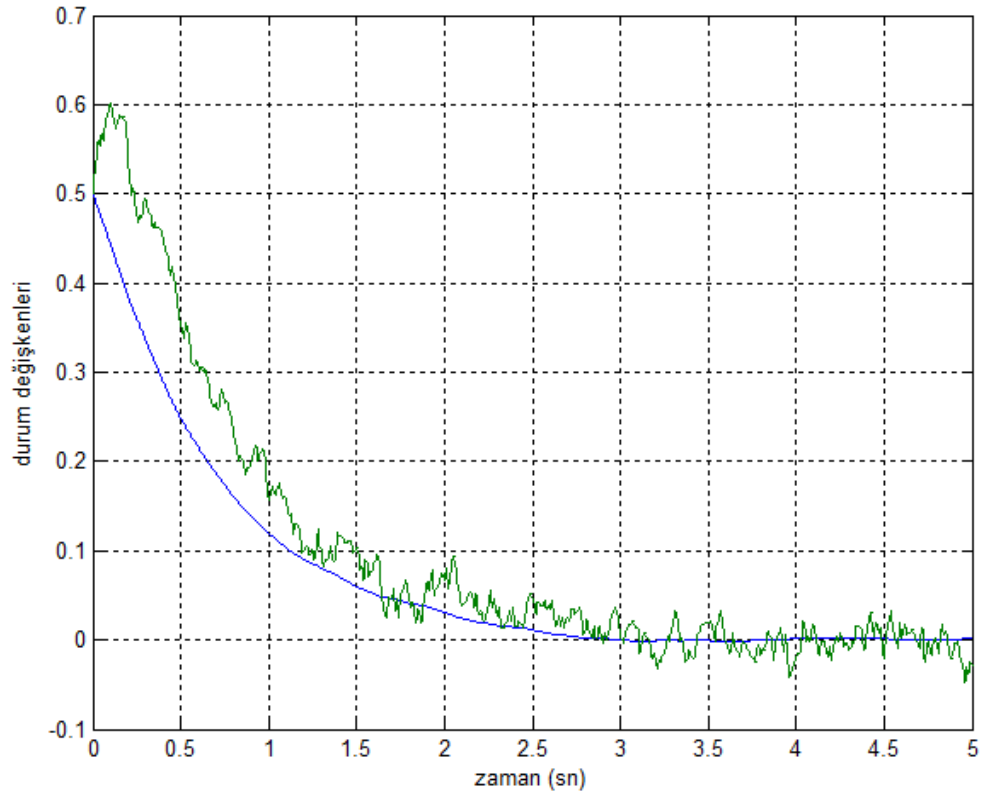
Kontrolörü oluşturmak için, tüm $\theta \in D_{\text{vex}} \times E_{\text{vex}}$ için (3.13), (3.56) ve (3.57)'deki sonlu boyutta LMIs, γ 'yı minimize edecek şekilde ve (3.59) sınırları dikkate alınarak çözülür. Böylece elde edilen değişkenler ile parametreye bağlı A_c, B_c, C_c, D_c kontrolör matrisleri (3.14)'teki gibi elde edilir.

Şekil 3.9’da Van der pol sistemini etkileyen ve ölçülebilen bozucu giriş sinyalleri görülmektedir. Kontrol sisteminin simülasyonu sonucunda, LPV durum geri beslemeli kontrolör ile onunla birleştirilmiş LPV ileri beslemeli kontrolün performansı karşılaştırılmıştır. Şekil 3.10 bozuculara karşı LPV durum geri besleme kontrolörün cevabını göstermektedir. Şekil 3.11, bu kontrolörle birleştirilen LPV ileri beslemeli kontrolörün cevabını göstermektedir.

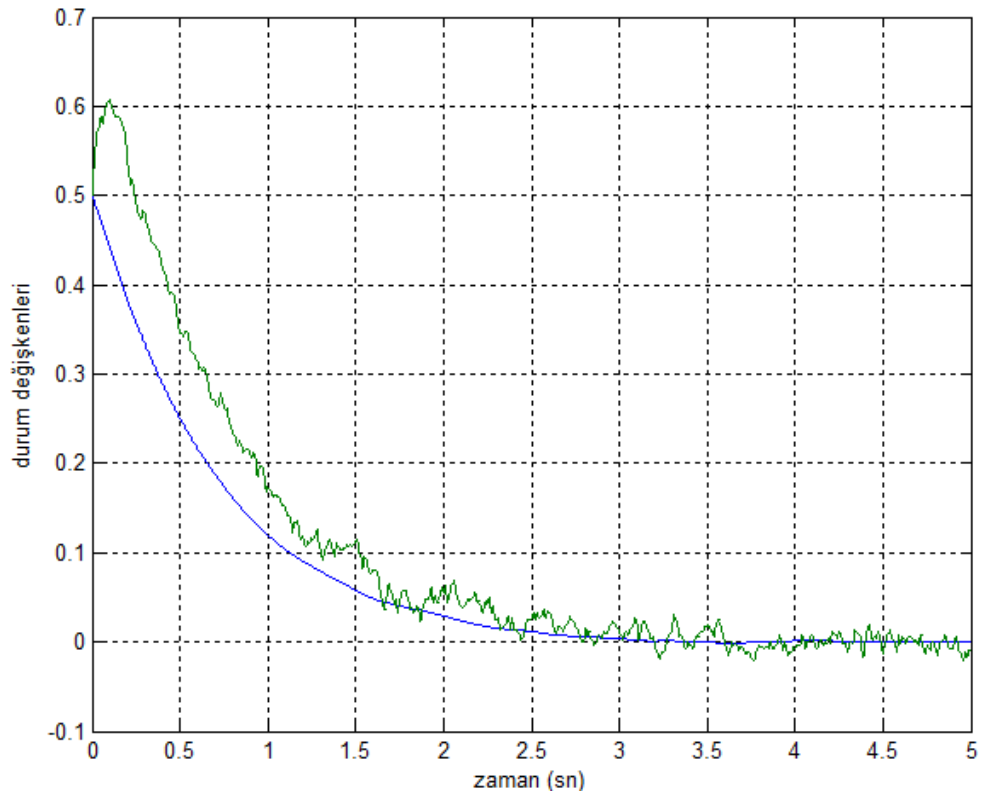
Sonuç olarak; görüldüğü gibi LPV ileri beslemeli kontrolörlü sistem, tek başına LPV durum geri beslemeli kontrolörlü sistemden bozuculara karşı daha performanslıdır. Daha etkin bir şekilde, bozucuların sisteme olan etkisini azaltmıştır. Böylece tasarlanan denetleyicinin uygulanabilirliği bu örnekle daha da pekiştirilmiştir.



Şekil 3.9 Sisteme uygulanan bozucular



şekil 3.10 LPV durum geri besleme kontrol6r6n cevabı



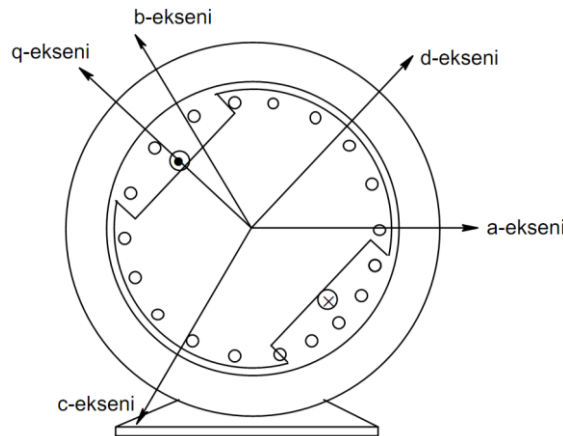
şekil 3.11 LPV durum geri besleme ile birleştirilmiş kontrol6r6n cevabı

KALICI MIKNATISLI SENKRON MOTOR MODELİ İÇİN SİMÜLASYON SONUÇLARI

Elektrik motorlarının arasında PMSM, özellikle şehir trafiği için EV'in tahrik uygulamalarında günümüzde tercih edilmektedir. Bu yüzden literatürde özel bir ilgi alanına sahiptir. Diğer elektrik motorlarıyla karşılaştırıldığında PMSM'un yüksek güç yoğunluğu, etkinliği ve daha küçük boyutlarda olması, bu ilginin nedenleri arasında sayılabilir. Bu bölümde; PMSM'un LPV modellenmesi ile PMSM'un LPV çıkış geri beslemeli ve LPV ileri beslemeli kontrolünün simülasyon sonuçları yer almaktadır. Bu çalışmada kullanılan motor, literatürde çıkıntılı-kutup (salient pole veya interior) Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motor (IPMSM) olarak adlandırılan türdür.

4.1 Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motorun Matematiksel Modellenmesi

IPMSM'un yapısı Şekil 4.1'de verilmiştir. Stator geriliminin uzay vektörü faz gerilimleri cinsinden (4.1)'de ifade edilmiştir. Burada $a = e^{j2\pi/3}$ şeklinde tanımlanmıştır.



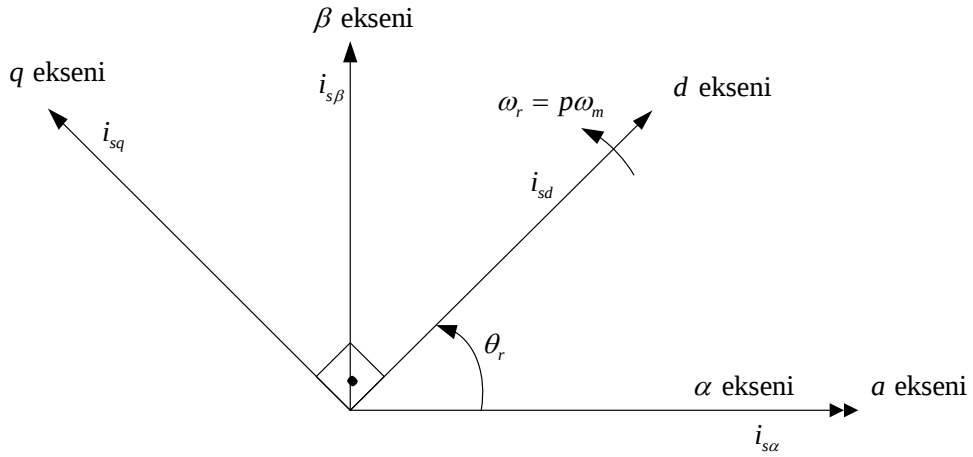
Şekil 4.1 IPMSM'un yapısı [56]

$$\bar{u}_s(t) = \frac{2}{3} (u_{sa}(t) + au_{sb}(t) + a^2 u_{sc}(t)) \quad (4.1)$$

4.1.1 d - q Eksen Sistemi İfadeleri

d - q eksen sistemi, stator değişkenleri statora göre ve rotor değişkenleri rotora göre dönen eksen sistemi olarak tanımlanır. α - β eksen sistemi ise stator değişkenleri statora göre sabit eksen sistemidir. Stator akımları uzay vektörlerinin d - q ve α - β eksen sistemlerinde gösterimi Şekil 4.2'deki gibidir. d ve α reel eksen β ve q imajiner eksen temsil etmektedir. Bu eksen sistemlerinde, reel eksenler ile imajiner eksenler arasındaki açılar doksan derecedir. Stator geriliminin, rotor geriliminin ve stator akısının uzay vektörlerinin d - q eksen sistemindeki ifadelerine bağlı eşitlikleri (4.2)'de ve (4.3)'te gösterilmektedir.

d - q eksen sistemindeki stator gerilimlerinin faz gerilimlerine bağlı ifadeleri (4.4)'te ve d - q eksen sistemindeki stator akımlarının faz akımlarına bağlı ifadeleri (4.5)'te gösterilmektedir.



Şekil 4.2 Stator akımları uzay vektörleri

$$\begin{aligned} \bar{u}_r &= (u_{rd} + ju_{rq})e^{j\theta_r} \\ \bar{i}_r &= (i_{rd} + ji_{rq})e^{j\theta_r} \\ \bar{u}_s &= (u_{sd} + ju_{sq})e^{j\theta_r} \\ \bar{i}_s &= (i_{sd} + ji_{sq})e^{j\theta_r} \end{aligned} \quad (4.2)$$

$$\bar{\lambda}_s = (\lambda_{sd} + j\lambda_{sq})e^{j\theta_r} \quad (4.3)$$

$$\begin{aligned} u_{sd} &= \frac{2}{3}(u_{sa} \cos \theta_r - u_{sb} \cos(\theta_r - 2\pi/3) + u_{sc} \cos(\theta_r - 4\pi/3)) \\ u_{sq} &= -\frac{2}{3}(u_{sa} \sin \theta_r - u_{sb} \sin(\theta_r - 2\pi/3) + u_{sc} \sin(\theta_r - 4\pi/3)) \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\begin{aligned} i_{sd} &= \frac{2}{3}(i_{sa} \cos \theta_r - i_{sb} \cos(\theta_r - 2\pi/3) + i_{sc} \cos(\theta_r - 4\pi/3)) \\ i_{sq} &= -\frac{2}{3}(i_{sa} \sin \theta_r - i_{sb} \sin(\theta_r - 2\pi/3) + i_{sc} \sin(\theta_r - 4\pi/3)) \end{aligned} \quad (4.5)$$

PMSM'un d - q eksen sistemindeki stator gerilimlerinin ifadeleri (4.6)'daki gibidir. d - q eksen sistemindeki akı ifadeleri ise (4.7)'deki gibidir [57], [58], [59] ve [60]. (4.7) ifadesi (4.6)'da yerine konulduğunda (4.8) ifadesi elde edilir. Bu ifadelerin matris olarak gösterimi ise (4.9)'daki gibi elde edilir. Elde edilen bu ifadeler yardımıyla d - q eksen sisteminde PMSM'un eşdeğer devre şeması Şekil 4.3 ile gösterilebilir.

$$\begin{aligned} u_{sd} &= R_s i_{sd} + \frac{d\lambda_{sd}}{dt} - p\omega_m \lambda_{sq} \\ u_{sq} &= R_s i_{sq} + \frac{d\lambda_{sq}}{dt} + p\omega_m \lambda_{sd} \end{aligned} \quad (4.6)$$

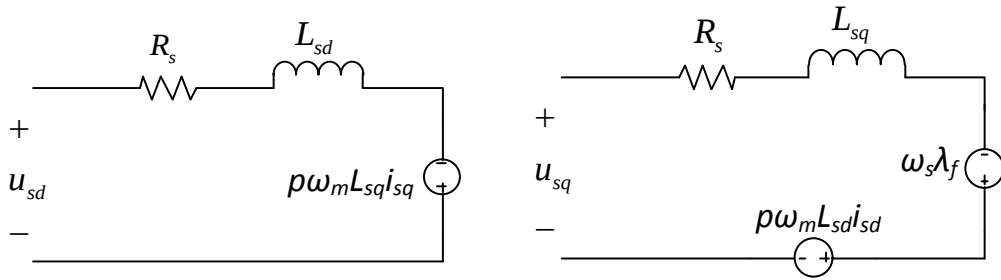
$$\begin{aligned} \lambda_{sd} &= L_{sd} i_{sd} + \lambda_f \\ \lambda_{sq} &= L_{sq} i_{sq} \end{aligned} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} u_{sd} &= R_s i_{sd} + L_{sd} \frac{di_{sd}}{dt} - p\omega_m L_{sq} i_{sq} \\ u_{sq} &= R_s i_{sq} + L_{sq} \frac{di_{sq}}{dt} + p\omega_m L_{sd} i_{sd} + p\omega_m \lambda_f \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} R_s & 0 \\ 0 & R_s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} L_{sd} & 0 \\ 0 & L_{sq} \end{pmatrix} \frac{d}{dt} \begin{pmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -p\omega_m L_{sq} \\ p\omega_m L_{sd} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{pmatrix} \\ &\quad + \begin{pmatrix} 0 \\ p\omega_m \lambda_f \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.9)$$

d - q eksen sisteminde elde edilen tüm bu ifadeler, Şekil 4.2 yardımıyla temel trigonometri özellikleri kullanılarak α - β eksen sisteminde de ifade edilebilir. Bu

çalışmada; kontrolör tasarımı için literatürde yaygın olarak kullanılan d - q eksen sistemi kullanıldığından, α - β eksen sistemindeki ifadeler yer verilmemiştir. Fakat Şekil 4.2’de gösterildiği gibi motorun a fazındaki sensörden alınan ölçümler α eksenile çakışık olduğundan, Bölüm 4.1.2 içerisinde gösterilen α - β eksen sisteminin dönüşüm ifadelerine yer verilmiştir.



Şekil 4.3 a) d eksen sistemindeki b) q eksen sistemindeki eşdeğer devre

$$\begin{aligned} \frac{di_{sd}}{dt} &= -\frac{R_s}{L_{sd}}i_{sd} + p\omega_m \frac{L_{sq}}{L_{sd}}i_{sq} + \frac{1}{L_{sd}}u_{sd} \\ \frac{di_{sq}}{dt} &= -p\omega_m \frac{L_{sd}}{L_{sq}}i_{sd} - \frac{R_s}{L_{sq}}i_{sq} + \frac{1}{L_{sq}}u_{sq} - p\omega_m \frac{\lambda_f}{L_{sq}} \end{aligned} \quad (4.10)$$

PMSM kontrolü için, stator akımları değişkenlerine göre (4.8) veya (4.9) ifadesi yeniden düzenlendiğinde (4.10)’daki gibi stator akımları cinsinden elde edilir. Burada u_{sd} d eksen stator gerilimini, u_{sq} q eksen stator gerilimini, i_{sd} d eksen stator akımını, i_{sq} q eksen stator akımını, R_s stator direncini, L_{sd} d eksen endüktansını, L_{sq} q eksen endüktansını, p kutup çifti sayısını, ω_m rotorun mekanik hızını ve λ_f sabit manyetik akıyı göstermektedir.

PMSM’un moment denklemi ise (4.11) ifadesindeki gibidir, (4.7) eşitliği (4.11) ifadesinde yerine yazıldığında (4.12) ifadesi elde edilir. Hız denklemi ise (4.13)’te ifade edilmiştir. Bu ifade, (4.11) kullanılarak tekrar düzenlendiğinde hız denklemi (4.14) elde edilir. Akı ifadeleri olmaksızın; stator akımları cinsinden hız denkleminin ifade edilebilmesi için, (4.12) ifadesi (4.13) denkleminde yerine yazılır ve bunun sonucunda (4.15) elde edilir.

$$T_e = \frac{3}{2} p (i_{sq} \lambda_{sd} - i_{sd} \lambda_{sq}) \quad (4.11)$$

$$T_e = \frac{3}{2} p (i_{sq} \lambda_f + i_{sd} i_{sq} (L_{sd} - L_{sq})) \quad (4.12)$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{T_e - B\omega_m - T_L}{J} \quad (4.13)$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{3}{2} \frac{p (i_{sq} \lambda_{sd} - i_{sd} \lambda_{sq})}{J} - \frac{B\omega_m}{J} - \frac{T_L}{J} \quad (4.14)$$

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{3}{2} \frac{p (i_{sq} \lambda_f + i_{sd} i_{sq} (L_{sd} - L_{sq}))}{J} - \frac{B\omega_m}{J} - \frac{T_L}{J} \quad (4.15)$$

Vektör kontrolünün temel prensibine dayanılarak $i_{sd} = 0$ kabulü yapılır. Böylece moment ve hız, stator akımının q bileşeni ile kontrol edilir. Bu kabul altında, (4.15) kullanılarak hız ifadesi (4.16)'daki gibi elde edilir. Benzer şekilde moment ifadesi de (4.12) kullanılarak elde edilebilir.

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{3}{2} \frac{p i_{sq} \lambda_f - B\omega_m - T_L}{J} \quad (4.16)$$

4.1.2 Eksen Sistemleri Arasındaki Dönüşümler

4.1.2.1 Park Dönüşümü

Park dönüşümü, α - β eksen sistemindeki stator akım ve gerilim değişkenlerinin d - q eksen sistemine dönüşümü olarak tanımlanır. Bu dönüşüm; gerilim ve akım için (4.17) ve (4.18) ile hesaplanarak yapılmaktadır.

$$\begin{pmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

$$\begin{pmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_r & \sin \theta_r \\ -\sin \theta_r & \cos \theta_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

4.1.2.2 Clarke Dönüşümü

Clarke dönüşümü; a, b ve c fazlarındaki stator akım ve gerilim değişkenlerinin α - β eksen sistemine dönüşümü olarak tanımlanır. Bu dönüşüm; gerilim ve akım için (4.19) ve (4.20) ile hesaplanarak yapılmaktadır.

$$\begin{pmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{-1}{2} & \frac{-1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

$$\begin{pmatrix} i_{s\alpha} \\ i_{s\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{-1}{2} & \frac{-1}{2} \\ 0 & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_{sa} \\ i_{sb} \\ i_{sc} \end{pmatrix} \quad (4.20)$$

4.1.2.3 Ters Park Dönüşümü

Park dönüşümünün tersidir ve α - β eksenindeki gerilim ifadeleri (4.21) ile hesaplanır. Benzer şekilde akım ifadeleri de hesaplanabilir.

$$\begin{pmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r \\ \sin \theta_r & \cos \theta_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

4.1.2.4 Ters Clarke Dönüşümü

Clarke dönüşümünün tersidir. Böylece a, b ve c faz gerilimleri (4.22) ile hesaplanır. Benzer şekilde a, b ve c faz akımları da hesaplanabilir.

$$\begin{pmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} \\ \frac{-1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{s\alpha} \\ u_{s\beta} \end{pmatrix} \quad (4.22)$$

4.1.2.5 (abc)-(d-q) Dönüşümü

a, b ve c faz gerilimlerinden $d-q$ eksen sistemindeki gerilim ifadelerine dönüşüm (4.23)'teki hesaplama ile sağlanır. Benzer şekilde a , b ve c faz akımlarından $d-q$ eksen sistemindeki akım ifadeleri de hesaplanabilir.

$$\begin{pmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos \theta_r & \cos(\theta_r - 2\pi/3) & \cos(\theta_r - 4\pi/3) \\ -\sin \theta_r & -\sin(\theta_r - 2\pi/3) & -\sin(\theta_r - 4\pi/3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

4.1.2.6 (d-q)-(abc) Dönüşümü

$d-q$ eksen sistemindeki gerilim ifadelerinden a , b ve c faz gerilim ifadelerine dönüşüm (4.24)'teki hesaplama ile sağlanır. Benzer şekilde $d-q$ eksen sistemindeki akımlardan; a , b ve c faz akım ifadeleri de hesaplanabilir.

$$\begin{pmatrix} u_{sa} \\ u_{sb} \\ u_{sc} \end{pmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{pmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r \\ \cos(\theta_r + 4\pi/3) & -\sin(\theta_r + 4\pi/3) \\ \cos(\theta_r + 2\pi/3) & -\sin(\theta_r + 2\pi/3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{pmatrix} \quad (4.24)$$

4.2 Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motorunun Kontrol Yöntemleri

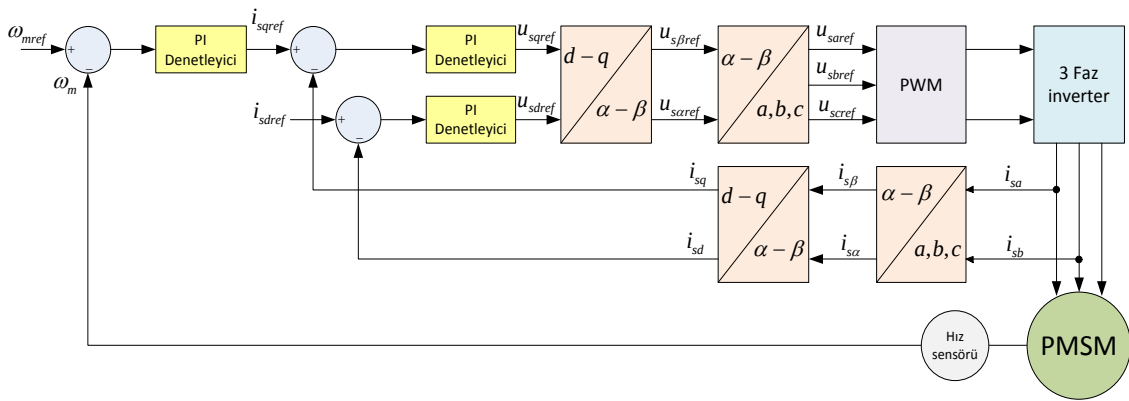
PMSM kontrolünde kullanılan kontrol metotları iki çeşittir. Bunlar, skaler kontrol metodu ve vektör kontrol metodu olarak adlandırılır. Bu kontrol metotlarından skaler kontrol metodu performans olarak düşük ve eski bir metottur. Vektör kontrolü ise performansı yüksek ve günümüzde yaygın olarak kullanılan bir metottur.

4.2.1 Skaler Kontrol Yöntemi (Volt/Hertz)

Skaler kontrol yöntemi, hız kontrolünde kullanılan Volt/Hertz kontrol yöntemi olarak bilinmektedir. Bu kontrol yönteminde kullanılan donanım ucuz ve basittir. Ayrıca kontrol yapısı da karmaşık değildir. Fakat kontrol performansı zayıftır. Bazı yöntemler ile performansı iyileştirmek mümkün olmasına rağmen, bu yöntem vektör kontrollü motor sisteminin performansına ulaşamamıştır.

4.2.2 Vektör Kontrol Yöntemleri

Alternatif akım motorlarının momenti; akı ve akımın etkileşimiyle oluşur. Vektör kontrolünde, moment ve akıyı oluşturan akımın bileşenlere ayrılarak birbirini etkilemeden kontrolü sağlanır. Böylece vektör kontrolü, serbest ikazlı DC motorlarda sağlanan dinamik performansı AC motor kontrolünde de mümkün hale getirmiştir. Alan Yönlendirmeli Kontrol (FOC) ve Doğrudan Moment Kontrol (DTC) literatürde en yaygın olarak kullanılan yöntemlerdir. Bu çalışmada, temel blok şeması Şekil 4.4'te gösterilen FOC yöntemi kullanılmıştır.



Şekil 4.4 Alan yönlendirmeli kontrol blok şeması

4.3 Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motor Modelinin Analizi

4.3.1 $d-q$ Eksen Sisteminde LPV Modelin Elde Edilmesi

PMSM'un LPV kontrolünü gerçekleştirebilmek için, sistemin LPV formda modellenmesi gerekmektedir. $d-q$ eksen sistemindeki bu form, (4.10) ifadesi kullanılarak (4.25)'teki gibi elde edilir. (4.25) ifadesindeki durum uzay matrisleri; (4.26), (4.27), (4.28) ve (4.29) eşitliklerindeki gibi; durum değişkenleri ve kontrol işaretleri ise (4.30) ifadesindeki gibi tanımlanmıştır. Burada A_p sistem matrisi, B_p giriş matrisi ve B_f bozucu vektörü göstermektedir. Ayrıca x durum değişkenlerini ve u kontrol işaretlerini göstermektedir.

$$\begin{aligned}\dot{x} &= A_p(\omega_m)x + B_p u + B_f(\omega_m) \\ y &= C_p x\end{aligned}\tag{4.25}$$

$$A_p(\omega_m) = \begin{pmatrix} -\frac{R_s}{L_{sd}} & p\omega_m \frac{L_{sq}}{L_{sd}} \\ -p\omega_m \frac{L_{sd}}{L_{sq}} & -\frac{R_s}{L_{sq}} \end{pmatrix} \quad (4.26)$$

$$B_p = \begin{pmatrix} \frac{1}{L_{sd}} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_{sq}} \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

$$B_f(\omega_m) = \begin{pmatrix} 0 \\ -\omega_m \frac{\lambda_f}{L_{sq}} \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

$$C_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.29)$$

$$x = \begin{pmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \end{pmatrix}, u = \begin{pmatrix} u_{sd} \\ u_{sq} \end{pmatrix} \quad (4.30)$$

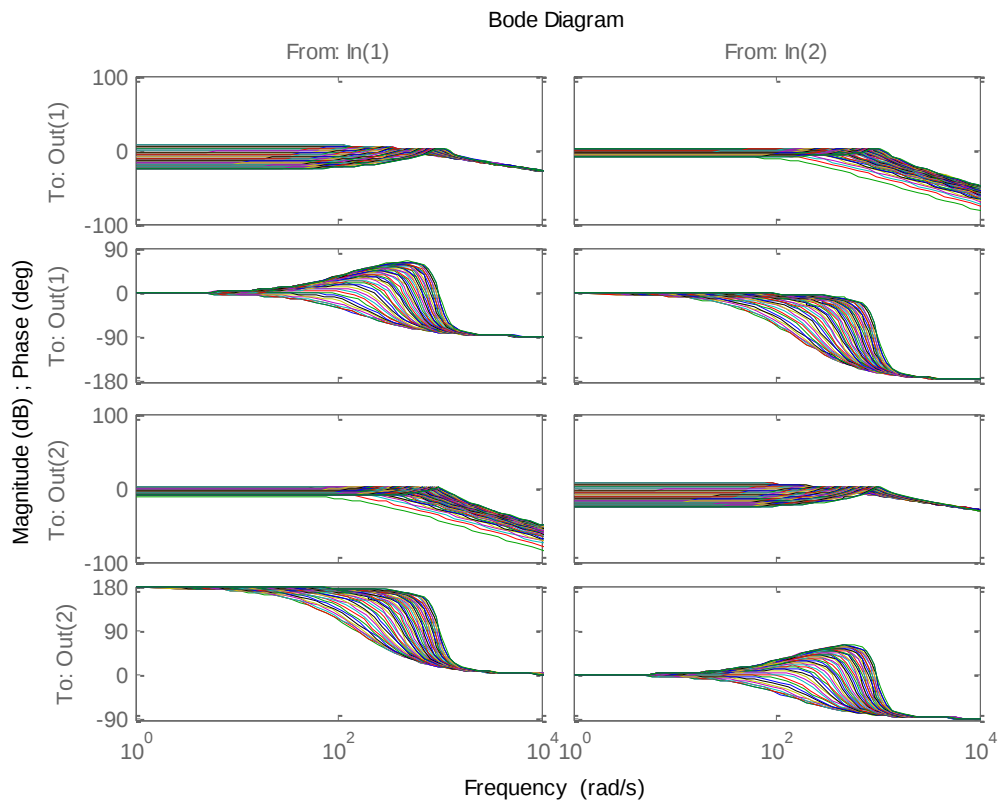
PMSM'un d - q eksen sistemindeki LPV modelin analizini yaparak ω_m parametresinin sisteme olan etkisini inceleyelim. Bunun için daha önce elde edilen (4.25)'teki durum uzay modelini kullanmamız gerekmektedir. Böylece rotor hızının sisteme olan etkisi incelenecektir.

(4.8)'de görüldüğü gibi PMSM modelinin lineer olmayan yapıda olmasının nedeni rotor mekanik hızının stator akımlarıyla çarpım durumunda olmasından kaynaklanmaktadır. Bu duruma göre, motor mekanik hızının sistemi ne kadar etkilediğini tespit etmek için, PMSM'un durum uzay modeli kullanılarak Bode diyagramlarını çizelim. Rotor hızının değişimine göre tüm girişlerden tüm çıkışlara Bode diyagramının değişimi Şekil 4.5'teki gibidir. d eksenindeki stator geriliminden d eksenindeki stator akımına olan Bode diyagramının değişimi ise Şekil 4.6'daki gibi olmaktadır. Bode diyagramı çizilirken rotor hızı beşer beşer artırılarak, 0 ile 2350 rpm arasında değiştirilmiştir. Kullanılan motor parametreleri ise Çizelge 4.1'deki gibidir. Şekil 4.6'da görüldüğü gibi rotor hızı sisteme oldukça fazla lineer olmayan bir yapı katmaktadır. Bu sonuçlardan anlaşılmaktadır ki rotor hızını hesaba katan bir kontrolör tasarlanması gerekmektedir.

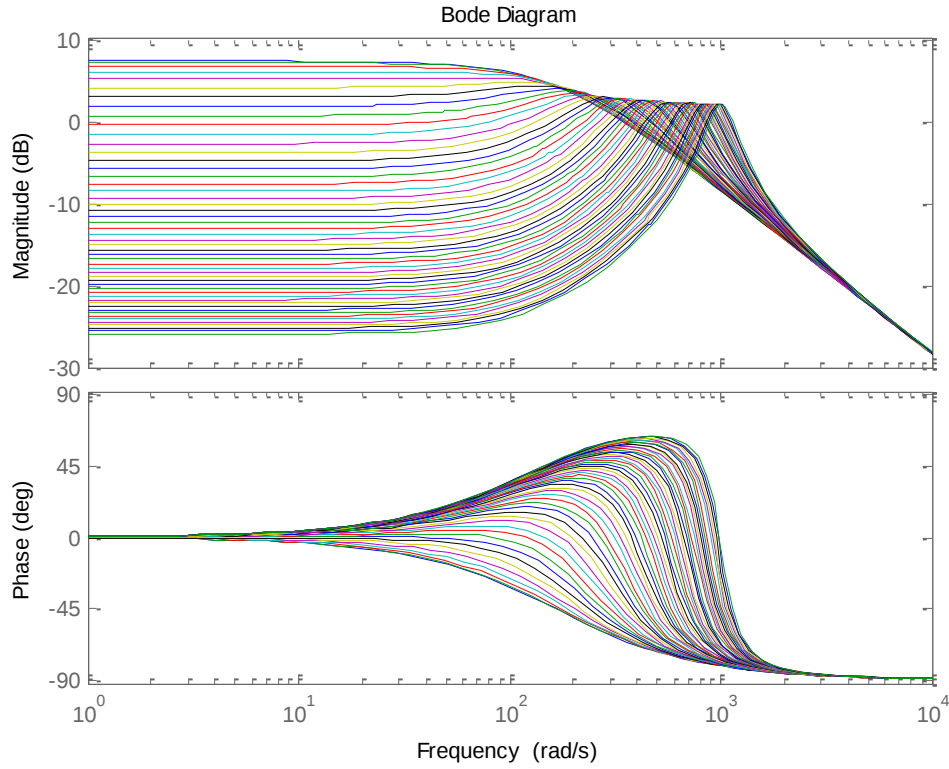
Vektör kontrol yönteminde kullanılan PI denetleyicinin yapısı basit ve maliyeti ucuzdur fakat PI belirli bir çalışma bölgesi için tasarlanabildiğinden her zaman etkili bir kontrol sağlamaz. PMSM'un fazı ve genliği çok fazla değiştiğinden bu kontrolörler yetersiz kalmaktadır. Özellikle yüksek performansın önemli olduğu ileri düzey sistemler için PI denetleyiciler yetersiz kalır. Vektör kontrolünde kullanılan PI denetleyicinin katsayıları Zeigler–Nichols gibi yöntemlerle belirlenebilir.

Çizelge 4.1 Motor parametreleri

R_s	0.4 ohm
L_{sd}	2.6 mH
L_{sq}	3.2 mH
J	0.00013 k.g.m ²
B	0.01 N.m.s
λ	72.25x10 ⁻³ Wb
p	4



Şekil 4.5 PMSM'un açık çevrim bode diyagramı (tüm girişlerden-tüm çıkışlara)



Şekil 4.6 PMSM'un açık çevrim bode diyagramı (birinci girişten birinci çıkışa)

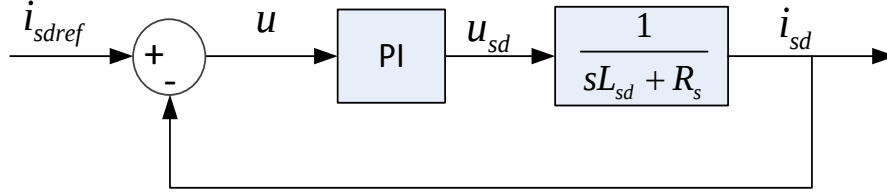
PMSM'u için PI denetleyici, Zeigler–Nichols ve pole assignment (kutup atama) vb. kontrol yöntemlerinin tasarımı; sınırlı çalışma bölgesinde etkili olduğundan ve PMSM'un matematiksel modeli oldukça lineer olmayan bir yapıya sahip olduğundan kontrol performansında düşüşe neden olur. Ayrıca online olarak katsayılarının ayarlanmasına ihtiyaç duyulur.

4.4 Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motorun Klasik Vektör Kontrolünde PI Kontrolü

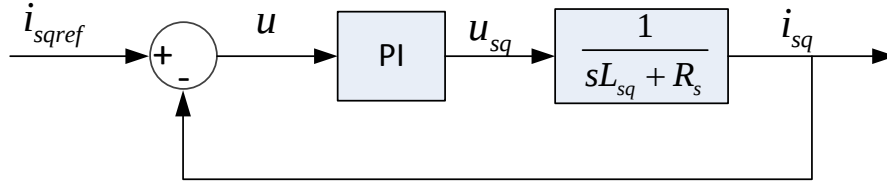
4.4.1 PI Tasarımı ve Kontrolü

(4.8) ifadesi (4.31)'deki gibi Laplace formunda yeniden düzenlenebilir. Bu ifadede görüldüğü gibi lineer tasarım yapılabilmesi için bazı terimler bozucu olarak tanımlanmıştır. Bu bozucu terimleri sıfır olarak varsaydığımızda, kapalı çevrim sistemi Şekil 4.7 ve Şekil 4.8'deki gibi elde edilir. Elde edilen bu kapalı çevrim sistemi için PI tasarımı kolaylıkla yapılabilir. Bu çalışmada PI tasarımı için kutup yerleştirme yöntemi kullanılmıştır.

$$\begin{aligned}
u_{sd} &= R_s i_{sd} + L_{sd} s i_{sd} - \underbrace{p\omega_m L_{sq} i_{sq}}_{\text{bozucu terim}} \\
u_{sq} &= R_s i_{sq} + L_{sq} s i_{sq} + \underbrace{p\omega_m L_{sd} i_{sd} + p\omega_m \lambda_f}_{\text{bozucu terim}}
\end{aligned}
\tag{4.31}$$



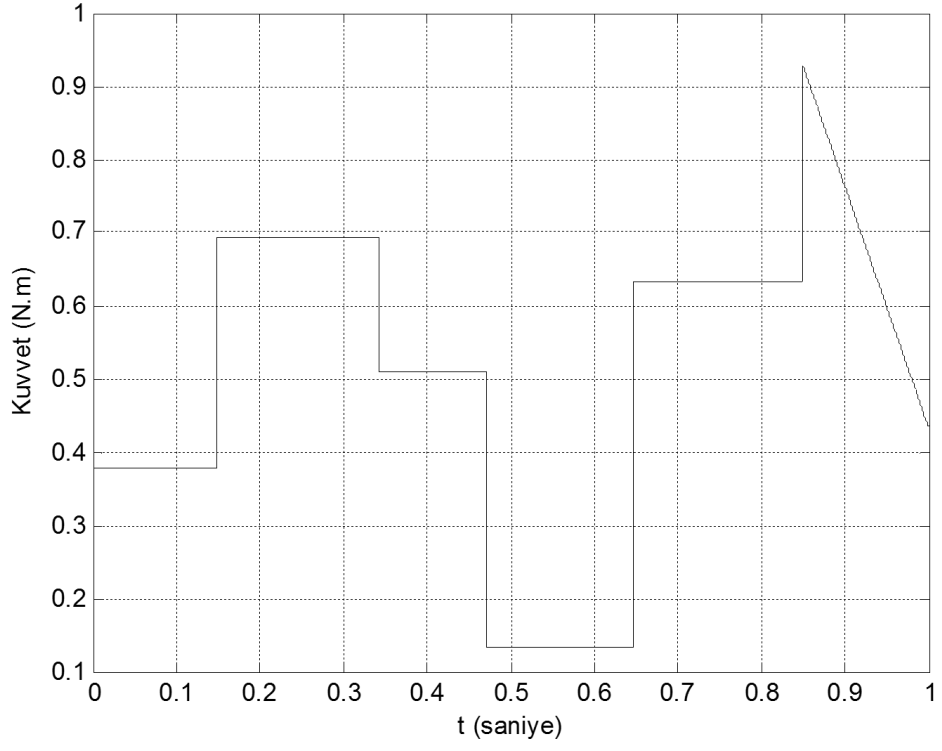
Şekil 4.7 d ekseninde akım kontrolör tasarımının blok şeması



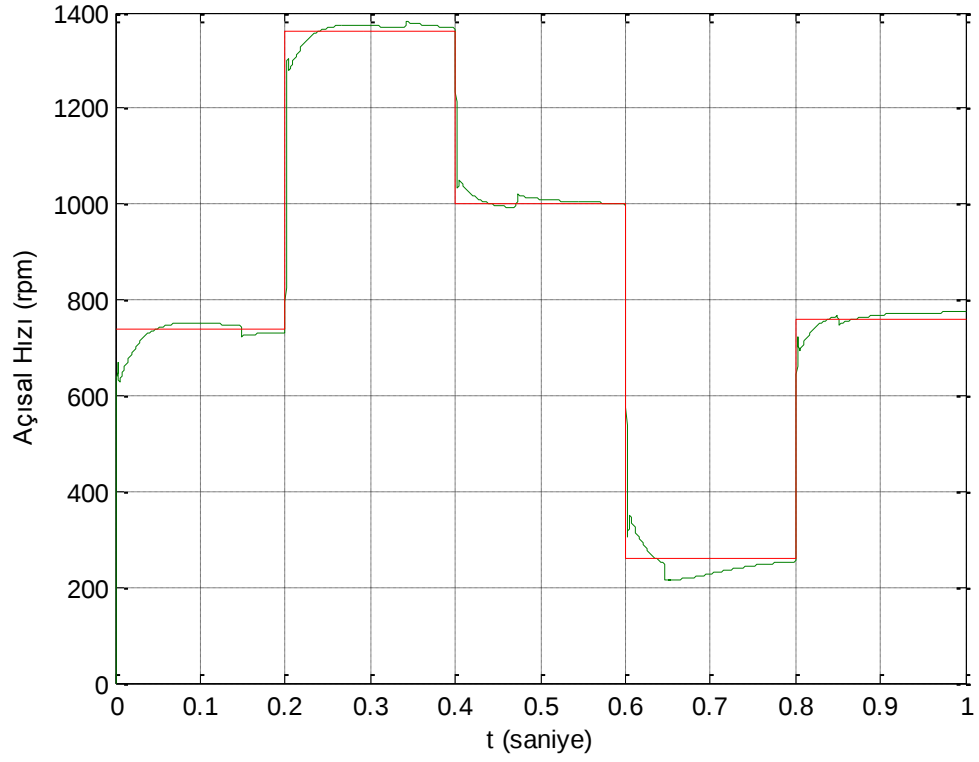
Şekil 4.8 q ekseninde akım kontrolör tasarımının blok şeması

Şekil 4.4'teki FOC tabanlı kontrol sistemi için, tasarlanan PI kontrolörler ile yapılan simülasyon sonucunda, Şekil 4.9'daki yük altında Şekil 4.10'da rotor mekanik hızı görülmektedir. Görüldüğü gibi yüklenme durumlarında, PI kontrolün performansı düşüktür. PI kontrolü esnasında, d - q eksen sisteminde uygulanan kontrol işaretleri Şekil 4.11; a, b ve c fazlarına uygulanan gerilim işaretleri Şekil 4.12 ile gösterilmektedir. a, b ve c eksenindeki akım işaretleri ise Şekil 4.13'te gösterilmektedir. Darbe Genişlik Modülasyonu (PWM) kullanılarak, kontrol sistemine inverter eklenerek tekrar simülasyon gerçekleştirildiğinde, rotor mekanik hızı Şekil 4.14'teki gibi olmaktadır. Görüldüğü üzere PWM eklendiğinde; PI kontrol, hız cevabının performansını daha da düşürmektedir.

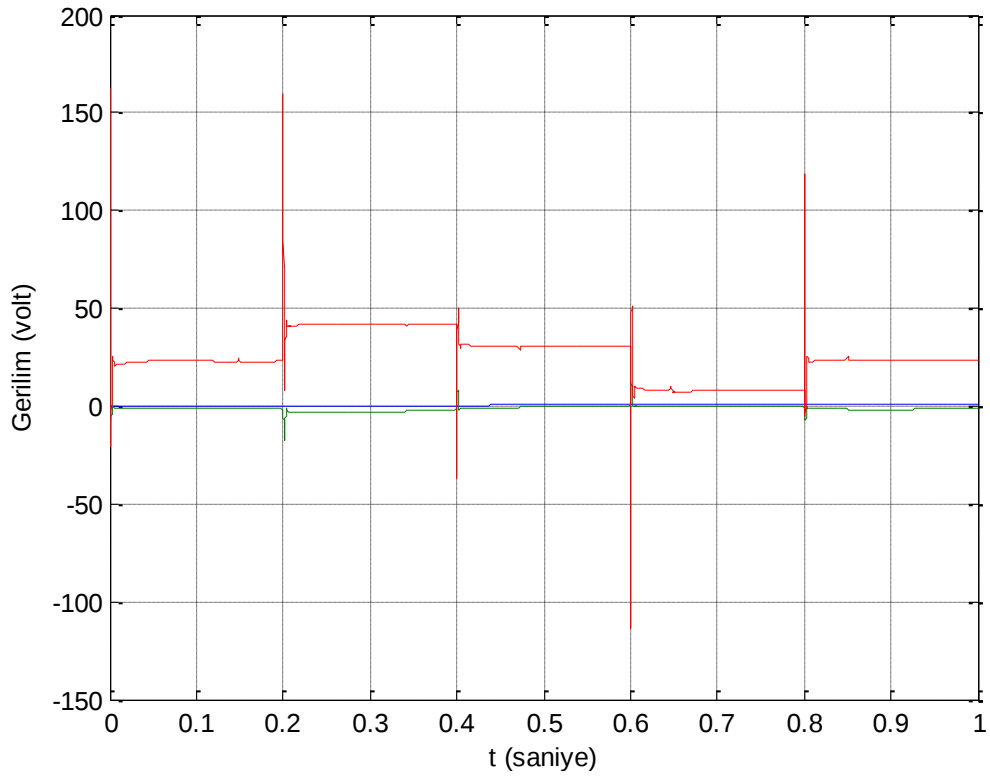
PWM ile gerçekleştirilen kontrol esnasında d - q eksen sisteminde uygulanan kontrol işaretleri Şekil 4.15'teki gibi; a, b ve c fazlarına uygulanan gerilim işaretleri ise Şekil 4.16'daki gibi oluşmaktadır. Ayrıca d - q eksen sistemindeki akım işaretleri Şekil 4.17 ile; a, b ve c eksenindeki akım işaretleri ise Şekil 4.18 ile gösterilmektedir.



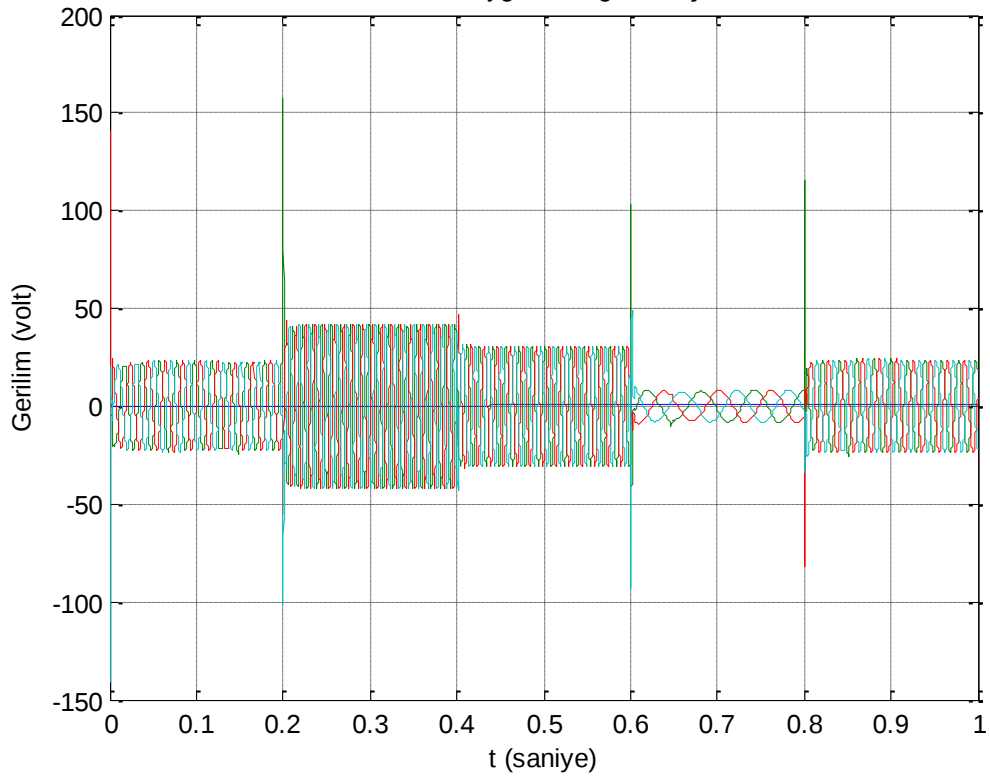
Şekil 4.9 Motor yükü



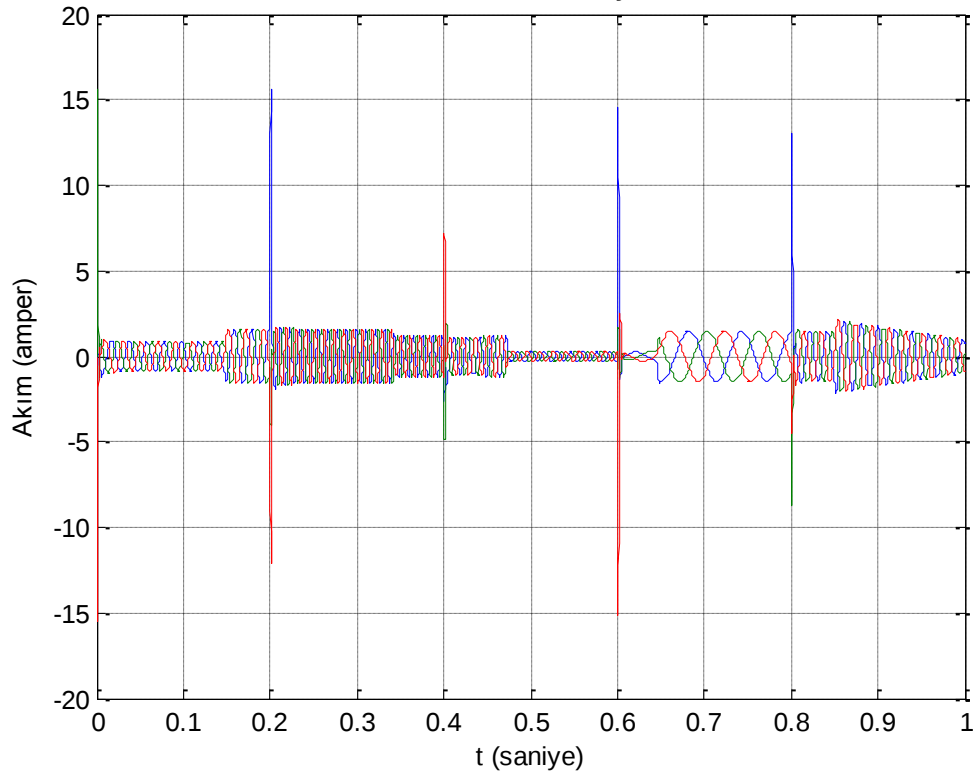
Şekil 4.10 Rotorun mekanik hızı



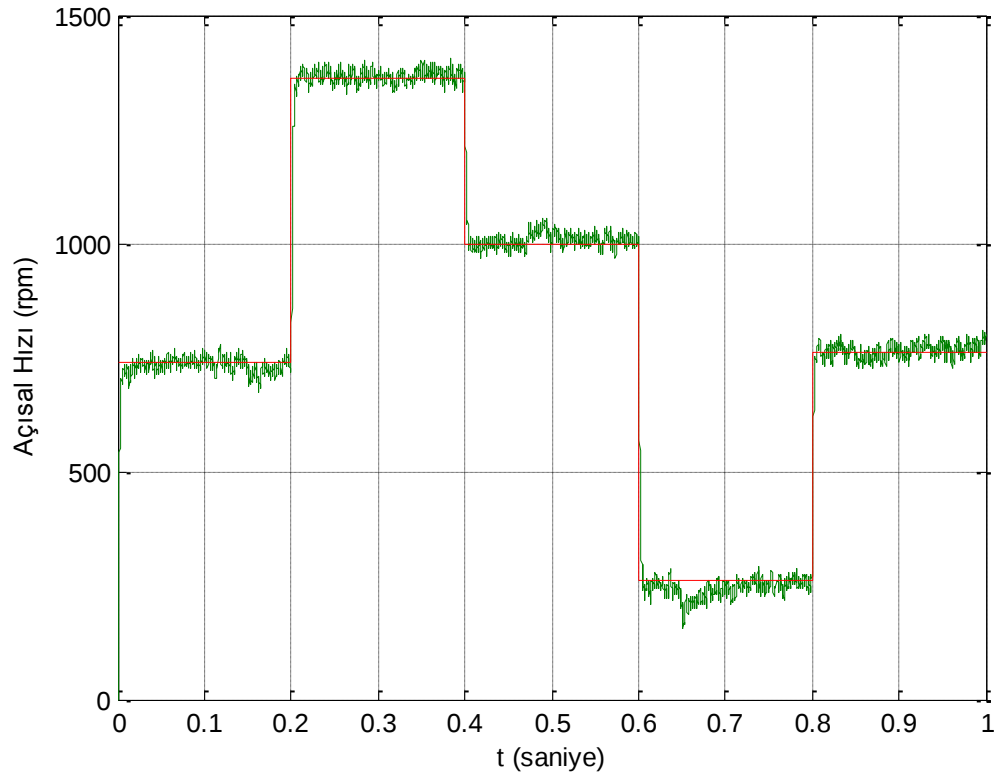
Şekil 4.11 d - q ekseninde uygulanan kontrol işareti



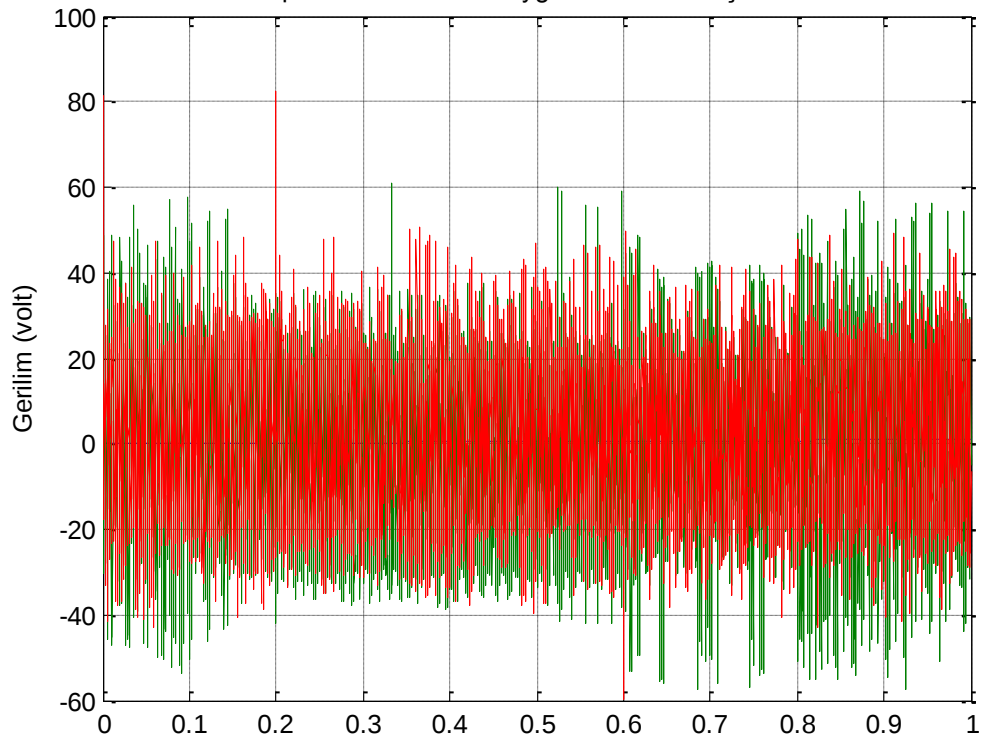
Şekil 4.12 a, b ve c fazlarındaki gerilimlerin değişimi



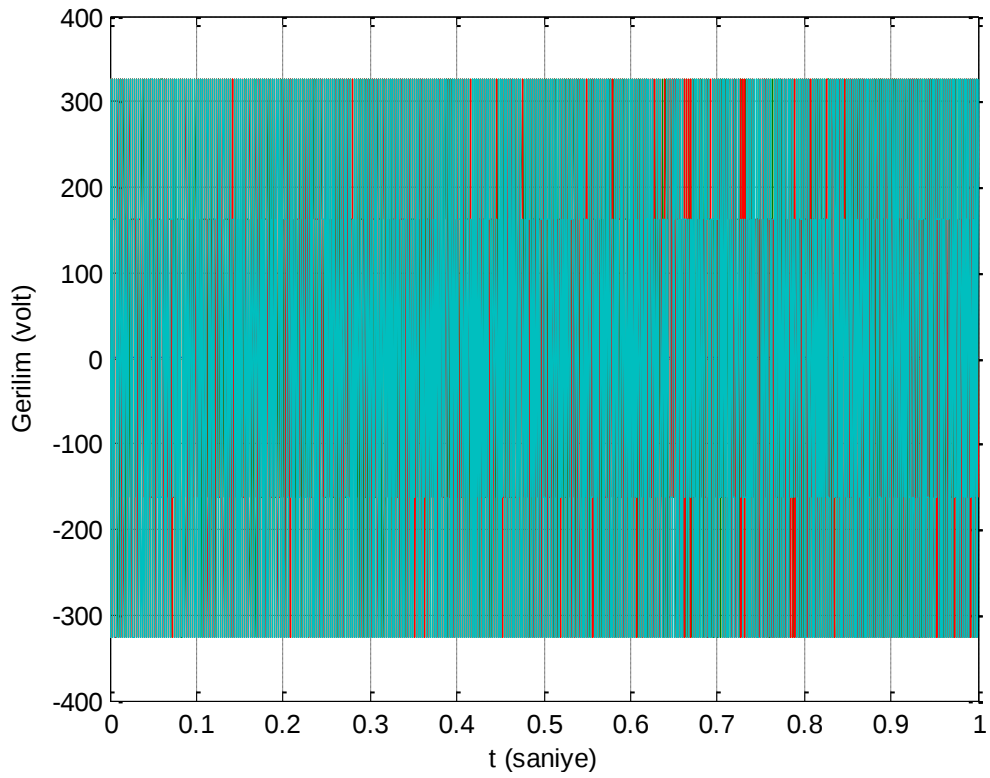
Şekil 4.13 a, b ve c fazlarındaki stator akımların değişimi



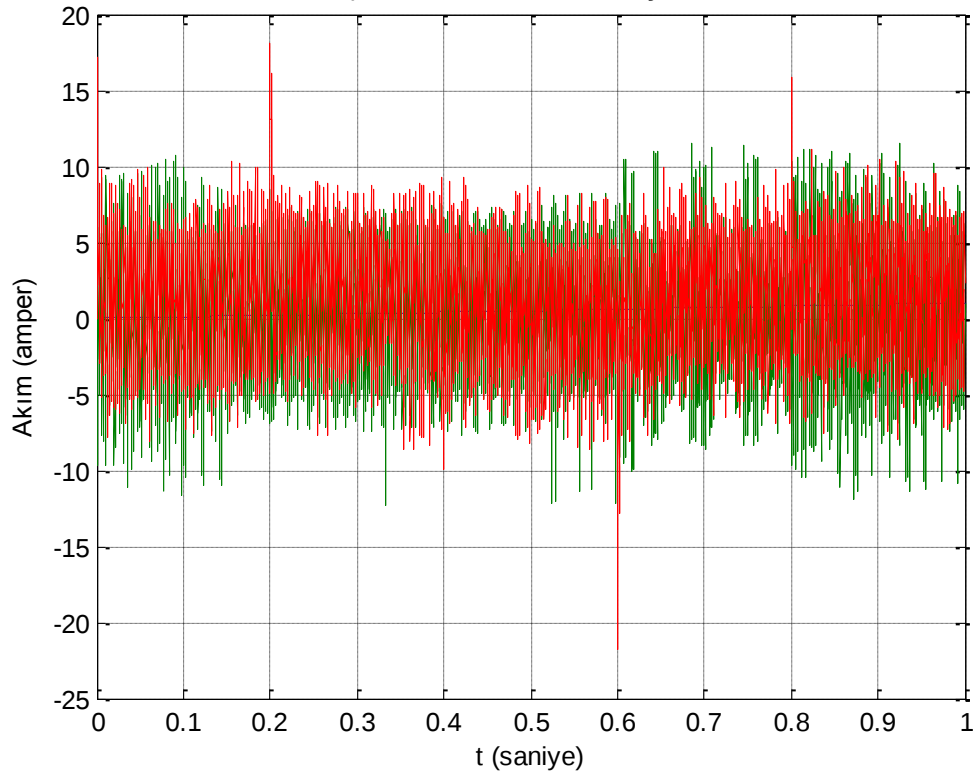
Şekil 4.14 Rotorun mekanik hızı (PWM ile)



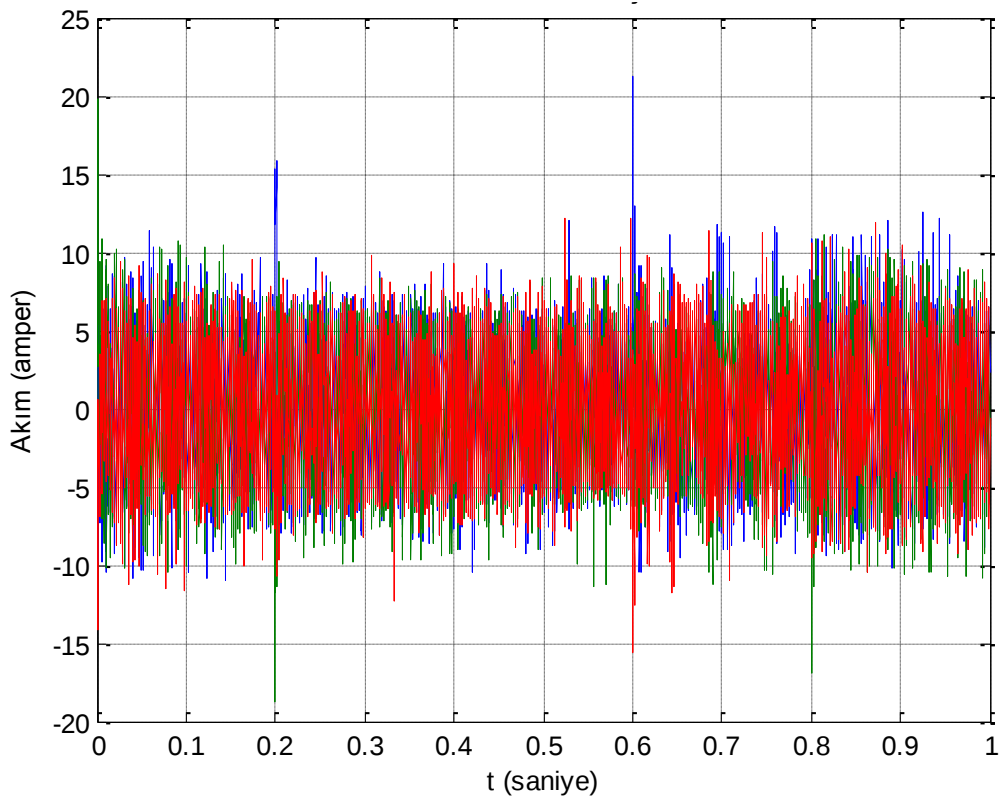
Şekil 4.15 d - q ekseninde uygulanan kontrol işareti (PWM ile)



Şekil 4.16 a, b ve c fazlarındaki gerilimlerin değişimi (PWM ile)



Şekil 4.17 d - q eksen sistemindeki stator akımlarının değişimi (PWM ile)



Şekil 4.18 a, b ve c fazlarındaki stator akımların değişimi (PWM ile)

4.5 Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motorun LPV Kontrolü

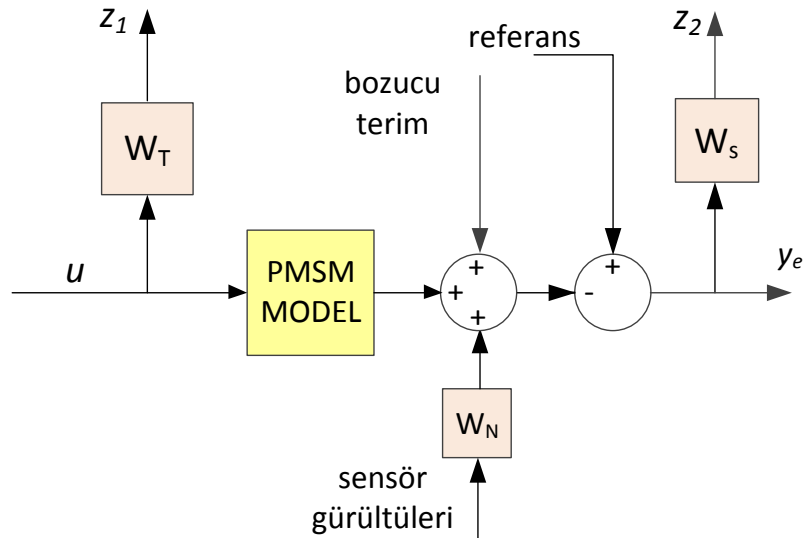
(4.26)'da PMSM modelinin $A(\omega_m)$ matrisini, parametreye bağlı olarak (4.32)'deki gibi affine formda yeniden yazalım. Buradaki A_{p0} ve A_{p1} matrisleri (4.33) ve (4.34) ile ifade edilmiştir.

Tasarım için oluşturulan açık çevrim blok diyagramı Şekil 4.19'da verilmiştir. Bu blok diyagramı, kontrol yapıları, filtreler ve PMSM modeli kullanılarak kontrol sisteminin (3.1)'deki genelleştirilmiş sistem matrisleri elde edilir.

$$A_p = A_{p0} + \omega_m A_{p1} \quad (4.32)$$

$$A_{p0} = \begin{pmatrix} -\frac{R_s}{L_{sd}} & 0 \\ 0 & -\frac{R_s}{L_{sq}} \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

$$A_{p1} = \begin{pmatrix} 0 & p \frac{L_{sq}}{L_{sd}} \\ -p \frac{L_{sd}}{L_{sq}} & 0 \end{pmatrix} \quad (4.34)$$



Şekil 4.19 Açık çevrim genelleştirilmiş sistem yapısı

Şekil 4.19’da görüldüğü gibi kontrol sisteminin girişinde ve çıkışında W_s ve W_T filtreleri kullanılmıştır. Tasarım için belirlenen filtreler ve filtrelerin durum uzay modelleri (4.35) ve (4.36) ile ifade edilmiştir.

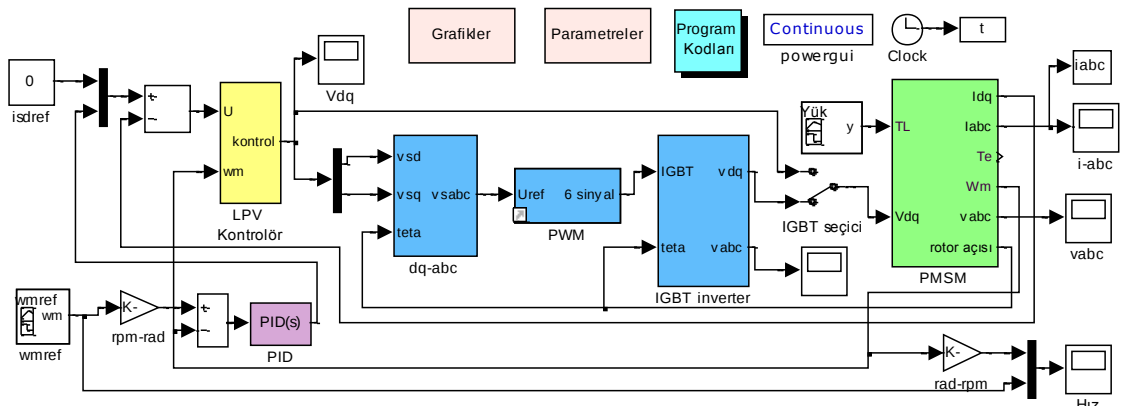
Burada, filtre tasarımı çok önem arz etmektedir. Filtrelerin belirlenmesi için belirli bir yöntem olmadığından, yanlış filtre seçimi sistemi kararsızlığa götürebilir.

$$W_T = \frac{0,005}{s+0,005} \quad (4.35)$$

$$W_s = \frac{200}{s+0,05}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_T &= A_T x_T + B_T u & \dot{x}_s &= A_s x_s + B_s y_e \\ z_1 &= C_T x_T + D_T u & z_2 &= C_s x_s + D_s y_e \end{aligned} \quad (4.36)$$

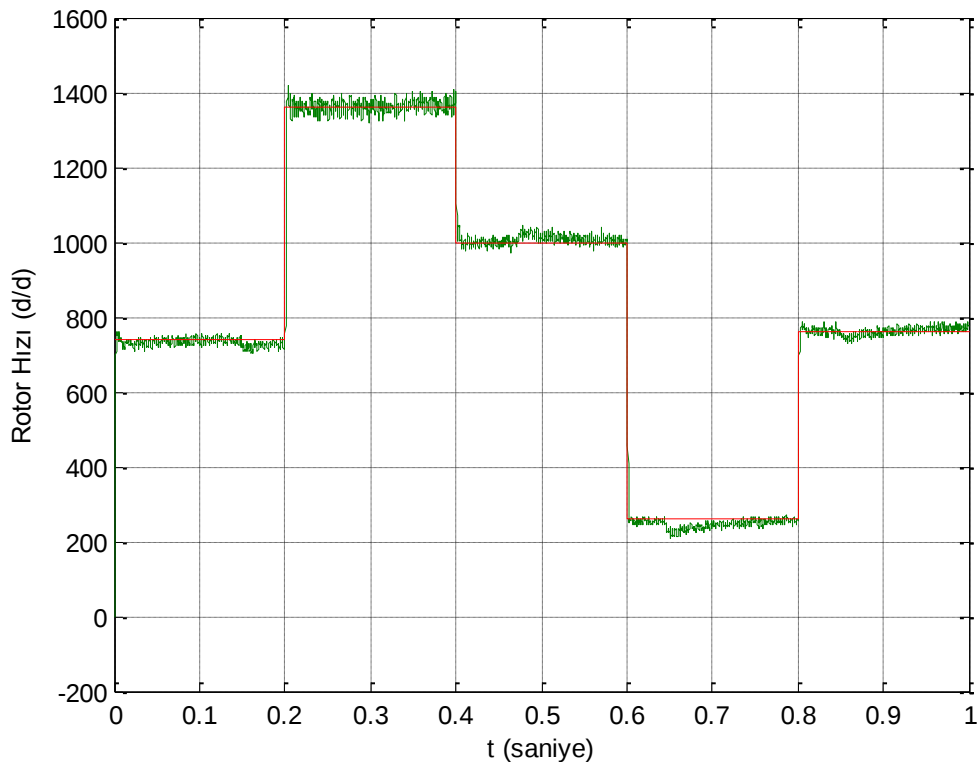
[17] koşulları ile birlikte (2.70) ve (2.71) LMIs γ ’yı minimize edecek şekilde çözüldüğünde, (2.74) yardımıyla A_c, B_c, C_c, D_c kontrolör matrisleri elde edilir. MATLAB™, SEDUMI ve YALMIP kullanılarak yapılan hesaplamalar sonucunda, kontrolörü oluşturulan tüm matrisler elde edilmiştir. Bu matrislerle elde edilen LPV kontrolörün adapte edildiği PMSM kontrol sisteminin blok diyagramı MATLAB™ Simulink’te Şekil 4.20’deki gibi oluşturulmuştur. Bu kontrol sistemi Şekil 4.4’te gösterildiği gibi klasik FOC tabanlıdır. Bu klasik FOC’da $d-q$ eksen sistemindeki stator akımları için kullanılan PI kontrolörlerin yerine LPV kontrolör kullanılmıştır. Tasarlanan LPV kontrolör, motorun rotor hızına bağlı olarak değişmektedir.



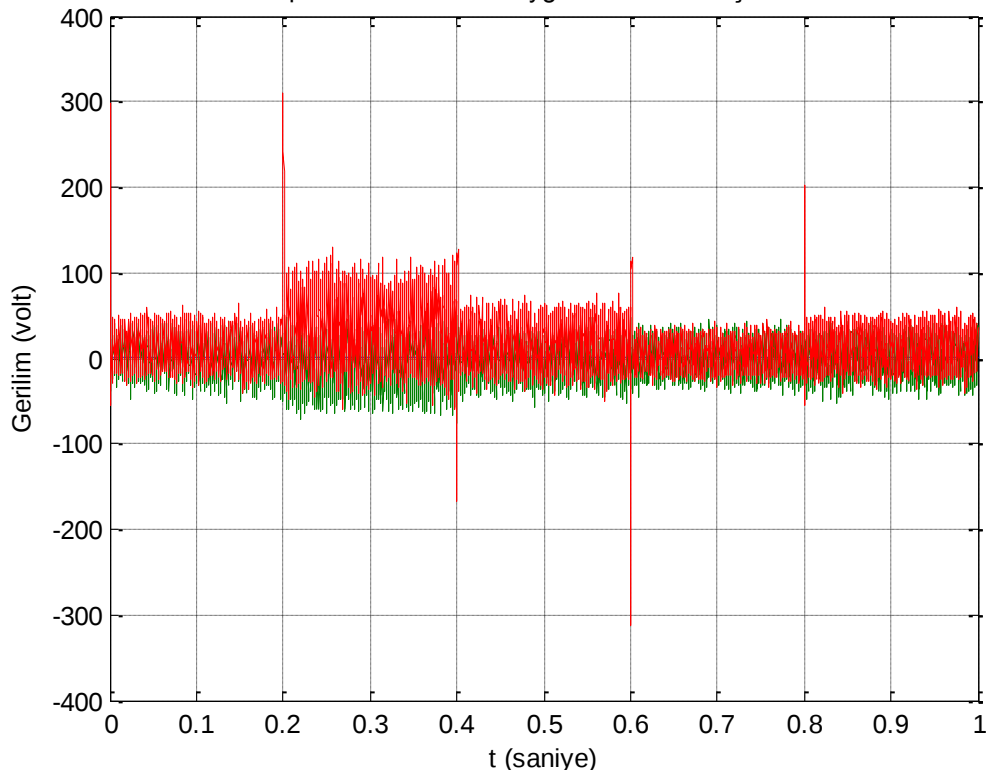
Şekil 4.20 LPV kontrol sisteminin Simulink modeli

Yapılan simülasyonda, motor yükü Şekil 4.9'daki gibidir. Bu yük altında Şekil 4.21'de rotorun mekanik hızı görülmektedir. Motor yükü sürekli değişmesine rağmen, rotor hızı verilen referans değerine hızla erişmektedir ve kontrol sisteminin yüzde aşımı azdır. Bu yüzden PI kontrolünün sonucunda elde edilen hız cevabına göre daha performanslıdır. Örneğin; Şekil 4.9'daki 0.65 saniye sonra motor yükünün artması esnasında düşük hızda kontrolün sağlanması bakımından, Şekil 4.14'te gösterilen PI kontrol cevabına göre oldukça başarılıdır. Yük değişimlerine karşı daha hızlı cevap vermektedir ve PI kontrolüne göre referansa daha yakın cevap elde edilmektedir. Motor yüklenmelerine karşı kontrol sisteminin performansı PI kontrolüne göre daha az düşmektedir. Tüm bunların sonucunda, LPV kontrol performansı daha yüksek olduğu görülmektedir.

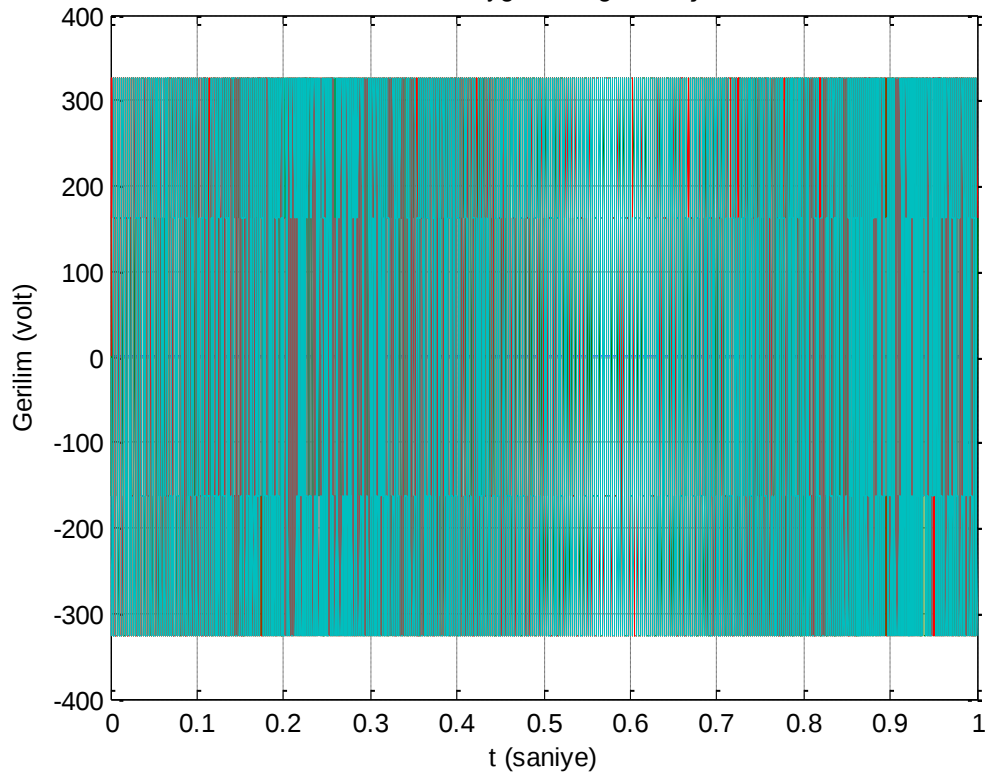
Kontrol esnasında d - q eksen sisteminde uygulanan kontrol işaretleri Şekil 4.22'de; a, b ve c fazlarına uygulanan gerilimler Şekil 4.23'te gösterilmektedir. d - q eksen sisteminde akım işaretlerinin değişimi Şekil 4.24'te; a, b ve c fazlarındaki akım işaretlerinin değişimi ise Şekil 4.25'te gösterilmektedir.



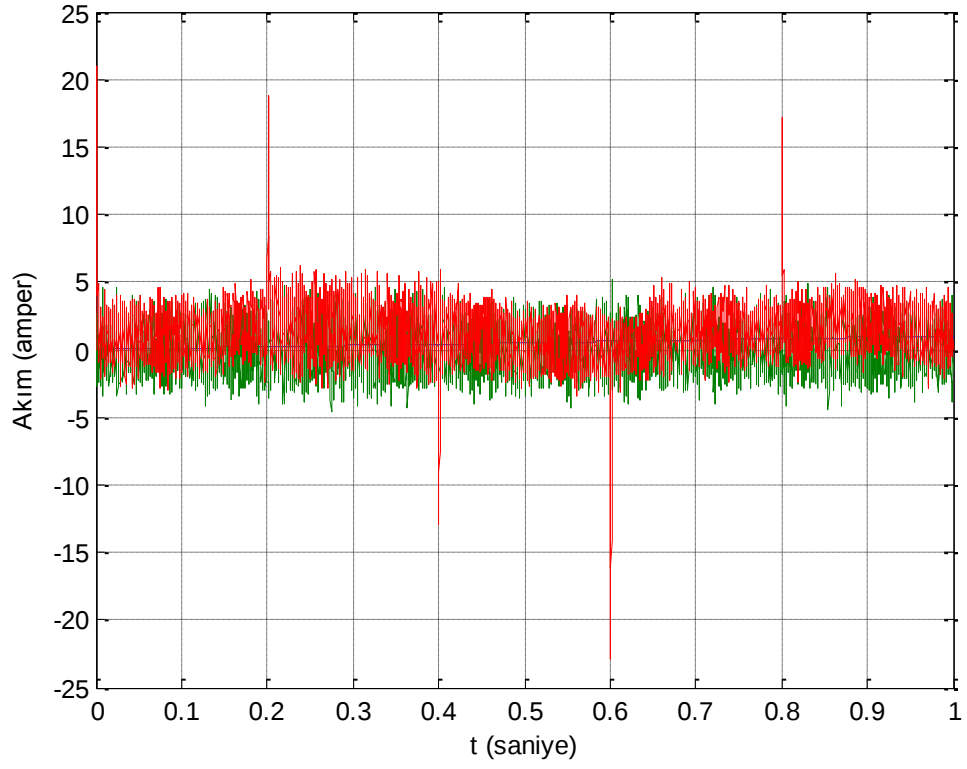
Şekil 4.21 Rotorun mekanik hızı (PWM ile)



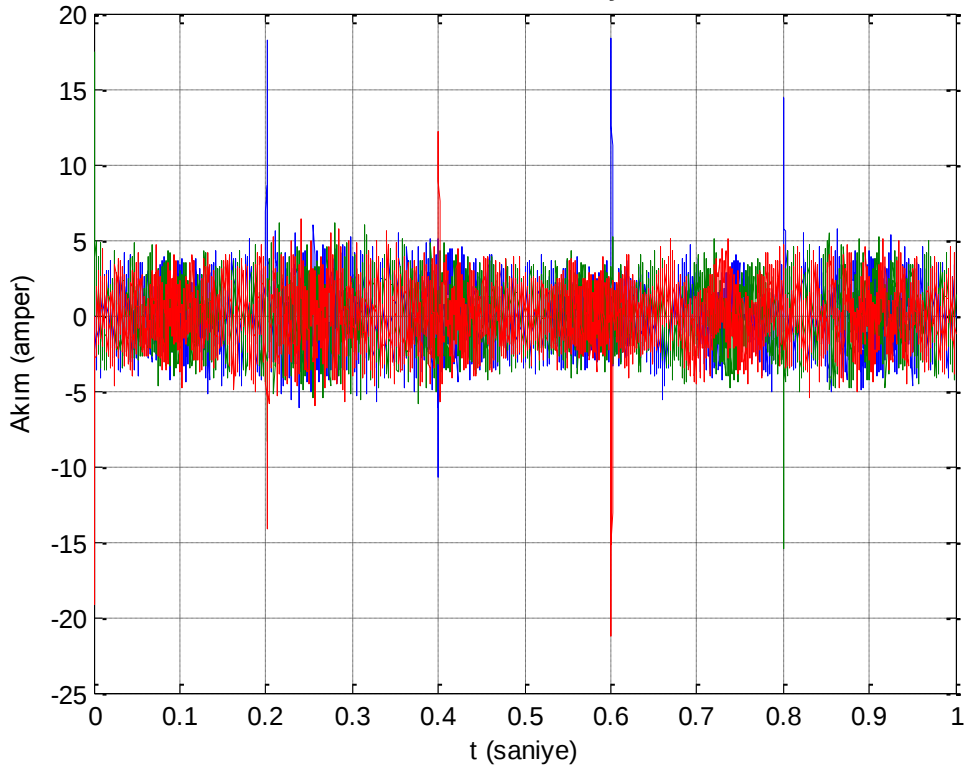
Şekil 4.22 d - q ekseninde uygulanan kontrol işareti (PWM ile)



Şekil 4.23 a, b ve c fazlarındaki gerilimlerin değişimi (PWM ile)



Şekil 4.24 Motorun d - q eksen sistemindeki stator akımlarının değişimi (PWM ile)



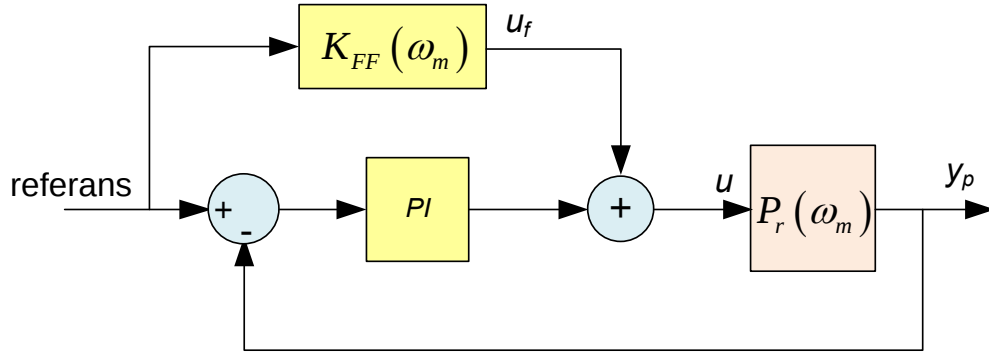
Şekil 4.25 a, b ve c fazlarındaki stator akımların değişimi (PWM ile)

4.6 Kalıcı Mıknatıslı Senkron Motorun LPV İleri Beslemeli Kontrolü

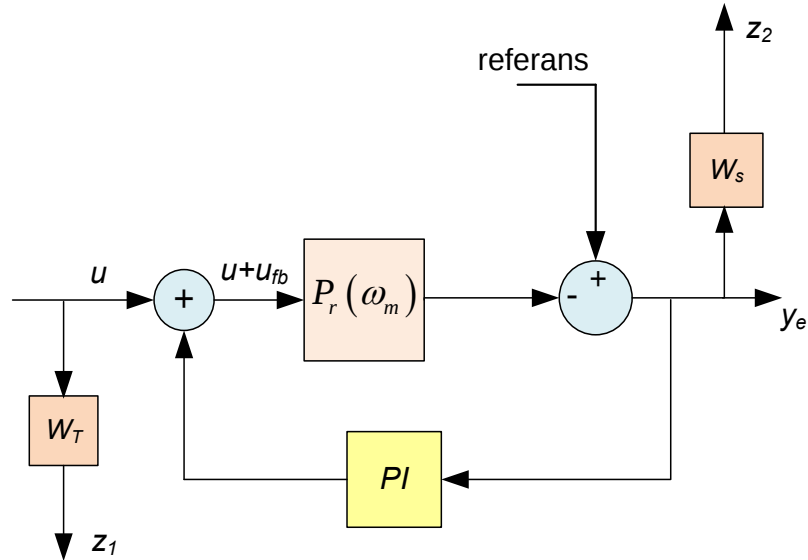
PMSM'un LPV ileri beslemeli kontrolör tasarımı için, Şekil 4.26'daki blok diyagramında gösterilen ve (3.3) formuna sahip $K_{FF}(\omega_m)$ kontrolörü tasarlanacaktır. Burada, parametreye bağlı $P_r(\omega_m)$ PMSM modelini göstermektedir.

Rotorun mekanik hızını gösteren ω_m parametresinin rad/sn cinsinden alt ve üst sınırları (4.37)'deki gibidir.

$$\omega_m(t) \in [0 \ 250] \ \forall t \in [0 \ \infty) \quad (4.37)$$



Şekil 4.26 PMSM'un LPV ileri beslemeli kontrol sisteminin kapalı çevrimi



Şekil 4.27 PMSM kontrol sisteminin geliştirilmiş sistem yapısı

Durum uzay ifadeleri (4.39)'daki gibi olan (4.38)'deki filtrelerin kesim frekansları 1 ve 0.09 rad/sn olarak seçilmiştir. Çıkış filtresi kapalı çevrim bant genişliğini istenilen

değerde tutmak ve tamamlayıcı hassaslık fonksiyonunu şekillendirmek için kullanılırken, giriş filtresi düşük frekansta tutulur. Kullanılan PI kontrolörünün durum uzay modeli (4.40)'teki gibi ve PMSM modelinin parametreye bağlı $A(\omega_m)$ matrisi (4.41)'deki gibi affine olarak tanımlanmıştır.

$$W_s = \frac{1}{s+1}, \quad W_T = \frac{0,09}{s+0,09} \quad (4.38)$$

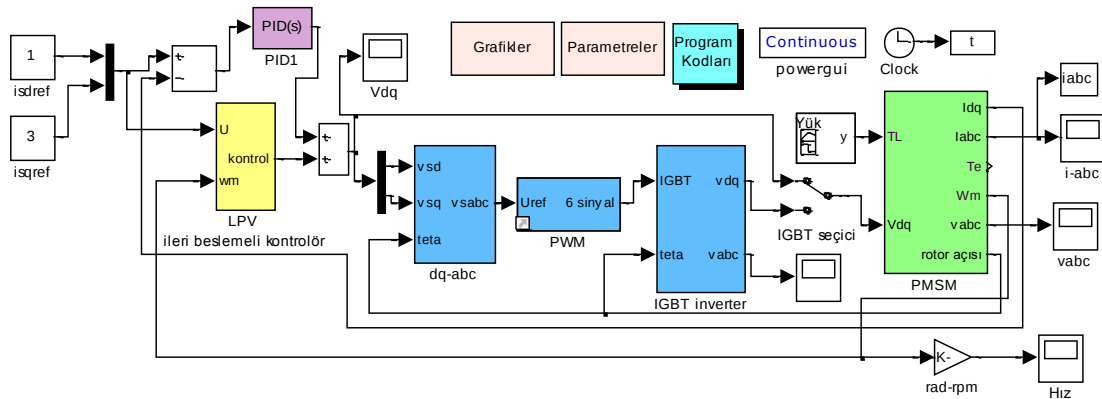
$$\begin{aligned} \dot{x}_T &= A_T x_T + B_T u_f & \dot{x}_s &= A_s x_s + B_s y_e \\ z_1 &= C_T x_T + D_T u_f & z_2 &= C_s x_s + D_s y_e \end{aligned} \quad (4.39)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_{PI} &= b_{PI} y_e \\ y_{FB} &= c_{PI} x_{PI} + d_{PI} y_e \end{aligned} \quad (4.40)$$

$$A(\omega_m) = A_0 + \omega_m A_1 \quad (4.41)$$

(3.26), (3.56) ve (3.57) LMI problemi çözülerek, (3.14)'teki hesaplamalar ile kontrolör matrisleri elde edilir.

Bu kontrol sisteminde, hız kontrolü olmaksızın d ve q eksenindeki stator akımlarının kontrolü sağlanmıştır. d eksenindeki stator akımının referansı 10 Amper ve q eksenindeki stator akımının referansı 5 Amper değerindedir.



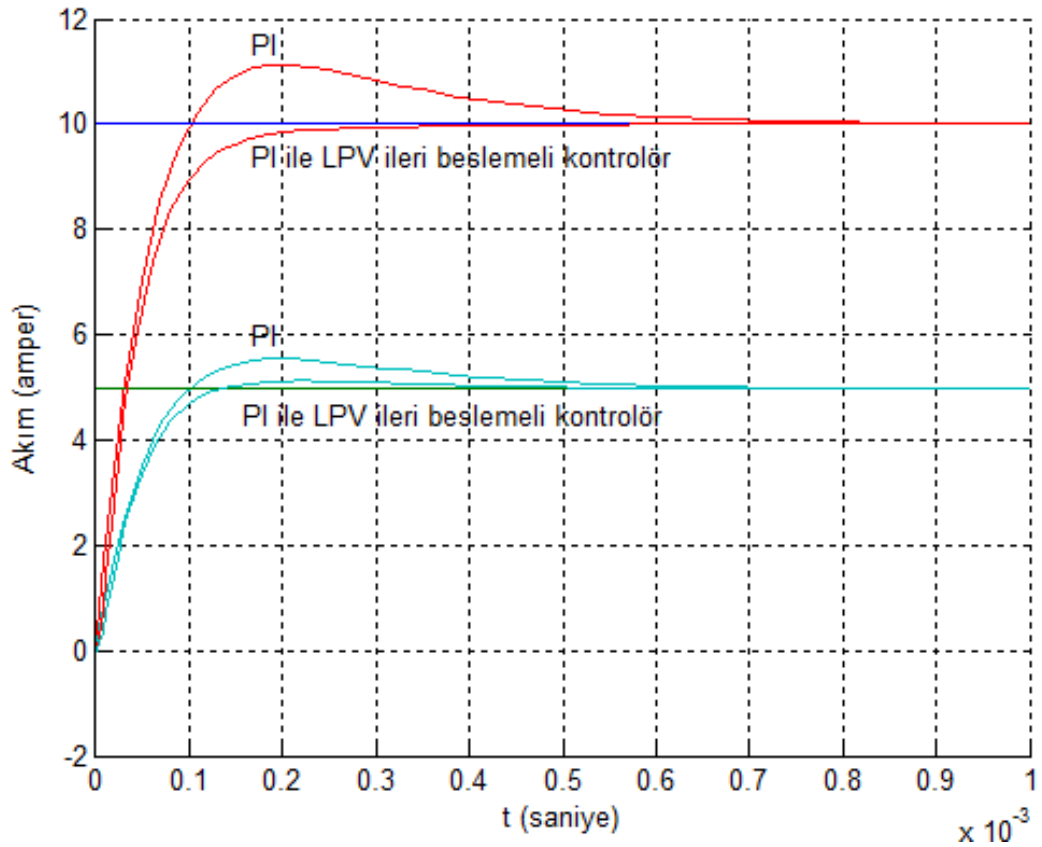
Şekil 4.28 PMSM'un LPV ileri beslemeli kontrol sisteminin simulink modeli

MATLAB simulink'te oluşturulan Şekil 4.28'deki blok yardımıyla gerçekleştirilen simülasyon sonucunda; geri beslemeli PI kontrolör ile elde edilen ve LPV ileri beslemeli kontrolörün birleştirmesiyle elde edilen d - q eksen sistemindeki stator akımlarının

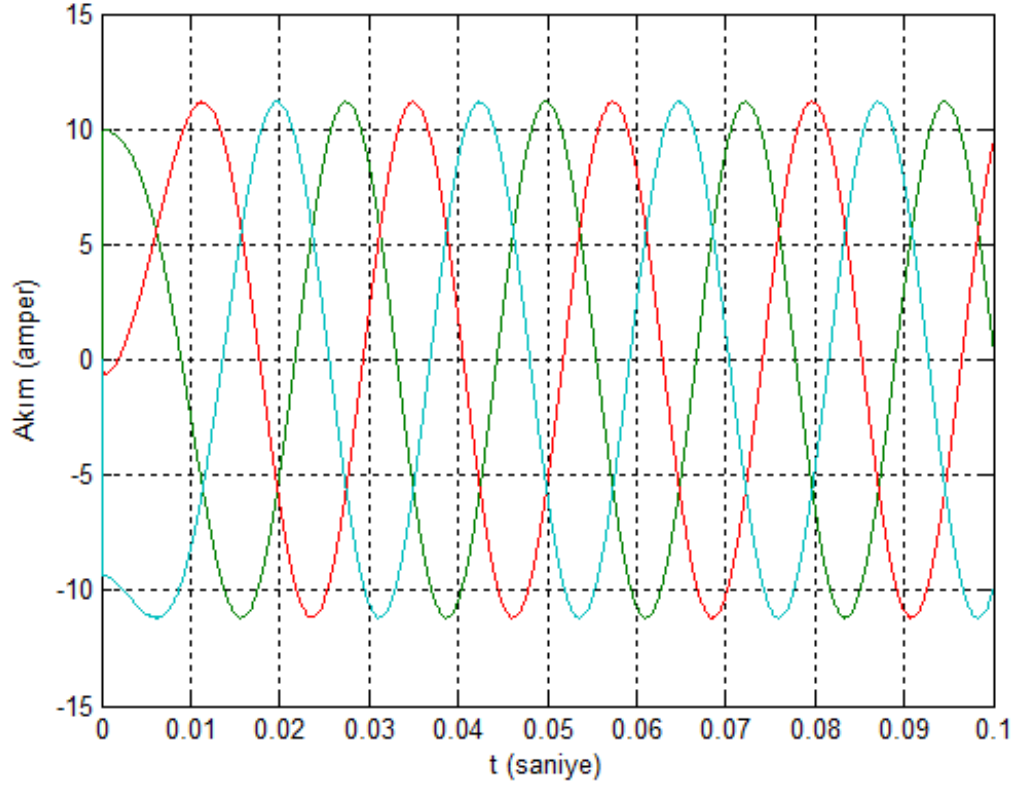
değişimi Şekil 4.29'daki gibidir. a, b ve c fazlarındaki stator akımlarının değişimi ise Şekil 4.30'daki gibidir.

Şekil 4.29'daki karşılaştırmadan görüldüğü üzere, tek başına PI kontrolünün verdiği yüksek aşım miktarı ve yerleşme zamanı, PI ile birleştirilmiş LPV ileri beslemeli kontrol yöntemi uygulandığında iyileşmektedir. Tasarlanan kontrolör ile yüksek aşım miktarı giderilmiş ve yerleşme zamanı kısaltılmıştır. Bunun sonucu olarak, tasarlanan kontrolör kontrol sisteminin performansını artırmaktadır.

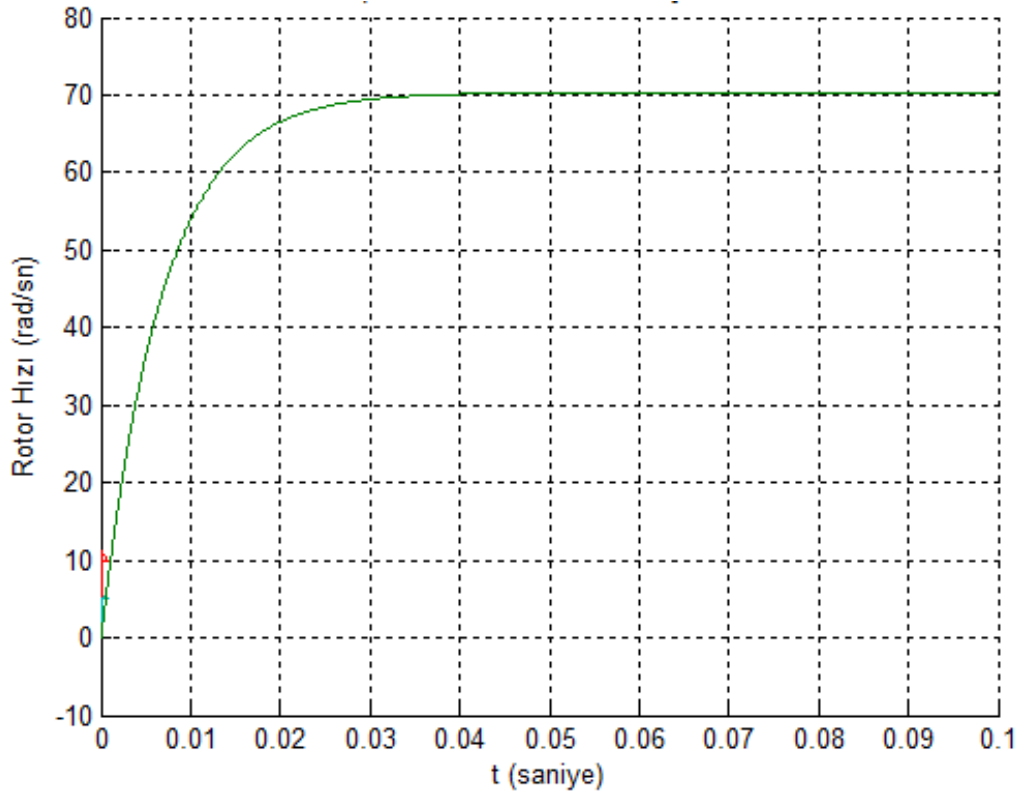
Stator akımlarının LPV ileri beslemeli kontrolü esnasında değişen rotor hızı Şekil 4.31'deki gibi değişmektedir. Rotor hızı stator akımları ile değiştiğinden ve stator akımlarının kontrolü sağlandığından dolayı, rotor hızı sabit bir hız değerine belli bir süre sonra erişmektedir.



Şekil 4.29 d-q eksen sistemindeki stator akımlarının değişimi



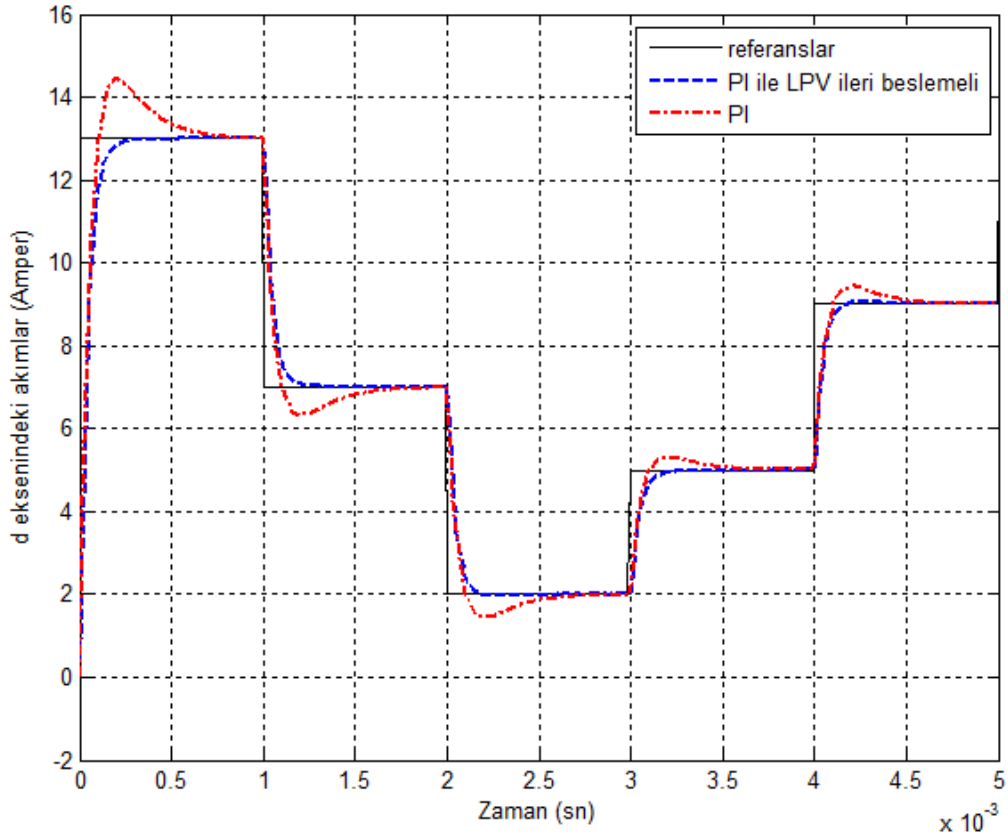
Şekil 4.30 a, b ve c fazlarındaki akımların değişimi



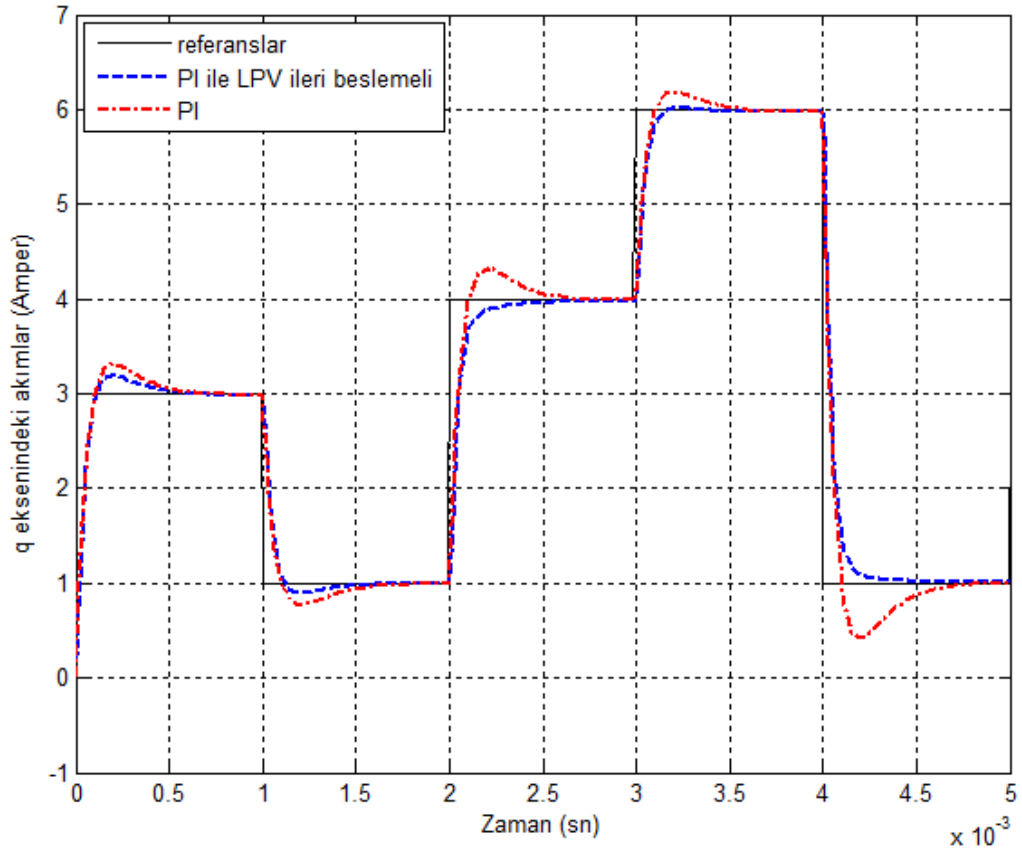
Şekil 4.31 Rotorun mekanik hızı

Değişken akım referansları için bir başka simülasyon örneği daha yapılmıştır. Şekil 4.32 ve Şekil 4.33; bu simülasyon sonucunda elde edilen d ve q eksenlerindeki stator akımlarının değişimini göstermektedir. Bu şekillerdeki karşılaştırmalardan görüldüğü gibi, tasarlanan ileri beslemeli kontrolör kontrol sistemine uygulandığında, yüksek aşım sahip tek başına PI kontrolör tüm referans değerleri için iyileştirilmiştir. Yerleşme zamanı kısaltılırken, aşım miktarı azaltılmıştır. Önceki simülasyon örneğine ek olarak, bu simülasyon örneğinde de kontrol sisteminin performansı artırılmıştır.

Sonuç olarak, akım izleme hataları azaltılarak PMSM akım kontrol sisteminin performansı artırılmıştır. Böylece, PMSM'un hız ve moment kontrolü için dalgalanmalar azaltılır. Bu düzenleyici LPV ileri beslemeli kontrolör; hız ve moment kontrolleri için PI, kayan kip kontrol ve diğer lineer ve lineer olmayan kontrol metotları ile birlikte kullanılabilir.



Şekil 4.32 d eksen sistemindeki stator akımlarının değişimi

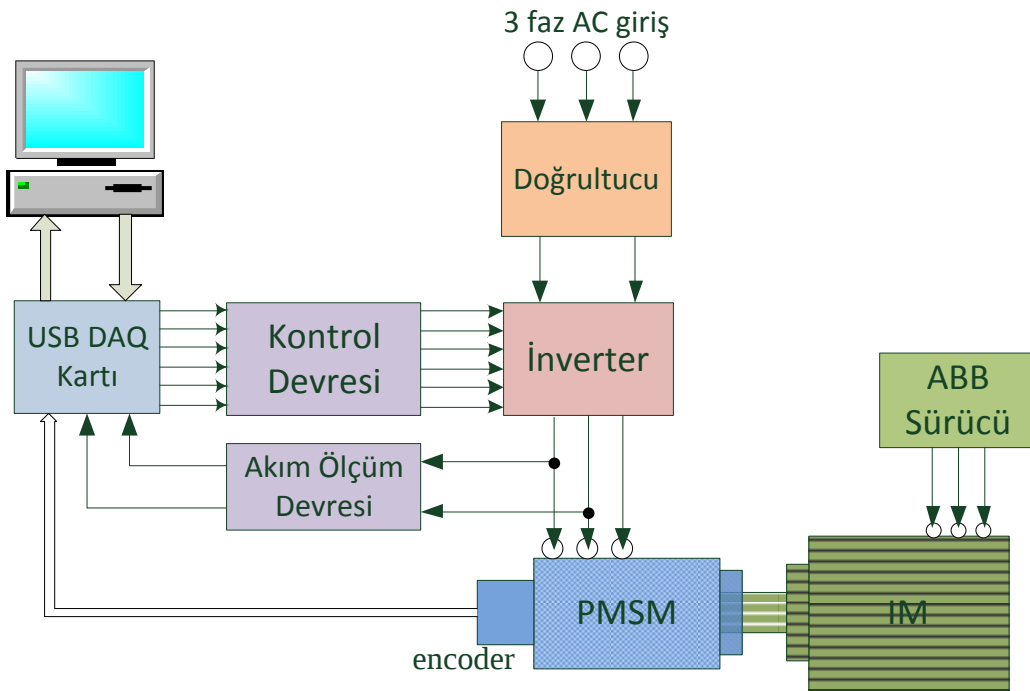


Şekil 4.33 q eksen sistemindeki stator akımlarının değişimi

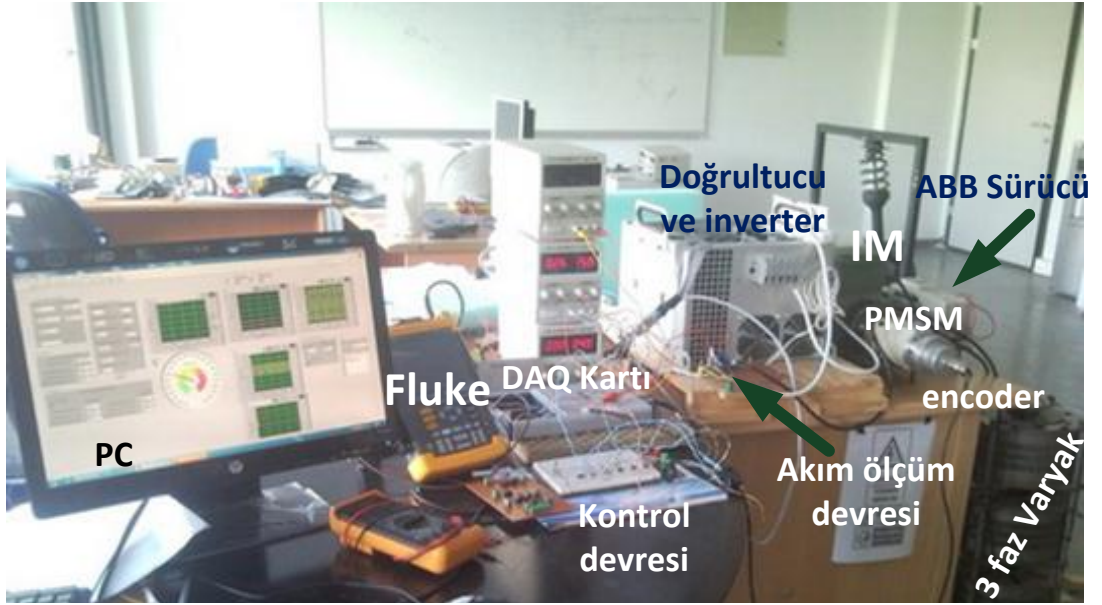
DENEYSEL PLATFORM

5.1 Deneyisel Platformun Hazırlanması

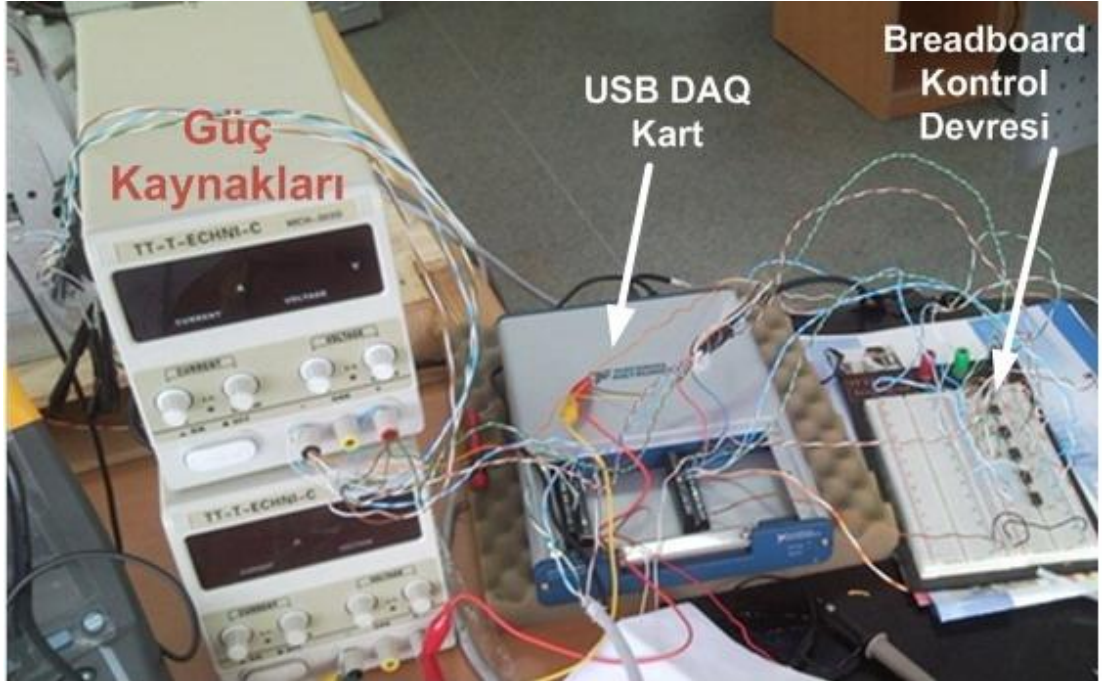
Deneyisel çalışma için bilgisayar, DAQ kartı, kontrol ara devresi, akım sensörleriyle oluşturulan akım ölçüm devresi, parametreleri EK A'da verilen PMSM ve PMSM'a bağlı IM kullanılmıştır. Bilgisayardan veri alış verişi sağlamak için National Instruments (NI) firmasına ait ve teknik bilgileri EK C'de verilen USB 6366 DAQ kartı kullanılmıştır. PMSM'a yük oluşturmak amacıyla IM bağlanmıştır. IM'ı sürmek için ise ABB firmasına ait sürücü kullanılmıştır. Hazırlanan deney düzeneğinin blok şeması Şekil 5.1'deki gibidir.



Şekil 5.1 Deneyisel sistemin blok diyagramı



Şekil 5.2 Deneyel sistemin genel görünümü



Şekil 5.3 USB 6366 DAQ kartı ve kontrol devresi

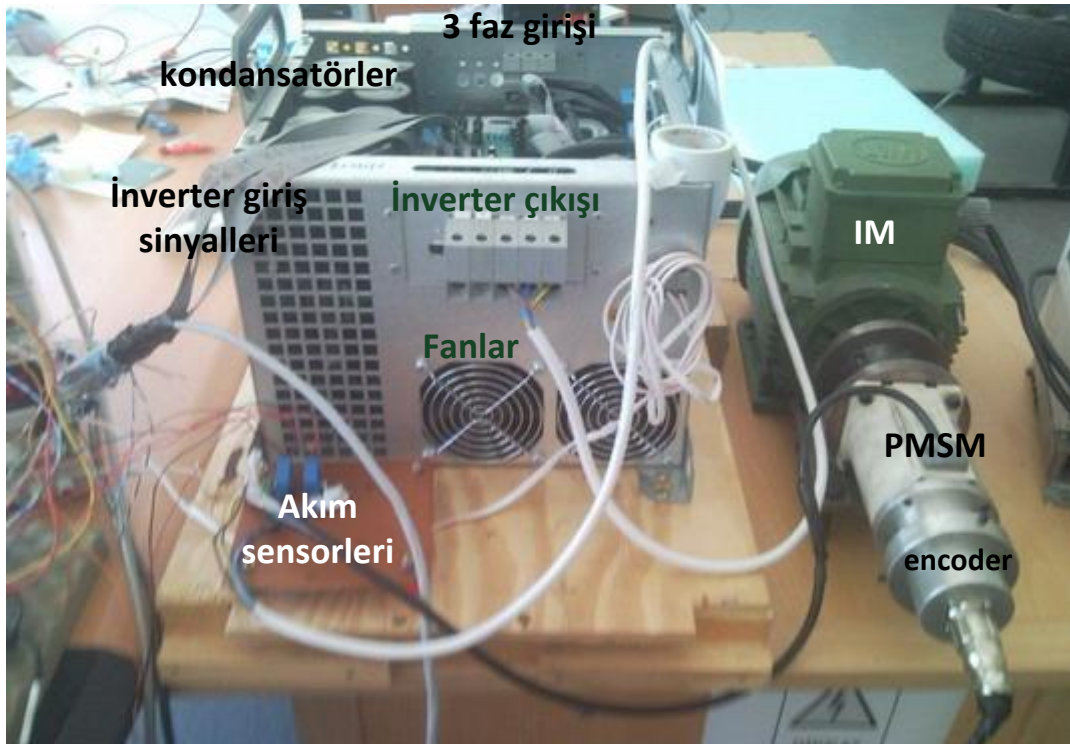
Hazırlanan deneyel platformun fiziksel görünümü Şekil 5.2 ve Şekil 5.3'teki gibidir. Bu deneyel sistemde veri alış verişi Şekil 5.1'deki oklarla gösterildiği gibi sağlanmaktadır. Şekil 5.2'de görüldüğü gibi, öncelikle 3 faz varyaktan gelen AC giriş gerilimleri doğrualtıcunun da bulunduğu inverter sistemine gider ve burada doğrualtma işlemi gerçekleşir (İnverterin teknik bilgileri EK B'de verilmiştir). Kondansatörler dolduktan sonra platform hazır hale gelir. Hazırlanan bilgisayar programları çalıştırıldığında, a ve b fazına bağlı akım sensörlerinden gelen stator akım bilgileri ve Encoder'den gelen hız

verileri alınarak NI USB DAQ karta ulaştırılır (Akım sensörlerinin teknik bilgileri EK D’de ve Encoder teknik bilgileri EK E’de verilmiştir). Bu veriler kart içerisinde işlendikten sonra, bilgisayara gönderilir. Yazılan bilgisayar programının ürettiği kontrol sinyalleri tekrar DAQ kartına ulaşır. DAQ kartı bu sinyalleri işleyerek, tasarlanan IGBT sürücü kontrol devresine gönderir. Bu devrenin ürettiği işaret, inverter sistemine giderek IGBT’leri sürer ve inverter sisteminin çıkışından elde edilen gerilim işaretleri PMSM’un üç fazına giderek bir çevrim tamamlanır. Fiziksel sistemin döngüsü bu şekilde devam ederek kontrol sağlanır. Tasarlanan LPV kontrolör için gerekli yazılımlar MATLAB™ ve LabVIEW™ kullanılarak oluşturulmuştur.

IGBT modülü ve doğrultucu devresi kutu halinde Şekil 5.4’teki gibidir. Burada görüldüğü gibi kondansatörler ve IGBT’ü soğutan fanlar içerisindedir.

IGBT sürmek için tasarlanan kontrol devresi Breadbord’a kurulmuştur. Daha sonra bu devrenin baskı devresi hazırlanarak Şekil 5.5’teki gibi kart haline dönüştürülmüştür.

PMSM’a yük olarak Şekil 5.4’te görüldüğü gibi IM bağlanmıştır. ABB firmasının sürücü sistemiyle çalıştırılan IM, PMSM’un dönüş yönüne ters olarak döndürülmesiyle yük oluşturulmaktadır.



Şekil 5.4 Doğrultuculu inverter sistemi ve PMSM



Şekil 5.5 IGBT kontrol devresinin karta basılmış hali

5.2 Deneyisel Çalışmada Karşılaşılan Problemler

Şekil 5.2’de hazırlanan deneyisel düzenek yardımıyla 100 μ s örneklem ile kontrol sistemi çalıştırılmıştır. Öncelikle kontrol olmaksızın, üç faz sinüs işareti için PWM ile oluşturulan gerilim sinyalleri gönderilerek IM döndürülmüştür. PMSM kontrolsüz olarak döndürülemeyeceğinden, direkt olarak kontrolör ile PMSM sistemi çalıştırılmıştır. Fakat PMSM’un kontrolörü için yazılan bilgisayar programı gerçek zamanlı olarak çalıştırıldığında, tasarlanan LPV kontrolörleri hesaplamada bilgisayarın hızı düşük kalmaktadır. Gerekli zamanda gerekli olan IGBT sinyallerinin gönderilmesinde problem yaşanmaktadır. Bilgisayarın özellikleri güncel olmasına rağmen, kontrol algoritmasını çalıştırmak için hızı yetersiz kalmaktadır. Tasarlanan kontrolörün yüksek dereceli olması ve hesaplanacak matris sayısının fazla olması nedeniyle; bilgisayar, örneklem süresi yaklaşık 0.4 ms düzeyinde gerçek zamanlı bir kontrol çevrimi gerçekleştirebilmektedir. 0.4 ms örneklem değeri ise tasarlanan kontrol sisteminin doğru çalışabilmesi için çok yüksektir. Bu yüzden, bilgisayar 100 μ s örneklem ile hesaplama yaparken, sistemde yavaşlama meydana gelmektedir ve buna bağlı olarak istenilen zamanda IGBT kontrol sinyalleri gönderilememektedir.

USB DAQ kartı, kendi içerisinde kod çalıştıramaz. Kodlar bilgisayarda işlendikten sonra karta gönderilir. Bu yüzden bu kontrolörün uygulanabilmesi için gömülü bir sistem gerekmektedir. FPGA, DSP veya dSPACE gibi kendi içerisinde kod çalıştırabilen ve kendi

işlemcisi olan yüksek performanslı sistemler gerekmektedir. USB DAQ kartı 2MHz ile ölçüm yapabilmesine ve 10 μ s değerinden daha düşük hızda veri alış verişi sağlayabilmesine rağmen, hazırlanan programda hesaplama yükünün fazla olması bu kullanımı sınırlamaktadır.

5.3 Hız Ölçümü

Yapısından ötürü kontrol olmaksızın PMSM'un döndürülmesi mümkün değildir. Kontrol olmaksızın üç faz sinüs verilmesi kilitlenme meydana getirir. Açıklanan nedenlerden ötürü kontrolörün sisteme uygulanabilmesi mümkün olmadığından, PMSM'a bağlı IM döndürülerek PMSM'un hız ölçümü yapılmıştır. Şekil 5.4'te görülen PMSM'a bağlı Encoder'den gelen sinyaller konum ve hız bilgisine dönüştürülerek ölçümler yapılmıştır. Hız ölçümü için 2048 pulse Encoder kullanılmıştır. Encoder ile konum ölçümü yapılması kolaydır fakat düşük ve yüksek hızlarda hız ölçümü yapmak için ayrıca bir yazılım gerekmektedir.

SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada, referans izleme problemi veya bozucu bastırma problemi için dinamik ileri beslemeli LPV kontrolör tasarımı sunulmuştur. LPV sistemler için oluşturulan bu kontrol sistemi 2-DOF yapıda olup, geri besleme kısmının önceden var olduğu varsayılmış ve dinamik ileri besleme kontrolör tasarımı problemi ele alınmıştır. Bu problemin çözümü için üç farklı teorem sunulmuştur. Birinci teorem sensör gürültülerini ve bozucuları dikkate alamadığından, sınırlı bir çözüm içermektedir. Farklı LMIs ile oluşturulan ikinci ve üçüncü teorem ise sensör gürültülerini ve bozucuları dikkate alan çözümü içermektedir. Bu tasarım probleminin çözümü, L_2 kazanç kontrolü esas alınarak LMI formunda elde edilmiştir ve kontrolör LPV forma sahiptir. Dolayısıyla kontrolör parametreye bağlı olarak kontrol işareti üretmektedir. Bu kontrolör, tasarımcının problemine göre bozucu bastırma ya da referans izleme kontrol sistemlerinde kullanılabilir. Tasarlanan kontrolör bozucu bastırma probleminde kullanıldığında bozucuların online olarak ölçülebilir olması gerekmektedir. Bu durumda, kontrolör online olarak ölçülen bozucu girişine göre kontrol işareti üretir ve geri besleme kontrol işareti ile toplanarak sisteme dahil edilir.

Önerilen çözümün uygulanabilirliğini test etmek amacıyla, öncelikle Van der pol sistemini etkileyen bozucuları bastırmak için kontrolör tasarımı gerçekleştirilmiştir. 2-DOF kontrol yapısında olan bu kontrol sisteminde, statik geri beslemeli LPV kontrolör ile dinamik LPV ileri beslemeli kontrolör birleştirilmiştir. Yapılan simülasyon sonucunda Van der pol sistemini etkileyen bozucuları bastırmada kontrolör oldukça başarılı olmuştur. Ölçülebilen bu bozuculara karşı; tek başına statik LPV kontrolörün etkisi ile önerilen kontrolörün etkisi karşılaştırıldığında, önerilen kontrolörün daha başarılı

olduğu görülmüştür. Böylece bozucuların sisteme olan etkileri minimize edilmiştir. Önerilen çözüm ayrıca PMSM kontrol sistemine uygulanmıştır. Öncelikle PMSM'un klasik LPV kontrolü gerçekleştirilmiştir. Klasik FOC tasarımında, $d-q$ eksen sistemindeki stator akımlarının kontrolü için kullanılan PI kontrolörlerin yerine LPV kontrolör tasarlanmış ve hız kontrolü gerçekleştirilmiştir. FOC'da kullanılan bu PI kontrolörlerin verdiği hız cevabı ile LPV kontrolörünki karşılaştırıldığında; yüzde aşım, yerleşme zamanı ve motor yüklenmelerine karşı tepki bakımından LPV kontrolörün daha başarılı olduğu görülmüştür. Daha sonra; önerilen LPV ileri beslemeli kontrolör ile stator akımlarını kontrol eden PI kontrolörler birleştirilerek akım kontrolü yapılmıştır. Gerçekleştirilen simülasyon sonucunda; yüzde aşım ve yerleşme zamanı bakımından; önerilen LPV ileri beslemeli kontrolör, PI kontrolünün cevaplarını iyileştirmeyi başarmıştır. Böylece klasik vektör kontrol sisteminin performansı artırılmıştır. Sonuç olarak, önerilen çözümün uygulanabilirliği farklı dinamik sistemlere uygulanarak desteklenmiştir.

Tasarlanan kontrolörleri PMSM'a uygulamak için deneysel platform hazırlanmıştır. Test amaçlı olarak kontrolsüz IM döndürülmüştür (PMSM kontrolsüz döndürülemez.). Fakat tasarlanan kontrolör gerçek zamanlı olarak PMSM'a uygulandığında; kontrolörün yüksek dereceli olması ve hesaplanacak matris sayısının fazla olmasından dolayı, bilgisayar örnekleme süresi yaklaşık 0.4 ms düzeyinde gerçek zamanlı bir kontrol çevrimi gerçekleştirilebilmektedir. 0.4 ms örnekleme değeri ise tasarlanan kontrol sisteminin doğru çalışabilmesi için çok yüksektir. Bu yüzden, bilgisayar 100 μ s örnekleme ile hesaplama yaparken sistemde gecikme meydana gelmektedir ve buna bağlı olarak istenilen zamanda IGBT kontrol sinyalleri gönderilememektedir. Bu kontrol sisteminin pratik olarak uygulanabilmesi için, DAQ kartı yerine dSPACE gibi kendi içerisinde kod çalıştırabilen ve bilgisayardan bağımsız çalışabilen sistemler gerekmektedir.

Gelecek çalışmalar için gömülü bir sistem temin edilerek, tasarlanan kontrolörün PMSM'a pratik olarak uygulanması planlanmaktadır. Böylece; EV'da kullanılan PMSM'un yüksek performanslı kontrolü için elde edilen teorik tasarımlar ve başarıyla gerçekleştirilen simülasyon uygulamaları, deneysel uygulama ile desteklenmiş

olacaktır. Ayrıca, LPV ileri beslemeli kontrolör tasarımı için belirsizliklerin de dâhil edildiği çözümler araştırılacaktır.

KAYNAKLAR

- [1] Rugh, W.J. ve Shamma, J.S., (2000). "Research on Gain Scheduling", *Automatica*, 36(10): 1401-1425.
- [2] Shamma, J.S. ve Athans, M., (1992). "Gain Scheduling: Potential Hazards and Possible Remedies", *IEEE Control Systems*, 12(3): 101-107.
- [3] Apkarian, P., Gahinet, P. ve Becker, G., (1994). "Self-Scheduled H_∞ Linear Parameter-Varying Systems", *American Control Conference*, 29 June-1 July 1994, 1: 856- 860.
- [4] Jabbari, F., (2001). "Disturbance Attenuation of LPV Systems with Bounded Inputs", *Dynamics and Control*, 11(2): 133-150.
- [5] Masubuchi, I., Akiyama, T. ve Saeki, M., (2003). "Synthesis of Output Feedback Gain-Scheduling Controllers Based on Descriptor LPV System Representation", *42nd IEEE Decision and Control Conference*, 9-12 December 2003, 6: 6115- 6120.
- [6] Ali, M., Abbas, H. ve Werner, H., (2010). "Controller Synthesis for Input-Output LPV Models", *49th IEEE Decision and Control Conference*, 15-17 December 2010, 7694-7699.
- [7] Toth, R., Willems, J.C., Heuberger, P.S.C. ve Van den Hof, P.M.J., (2011). "The Behavioral Approach to Linear Parameter-Varying Systems", *IEEE Transactions on Automatic Control*, 56(11): 2499-2514.
- [8] Kajiwar, H., Apkarian, P. ve Gahinet, P., (1999). "LPV Techniques for Control of an Inverted Pendulum", *IEEE Control Systems*, 19(1): 44-54.
- [9] Gherin, A.S. ve Sanchez Pena, R.S., (2002). "LPV Control of a 6-DOF Vehicle", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 10(6): 883- 887.
- [10] Prempain, E., Postlethwaite, I. ve Benchaib, A., (2002). "A Linear Parameter Variant H_∞ Control Design for an Induction Motor", *Control Engineering Practice*, 10: 663-644.
- [11] Lu, B., Wu, F. ve Kim, S.W., (2006). "Switching LPV Control of an F-16 Aircraft via Controller State Reset", *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 14(2): 267- 277.

- [12]Wei, X. ve del Re, L., (2007). "Gain Scheduled H_{∞} Control for Air Path Systems of Diesel Engines Using LPV Techniques", IEEE Transactions on Control Systems Technology, 15(3): 406-415.
- [13]Lu, B., Choi, H., Buckner, G.D. ve Tammi, K., (2008). "Linear Parameter-Varying Techniques for Control of a Magnetic Bearing System", Control Engineering Practice, 16(10): 1161-1172.
- [14]Witte, J., Balini, H.M.N.K. ve Scherer, C.W., (2010). "Robust and LPV Control of an AMB System", American Control Conference (ACC), June 30-July 2 2010, 2194-2199.
- [15]Poussot-Vassal, C., Sename, O., Dugard, L., Gáspár, P., Szabó, Z. ve Bokor, J., (2008). "A New Semi-Active Suspension Control Strategy through LPV Technique", Control Engineering Practice, 16(12): 1519-1534.
- [16]Rangajeeva, S.L.M.D. ve Whidborne, J.F., (2011). "Linear Parameter Varying Control of a Quadrotor", 6th IEEE International Conference on Industrial and Information Systems (ICIIS), 16-19 Aug. 2011, 483-488.
- [17]Gahinet, P., Apkarian, P. ve Chilali, M., (1996). "Affine Parameter-Dependent Lyapunov Functions and Real Parametric Uncertainty", IEEE Transactions on Automatic Control, 41(3): 436-442.
- [18]Feron, E., Apkarian, P. ve Gahinet, P., (1995). "S-Procedure for the Analysis of Control Systems with Parametric Uncertainties via Parameter-Dependent Lyapunov Functions", American Control Conference, 23 Jun 1995, 1: 968-972.
- [19]Becker, G. ve Packard, A., (1994). "Robust Performance of Linear Parametrically Varying Systems using Parametrically-Dependent Linear Feedback", Systems & Control Letters, 23(3): 205-215.
- [20]Scherer, C.W., (2001). "LPV Control and Full Block Multipliers", Automatica, 37(3): 361-375.
- [21]Lim, S. ve How, J.P., (2002). "Analysis of Linear Parameter-Varying Systems using a Nonsmooth Dissipative Systems Framework", International Journal of Robust and Nonlinear Control, 12: 1067-1092.
- [22]Li, J., Wang, H.O., Niemann, D. ve Tanaka, K., (1999). "Synthesis of Gain-Scheduled Controller for a Class of LPV Systems", 38th IEEE Conference on Decision and Control, 1999, 3: 2314-2319.
- [23]Wang, F. ve Balakrishnan, V., (2002). "Improved Stability Analysis and Gain-Scheduled Controller Synthesis for Parameter-Dependent Systems", IEEE Transactions on Automatic Control, 47(5): 720-734.
- [24]Becker, G., Packard, A., Philbrick, D. ve Blas, G., (1993). "Control of Parametrically-Dependent Linear Systems: a Single Quadratic Lyapunov Approach", American Control Conference, 1993, 2795-2799.
- [25]Xu, H., Jun, Z., Dimirovski, G.M. ve Chao, C., (2011). "Switching Control for LPV Polytopic Systems using Multiple Lyapunov Functions", 30th Chinese Control Conference (CCC), 22-24 July 2011, 1771-1776.

- [26]Feron, E., Apkarian, P. ve Gahinet, P., (1996). "Analysis and Synthesis of Robust Control Systems via Parameter-Dependent Lyapunov Functions", IEEE Transactions on Automatic Control, 41(7): 1041-1046.
- [27]Na, W. ve Ke-You Z., (2007). "Parameter-Dependent Lyapunov Function Approach to Stability Analysis for Discrete-Time LPV Systems", IEEE International Conference on Automation and Logistics, 18-21 August 2007, 724-728.
- [28]Stilwell, D. J. ve Rugh, W. J., (1998). "Interpolation Methods for Gain Scheduling", 37th IEEE Conference on Decision and Control, 1998, 3: 3003-3008.
- [29]Stilwell, D.J. ve Rugh, W.J., (2002). "Stability and L_2 Gain Properties of LPV Systems", Automatica, 38: 1601-1606.
- [30]de Gelder, E., van de Wal, M., Scherer, C.W, Hol, C. ve Bosgra, O., (2006). "Nominal and Robust Feedforward Design With Time Domain Constraints Applied to a Wafer Stage", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 128(2): 204-215.
- [31]Pao, L.Y., Butterworth, J.A. ve Abramovitch, D.Y., (2007). "Combined Feedforward/Feedback Control of Atomic Force Microscopes", American Control Conference, 9-13 July 2007, 3509-3515.
- [32]van der Meulen, S.H., Tousain, R.L. ve Bosgra, O.H., (2008). "Fixed Structure Feedforward Controller Design Exploiting Iterative Trials: Application to a Wafer Stage and a Desktop Printer", Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 130(5).
- [33]Danapalasingam, K.A., la Cour-Harbo, A. ve Bisgaard, M., (2009). "Disturbance Effects in Nonlinear Control Systems and Feedforward Control Strategy", IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA), 9-11 December 2009, 1974-1979.
- [34]Ying Wu; Qingze Zou; , (2009) "Robust Inversion-Based 2-DOF Control Design for Output Tracking: Piezoelectric-Actuator Example", IEEE Transactions on Control Systems Technology, 17(5): 1069-1082.
- [35]Lai, L.J., Gu, G.Y., ve Zhu, L.M., (2012). "Design and control of a decoupled two degree of freedom translational parallel micro-positioning stage", Review of Scientific Instruments, 83(4): 045105-1-045105-17.
- [36]Skogestad, S. ve Postlethwaite, I., (1996). Multivariable Feedback Control, Analysis and Design, John Wiley & Sons.
- [37]Kose, I.E. ve Scherer, C.W., (2009). "Robust L_2 -Gain Feedforward Control of Uncertain Systems using Dynamic IQCs", International Journal of Robust and Nonlinear Control, 19(11): 1224–1247.
- [38]Giusto, A. ve Paganini, F., (1999). "Robust Synthesis of Feedforward Compensators", IEEE Transactions on Automatic Control, 44(8): 1578-1582.
- [39]Scorletti, G. ve Fromion, V., (2006). "Further Results on the Design of Robust H_∞ Feedforward Controllers and Filters", 45th IEEE Conference on Decision and Control, 13-15 December 2006, 3560-3565.

- [40]Prempain, E. ve Postlethwaite, I., (2008). "A Feedforward Control Synthesis Approach for LPV Systems", American Control Conference, 11-13 June 2008, 3589-3594.
- [41]Machmoum, S., Chervel, P., Darengosse, C. ve Machmoum, M., (2005). "A linear parameter variant H_∞ controller design for a permanent magnet synchronous machine, "European Conference on Power Electronics and Applications, 2005.
- [42]Pohl, L. ve Blaha, P., (2011). "Linear Parameter Varying Approach to Robust Control of a Permanent Magnet Synchronous Motor", 15th IEEE International Conference on Intelligent Engineering Systems (INES), 23-25 June 2011, 287-291.
- [43]Lofberg, J., (2004). "YALMIP: A Toolbox for Modeling and Optimization in MATLAB", 2004 IEEE International Symposium on Computer Aided Control Systems Design, 284-289.
- [44]Sturm, J. F., (1999). "Using SeDuMi 1.02, a Matlab Toolbox for Optimization over Symmetric Cones", Optimization Methods and Software, 11: 625-653.
- [45]Labit, Y., Peaucelle, D. ve Henrion, D., (2002). "SEDUMI INTERFACE 1.02: a Tool for solving LMI Problems with SEDUMI", 2002 IEEE International Symposium on Computer Aided Control System Design, 272- 277.
- [46]Scherer, C.W. ve Weiland, S., (2004). Lecture Notes DISC Course on Linear Matrix Inequalities in Control, Mechanical Engineering Systems and Control Group, Delft University of Technology, <http://www.dsc.tudelft.nl/~cscherer/lmi/notes05.pdf>, 2012.
- [47]Zhou, K. ve Doyle, J.C., (1998). Essentials of Robust Control, Prentice Hall.
- [48]Zhou, K., Doyle, J.C. ve Glover, K., (1995). Robust and Optimal Control, Prentice Hall.
- [49]Bruzeliuss, F., Breitholtz, C. ve Pettersson, S., (2002). "LPV-Based Gain Scheduling Technique Applied to a Turbo Fan Engine Model", Proceedings of the 2002 International Conference on Control Applications, 2002, 2: 713- 718.
- [50]Sanchez-Pena, R.S. ve Sznajder M., (1998). Robust Systems Theory and Applications, John Wiley, Canada.
- [51]Ghaoui, L.E. ve Niculescu, S.-L., (2000). Advances in Linear Matrix Inequality Methods in Control, Siam, Philadelphia.
- [52]Boyd, S., Ghaoui, L.E., Feron, E. ve Balakrishnan V., (1994). Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory, Siam, Philadelphia.
- [53]Gahinet, P. ve Apkarian, P., (1994). "A Linear Matrix Inequality Approach to H_∞ Control", International Journal of Robust and Nonlinear Control, 4(4): 421-448.
- [54]Masubuchi, I., Ohara, A. ve Suda, N., (1995). "LMI-Based Output Feedback Controller Design-using a Convex Parametrization of Full-Order Controllers", American Control Conference, 21-23 June 1995, 5: 3473-3477.
- [55]Apkarian, P. ve Adams, R.J., (1998). "Advanced Gain-Scheduling Techniques for Uncertain Systems", IEEE Transactions on Control Systems Technology, 6(1): 21-32.

- [56]Apkarian, P., Gahinet, P. ve Becker, G., (1995). "Self-Scheduled H_{∞} Control of Linear Parameter-Varying Systems: a Design Example", Automatica, 31(9): 1251-1261.
- [57]Mohan, N., (2001). Advanced Electric Drives: Analysis, Control and Modeling using Simulink, Mnpere.
- [58]Quang, N.P. ve Dittrich, J.A., (2008). Vector Control of Three-Phase AC Machines, Springer, Berlin.
- [59]Boldea, I. ve Nasar, S.A., (2006). Electric Drives, Second Edition, CRC Press.
- [60]Leonhard, W., (1991). Control of Electrical Drives, Springer-Verlag.

MOTOR PARAMETRELERİ

Çizelge A-1 MMD082A PMSM parametreleri

Faz direnci (R_s)	0.43 Ω
Faz endükansı (L_{sq})	3.2 mH
Faz endükansı (L_{sd})	2.6 mH
Kutup çifti sayısı (p)	4
Nominal güç	0.75 kW
Akı/kutup	72.25 mWeber
Nominal hız	3000 d/d
Maksimum hız	4500 d/d
Nominal moment	2.4 N.m
Maksimum moment	7.1 N.m
Nominal akım	4.3 A
Maksimum akım	18.3A
AC Giriş gerilimi	200 V
Atalet moment sabiti	$1.33e^{-4}$ Kg.m ²
Elektrik zaman sabiti (L/R)	7.4 ms
Mekanik zaman sabiti	0.45ms
Uyarma gerilim sabiti	$45.3e^{-3}$ V/min ⁻¹
Moment sabiti	0.61 N.m/A

İNVERTER VERİLERİ

Çizelge B-1 İnverter'in teknik özellikleri

Characteristics					
Symbol	Conditions	min.	typ.	max.	Unit
Electrical Data					
I_{rms}	$T_{amb} = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$	no overload		80	A
	$f_{sw} = 5\text{ kHz}$	150% overload, 60s every 10min		61	A
	$V_{ac} = 500\text{ V}$	200% overload, 10s every 10min		50	A
	$V_{dc} = 750\text{ V}$ $\cos = 0.85$				
V_{CES}				1200	V
f_{sw}	Max. switching frequency			20	kHz
V_{AC}	Output AC Voltage (load side)			500	V
V_{DC}	DC voltage applied to the capacitor bank			900	V
V_{isol}				2500	V
P_{tot}	$T_{amb}=40^{\circ}\text{C}$			726	W
T_j	T_{vj} for continous operation	-40		150	$^{\circ}\text{C}$
Capacitor Data					
C_{DC}			6		mF
C					
LTE					kHrs
	expected lifetime calculated, w/o forced air cooling				kHrs
Mechanical Data					
M_i					Nm
M_{gnd}					Nm
M					Nm
Weight	approx. total weight		20.5		kg
Environmental Data					
T_{sig}		-20		40	$^{\circ}\text{C}$
T_a		-20		55	$^{\circ}\text{C}$
Altitude			1000		m
IP			IP20		
Pollution	EN 50178		2		
Fan Data					
Fan					
V_{Fan}	Fan voltage		24		V
f_{FAN}					Hz
I_{FAN}	Fan current		0.51		A
P_{FAN}					W

USB DAQ KARTI VERİLERİ

Çizelge C-1 USB DAQ kartının teknik özellikleri

General	
Product Name	NI USB-6366
Product Family	Multifunction Data Acquisition
Form Factor	USB
Part Number	781445-02 , 781445-01
Operating System/Target	Windows
LabVIEW RT Support	No
DAQ Product Family	X Series
Measurement Type	Quadrature encoder , Digital , Frequency , Voltage
RoHS Compliant	Yes
USB Power	External-Powered
Termination Type	Screw-Termination
Power Supply	Yes
Enclosure Type	Metal
Analog Input	
Channels	0 , 8
Single-Ended Channels	0
Differential Channels	8
Resolution	16 bits
Sample Rate	2 MS/s
Throughput (All Channels)	16 MS/s
Number of Ranges	4
Simultaneous Sampling	Yes
Analog Output	
Channels	2
Resolution	16 bits
Update Rate	3.33 MS/s
Digital I/O	
Bidirectional Channels	24

Input-Only Channels	0
Output-Only Channels	0
Number of Channels	24 , 0
Timing	Software , Hardware
Clocked Lines	8
Max Clock Rate	1 MHz
Logic Levels	TTL
Input Current Flow	Sinking , Sourcing
Output Current Flow	Sinking , Sourcing
Programmable Input Filters	Yes
Supports Programmable Power-Up States?	Yes
Current Drive Single	24 mA
Current Drive All	1 A
Watchdog Timer	Yes
Supports Handshaking I/O?	No
Supports Pattern I/O?	Yes
Maximum Input Range	0 V , 5 V
Maximum Output Range	0 V , 5 V
Counter/Timers	
Counters	4
Buffered Operations	Yes
Debouncing/Glitch Removal	Yes
GPS Synchronization	No
Maximum Range	0 V , 5 V
Max Source Frequency	100 MHz
Pulse Generation	Yes
Resolution	32 bits
Timebase Stability	50 ppm
Logic Levels	TTL
Physical Specifications	
Length	26.4 cm
Width	17.3 cm
Height	3.6 cm
I/O Connector	Screw terminals
Timing/Triggering/Synchronization	
Triggering	Digital , Analog
Synchronization Bus (RTSI)	No

AKIM SENSÖRÜNÜN VERİLERİ



Current Transducer LTS 25-NP

For the electronic measurement of currents: DC, AC, pulsed, mixed with galvanic isolation between the primary circuit (high power) and the secondary circuit (electronic circuit).

$$I_{PN} = 25 \text{ At}$$



Electrical data

I_{PN}	Primary nominal current rms	25	At
I_{PM}	Primary current, measuring range	0 .. ± 80	At
V_{OUT}	Output voltage (Analog) @ $I_p = 0$	$2.5 \pm (0.625 \cdot I_p / I_{PN})$	V
		2.5 ¹⁾	V
G	Sensitivity	25	mV/A
N_s	Number of secondary turns (± 0.1 %)	2000	
R_L	Load resistance	≥ 2	kΩ
R_M	Internal measuring resistance (± 0.5 %)	50	Ω
TCR_M	Temperature coefficient of R_M	< 50	ppm/K
V_C	Supply voltage (± 5 %)	5	V
I_C	Current consumption @ $V_C = 5 \text{ V}$	Typ $28 + I_s^{2.2} + (V_{OUT} / R_L)$	mA

Accuracy - Dynamic performance data

X	Accuracy @ I_{PN} , $T_A = 25^\circ\text{C}$	± 0.2	%
	Accuracy with R_M @ I_{PN} , $T_A = 25^\circ\text{C}$	± 0.7	%
ε_L	Linearity error	< 0.1	%
TCV_{OUT}	Temperature coefficient of V_{OUT} @ $I_p = 0$	Typ 50	Max 100 ppm/K
	- 10°C .. + 85°C		150 ppm/K
	- 40°C .. - 10°C		50 ²⁾ ppm/K
TCG	Temperature coefficient of G	- 40°C .. + 85°C	50 ²⁾ ppm/K
V_{OM}	Magnetic offset voltage @ $I_p = 0$, after an overload of 3 x I_{PN}	± 0.5	mV
	5 x I_{PN}	± 2.0	mV
	10 x I_{PN}	± 2.0	mV
t_r	Reaction time @ 10 % of I_{PN}	< 100	ns
t_f	Response time to 90 % of I_{PN} step	< 400	ns
di/dt	di/dt accurately followed	> 60	A/μs
BW	Frequency bandwidth (0 .. - 0.5 dB)	DC .. 100	kHz
	(- 0.5 .. 1 dB)	DC .. 200	kHz

General data

T_A	Ambient operating temperature	- 40 .. + 85	°C
T_S	Ambient storage temperature	- 40 .. + 100	°C
m	Mass	10	g
	Standards	EN 50178: 1997 IEC 60950-1: 2001	

Notes: ¹⁾ Absolute value @ $T_A = 25^\circ\text{C}$, $2.475 < V_{OUT} < 2.525$

²⁾ $I_s = I_p / N_s$

³⁾ Only due to TCR_M

Features

- Closed loop (compensated) multi-range current transducer using the Hall effect
- Unipolar voltage supply
- Isolated plastic case recognized according to UL 94-V0
- Compact design for PCB mounting
- Incorporated measuring resistance
- Extended measuring range.

Advantages

- Excellent accuracy
- Very good linearity
- Very low temperature drift
- Optimized response time
- Wide frequency bandwidth
- No insertion losses
- High immunity to external interference
- Current overload capability.

Applications

- AC variable speed drives and servo motor drives
- Static converters for DC motor drives
- Battery supplied applications
- Uninterruptible Power Supplies (UPS)
- Switched Mode Power Supplies (SMPS)
- Power supplies for welding applications.

Application domain

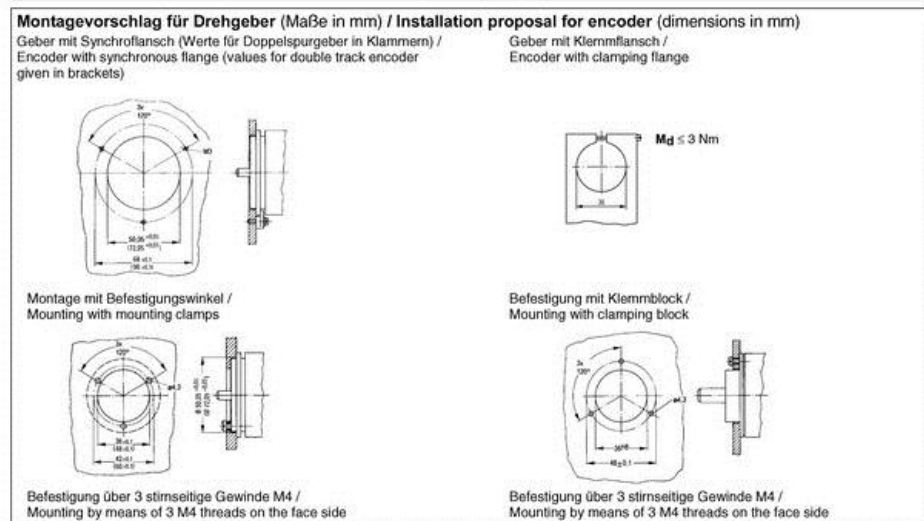
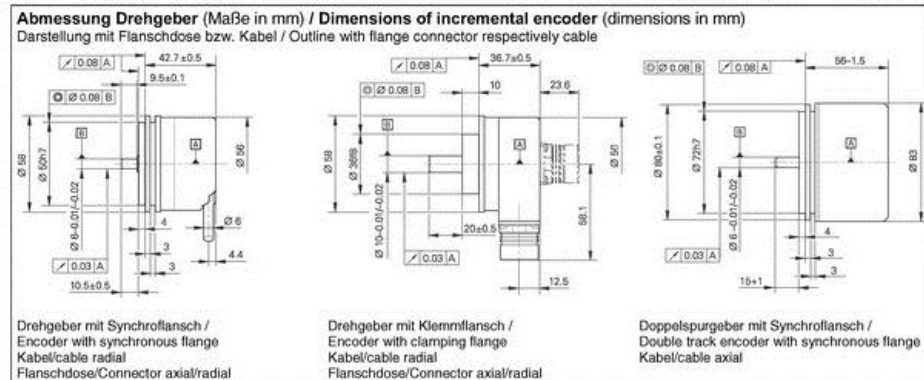
- Industrial.

ENCODER VERİLERİ

 Blick auf Steck- erseite/ view of the plug connector side	TTL	U_{A1}	$\overline{U}_{A1}$	U_{A2}	$\overline{U}_{A2}$	U_{A0}	$\overline{U}_{A0}$	5 V (U_P) ¹⁾ 10...30 V ¹⁾	0 V (U_N) ¹⁾	5 V ¹⁾ 10...30 V ¹⁾ Sensor	0 V ¹⁾ Sensor	$\overline{U}_{AS}$ ²⁾	frei/ free	Schirm/ Shield
	HTL	U_{A1}	$\overline{U}_{A1}$	U_{A2}	$\overline{U}_{A2}$	U_{A0}	$\overline{U}_{A0}$	10...30 V ¹⁾ (U_P)	0 V (U_N) ¹⁾	10...30 V ¹⁾ Sensor	0 V ¹⁾ Sensor	$\overline{U}_{AS}$ ²⁾	frei/ free	
	1 Vss	A		B		R		5 V ¹⁾ (U_P)	0 V ¹⁾ (U_N)	5 V ¹⁾ Sensor	0 V ¹⁾ Sensor	frei/ free	frei/ free	
		+	-	+	-	+	-							
		braun/ brown	grün/ green	grau/ gray	rosa/ pink	rot/ red	schwarz/ black	braun/grün brown/green	weiß/grün white/green	blau/ blue	weiß/ white	violett/ violet	/	Gehäuse/ Case
		5	6	8	1	3	4	12	10	2	11	7	9	

Anmerkungen / Notes:

- ¹⁾ Pin 10 und Pin 11 im Geber gebrückt, Pin 2 und Pin 12 im Geber gebrückt / Pins 10 and 11 in the encoder is jumpered in the encoder, Pins 2 and 12 in the encoder is jumpered in the encoder
- ²⁾ $\overline{U}_{AS}$: Störungssignal / Fault detection signal
Doppelspurgeber ohne $\overline{U}_{AS}$ / Double track encoder without $\overline{U}_{AS}$
- $\overline{U}_{AS}$: High: ✓
 $\overline{U}_{AS}$: Low: △



ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER

Adı Soyadı :Yusuf ALTUN

Doğum Tarihi ve Yeri :1983-KARABÜK

Yabancı Dili :İngilizce

E-posta :altunyusf@hotmail.com

ÖĞRENİM DURUMU

Derece	Alan	Okul/Üniversite	Mezuniyet Yılı
Doktora	Elektrik Müh.-Kontrol ve Otomasyon Programı	Yıldız Teknik Üniversitesi	2012
Y. Lisans	Elektrik Elektronik Müh.	Balıkesir Üniversitesi	2008
Lisans	Elektrik Elektronik Müh.	Zonguldak Karaelmas Üniv.	2005
Lise		Fevzi Çakmak Süper Lisesi	2001