

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ELASTİK UZUVLU ROBOTLARIN DİNAMİK DAVRANIŞLARININ
SİMÜLASYONU**

Mak. Yük. Müh. Suat ARAPOĞLU

**FBE Makine Mühendisliği Anabilim Dalı Konstrüksiyon Programında
Hazırlanan**

DOKTORA TEZİ

Tez Savunma Tarihi: 22.07.2008

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Faris KAYA

Jüri Üyeleri : Prof. Necati TAHRALI

: Prof. Dr. Ertuğrul TAÇGIN

: Prof. Dr. İsmail YÜKSEK

: Prof. Dr. Selim SıVRIOĞLU

İSTANBUL, 2008

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	vi
KISALTIMA LİSTESİ.....	vii
ŞEKİL LİSTESİ.....	viii
ÇİZELGE LİSTESİ.....	x
TEŞEKKÜR	xi
ÖNSÖZ	xii
ÖZET	xiii
ABSTRACT	xiv
1. GİRİŞ	1
1.1 Problemin Tanımlanması.....	1
1.2 Elastik Uzunlu Robotların Modellenmesi ve Yapılan Modelleme Çalışmaları.....	4
1.3 Elastik Uzunlu Robotların Titreşimleri ve Titreşim Azaltma Çalışmaları.....	6
1.4 Elastik Uzunlu Robotlarda Kontrolün Önemi ve Yapılan Kontrol Çalışmaları.....	9
1.5 Tezin Kapsamı ve Katkısı.....	12
2. ROBOT KİNEMATİK	16
2.1 Giriş	16
2.2 Genel Koordinat Dönüşümleri ve Homojen Dönüşümler.....	17
2.3 Denavit - Hartenberg Yöntemi	18
2.4 Quaternion ve Dönen Vektör İfadesi	22
3. ROBOT DİNAMİK	25
3.1 Giriş	25
3.2 Robot Kolların Rijid Modellenmesi	25
3.2.1 Lagrange ve Euler Formülasyonu	27
3.2.1.1 Kinetik Enerjinin Elde Edilmesi.....	28
3.2.1.2 Potansiyel Enerjinin Elde Edilmesi	33
3.2.1.3 Dinamik Denklemlerin Elde Edilmesi	34
3.2.2 Newton ve Euler Formülasyonu.....	36
3.2.3 Genelleştirilmiş d'Alembert Formülasyonu.....	40
3.3 Robot Kolların Esnek Modellenmesi.....	43
4. ELASTİK UZUNLU ROBOTUN MODELLENMESİ.....	45
4.1 Giriş	45
4.2 Eksen Takımları.....	46
4.3 Dinamik Denklemlerin Elde Edilmesi.....	49

4.3.1	Kinetik Enerji	54
4.3.2	Potansiyel Enerji.....	57
4.3.3	Dinamik Denklemler.....	59
4.4	Servomotor Momentleri ve Genelleştirilmiş Kuvvetler	61
5.	BİLGİSAYAR YAZILIMI	63
5.1	Giriş	63
5.2	Dinamik Denklemlerin Parametrik Olarak Elde Edilmesi.....	65
5.3	Parametrik Denklemlerin Elde Edilmesi için MATLAB Fonksiyonları.....	66
5.4	Dinamik Denklemlerin Sayısal Analizi ve Çözümü.....	67
5.5	Denklemlerin Sayısal Analizi ve Çözümü için MATLAB Fonksiyonları.....	69
5.6	Yazılımın Çalışması.....	71
6.	UYGULAMA DETAYLARI.....	75
6.1	Giriş	75
6.2	Bir Elastik Uzunluk ve Döner Mafsallı Bir Robot için Yazılımın Sınırlarında Çalışması.....	75
6.3	İki Elastik Uzunluk ve Döner Mafsallı Bir Robot için Yazılımın Sınırlarında Çalışması.....	80
6.4	Üç Elastik Uzunluk ve Döner Mafsallı Bir Robot için Yazılımın Sınırlarında Çalışması.....	85
6.5	Yazılımın Literatürdeki Çalışmaları için Denenmesi.....	89
6.6	Uygulama Sonuçları.....	91
7.	SONUÇLAR	109
7.1	Değerlendirme	109
7.2	Tez ile Saklanan Faydalar	109
7.3	Çalışma Sonucu Ortaya Çıkan Gözlemler	110
7.4	Gelecekte Yapılabilecek Çalışmalar	111
	KAYNAKLAR.....	112
	EKLER.....	117
	Ek 1 İki Elastik Uzunluk ve Döner Mafsallı Bir Robotun Elastik Kabuller Altında Dinamik Denklemleri	119
	Ek 2 Üç Elastik Uzunluk ve Döner Mafsallı Bir Robotun Rijid Kabuller Altında Dinamik Denklemleri	122
	Ek 3 Üç Elastik Uzunluk ve Döner Mafsallı Bir Robotun Elastik Kabuller Altında Dinamik Denklemleri	125
	Ek 4 Bir Elastik Uzunluk Robotun Verilen Sınırlar Altında Yapmış Olduğu Uç Titreşimleri.	137
	Ek 5 İki Elastik Uzunluk Robotun Verilen Sınırlar Altında Yapmış Olduğu Uç Titreşimleri..	156
	Ek 6 Homojen dönüşüm matrisleri, birinci ve ikinci dereceden türevleri üzerine yapılan işlemler	190
	Ek 7 Etkil fonksiyonu ve elastik yer değiştirme üzerine yapılan işlemler	194
	Ek 8 Elastik yer değiştirme vektörlerinin konum ve hızları üzerine yapılan işlemler	195
	Ek 9 f_{θ_i} ifadesinin hesaplanması.....	201
	Ek 10 f_{q_i} ifadesinin hesaplanması.....	204
	Ek 11 Uzunluk_Sayısı Fonksiyonu	208
	Ek 12 Uzunluk_Sayısı_Okunması Fonksiyonu	209
	Ek 13 DH_Tablosu Fonksiyonu	210

Ek 14 DH_Tablosunun_Okunmasi Fonksiyonu.....	212
Ek 15 DH_Matrisi Fonksiyonu.....	213
Ek 16 Parametreler Fonksiyonu.....	214
Ek 17 Yer_Matrisleri Fonksiyonu	215
Ek 18 Homojen_Donusum_Matrisleri Fonksiyonu.....	220
Ek 19 Homojen_Donusum_Matrisleri_Carpimi Fonksiyonu	221
Ek 20 HDM_Kismi_Turevler Fonksiyonu.....	222
Ek 21 Parametrik_Rijid_Denklemeler Fonksiyonu.....	225
Ek 22 Parametrik_Elastik_Denklemeler Fonksiyonu.....	227
Ek 23 Sayisal_Degerler_Tablosu Fonksiyonu	231
Ek 24 Sayisal_Degerlerin_Okunmasi Fonksiyonu	236
Ek 25 Sayisal_Rijid_Denklemeler Fonksiyonu	237
Ek 26 Sayisal_Elastik_Denklemeler Fonksiyonu	240
Ek 27 Hareket_Tanimlamasi Fonksiyonu	242
Ek 28 Hareket_Tablosu Fonksiyonu.....	243
Ek 29 Hareket_Tablosunun_Okunmasi Fonksiyonu	246
Ek 30 Hareket_Degerleri_Vektoru Fonksiyonu	247
Ek 31 Duz_Simulasyon Fonksiyonu.....	248
Ek 32 Rijid_Hareket_Degerleri Fonksiyonu	251
Ek 33 Rijid_Hareket_Degerleri Fonksiyonu	252
Ek 34 Cizimler Fonksiyonu.....	253
Ek 35 Rijid_Denklemelerin_Gosterimi Fonksiyonu	254
Ek 36 Elastik_Denklemelerin_Gosterimi Fonksiyonu	255
Ek 37 Hareket_Animasyon Fonksiyonu	256
Ek 38 Titresim_Genlikleri_Cizim Fonksiyonu	257
ÖZGEÇMİŞ.....	258

SİMGE LİSTESİ

L	Lagrange Fonksiyonu
K	Kinetik enerji
P	Potansiyel enerji
θ	Genelleştirilmiş mafsalsal koordinat
$\dot{\theta}$	Genelleştirilmiş mafsalsal hız
$\ddot{\theta}$	Genelleştirilmiş mafsalsal ivmesi
q	Genelleştirilmiş elastiklik koordinat
$\dot{q}$	Genelleştirilmiş elastiklik hız
$\ddot{q}$	Genelleştirilmiş elastiklik ivmesi
τ	Mafsalsal momenti
T	Homojen dönüşüm matrisi (4x4)
$\vec{r}$	Yer vektörü
RO	Uzuv malzemesinin yoğunluğu
A	Uzuv kesit alanı
L	Uzuv boyu
E	Uzuv malzemesinin elastisite sayısı
I	Uzuv kesit atalet momenti
m_s	Uzuv ucundaki kütle
v	Elastik yer değiştirme
n	Elastik uzuv sayısı
ϕ	Ölçek fonksiyonu

KISALTMALAR

RIA	The Robotics Industries Association
CAD	Computer Aided Design
CAE	Computer Aided Engineering
CAM	Computer Aided Manufacturing
SCARA	Selective Compliance Arm for Robotic Assembly
PUMA	Programmable Universal Machine for Assembly
VLCS	Virtual Link Coordinate System

İlekil 2.1 Denavit ĩn Hartenberg Sistemine G3re Eksen Takānē Yerleē tirme	20
İlekil 3.1 Kinetik Enerji Hesabānda Robot Modeli	28
İlekil 3.2 Potansiyel Enerji Hesabānda Robot Modeli.....	33
İlekil 3.3 O, O [*] ve O3 Eksen Takānlarē Arasāndaki İliē ki	36
İlekil 3.4 i. uzuv 3zerindeki kuvvet ve momentler	39
İlekil 3.5 G-E form3lasyonunda kullanādan konum vekt3rleri.....	40
İlekil 4.1 Elastik bir uzva Tangent Eksen Takānē yerleē tirilmesi.....	47
İlekil 4.2 Elastik bir uzva VLCS ile Eksen Takānē yerleē tirilmesi.....	48
İlekil 4.3 n adet Elastik Uzuvlu D3zlemsel Robot.....	49
İlekil 4.4 v _i Parametresinin İncelenmesi	52
İlekil 4.5 VLCS de elastik uzva etkiyen servomotor momentleri	61
İlekil 5.1 İle Akāē İle masē.....	64
İlekil 5.2 Dinamik Denklemler Parametrik Olarak Elde Edilmesi iēin İle Akāē.....	65
İlekil 5.3 Dinamik Denklemlerin Sayēallā tēāmasē ve Ç3z3m3 iēin İle Akāē.....	68
İlekil 5.4 Uzuv Sayēānān Girildiēi Men3	71
İlekil 5.5 Kinematik Parametrelerin Girildiēi Denavit ĩn Hatenberg Tablosu	71
İlekil 5.6 Sayēal Deēerlerin Girildiēi Sayēal Deēerler Tablosu	72
İlekil 5.7 Hareket Adānlarānān Belirlenmesi	73
İlekil 5.8 Hareket İle tlarānān Belirlenmesi.....	73
İlekil 5.9 Sonuēlar Men3s3.....	74
İlekil 6.1 Bir Elastik Uzuvlu D3ner Mafsalē D3zlemsel Bir Robotun DH Tablosu	76
İlekil 6.2 Bir Elastik Uzuvlu Robot iēin Sayēal K3tle Deēerleri	78
İlekil 6.3 Elastik Uzuvun t=0 ve " =0 daki Konumu	78
İlekil 6.4 Bir Elastik Uzuvlu Robot iēin Bāēlangēē İle tlarē.....	79
İlekil 6.5 Elastik Uzuvun Konum ve Uē Noktasānān Titreēim Durumu.....	79
İlekil 6.6 Elastik Uzuvun X Eksenine G3re Paralel Olmasē Durumu	80
İlekil 6.7 Elastik Uzuvun Konum ve Uē Noktasānān Titreēim Durumu.....	80
İlekil 6.8 İleli Elastik Uzuvlu D3ner Mafsalē D3zlemsel Bir Robotun DH Tablosu.....	81
İlekil 6.9 İleli Elastik Uzuvlu Robot iēin Sayēal K3tle Deēerleri	83
İlekil 6.10 İleli Elastik Uzuvun Y Eksenine G3re Paralel Olmasē Durumu	83
İlekil 6.11 İleli Elastik Uzuvun Konum ve Uē Noktalarānān Titreēim Durumu.....	84
İlekil 6.12 İleli Elastik Uzuvun X Eksenine G3re Paralel Olmasē Durumu	84
İlekil 6.13 İleli Elastik Uzuvun Konum ve Uē Noktalarānān Titreēim Durumu.....	85

Ėekil 6.14 Üć Elastik UzuVlu Döner MafsallėDüzlemsel Bir Robotun DH Tablosu.....	85
Ėekil 6.15 Üć Elastik UzuVlu Robot ıćın Sayısal KütLe Dećerleri	86
Ėekil 6.16 Üć Elastik UzuVun Y Eksenine Göre Paralel OlmasėDurumu	86
Ėekil 6.17 Üć Elastik UzuVun Konumlarė.....	87
Ėekil 6.18 Üć Elastik UzuVun Uć Noktalarėnėn Titrelım Durumu	87
Ėekil 6.19 Üć Elastik UzuVun X Eksenine Göre Paralel OlmasėDurumu	88
Ėekil 6.20 Üć Elastik UzuVun Konumlarė.....	88
Ėekil 6.21 Üć Elastik UzuVun Uć Noktalarėnėn Titrelım Durumu	89
Ėekil 6.22 Kepćelerėn Moment Zaman ve Elastik Yerdećil tirme Diyagramė.....	90
Ėekil 6.23 Kepćelerėn ćalıđmasėndaki UzuV KütLe Dećerleri.....	90
Ėekil 6.24 Kepćelerėn ćalıđmasėna Uygun Hareket Dećerleri	90
Ėekil 6.25 Yazđmėn ćalıđtıđmasėkle Elde Edilen Elastik Yer Dećil tirme	91
Ėekil 6.26 Kesit : Kare (40 mmx40 mm); L=0.9 m; MS=0 kg	93
Ėekil 6.27 Kesit : Daire (d=45.3152 mm); L=0.9 m; MS=0 kg	94
Ėekil 6.28 Kesit : Altėgen (a=24.8161 mm); L=0.9 m; MS=0 kg	95
Ėekil 6.29 Kesitler : Her ıkı UzuV Kare; 1. UzuV Farklı 2. UzuV Alüminyum Malzeme.....	99
Ėekil 6.30 Kesitler : Her ıkı UzuV Kare; 1. UzuV Farklı 2. UzuV Titanyum Malzeme	100
Ėekil 6.31 Kesitler : Her Üć UzuV ıkı Boı Kare ve Alüminyum Malzeme	105
Ėekil 6.32 Kesitler : Her Üć UzuV ıkı Boı Kare; 1. UzuV ćelik Dićer UzuVlar Alüminyum	105
Ėekil 6.33 Kesitler : Her Üć UzuV ıkı Boı Kare; 1. ve 2. UzuV ćelik 3. UzuV Alüminyum .	106
Ėekil 6.34 Kesitler : Her Üć UzuV ıkı Boı Kare; Her Üć UzuV ćelik.....	106
Ėekil 6.35 Kesitler : Her Üć UzuV ıkı Boı Daire; Her Üć UzuV Alüminyum.....	107
Ėekil 6.36 Kesitler : Her Üć UzuV ıkı Boı Daire; Her Üć UzuV ćelik.....	107

Çizelge 3.1 Robot dinamiğinde formülasyon yöntemleri	27
Çizelge 6.1 Malzeme Yoğunluk ve Elastisite Modülleri Değerleri.....	92
Çizelge 6.2 Kesit Alanları ve Kesit Atalet Momentleri.....	92
Çizelge 6.3 Bir Uzunlu Sistem için Titreşim Özellikleri ($A=0,0016 \text{ m}^2$; $L=0,9 \text{ m}$; $MS=0$)....	96
Çizelge 6.4 Bir Uzunlu Sistem için Titreşim Özellikleri ($A=0,0016 \text{ m}^2$; $L=0,9 \text{ m}$; $MS=3 \text{ kg}$).....	96
Çizelge 6.5 Bir Uzunlu Sistem için Titreşim Özellikleri ($m=4 \text{ kg}$; $L=0,9 \text{ m}$; $MS=0$)	96
Çizelge 6.6 Bir Uzunlu Sistem için Titreşim Özellikleri ($m=4 \text{ kg}$; $L=0,9 \text{ m}$; $MS=3 \text{ kg}$).....	96
Çizelge 6.7 Uzun Kütleli $m=4 \text{ kg}$ için Kesit Ölçüleri	97
Çizelge 6.8 İki Uzunlu Sistem için Uzun Özellikleri	98
Çizelge 6.9 1. Uzun Kare; 2. Uzun Kare, İki Boş Kare ve İki Boş Daire Kesit için Titreşim Özellikleri	101
Çizelge 6.10 1. Uzun İki Boş Kare; 2. Uzun Kare, İki Boş Kare ve İki Boş Daire Kesit için Titreşim Özellikleri	102
Çizelge 6.11 1. Uzun İki Boş Daire; 2. Uzun Kare, İki Boş Kare ve İki Boş Daire Kesit için Titreşim Özellikleri	103
Çizelge 6.12 Üç Uzunlu Sistem için Uzun Özellikleri	104

TELEKKÜR

Tezin hazırlanması süresince, her türlü bilgi ve tecrübelerinden istifade ettiğim, beni yönlendiren değerli hocam **Prof. Dr. Faris KAYA**ya en içten teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca çalışmalarım esnasında yardımlarına ve yönlendirmelerini esirgemeyen; değerli hocalarım **Prof. Necati TAHRALI** ve **Prof. Dr. Ertuğrul TAÇGIN**ı, yine değerli önerilerinden dolayı **Yrd. Doç. Dr. Tamer KEPÇELER** ve **Dr. Ersum YALÇIN**ı teşekkürlerimi borç bilirim.

İstanbul

Suat ARAPOĞLU

Temmuz, 2008

Makine Yüksek Mühendisi

ÖNSÖZ

Özellikle 2. Dünya Savaşı'ndan sonra teknolojinin hızla ilerlemesi ile endüstride otomasyona geçiş süreci başlamıştı. Endüstrideki otomasyonun bir parçası olarak geliştirilen robotlar oldukça geniş uygulama alanları bulmuşlardır. Bunun neticesi olarak endüstriyel robotların tasarımı ve imalatı büyük önem kazanmıştır.

Özellikle elektronik alanında yaşanan gelişme, otomatik kontrolün daha etkin ve yaygın kullanıma imkanı sağlamıştır. Bunun sonucu olarak, daha hızlı hareket edebilen ve yüksek konum hassasiyetine sahip robotların tasarımı ve üretimi gündeme gelmiştir. Ancak daha hızlı robotların üretilmesi, atalet kuvvetlerinin azaltılması problemi de beraberinde getirmiştir. Bu ise, daha düşük kütleli uzuv ve mafsallı motorların kullanılması zorunlu kalmıştır. Uzuv kütlesini azaltmak için kesitin azaltılması sonucu titreşim problemi önem kazanmıştır. Titreşim, bir robotun en önemli özelliklerinden biri olan, tutucusunun konum hassasiyetini olumsuz yönde etkilediğinden hafif kütleli uzuvlara sahip robotlarda çözülmesi gereken en önemli problemlerin birisi tutucu titreşiminin azaltılması olmuştur.

Söz konusu problemi çözebilmek için birçok çalışma yapılmıştır ve yapılmaktadır. Tasarlanan robotun göstereceği dinamik davranışların önceden analiz edilebilmesi arzu edilmektedir. Bu nedenle birçok matematiksel modelleme teknikleri önerilerek, robotun dinamik denklemlerinin, robotu gerçeğe en yakın şekilde modelleyen ve kolay çözümlenebilir formda olması amaçlanmıştır. Elde edilen dinamik denklemlerin çözümlenmesiyle robotun göstereceği dinamik davranışların daha iyi anlaşılması hedeflenmektedir.

Robotların uç uca eklenmiş uzuvlardan oluşması nedeniyle dinamik denklemlerin elde edilmesi oldukça yoğun matematiksel işlemlerin yapılmasını gerektirmektedir. Bu işlemleri elle yaparak robotun dinamik denklemlerini elde etmenin çok fazla zaman alacağı aşırıdır. Ayrıca yoğun matematiksel işlemlerin doğru olarak yapılabilmesi de ayrı bir problemdir. Elde edilen dinamik denklemlerin çözümlenip analiz edilmesi için ise bilgisayarların kullanılması bir zaruret olmaktadır. Elastik uzuvlu robotlar söz konusu olduğunda ise bu hesaplamaların elle yapılması imkansız hale gelmektedir.

Bu çalışmada elastik uzuvlu robotların dinamik denklemlerinin bilgisayar yardımı ile elde edilebilmesi ve çözümlenip analizlerinin yapılabilmesi için bir yazılım gerçekleştirilmesi ve denklemlerin çözümlenmesi ile elde edilen sonuçların mukayesesinin yapılabilmesi hedeflenmiştir.

ELASTİK UZUVLU ROBOTLARIN DİNAMİK DAVRANIŞLARININ SİMÜLASYONU

ÖZET

Bu çalışmada, elastik uzuvlu robotların dinamik denklemlerinin bilgisayar yardımıyla elde edilebilmesi, elde edilen dinamik denklemlerin yine bilgisayar yardımıyla çözümlenerek analizlerinin yapılabilmesi amaçlandı. Dinamik denklemlerin verilen şartlarla çözümlenmesi, arzu edildiği takdirde şartların değiştirilmesi ile denklemlerin tekrar tekrar çözümlenebilmesi göz önüne alındı.

Böylece, verilen şartlar altında robotun göstereceği dinamik davranışlar değerlendirilerek, tasarında veya çalışma koşullarında gerekli değişikliklerin kolaylıkla yapılabilmesi hedeflendi.

Yeni bir modelleme tekniği önerilerek, araştırmacıların yapmış olduğu bir takım basitleştirmeler işlemlere dahil edildi. Bu modelleme esas alınarak yeni bir formülasyon geliştirildi. Bilgisayar ortamında işlenmesi kolay olduğundan formülasyon matris formunda yapıldı.

Ayrıca eksen takımları sistematikliği ve kullanışın yaygınlığı göz önüne alınarak Denavit ve Hartenberg Prensiplerine göre yerleştirildi. Bu formülasyonu kullanarak MATLAB Teknik Programlama Dilinde bir yazılım geliştirildi. Yazılım sayesinde n adet elastik uzva sahip döner mafsallı ve düzlemsel bir robotun dinamik denklemleri otomatik olarak parametrik formda elde edildi.

Böylece dinamik denklemlerin çözümlenebilmesi için sadece parametrik ifadelerin sayısallaştırılması yeterli oldu. Bu sayede denklemlerin her işlem için tekrar tekrar hesaplanmasının önüne geçildi. Sadece sayısal değerlerin değiştirilmesi ile çok farklı kombinasyonlar için dinamik denklemlerin çözümlemesi yapıldı.

Yazılımın, elastik uzuv sayıları bir ile üç arasında olan robotlar için çalıştırılmasıyla elde edilen sonuçlar mukayese edildi. Böylece, uzuv sayısı, uzuv kütle değerleri, uzuv malzemesi ve çalışma şartları arasındaki ilişkiler hakkında bilgi toplandı ve bir takım sonuçlar çıkarıldı.

Anahtar Kelimeler; Robot, Elastik, Dinamik, Modelleme, Simülasyon, Animasyon, MATLAB

SIMULATION OF DYNAMIC BEHAVIORS OF FLEXIBLE ARMED ROBOTS

ABSTRACT

In this study, our aim is to get the dynamic equations of flexible armed robots and analyzing them by computer aid. It was considered to be solved the equations again and again along with the changes of conditions, if desired and the dynamic equations with the given conditions.

Hence, having been evaluating the dynamic behaviour shown by the robot under the given conditions it was aimed to be able to ensure the required changes in designing or working conditions.

A new modeling technique proposed, so that some simplified assumptions are added to the calculations made by some researchers. A new formulation is developed based on this modeling. Due to easy calculation in the computer the formulation was made in matrix form. Also, because of systematic and widespread, coordinate systems were attached according to D-H Principles.

A software based on MATLAB was developed according to this formulation. The dynamic equations of planar robots with n flexible arms and revolute joints were obtained automatically by computer in parametric form. Hence, in order to be solved the dynamic equations, it was sufficient to convert the parametric terms to numeric terms.

So, it was prevented the recalculation of equations for each process. The solution of equations was done for the very different combinations with the changes of numeric values only. The results obtained by working software for robots with one to three elastic organs were compared. So, some information was collected and some conclusion were obtained relationship between number of organ, organ mass value, organ material and working conditions.

Key Words; Robot, Flexible, Dynamics, Modeling, Simulation, Animation, MATLAB

1. GİRİŞ

1.1 Problemin Tanınlanması

Özellikle sanayi devriminden sonra üretimde çeşitlilik sağlanmıştır. Teknolojinin ilerlemesi ise daha yüksek kapasiteli üretim araçlarının ortaya çıkmasına yol açmıştır. Üretim araçlarının gelişmesi ise ürün çeşitliliğinin artmasına yol açmıştır. Bu döngü sonucu üretimde rekabetin artması kaçınılmaz olmuştur.

Daha kısa sürede daha çok üretim yapmak ve ürün çeşidini geliştirmek otomasyonla mümkün olmuştur. Otomasyon ile robotik teknolojilerinin birbirine çok yakın olması endüstriyel robotların otomasyonun bir parçası haline getirmiştir. Üretim sistemlerinde yaşanan gelişmeler, insan gücünün üretimden ziyade, ürün tasarlamada, üretim planlamada ve sistemler arasında uyumluluğu sağlamada görev almasına zorunlu kalmıştır. Otomasyonda ve esnek üretim sistemlerinde, insan gücünün üretim alanında görev almaması temel yaklaşımlardan olduğundan, bu üretim sisteminde endüstriyel robotlara duyulan ihtiyaç artmıştır. Bu ise yeni bir il kolunun endüstriyel robot üretimi - doğmasına sebebiyet vermiştir.

Esnek üretim sistemleri sayesinde ürün çeşitliliği artarken, otomasyon sayesinde ise özellikle insandan kaynaklanan hatalar en aza indirilmiştir. Hatta elektronik endüstrisinde, çok hassas işlem görmesi gereken elektronik devrelerin/kartların üretimi otomasyon sayesinde mümkün olmuştur. Elektronik endüstrisindeki üretim imkanlarının güçlenmesi daha hızlı bilgisayarların üretimini de mümkün kalmıştır. Hızlı bilgisayarların üretilmesi, birçok alanda yeni gelişmelere yol açarken otomatik kontrol alanında da çok büyük ilerlemelere imkan tanımıştır.

Endüstriyel robotlara duyulan ihtiyacın artması ile birlikte daha etkin ve hassas robotlar üretebilmek amacıyla çeşitli araştırmalar yapılmaya başlanmıştır. S. K. Dwivedy ve P. Eberhard (2006), yaptıkları bir araştırma ile 1974-2005 yılları arasında endüstriyel robotlar üzerine 433 yayın yapıldığını tespit etmişlerdir. Endüstriyel robotlar, hem mekanik bir yapıya hem de bu mekanik yapıyı kontrol eden bir kontrol sistemine sahiptirler. Bu nedenle robot çalışmaları makine ve bilgisayar bilimlerinin inceleme alanına girmektedir. Bu iki bilim dalında yapılan çalışmalar neticesinde 1970'lerden itibaren robotik adıyla yeni bir bilim dalı ortaya çıkmıştır.

İlk zamanlarda, endüstriyel robotlar insan koluna benzemelerinden dolayı her ne kadar insan gücünü artıran aletler olarak görülürse de bu kadar basit mekanizmalar olmadıkları kabul

edilmiştir. Bu nedenle zaman içinde endüstriyel robotların tanınma ihtiyacı duyulmuştur. Merkezi Amerika Birleşik Devletlerinde bulunan The Robotics Industries Association (RIA), endüstriyel robotu; *ödeklilik görevleri yerine getirmek için programlanmış hareketlerle, çeşitli malzemeleri, parçaları ve aletleri hareket ettirmek amacıyla tasarlanmış çok fonksiyonlu ve tekrar programlanabilir manipulatorler* şeklinde tanımlamıştır. Ancak yine teknolojiye yaşanan ilerlemeler sonucu algılayabilme yeteneği de endüstriyel robotlarda aranan özelliklerden biri olmaya başlamıştır. Buna göre endüstriyel robot;

- Çalışma uzayı içerisinde bir cismin konum ve duruşunu değiştirebilmeli, yani cismi manipüle edebilmeli
- Yine çalışma uzayı içerisinde, manipülasyonu bir program ile yapabilmeli, yani programlanabilmeli
- Daha gelişmiş endüstriyel robotlar ise çalışma uzayı içerisinde meydana gelebilecek değişiklikleri sensörler veya kamera yardımıyla fark edebilmelidir.

Endüstriyel robotların en önemli özelliklerinden biri bir kontrol sistemine sahip olmalarıdır. Bu özelliklerinden dolayı endüstriyel robotlar, çok kolay bir şekilde bilgisayar destekli esnek üretim sistemlerinin bir parçası olmuştur.

Endüstriyel robotlar, sadece esnek üretim sistemlerinde değil, insan sağlığı için zararlı alarmlar, sıcak, radyasyonlu, vb. ortamlarda, denizaltı çalışmalarında ve uzay çalışmalarında da geniş kullanım alanı bulmuşlardır ve bulmaktadırlar.

Üretim ve araştırma amaçlı olarak çok geniş kullanım alanı bulan endüstriyel robotlardan beklenen en önemli özellikler, yüksek çalışma hızı ve konum hassasiyetidir. Bir robotun konum hassasiyeti, robot donanımı ile doğrudan ilgili olmakla birlikte yüksek çalışma hızıyla ters orantıdadır. Bir endüstriyel robotun konum hassasiyetinin üç temel özelliği vardır. Bunlar:

- Hareket hassasiyeti: Robot uç noktasında bulunan tutucunun robot çalışma uzayı içerisinde yapabileceği en küçük mesafeli harekettir.
- Doğruluk: Tutucunun, çalışma uzayı içerisinde ulaşması hedeflenen bir noktaya ulaşabilme yeteneğidir.
- Tekrarlayabilirlik: Yine tutucunun, çalışma uzayı içerisinde ulaşması hedeflenen bir noktaya ulaşmış terkedtikten sonra, yapacağı ilave hareketlerden sonra tekrar terkettiği noktaya ulaşabilme özelliğidir.

Bu özelliklerin; robotun sahip olduğu kontrol sisteminin ve mekanik donanımın hassasiyet ve kapasiteleri ile doğrudan ilgili olduğu ortadadır.

Otomasyonda ve esnek üretim sistemlerinde çevrim zamanının çok kısa olması arzu edildiğinden, bu sistemin bir parçası olan robotların da hızlı çalışmalar gerekmektedir. Ancak robotların birbirine eklenmiş mekanik kollardan oluşması nedeniyle, yüksek çalışma hızlarında robotun, özellikle en uç noktada bulunan tutucunun titreşim yapması kaçınılmaz olmaktadır. Titreşim, denge konumu civarında yapılan salınım olduğuna göre, tutucunun titreşim yapması demek, robot konum hassasiyetinin azalması demektir.

Bu olumsuzluğun önüne geçmek amacıyla endüstriyel robotların yüksek rijidliğe sahip olacak şekilde tasarlanması yoluna gidilmektedir. Bu ise uzuv kesit alanlarının artırılması ile mümkün olmaktadır. Ancak bu durumda uzuv kütlesi artmakta ve yüksek çalışma hızlarında çok büyük atalet kuvvetleri ortaya çıkmaktadır. Ayrıca büyük kütleli uzuvların hareket ettirilebilmesi için yüksek kapasiteli servomotorların kullanılması bir zaruret olmaktadır. Yüksek kapasiteli servomotorların kullanılması ise yüksek enerji tüketimi gerektirdiğinden bu durum, üretimde hedeflenen düşük enerji tüketimi prensibiyle uyulmamaktadır. Her ne kadar bu durum optimum çalışma şartları ve optimum robot konfigürasyonlarının tespit edilmesiyle iyileştirilmeye çalışılsa da, halihazırda endüstriyel robotlar bu yapılarla sanayide kullanılmaktadırlar. Ancak, enerjinin ve zamanın kısıtlı olduğu uzay ve denizaltı çalışmalarında bu yapıdaki robotlarla sonuca ulaşmak imkansız veya çok zor olmaktadır.

Rijid yapıda endüstriyel robotların bu olumsuzluklarını ortadan kaldırmak için daha hafif robot kollar tasarlanarak bunların kullanımı amaçlanmaktadır. Daha hafif kolun, uzuv boyunun kısıltılması, uzuv kesit alanının azaltılması ve daha düşük yoğunluğa sahip uzuv malzemesinin kullanılması ile mümkün olacağı açıktır. Uzuv boyunun kısıltılması ile çalışma uzayının daralması, kesit alanının azaltılması ve düşük yoğunluklu malzemenin seçilmesi ile de rijidliğin azalması söz konusu olmaktadır. Rijidliğin azalması ise elastikliğin artmasından başka bir şey değildir. Bu ise titreşimi artıran olumsuz bir özelliktir. Yüksek hızlı çalışma durumlarında ise titreşim ciddi bir problem teşkil etmektedir. Robot tutucusunun konum hassasiyetini olumsuz yönde etkileyen bu titreşimlerin tamamen ortadan kaldırılması mümkün olmadığından en azından genliklerinin kabul edilebilir bir seviyeye getirilebilmesi ve bu seviyede tutulabilmesi gerekmektedir.

Bu nedenle tasarlanan robotun dinamik denklemlerinin elde edilmesi ve bunların çözülerek dinamik analizlerin yapılması çok büyük önem arz etmektedir. Ancak, robotların uç uca

eklenmiş uzuvlardan oluřmasđ nedeniyle dinamik denklemlerin elde edilmesi yoşun matematiksel illemlerin yapđmasđđ gerektirmektedir. Elde edilen bu dinamik denklemlerin cözümleñip analiz edilmesi için ise bilgisayarlarđđ kullanđmasđ bir zaruret olmaktadır. Elastik uzuvlu robotlar söz konusu olduşunda bu hesaplamalarđđ elle yapđmasđ imkansız hale gelmektedir. Bu durum karđřında elastik uzuvlu robotlarđđ dinamik denklemlerinin elde edilmesi ve cözümleñmesi için bilgisayarlarđđ kullanđmasđ yoluna gidilmektedir.

1.2 Elastik Uzuvlu Robotlarđđ Modellenmesi ve Yapđan Modelleme Cálđmalarđđ

Bir sistemin dinamik özellişinin matematiksel tanđđna matematiksel model veya dinamik denklemler denilmektedir. Yine bir sistemin dinamik davranđlarđđđ analizinin ilk ve en önemli adđđ sistemin dinamik denklemlerinin elde edilmesidir. Elastik uzuvlu robotlar özelinde tutucunun yapacařđ titreşim incelendişinden dinamik denklemlerin mümkün olduşu kadar gerceşe yakđđ olmasđ arzu edilir. Gerceşe yakđđ bir modelleme, robotun dinamik davranđlarđđđ saşlığlı bir şekilde analiz edilebilmesine imkan tanđđken, etkili bir kontrol organđ tasarđđna da zemin hazđlar. Bunun ise, robot performansđna olumlu katkısařlayacařđ alđkardđ.

Robotlar bir birine eklemleñmiř uzuvlardan oluřtuklarđđ için, dinamik denklemleri birbirine başlığ nonlinear diferansiyel denklemler formunda olmaktadır. Bu denklemlerin elde edilmesi ve cözümleñmesi yoşun matematiksel illem yapđmasđđ gerektirmektedir. Bu nedenle, bir takđđ kabullerle illemleri azaltma ve kolaylaştışma yoluna gidilmektedir. Bu kabullerden en önemlisi sistemin rijid olarak kabul edilmesidir. Ancak, bilgisayarlarđđ gelişmesi yoşun matematiksel illemlerin daha kısa sürede yapđabilmesine imkan sařlamđđđ. Bu ise, endüstriyel robot cálđmalarında uzuv elastikiyetlerinin de hesaba katđmasđna imkan tanđđđđđ.

Bu imkanlar çerçevesinde, robot uzuvlarđđđ elastikiyetlerini de hesaba katacak şekilde yeni modelleme teknikleri geliştirilmiştir. Ayrıca elde edilen dinamik denklemlerin cözümleñerek kinematik ve dinamik analizlerin yapđabilmesi arařtıřđđđđđ. Matematiksel illemlerin yoşunluşundan dolayığ bilgisayarlarđđ bu illemler için daha etkin şekilde kullanđabilmesi amacđyla da cálđmalar yapđmđđđđ. T. Yoshikawa ve K. Hosoda (1996), virtual rijid linkler ve pasif mafsallar metodu ile elastik manipülatörlerin dinamik modellenmesini önermişlerdir. K. Behdinan et al. (1997), rijid bir mafsal içinde kayma hareketi yapan elastik bir uzvun dinamik denklemlerini, nonlinear analiz için genişletilmiş Hamilton Prensibi ile elde etmişlerdir. F. Hongguang et al. (1998), üç mafsallđ yerleştirme robotunun ters kinematik analizinin

yapabilmek için bilgisayar destekli bir geometrik yaklaşımla sunarlarken, J. Kövecses (1998), uzaysal çalıdan elastik uzuvlu robotların dinamik denklemlerini elde etmek için dağın parametreler metodunu incelemiştir. F. Boyer ve W. Khalil (1998) ise, elastik uzuvlu manipölatörlerin ters dinamik analiz problemini çözebilmek amacıyla etkili bir adönsal hesaplama algoritması geliştirmişlerdir. B. Siciliano (1999), yerçekim kuvveti etkisi altında katı bir yüzey ile sınırlanmış elastik bir manipölatörün ters kinematik problemi için kapalı çevrim bir algoritma geliştirmiştir. J. H. Park ve J. H. Kim (1999), ucunda yük bulunan, dönen eği bir uzvun dinamik davranışlarını incelemiştir. Z. X. Shi et al. (1999), sınırlı hareket kontrolü için rijid ve elastik yapıda iki uzva sahip bir robotun dinamik modelini Hamilton prensibi ile elde etmişlerdir.

M. Abderrahim ve A. R. Whittaker (2000), endüstriyel robotların kinematik parametrelerinin tanımlanması üzerine bir çalışma yaparlarken; A. Gasparetto (2001), elastik uzuvlu düzlemsel bir mekanizmanın nonlinear dinamik denklemlerini, bir titreşim kontrol organı tasarlamaya uygun formda elde etmek için çalışmıştır. B. O. Al Bedoor ve M. N. Hamdan (2001), dönen elastik bir uzvun geometrik nonlinear dinamik denklemini düzlemsel büyük elastik yer değiştirmeler için elde etmişlerdir. J. Shaw (2001), ters dinamik ve kinematik analiz için denklemlerin lineer en küçük kareler metoduyla çözümü üzerine çalışmıştır. Yine, O. Kopmaz ve K. S. Anderson (2001), elastik bir kafa tarafından tahrik edilen elastik bir uzva ait dinamik denklemlerin eigenfrekansları esas alarak denklemlerin en az hata ile çözümünü incelerken, C. Tisell ve K. Orsborn (2001), çok gövdeli sistemlerin dinamik analizi için MECHAMOS paket programında bir algoritma geliştirmişlerdir. R. Muszynski (2002), bir ray üzerine monte edilmiş ASEA IRb-6 manipölatörünün tekil ters kinematik probleminin çözümünü araştırmıştır. J. A. Somolinos et al. (2002), üç elastik uzuvlu bir robotun dinamik denklemlerini elde etmişler ve doğruluğunu deneysel sonuçlarla göstermişlerdir. H. S. Lee ve S. L. Chang (2003), bir robot manipölatörün konum analizleri için CAD/CAE/CAM integrasyon sistemi üzerine çalışmışlardır. H. Yang et al. (2003), dönen bir diske bağlanmış ve ucunda yük bulunan elastik bir uzvun dinamik denklemlerini sonlu elemanlar yöntemi ile elde etmişlerdir. J. B. Yang et al. (2004), dönen rijid bir diske bağlanmış olan üniform Euler-Bernoulli kolunun elastik hareketlerini araştırdıkları, R. Köker et al. (2004), bir robot manipölatörün ters kinematik probleminin neural network ile çözümünü incelemiştir. M. T. Dağ ve L. C. Dülger (2005), bir SCARA robotun servo aktüatör etkileri dahil dinamik denklemlerini çözerek simülasyon yapmışlardır.

P. Kalra et al. (2006), endüstriyel robotların çok modlu ters kinematik problemlerini çözmek

için çevrimsel bir yaklaşım önermişlerdir. L. Akbaba ve İ. Yüksel (2006), ucunda hareketli bir disk olan ve hem eğilmeye hem de burulmaya maruz kalan elastik bir uzvun dinamik denklemlerini elde etmişlerdir. K. Ziaei ve D. W.L. Wang (2006), tek elastik uzuvlu bir robotu modellemek için ortonormal temel fonksiyonların kullanıldığını önermişlerdir.

1.3 Elastik Uzuvlu Robotların Titreşimleri ve Titreşim Azaltma Çalışmaları

Titreşim, bir cismin denge konumunun civarında yapmış olduğu salınım hareketidir. Rijid cisimlerde titreşim, sistemin kütle, yay ve sönüm özellikleri ile dış kuvvetlerden ve sistemin bu dış kuvvetlere cevap verme özelliğinden kaynaklanmaktadır. Cismin elastik yapıda olması durumunda ise bu etkenlere ilave olarak, cismin elastikliğinden kaynaklanan yay ve malzeme içi sönüm özelliği de söz konusu olmaktadır. Rijid cisimler tanımları gereği, maddesel noktalar arasındaki mesafelerin hareket esnasında değişmediği cisimlerdir. Gerçekte hiçbir cisim rijid değildir. Ancak, geometrik şekillerine ve üretildikleri malzemenin elastisite modülüne göre rijidlikleri farklılık gösterebilmektedir. Endüstriyel robotların söz konusu olduğu durumlarda uzvun boy ve kesit oranı rijidlikle ters orantılıdır. Yani, uzvun boyu artar ve kesit alanı azalırsa rijidlik de azalacaktır. Bu nedenle rijidliği artırmak için uzuvların kesit alanlarının büyük olması tercih edilmektedir.

Esnek cisimler, maruz kaldıkları kuvvetlerin veya momentlerin etkisi altında elastik deformasyona uğrarlar. Elastik uzuvlu endüstriyel robotlar için ise bu durum, rijid kabuller altında hesaplanan, tutucunun konum ve duruşunun, statik halde bile gerçek konum ve duruşundan farklı olması demektir. Uzvun hareket halinde, yani kuvvetler veya momentler etkisi ile dinamik davranış göstermesi durumunda, hesaplanan konum ve duruş ile gerçek konum ve duruş arasında ciddi farklar oluşabilmektedir. Bu ise robotun konum hassasiyeti açısından istenmeyen bir durumdur.

Rijid veya esnek olsun, robot kollar hareketleri esnasında yapıları gereği büyük kuvvetlere maruz kalırlar. Bu kuvvetler, ani yön değişik tiren mafsallı kuvvet/momentleri, uzvun kütlelerinden kaynaklanan atalet kuvvetleri, ani yük değişim kuvvetleri gibi kuvvetlerdir. Ayrıca tahrik elemanının kendisi de az veya çok titreşim üretmektedir.

Robot kollar çalışmaları esnasında eksenel, eğilme ve burulma moment ve kuvvetlerine maruz kalmaktadır. Bunlar ise;

- Uzuv eksenine doğrultusunda eksenel,
- Uzuv eksenine dik eğilme,

- Uzun eksen boyunca burulma titreşimlerinin oluşmasına yol açmaktadır.

Ayrıca moment ve kuvvetlerin etkisi altında mafsallarda da titreşimler oluşmaktadır. Robot kolun eksenine doğrultusunda oluşacak elastik yer değiştirmelerden kaynaklanan titreşimler, tutucunun konum hassasiyetini önemli derecede etkilemediğinden genelde inceleme dışı bırakılır. Ancak eğilme titreşimleri ve burulma titreşimleri tutucunun konum hassasiyetini önemli derecede etkilemektedir. Bu olumsuzlukları gidermek için, A. Konno et al. (1997), bazı uzaysal elastik manipulatorlerin yapısal titreşimlerinin kontrol edilebilirliklerinin konfigürasyonlarına bakılarak oldukları düşünüldüğü ile bu titreşimlerin kontrol edilebilirlikleri üzerine çalışmalar yaparken, S. L. Linares et al. (1997), yine uzaysal elastik yapıda robotlar için bazı komutlarına mafsallarda pozisyon geri beslemesine bir titreşim azaltma terimi ilave ederek hesaplama yoluna gitmişlerdir. E. H. K. Fung ve T. W. Yau (1999), dönme hareketi yapan zorlanmış bir elastik uzuv için merkezkaç kuvvetinin titreşim frekansları üzerindeki etkilerini incelemişler, H. W. Park et al. (1999), hibrid kontrol organında voice coil tip aktüatör kullanarak elastik uzuvlu bir robotun konum ve titreşimlerinin kontrol edilmesini araştırmışlar, E. H. K. Fung ve C. K. M. Lee (1999) ise, tek elastik uzuvlu bir robotun yörüngesini takip edebilmesi amacıyla yeni bir değişken yapıda kontrol organı geliştirmişlerdir.

V. Lertpiriyasawat et al. (2000), iki elastik uzuvlu bir robotun tutucu pozisyonunu hassas şekilde tahmin edebilmek için sisteme geliştirilmiş Kalman Filtrelemesi ilave ederken; M. N. Hamdan et al. (2001), rijid bir diske bağlanmış elastik bir uzvun serbest titreşimlerini yüksek genlikler için incelemişlerdir. M. Moallem et al. (2001) ise, gözetleyici esaslı ters dinamik kontrol stratejisi üzerine çalışmışlardır. Yine D. Zichen et al. (2003), elastik uzuvlu uzaysal robotların titreşimlerini azaltmak için lineer kuadratik kontrol metodu üzerine araştırma yaparken, J. Cheong ve Y. Youm (2003), elastik uzuvlu robotların eğilme ve burulma momentleri etkisi altında oluşan yatay titreşimlerini sistem modu analizi ile incelemişlerdir. S. K. Tso et al. (2003), tek elastik uzuvlu bir robot için, lazer diyot ve konum hassasiyet sensörü kullanarak dinamik yer değiştirmeleri gerçek zamanlı ölçen ve bu değerleri geri besleme olarak alan bir kontrol sistemi geliştirmişlerdir. Yine J. Cheong et al. (2004), daha önceki çalışmalarına ilave olarak burada titreşim kontrolünü, saklayabilmek için gerekli olan fiziksel özellikleri araştırmışlardır. Z. Mohamed ve M. O. Tokhi (2004), elastik uzuvlu robotların titreşim kontrolü için girişli lineerleştirme, düşük kütle ve band-stop filtreleme esaslı komut lineerleştirme tekniği kullanarak ileri beslemeli bir kontrol stratejisi araştırmışlardır. H. Karagülle ve L. Malgaca (2004) ise, diğer araştırmacılarından farklı olarak iki uzuvlu düzlemsel

bir robotu, bir CAD/CAE programı olan I-DEAS'da modelleyerek tutucunun uç noktasındaki titreşimlerin analizini yapmışlardır.

J. Shan et al. (2005), Tek elastik uzuvlu bir robotun titreşimlerini azaltmak için modified input shaping (MIS) tekniğini incelerken, R. Caracciolo et al. (2005), yüksek performanslı robust bir kontrol organı tasarımı için nominal performans ve robust kararlılık arasında net bir geçilebilirlik sağlayan kararlılık H_2/H_∞ optimizasyonu esaslı bir prosedür önermişlerdir. L. Bascetta ve P. Rocco (2006), düzlemsel çalışan elastik uzuvlu bir robotun titreşimlerini kontrol etmek amacıyla strain gauge ölçümleri ile birlikte kamera sensör kullanan kompozit kontrol teorisi esaslı bir sistem üzerinde çalışmışlardır. M. Hassan et al. (2007), tek elastik uzuvlu bir robotun titreşimlerini azaltmak için piezoseramik aktüatör kullanan model esaslı bir prediktif kontrol organı üzerinde araştırmalar yapmışlardır.

Bir endüstriyel robotdan beklenen en önemli özellik, tutucusunun istenilen zamanda istenilen konum ve duruma bulunmasıdır. Titreşim durumunda tutucu istenilen konum ve duruma bulunmayacaktır. Bu nedenle titreşim istenmeyen bir durumdur. Oysa gerçekte her sistem az veya çok bir titreşim yapar. Bu sebeple titreşimleri tamamen ortadan kaldırma yoluna değil, kabul edilebilir bir seviyede tutma yoluna gidilmektedir.

Robotlar endüstride çok farklı kullanılan alanlar bulduklarından titreşim etkisi de robotun kullanılan alanına göre değişecektir. Tutucu bir noktadan diğer bir noktaya hareket ederken bir yol/yörünge takip etmektedir. Titreşim durumunda bu yörüngeden sapacaktır. Endüstriyel robot uygulamalarında üç tür yörünge takibi yapılmaktadır. Bunlar;

- Noktadan noktaya
- Noktadan noktaya belirli bir yörünge ile
- Sürekli yörünge ile yörünge takibidir.

Noktadan noktaya yörünge takibine, nokta kaynağı montaj ve parça transferi, noktadan noktaya belirli bir yörünge ile yörünge takibine ise dar bir hacim içinde veya kısıtlı hareket ortamlarında nokta kaynağı montaj ve parça transferi, sürekli yörünge ile yörünge takibine ise boyama, dikiş kaynağı gibi uygulamalar örnek olarak verilebilir.

Tutucunun titreşim yapması durumunda, montaj esnasında monte edilen parça yuvasına girerken parça veya yuva zarar görebilecek, ya da parça yerine monte edilemeyecektir. Tutucunun kaynak pensi taşıması durumunda, kaynak pensi kaynak yüzeyine fazla yaklaşıp veya uzaklaşıp kaynak dikişinin kalitesini bozacaktır, ya da kaynak dikişinin taşımasına yol

açacaktır. Yine tutucunun noktadan noktaya belirli bir yörünge takip etmesi gereken durumlarda tutucu yörünge dâhna çıkararak çełitli yerlere çarpabilecektir. Bu nedenlerden dolayı uç titrełimlerini en aza indirecek veya kabul edilebilir deđerler içinde kalmasđna imkan sađlayacak yörüngelerin bulunmasđda gerekmektedir.

Bu konuda da çełitli çalıřmalar yapılmıřtır. Y. Aoustin ve A. Formal'sky (1997), yaptđklarđ çalıřmada tek elastik uzuvlu bir robotun yörüngesinin nominal olarak tasarlanmasđ için bir metod önermiřlerdir. J. H. Chin ve S. T. Lin (1997) ise, mafsallara uygulanacak momentlerin hesaplanmasđnđ dikkate alarak elastik uzuvlu uzaysal bir robotun izleyeceđi yörüngenin önceden tahmin edilmesi üzerine bir çalıřma yapmıřlardır. T. Kepçeler (1998), optimum hareket sentezi ile titrełimlerin en aza indirilmesi üzerine çalıřmıřtır. M. A. Arteaga (2000), yaptđđı çalıřma ile elastik robot kollarđn yörünge takip kontrolü problemini çözmek için nonlinear gözetleme elemanđkullanan nonlinear kontrol sistemini önermiřlerdir. G. Oke ve Y. Istefanopulos (2003), iki elastik uzuvlu bir robotun uç noktasđnđ titrełiminin kontrolu amacıyla PD, nonlinear düzeltme terimi geri beslemesi ile güçlendirilmiř PD ve adaptiv fuzzy kontrol sistemlerini esas alarak inceleme yapmıřlar ve bunlarđn sonuçlarđnđ mukayese etmiřlerdir. K.J.Kyung ve J. Park (2004), elastik uzuvlu robotlarđn uç titrełimlerini, moment sđnâlamalarđ ile önemli derecede azaltan bir yörünge elde etmek için çalıřmıřlardır.

1.4 Elastik Uzuvlu Robotlarda Kontrolün Önemi ve Yapđan Kontrol Çalıřmalarđ

Endüstriyel robotlar uç uca eklenmiş uzuvlardan oluşan mekanik sitemlerdir ve görevlerini yerine getirebilmeleri için kontrol edilmeleri gerekir. Kontrol; bir değilken değerin veya değerler grubunun, önceden belirlenmiş bir değere veya değerlere uyumunu sağlamak için yapığan illemlerdir. Endüstriyel robotlar için ise kontrol, tutucunun robot çalışma uzayđ içerisinde istenilen zamanda istenilen konum ve duruğa bulundurulmasđ için yapığan illemlerdir. Bu ise, tutucunun istenilen konum ve duruğa gelebilmesi için gerekli olan mafsâl koordinatlarđnđ, hêzlarđnđ ve mafsallara uygulanan kuvvetlerin/momentlerin hesaplanmasđnđ daha sonra da mafsallarđn belirli bir sđayla kontrol edilerek hareket geçirilmesini zorunlu kđlmaktadır. Bu illemler ise mafsâl tahrik elemanđna uygulanan voltajđ ve akđnđn kontrol edilmesi ile sağlanmaktadır.

Kontrol organđ tutucunun istenilen konum ve duruđa gelmesi için gerekli olan mafsâl hareketlerini ve momentleri/kuvvetleri hesaplarken daha önceden belirlenmiř olan bir formülasýona göre matematiksel illemler yapmaktadır. Bu formülasýon ise sistemin dinamik denkleminde bałka bir íey deđildir. Dolayışýyla, bir robotun hassas çalıřabilmesi için

dinamik denkleminin gerçeğe yakın olarak elde edilmesi gerekmektedir. Bu ise, dinamik denklemler elde edilirken illemlerin basitleştirilmesi için yapılan bir takım kabullerin hesaba katılmasına gerektirmektedir. Bu nedenle uzuvların elastikliklerinin hesaba katılması ve bir takım terimlerin ihmal edilmemesi, dinamik denklemlerin gerçeğe yakın olarak elde edilmesi için atılması gereken adımlardan biridir.

Endüstriyel robotlar, açık veya kapalı çevrim şeklinde olmak üzere iki farklı kontrol yaklaşımı ile kontrol edilmektedirler. Bölüm 1.3 de belirtildiği gibi robot tutucusu; noktadan noktaya, noktadan noktaya belirli bir yörünge takibi ile ve sürekli yörünge takibi metodlarından biriyle istenilen konum ve duruma ulaşabilmektedir. Bu durumda, seçilen metoda göre robot tutucusunun mafsallı hareketlerinin hesaplanması söz konusudur. Açık çevrim kontrol yaklaşımında; mafsalların hesaplanan miktarda hareket yapması sağlanır. Kapalı çevrim kontrol yaklaşımında ise, mafsalların hesaplanan miktarda hareket yapmasından sonra, tutucunun bulunması gereken konum ve duruma olup olmadığı ölçülür ve bu ölçüm sonuçları kontrol organına geri gönderilerek değerlendirme yapılır. Değerlendirme sonucu, kontrol organı mafsalların ilave hareketler yapıp yapmayacağına karar verir. Bu çevrim, tutucu istenilen konum ve duruma belli bir hassasiyetle gelinceye kadar devam eder. Görüldüğü gibi, kapalı çevrim kontrol durumunda daha fazla hesaplama yapılması gerekmektedir.

Uzuv elastikliklerinin hesaba katılması durumunda, tutucunun istenilen konum ve duruma getirilebilmesi için elastik yer değiştirmelerin de hesaplanması ve buna göre mafsallı hareketlerinin belirlenmesi gerekmektedir. Bu ise, açık çevrim kontrol metodunda bile işlem miktarı oldukça artacaktır. Ancak, elektronik endüstrisinde yaşanan gelişmeler çok daha hızlı mikroçiplerin üretilmesine imkan tanımaktadır. Bu mikroçiplerin kontrol organlarında kullanılması ise kontrol organlarının kapasitesini oldukça artırmaktadır. Bu imkanlar karşısında, endüstriyel robotların elastik kabuller altında modellenip, kapalı çevrim kontrol metodu ile kontrol edilebilmesi için birçok çalışma yapılmıştır. İlk çalışmalarda sadece uzuvların elastikliği göz önüne alınırken, son zamanlarda mafsalların elastikliğini de göz önüne alan çalışmalar yapıldığı görülmektedir.

C. J. Damaren (1998), iki elastik uzuvlu bir manipülatörün titreşim modlarına uzuv, tahrik elemanı ve tutucudaki kütlelerin dağıtım fonksiyonu olarak incelemiştir. F. Matsuno ve S. Kasai (1998), hareketi sınırlanmış tek elastik uzuvlu bir robotun modellenmesini ve robust kuvvet/moment kontrol organı tasarımı için dağıtım parametre modelini esas alarak yapmıştır. A. S. Morris ve A. Madani (1998), iki elastik uzva sahip bir robotun quadratik optimal kontrolü üzerine çalışmışlardır. Z. H. Luo ve D. X. Feng (1999), tek elastik uzuvlu bir

robotun hareketini ve titreşimlerini el zamanlı olarak kontrol edebilmek için, serbest fonksiyonlu nonlinear bir moment kontrolü önermişlerdir. M. Karkoub et al. (2000), elastik uzuvlu manipülatörlerin kontrolünde μ -sentez tasarımı tekniğinin kullanıldığını etkilerini araştırmışlardır.

Daha önce de belirtildiği gibi mikroçip ve bilgisayar sahasında yaşanan gelişmeler sonucu elastik uzuvlu robotların daha etkin kontrolü için yeni teknikler üzerine çalışmalar yapılmaya başlanmıştır. M. Karkoub ve K. Tamma (2001), daha önce yapılmış oldukları çalışmaya ilave olarak, Timoshenko kiriş teorisini ve kabul edilmiş modlar metodunu kullanarak elastik bir uzvun modellenmesini yapmışlar ve buna μ -sentez kontrol tekniğini uygulamışlardır. T. H. Lee et al. (2001), elastik uzuvlu robotların kontrolü için adaptiv robust kontrol organı tasarımı üzerine çalışırken, P. R. Pagilla ve M. Tomizuka (2001), robot kollar için, adaptiv çekme geri beslemeli kontrol organı üzerinde çalışmışlar ve sistemin kararlılığını araştırmışlardır. Y. Yavin (2001), tutucu hâzindeki değişikliklerin sonuçları olduğu üç uzuvlu bir robotun kontrolünü incelemiştir. S. Choura ve A. S. Yigit (2001), tutucusunda yük bulunana rijid ve elastik olmak üzere iki uzva sahip bir robotun modellenmesini ve kontrolünü incelemiştir. C. Fangos ve Y. Yavin (2001), üç uzuvlu bir robotun invers kontrolünün esaslarını araştırmışlardır. C. Feng et al. (2001), dönen bir elastik manipülatörün neural network kontrol sistemiyle kontrolü üzerine çalışmışlardır. Ayrıca W. E. Dixon et al. (2001), özel olarak PUMA 560 tipi bir robotun kontrolü ve simülasyonu için MATLAB-Simulink tabanlı bir yazılım geliştirmişlerdir.

J. Knani (2002), deterministik bir yaklaşımla, elastik bir uzuv için dinamik modelleme ve adaptiv robust kontrol organı tasarımı ve yörüngenin bilgisayar simülasyonu üzerine çalışmıştır. B. Subudhi ve A. S. Morris (2002), uzuvların elastikliğine ilave olarak mafsalları elastikliğini de göz önüne alarak, elastik uzuvlu robotların modellenmesini Lagrange-Euler formülasyonu ve kabul edilmiş modlar metodu ile yapmışlardır. Yine bu yapıdaki robotların kontrolünü araştırmışlardır. K.Y. Kuo ve J. Lin (2002), tek elastik uzuvlu bir robot için tekil pertürbasyon yaklaşımı ile fuzzy logic kontrol organı tasarlamışlardır. X. Hou ve S. Tsui (2003), burulmaya maruz elastik uzuvlu bir robotu göz önüne alarak, geri beslemeli kontrol organı tasarlamışlar, sistemin üstel kararlılığını incelemiştir. J. S. Surdhar ve A. S. White (2003), tek elastik uzuvlu bir manipülatör için optik gözetleme elemanı ile yerdekalı geri beslemesi yapan fuzzy kontrol organı geliştirmeye çalışmışlardır. R. J. Theodore ve A. Ghosal (2003), çok uzuvlu elastik manipülatörlerin yörünge takibini yapabilmek amacıyla model esaslı kontrol organının robustluk özelliklerini araştırmışlardır. J. Lin ve F. L. Lewis (2003),

tekel pertüsbayon yaklađıñe ile tek elastik uzuvlu bir robotun hiyerarlık fuzzy logic kontrolünü incelemlilerdir. M. Dadfarnia et al. (2004), elastik kartezyen robot kollarıñ piezoelektrik esaslı gözetleme elemanı yardağıyla kontrolü üzerine teorik ve deneysel çalımlar yapmılardı. X. Hou ve S. K. Tsui (2004) önceki çalımlarına ilave olarak, iki uzuvlu ve üç mafsallı elastik bir robotun dinamik analizi ve kontrolü üzerine çalımlılardı. N.G. Chalhoub et al. (2006), tek elastik uzuvlu bir manipülatörün rijid ve elastik hareketlerini kontrol edebilmek amacıyla, nonlinear gözetleme elemanına sahip iki robust nonlinear kontrol organı geliştirmilerdir. V. Feliu et al. (2006), tek elastik uzuvlu bir manipülatörün ileri beslemeli kontrolünü optimal mekanik tasarım esaslı olarak yapabilmeyi araştırmılardı. Böylece, tutucunun talığı yük değerlerindeki değilikliklere karlı daha robust bir kontrol sistemi geliştirmilerdir. A. C. Haung ve K. K. Liao (2007), elastik kolların fonksiyon tahmin tekniği ile adaptiv kayan kontrolü üzerine teorik ve deneysel çalımlar yapmılardı.

1.5 Tezin Kapsamı ve Katkı

Endüstriyel robotlar, uç uca eklenmiş uzuvlardan oluşan bir mekanik yapıya ve bunları kontrol eden bir kontrol organına sahiptirler. Hızlı çalımlar durumunda mekanik yapılarından dolayı büyük atalet kuvvetlerine maruz kalmaktadırlar. Bu nedenle uzuv kütlelerinin azaltılması gerekmektedir. Ancak uzuv kütlelerinin azaltılması durumunda rijidliğin azalmasından dolayı titreşim problemi büyümektedir. Bu nedenle uzuv uç titreşimini minimuma indirecek uzuv kütle değerleri ile mafsallı hareket ıartlarıñ belirlenmesi ve kontrol organıñ daha etkin olması zorunluluk olmaktadır. Bu problemlerin çözümü, endüstriyel robotların gerçeğe daha yakın olarak modellenmelerini gerektirmiştir. Robotlar gerçeğe yakın olarak modellenmeleri durumunda dinamik analizleri daha sağlıklı yapılabilecek ve kontrol organlarında bu gerçeklere göre tasarlanabilecektir.

Elastik uzuvlu robotlar üzerine açıldıkça gibi birçok çalışma yapılmıştır. Yapılan bu çalımlar, modelleme teknikleri, dinamik denklemlerin çözülmesi, titreşim analizi ve titreşimlerin azaltılması kontrol organı tasarımı gibi çalımlardır. Yapılan modelleme çalımlarında genellikle modelleme esasları önerilerek çeşitli formlarda dinamik denklem formülasyonları elde edilmiştir. Yapılan çalımlarda, incelenen belirli bir robot konfigürasyonu için dinamik denklemler, elle yapılan hesaplamalar sonucu elde edilmiş ve hedeflenen amaç için bu denklemlerin çözümü yoluna gidilmiştir. Bazı araştırmacılar (H. S. Lee ve S. L. Chang (2003)) ise piyasada mevcut olan CAD/CAE paket programlarıñ kullanarak yine belirli bir robot konfigürasyonunu, katı modelleme teknikleri kullanarak

modellemiler ve bu sayede sistemin dinamik analizini yapma yoluna gitmişlerdir. Yapılan bu çalışmalar belirli bir robot konfigürasyonu için sınırlı kalmakta ve sadece verilen şartlar için dinamik analiz yapılabilmektedir. Dinamik denklemlerin çözümü için şartlar değiştirildiğinde hesaplama işlemlerinin tekrar yapılması gerekmektedir. Bunun ise büyük hesaplama zamanı gerektireceği ve bu hesap tekrarlarının sıklıkla bir iş olacağı aşırıdır. Bu nedenle, yapılması gereken yoğun matematiksel işlemlerin bilgisayar ortamında yapılmasının daha kısa sürede arzu edilen sonuçların alınmasına imkan sağlayacağı düşünüldü.

Bu düşünce esas alınarak, elastik uzuvlu ve döner mafsallı düzlemsel robotların dinamik denklemlerini bilgisayar yardımıyla parametrik olarak elde edebilen, daha sonra denklemlerdeki parametrelerin sayısallaştırılmasına imkan tanıyarak, bu denklemleri çözebilen ve sistemin yapacağı titreşimleri simüle edebilen bir yazılım MATLAB Teknik Programlama dili kullanılarak gerçekleştirildi. Denklemlerin parametrik formda olması parametrelerin tekrar tekrar değiştirilerek, sistemin yapacağı titreşimlerin verilen şartlar altında simüle edilebilmesine imkan tanıdı.

İlk etapta n adet elastik uzvu sahip ve döner mafsallı robotlar için yeni bir modelleme tekniği önerildi. Literatürde, elastik uzuvlu düzlemsel robotların modellenmesi için iki metodun kullanıldığı görülmektedir. Birinci metodta (S. Choura ve A. S. Yikıt (2001), L. Akbaba ve İ. Yüksel (2006)), elastik uzuv üzerindeki bir noktanın elastik yer değiştirmesi uzun bir trigonometrik formülle ifade edilmektedir. Bu metod esas alındığında taktirde elastik uzvun uç noktasının referans eksen takımına göre elastik yer değiştirmesi bilinebilmektedir. Sistemin matematiksel modelinin elde edilmesinde bu uzun trigonometrik ifadenin zamana göre birinci ve ikinci dereceden türevleri olan hız ve ivme ifadelerinin de işlemlere dahil olması ile denklemlerin boyutları üçüncü derecede büyümekte ve çözümlenip analizlerinin yapılması fazla zaman almaktadır. Bu nedenle bu metodla genellikle bir elastik uzuvlu düzlemsel robotların incelenmesi söz konusu olmaktadır. İkinci metodta ise (Chin ve S. T. Lin (1997), T. Kepçeler (1998)), Virtuel Link Eksen Takımı (VLCS) tanımlanarak, sisteme ikinci bir eksen takımı yerleştirilmektedir. Bu ikinci eksen takımı uzvun her iki ucundaki elastik yer değiştirme y eksenini boyunca sırasıyla olacak şekilde yerleştirilmekte ve elastik uzvun sinüs eğrisi şeklinde geometrik bir yapı aldığı kabul edilmektedir. Bu metod ile denklemler basitleştirilmekte, ancak elastik uzvun uç noktasının referans eksen takımına göre elastik yer değiştirmesi de sırasıyla kabul edilmektedir. Dolayısıyla, bu metod tercih edildiğinde sistemin dinamik denklemleri daha basit bir form almakta ve çözümü birinci metoda göre kolaylaşmaktadır. Ancak, elastik uzvun uç noktasının elastik yer değiştirmeleri gözden kaçırılmaktadır.

Bu çalışmada ise, her iki metod kullanılarak yeni bir modelleme tekniği önerildi. Bu metodla sistemin dinamik denklemlerinin yine basit formda ancak, elastik uzvun uç noktasında oluşan elastik yer değiştirmeyi de ihtiva edecek şekilde elde edilmesi amaçlandı. Sistemin dinamik denklemlerinin bu şartlar altında elde edilmesi ile sistemin daha gerçekçi olarak modellenmesinin sağlanacağı, yine denklemlerin kısa formda olmasından dolayı çözümlerin kolaylaşacağı ve hiçbir terimin ihmal edilmemesinden dolayı da hassas sonuçların elde edilebileceği düşünüldü.

Bu modelleme tekniğinin ve birbirine bağlı rijid ve elastik terimleri daha açık gösteren, aynı zamanda çözümü daha kolay dinamik denklemler veren Lagrange - Euler dinamiği esas alınarak n adet elastik uzva sahip düzlemsel bir robotun dinamik denklemlerini veren yeni bir formülasyon geliştirildi. Bu çalışmada da, literatürde olduğu gibi uzuv kütleleri yaygın yük olarak kabul edildi. Ancak bu durumda, formülasyona integral işlemleri de dahil olmaktadır. Dinamik denklemlerin elde edilmesi için bu integral ifadelerinin çözülmesi gerekmektedir. Bu ise yoğun matematiksel işlemlerin yapılması demektir. İşlemleri integral ifadelerinden kurtararak işlem yoğunluğunu azaltmak için yine bu çalışmaya özgü olarak denklemlerin matris formunda elde edilmesi yoluna gidildi. Bu amaçla, elastik uzuv üzerindeki bir noktanın kinetik enerjisini hesaplarken kullanılan konum yer vektörü ve hız vektörü çarpımları integral ifadesinden kurtararak 4x4 matris formuna getirildi. Bu form aynı zamanda 4x4 boyutlu olan ve eksenler arası dönüşümü tanımlayan homojen dönüşüm matrislerinin kullanılmasıyla kolaylaştırıldı.

Bu formül esas alınarak MATLAB Teknik Programlama dilinde bir yazılım geliştirildi. Bu yazılım ile n adet elastik uzva sahip düzlemsel bir robotun dinamik denklemleri parametrik formda otomatik olarak elde edilebilmektedir. Oysa literatürde bu çalışmaların, genelde iki elastik uzuvlu, pek nadir olarak da üç elastik uzuvlu robotlar için yapıldığı ve bu sistemlerin dinamik denklemlerinin bir bilgisayar yardımıyla otomatik olarak değil ancak, yoğun matematiksel işlemlerin elle yapılmasıyla elde edildiği görüldü. Denklemlerin bilgisayar yardımıyla otomatik olarak elde edilmesiyle, elle yapılan işlemlerde olabilecek muhtemel hataların önüne geçilmiş oldu.

Gerçekleştirilen formülasyon sonucu uzuv sayısına göre kinematik parametreler tablosunun oluşturulması elastik uzuvlu ve döner mafsallı bir robotun dinamik denklemlerini parametrik olarak elde edebilmek için yeterli oldu. Yine parametrik olarak elde edilen dinamik denklemler herhangi bir ara işlem gerek kalmaksızın, parametrik ifadelerin girilen sayısal değerler ile otomatik olarak değiştirilmesi sağlandı. Bu değişim ile ikinci dereceden ve lineer

olmayan diferansiyel denklemler otomatik olarak MATLAB ortamında çözülebilecek formata getirildi. Denklemlerin ilk etapta parametrik olarak elde edilmesi sonucu, parametrik ifadelerin tekrar tekrar değiştirilerek farklı sayısal değerler için çözümleme yapılması kolaylaştırıldı.

Literatürde, sadece çok özel konfigürasyona sahip robotlar için simülasyon programlarına rastlanırken, bu çalışmada n adet elastik uzva sahip bir robotun dinamik denklemlerinin verilen çalışma şartları altında düz dinamik analiz yaklaşımı ile çözümlenmesiyle, yapacağı hareketler görselleştirildi. Ancak titreşim genlikleri çok küçük olduğundan bunların görselleştirilmesi yoluna gidilmedi. Yine uzuv uç noktalarında oluşacak olan titreşimlerin genlikleri elde edilerek titreşim simülasyonu yapıldı.

2. ROBOT KİNEMATİK

2.1 Giriş

Mekanik bir dal olan kinematik, cisimlerin kütlelerini ve cisimlerin hareketine sebep olan kuvvetleri dikkate almadan sadece geometrik boyutlarına esas alarak, konum, hız ve ivmelerini inceler. Bir mekanizmayı oluşturan parçaların birbirlerine göre nasıl hareket yaptıklarıyla ilgilenir. Endüstriyel robotlar da birbirlerine mafsallarla bağlanarak uç uca eklenmiş ve açık kinematik zincir oluşturan mekanizmalardır. Robot kinematiği, mafsalların konum, hız ve ivmelerinin açık kinematik zincirin en uç noktasında bulunan robot tutucusunun konum, hız ve ivmesini nasıl etkilediğini ve bunlar arasındaki hareket esaslarını bulunmasıyla ilgilenir.

Robot kinematikinde iki tür analiz yapılmaktadır, bunlar düz ve ters kinematik analizlerdir. Konum analizinde, tutucunun konum ve durumu ile mafsalların konumları arasındaki ilişki incelenir. Mafsalların alacağı konuma göre tutucunun nasıl bir konum ve durum alacağını incelenmesine düz konum analizi denilirken, tutucunun alması istenilen konum ve durumu sağlamak için mafsalların nasıl bir konum alması gerektiğinin incelenmesine ise ters konum analizi denilmektedir. Yine aynı şekilde robotlarda hız analizi de yapılmaktadır.

Robotlar uç uca eklenmiş ve birbirlerine mafsallarla bağlanmış uzuvlardan oluşan mekanizmalar olduklarından, kinematik analiz için uzuvların birbirlerine göre nasıl konum ve durumlarının bilinmesi gerekmektedir. Bu nedenle her bir uzva ayrı bir eksen takını yerleştirilir. Yerleştirilen eksen takınlarının birbirlerine göre konum ve durumlarının belirlenmesi ile kinematik parametreler elde edilir. Ancak, robotlar düzlemsel yapıya sahip mekanizmalar olabildikleri gibi uzaysal yapıya sahip mekanizmalar da olabilmektedirler. Bu nedenle robot uzuvlarına eksen takınları farklı metodlarla yerleştirilebilmektedir. Robotik çalışmalarda kullanılan en yaygın ve kabul görmüş metod, Denavit - Hartenberg Yöntemidir.

Robotlar genelde birden fazla uzva sahip mekanizmalar olduklarından mafsalların ve uzuvların numaralandırılması gerekmektedir. Bunun için ise genel kabul, sabit uzuv 0 ve hareketli uzuvlar, sabit uzva yakınlık sırasına göre 1 den n ye kadar numaralandırılması şeklindedir. Mafsallar ise, i. uzvu i-1. uzva bağlayan mafsal i. mafsal olacak şekilde numaralandırılır.

Uzuvlara yerleştirilen eksen takınlarının birbirlerine göre hem konum farkı hem de durum farkı olacaktır. Kinematik analiz yapabilmek için uzuvlara yerleştirilen eksen takınlarının

referans eksen takımına göre ifade edilmeleri gerekmektedir. Bu nedenle eksenler arası koordinat dönüşümü yapılır.

2.2 Genel Koordinat Dönüşümleri ve Homojen Dönüşümler

Yukarıda da ifade edildiği gibi kinematik analiz için uzuvlara yerleştirilen eksen takımlarının referans eksen takımına göre ifade edilmeleri gerekmektedir. i . uzvun yer vektörü $\vec{r}_i$, Σ_i eksen takımına göre;

$$\vec{r}_i = \{x, y, z\}^T \quad (2.1)$$

olarak ifade edilsin. (2.1) ifadesi, Σ_{i-1} eksen takımına göre ifade edilmek istenirse;

$${}^{i-1}\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = {}^{i-1}C_i \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

şeklinde yazılacaktır. Buradaki ${}^{i-1}C_i$, Σ_i eksen takımının durumu, Σ_{i-1} eksen takımına göre ifade eden 3x3 boyutlu homojen dönüşüm matrisidir. Her bir eksen için ${}^{i-1}C_i$ homojen dönme matrisi;

$$[{}^{i-1}C_i]_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$[{}^{i-1}C_i]_y = \begin{bmatrix} \cos \beta_i & 0 & \sin \beta_i \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta_i & 0 & \cos \beta_i \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

$$[{}^{i-1}C_i]_z = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

şeklinde dir. Bu dönme matrisleri ortogonal matrislerdir. Dolayısıyla tersleri transpozelerine eşittir.

Σ_i eksen takımının Σ_{i-1} eksen takımına indirgemek için dönmeye ilave olarak konum (öteleme) vektörünün de bilinmesi gerekmektedir. Bu vektör ise;

$${}^{i-1}\vec{P}_i = \{x_p, y_p, z_p\}^T \quad (2.6)$$

olarak ifade edilsin. Robot kinematikinde genel olarak eksenler arasė dönölüm için bünyesinden hem dönölüm matrisini hem de konum (öteleme) vektörünü barındıran 4x4 boyutunda homojen dönölüm matrisleri kullanılır. Bu matrislerin genel formu;

$$T = \left[\begin{array}{c|c} \text{Döndürme} & \text{Öteleme} \\ \hline \text{Perspektif} & \text{Ölçek} \end{array} \right] \Rightarrow \left[\begin{array}{c|c} C_{3 \times 3} & P_{3 \times 1} \\ \hline 0_{1 \times 3} & 1_{1 \times 1} \end{array} \right] \quad (2.7)$$

İeklindedir. Bu durumda yer vektörleri de;

$$\vec{r}_i = \{x, y, z, 1\}^T \quad (2.8)$$

olarak ifade edilmektedir. Bu İartlar altında $\sum_i$ eksen takānānā, $\sum_{i-1}$ eksen takānāna indirgenmesi;

$$\vec{r}_{i-1} = {}^{i-1}T_i \cdot \vec{r}_i \Rightarrow \begin{bmatrix} x_{i-1} \\ y_{i-1} \\ z_{i-1} \\ 1 \end{bmatrix} = {}^{i-1}T_i \cdot \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

İeklinde olacaktır.

2.3 Denavit - Hartenberg Yöntemi

Uç uca eklenmiİ uzuvlardan olulan bir mekanizmada, her bir komlu elemanān birbirlerine göre yer deİİltirmelerini ifade eden homojen dönölüm matrislerinin elde edilmesi için bir yöntem geliİtirmilerdir.

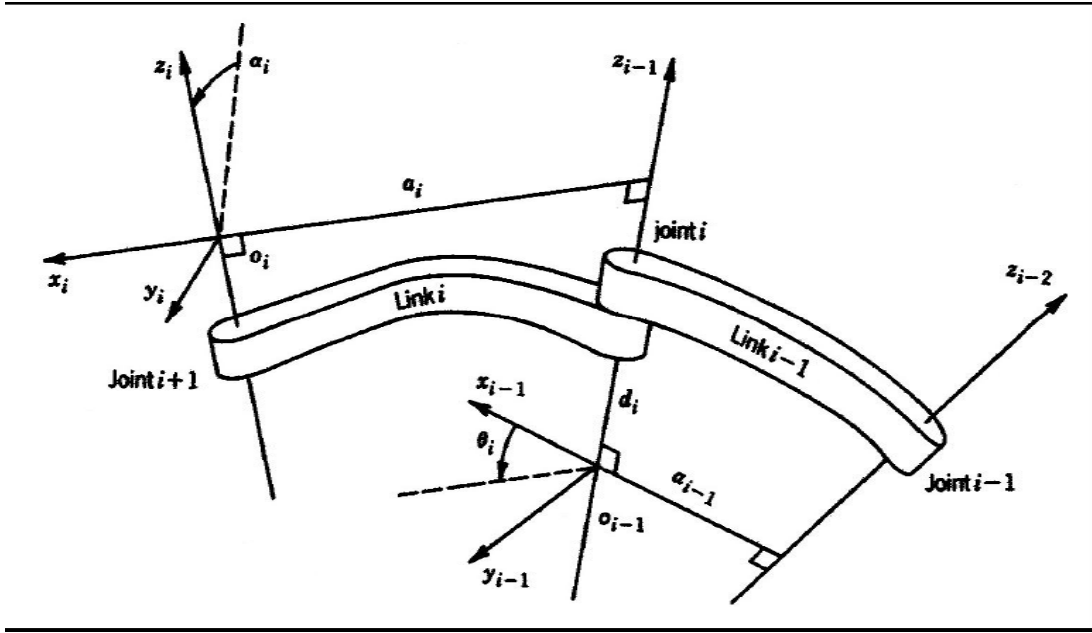
Bir robotu kinematik bakāndan incelemek için uzuvlara eksen takānlarānā yerleİtirilmesi gerekmektedir. Uzuvlara eksen takānē yerleİtirme illeminin tek bir İekilde olmayacaēē alıkardā. Ancak uzuvlara eksen takānlarē nasā yerleİtirilirse yerleİtirilsin, eksenler arasē dönölümleri tanānlayan parametrelerin belirlenmesi gerekmektedir. Kinematik ve dinamik incelemeler uzuvlara yerleİtirilecek eksen takānlarāna göre yapālacāndan, illem sayēānē ve denklemlerin hacimlerini azaltmak amacēyla söz konusu parametreler mümkün olduēunca sēār olacak İekilde eksen takānē yerleİtirmesi yapāmalādır. Robot uzuvlarāna eksen takānē

yerleştirilmesi için Denavit -n Hartenberg isimli araştışmacılar bir sistematik geliştirmişlerdir.

Bu yşnteme gşre, i. uzuv ve izerindeki i. mafsali kinematik bakımdan tanımlamak için Denavit -n Hartenberg (D-H) Parametreleri olarak adlandırılan dşrt parametrenin tanımlanması yeterli olacaktır. Bu parametrelerin ikisi uzva diğer ikisi ise mafsala aittir. Yine bu yşntemde, dşner mafsallarda doğrudan doğruya dşnme eksenine, kayar mafsallarda ise kayma doğrultusuna paralel herhangi bir doğrunun oluşturduğu eksene mafsali eksenini denilmektedir. Bir robotta i. ve i+1. mafsali eksenlerinin ortak normali, kinematik bakımdan robotun i. uzvunu temsil ederken, i. ortak normalin a_i boyuna i. uzvun boyu, i. ve i+1. mafsali eksenleri arasındaki θ_i aışına ise i. uzvun burulma aışı denilmektedir. Bu iki parametre kinematik bakımdan i. uzvun boyut ve şekliini tanımlamaktadır. i. ortak normallerin, i. mafsali eksenini kestikleri noktaların d_i mesafesine ise mafsali boyu ve bu iki ortak normal arasındaki α_i mesafesine de mafsali aışı denilmektedir. Bu iki parametre de mafsali kinematik bakımdan tanımlamaktadır. Bu parametrelerden d_i mafsali kayar olmaşı durumunda, α_i ise mafsali dşner olmaşı durumunda değilken olurken diğer parametreler sabit kalmaktadır.

Denavit -n Hartenberg Yşntemine gşre robot uzuvlarına eksen takımı yerleştirme adışları aışıklanmış gibidir:

1. i. uzva bağlı $\sum_i$ eksen takımının orijini, i. ortak normalin i. mafsali eksenini keştiği nokta alınır.
2. $\sum_i$ eksen takımının z_i eksenini i. mafsali eksenini izerinde alınır ve pozitif yşn robotun ucuna doğru yşnlendirilir.
3. $\sum_i$ eksen takımının x_i eksenini i. ortak normal izerinde ve i. mafsaldan i+1. mafsala doğru alınır.
4. $\sum_i$ eksen takımının y_i eksenini sağ el kuralına gşre seşilir.
5. Yukarıda da ifade edildiği gibi, sabit uzuv 0. uzuvdur ve $\sum_0$ eksen takımı 1. uzuv referans konumundayken $\sum_1$ eksen takımı ile ıkak olarak yerleştirilir.
6. i=n durumunda n+1. mafsali olmayacağından 3. madde geğerliliğini yitirecektir. Bu durumda, $\sum_n$ eksen takımının orijini, n-1. ortak normalin n. mafsali eksenini keştiği noktada alınırken, z_n eksenini x_{n-1} ile ıkak olarak şekilde yerleştirilir.



Şekil 2.1 Denavit-Hartenberg Sistemine Göre Eksen Takımı Yerleştirme

Bu eksen takımı yerleştirme işleminden sonra, Şekil 2.1'e göre D-H Parametreleri aşağıdaki gibi tanımlanabilecektir.

a_i : z_i den z_{i+1} e x_i eksenini boyunca ölçülen uzaklık

α_i : z_i den z_{i+1} e x_i eksenini çevresinde ölçülen açı

d_i : x_{i-1} den x_i ye z_i eksenini boyunca ölçülen uzaklık

θ_i : x_{i-1} den x_i ye z_i eksenini çevresinde ölçülen açıyı ifade etmektedir.

Bu tanımlamalardan sonra D-H Parametrelerini esas alan homojen dönüşüm matrisi şöyle oluşturulabilir:

Birinci adım: a_{i-1} öteleme, z_{i-1} den z_i ye x_{i-1} eksenini boyunca meydana gelen öteleme. Bu adımda herhangi bir dönme olmadığından (2.7) ile;

$$T(a_{i-1}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{i-1} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

İkinci adım: θ_{i-1} dönmesi, z_{i-1} den z_i ye x_{i-1} eksenini çevresinde meydana gelen dönme. Bu adımda herhangi bir öteleme olmadığından (2.3) ve (2.7) ile;

$$T(\alpha_{i-1}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & \sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Üçüncü adım: d_i ötelemesi; 2. adımdan sonra z_i haline gelmiş olan z_{i-1} eksen boyunca, x_{i-1} den x_i ye öteleme. Bu adımda da herhangi bir dönme olmadığından (2.7) ile;

$$T(d_i) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Dörüncü adım: " θ_i " dönmesi, x_{i-1} den x_i ye z_i eksen çevresinde meydana gelen dönme. Bu adımda herhangi bir öteleme olmadığından (2.5) ve (2.7) ile;

$$T(\theta_i) = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Herbir D-H parametresi için elde edilen bu homojen dönüşüm matrisleri yardımıyla Σ_i eksen takanına Σ_{i-1} eksen takanına indirgeyen homojen dönüşüm matrisi;

$${}^{i-1}T_i = T(a_{i-1}) \cdot T(\alpha_{i-1}) \cdot T(d_i) \cdot T(\theta_i) \quad (2.14)$$

İçinde hesaplanacaktır. Buna göre;

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \cos \alpha_{i-1} \cdot \sin \theta_i & \cos \alpha_{i-1} \cdot \cos \theta_i & -\sin \alpha_{i-1} & -\sin \alpha_{i-1} \cdot d_i \\ \sin \alpha_{i-1} \cdot \sin \theta_i & \sin \alpha_{i-1} \cdot \cos \theta_i & \cos \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} \cdot d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

olacaktır. Bu matrise, Denavit-Hartenberg Homojen Dönüşüm Matrisi adlandırılır.

Görüldüğü gibi homojen dönüşüm matrisi Σ_i eksen takanına Σ_{i-1} eksen takanına indirgeyen bir operatördür. Bu operatörün tersi de, Σ_{i-1} eksen takanına Σ_i eksen takanına indirgeme işlemi kullanılabılır. Homojen dönüşüm matrisleri ortogonal matrisler olmadığından tersleri transpozelerine eşit değildir. Homojen dönüşüm matrislerinin tersi aşağıda görüldüğü gibi hesaplanmaktadır:

$$T^{-1} = \begin{bmatrix} C_{3 \times 3} & | & P_{3 \times 1} \\ \hline 0_{1 \times 3} & | & 1_{1 \times 1} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} C^T & | & -C^T \cdot P \\ \hline 0 & | & 1 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Bu durumda D-H homojen dönüüm matrisinin tersi öyle olacaktır:

$${}^i T_{i-1} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & \cos \alpha_{i-1} \cdot \sin \theta_i & \sin \alpha_{i-1} \cdot \sin \theta_i & \cos \theta_i \cdot a_{i-1} \\ -\sin \theta_i & \cos \alpha_{i-1} \cdot \cos \theta_i & \sin \alpha_{i-1} \cdot \cos \theta_i & -\sin \theta_i \cdot a_{i-1} \\ 0 & -\sin \alpha_{i-1} & \cos \alpha_{i-1} & -d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Bu ifadelerden sonra robot dönüüm matrisi ise (2.9) ile öyle elde edilir:

$$\vec{r}_0 = {}^0 T_1 \cdot \vec{r}_1 \quad (2.18)$$

$$\vec{r}_1 = {}^1 T_2 \cdot \vec{r}_2 \quad (2.19)$$

$$\vec{r}_{n-1} = {}^{n-1} T_n \cdot \vec{r}_n \quad (2.20)$$

(2.18), (2.19) ve (2.20) yardımıyla; Σ_n eksen takımı, Σ_0 eksen takımına;

$$\vec{r}_0 = {}^0 T_1 \cdot \vec{r}_1 = {}^0 T_1 \cdot ({}^1 T_2 \cdot \vec{r}_2) = {}^0 T_1 \cdot {}^1 T_2 \cdot \dots \cdot ({}^{n-1} T_n \cdot \vec{r}_n) \quad (2.21)$$

şeklinde indirgenecektir. Dikkat edilirse burada;

$${}^0 T_n = {}^0 T_1 \cdot {}^1 T_2 \cdot \dots \cdot {}^{n-1} T_n \quad (2.22)$$

formundadır ve bu matrise robot dönüüm matrisi adlandırılır. Bu mantıkla robot uç noktasında bulunan tutucunun konum ve durumu referans eksen takımına indirgenir.

2.4 Quaternion ve Dönen Vektör İfadesi

Endüstriyel robotların kinematik analizi için uzuvlara eksen takımı yerleştirmenin tek bir yöntemi olmadıkça gibi, eksenler arası dönüüm için de tek bir yöntem mevcut değildir. Eksenler arası dönüüm için dönme matrislerinden farklı olarak quaternion ve dönme vektörü kullanılmaktadır. Bu yöntemin avantajı yukarıda açıklanan dönme matrislerinde olduğu gibi dokuz parametre yerine üç veya dört parametrenin yeterli olmasıdır. Ayrıca, bu yöntemde kinematik analiz için matematiksel işlem sayısı da az olmaktadır.

Quaternion q ile ifade edilir ve dört elemana sahiptir. Bu elemanlardan q_0 skaleri dönme miktarına tanınlarken $\vec{q}$ vektörü ise, dönme ekseninin doğrultularına tanınlar. $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ sırasıyla, – eksen takınanın X, Y, Z doğrultularındaki birim vektörler olmak üzere;

$$\vec{q} = q_1 \cdot \vec{i} + q_2 \cdot \vec{j} + q_3 \cdot \vec{k} \quad (2.23)$$

olarak ifade edilir. Buradaki q_1 , q_2 ve q_3 ifadeleri $\vec{q}$ vektörünün doğrultman kosinüsleridir. Buradan;

$$q = q_0 + \vec{q} = q_0 + q_1 \cdot \vec{i} + q_2 \cdot \vec{j} + q_3 \cdot \vec{k} = (q_0, \vec{q}) \quad (2.24)$$

olur. q_0 skalerinin sıfır olmasında quaternion bir vektör olacaktır. Bu yöntemde bir eksen etrafındaki dönme, " dönme açışıl olmak üzere;

$$q = \cos \frac{\theta}{2} + \vec{q} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.25)$$

İleklnde ifade edilir. Açık yazırsa;

$$q = \cos \frac{\theta}{2} + (q_1 \cdot \vec{i} + q_2 \cdot \vec{j} + q_3 \cdot \vec{k}) \cdot \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.26)$$

olur. Bu dönme İle İleklnde de ifade edilebilir:

$$q = q_0 + \vec{q} = \cos \frac{\theta}{2} + \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \cdot \sin \frac{\theta}{2} \quad (2.27)$$

Bir eksen takınanda tanınlanan bir $\vec{v}$ vektörü, yine aynı eksen takınanda q quaternionu ile ifade edilen bir dönme maruz kalırsa; yeni vektör $\vec{v}'$ İöyle bulunur:

$$\vec{v}' = \vec{v} + 2 \cdot q_0 \cdot (\vec{q} \times \vec{v}) + 2 \cdot q \cdot (\vec{q} \times \vec{v}) \quad (2.28)$$

Bir vektörün dönmesi g ve g_0 ile gösterilen iki quaternion ile tanınlansın . Bu durum tek bir quaternion ile ifade edilebilir.

$$q = g \cdot g' = (g_0, \vec{g}) \cdot (g'_0, \vec{g}') = (g_0 \cdot g'_0 - g \cdot g', g_0 \cdot g' + g'_0 \cdot g + g \times g') \quad (2.29)$$

Burada İle da ifade edilmeli ki, dört elemanlı bir quaternion yerine üç boyutlu bir vektör de kullanılarak bir dönme tanınlanabilir. Buna göre;

$\vec{e}$: dönme eksenı doğrultusundaki birim vektör;

" : $\vec{e}$ nün dönme açış

$f = \tan \frac{\theta}{2}$: dönme vektörünün genliğı olmak üzere, dönme vektörü;

$$\vec{R} = \vec{e} \cdot f = \vec{e} \cdot \tan \frac{\theta}{2} \quad (2.30)$$

olarak ifade edilir. Yine bir $\vec{v}$ vektörü, R dönmesini yaparsa, yeni vektör $\vec{v}'$ öyle bulunur:

$$\vec{v}' = \vec{v} + \frac{2 \cdot \vec{R} \times (\vec{v} + \vec{R} \times \vec{v})}{1 + f^2} \quad (2.31)$$

Ardışık $\vec{R}_1$ ve $\vec{R}_2$ dönmeleri tek bir dönme vektörü ile ifade edilmek istenirse;

$$\vec{R} = \vec{R}_1 \circ \vec{R}_2 = \frac{\vec{R}_1 + \vec{R}_2 + \vec{R}_1 \times \vec{R}_2}{1 - \vec{R}_1 \cdot \vec{R}_2} \quad (2.32)$$

olur.

3. ROBOT DİNAMİKLERİ

3.1 Giriş

Mekanik'in başka bir dalı olan dinamik, cisimlerin kütlelerini ve cisimlerin hareketine sebep olan kuvvetleri de dikkate alarak bunlar arasındaki ilişkileri inceler. Robot dinamiği denildiğinde ise mafsal tahrik elemanlarının uyguladığı moment/kuvvetler ile robot hareketi arasındaki ilişkiler incelenir. Bu nedenle çeşitli modelleme teknikleri kullanılarak modellenen robotun dinamik hareket denklemleri elde edilerek, kütle, konum, hız, ivme, moment/kuvvet arasındaki bağlantılar bulunur. Daha sonra bu dinamik denklemler kullanılarak, mafsallara moment/kuvvet uygulandığında robotun yapacağı hareket bulunabilir. Buna düz dinamik analiz denilmektedir. Eğer robotun yapması arzu edilen hareketi yapabilmesi için gereken mafsal moment/kuvvetlerinin bulunması yoluna gidilirse buna da ters dinamik analiz denilmektedir. Ayrıca bu dinamik denklemler uygun kontrol organı tasarımı da kullanılmaktadır.

3.2 Robot Kollarının Rijid Modellenmesi

Bir endüstriyel robotun dinamik denklemlerini elde edebilmek için sistemin modellenmesi gerekmektedir. Bu modelin gerçeğe yakınlığı arttıkça, dinamik analiz neticesinde elde edilecek sonuçların doğruluğu da artacaktır. Bu konu üzerine yapılan ilk çalışmalarda modellemeler rijid kabuller altında yapılmıştır. Böylece dinamik denklemlerin elde edilmesi ve çözümlenmesi kolaylaştırılmıştır. Robotların uç uca eklenmiş uzuvlardan meydana gelen mekanizmalar olması nedeniyle, dinamik denklemlerin elde edilmesi yoğun matematiksel işlem yapmasını gerektirmektedir. Bu işlemler sonucu nonlineer ve bir birine bağlı terimlerden oluşan diferansiyel denklemler elde edilmektedir. Elde edilen bu denklemlerin analitik çözümü ise genelde mümkün değildir. Dolayısıyla bu denklemlerin bilgisayar ortamında sayısal olarak çözülmesi yoluna gidilmektedir. Bu zorluklardan dolayı dinamik denklemlerin daha basit formda olması arzu edilmektedir. Bu nedenle modelleme yapılırken bir takım basitleştirmeler ve kabuller yapılmaktadır. Bu kabullerin en önemlisi ise sistemin rijid kabul edilmesidir.

Ancak zaman içinde daha hızlı bilgisayarların üretilmesi ve daha etkin algoritmaların geliştirilmesi ile bilgisayarda uzun hesap zamanı gerektiren işlemler daha kısa sürede yapılabilir hale gelmiştir. Bu artışlar altında robotları gerçeğe daha yakın modellemek amacıyla uzuvların elastikiyeti de hesaba katılmaya başlanmıştır. Bu modellemede de temel

prensipler rijid modellemedeki gibidir. Sadece, rijid modellemede kullanılan konum vektörlerine elastik yer değıltirmeler ilave edilmektedir. Robotlar hangi kabuller altında modellenirse modellenirse sonuçta dinamik denklemlerin elde edilmesi için aynı dinamik esaslar kullanılmaktadır.

Dinamiğin farklı temel prensiplerini kullanarak, robot dinamik denklemlerini farklı yollardan elde etmenin mümkün olduğu alıkardır. Birçok dinamik ve robotik kitaplarında bu konu hakkında verilen geniş açıklamalardan faydalanarak burada çok kısa bir bilgi vermek faydalı olacaktır. Burada bahsedilecek formülasyonlar rijid modelleme üzerinedir.

Robotun dinamik denklemlerinin elde edilmesinde bilinen üç ana yol takip edilmektedir. Robotun dinamik denklemleri bu yollardan hangisiyle elde edilirse edilsin, robot hareketini temsil etme bakımından aralarında hiçbir fark yoktur. Ancak, dinamik denklemler farklı yollarla elde edildiğinden yapıları da farklı olacaktır. Bu yapıların birbirlerine göre bir takım avantajlı ve dezavantajlı yönleri vardır. Dinamik denklemlerin hangi amaçla kullanılacağına göre bu yollardan biri tercih edilir. Robotun dinamik denklemlerinin iki amaç için elde edildiğine değinilmeli. Bunlar; robotun hareketlerinin dinamik analizi ve robotu kontrol etmek için bir kontrol organı tasarlanmasıdır. Dolayısıyla dinamik denklemlerinin iki özelliğe sahip olması istenmektedir. Bunlardan biri, denklemlerin kapalı formda olmasıdır. Yani, mafsallı koordinatları ile robot uç noktasında bulunan tutucunun koordinatları arasındaki ililiğin açık bir ifadeyle gösterilmesi, ikincisi ise, denklemlerin hızlı bir şekilde çözümlenebilir olmasıdır. Bu özelliklerden birincisi; robot ve kontrol organı tasarımcılarının dinamik analizleri daha kısa sürede yapmalarına imkan sağlarken, ikinci özellik; robotun gerçek zamanda kontrol edilebilmesi amacıyla yaklaşık 60 Hz frekansla çözümlenmesine imkan sağlayacaktır. Robot dinamik denklemlerinin elde edilmesinde takip edilen üç ana yol ise şöyledir:

- Lagrange ve Euler (L-E) Formülasyonu: Lagrange dinamiğini esas alır. Kapalı formda ancak hızlı çözümlenemeyen yapıda dinamik denklemler verir.
- Newton ve Euler (N-E) Formülasyonu: Newton ve Euler dinamiğini esas alır. Kapalı formda olmayan, ancak adansal olarak hızlı çözümlenebilen denklemler verir.
- Genelleştirilmiş d'Alembert (G-D) Formülasyonu: d'Alembert prensibini esas alır. Kapalı formda, ancak N-E formülasyonundaki kadar olmasa da hızlı çözümlenebilen denklemler verir.

Bu yöntemlerin özellikleri bir tablo halinde aşağıdaki gibi gösterilebilir.

Çizelge 3.1 Robot dinamiğinde formülasyon yöntemleri

Formülasyon Yöntemi	L-E	N-E	G-D
Kapalı Form	Olumlu	Olumsuz	Olumlu
Hızlı Çözüm	Olumsuz	Olumlu	Nötr

Ancak literatürde; dinamik denklemlerin elde edilmesinde Hamilton Prensipli'nin kullanıldığı da görülmektedir. Bilindiği gibi n serbestlik dereceli bir sistem için Lagrange denklemleri, genelleştirilmiş koordinatlar cinsinden ikinci dereceden n adet diferansiyel denklem vermektedir. Bu denklemler ikinci derece türevler cinsinden lineer, birinci dereceden türevler ve genelleştirilmiş koordinatlar cinsinden ise nonlineerdir. Sistemin dinamik analizinde ve davranış ile ilgili bazı genel sonuçların elde edilmesinde, bu sistemi genişletip ikinci dereceden n elemanlı diferansiyel denklem sistemi yerine $2n$ elemanlı birinci dereceden diferansiyel denklem sistemine sahip olmanın daha faydalı olacağı görülmüştür. Bu genişlemenin bir çok şekilde yapılabileceği aklıardır. Ancak, Lagrange denklemlerinin özellikle sistemin nitel davranış hakkında bilgi edinmeye elverişli bir genişlemesi Hamilton tarafından önerilmiştir. Bu prensibe Hamilton Prensipli denilmektedir. Bu sistemde, genelleştirilmiş momentumların ilmlere dahil edilmektedir.

3.2.1 Lagrange ve Euler Formülasyonu

Bu yöntemin en önemli özelliği; karmaşık, çok elemanlı dinamik sistemlerin denklemlerini hatasız olarak en kısa yoldan elde edebilmek için çok etkin olmasıdır. Ayrıca, kapalı formda ve robotun dinamik analizini kolaylaştırarak yapıda denklemler vermektedir. Diğer yaklaşımlardan daha sistematik bir yapıya olması nedeniyle bilgisayar ortamına uyarlanması daha kolaydır. Bilindiği gibi Lagrange Denklemleri;

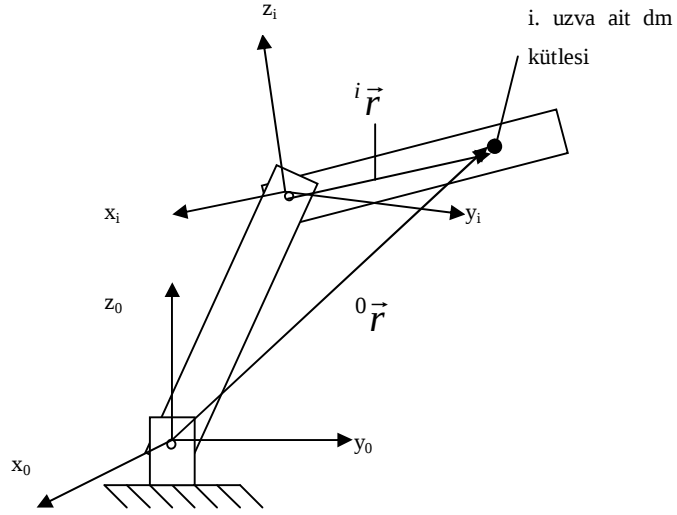
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{p}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial p_i} = Q_i \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (3.1)$$

formundadır. Burada L , Q , p , $\dot{p}$; sırasıyla, Lagrange Fonksiyonu, genelleştirilmiş kuvvetler, genelleştirilmiş koordinatlar ve genelleştirilmiş koordinat hızlarıdır. Yine burada, K ; kinetik enerji ve P ; potansiyel enerji olmak üzere Lagrange Fonksiyonu;

$$L = K - P \quad (3.2)$$

İklindedir. Görüldüğü gibi bir sistemin dinamik denklemlerini Lagrange dinamiğine göre elde etmenin temeli, sistemin kinetik ve potansiyel enerjilerinin elde edilmesidir.

3.2.1.1 Kinetik Enerjinin Elde Edilmesi



İleil 3.1 Kinetik Enerji Hesabında Robot Modeli

İleil 3.1 yardēnēyla dm elemanēnēn kinetik enerjisi;

$$dK_i = \frac{1}{2} \cdot {}^0\dot{\vec{r}}^T \cdot {}^0\dot{\vec{r}} \cdot dm \quad (3.3)$$

formunda yazđabilir. Ancak ilēlemleri matris formunda gerēekleltirmek bilgisayar ortamēna uyarlamada ve sistematiklik aēēēndan daha uygun olduğundan;

$$diagA = \sum_i a_{ii} \quad (3.4)$$

İleinde kare bir matrisin kōlēgenlerinin toplamēndan ibaret olmak üzere (3.3) ifadesi

$$dK_i = \frac{1}{2} \cdot diag[{}^0\dot{\vec{r}} \cdot {}^0\dot{\vec{r}}^T] \cdot dm \quad (3.5)$$

formunda da yazđabilir. Buradaki ${}^0\dot{\vec{r}}$ ifadesi Bölüm 2.3 de aēēklanan T; homojen dönölüm matrisleri yardēnēyla hesaplanēn. T; homojen dönölüm matrisi sadece p_i genelleltirilmiē

koordinatların bir fonksiyonudur.

$${}^0\vec{r} = {}^0T_i(p_i) \cdot {}^i\vec{r} = {}^0T_1(p_1) \cdot {}^1T_2(p_2) \cdot \dots \cdot {}^{i-1}T_i(p_i) \cdot {}^i\vec{r} \quad (3.6)$$

Burada dinamik denklemlerin rijid kabuler altında çıkarıldık ve rijid cismin tanımı gereği ${}^i\vec{r}$ vektörünün sabit olduğu dolayısıyla $\dot{{}^i\vec{r}} = 0$ olduğu hatırdan çıkarılmamalıdır. Buna göre;

$$\dot{{}^0\vec{r}} = {}^0\dot{T}_i(p_1, p_2, \dots, p_i) \cdot {}^i\vec{r} = \left[\sum_{j=1}^i \frac{\partial {}^0T_i}{\partial p_j} \cdot \dot{p}_j \right] \cdot {}^i\vec{r} \quad (3.7)$$

(3.7) ifadesi (3.5) de yerine konulursa;

$$dK_i = \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[\left(\left[\sum_{j=1}^i \frac{\partial {}^0T_i}{\partial p_j} \cdot \dot{p}_j \right] \cdot {}^i\vec{r} \right) \cdot \left(\left[\sum_{k=1}^i \frac{\partial {}^0T_i}{\partial p_k} \cdot \dot{p}_k \right] \cdot {}^i\vec{r} \right)^T \right] \cdot dm \quad (3.8)$$

(3.8) ifadesinin ikinci parantezi $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$ özelliği ile tekrar düzelenirse;

$$\left(\left[\sum_{k=1}^i \frac{\partial {}^0T_i}{\partial p_k} \cdot \dot{p}_k \right] \cdot {}^i\vec{r} \right)^T = {}^i\vec{r}^T \cdot \left[\sum_{k=1}^i \frac{\partial {}^0T_i}{\partial p_k} \cdot \dot{p}_k \right] \quad (3.9)$$

(3.9) ifadesi (3.8) de yerine konulur ve düzenlenirse;

$$dK_i = \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \text{diag} \left[\frac{\partial {}^0T_i}{\partial p_j} \cdot ({}^i\vec{r} \cdot {}^i\vec{r}^T \cdot dm) \cdot \frac{\partial {}^0T_i}{\partial p_k} \right] \cdot \dot{p}_j \cdot \dot{p}_k \quad (3.10)$$

elde edilir. Buradan i. uzvun kinetik enerjisi (3.10) ifadesinin integre edilmesiyle bulunur.

$$K_i = \int dK_i = \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \text{diag} \left[\frac{\partial {}^0T_i}{\partial p_j} \cdot \int_i ({}^i\vec{r} \cdot {}^i\vec{r}^T \cdot dm) \cdot \frac{\partial {}^0T_i}{\partial p_k} \right] \cdot \dot{p}_j \cdot \dot{p}_k \quad (3.11)$$

yazılabilir. Buradaki integral ifadesi, (2.8) deki $\vec{r}_i = \{x_i, y_i, z_i, 1\}^T$ ifadesi gözönüne alınarak ayrıca incelenirse;

$$H_i = \int_i ({}^i\vec{r} \cdot {}^i\vec{r}^T \cdot dm) = \int_i \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_i & y_i & z_i & 1 \end{bmatrix} \cdot dm = \begin{bmatrix} \int x_i^2 dm & \int x_i y_i dm & \int x_i z_i dm & \int x_i dm \\ \int x_i y_i dm & \int y_i^2 dm & \int y_i z_i dm & \int y_i dm \\ \int x_i z_i dm & \int y_i z_i dm & \int z_i^2 dm & \int z_i dm \\ \int x_i dm & \int y_i dm & \int z_i dm & \int dm \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

elde edilir. m_i i. uzvun kütlesi, $\bar{x}_i$, $\bar{y}_i$, $\bar{z}_i$ ise i. uzvun kütle merkezinin $\sum_i$ eksen

takmındaki koordinatlar olmak üzere;

$$\int_i dm = m_i, \int_i x_i dm = m_i \bar{x}_i, \int_i y_i dm = m_i \bar{y}_i, \int_i z_i dm = m_i \bar{z}_i \quad (3.13)$$

elitikleri dikkate alın ve dinamikten rijid cismin atalet tansörü hatırlanrsa;

$$H_i = \begin{bmatrix} \frac{-J_{xx} + J_{yy} + J_{zz}}{2} & J_{xy} & J_{xz} & m_i \cdot \bar{x}_i \\ J_{xy} & \frac{J_{xx} - J_{yy} + J_{zz}}{2} & J_{yz} & m_i \cdot \bar{y}_i \\ J_{xz} & J_{yz} & \frac{J_{xx} + J_{yy} - J_{zz}}{2} & m_i \cdot \bar{z}_i \\ m_i \cdot \bar{x}_i & m_i \cdot \bar{y}_i & m_i \cdot \bar{z}_i & m_i \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

yazılabilir. Bu matrisdeki J_{aa} lar i . uzvun $\sum_i$ eksen takmında ifade edilmi atalet momentleri, J_{ab} ler ise yine aynı eksen takmındaki atalet çarpımlardır. H_i matrisi, i . uzvun kütle özelliklerini tasvir etmektedir. Atalet tansörüyle benzerliklerinden dolayı bu simetrik matrise psödo-atalet tansörü ad verilir.

(3.14) ifadesi (3.11) de yerine konulursa;

$$K_i = \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \text{diag} \left[\frac{\partial^0 T_i}{\partial p_j} \cdot H_i \cdot \frac{\partial^0 T_i^T}{\partial p_k} \right] \cdot \dot{p}_j \cdot \dot{p}_k \quad (3.15)$$

elde edilir. Buradan robotun toplam kinetik enerjisi yazılrsa;

$$K = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \text{diag} \left[\frac{\partial^0 T_i}{\partial p_j} \cdot H_i \cdot \frac{\partial^0 T_i^T}{\partial p_k} \right] \cdot \dot{p}_j \cdot \dot{p}_k \quad (3.16)$$

elde edilir. Yine burada $\frac{\partial^0 T_i}{\partial p_j}$ ifadesi yakından incelenerek ve yazın kolaylaştırmak bakımından

$$U_{ij} = \frac{\partial^0 T_i}{\partial p_j} \quad (3.17)$$

İeklinde gösterilsin. (2.22) ve (3.6) da ifade edildiği gibi ${}^0T_1(p_1) \cdot {}^1T_2(p_2) \cdot \dots \cdot {}^{i-1}T_i(p_i)$ olduğu hatırlanrsa;

$$U_{ij} = {}^0T_1(p_1) \cdot {}^1T_2(p_2) \cdot \dots \cdot {}^{j-2}T_{j-1}(p_{j-1}) \cdot \frac{\partial {}^{j-1}T_j(p_j)}{\partial p_j} \cdot {}^jT_{j+1}(p_{j+1}) \cdot \dots \cdot {}^{i-1}T_i(p_i) = {}^0T_{j-1} \cdot \frac{\partial {}^{j-1}T_j \cdot {}^jT_i}{\partial p_j} \quad (3.18)$$

yazılabilir. (2.15) de ifade edildiği gibi

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & a_{i-1} \\ \cos\alpha_{i-1} \cdot \sin\theta_i & \cos\alpha_{i-1} \cdot \cos\theta_i & -\sin\alpha_{i-1} & -\sin\alpha_{i-1} \cdot d_i \\ \sin\alpha_{i-1} \cdot \sin\theta_i & \sin\alpha_{i-1} \cdot \cos\theta_i & \cos\alpha_{i-1} & \cos\alpha_{i-1} \cdot d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

olduğu hatırlanışa, i. mafsallın döner mafsall olması durumunda $p_i = d_i$ ile

$$\frac{\partial {}^{i-1}T_i}{\partial p_i} = \begin{bmatrix} -\sin\theta_i & -\cos\theta_i & 0 & 0 \\ \cos\alpha_{i-1} \cdot \cos\theta_i & -\cos\alpha_{i-1} \cdot \sin\theta_i & 0 & 0 \\ \sin\alpha_{i-1} \cdot \cos\theta_i & -\sin\alpha_{i-1} \cdot \sin\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

i. mafsallın kayar mafsall olması durumunda $p_i = d_i$ ile

$$\frac{\partial {}^{i-1}T_i}{\partial p_i} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

elde edilir. Bu kısmi türev illemleri formülize edilirse;

$$\frac{\partial {}^{i-1}T_i}{\partial p_i} = {}^{i-1}T_i \cdot D_i \quad (3.22)$$

yazılabilir. Buradaki D_i ifadesi ise mafsallın cinsine göre alıakıldaki gibi olacaktır.

$$D_i = \begin{cases} \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \text{i. mafsall döner ise} \\ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \rightarrow \text{i. mafsall kayar ise} \end{cases} \quad (3.23)$$

Buna göre (3.23) ifadesi (3.18) de yerine konulursa;

$$U_{ij} = \begin{cases} {}^0T_j \cdot D_j \cdot {}^jT_i & j \leq i \text{ ise} \\ 0 & j > i \text{ ise} \end{cases} \quad (3.24)$$

olacaktır. Aynı mantıkla ileriye dönük bir çalışmada olarak ikinci dereceden $\frac{\partial^2 {}^0T_i}{\partial p_j \partial p_k}$ türevi de matris formunda ifade edilirse;

$$U_{ijk} = \frac{\partial^2 {}^0T_i}{\partial p_j \partial p_k} = \frac{\partial U_{ij}}{\partial p_k} \quad (3.25)$$

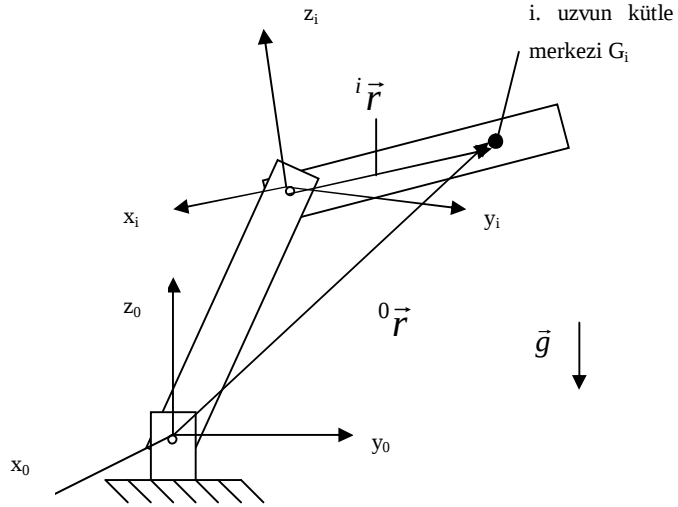
$$U_{ijk} = \begin{cases} {}^0T_j \cdot D_j \cdot {}^iT_k \cdot D_k \cdot {}^kT_i & j \leq k \leq i \text{ ise} \\ {}^0T_k \cdot D_k \cdot {}^kT_j \cdot D_j \cdot {}^jT_i & k \leq j \leq i \text{ ise} \\ 0 & j > i \text{ veya } k > i \text{ ise} \end{cases} \quad (3.26)$$

yazılabilir. Bu açıklamalardan sonra (3.17) ifadesi (3.16) da yerine konulursa;

$$K = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \text{diag}[U_{ij} \cdot H_i \cdot U_{ik}^T] \cdot \dot{p}_j \cdot \dot{p}_k \quad (3.27)$$

ifadesi elde edilir.

3.2.1.2 Potansiyel Enerjinin Elde Edilmesi



Şekil 3.2 Potansiyel Enerji Hesabında Robot Modeli

Şekil 3.2 yardımıyla i elemanın potansiyel enerjisi i uzvu G_i kütle merkezi vektörü;

$$\vec{r}_i = \{\bar{x}_i, \bar{y}_i, \bar{z}_i, 1\}^T \quad (3.28)$$

ve yer çekim ivmesi vektörü;

$${}^0\vec{g} = {}^0\{g_x, g_y, g_z, 0\}^T, \quad g = \sqrt{g_x^2 + g_y^2 + g_z^2} \cong 9,81 \text{ m/s}^2 \quad (3.29)$$

olmak üzere i uzvu potansiyel enerjisi;

$$P_i = -m_i \cdot {}^0\vec{g}^T \cdot {}^0\vec{r}_i = -m_i \cdot {}^0\vec{g}^T \cdot ({}^0T_i \cdot {}^i\vec{r}_i) \quad (3.30)$$

Buradan sistemin toplam potansiyel enerjisi :

$$P = \sum_{i=1}^n P_i = -\sum_{i=1}^n m_i \cdot {}^0\vec{g}^T \cdot ({}^0T_i \cdot {}^i\vec{r}_i) \quad (3.31)$$

olarak elde edilir.

3.2.1.3 Dinamik Denklemlerin Elde Edilmesi

Robot kol mekanizmasının kinetik ve potansiyel enerjileri elde edildikten sonra (3.27) ve (3.31) ifadeleri (3.2) de yerine konulursa Lagrange Fonksiyonu;

$$L = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i \text{diag}[U_{ij} \cdot H_i \cdot U_{ik}^T] \cdot \dot{p}_j \cdot \dot{p}_k + \sum_{i=1}^n m_i \cdot {}^0\vec{g}^T \cdot ({}^0T_i \cdot {}^i\vec{r}_i) \quad (3.32)$$

İçinde elde edilir. Bu ifade (3.1) de yerine konulur ve gerekli düzenlemeler yapılır;

$$Q_i = \sum_{k=i}^n \sum_{j=1}^k \text{diag}[U_{kj} \cdot H_k \cdot U_{ki}^T] \cdot \ddot{p}_j + \sum_{k=i}^n \sum_{j=1}^k \sum_{m=1}^k \text{diag}[U_{kjm} \cdot H_k \cdot U_{ki}^T] \cdot \dot{p}_j \cdot \dot{p}_m - \sum_{j=1}^n m_j \cdot {}^0\vec{g}^T \cdot U_{ji} \cdot {}^i\vec{r}_j \quad (3.33)$$

i=1, 2, ..., n

İçini alacaktır. Denklemleri daha düzenli hale getirmek için tekrar düzenleme yapılır;

$$M_{ij} = \sum_{k=\max(i,j)}^n \text{diag}[U_{kj} \cdot H_k \cdot U_{ki}^T] \quad (3.34)$$

$$h_{ijm} = \sum_{k=\max(i,j,m)}^n \text{diag}[U_{kjm} \cdot H_k \cdot U_{ki}^T] \quad (3.35)$$

$$c_i = - \sum_{j=1}^n m_j \cdot {}^0\vec{g}^T \cdot U_{ji} \cdot {}^i\vec{r}_j \quad (3.36)$$

terimleri yapılır ve bunlar (3.33) de yerine konulursa;

$$Q_i = \sum_{j=1}^n M_{ij} \cdot \ddot{p}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^n h_{ijm} \cdot \dot{p}_j \cdot \dot{p}_m + c_i \quad i=1, 2, \dots, n \quad (3.37)$$

olacaktır. Buradan robot kol mekanizmasının dinamik denklemleri matris formunda elde edilebilir.

$M(\vec{p})$: Elemanlar (3.34) yardımıyla hesaplanan nxn boyutlu simetrik Atalet Matrisi;

$$h_i = \sum_{j=1}^n \sum_{m=1}^n h_{ijm} \cdot \dot{p}_j \cdot \dot{p}_m \quad (3.38)$$

(3.35) yardımıyla hesaplanan eleman olmak üzere;

$\vec{h}(\vec{p}, \dot{\vec{p}}) = \{h_1, h_2, \dots, h_n\}^T$ vektörü, Coriolis ve Merkezkaç Kuvvetler Vektörüdür.

$\bar{c}(\bar{p}) = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}^T$ vektörü ise (3.36) yardımıyla hesaplanan Akıl Kuvvetleri Vektörüdür.

Bu tanımlamalarla;

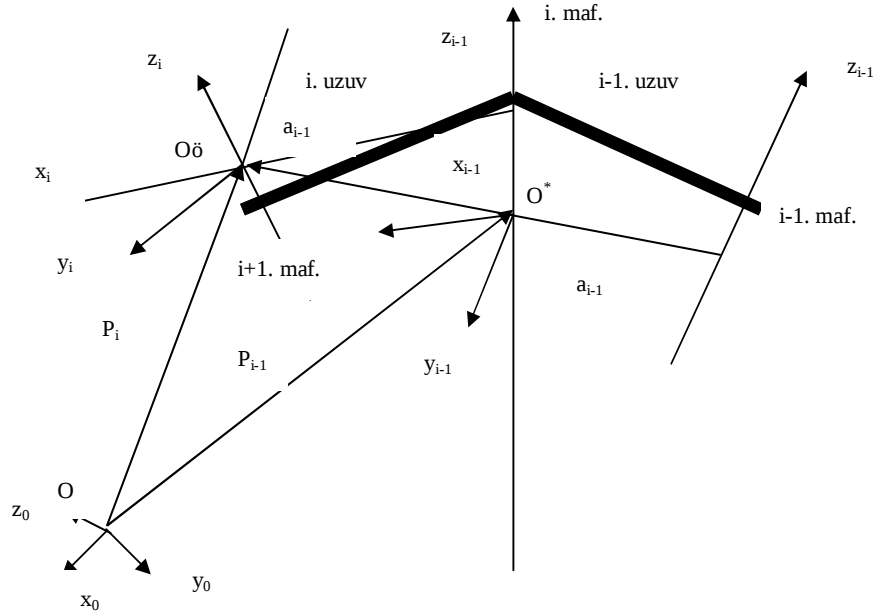
$$\bar{Q} = M(\bar{p}) \cdot \ddot{\bar{p}} + \bar{h}(\bar{p}, \dot{\bar{p}}) + \bar{c}(\bar{p}) \quad (3.39)$$

robot kol mekanizmasının dinamik denklemleri olarak elde edilir.

Lagrange ve Euler formülasyonu ile elde edilen bu denklemler daha önce ifade edildiği gibi ikinci derece türevler cinsinden lineer, birinci dereceden türevler ve genelleştirilmiş koordinatlar cinsinden ise nonlineerdir. Görüldüğü gibi denklemlerin elde edilmesinde 4x4 homojen dönüşüm matrisleri kullanılmaktadır. Bu nedenle ters dinamik çözümlemede, oldukça fazla hesaplama zamanına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu dezavantaj açık çevrimli kontrolde problem oluşturmaktadır. Bu problem karşısında Coriolis ve Merkezkaç kuvvetlerinin ihmal edilmesi yoluna gidilerek denklemlerin basitleştirilmektedir. Bu ise kalıcı bir çözüm olmamaktadır. Çünkü bu yöntemde, yüksek hızlı kol hareketlerinde hesaplanan mafsallık moment/kuvvet değerleri, ihtiyaç duyulan mafsallık moment/kuvvetlerinden önemli derecede farklı olabilmektedir. Yine, kapalı çevrim kontrol durumunda da düzeltici moment/kuvvet değerleri yüksek olmaktadır.

Bu olumsuzlukları gidermek için, özellikle kontrolde kullanmak amacıyla dinamik denklemlerin elde edilmesinde Newton dinamiğinden faydalanılması yoluna gidilmiştir. Newton ve Euler formülasyonu kullanılarak elde edilen denklemler çok daha kısa sürede çözümlenebilmektedir. Bu çalışmada dinamik denklemlerin elde edilmesinde Lagrange dinamiği esas alındığından diğer formülasyonlar hakkında sadece kitabi bilgiler verilecektir. Bu bölümün hazırlanmasında Kepçeler (1998) ve A. S. Shabana (Computational Dynamics, 1994) dan yararlanılmıştır.

3.2.2 Newton ın Euler Formülasyonu



Şekil 3.3 O, O* ve Oö Eksen Takamları Arasındaki İlişki

Şekil 3.3 de görüldüğü gibi, $-_0$ referans eksen takımı olmak üzere; i . mafsala ve $i-1$. uzvun O^* orijinine $-_{i-1}$ eksen takımı, $i+1$. mafsala ve i . uzvun $Oö$ orijinine $-_i$ eksen takımı yerleştirilmiştir. Burada;

p_i ; $Oö$ orijininin O ya göre konum vektörü

p_i^* ; $Oö$ orijininin O^* a göre konum vektörü

p_{i-1} ; O^* orijininin O ya göre konum vektörüdür.

v_{i-1} ve N_{i-1} , $-_{i-1}$ eksen takımının $-_0$ eksen takımına göre çizgisel ve açsal hızlarını gösterir. Yine, N_i ve N_i^* , $Oö$ orijininin, sırasıyla $-_0$ ve $-_{i-1}$ eksen takımlarına göre açsal hızlarını gösterir. Buradan $-_i$ eksen takımının, $-_0$ eksen takımına göre v_i çizgisel ve N_i açsal hızları hesaplanabilir.

$$v_i = \frac{d^* p_i^*}{dt} + \omega_{i-1} \times p_i^* + v_{i-1} \quad (3.40)$$

$$\omega_i = \omega_{i-1} + \omega_i^* \quad (3.41)$$

Burada $d^*(\cdot)/dt$, $-_{i-1}$ hareketli eksen takımına göre zaman türevini tanımlamaktadır. $-_i$ eksen

takānān $-_0$ eksen takānāna göre çizgisel ivmesi $\dot{v}_i$ ve açsal ivmesi $\dot{\omega}_i$ alāķda gösterildiķi gibi hesaplanā.

$$\dot{v}_i = \frac{d^* p_i^*}{dt^2} + \dot{\omega}_{i-1} \times p_i^* + 2 \cdot \omega_{i-1} \times \frac{d^* p_i^*}{dt} + \omega_{i-1} \times (\omega_{i-1} \times p_i^*) + \dot{v}_{i-1} \quad (3.42)$$

$$\dot{\omega}_i = \dot{\omega}_{i-1} + \dot{\omega}_i^* \quad (3.43)$$

$-_i$ eksen takānān $-_{i-1}$ eksen takānāna göre açsal ivmesi $\dot{\omega}_i^*$ ise;

$$\dot{\omega}_i^* = \frac{d^* \omega_i^*}{dt} + \omega_{i-1} \times \omega_i^* \quad (3.44)$$

dir. Buradan;

$$\dot{\omega}_i = \dot{\omega}_{i-1} + \frac{d^* \omega_i^*}{dt} + \omega_{i-1} \times \omega_i^* \quad (3.45)$$

olarak hesaplanā. Eķer i. uzuv $-_{i-1}$ eksen takānānda z_{i-1} doķrultusunda $\dot{q}_i$ mafsāl hēēyla i-1. uzva göre ötelenirse, yine i. uzuv $-_{i-1}$ eksen takānānda z_{i-1} eksenini çevresinde ω_i^* açsal hēē ile dönerse; $\dot{q}_i$ $-_{i-1}$ eksen takānāna göre i. uzvun açsal hē değeri olmak üzere;

$$\dot{\omega}_i^* = \begin{cases} z_{i-1} \dot{q}_i & \text{i. uzuv döner mafsāl ise} \\ 0 & \text{i. uzuv kayar mafsāl ise} \end{cases} \quad (3.46)$$

dir. Benzer İekilde;

$$\frac{d^* \dot{\omega}_i^*}{dt} = \begin{cases} z_{i-1} \ddot{q}_i & \text{i. uzuv döner mafsāl ise} \\ 0 & \text{i. uzuv kayar mafsāl ise} \end{cases} \quad (3.47)$$

(3.46) ve (3.47) ifadeleri (3.41) ve (3.45) de yerlerine konulursa;

$$\omega_i = \begin{cases} \omega_{i-1} + z_{i-1} \dot{q}_i & \text{i. uzuv döner mafsāl ise} \\ \omega_{i-1} & \text{i. uzuv kayar mafsāl ise} \end{cases} \quad (3.48)$$

$$\dot{\omega}_i = \begin{cases} \dot{\omega}_{i-1} + z_{i-1} \ddot{q}_i + \omega_{i-1} \times z_{i-1} \dot{q}_i & \text{i. uzuv döner mafsāl ise} \\ \dot{\omega}_{i-1} & \text{i. uzuv kayar mafsāl ise} \end{cases} \quad (3.49)$$

elde edilir. i. uzvun i-1. uzva göre lineer hē ve ivmesi de İöyle olacaktā:

$$\frac{d^* p_i^*}{dt} = \begin{cases} \omega_i^* \times p_i^* & \text{i. uzuv döner mafsalsal ise} \\ z_{i-1} \dot{q}_i & \text{i. uzuv kayar mafsalsal ise} \end{cases} \quad (3.50)$$

$$\frac{d^{*2} p_i^*}{dt^2} = \begin{cases} \frac{d^* \omega_i^*}{dt} \times p_i^* + \omega_i^* \times (\omega_i^* \times p_i^*) & \text{i. uzuv döner mafsalsal ise} \\ z_{i-1} \ddot{q}_i & \text{i. uzuv kayar mafsalsal ise} \end{cases} \quad (3.51)$$

(3.50) ve (3.51) ifadeleri (3.40) da yerlerine konulursa, i. uzvun $-_0$ eksen takānāna göre çizgisel hēē

$$v_i = \begin{cases} \omega_i \times p_i^* + v_{i-1} & \text{i. uzuv döner mafsalsal ise} \\ z_{i-1} \dot{q}_i + \omega_i \times p_i^* + v_{i-1} & \text{i. uzuv kayar mafsalsal ise} \end{cases} \quad (3.52)$$

(3.46) ile (3.51) arasādaki ifadeler (3.42) de yerine konulursa, i. uzvun $-_0$ eksen takānāna göre çizgisel ivmesi;

$$\dot{v}_i = \begin{cases} \omega_i \times p_i^* + \omega_i \times (\omega_i \times p_i^*) + v_{i-1} & \text{i. uzuv döner mafsalsal ise} \\ z_{i-1} \ddot{q}_i + \dot{\omega}_i \times p_i^* + 2 \cdot \omega_i \times (z_{i-1} \dot{q}_i) + \omega_i \times (\omega_i \times p_i^*) + \dot{v}_{i-1} & \text{i. uzuv kayar mafsalsal ise} \end{cases} \quad (3.53)$$

elde edilir. Burada, (3.48), (3.49), (3.52) ve (3.53) ifadeleri robotun dinamik denklemlerinin elde edilmesinde kullanādan kinematik bakāntārdā.

Bu ifadelere dōAlembert Prensibi uygulanarak dinamik denklemler elde edilebilir. Bu prensibe göre; bir mekanik sistem, hareketinin her t anāda üzerine etkiyen gerēek kuvvetler ile atalet kuvvetlerinin toplam etkisi altānda bu andaki konumunda dengede bulunur. Herbir uzva dōAlembert Prensibi uygulanārsa;

m_i : i. uzvun kütlesi.

$\bar{r}_i$: i. uzvun kütle merkezinden $-_0$ ān orijinine olan uzaklāk

$\bar{v}_i = \frac{d\bar{r}_i}{dt}$: i. uzvun kütle merkezinin çizgisel hēē

$\bar{a}_i = \frac{d\bar{v}_i}{dt}$: i. uzvun kütle merkezinin çizgisel ivmesi.

$\bar{s}_i$: i. uzvun kütle merkezinden $-_i$ nin orijinine olan uzaklāk

p_i^* : $-_i$ eksen takānānān, $-_{i-1}$ e göre konum vektōrū.

F_i : i. uzvun kütle merkezine etkiyen toplam dış kuvvet.

N_i : i. uzvun kütle merkezine etkiyen toplam dış moment.

f_i : $-i-1$ de i-1. uzuv yardımıyla i. uzva uygulanan kuvvet.

n_i : $-i-1$ de i-1. uzuv yardımıyla i. uzva uygulanan moment.

I_i : -0 da kütle merkezine göre atalet matrisi olmak üzere;

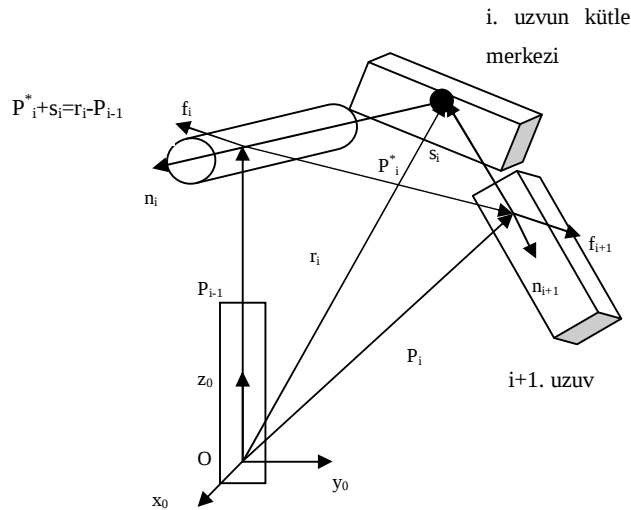
$$F_i = \frac{d(m_i \bar{v}_i)}{dt} = m_i \bar{a}_i \quad (3.54)$$

$$N_i = \frac{d(I_i \omega_i)}{dt} = I_i \dot{\omega}_i + \omega_i \times (I_i \omega_i) \quad (3.55)$$

(3.52) ve (3.53) yardımıyla i. uzun kütle merkezinin çizgisel hız ve ivmesi;

$$\bar{v}_i = \omega_i \times \bar{s}_i + v_i \quad (3.56)$$

$$\bar{a}_i = \dot{\omega}_i \times \bar{s}_i + \omega_i \times (\omega_i \times \bar{s}_i) + \dot{v}_i \quad (3.57)$$



Şekil 3.4 i. uzuv üzerindeki kuvvet ve momentler

olarak hesaplanır. Şekil 3.4 de görüldüğü gibi, i. uzva etkiyen toplam dış kuvvet F_i ve moment

N_i dir. Bunlar i . uzuv civarındaki $i-1$. ve $i+1$. uzuvlar ile yer çekiminden oluñan kuvvetlerin etkisinden kaynaklanış. Dđ kuvvet ve moment;

$$F_i = f_i - f_{i-1} \quad (3.58)$$

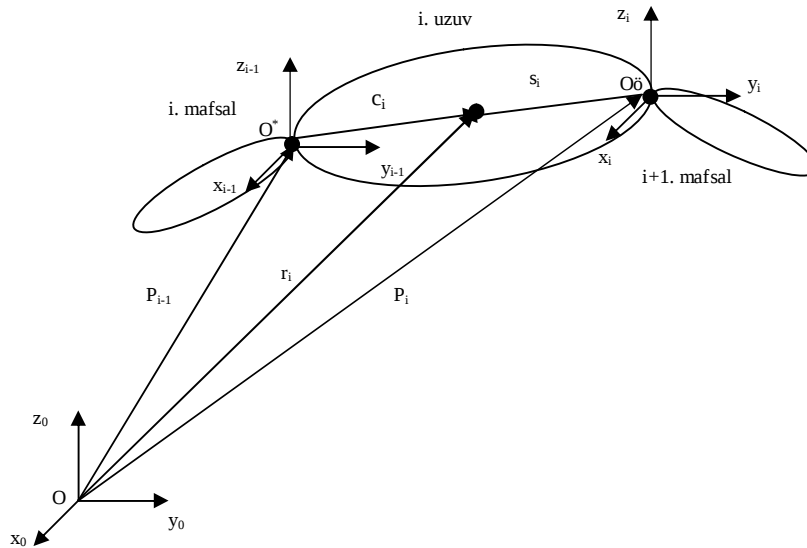
$$N_i = n_i - n_{i-1} + (p_{i-1} - \bar{r}_i) \times f_i - (p_{i-1} - \bar{r}_i) \times f_{i-1} \quad (3.59)$$

olarak elde edilir. $\bar{r}_i - p_{i-1} = p_i^* + \bar{s}_i$ eđitliđi ile tekrar düzenleme yapıłsa;

$$f_i = F_i + f_{i-1} = m_i \bar{a}_i + f_{i-1} \quad (3.60)$$

$$n_i = n_{i+1} + p_i^* \times f_{i+1} + (p_i^* + \bar{s}_i) \times F_i + N_i \quad i=1, 2, \dots, n \quad (3.61)$$

3.2.3 Genelleştirilmiş döAlembert Formölasyonu



Ėekil 3.5 G-E formölasyonunda kullanılan konum vektörleri

L-E formölasyonunda 4x4 homojen dönölüm matrislerinin kullanılması nedeniyle denklemlerin çözümünde fazla zamana ihtiyaç duyulmaktadır. N-E formölasyonunda ise, vektör formölasyonu ve bu formölasyonun ardđđk yapılarından dolayı hesaplama zamanı kısalmaktadır. Fakat bu durumda da dinamik denklemler kapalı form yapıdan kaybetmektedir. Her iki yöntemin avantajlı yönlerini mümkün olduğunca bir araya getirmek için, her bir uzvun kinematik bilgileri relatif konum vektörü ve dönme matrisi gösterimi ile elde edilmektedir. Bu

kinematik bilgilerle de robotun kinetik ve potansiyel enerjileri elde edilir. Lagrange formülasyonunun temelini, sistemin kinetik ve potansiyel enerjilerinin bulunması oluşturmaktadır. Dolayısıyla farklı yaklaşımla elde edilen kinetik ve potansiyel enerjiler Lagrange Fonksiyonunda yerlerine konularak sistemin dinamik denklemleri elde edilir. Bu gösterimde mafsalların sadece döner mafsalları olduğu kabul edilecektir.

ω_s , s. uzvun $-_0$ eksen takımına göre açsal hızın ifade etmektedir ve kendine baklı önceki uzuvların relatif hızlarının bir toplamı olarak alıakındaki gibi yazılabilir:

$$\omega_s = \sum_{j=1}^s \dot{\theta}_j z_{j-1} \quad (3.62)$$

Burada z_{j-1} , j. mafsallın $-_0$ a göre dönme eksenini ifade etmektedir. (3.62) ifadesinin her iki yanıs. uzvun $-_0$ a göre dönmesini gösteren 0C_s dönme matrisiyle çarpılrsa;

$${}^0C_s \omega_s = \sum_{j=1}^s \dot{\theta}_j {}^0C_s z_{j-1} \quad (3.63)$$

elde edilir. Éekil 3.5 de görüldüğü gibi $\bar{r}_s$, s. uzvun kütle merkezinin $-_0$ a göre konum vektörüdür. Bu vektör;

$$\bar{r}_s = \sum_{j=1}^{s-1} p_j^* + \bar{c}_s \quad (3.64)$$

Éeklinde yazılabilir. Burada $\bar{c}_s$, s. uzvun kütle merkezinin, $-_{s-1}$ den $-_0$ a göre konum vektörüdür. Bu ifadelerden sonra s. uzvun $-_0$ a göre çizgisel hızı v_s , alıakındaki gibi hesaplanır.

$$v_s = \sum_{k=1}^{s-1} \left[\left(\sum_{j=1}^k \dot{\theta}_j z_{j-1} \right) \times p_k^* \right] + \left(\sum_{j=1}^s \dot{\theta}_j z_{j-1} \right) \times \bar{c}_s \quad (3.65)$$

kütlesi m_s olan s. uzvun toplam kinetik enerjisi, kütle merkezinin dönme ve ötelenmesinden kaynaklanan, kinetik enerjilerinin toplamına elittir. I_s , s. uzvun $-_s$ da kütle merkezine göre atalet tansörü olmak üzere;

$$K_s = (K_s)_{trans} + (K_s)_{rot} = \frac{1}{2} m_s (v_s \cdot v_s) + \frac{1}{2} ({}^0C_s \cdot \omega_s)^T \cdot I_s \cdot ({}^0C_s \cdot \omega_s) \quad (3.66)$$

elde edilir. Elde edilen bu denklem, öteleme ve dönme olarak parçalanır ve bunlara ayrı ayrı Lagrange Fonksiyonu uygulanrsa, sırasıyla ötelemeyen ve dönmeyen kaynaklanan reaksiyon momentleri bulunur.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_{trans}}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial K_{trans}}{\partial \theta_i} = \sum_{s=i}^n \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial (K_s)_{trans}}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial (K_s)_{trans}}{\partial \theta_i} \right] = \sum_{s=i}^n m_s \dot{v}_s [z_{i-1} \times (\bar{r}_s - p_{i-1})] \quad (3.67)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_{rot}}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial K_{rot}}{\partial \theta_i} &= \sum_{s=i}^n \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial (K_s)_{rot}}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial (K_s)_{rot}}{\partial \theta_i} \right] = \\ &= \sum_{s=i}^n \left[\left({}^0 C_s z_{j-1} \right)^T I_s \left(\sum_{j=1}^s \ddot{\theta}_j {}^0 C_s z_{j-1} \right) + \left({}^0 C_s z_{j-1} \right)^T I_s \left(\sum_{j=1}^s \left[\dot{\theta}_j {}^0 C_s z_{j-1} \times \left(\sum_{k=j+1}^s \dot{\theta}_k {}^0 C_s z_{k-1} \right) \right] \right) \right] + \\ &\left[{}^0 C_s z_{j-1} \times \left(\sum_{k=1}^s \dot{\theta}_k {}^0 C_s z_{k-1} \right) \right]^T I_s \left(\sum_{j=1}^s \dot{\theta}_j {}^0 C_s z_{j-1} \right) \end{aligned} \quad (3.68)$$

i=1, 2, 3, ..., n

Bu işlemlerden sonra robotun potansiyel enerjisi de hesaba katılacak. P_s , herbir uzvun potansiyel enerjisi olmak üzere;

$$P_s = -g \cdot m_s \cdot \bar{r}_s \quad (3.69)$$

$$P = \sum_{s=1}^n P_s \quad (3.70)$$

Potansiyel enerji ifadelerine de Lagrange Fonksiyonu uygulanırsa, yer çekiminden kaynaklanan reaksiyon momentleri bulunur.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial P}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial P}{\partial \theta_i} = - \sum_{s=i}^n \frac{\partial P_s}{\partial \theta_i} = \sum_{s=i}^n g \cdot m_s \cdot [z_{i-1} \times (\bar{r}_s - p_{i-1})] \quad (3.71)$$

i=1, 2, 3, ..., n

Bu ifadeler elde edildikten sonra i. uzvu hareket ettirecek olan genelleştirilmiş moment (3.67) ve (3.71) yardımıyla;

$$\tau_i = \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_{trans}}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial K_{trans}}{\partial \theta_i} \right] + \left[\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K_{rot}}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial K_{rot}}{\partial \theta_i} \right] + \frac{\partial P}{\partial \theta_i} \quad (3.72)$$

elde edilir.

3.3 Robot Kolların Esnek Modellenmesi

Robot kol mekanizmalarının dinamik analizlerini yapabilmek ve uygun bir kontrol organı tasarlayabilmek için, robotu gerçeğe yakın olarak modelleyen dinamik denklemlere ihtiyaç vardır. Ancak robotların uç uca eklenmiş uzuvlardan meydana gelen mekanizmalar olmaları dinamik denklemlerinin elde edilmelerini zorlaştırmakta elde edilen dinamik denklemler ise, genelde analitik çözümü mümkün olmayan, birbirine bağlı terimler ihtiva eden, nonlinear diferansiyel denklemler formunda olmaktadır. Bu denklemlerin çözümlenmesi ise oldukça fazla hesaplama zamanı gerektirmektedir. Bu nedenle dinamik denklemlerin elde edilmesi için yapılan modellemelerde sonuca çok büyük etkisi olmayan basitleştirmeler ve kabuller yapılmaktadır. Bu kabullerden en önemlisi ise, robot uzuvlarının elastikiyetlerinin ihmal edilerek rijid kabul edilmeleridir. Rijid kabul altında, robot tasarlamak ve buna uygun kontrol organları geliştirmek, robotların yüksek hızla çalışmaları istendiği durumlarda problemler çıkarmaktadır. Bu olumsuzlukları azaltmak ve zaman içinde daha da hızlanan bilgisayarların sunmuş olduğu imkanlar göz önüne alınarak, robotların modellenmesinde ve dinamik denklemlerin elde edilmesinde uzuv esneklikleri hesaba katılmaya başlanmıştır.

Bölüm 1 de ifade edildiği gibi yapılan birçok çalışmada, uzuv esneklikleri göz önüne alınırken, bu çalışmanın konusu dışında olan mafsallı elastikiyetini ve taşıyan yükün elastikiyetini göz önüne alan çalışmalar da yapılmıştır. Yapılan çalışmaların çoğunda tek elastik uzuv incelenerek, uzuv uç titreşimlerinin azaltılması ve etkin kontrol organı tasarımı araştırılmıştır. M. Moallem et al. (2001), A. Gasparetto (2001), K. Y. Kuo ve J. Lin (2002), M. Dadfarnia et al. (2004), J. Shan et al. (2005), M. Hassan et al. (2007). Bu çalışmalarda modelleme tekniği olarak genelde Euler ve Bernoulli veya Euler-Timoshenko çubuk teorisi esas alınmıştır. Zira bu modellemede sistemin sınırları belirlenmekte ve problem sınırlı değer problemi haline gelmektedir. Ayrıca dinamik denklemler Lagrange formülasyonu ve Hamilton Prensipleri ile elde edilmektedir. H. Yang et al. (2003), ise yapıların çalışmada ucunda kütle bulunan elastik bir göbek-uzuv sistemini sonlu elemanlar yöntemi ile modellemişler ve Hamilton Prensipleri ile dinamik denklemleri elde etmişlerdir.

Ayrıca, birden fazla uzva sahip robotik yapılar da incelenmiştir. S. Choura ve A. S. Yikıt (2001), birinci uzvu rijid ikinci uzvu ise elastik yapı olan düzlemsel harekete ve döner mafsallara sahip bir robotu incelemişler ve elastik uzuv için Euler-Bernoulli çubuk teorisini esas alarak modellemişler ve Hamilton Prensipleri ile dinamik denklemlerini elde etmişlerdir. Daha sonra bu sisteme PD kontrol uygulamışlardır. T. H. Lee et al. (2001) ise, birden fazla elastik uzva sahip bir mekanizmanın dinamik denklemlerini, yer çekiminden kaynaklanan

etkileri ihmal ederek, sadece kinetik enerji hesabı ile elde etmişler, daha sonra bu sisteme adaptiv robust kontrol uygulamışlardır. L. Akbaba ve İ. Yüksel (2006) ise, hem eğilmeye hem de burulmaya maruz kalan elastik bir uzvu inceleyerek, Hamilton Prensibi ile dinamik denklemleri elde etmişlerdir.

Hemen hemen bütün modellemelerde, elastik uzuv üzerindeki bir noktanın konumu, rijid durumdaki konum ile elastik yer değiştirmenin toplamı olarak verilmektedir. Elastik yer değiştirme ise, Galerkin's, K. Behdinan et al. (1997), S. Choura ve A. S. Yigit (2001), Rayleigh-Ritz, T. Kepçeler (1998), kabul edilmiş modlar M. Dadfarnia et al. (2005), gibi metodlarla bir seriye açılarak verilmektedir.

Elde edilmiş metoduna göre formları farklılık gösterse de, dinamik denklemler birbirine bağlı terimlerden oluşan diferansiyel denklemlerdir ve çözümlenmeleri zordur. Bu denklemlerin bünyelerinde elastik yer değiştirme parametrelerini de barındırmaları durumunda, çözümlerinin daha da zor olacağı aşikardır. Bu nedenle denklemlerin çözümü ayrı bir inceleme konusu olmaktadır. J. Shaw (2001), invers problemlerin lineer en küçük kareler metoduyla iteratif çözümü üzerine çalışma yapmıştır. Yine P. M. Kalra et al. (2006), endüstriyel robotların çok modlu ters kinematik problemlerinin çözümü için çevrimsel bir yaklaşım geliştirmişlerdir.

4. ELASTİK UZUVLU ROBOTUN MODELLENMESİ

4.1 Giriş

Bir maddesel noktanın, uzaydaki konumunu tam olarak tanımlayabilmek için gereken asgari parametre sayısına serbestlik derecesi denilmektedir. Konum tanımlamada kullanılan bu parametrelere de koordinat denilmektedir. Maddesel noktaların konumlarının tanımlanmasında ise, genellikle, Kartezyen, silindirik, kutupsal gibi yaygın olarak kullanılan koordinat sistemleri kullanılmaktadır. Ancak bir cismin veya robotlar gibi birbiriyle bağlı hareket eden cisim topluluklarının söz konusu olduğu durumlarda ise, söz konusu koordinat sistemleri kullanılabilmekten çıkmaktadır. Bu nedenle incelenen sistemin yapısına uygun koordinat sistemi seçilmelidir. Seçilen bu koordinat sistemine veya takınına, genelleştirilmiş koordinat takını denilirken elemanlarına da genelleştirilmiş koordinatlar denilmektedir.

Endüstriyel robotlar incelenirken her mafsala bir eksen takını yerleştirildiğinden buradaki sistem de mafsallı koordinatlar sistemi olarak adlandırılmaktadır. Bir robotun çalışma uzayı içerisinde, bir cismi istenen konum ve duruma getirebilmesi için en az altı serbestlik derecesine sahip olması gerekmektedir. Ancak robotik uygulamalarda, bir cismin konum ve durumunu değiştirmek istendiği gibi, robotun bir takını engelleri aşması veya tutma bırakma işlemi yapması da arzu edilebilmektedir. Bu durumda bunlar da bir serbestlik derecesi olarak değerlendirilmektedir. Yine pratikte genel olarak robotların serbestlik derecesi, sahip olduğu döner ve kayar mafsalların sayısının toplamı olarak kabul edilmektedir. Bunun genel bir kabul olduğunun altını çizelim ve dört döner mafsala sahip düzlemsel bir robotun serbestlik derecesinin dört olamayacağını ancak genelleştirilmiş koordinat sayısının dört olduğu aklardır.

Robotlar her ne kadar birden fazla uzva sahip olsa da bu uzuvların boyları ve kütleleri aynı değildir. Robotun manipüle edeceği cismi konumlandırmak için kullanılan uzuvlar genelde uzun ve büyük kütleli olurken, durumunu değiştirmek için kullanılan uzuvlar ise kısa ve küçük kütleli olmaktadır. Bu nedenle bir endüstriyel robotun ilk üç mafsala, birincil (ana) mafsallar ve bunları ileten kısma da temel robot denilmektedir. Diğer üç (4., 5. ve 6.) mafsala ise ikincil mafsallar adı verilmekte ve robotun bilek mekanizmasını oluşturmaktadır. Eğer varsa diğer mafsallar (7 ve üzeri) fazladan mafsallar olarak adlandırılmakta ve çalışma uzayındaki engelleri aşmada kullanılmaktadır. Mafsalların ve uzuvların bu özelliklerinden dolayı robotun dinamik denkleminin elde edilmesinde, işlemleri kolaylaştırmak ve basitleştirmek için bilek mekanizmalarını yığarak tek bir kütle olarak hesaba katma yoluna

gidilmektedir. Yine, mafsallarē tahrik eden tahrik elemanē da uzuv ucunda bulunan yēđāmē bir kütle olarak değerlendirilmektedir.

Bu uygulama, elastik uzuvlu robotlar söz konusu olduđu durumda bir zaruret olmaktadır. Zira, robot dinamik denklemlerine mafsalsal koordinatlarē ile birlikte elastik yer deđilrtirme koordinatlarē da girmekte ve denklemlerdeki genellełtirilmił koordinat sayēēen az iki katēna çekmektedir. Çözüm modlarēnēn artēđmasē durumunda genellełtirilmił koordinatlar da o oranda artacaktır. Bu durumda ise denkelemlerin çözümünün çok fazla zaman alacaēēe alııardē. Bu çalıđmada da bu yöntem uygulanarak, mafsalsal tahrik elemanē olan servomotorlar uzuv ucundaki yēđāmē bir kütle olarak hesaba katāđmē lardē.

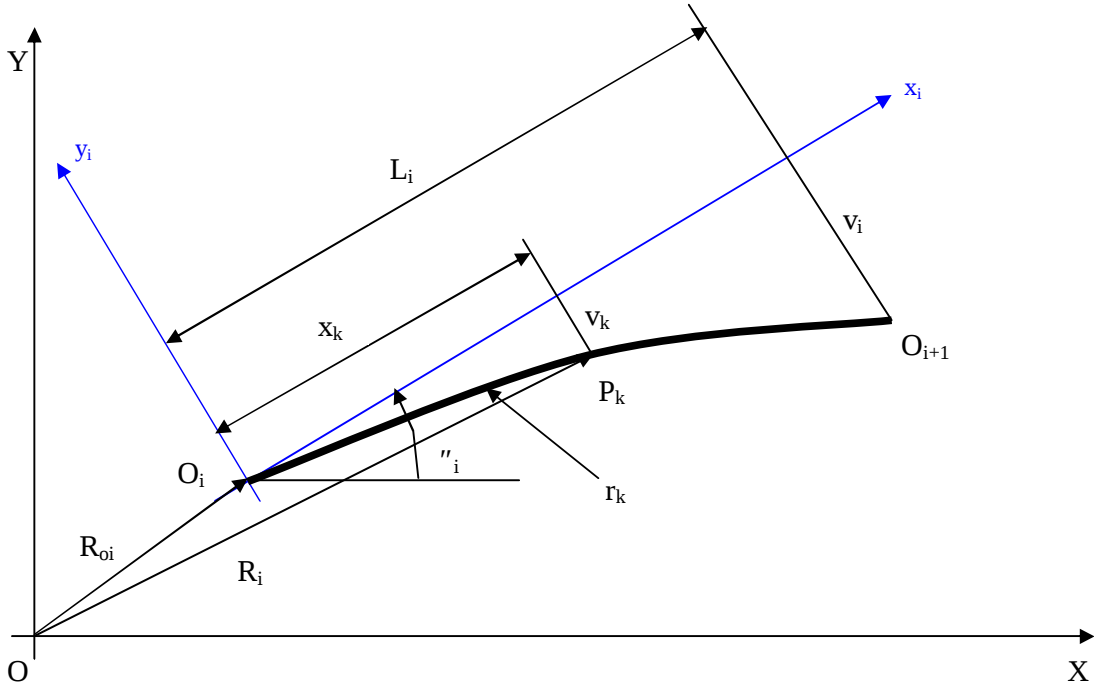
4.2 Eksen Takēnlarē

Endüstriyel robotlar uç uca eklenmił ve birbirlerine mafsallarla bađlanmē uzuvlardan oluđan mekanizmalar olduklarēndan dinamik denklemlerin elde edilebilmesi için uzuvlarēn birbirlerine göre bađđ konum ve duruđlarēnēn bilinmesi gerekmektedir. Bu nedenle herbir uzva ayrı bir eksen takēnē yerlełtirilir. Yerlełtirilen eksen takēnlarēnēn birbirlerine göre konum ve duruđlarēnēn belirlenmesi ile de kinematik parametreler elde edilir. Eksen takēnlarē arasēdönülıümler ise homojen dönülıüm matrisleri yardēnēyla yapıđđ.

Ancak uzuvlarēn elastik olarak kabul edildiđi durumlarda, eksen takēnlarēnēn birbirlerine göre konum ve duruđlarēnēn belirleyen parametrelere ilave olarak elastik yer deđilrtirme parametresi de söz konusu olmaktadır. Dolayēēıyla uzuv eksen takēnlarē rijid yapıđē uzuvlardaki gibi yerlełtirilmekte ve elastik yer deđilrtirmeler bu eksen takēnlarēna göre ifade edilmektedir. Bazē arałtıřmacđar S. Choura ve A. S. Yiđit (2001), L. Akbaba ve Ł. Yüksel (2006) elastik yer deđilrtirmeyi dođrudan dođruya, rijid yapıđya göre yerlełtirilmił olan eksen takēnēna göre sapma olarak gösterirken; bazē arałtıřmacđar Chin ve S. T. Lin (1997), T. Kepçeler (1998) ise, ilave bir eksen takēnē kullanarak elastik yer deđilrtirmeleri ifade yoluna gitmiłlerdir. Literatürde, rijid yapıđya göre yerlełtirilmił olan eksen takēnēna Tangent Eksen Takēnē denilirken, ilave olarak yerlełtirilen eksen takēnēna ise Virtuel Link Eksen Takēnē (VLCS) denilmektedir.

Łekil 4.1 de elastik yapıđē bir uzva tangent eksen takēnē yerlełtirilmesi gösterilmektedir. Dikkat edilirse, bu eksen takēnē uzvun rijid olmasē durumunda yerlełtirilecek eksen takēnēyla aynıđđ. Robot uzuvlarēna Denavit ñ Hartenberg Yöntemine göre eksen takēnē yerlełtirilirken döner mafsalsal durumunda z eksenini dönme eksenini olmakta ve x eksenini, uzuv boyunca ve robot

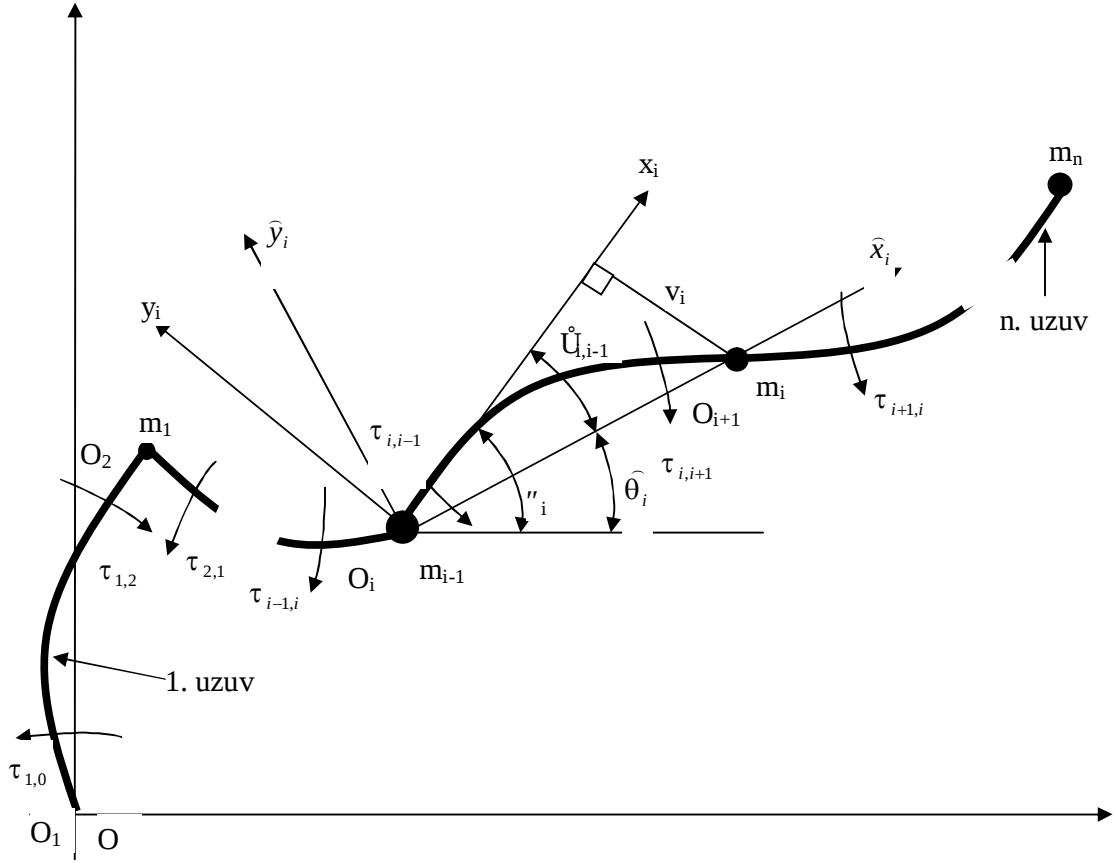
ucuna yönelenmiş olarak yerleştirilmektedir. y eksenini ise sağ el kuralına göre belirlenmektedir.



Şekil 4.1 Elastik bir uzva Tangent Eksen Takımı yerleştirilmesi

Tangent eksen takımına göre kinematik ve elastik yer değiştirme parametrelerinin belirlenerek dinamik denklemlerin elde edilmesi durumunda y_i eksenini boyunca ölçülen v_i elastik yer değiştirmesi de bir parametre olarak hesaba katılmaktadır. Bu ise denklemleri daha zor ve karmaşık hale getirmektedir. Bu olumsuzluğun önüne geçmek için elastik uzva, Şekil 4.2 de görüldüğü gibi VLCS ile eksen takımı yerleştirilir.

4.3 Dinamik Denklemlerin Elde Edilmesi



Şekil 4.3 n adet Elastik Uzunlu Düzlemsel Robot

Dinamik denklemlerin elde edilmesinde esas alınacak olan ve n adet elastik uzva ve döner mafsala sahip robotun şematik gösterimi Şekil 4.3 deki gibidir. Denklemlerin elde edilmesinde sistematiklikinden dolayı Lagrange ve Euler formülasyonu tercih edilmiştir. Lagrange ve Euler formülasyonu ile dinamik denklemlerin elde edilmesinin temelini, sistemin kinetik ve potansiyel enerjilerinin bulunması oluşturmaktadır. Bunun ilk adımı da uzuv üzerindeki bir noktayı, uzuv eksenine göre yer vektörünü tanımlamaktır. Daha sonra bu yer vektörü homojen dönüşüm matrisleri yardımıyla referans eksenine indirgenir. Homojen dönüşüm matrisleri 4×4 boyutundadır ve uzaysal çalışmalarda kullanılabilmektedir. Ancak bu çalışma düzlemsel olarak yapılacaktır. Dolayısıyla 2×2 boyutunda dönüşüm matrislerinin kullanılması yeterli olacaktır. Ancak, dinamik denklemler bilgisayar yardımıyla elde edileceğinden ileride yapılacak çalışmalara esas olması bakımından algoritma 4×4 matrisler üzerine kurulacaktır. Şekil 4.1 yardımıyla i . uzuv üzerindeki bir k noktasının $\sum_i$

Tangent Eksen Takımına göre yer vektörü aşağıdaki gibi olacaktır;

$$\vec{r}_i^k = [x_i^k, -v_i^k, z_i^k, 1]^T \quad (4.1)$$

Ancak bu çalışmada düzlemsel olarak düşünüldüğünden $z_i^k = 0$ olur. Bu durumda

$$\vec{r}_i^k = [x_i^k, -v_i^k, 0, 1]^T \quad (4.2)$$

olacaktır. Eğer i. mafsala moment uygulanırsa Σ_i eksen takımı Σ_0 eksen takımına göre θ_i kadar dönecektir. Ancak uzuv elastik olduğundan i. uzvun uç noktası y_i eksenini boyunca v_i kadar elastik yer değiştirmeye yapacaktır. Her x_i değerindeki v_i değerinin hesaplanması elastik yer değiştirmenin bulunması demektir. Ancak pratikte bu mümkün değildir. Şekil 4.1 de görüldüğü gibi sınırlarlarda $x_i = 0 \Rightarrow y_i = 0$ ve $x_i = L_i \Rightarrow y_i = -v_i$ durumu söz konusu olmaktadır. Buradaki v_i ifadesi x_i 'nin fonksiyonudur ve çeşitli metodlarla seriye açılır. Bu çalışmada Rayleigh-Ritz metodu esas alınmıştır. Buna göre;

$$v_i = \sum_{p=1}^{m_i} \phi_{ip} \cdot q_{ip} \quad (4.3)$$

Şeklinde seriye açılır. Burada $\phi_{ip}(x_i)$ i. elastik uzvun geometrik sınırları taşıyan Şekil fonksiyonu, q_{ip} ise titreşim genliğini ifade eden genelleştirilmiş koordinattır. Yine burada; $p=1,2,\dots,m_i$ Şeklinde sistemin mod sayılarıdır. Dinamik denklemlerin büyük ve çözümlerinin zor oluğundan dolayı bu çalışmada $p=1$ kabul edilecektir. Dolayısıyla,

$$v_i = \phi_i \cdot q_i \quad (4.4)$$

olacak ve tüm işlemler buna göre yapılacaktır. Elastik uzuvlu robotların dinamik denklemlerinin elde edilmesinde kullanılan $\phi_i(x_i)$ Şekil fonksiyonu olarak, literatürde (S. Choura ve A. S. Yigit (2001), L. Akbaba ve İ. Yüksel (2006)) (4.5) de ifade edilen trigonometrik ifade verilmektedir.

$$\phi_i = \cosh \beta_i \cdot \frac{x_i}{L_i} - \cos \beta_i \cdot \frac{x_i}{L_i} - e_i \cdot \left(\sinh \beta_i \cdot \frac{x_i}{L_i} - \sin \beta_i \cdot \frac{x_i}{L_i} \right)$$

$$e_i = \frac{\cosh \beta_i + \cos \beta_i}{\sinh \beta_i + \sin \beta_i} \quad (4.5)$$

$$\cosh \beta_i \cdot \cos \beta_i = -1$$

Dinamik denklemlerin elde edilmesi esnasında (4.5) ifadesinin zamana göre birinci ve ikinci dereceden türevlerinin de alınması gerektiğinden denklemlerin hacminin oldukça büyüyeceği açıktır. Bu olumsuzluğun önüne geçmek için Şekil 4.2 de görüldüğü gibi elastik uzva VLCS yaklaşımı ile ikinci bir $\hat{\Sigma}_i$ eksen takımı yerleştirilir. Bu eksen takımına göre; $\hat{x}_i = 0 \Rightarrow \hat{y}_i = 0$ ve $\hat{x}_i = L_i \Rightarrow \hat{y}_i = 0$ olacaktır. Bu yöntemle ilave bir sınır şartı daha elde edilmiş olmaktadır. VLCS yaklaşımı ile ikinci bir eksen takımı yerleştirilmesi sonucu Σ_i eksen takımı ile $\hat{\Sigma}_i$ eksen takımı arasında α_i açısı oluşur. Buna göre; $\theta_i = \alpha_i + \hat{\theta}_i$ veya $\hat{\theta}_i = \theta_i - \alpha_i$ yazılabilir.

Görüldüğü gibi $\hat{\Sigma}_i$ eksen takımı yerleştirilmesi ile sınır şartında artış sağlanmaktadır. Ancak bu durumda α_i açısının bilinmesi gerekmektedir. Fakat bu açı çok küçük olduğundan pratikte sıfır olarak kabul edilir ve işlemler buna göre yapılır. VLCS yaklaşımı ile eksen takımı yerleştirilmesinin en büyük faydası uzvun uç noktalarında elastik yer değiştirmelerin sıfır olmasıdır. i. uzvun herhangi bir k noktasının $\mathbf{x}_i^k$ konumunun bilinmesi durumunda, $\mathbf{y}_i^k$ nin alacağı değer uygun bir Şekil fonksiyonu yardımıyla bulunabilir. Bu durumda;

$$\hat{v}_i = \hat{\phi}_i \cdot \hat{q}_i \quad (4.6)$$

yazılabilir. Şekil 4.2 yardımıyla $\hat{\phi}_i(\hat{x}_i)$ Şekil fonksiyonu;

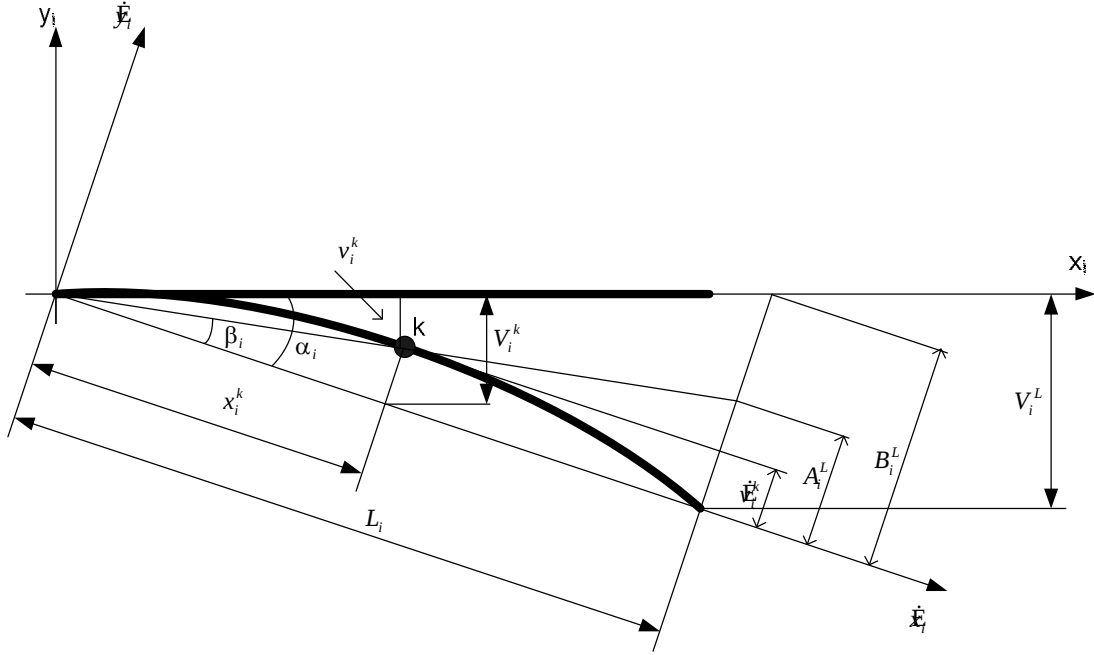
$$\hat{\phi}_i = \sin\left(\frac{\pi \cdot \hat{x}_i}{L_i}\right) \quad (4.7)$$

olarak seçilebilir. Bu fonksiyon i. elastik uzvun geometrik Şekil şartlarına $\hat{\Sigma}_i$ eksen takımına göre sağlamaktadır. Yine burada $\hat{q}_i$, $\hat{\Sigma}_i$ eksen takımında titreşimin genliğini ifade etmektedir.

Bu fonksiyon literatürde her ne kadar $\phi_{ip} = \sin\left(\frac{p \cdot \pi \cdot x_i}{L_i}\right)$ olarak seçilse de bu çalışmada denklem hacimlerini küçültmek için $p=1$ kabul edilmiştir. (4.5) ile (4.7) mukayese edilirse

VLCS yaklaşımı ile İkil fonksiyonunun ne kadar basitleştiği görülmektedir.

Elastik uzuv üzerindeki bir k noktası moment etkisi altında $\sum_i$ eksen takımına göre y_i ve x_i eksenleri boyunca elastik yer değiştirme yapacaktır. Ancak x_i eksenini boyunca oluşacak elastik yer değiştirme çok küçük olacağından dinamik denklemlerin basitleştirilmesi için ihmal edilmektedir. Burada y_i eksenini boyunca ölçülen v_i elastik yer değiştirmesi (4.7) de ifade edilen İkil fonksiyonu esas alınarak incelenirse;



İkil 4.4 v_i Parametresinin incelenmesi

İkil 4.4 yardımıyla;

$$\tan \beta_i = \frac{\ddot{v}_i^k}{x_i^k} = \frac{A_i^L}{L_i} \quad (4.8)$$

$$A_i^L = \ddot{v}_i^k \cdot \frac{L_i}{x_i^k} = \sin\left(\pi \cdot \frac{x_i^k}{L_i}\right) \cdot \ddot{v}_i^L \cdot \frac{L_i}{x_i^k} \quad (4.9)$$

$$c = \frac{x_i^k}{L_i} \quad (4.10)$$

yazılabilir. (4.10) ifadesi (4.9) da yerine konulursa;

$$A_i^L = \sin(\pi \cdot c) \cdot \dot{\Phi}_i \cdot \frac{1}{c} = \frac{\sin(\pi \cdot c)}{c} \cdot \dot{\Phi}_i \quad (4.11)$$

Şekil 4.4 de ve (4.9) ifadesinde de görüldüğü gibi A_i^L , x_i^k parametresinin fonksiyonudur ve x_i^k küçüldükçe A_i^L büyümektedir. Bu durumda (4.11) ifadesinin $c \rightarrow 0$ için limiti hesaplanırsa A_i^L ifadesinin alabileceği en büyük değer;

$$\lim_{c \rightarrow 0} A_i^L = \lim_{c \rightarrow 0} \frac{\sin(\pi \cdot c)}{c} \cdot \dot{\Phi}_i = \pi \cdot \dot{\Phi}_i \quad (4.12)$$

olarak elde edilir. Yine Şekil 4.4 yardımıyla;

$$\tan \alpha_i = \frac{B_i^L}{L_i} \quad (4.13)$$

$$\cos \alpha_i = \frac{V_i^L}{B_i^L} \quad (4.14)$$

ifadeleri yazılabilir. (4.12) ifadesi (4.8) de yerine konulursa;

$$\tan \beta_i = \frac{\sin \beta_i}{\cos \beta_i} = \frac{\pi \cdot \dot{\Phi}_i}{L_i} \quad (4.15)$$

olur. Literatürde, Şekil 4.4 de görülen α_i açısının küçük olmasından dolayı genelde $\alpha_i = 0$ kabul edilmektedir. Yine, Şekil 4.4 de $\alpha_i > \beta_i$ olduğu görülmektedir. Dolayısıyla β_i çok küçük olarak kabul edilebilir. Çok küçük değerler için $\sin \beta_i \approx \beta_i$ ve $\cos \beta_i \approx 1$ kabul edilebileceğinden (4.15) ifadesi;

$$\beta_i \approx \frac{\pi \cdot \dot{\Phi}_i}{L_i} \quad (4.16)$$

olarak yazılabilir. Yine α_i ve β_i açılarının çok küçük olduğu ve β_i ifadesinin alabileceği en büyük değer (4.16) daki gibi olacağı göz önüne alınırsa;

$$\alpha_i - \beta_i \approx 0 \quad (4.17)$$

kabul edilebilir. Bu durumda;

$$\alpha_i \approx \beta_i \quad (4.18)$$

olacaktır. (4.18) ifadesi ile (4.8) ve (4.13) göz önüne alınırsa;

$$A_i^L \approx B_i^L \quad (4.19)$$

olur. (4.14) ifadesi ise

$$\cos \alpha_i = \frac{V_i^L}{B_i^L} \approx \frac{V_i^L}{A_i^L} \approx \frac{V_i^L}{\pi \cdot \dot{\Phi}_T} \quad (4.20)$$

yazılabilir. Burada (4.18) ifadesi göz önüne alınırsa;

$$\cos \alpha_i \approx \cos \beta_i \approx \frac{V_i^L}{\pi \cdot \dot{\Phi}_T} \quad (4.21)$$

olacaktır. Çok küçük değerler için $\cos \beta_i \approx 1$ kabul edilirse;

$$\cos \beta_i \approx 1 \approx \frac{V_i^L}{\pi \cdot \dot{\Phi}_T} \Rightarrow V_i^L \approx \pi \cdot \dot{\Phi}_T \quad (4.22)$$

kabul edilebilir. Herhangi bir k noktası için Σ_i eksen takımına göre y_i eksen boyunca ölçülen v_i^k elastik yer dekil tirmesini bulabilmek amacıyla Şekil 4.4 yardımı ile;

$$\frac{V_i^L}{L_i} = \frac{V_i^k}{x_i^k} \Rightarrow V_i^k = V_i^L \cdot \frac{x_i^k}{L_i} \quad (4.23)$$

ifadesi yazılabilir. k noktasının konumu ise Şekil 4.4 ve (4.23) ifadesi ile

$$v_i^k = V_i^k - \dot{\Phi}_T^k = V_i^L \cdot \frac{x_i^k}{L_i} - \sin \left(\pi \cdot \frac{x_i^k}{L_i} \right) \cdot \dot{\Phi}_T \quad (4.24)$$

$$v_i^k = \pi \cdot \dot{\Phi}_T \cdot \frac{x_i^k}{L_i} - \sin \left(\pi \cdot \frac{x_i^k}{L_i} \right) \cdot \dot{\Phi}_T \quad (4.25)$$

olarak hesaplanır.

4.3.1 Kinetik Enerji

Şekil 4.3 de görüldüğü gibi, i. uzvun kinetik enerjisini $-_0$ eksen takımına göre elde edebilmek için iki kütlenin hesaba katılması gerekmektedir. Bunlardan biri yayılmalı uzuv kütlesi diğeri ise uzuv ucunda bulunan (i+1). uzva ait servomotor kütlesidir. Eğer i. uzuv robotun son uzvu ise uzuv ucunda tutucu ve buna bağlı olan yük söz konusu olacaktır. Buna göre i. elastik

uzvun kinetik enerjisi aşığıdaki gibi yazılabilir;

$$K_i = \frac{1}{2} \cdot \left[\int_0^{L_i} \rho_i \cdot A_i \cdot {}^0\dot{\bar{R}}_i^{kT} \cdot {}^0\dot{\bar{R}}_i^k \cdot dx_i \right] + m_{is} \cdot {}^0\dot{\bar{R}}_{i(x_i=L_i)}^T \cdot {}^0\dot{\bar{R}}_{i(x_i=L_i)}^k \quad (i=1,...,n) \quad (4.26)$$

Burada, (ρ_i) i. uzvun malzeme yoğunluğu, (A_i) i. uzvun kesit alanı ve (m_{is}) i. uzvun ucundaki servomotor veya taşıyan yükün kütlesidir. Kinetik enerji ifadeleri ayrı ayrı incelenirse;

$$\int_0^{L_i} \rho_i \cdot A_i \cdot {}^0\dot{\bar{R}}_i^{kT} \cdot {}^0\dot{\bar{R}}_i^k \cdot dx_i \quad \text{ifadesinin incelenmesi:}$$

$$\int_0^{L_i} \rho_i \cdot A_i \cdot {}^0\dot{\bar{R}}_i^{kT} \cdot {}^0\dot{\bar{R}}_i^k \cdot dx_i \quad (4.27)$$

(4.27) ifadesindeki yer vektörü hızları elde edilirse, (4.2) ve eksen takımları arasında homojen dönüşüm bilgileri ile

$${}^0\bar{R}_i^k = {}^0T_i \cdot \bar{r}_i^k \quad (4.28)$$

yazılabilir. Buradan;

${}^0\bar{R}_i^{kT} = \bar{r}_i^{kT} \cdot {}^0T_i^T$ olacaktır. Bu vektörlerin hızları ise;

$${}^0\dot{\bar{R}}_i^k = {}^0\dot{T}_i \cdot \bar{r}_i^k + {}^0T_i \cdot \dot{\bar{r}}_i^k \quad (4.29)$$

olarak hesaplanacak ve buradan;

$${}^0\dot{\bar{R}}_i^{kT} = \bar{r}_i^{kT} \cdot {}^0\dot{T}_i^T + \dot{\bar{r}}_i^{kT} \cdot {}^0T_i^T \quad (4.30)$$

olacaktır. (4.28) ve (4.29) ifadeleri (4.27) de yerlerine konulursa;

$$\rho_i \cdot A_i \cdot \int_0^{L_i} \left(\bar{r}_i^{kT} \cdot {}^0\dot{T}_i^T + \dot{\bar{r}}_i^{kT} \cdot {}^0T_i^T \right) \cdot \left({}^0\dot{T}_i \cdot \bar{r}_i^k + {}^0T_i \cdot \dot{\bar{r}}_i^k \right) \cdot dx_i \quad (4.31)$$

elde edilir. Bu ifade açık yazılırsa;

$$\rho_i \cdot A_i \cdot \int_0^{L_i} \left(\bar{r}_i^{kT} \cdot {}^0\dot{T}_i^T \cdot {}^0\dot{T}_i \cdot \bar{r}_i^k + \bar{r}_i^{kT} \cdot {}^0\dot{T}_i^T \cdot {}^0T_i \cdot \dot{\bar{r}}_i^k + \dot{\bar{r}}_i^{kT} \cdot {}^0T_i^T \cdot {}^0\dot{T}_i \cdot \bar{r}_i^k + \dot{\bar{r}}_i^{kT} \cdot {}^0T_i^T \cdot {}^0T_i \cdot \dot{\bar{r}}_i^k \right) \cdot dx_i \quad (4.32)$$

formunu alır. Bu ifadenin integralini alabilmek için ilk önce matris çarpma işlemlerinin yapılması gerekmektedir. Oysa T_i ; homojen dönüşüm matrisi integral parametresinden

bağımsızdır. Burada yapılacak olan işlem yoğunluğunu azaltmak için farklı bir matris çarpma yapılarak ${}^0T_i^T \cdot {}^0T_i$ homojen dönüşüm matrislerinin çarpma integral deñi çıkarılabilir. Integral ifadesinde kullanılan vektör ve matrisler $(1 \times 4) \cdot (4 \times 4) \cdot (4 \times 4) \cdot (4 \times 1)$ boyutlarındadır ve bu çarpma sonucu (1×1) boyutunda bir skaler elde edilir. Buradaki konum vektörlerinin çarpma matris cebiri bilgileri çerçevesinde aşağıdaki gibi yazılabilir. (3.4) yardımıyla;

$${}^0\dot{R}_i^{kT} \cdot {}^0\dot{R}_i^k = \text{diag}\left({}^0\dot{R}_i^k \cdot {}^0\dot{R}_i^{kT}\right) \quad (4.33)$$

elde edilir. (4.29) ve (4.30) ifadeleri (4.33) yerlerine konulursa;

$${}^0\dot{R}_i^{kT} \cdot {}^0\dot{R}_i^k = \text{diag}\left(\left({}^0\dot{T}_i \cdot \vec{r}_i^k + {}^0T_i \cdot \dot{\vec{r}}_i^k\right) \cdot \left(\vec{r}_i^{kT} \cdot {}^0\dot{T}_i^T + \dot{\vec{r}}_i^{kT} \cdot {}^0T_i^T\right)\right) \quad (4.34)$$

elde edilir. Bu ifadeye göre (4.27) tekrar düzenlenirse;

$$\rho_i \cdot A_i \cdot \int_0^{L_i} \text{diag}\left({}^0\dot{T}_i \cdot \vec{r}_i^k \cdot \vec{r}_i^{kT} \cdot {}^0\dot{T}_i^T + {}^0\dot{T}_i \cdot \vec{r}_i^k \cdot \dot{\vec{r}}_i^{kT} \cdot {}^0T_i^T + {}^0T_i \cdot \dot{\vec{r}}_i^k \cdot \vec{r}_i^{kT} \cdot {}^0\dot{T}_i^T + {}^0T_i \cdot \dot{\vec{r}}_i^k \cdot \dot{\vec{r}}_i^{kT} \cdot {}^0T_i^T\right) \cdot d\chi_i \quad (4.35)$$

formunu alır. Burada aşağıdaki tanımlamalar yapılmaktadır.

$$RR_i = \int_0^{L_i} \vec{r}_i^k \cdot \vec{r}_i^{kT} \cdot d\chi_i \quad (4.36)$$

$$RRdot_i = \int_0^{L_i} \vec{r}_i^k \cdot \dot{\vec{r}}_i^{kT} \cdot d\chi_i \quad (4.37)$$

$$RdotR_i = \int_0^{L_i} \dot{\vec{r}}_i^k \cdot \vec{r}_i^{kT} \cdot d\chi_i \quad (4.38)$$

$$RdotRdot_i = \int_0^{L_i} \dot{\vec{r}}_i^k \cdot \dot{\vec{r}}_i^{kT} \cdot d\chi_i \quad (4.39)$$

Bu ifadeler (4.35) de yerlerine konursa, (4.27) ifadesi;

$$\rho_i \cdot A_i \cdot \int_0^{L_i} {}^0\dot{R}_i^{kT} \cdot {}^0\dot{R}_i^k \cdot d\chi_i = \rho_i \cdot A_i \cdot \text{diag}\left({}^0\dot{T}_i \cdot RR_i \cdot {}^0\dot{T}_i^T + {}^0\dot{T}_i \cdot RRdot_i \cdot {}^0T_i^T + {}^0T_i \cdot RdotR_i \cdot {}^0\dot{T}_i^T + {}^0T_i \cdot RdotRdot_i \cdot {}^0T_i^T\right) \quad (4.40)$$

formunu alacaktır. Görüldüğü gibi böylece ${}^0T_i^T \cdot {}^0T_i$ homojen dönüşüm matrisleri ve türevleri integral işleminin deñi çıkarmaktadır.

$m_{is} \cdot {}^0\dot{\vec{R}}_{i(x_i=L_i)}^T \cdot {}^0\dot{\vec{R}}_{i(x_i=L_i)}$ ifadesinin incelenmesi:

Yine aynı mantıkla;

$${}^0\dot{\vec{R}}_{i(x_i=L_i)}^T \cdot {}^0\dot{\vec{R}}_{i(x_i=L_i)} = \text{diag}\left(\left({}^0\dot{T}_i \cdot \vec{r}_i + {}^0T_i \cdot \dot{\vec{r}}_i\right) \cdot \left(\vec{r}_i^T \cdot {}^0\dot{T}_i^T + \dot{\vec{r}}_i^T \cdot {}^0T_i^T\right)\right) \quad (4.41)$$

elde edilir. Düzenlenirse;

$$m_{is} \cdot {}^0\dot{\vec{R}}_{i(x_i=L_i)}^T \cdot {}^0\dot{\vec{R}}_{i(x_i=L_i)} = m_{is} \cdot \text{diag}\left(\left({}^0\dot{T}_i \cdot \vec{r}_i + {}^0T_i \cdot \dot{\vec{r}}_i\right) \cdot \left(\vec{r}_i^T \cdot {}^0\dot{T}_i^T + \dot{\vec{r}}_i^T \cdot {}^0T_i^T\right)\right) \quad (4.42)$$

$$m_{is} \cdot {}^0\dot{\vec{R}}_{i(x_i=L_i)}^T \cdot {}^0\dot{\vec{R}}_{i(x_i=L_i)} = m_{is} \cdot \text{diag}\left({}^0\dot{T}_i \cdot \vec{r}_i \cdot \vec{r}_i^T \cdot {}^0\dot{T}_i^T + {}^0\dot{T}_i \cdot \vec{r}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i^T \cdot {}^0T_i^T + {}^0T_i \cdot \dot{\vec{r}}_i \cdot \vec{r}_i^T \cdot {}^0\dot{T}_i^T + {}^0T_i \cdot \dot{\vec{r}}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i^T \cdot {}^0T_i^T\right) \quad (4.43)$$

formunu alır. Burada alfa ifadesindeki tanımlamalar yapılmaktadır.

$$MSRR_i = \vec{r}_i \cdot \vec{r}_i^T \quad (4.44)$$

$$MSRRdot_i = \vec{r}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i^T \quad (4.45)$$

$$MSRdotR_i = \dot{\vec{r}}_i \cdot \vec{r}_i^T \quad (4.46)$$

$$MSRdotRdot_i = \dot{\vec{r}}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i^T \quad (4.47)$$

$$m_{is} \cdot {}^0\dot{\vec{R}}_{i(x_i=L_i)}^T \cdot {}^0\dot{\vec{R}}_{i(x_i=L_i)} = m_{is} \cdot \text{diag}\left({}^0\dot{T}_i \cdot MSRR_i \cdot {}^0\dot{T}_i^T + {}^0\dot{T}_i \cdot MSRdot_i \cdot {}^0T_i^T + {}^0T_i \cdot MSRdotR_i \cdot {}^0\dot{T}_i^T + {}^0T_i \cdot MSRdotRdot_i \cdot {}^0T_i^T\right) \quad (4.48)$$

elde edilir. (4.40) ve (4.48) ifadeleri (4.26) da yerine konulursa sistemin kinetik enerjisi;

$$K = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag}\left[\begin{array}{l} {}^0\dot{T}_i \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot {}^0\dot{T}_i^T + \\ {}^0\dot{T}_i \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RRdot_i + m_{is} \cdot MSRdot_i) \cdot {}^0T_i^T + \\ {}^0T_i \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RdotR_i + m_{is} \cdot MSRdotR_i) \cdot {}^0\dot{T}_i^T + \\ {}^0T_i \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RdotRdot_i + m_{is} \cdot MSRdotRdot_i) \cdot {}^0T_i^T \end{array}\right] \quad (4.49)$$

olacaktır.

4.3.2 Potansiyel Enerji

Bu çalışmada elastik uzuvlu robotun potansiyel enerjisi, yer çekimi etkisi altında ve $\sum_0$ eksen takımına göre hesaplanacaktır. i. elastik uzvun potansiyel enerjisi üç ifade ile yazılabilir;

- P_{i1} ; $\sum_0$ eksen takımına göre i. elastik uzvun (yayılmış kütle) potansiyel enerjisi.

- P_{i2} ; i. elastik uzvun ucundaki m_{is} kütesinden kaynaklanan potansiyel enerji.
- U_i ; i. elastik uzvun elastiklikinden kaynaklanan potansiyel enerji;

Buna göre i. uzvun potansiyel enerjisi;

$$P_i = P_{i1} + P_{i2} + U_i \quad (4.50)$$

olacaktır. Bu ifadeler ayrıştırsak,

Elastik Uzun Potansiyel Enerjisi

Yaydamlı kütenin potansiyel enerjisi, kütenin ağırlık merkezi uzun ortasında kabul edilerek elde edilecektir. Buna göre yer vektörü i. uzun üzerindeki bir k noktasına yer vektörü

$\vec{r}_i^k = [x_i^k, -v_i^k, 0, 1]^T$ olmak üzere, i. uzun ağırlık merkezinin $-i$ eksen takımına göre konumu $x_i = \frac{L_i}{2}$ durumunda

$$v_i^k = \frac{\pi \cdot q_i}{L_i} \cdot \frac{L_i}{2} - \sin\left(\frac{\pi \cdot \frac{L_i}{2}}{L_i}\right) \cdot q_i = \frac{\pi \cdot q_i}{2} - q_i = \left(\frac{\pi - 2}{2}\right) \cdot q_i \quad (4.51)$$

olacaktır. Buna göre;

$$\vec{r}_{Pi1} = \left[\frac{L_i}{2}, -\left(\frac{\pi - 2}{2}\right) \cdot q_i, 0, 1 \right]^T$$

ve

$$P_{i1} = \rho_i \cdot A_i \cdot L_i \cdot \vec{g} \cdot T_i \cdot \vec{r}_{Pi1} \quad (4.52)$$

elde edilir.

Uzun Uç Noktasındaki Kütenin Potansiyel Enerjisi

Mafsallarla tahrik eden servomotorlar uzun uç noktalarında yaydamlı kütle olarak kabul edilmelidir. Uzun son uzun olmasa durumunda uç noktadaki kütle, tutucunun ve taşıyan yükün kütesi olacaktır. Uzun uç noktası söz konusu olduğu için yer vektörü,

$\vec{r}_i = [L_i, -v_i, 0, 1]^T$ şeklinde olacaktır. Buradan m_{is} kütesinin potansiyel enerjisi;

$$P_{i2} = m_{is} \cdot \vec{g} \cdot T_i \cdot \vec{r}_i \quad (4.53)$$

olarak yazılabilir. Ancak bu ifade homojen dönüşüm matrislerinin konum değerlerini de bünyelerinde barındırmalarından dolayı

$$P_{i2} = m_{is} \cdot {}^0\bar{g} \cdot {}^0T_{i+1}(:,4) \quad (4.54)$$

İçerisinde yazılabilir.

Elastiklikten Kaynaklanan Potansiyel Enerji

Elastiklikten kaynaklanan potansiyel enerji literatürde (L. Akbaba, İ. Yüksel (2006), S. Choura, A. S. Yıkıt (2001)) (4.55) olarak verilmektedir.

$$U_i = \frac{1}{2} \cdot E_i \cdot I_i \cdot \int_0^L \left[\frac{\partial^2 V_i}{\partial x_i^2} \right]^2 \cdot dx_i \quad (4.55)$$

olarak verilmektedir. EK-2 de gösterildiği gibi;

$$U_i = \frac{1}{4} \cdot E_i \cdot I_i \cdot \frac{\pi^4}{L_i^3} \cdot q_i^2$$

elde edilir. (4.52), (4.54) ve (4.55) ifadeleri (4.50) de yerine konulursa robotun toplam potansiyel enerjisi;

$$P = \sum_{i=1}^n \left(\rho_i \cdot A_i \cdot L_i \cdot {}^0\bar{g} \cdot {}^0T_i \cdot \vec{r}_{p1i} + m_{is} \cdot {}^0\bar{g} \cdot {}^0T_{i+1}(:,4) + \frac{1}{4} \cdot E_i \cdot I_i \cdot \frac{\pi^4}{L_i^3} \cdot q_i^2 \right) \quad (4.56)$$

olarak bulunur.

4.3.3 Dinamik Denklemler

$p_i = [\theta_i, q_i]^T$ genelleştirilmiş koordinatlar ve $Q_i = [f_{\theta_i}, f_{q_i}]^T$ genelleştirilmiş kuvvetleri ifade etmek üzere, Lagrange - Euler Denklemleri;

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{p}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial p_i} = Q_i \quad (4.57)$$

İçerisinde verilmektedir. Bu denklemler bir birine nonlineer ikincidereceden diferansiyel denklemlerdir. Denklemlerin çözümü için ilk etapta sistem rijid kabul edilerek elastiklik ifadeleri ihmal edilir. Düz veya ters dinamik çözümle mafsallık momenti, mafsallık ivmesi, mafsallık hızı ve mafsallık konumu bulunur. Daha sonra bulunan bu değerler elastik denklemlerde

yerlerine konularak yine düz veya ters dinamik çözümle elastik kabuller altında mafsallık momenti, titreşim ivmesi, titreşim hızı ve titreşim genlikleri bulunur. EK-4 de gösterildiği gibi sistemin rijid kabuller altında dinamik denklemler;

$$A_{aj} = \text{diag} \sum_{i=\max(a,j)}^n U_{ia} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot U_{ij}^T \quad (4.58)$$

$$C_{ajk} = \sum_{i=\max(a,j,k)}^n U_{ijk} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot U_{ia}^T \quad (4.59)$$

$$G_a = \sum_{i=a}^n (\rho_i \cdot A_i \cdot L_i \cdot {}^0\bar{g} \cdot U_{ia} \cdot \vec{r}_{pli} + m_{is} \cdot {}^0\bar{g} \cdot U_{(i+1)a}(:,4)) \quad (4.60)$$

$$A = \sum_{a=1}^n \sum_{j=1}^n A_{aj} \quad (4.61)$$

$$C = \sum_{a=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n C_{ajk} \cdot \dot{\theta}_j \cdot \dot{\theta}_k \quad (4.62)$$

$$G = \sum_{a=1}^n G_a \quad (4.63)$$

$$f_\theta = A \cdot \ddot{\theta} + C + G \quad (4.64)$$

İçinde olmaktadır. Titreşim genliklerini veren denklemler ise EK-5 de gösterildiği gibi

$$ES_AT_a = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[\sum_{j=1}^i \pi \cdot \left(V_{i(a+1)} \cdot A1_i \cdot V_{ij}^T + V_{ij} \cdot A1_i \cdot V_{i(a+1)}^T + V_{ij} \cdot dqdot{A2}_i \cdot {}^0T_i^T + {}^0T_i \cdot dqdot{A3}_i \cdot V_{ij}^T \right) \cdot \ddot{q}_{j-1} + \left(V_{i(a+1)} \cdot iA22_i \cdot {}^0T_i^T + {}^0T_i \cdot iA32_i \cdot V_{i(a+1)}^T + {}^0T_i \cdot idtdqdot{A4}_i \cdot {}^0T_i^T \right) \cdot \ddot{q}_i \right] \quad (4.65)$$

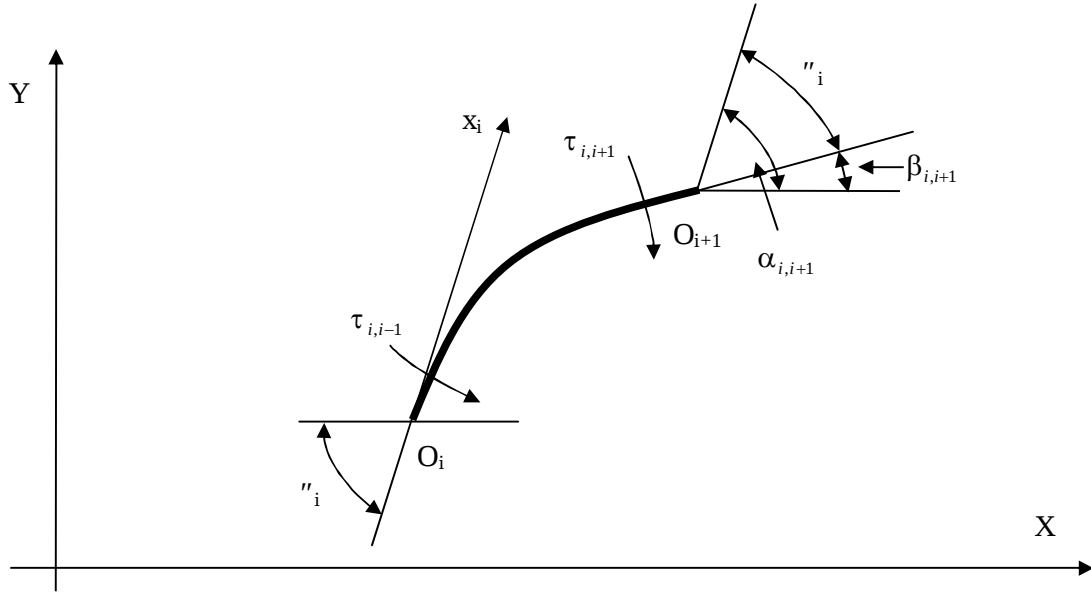
$$ES_COR_a = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[\begin{aligned} & dtV_{i(a+1)} \cdot A1_i \cdot dtT_i^T + V_{i(a+1)} \cdot (dtA1_i + A2_i) \cdot dtT_i^T + V_{i(a+1)} \cdot A1_i \cdot T1_i^T + \\ & dtV_{i(a+1)} \cdot A2_i \cdot {}^0T_i^T + V_{i(a+1)} \cdot A21_i \cdot {}^0T_i^T + \\ & T1_i \cdot A1_i \cdot V_{i(a+1)}^T + dtT_i \cdot (dtA1_i + A3_i) \cdot V_{i(a+1)}^T + dtT_i \cdot A1_i \cdot dtV_{i(a+1)}^T + \\ & T1_i \cdot dqdot{A2}_i \cdot {}^0T_i^T + dtT_i \cdot (dtdqdot{A2}_i + dqdot{A4}_i) \cdot {}^0T_i^T + \\ & dtT_i \cdot (dqdot{A2}_i + dqdot{A3}_i) \cdot dtT_i^T + {}^0T_i \cdot (dtdqdot{A3}_i + dqdot{A4}_i) \cdot dtT_i^T + \\ & {}^0T_i \cdot dqdot{A3}_i \cdot T1_i^T + {}^0T_i \cdot A31_i \cdot V_{i(a+1)}^T + {}^0T_i \cdot A3_i \cdot dtV_{i(a+1)}^T + \\ & - dqdtT_{ia} \cdot A1_i \cdot dtT_i^T - dtT_i \cdot A1_i \cdot dqdtT_{ia}^T - dqdtT_{ia} \cdot A2_i \cdot {}^0T_i^T + \\ & - dtT_i \cdot A2_i \cdot dqT_{ia}^T - dqT_{ia} \cdot A3_i \cdot dtT_i^T - {}^0T_i \cdot A3_i \cdot dqdtT_{ia}^T + \\ & - dqT_{ia} \cdot A4_i \cdot {}^0T_i^T - {}^0T_i \cdot A4_i \cdot dqT_{ia}^T \end{aligned} \right] + \left[-\frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[dtT_a \cdot dqA1_a \cdot dtT_a^T + dtT_a \cdot dqA2_a \cdot {}^0T_a^T + {}^0T_a \cdot dqA3_a \cdot dtT_a^T + {}^0T_a \cdot dqA4_a \cdot {}^0T_a^T \right] \right] \quad (4.66)$$

$$ES_AG_a = \sum_{i=a}^n \left(\rho_i \cdot A_i \cdot L_i \cdot {}^0\bar{g} \cdot V_{i(a+1)} \cdot \bar{r}_{P1i} + \rho_i \cdot A_i \cdot L_i \cdot {}^0\bar{g} \cdot T_i \cdot dq\bar{r}_{P1i} + \right. \\ \left. m_{is} \cdot {}^0\bar{g} \cdot V_{(i+1)(a+1)}(:,4) + \frac{1}{2} \cdot E_i \cdot I_i \cdot \frac{\pi^4}{L_i^3} \cdot q_i \right) \quad (4.67)$$

$$f_{q_a} = ES_AT \cdot \ddot{q}_a + ES_COR_a + ES_AG_a \quad (4.68)$$

olmaktadır.

4.4 Servomotor Momentleri ve Genelleştirilmiş Kuvvetler



Şekil 4.5 VLCS de elastik uzva etkiyen servomotor momentleri

Servomotor momentleri ile genelleştirilmiş kuvvetler arasındaki ilişki, servomotorun yerine ve aktarma organlarına bağlıdır. Bu çalışmada, servomotorların mafsallara yerleştirildiği bir sonraki uzvu tahrik ettiği kabul edilmiştir. Şekil 4.5 yardımıyla ve $\tau_{i,i-1}$; i-1. uzuvda üretilip i. uzva etkiyen momenti göstermek üzere; virtüel iler dikkate alınrsa;

$$\delta W_i = \tau_{i,i-1} \cdot \delta \theta_i + \tau_{i,i+1} \cdot \delta \beta_i \quad (4.69)$$

$$\beta_i = \theta_i - \alpha_{i,i+1} \quad (4.70)$$

(4.57), (4.58) ile etki tepki prensibine göre, $\tau_{i,i+1} = -\tau_{i+1,i}$ göz önüne alınrsa bütün uzuvlar için;

$$\delta W = \sum_{i=1}^{n-1} (\tau_{i,i-1} - \tau_{i+1,i}) \cdot \delta \theta_i + \tau_{n,n-1} \cdot \delta \theta_n - \sum_{i=1}^{n-1} (\phi_i'(0) \cdot \tau_{i,i-1} - \phi_i'(L_i) \cdot \tau_{i+1,i}) \cdot \delta q_i - \phi_n'(0) \cdot \tau_{n,n-1} \cdot \delta q_n \quad (4.71)$$

(4.59) den genelleítrilmið kuvvetler;

$$f_{\theta_i} = \tau_{i,i-1} - \tau_{i+1,i} \quad (4.72)$$

$$f_{\theta_n} = \tau_{n,n-1} \quad (4.73)$$

$$f_{q_i} = -\phi_i'(0) \cdot \tau_{i,i-1} + \phi_i'(L_i) \cdot \tau_{i+1,i} \quad (4.74)$$

$$f_{q_n} = -\phi_n'(0) \cdot \tau_{n,n-1} \quad (4.75)$$

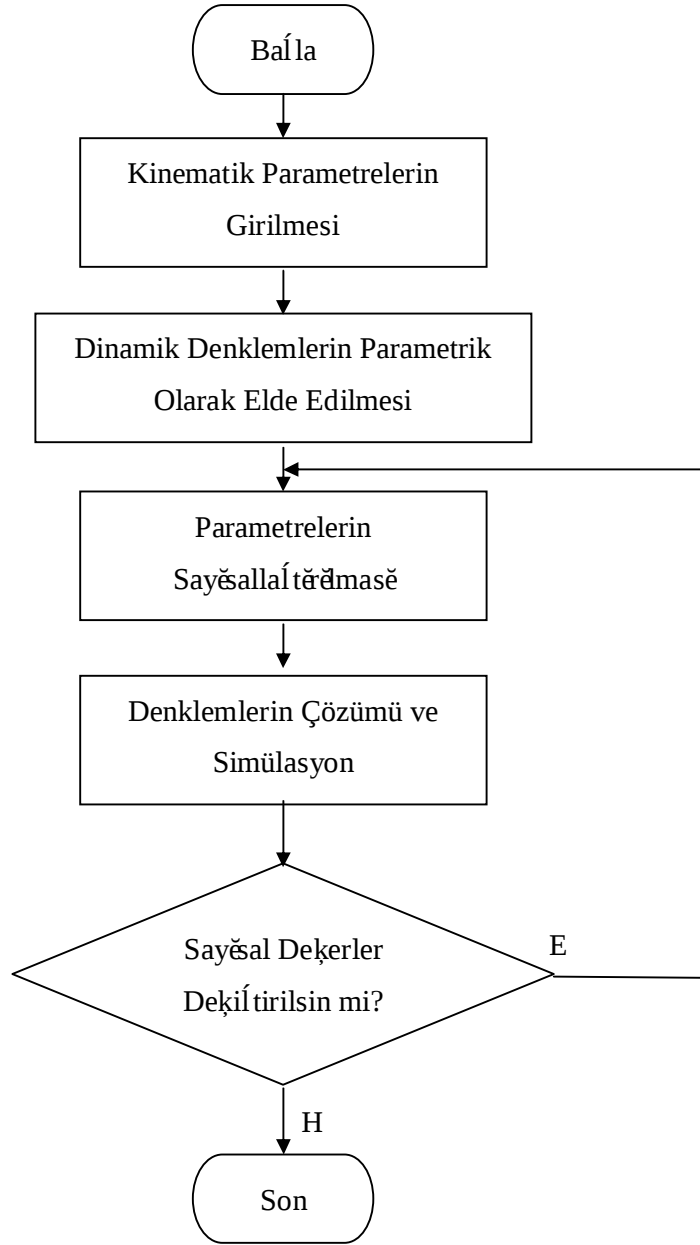
5. BİLGİSAYAR YAZILIMI

5.1 Giriş

Bu çalışmada, elastik uzuvlu düzlemsel robotların dinamik denklemlerini, verilen kinematik parametreleri esas alarak otomatik olarak parametrik formda elde edebilen, verilen robot çalışma şartlarına göre bu denklemleri sayısallaştırıp çözebilen, denklemlerin çözümlenmesi sonucu elde edilen değerleri kullanarak robotun yapacağı hareketleri görselleştiren ve bu çalışma süresince uzuv uç noktalarında oluşacak titreşimleri simüle edebilen bir yazılım MATLAB Teknik Programlama Dili kullanılarak gerçekleştirildi.

Bunun için ilk etapta, Bölüm 1.5’de açıklandığı gibi literatürde mevcut olan iki farklı modelleme tekniği kullanarak yeni bir modelleme tekniği önerildi. Böylece dinamik denklemler, Coriolis kütlesi ve Merkezkaç Kuvvet terimlerini ihtiva edecek şekilde elde edildi. Dinamik denklemlerin elde edilmesi için yapılması gereken integral işlemlerinden kurtulmak ve eksenler arasındaki dönüşümleri tanımlayan homojen dönüşüm matrisleri ile uyumlu olması amacıyla formülasyon 4×4 matris formuna getirildi. Böylece MATLAB’ın matris tabanlı çalışma sistemine uygun olarak dinamik denklemler 4×4 boyutlu matrislerin çarpımı şeklinde parametrik formda elde edildi.

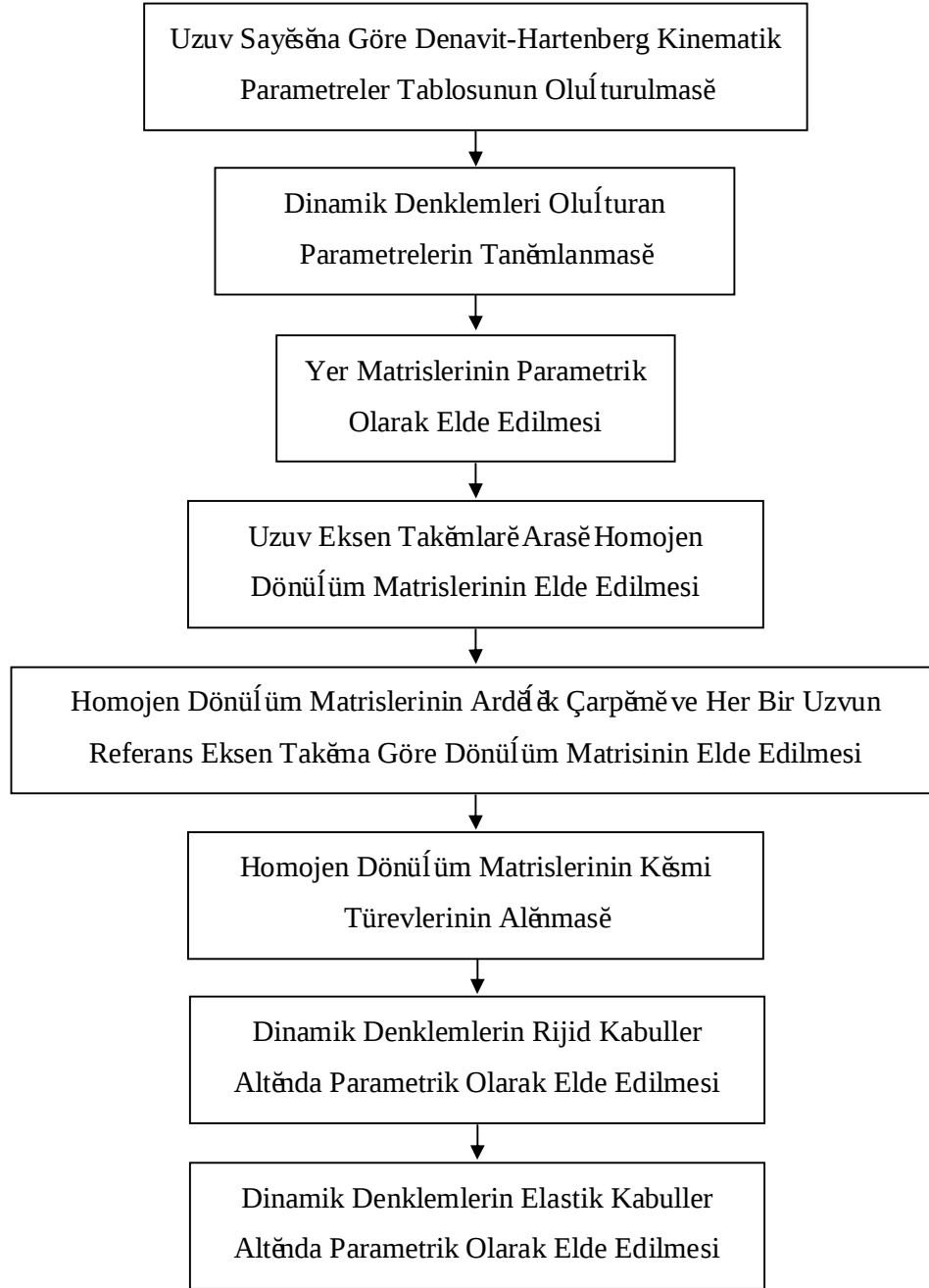
Bir arayüz yardımıyla denklemlerdeki parametrik ifadeler sayısallaştırıldı ve yine otomatik olarak MATLAB tarafından çözülebilecek forma getirildi. Denklemlerin parametrik formda elde edilmesi ile parametrelerin tekrar tekrar farklı sayısal değerler ile değiştirilebilmesine imkan tanıdı. Denklemlerin, verilen robot çalışma şartlarına göre çözülmesiyle elde edilen sonuçlar kullanarak robotun yapacağı hareketler görselleştirildi. Yine bu sonuçlar ile çalışma esnasında uzuv uç noktalarında oluşacak olan titreşimlerin simülasyonu yapıldı. Bu işlemlerin gerçekleştirilmesi için Şekil 5.1’de görülen algoritma takip edildi.



Şekil 5.1 Akış Şeması

5.2 Dinamik Denklemlerin Parametrik Olarak Elde Edilmesi

Elastik uzuvlu robotların dinamik denklemlerini parametrik olarak elde edebilmek amacıyla Şekil 5. 2 de verilen il akdđ esas alđndđ



Şekil 5.2 Dinamik Denklemler Parametrik Olarak Elde Edilmesi için il Akdđ

Bu çaldmada elastik uzuvlu robotların dinamik denklemlerinin elde edilmesinde,

sistematikliği ve yaygınlığından dolayı Lagrange ı Euler formülasyonu esas alındı Bu esasa göre, sistemin dinamik denklemlerini veren ve hesaplamalarda 4x4 boyutunda matrislerin kullanıldığı bir formülasyon geliştirildi. Bu formülasyon kullanılarak sistemin dinamik denklemleri parametrik olarak elde edildi. Dinamik denklemleri parametrik olarak elde edebilmek amacıyla MATLABda alışıkda ađđđđđđđ fonksiyonlar yazıldığı.

5.3 Parametrik Denklemlerin Elde Edilmesi için MATLAB Fonksiyonları

Uzuv_Sayisi: Elastik uzuvlu düzlemsel bir robotun dinamik denklemlerini elde edebilmek için ilk etapta mafsalları veya uzuv sayışı belirlenmektedir. Robotların incelenmesinde, mafsalları koordinatları esas alılmaktadır ve genelde bir robotun serbestlik derecesi mafsalları sayışı ile ifade edilmektedir. Her uzuv bir mafsala bađđđđđđđđ uzuv ve mafsalları sayıları elıttir.

Uzuv_Sayisi_Okunmasi: Uzuv sayışı kutusuna girilen değer okunarak hafızaya alınıyor.

DH_Tablosu: Girilen mafsalları sayışına göre tutucunun da konumunu ve duruluğunu belirleyen kinematik parametrelerin girilebilmesi için kinematik parametreler tablosu oluşturulmaktadır. Burada uzuv boyları girilirken uzuvsayışına göre L1, L2, L3 gibi girilmeleri gerekmektedir.

DH_Tablosunun_Okunmasi: DH_Tablosuna girilen değerler okunarak sonraki illemlerde kullanılmak üzere DH_Matrisine atanıyor.

DH_Matrisi: DH_Matrisi daha kolay kullanın için tekrar ıkillendiriliyor.

Parametreler: Dinamik denklemleri parametrik olarak elde edebilmek amacıyla denklemi oluşturan tüm parametreler tanımlanıyor.

Yer_Matrisleri: Bölüm 4.3.1.1. de ifade edilen ve Ek 3de gösterilen matrisler bu fonksiyon ile parametrik olarak elde ediliyor.

Homojen_Donusum_Matrisleri: Uzuvlara yerleştirilmiş eksen takanların konum ve durulları bir önceki eksen takanına göre ifade eden homojen dönüüm matrisleri oluşturuluyor.

Homojen_Donusum_Matrisleri_Carpimi: Uzuvlara yerleştirilmiş eksen takanların konum ve durulları referans eksen takanına göre ifade eden homojen dönüüm matrisleri oluşturuluyor. Bu matrisler homojen dönüüm matrislerinin ardđđđđđđđđ elde edilmektedir.

HDM_Kismi_Turevler: Ek1 de ađđđđđđđ ve homojen dönüüm matrislerinin zamana göre

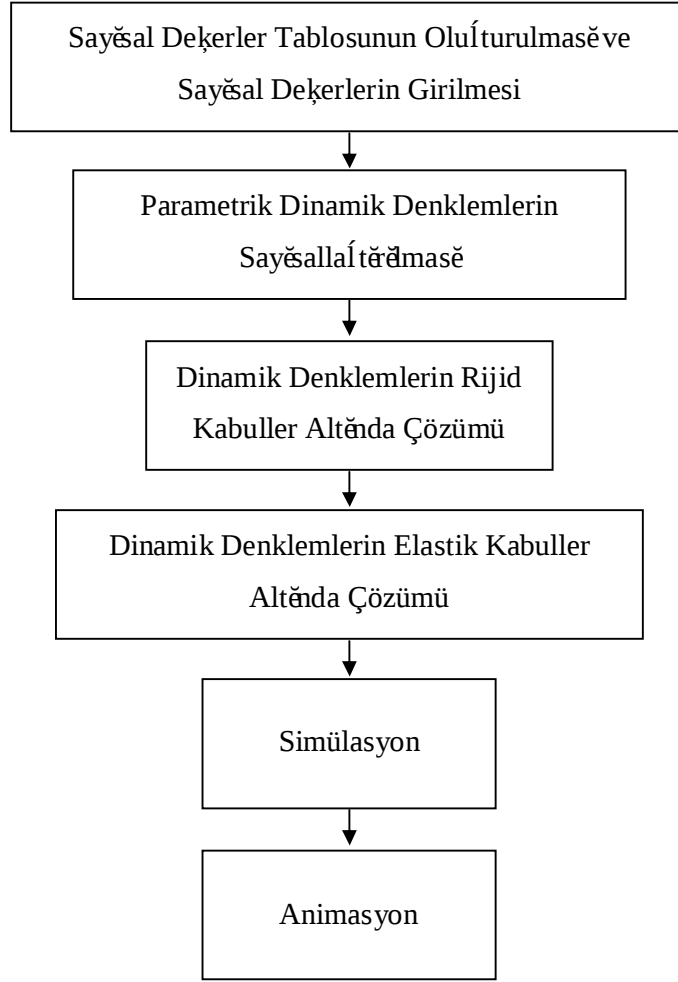
birinci ve ikinci dereceden türevlerinin alınmasında kullanılan matrisler elde ediliyor.

Parametrik_Rijid_Denklemeler: Elastik kabuller altında elde edilmiş denklemlerin çözümü için mafsall koordinat, hız ve ivmelerinin bilinmesi gerekmektedir. Bu nedenle ilk etapta robotun dinamik denklemleri rijid kabuller altında çözülerek mafsall koordinat, hız ve ivmeleri bulunmalıdır. Bu değerleri bulabilmek için robotun rijid kabuller altındaki dinamik denklemleri parametrik olarak elde ediliyor.

Parametrik_Elastik_Denklemeler: Elastik uzuvlu robotun dinamik denklemleri elastik kabuller altında parametrik olarak elde ediliyor.

5.4 Dinamik Denklemlerin Sayısalıştırılması ve Çözümü

Elastik uzuvlu robotların dinamik denklemleri parametrik olarak elde edildikten sonra çözülebilmesi için parametrelerin sayısalıştırılması gerekmektedir. Denklemler sayısalıştırıldıktan sonra verilen şartlar altında çözülerek uzuvların yapacak titreşimler simüle edilmekte ve yine uzuv hareketlerinin animasyonu yapılmaktadır. Bu işlemler için Şekil 5. 3 de verilen il akış şeması almalıdır



Şekil 5.3 Dinamik Denklemlerin Sayısallaştırılması ve Çözümü için Akış Şeması

Parametrik olarak elde edilen dinamik denklemlerde, uzuv malzemesinin özgül ağırlığı (kg/m^3), uzuv kesit alanı (m^2), uzuv boyu (m), uzuv ucunda yerleşen kütle olarak bulunan servomotor veya tutucunun söz konusu olması durumunda taşıyan yükün kütlesi (kg), uzuv malzemesinin elastisite modülü (N/m^2) ve uzuv kesitinin atalet momenti (m^4) parametrik ifadeler şeklinde bulunmaktadır. Denklemlerin çözümü için bu ifadelerin sayısallaştırılması gerekmektedir. Bir tablo yardımıyla söz konusu parametrelerin sayısal değerli girilmekte ve denklemler sayısallaştırılmaktadır. Daha sonra bu denklemler, düz dinamik analiz yaklaşımı ile çözülmektedir. Dinamik denklemleri sayısallaştırarak çözüp, titreşimlerin simülasyonunu, uzuv hareketlerinin de animasyonunu yapabilmek amacıyla MATLAB'da aşağıda açıklanan fonksiyonlar yazılmıştır.

5.5 Denklemlerin Sayısal İfade ve Çözümü için MATLAB Fonksiyonları

Sayisal_Degerler_Tablosu: Dinamik denklemlerde parametrik olarak bulunan, uzuv malzemesinin özgül ağırlığı (kg/m^3), uzuv kesit alanı (m^2), uzuv boyu (m), uzuv ucunda yığılmış kütle olarak bulunan servomotor veya taşıyan yükün kütlesi (kg), uzuv malzemesinin elastisite modülü (N/m^2) ve uzuv kesitinin atalet momenti (m^4) ifadelerini sayısal ifade etmek için ara yüz oluşturuluyor

Sayisal_Degerlerin_Okunmasi: Sayısal değerler tablosuna girilen değerler okunarak sonraki işlemlerde kullanmak üzere Say_Degerler matrisine atanıyor.

Sayisal_Rijid_Denklem: Daha önceki adımlarda parametrik olarak elde edilmiş olan ve sistemi rijid kabul altında modelleyen dinamik denklemler sayısal değerler tablosuna girilen değerlerle sayısal ifade edilerek çözülebilir hale getiriliyor.

Sayisal_Elastik_Denklem: Yine daha önceki adımlarda parametrik olarak elde edilmiş olan ve sistemi elastik olarak modelleyen dinamik denklemler sayısal değerler tablosuna girilen değerlerle sayısal ifade ediliyor.

Hareket_Tanimlamasi: Elde edilen sayısal denklemlerin çözümü için başlangıç şartlarının belirlenmesi gerekmektedir. Bu amaçla bir tablo oluşturulmaktadır.

Hareket_Tablosu: Elde edilen sayısal denklemlerin çözümü için şartlar belirleniyor. Bunlar; mafsalların ilk konum ve hız şartları, mafsallara etkiyen genelleştirilmiş momentler ve bu momentlerin etki süreleridir. Mafsalların ilk konum ve hız şartları ile diferansiyel denklemin çözümü için başlangıç şartları belirleniyor. Mafsalların ilk konumları ara tablo vasıtasıyla radyan olarak girilirken ilk hızlar saniye kabul edilmektedir. Yine mafsallara etkiyen genelleştirilmiş kuvvetler Nm ve etki süreleri de saniye olarak tablo vasıtasıyla girilmektedir. Buradaki etki süreleri diferansiyel denklemlerin hangi zaman aralığında çözüleceğini belirlemektedir. Her adım sonucu elde edilen konum, hız ve ivme değerleri bir sonraki adım için başlangıç şartları oluşturulmaktadır.

Hareket_Tablosunun_Okunmasi: Hareket tablosuna girilen değerler okunarak daha sonraki işlemlerde kullanmak üzere bir vektöre atanmaktadır.

Hareket_Degerleri_Vektoru: Hareket tablosuna girilen ve yukarıdaki fonksiyonla okunarak bir vektöre yerleştirilen değerler diferansiyel denklemlerin çözümünden kullanılabilecek formata getirilmektedir.

Duz_Simulasyon: Elastik uzuvlu robotu rijid ve elastik kabuller altında modelleyen dinamik denklemler sayısallaştırmakla MATLAB tarafından çözülebilir forma gelmektedirler. Bu adımda sistemin denklemleri MATLAB'ın ode45 diferansiyel denklem çözüm fonksiyonu ile çözülmektedir. İlk önce robotu rijid kabuller altında modelleyen denklemler düz dinamik analiz yaklaşımı ile çözümlenerek mafsal konum, hız ve ivmeleri bulunmaktadır. Daha sonra bu değerler de kullanılarak robotu elastik kabuller altında modelleyen denklemler yine düz dinamik analiz yaklaşımı ile çözülmektedir.

Rijid_Hareket_Degerleri: Denklemlerin rijid kabuller altında çözümlenmesi sonucu elde edilen mafsal konum değerleri homojen dönüşüm matrislerinde yerlerine konularak bir t anındaki, uzuv uç noktalarının konumları rijid kabuller altında elde ediliyor.

Uzuv_Uc_Titresim_Genlikleri: Yine denklemlerin elastik kabuller altında çözümlenmesi sonucu elde edilen elastik yer değiştirmesi ve mafsal konum değerleri homojen dönüşüm matrislerinde yerlerine konularak bir t anındaki uzuv uç noktalarının konumları elastik kabuller altında elde ediliyor.

Cizimler: Sistemin dinamik denklemleri Duz_Simulasyon fonksiyonu tarafından çözümlenerek elde edilen çözüm değerleri simülasyon ve animasyon için matrislere atanmaktadır. Bu değerler kullanılarak sistemin rijid kabuller altında yapacağı uzuv hareketleri anime edilebilirken, uzuv uç noktalarında oluşan elastik yer değiştirmeler (titreşimler) simüle edilebilmektedir. Ayrıca rijid kabuller ve elastik kabuller altında elde edilen parametrik dinamik denklemler gösterilebilmektedir. Bu amaçla bir ara yüz oluşturulmaktadır.

Rijid_Denklemelerin_Gosterimi: Rijid kabuller altında parametrik olarak elde edilen dinamik denklemler bu fonksiyon ile gösterilmektedir

Elastik_Denklemelerin_Gosterimi: Elastik kabuller altında parametrik olarak elde edilen dinamik denklemler bu fonksiyon ile gösterilmektedir

Hareket_Animasyon: Sistemin, yapacağı titreşimlerin genliklerini bulabilmek için önceki bölümlerde de ifade edildiği gibi dinamik denklemlerin ilk etapta rijid kabuller altında çözümlenerek mafsal konum ve hızlarının bulunması gerekmektedir. Denklemlerin rijid kabuller altında çözümü ile elde edilen mafsal konumları kullanarak hareket tablosuna girilen ıartlar altında robotun nasıl hareket edeceği anime edilmektedir.

Titreşim_Genlikleri: Sistemin, verilen ıartlar altında yapacağı uzuv uç noktalarının titreşimlerin genlikleri bu fonksiyon ile grafiksel olarak ifade edilmektedir.

5.6 Yazılımın Çalışması



Şekil 5.4 Uzuv Sayısının Girildiği Menü

Yazılım, Şekil 5.4 de görülen ara yüzle uzuv sayısının sorulması ile başlamaktadır. Uzuv sayısı 1 ile n arasında değişebilmektedir. Uzuv sayısının girilmesi ile birlikte, sistemin kinematik parametrelerini girebilmek için Şekil 5.5 de görülen Denavit-Hartenberg Tablosu oluşturulmaktadır. DH Tablosundaki son satır, robot uç noktasında bulunan tutucunun kinematik parametrelerini vermektedir.

Mafsal	a (i-1)	α (i-1)	d (i)	θ (i)
1				
Tut				

Şekil 5.5 Kinematik Parametrelerin Girildiği Denavit-Hartenberg Tablosu

Burada;

a_i : z_i den z_{i+1} e x_i eksenine boyunca ölçülen uzaklıktır

α_i : z_i den z_{i+1} e x_i eksenine çevresinde ölçülen açıdır

d_i : x_{i-1} den x_i ye z_i eksenı boyunca ölçülen uzaklığı

" i " : x_{i-1} den x_i ye z_i eksenı çevresinde ölçülen açđı ifade etmektedir.

Bu çalışmada düzlemsel ve döner mafsallara sahip robotlar söz konusu olduğundan a_i parametreleri uzuv boyları olmaktadır. Bu nedenle bu parametrelerin L1, L2, L3 olarak girilmeleri gerekmektedir.

DH Tablosuna gerekli parametreler girildikten sonra formülasyonda gösterilen işlemler yapılarak sistemin dinamik denklemleri hem rijid kabuller altında hem de elastik kabuller altında olmak üzere parametrik olarak elde edilmektedir. Bu adımdan sonra dinamik denklemleri sayısalaltırmak için Şekil 5.6 de görülen sayısal değerler tablosu ile parametrelerin sayısal karlıları girilmektedir.

Şekil 5.6 Sayısal Değerlerin Girildiği Sayısal Değerler Tablosu

Bu tabloda; RO, uzuv malzemesinin özgül ağırlığı (kg/m^3), A, uzuv kesit alanı (m^2), L, uzuv boyu (m), MS, uzuv ucunda yer alan kütle olarak bulunan servomotor kütlesi veya tutucunun taşıdığı yük (kg), E, uzuv malzemesinin elastisite modülü (N/m^2), I, uzuv kesit atalet momenti (m^4) dir. Gerekli değerler tabloya girildikten sonra hem rijid hem de elastik kabuller altında parametrik olarak elde edilmiş olan dinamik denklemler sayısalaltırmaktadır. Hücrelere birden fazla ifade yazıldığında bu ifadeler parantez içine alınmalıdır. Bu adımdan sonra dinamik denklemlerin çözümü için başlangıç şartları ve mafsallarda oluşan genelleştirilmiş momentler ile bu momentlerin etki sürelerinin girilebilmesi amacıyla bir ara yüz tasarlanmıştır. Ancak bu ara yüze geçilmeden önce kaç farklı hareket senaryosu olacağı sorulmaktadır. Adım sayısının seçildiği menü Şekil 5.7 de görülmektedir.



Şekil 5.7 Hareket Adımlarının Belirlenmesi

Hareket adım sayısının seçilmesinden sonra Şekil 5.8 de görülen hareket tablosu oluşturulmaktadır. Bu tabloda, mafsalların başlangıç konumları (rad) ve hangi mafsalda ne kadar süreyle genelleştirilmiş moment etkisi olduğu belirtilmektedir. Girilen bu değerler dinamik denklemlerin çözümü için başlangıç şartları oluşturulmaktadır.

Şekil 5.8 Hareket Şartlarının Belirlenmesi

Hareket şartlarının girilmesi ile sistemin dinamik denklemleri ilk önce rijid kabuller altında çözülmekte ve mafsalların konum, hız ve ivme değerleri bulunmaktadır. Daha sonra bu değerler, elastik denklemlerde yerlerine konularak bu denklemler çözülmekte ve sistemin yapacak titreşimlerin genlikleri bulunmaktadır. Rijid kabuller ve elastik kabuller altında elde edilen dinamik denklemler ve bu denklemlerin çözülmesinden sonra elde edilen değerler ile uzuv uç noktalarının titreşim simülasyonları ve sistemin rijid kabuller altında yapacak

hareketin animasyonu için Éekil 5.9 da görölen menü oluÉturulmaktadır.



Éekil 5.9 Sonuçlar Menüsü

Bu adımlardan sonra, istenirse tekrar geriye dönölerek robotun çalıÉma Éartlarında ve uzuvların kütleli deÉerlerinde deÉililik yapıÉabilmekte ve çözümleri adımlara yinelenmektedir. Böylece, ilk Éartlar altında yapıÉan çözümlerle sonraki Éartlar altında yapıÉan çözümler mukayese edilebilmekte, yapıÉan deÉililiklerin sonuçlar üzerine nasıl etki yaptığı görölülebilmektedir.

6. UYGULAMA DETAYLARI

6.1 Giriş

Gerçekleştirilen yazılımın verifikasyonunu sağlamak amacıyla, yazılımın ilk önce sınırlarlarda çalıştırılması yoluna gidilmiştir. Yazılımın sınırlarlarda çalıştırılması durumunda umulan sonuçları vermesi beklenmiştir. Yazılımın sınırlarlarda çalıştırılması ile umulan sonuçlar elde edilmiştir. Yine yazılım, literatürde yapılmış olan çalışmalar esas alınarak denenmiş ve elde edilen sonuçlar literatürdeki sonuçlarla mukayese edilmiştir. Yapılan mukayese sonucu, yazılımın kullanılmasıyla elde edilen sonuçlarla literatürdeki sonuçların uygun olduğu görülmüştür.

Yazılım en fazla üç elastik uzuvlu ve döner mafsallı düzlemsel robotlar için çalıştırılmış ve buna rağmen, bu sistemlerin dinamik denklemlerini bilgisayar ortamında dahi elde etmenin ve çözmenin oldukça fazla hesaplama zamanı gerektirdiği görülmüştür. Yazılımın çalıştırılması incelenen sistemin dinamik denklemleri otomatik olarak parametrik formda elde edilmiştir. Daha sonra dinamik denklemlerdeki parametreler bir arayüz vasıtasıyla sayısallaştırılmış ve denklemler otomatik olarak MATLAB ortamında çözülebilecek forma getirilmiştir. Başlangıç konumlarının tayin edilmesi ile denklemler ilk önce rijid kabuller altında çözülmüş ve mafsal konum, hız ve ivmeleri bulunmuştur. Elde edilen mafsal konum, hız ve ivmeleri elastik kabuller altında elde edilmiş olan dinamik denklemlerde yerlerine konularak bu denklemler de çözülmüş ve elastik uzuvların yapacağı uç titreşimlerinin genlikleri elde edilmiştir.

6.2 Bir Elastik Uzuvlu ve Döner Mafsallı Bir Robot için Yazılımın Sınırlarlarda Çalıştırılması

İlk önce bir elastik uzva sahip döner mafsallı bir robotun dinamik denklemleri elde edilmiş ve bu denklemlerin sınırlarlarda çözümü yapılarak umulan sonuçların elde edilip edilemeyeceği araştırılmıştır. Sisteme DH Prensiplerine göre eksen takımı yerleştirdikten sonra DH Tablosu Şekil 6.1 de görüldüğü gibi olmaktadır.



Mafsal	a (i-1)	α (i-1)	d (i)	θ (i)
1	0	0	0	T1
Tut	L1	0	0	0

Şekil 6.1 Bir Elastik Uzunlu Döner Mafsal Düzlemsel Bir Robotun DH Tablosu

Bu tabloya göre sistemin rijid kabuller altındaki dinamik denklemleri yazılacak ve çözümlenecektir;

$$\text{Atalet Matrisi}(1,1)=1/3*L1^2*(RO1*A1*L1+3*MS1)$$

$$\text{Cori. ve Merk. Kuv. Vektörü}(1)=0$$

$$\text{Ağırlık Mom. Vektörü}(1)=1/2*L1*g*\cos(T1)*(RO1*A1*L1+2*MS1)$$

Şeklinde elde edilmektedir. Buradaki;

L1: 1. Uzun boyu

RO1: 1. Uzun malzemesinin yoğunluğu

A1: 1. Uzun kesit alanı

MS1: 1. Uzun ucundaki kütle

T1: 1. Mafsalın dönme açısı.

İncelenen sistemin dinamik denklemlerinin elde hesaplanması sonucu;

$$\text{Atalet Matrisi}(1,1) = \left[\frac{m_1}{3} + m_{1s} \right] \cdot L_1^2$$

$$\text{Cori. ve Merk. Kuv. Vektörü}(1) = 0$$

$$\text{Ağırlık Mom. Vektörü}(1) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot \cos\theta_1 \cdot L_1 \cdot m_1 + m_{1s} \cdot g \cdot \cos\theta_1 \cdot L_1$$

değerleri elde edilmektedir. Bu değerler yazdığım ile elde edilen değerlerin aynıdır.

Yine incelenen sisteme ait dinamik denklemlerin elastik kabuller altında yazdığım çalıtılmasıyla;

Atalet Matrisi (1,1) =

$$4030424729978835/2251799813685248 \cdot RO1 \cdot A1 \cdot L1 + \\ 2778046668940015/281474976710656 \cdot MS1$$

Cori. ve Merk. Kuv. Vektörü(1)=

$$-820654554136657/1125899906842624 \cdot DDT1 \cdot RO1 \cdot A1 \cdot L1^2 - DDT1 \cdot MS1 \cdot L1 \cdot \pi - \\ 2778046668940015/281474976710656 \cdot DT1^2 \cdot MS1 \cdot q1 - \\ 4030424729978835/2251799813685248 \cdot DT1^2 \cdot RO1 \cdot A1 \cdot q1 \cdot L1$$

Ağırlık Mom. Vektörü(1)=

$$-1/562949953421312 \cdot (321329765582243 \cdot RO1 \cdot A1 \cdot L1^4 \cdot g \cdot \cos(T1) + \\ 562949953421312 \cdot MS1 \cdot g \cdot \cos(T1) \cdot \pi \cdot L1^3 - 27418221630202000 \cdot E1 \cdot I1 \cdot q1) / L1^3$$

İçerisinde elde edilmektedir. Burada;

$$T1 = \theta_1$$

$$DT1 = \dot{\theta}_1$$

$$DDT1 = \ddot{\theta}_1$$

ifade etmektedir.

Bu denklemlerin de elle hesaplanması sonucu

$$\text{Atalet Matrisi (1,1)} = \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2} \right) \cdot m_1 + m_{1s} \cdot \pi^2$$

$$\text{Cori. ve Merk. Kuv. Vektörü(1)} = \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{3} \right) \cdot m_1 \cdot L_1 \cdot \ddot{\theta}_1 - m_{1s} \cdot \pi \cdot L_1 \cdot \ddot{\theta}_1 - m_{1s} \cdot \pi^2 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot q_1 + \left(\frac{3}{2} - \frac{\pi^2}{3} \right) \cdot m_1 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot q_1$$

$$\text{Ağırlık Mom. Vektörü(1)} = \left(\frac{2 - \pi}{2} \right) \cdot m_1 \cdot g \cdot \cos \theta_1 - m_{1s} \cdot g \cdot \cos \theta_1 \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot E_1 \cdot I_1 \cdot \frac{\pi^4}{L_1^3} \cdot q_1$$

değerleri elde edilmektedir. Bu değerler de yazdın ile elde edilen değerlerin aynısıdır.

Yazdının çalışmasıyla elde edilen parametrik formdaki denklemlerin çözülebilmesi için parametrik ifadelerin sayısallaştırılması gerekmektedir. Bu sistem için uzuv malzemesi olarak çelik seçilirken ($E=21 \cdot 10^{10}$ N/m²), uzuv boyu $L=0,9$ m, kesit alanı $A=0.0009$ m² (30 mm x 30 mm kare çubuk) seçilmiştir. Buradan, kesit atalet momenti $I=6.75 \cdot 10^{-7}$ m⁴ (bir kenar a olan kare çubuk için $I=a^4/12$) olmaktadır. Yine uzuv ucundaki yük $MS=3$ kg kabul edilmiştir. Buna göre sayısal değerler tablosu Şekil 6.2 de görüldüğü gibi olmaktadır.

Özgül Ağırlık	Uzuv Kesit Alanı	Uzuv Boyu	Uçdaki Kütle	Elastisite Modülü	Kesit Atalet Momenti
RO1	A1	L1	MS1	E1	I1
7800	.0009	.9	3	21*10e+9	.0009^2/12

Şekil 6.2 Bir Elastik Uzuvlu Robot için Sayısal Kütle Değerleri

Bu denklemlerin yazdın tarafından sağlanarak çözümleri durumunda umulan sonuçların elde edilmesi gerekmektedir. Şekil 6.3 de görülen elastik uzuvun, başlangıç konumuna göre göstereceği dinamik davranışlar değişecektir.



Şekil 6.3 Elastik Uzuvun $t=0$ ve $\theta=0$ daki Konumu

Buna göre $\theta=90^\circ$ olması ve sisteme herhangi bir momentin etkimemesi durumunda sistemin hareket etmemesi gerekmektedir. Şekil 6.4 de görüldüğü gibi yazdın bu konumları

Hareket Tablosunun Oluşturulması

Mafsals Hareket Başlangıç Konumu (rad)

Mafsals No Başlangıç Konumları

1 0

Uzuv Özelliği

Elastik

Tamam

İptal

Mafsallardaki Genelleştirilmiş Momentler (Nm) ve Etki Süreleri (s)

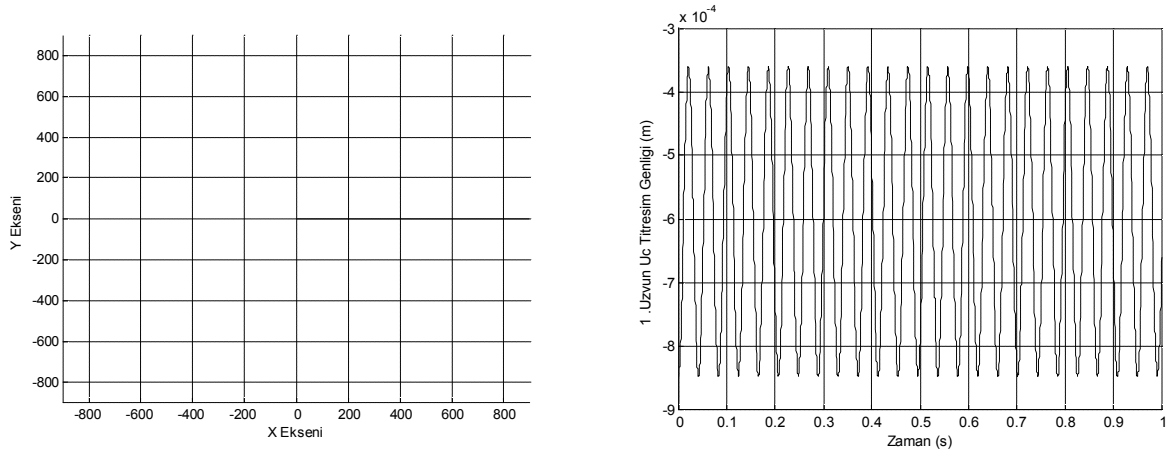
Adım No Genelleştirilmiş Momentler ve Etki Süreleri

1. Mafsals Etki Süresi

1 54.3778 1

Şekil 6.6 Elastik Uzuvun X Eksenine Göre Paralel Olması Durumu

Sistemin verilen şartlar altında göstereceği dinamik davranış Şekil 6.7 de görüldüğü gibi olacaktır. Zira momentin ilk uygulandığı anda elastik uzuvun uç noktasında titreşim olacaktır ve sistemde sönüm olmadığından titreşim genliği ve frekansı değişmeyecektir.



Şekil 6.7 Elastik Uzuvun Konum ve Uç Noktasının Titreşim Durumu

6.3 İki Elastik Uzuvlu ve Döner Mafsallı Bir Robot için Yazılan Sınır Şartlarda Çalıştırılması

Yine, uzuvlara DH Prensiplerine göre eksen takımı yerleştirdikten sonra DH Tablosu Şekil

6.8 de görüldüğü gibi olmaktadır.

Mafsal	a (i-1)	α (i-1)	d (i)	θ (i)
1	0	0	0	T1
2	L1	0	0	T2
Tut	L2	0	0	0

Şekil 6.8 İki Elastik Uzunlu Döner Mafsallı Düzlemsel Bir Robotun DH Tablosu

Yine bu tabloya göre sistemin rijid kabuller altındaki dinamik denklemleri yazılacak şekilde çalıştırılacak;

Atalet

$$\text{Matrisi}(1,1) = MS2 \cdot L2^2 + MS1 \cdot L1^2 + \frac{1}{3} \cdot RO1 \cdot A1 \cdot L1^3 + \frac{1}{3} \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2^3 + L1 \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2^2 \cdot \cos(T2) + L1^2 \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2 + 2 \cdot L1 \cdot MS2 \cdot L2 \cdot \cos(T2) + L1^2 \cdot MS2$$

Atalet

$$\text{Matrisi}(1,2) = \frac{1}{6} \cdot L2 \cdot (6 \cdot MS2 \cdot L2 + 2 \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2^2 + 3 \cdot L1 \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2 \cdot \cos(T2) + 6 \cdot L1 \cdot MS2 \cdot \cos(T2))$$

Atalet

$$\text{Matrisi}(2,1) = \frac{1}{6} \cdot L2 \cdot (6 \cdot MS2 \cdot L2 + 2 \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2^2 + 3 \cdot L1 \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2 \cdot \cos(T2) + 6 \cdot L1 \cdot MS2 \cdot \cos(T2))$$

$$\text{Atalet Matrisi}(2,2) = \frac{1}{3} \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2^3 + MS2 \cdot L2^2$$

Cori. ve Merk. Kuv. Vektörü(1)=

$$-\frac{1}{2} \cdot L1 \cdot \sin(T2) \cdot L2 \cdot (RO2 \cdot A2 \cdot L2 + 2 \cdot MS2) \cdot DT2 \cdot (2 \cdot DT1 + DT2)$$

$$\text{Cori. ve Merk. Kuv. Vektörü}(2) = \frac{1}{2} \cdot L1 \cdot \sin(T2) \cdot L2 \cdot (RO2 \cdot A2 \cdot L2 + 2 \cdot MS2) \cdot DT1^2$$

$$\text{Ağırlık Mom. Vektörü}(1) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot (-RO1 \cdot A1 \cdot L1^2 \cdot \cos(T1) - 2 \cdot MS1 \cdot \cos(T1) \cdot L1 - \cos(T1) \cdot \cos(T2) \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2^2 + \sin(T1) \cdot \sin(T2) \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2^2 -$$

$$2 \cdot \cos(T1) \cdot L1 \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2 - 2 \cdot \cos(T1) \cdot \cos(T2) \cdot MS2 \cdot L2 + 2 \cdot \sin(T1) \cdot \sin(T2) \cdot MS2 \cdot L2 - 2 \cdot \cos(T1) \cdot L1 \cdot MS2)$$

Ağırlık Mom. Vektörü(2)=

$$-1/2 \cdot L2 \cdot g \cdot (-\cos(T1) \cdot \cos(T2) + \sin(T1) \cdot \sin(T2)) \cdot (RO2 \cdot A2 \cdot L2 + 2 \cdot MS2)$$

Şeklinde elde edilmektedir. Elle hesaplanma yapılmaması durumunda yine aşağıda görüldüğü gibi aynı denklemler elde edilmektedir.

$$\text{Atalet Matrisi}(1,1) = \left[\begin{array}{c} \left(\frac{1}{3} \cdot m_1 \cdot L_1^2 + m_2 \cdot L_1^2 \right) + \frac{1}{3} \cdot m_2 \cdot L_2^2 + m_2 \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot c_2 + \\ (m_{1s} + m_{2s}) \cdot L_1^2 + m_{2s} \cdot L_1^2 + 2 \cdot m_{2s} \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot c_2 \end{array} \right]$$

$$\text{Atalet Matrisi}(1,2) = \frac{1}{3} \cdot m_2 \cdot L_2^2 + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot c_2 + m_{2s} \cdot L_2^2 + m_{2s} \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot c_2$$

$$\text{Atalet Matrisi}(2,1) = \text{Atalet Matrisi}(1,2)$$

$$\text{Atalet Matrisi}(2,2) = \frac{1}{3} \cdot m_2 \cdot L_2^2 + m_{2s} \cdot L_2^2$$

$$\text{Cori. ve Merk. Kuv. Vektörü}(1) = \left(-\frac{1}{2} \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot s_2 \cdot \dot{\theta}_2^2 \cdot (m_2 + 2 \cdot m_{2s}) - L_1 \cdot L_2 \cdot s_2 \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \dot{\theta}_2 \cdot (m_2 + 2 \cdot m_{2s}) \right)$$

$$\text{Cori. ve Merk. Kuv. Vektörü}(2) = \frac{1}{2} \cdot L_1 \cdot L_2 \cdot s_2 \cdot \dot{\theta}_1^2 \cdot (m_2 + 2 \cdot m_{2s})$$

$$\text{Ağırlık Mom. Vektörü}(1) = \frac{1}{2} \cdot g \cdot L_1 \cdot c_1 \cdot (m_1 + 2 \cdot m_2 + 2 \cdot m_{1s} + 2 \cdot m_{2s}) + \frac{1}{2} \cdot g \cdot L_2 \cdot c_{12} \cdot (m_2 + 2 \cdot m_{2s})$$

Elde edilen bu denklemler Ö. Turhan (1996)ın ders notlarında verilen denklemlerle örtülmektedir. Turhan, ders notlarında $m_{is}=0$ kabul etmiştir. İncelenen sistemin elastik kabuller altındaki dinamik denklemleri ise yazılan tarafından EK-1 de görüldüğü gibi elde edilmektedir. Burada denklemlerin elle elde edilmesi yoluna gidilmemiştir.

Yazılan tarafından elde edilen bu denklemlerdeki parametrik ifadeler Şekil 6.9 de görülen değerler ile sayısallaştırılmıştır.

Sayısal Değerler Tablosu

Özgöl Ağırlık	Uzuv Kesit Alanı	Uzuv Boyu	Uçdaki Kütle	Elastisite Modülü	Kesit Atalet Momenti
RO1	A1	L1	MS1	E1	I1
RO2	A2	L2	MS2	E2	I2

Tamam İptal

Şekil 6.9 İki Elastik Uzunlu Robot için Sayısal Kütle Değerleri

Elastik uzuvların Y Eksenine paralel konumda ve herhangi bir moment etkisi altında bulunmaması durumunda hareket tablosu Şekil 6.10 da görüldüğü gibi olacaktır.

Hareket Tablosunun Oluşturulması

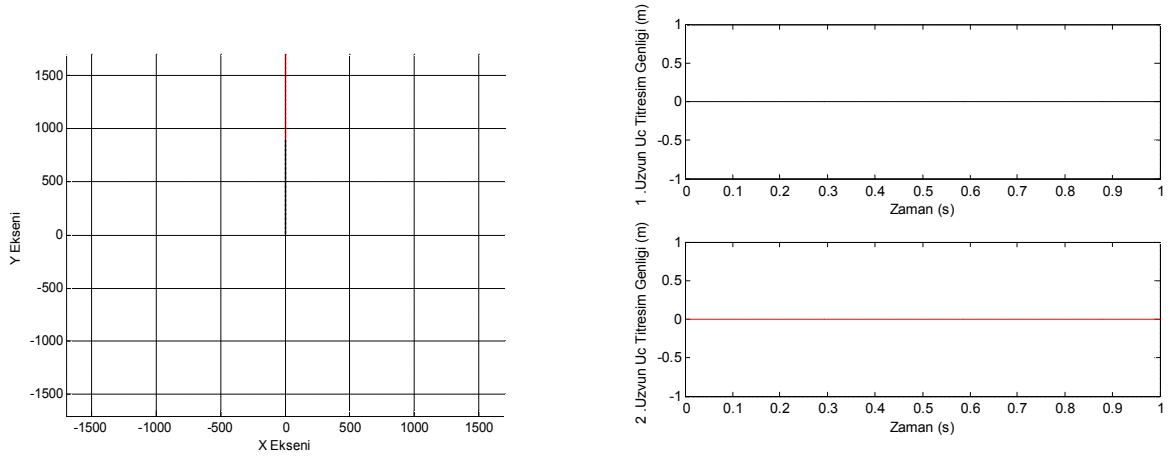
Mafsals Hareket Başlangıç Konumu (rad)	Uzuv Özelliği
Mafsals No	Başlangıç Konumları
1	$\pi/2$
2	0

Tamam İptal

Mafsallardaki Genelleştirilmiş Momentler (Nm) ve Etki Süreleri (s)			
Adım No	Genelleştirilmiş Momentler ve Etki Süreleri		
	1. Mafsals	2. Mafsals	Etki Süresi
1	0	0	1

Şekil 6.10 İki Elastik Uzunlu Y Eksenine Göre Paralel Olması Durumu

Denklemlerin Şekil 6.10'daki şartlar altında çözülmesi durumunda elastik uzuvlar Şekil 6.11'de görülen konumu alırken uzuv uç noktalarında herhangi bir titreşim oluşmamaktadır.



Şekil 6.11 İki Elastik Uzun Konum ve Uç Noktalarının Titreşim Durumu

Yine elastik uzuvların X Eksenine paralel olması ve dengede bulunması durumunda hareket tablosu Şekil 6.12 de görüldüğü gibi olacaktır.

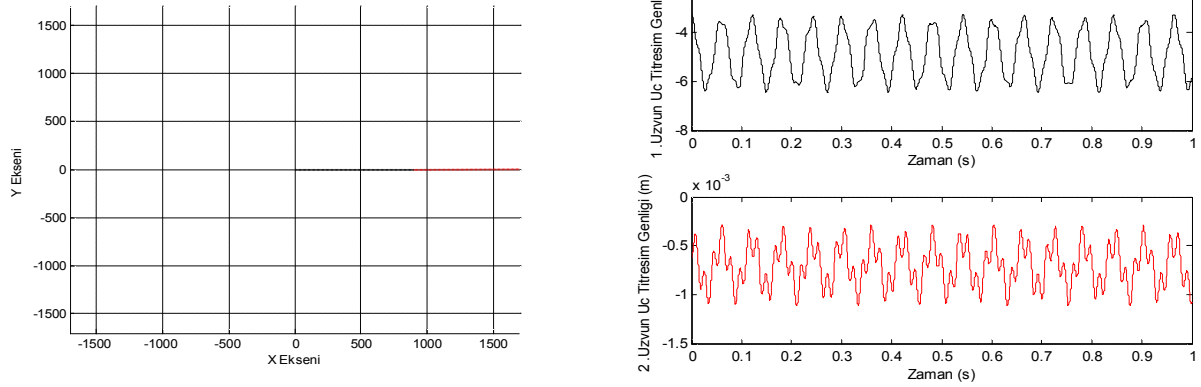
Hareket Tablosunun Oluşturulması

Mafsallarda Hareket Başlangıç Konumu (rad)		Uzuv Özelliği	
Mafsall No	Başlangıç Konumları		
1	0	Elastik	Tamam İptal
2	0	Elastik	

Mafsallardaki Genelleştirilmiş Momentler (Nm) ve Etki Süreleri (s)			
Adım No	Genelleştirilmiş Momentler ve Etki Süreleri		
	1. Mafsall	2. Mafsall	Etki Süresi
1	164.3685	29.8852	1

Şekil 6.12 İki Elastik Uzun X Eksenine Göre Paralel Olması Durumu

Denklemlerin Şekil 6.12'deki şartlar altında çözülmesi durumunda elastik uzuvların alacak konum ve uç noktadaki titreşimler Şekil 6.13'de görüldüğü gibi olacaktır.



Şekil 6.13 İki Elastik Uzun Konum ve Uç Noktalarının Titreşim Durumu

6.4 Üç Elastik Uzunlu ve Döner Mafsallı Bir Robot için Yazılan Sınır Limitlerde Çalıştırılması

Yine, uzuvlara DH Prensiplerine göre eksen takımı yerleştirdikten sonra DH Tablosu Şekil 6.14 de görüldüğü gibi olmaktadır.

DH Tablosunun Oluşturulması

Mafsal	$a (i-1)$	$\alpha (i-1)$	$d (i)$	$\theta (i)$
1	0	0	0	T1
2	L1	0	0	T2
3	L2	0	0	T3
Tut	L3	0	0	0

Tamam İptal

Şekil 6.14 Üç Elastik Uzunlu Döner Mafsallı Düzlemsel Bir Robotun DH Tablosu

Yine bu tabloya göre sistemin rijid kabuller altındaki dinamik denklemleri yazılan çalıştırılmasıyla EK-2 deki gibi elde edilirken, elastik kabuller altındaki denklemler EK-3 de görüldüğü gibi elde edilmektedir. Görüldüğü gibi uzun sayısı arttıkça denklemlerin de hacimleri ciddi şekilde artmaktadır. Bu hacimdeki denklemleri elle hesaplamak hemen hemen imkansızdır.

Yine bu denklemlerdeki parametrik ifadeler Ėekil 6.15 de görölen değerler ile sayęsallařtıřılmaktadır.

Özgöl Ağırılık		Uzuv Kesit Alanı		Uzuv Boyu		Uçdaki Kütle		Elastisite Modülü		Kesit Atalet Momenti	
RO1	7800	A1	.0025	L1	.9	MS1	3	E1	21*10e+9	I1	.0025*2/12
RO2	7800	A2	.0016	L2	.8	MS2	2	E2	21*10e+9	I2	.0016*2/12
RO3	7800	A3	.0009	L3	.7	MS3	1	E3	21*10e+9	I3	.0009*2/12

Tamam İptal

Ėekil 6.15 Üç Elastik Uzuvlu Robot ıçın Sayęsal Kütle Değerleri

Burada da elastik uzuvların Y Eksenine paralel konumda ve herhangi bir moment etkisi altında bulunmaması durumunda hareket tablosu Ėekil 6.16 da göröldüğü gibi olacaktır.

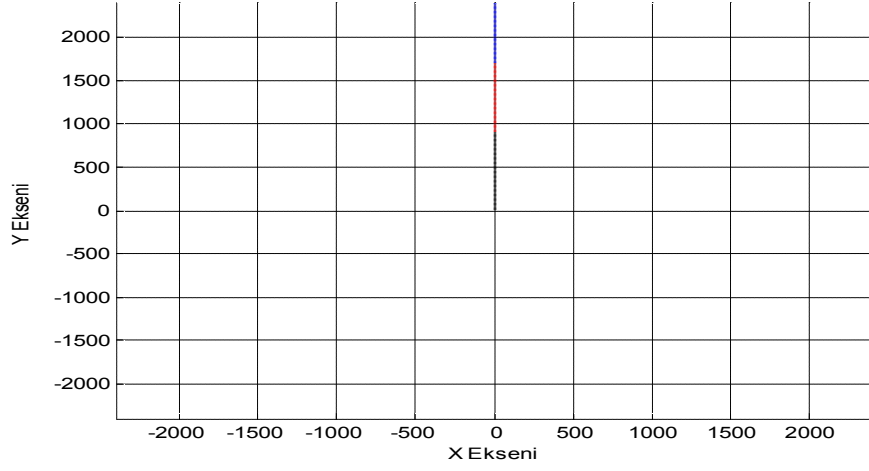
Mafsıl Hareket Başlangıç Konumu (rad)		Uzuv Özelliği	
Mafsıl No	Başlangıç Konumları		
1	$\pi/2$	Elastik	
2	0	Elastik	
3	0	Elastik	

Mafsıllardaki Genelleştirilmiş Momentler (Nm) ve Etki Süreleri (s)				
Adım No	Genelleştirilmiş Momentler ve Etki Süreleri			
	1. Mafsıl	2. Mafsıl	3. Mafsıl	Etki Süresi
1	0	0	0	.1

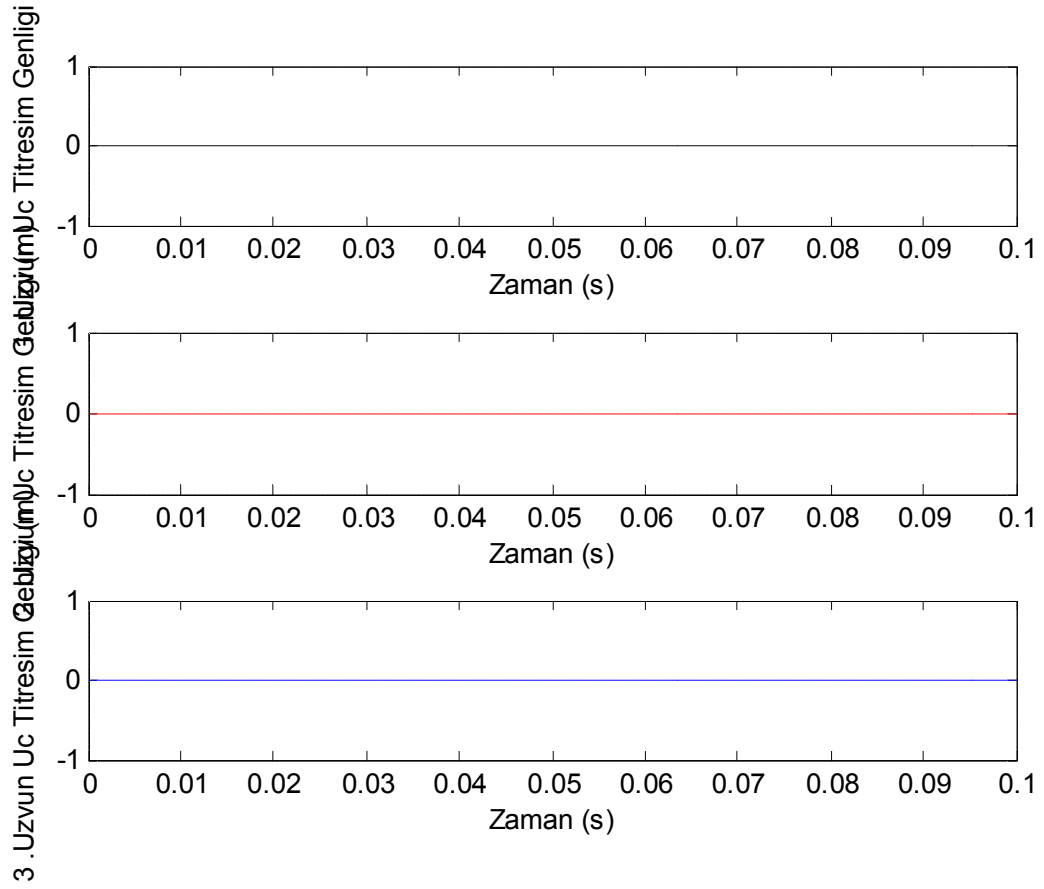
Tamam İptal

Ėekil 6.16 Üç Elastik Uzuvun Y Eksenine Göre Paralel Olması Durumu

Denklemlerin Ėekil 6.16 deki ıartlar altında çözümlmesi durumunda elastik uzuvlar, Ėekil 6.17 de görölen konumu alırken Ėekil 6.18 de göröldüğü gibi uzuv uç noktalarında herhangi bir titreşim oluşmamaktadır.



Şekil 6.17 Üç Elastik Uzun Konumları



Şekil 6.18 Üç Elastik Uzun Uç Noktalarının Titreşim Durumu

Yine elastik uzuvların X Eksenine paralel olması ve dengede bulunması durumunda hareket tablosu Şekil 6.19 da görüldüğü gibi olacaktır.

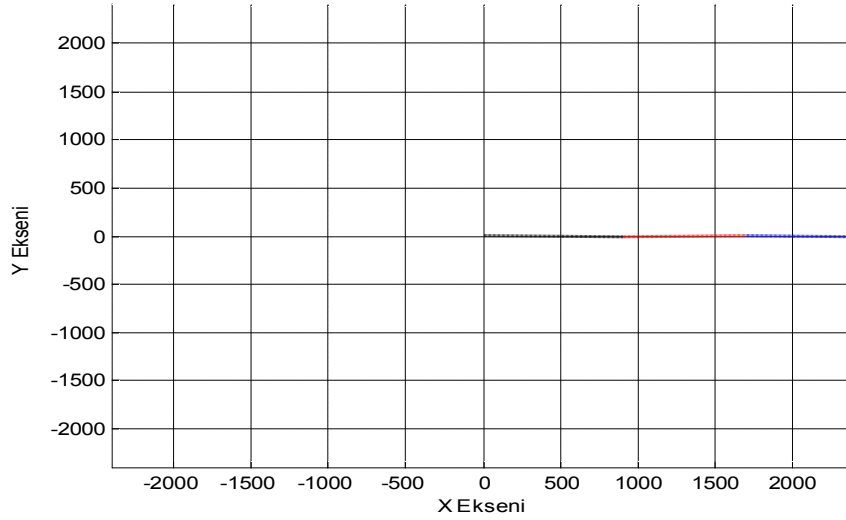
Hareket Tablosunun Oluşturulması

Mafsallarda Hareket Başlangıç Konumu (rad)		Uzuv Özelliği	Tamam
Mafsall No	Başlangıç Konumları		
1	0	Elastik	İptal
2	0	Elastik	
3	0	Elastik	

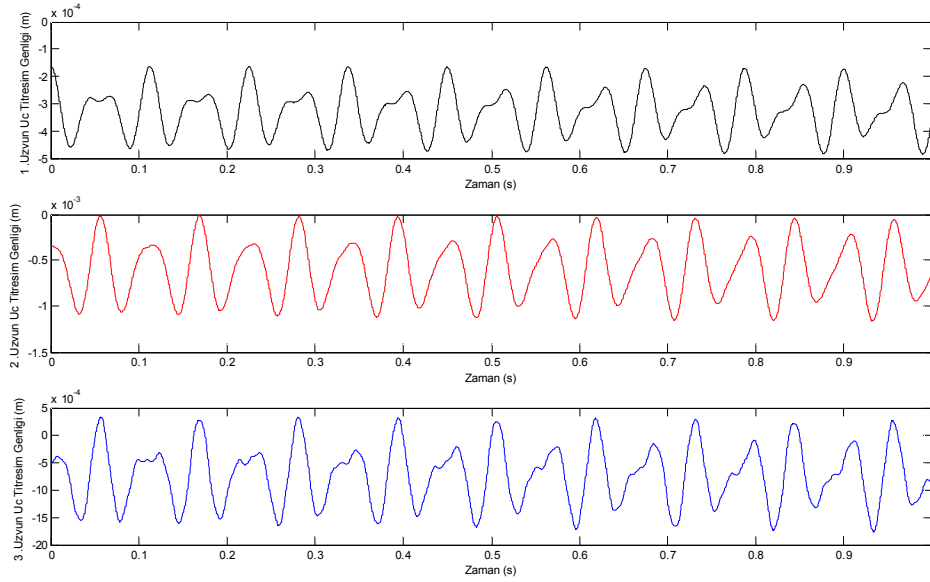
Mafsallardaki Genelleştirilmiş Momentler (Nm) ve Etki Süreleri (s)				
Adım No	Genelleştirilmiş Momentler ve Etki Süreleri			
	1. Mafsall	2. Mafsall	3. Mafsall	Etki Süresi
1	387.0084	125.0255	23.7392	.1

Şekil 6.19 Üç Elastik Uzuvun X Eksenine Göre Paralel Olması Durumu

Denklemlerin Şekil 6.19'daki şartlar altında çözülmesi durumunda elastik uzuvların alacağı konum ve uç noktadaki titreşimler Şekil 6.20 ve Şekil 6.21'de görüldüğü gibi olmaktadır.



Şekil 6.20 Üç Elastik Uzuvun Konumları



Şekil 6.21 Üç Elastik Uzun Uç Noktalarının Titreşim Durumu

6.5 Yazılımın Literatürdeki Çalışmalar İçin Denenmesi

Yazılım ilk etapta, literatürde (T. Kepçeler (1998))'ün yapıldığı çalışma için denenmiştir. T. Kepçeler (1998), iki elastik uzuvlu ve döner mafsallı bir robotu esas almıştır. Çalışmasında, her iki uzuv için çelik malzemeyi esas alırken, 1. Uzuv boyu $L_1=0,8$ m, çapı 10 mm ($A_1= 7.8540 \cdot 10^{-5}$ m²), 2. Uzuv boyu $L_2=0,7$ m, çapı 7 mm ($A_1= 3.8484 \cdot 10^{-5}$ m²) uzuv uçlarındaki yükler $MS_1=1$ kg ve $MS_2=0.5$ kg olarak alınmıştır. Ayrıca başlangıç hızları olarak $\theta_1=65^\circ$, $\theta_2=-70^\circ$ esas alınmıştır. Kepçelerin yapıldığı çalışmada mafsal momentlerinin zamana göre değişimi ve bu momentler etkisi altında oluşan elastik yerdeğiştirme Şekil 6.22 de görüldüğü gibi olmuştur. Ancak bu çalışmada sisteme girilen mafsal momentleri zamanın fonksiyonu olmamakta, verilen süre boyunca sabit kalmaktadır. Dolayısıyla bu çalışmada elde edilecek sonuçlar ile Kepçelerin sonuçları aynı olmayacaktır. Fakat sonuçlar arasında benzerlik olması umulmuştur. Ayrıca dinamik denklemlerin çözülmesi esnasında zaman aralığı olarak en küçük 0.01 saniyeye müsaade edildiğinden girilen momentlerin etki süresi 0.01 s olarak kabul edilmiştir. Bu çerçevede kütle değerler tablosu Şekil 6.23 de görüldüğü gibi olmaktadır.

Şekil 6.22 Kepçelerin Moment Zaman ve Elastik Yerdeğiştirme Diyagramı

Sayısal Değerler Tablosu

Özgül Ağırlık		Uzuv Kesit Alanı		Uzuv Boyu		Uçdaki Kütle		Elastisite Modülü		Kesit Atalet Momenti	
RO1	7800	A1	$\pi \cdot 01^2/4$	L1	.8	MS1	1	E1	$21e+10$	I1	$\pi \cdot 01^4/64$
RO2	7800	A2	$\pi \cdot 007^2/4$	L2	.7	MS2	.5	E2	$21e+10$	I2	$\pi \cdot 007^4/64$

Tamam
İptal

Şekil 6.23 Kepçelerin Çalışmasındaki Uzuv Kütle Değerleri

Yazdığım Şekil 6.24 de görülen değerler ile çalıştırılması sonucu Şekil 6.25 de görülen elastik yerdeğiştirme eğrisi elde edilmiştir.

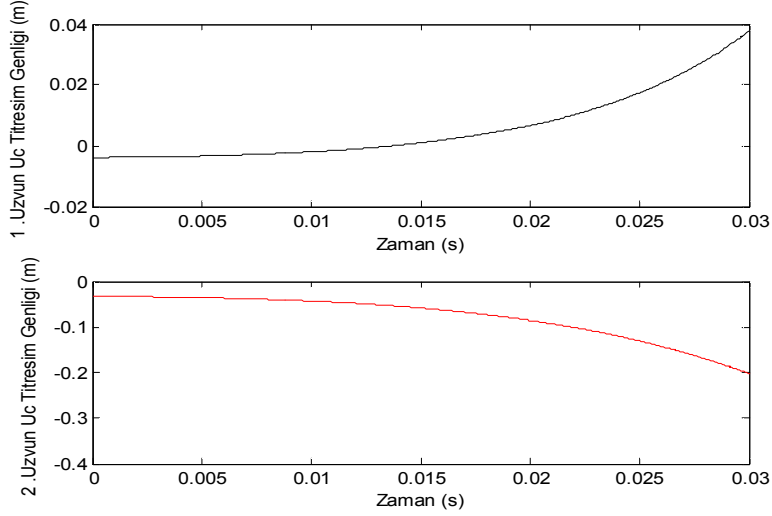
Hareket Tablosunun Oluşturulması

Mafsallık Hareket Başlangıç Konumu (rad)	Uzuv Özelliği
Mafsallık No	Başlangıç Konumları
1	1.1345
2	-1.2217

Tamam
İptal

Mafsallardaki Genelleştirilmiş Momentler (Nm) ve Etki Süreleri (s)			
Adım No	1. Mafsallık	2. Mafsallık	Etki Süresi
1	-100	50	.01
2	-250	100	.01
3	-500	200	.01

Şekil 6.24 Kepçelerin Çalışmasına Uygun Hareket Değerleri



Şekil 6.25 Yazılımın Çalıştırılması ile Elde Edilen Elastik Yer Değilirme

Kepçelerin elde etmiş olduğu ve Şekil 6.22 de görölen sonuçla, yazılım tarafından elde edilen ve Şekil 6.25 de görölen sonuçlar kısa zaman aralığında hemen hemen aynıdır. Ancak, Şekil 6.22 de elastik yer değilirme $t=0$ da sıfır iken, Şekil 6.25 de sıfırdan farklıdır. Bu farklılık, tezin ilk bölümlerinde açıklanan yeni modelleme tekniğinden kaynaklanmaktadır. Bir çok araştırmacı denklemleri basitleştirmek için bu değeri sıfır kabul ederken, bu çalışmada bu husus hesaba katılmaktadır.

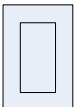
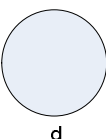
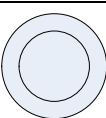
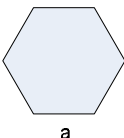
6.6 Uygulama Sonuçları

Gerçekleştirilen yazılım çok farklı elastik uzuv kombinasyonları için çalıştırılmış ve verilen uzuv kütle özellikleri ile çalışma şartları altında oluşacak uzuv uç nokta titreşimleri araştırılmıştır. Araştırma için Çizelge 6.1 ve Çizelge 6.2 de özellikleri verilen altı farklı malzeme ve beř farklı kesit alanı esas alınmıştır. İlk etapta bir elastik uzuvlu robot gözönüne alınmış ve sistemin sadece yerçekimi etkisi altında 1 s süreyle serbest düşme yapması dölünölmüştür. Bu kabuller altında tüm malzeme ve kesit kombinasyonları aynı kesit alanı ($A=0.0016 \text{ m}^2$), aynı uzuv kütlesi ($m=4 \text{ kg}$), uzuv ucundaki kütle $M_S=0$ ve $M_S=3 \text{ kg}$ için ayrı ayrı tüm kombinasyonlar için denenmiştir. Elde edilen uzuv uç nokta titreşim grafikleri Şekil 6.26 ñ 6.28 ve EK ñ 4 de görölmektedir. Daha kolay bir değerlendirme yapabilmek amacıyla bu grafiklerde görölen değerler Çizelge 6.3, 6.4, 6.5 ve 6.6 da göröldüğü gibi tablo haline getirilmiştir. Ayrıca uzuv kütesinin 4 kg seçilmesi durumunda uzuv kesitlerinin alacağı değerler Çizelge 6.7 de verilmiştir.

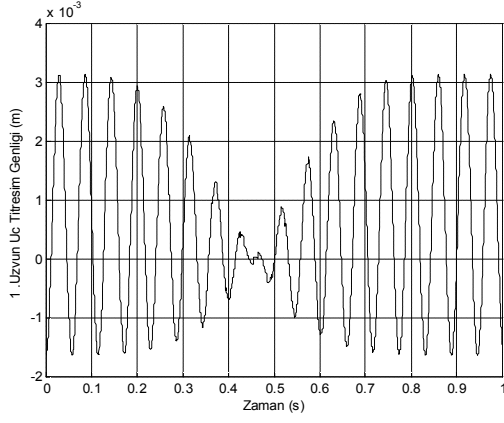
Çizelge 6.1 Malzeme Yoğunluk ve Elastisite Modülleri Değerleri

Malzeme	Yoğunluk kg/m ³	Elastisite Modülü N/m ²
PVC	1.380	0,3*10 ¹⁰
Alüminyum	2.710	7,2*10 ¹⁰
Titanyum	4.480	10,5*10 ¹⁰
Çelik	7.800	21*10 ¹⁰
Fosforlu Bronz	8.160	11,3*10 ¹⁰
Molibden	10.180	33,7*10 ¹⁰

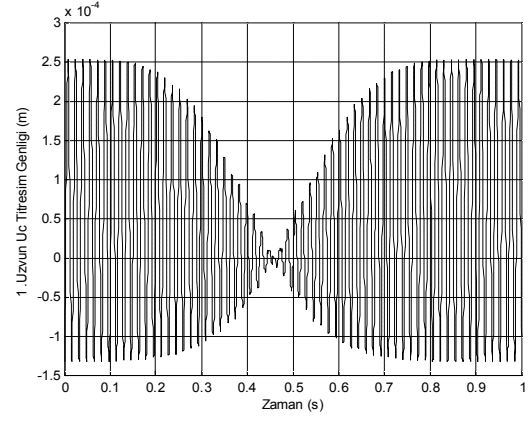
Çizelge 6.2 Kesit Alanlar ve Kesit Atalet Momentleri

Kesit Şekli	Kesit Alanı (m ²)	Kesit Atalet Momenti (N/m ²)
Dikdörtgen		$\frac{a \cdot b^3}{12}$
İçi Boş Dikdörtgen		$\frac{a_d \cdot b_d^3 - a_i \cdot b_i^3}{12}$
Daire		$\frac{\pi \cdot d^4}{64}$
İçi Boş Daire		$\frac{\pi}{64} \cdot (d_d^4 - d_i^4)$
Altıgen		$a^4 \cdot \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{16}$

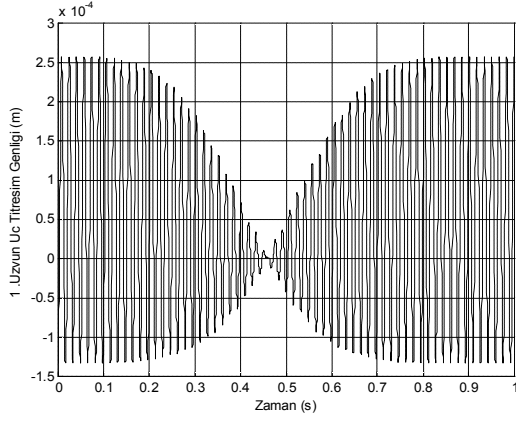
Buna göre yapılan çalışmada uzuv uç titreşimleri bir kısmı aşağıda, geri kalan kısım ise EK 4 verilen şekillerde görüldüğü gibi olmuştur.



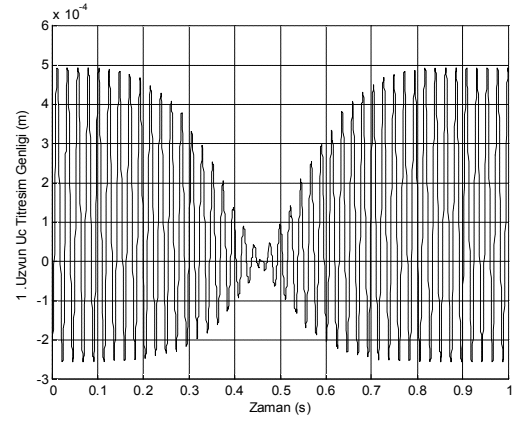
PVC



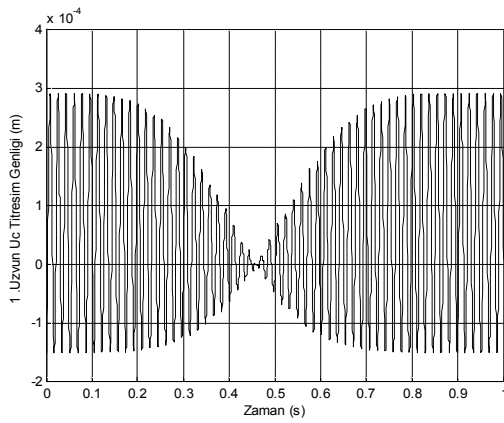
Çelik



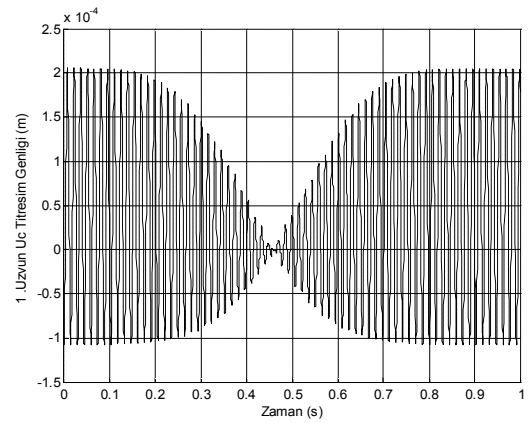
Alüminyum



Fosforlu Bronz

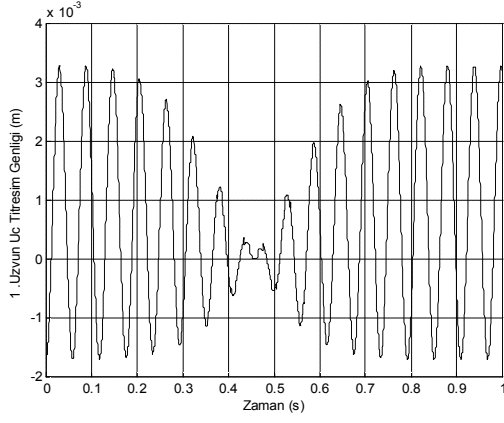


Titanyum

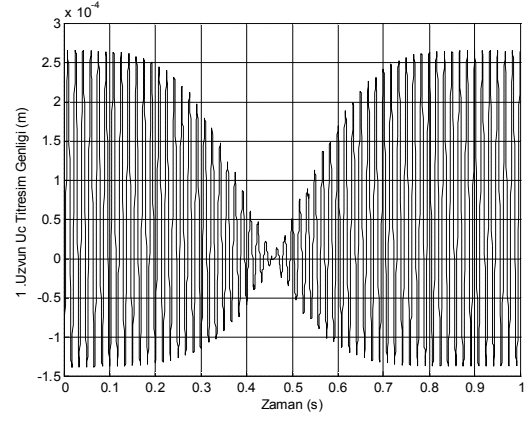


Molibden

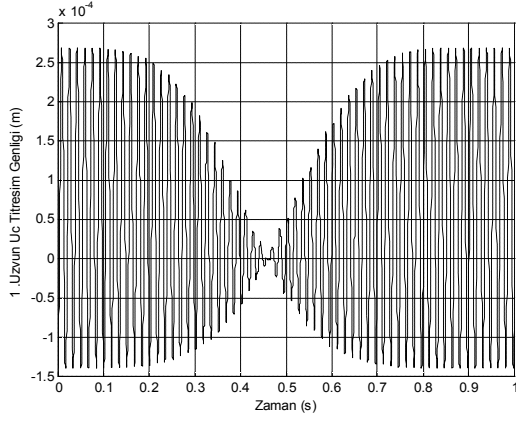
Ėkil 6.26 Kesit : Kare (40 mmx40 mm); L=0.9 m; MS=0 kg



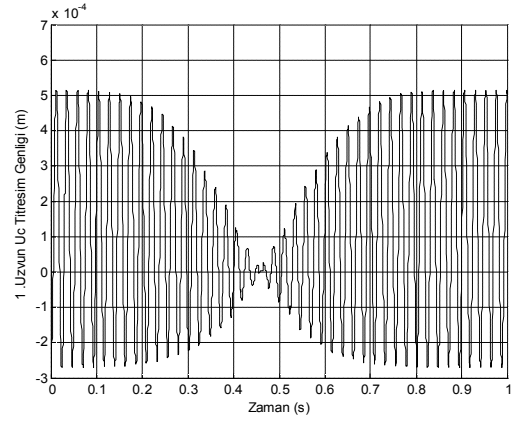
PVC



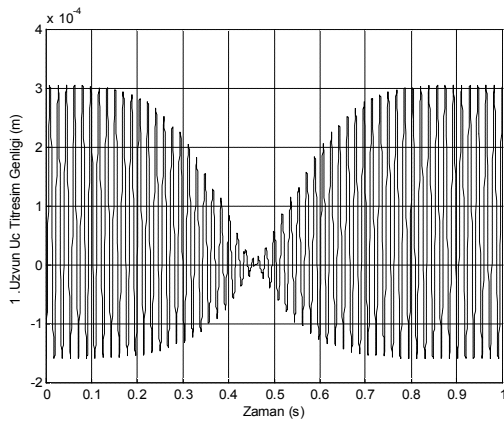
Çelik



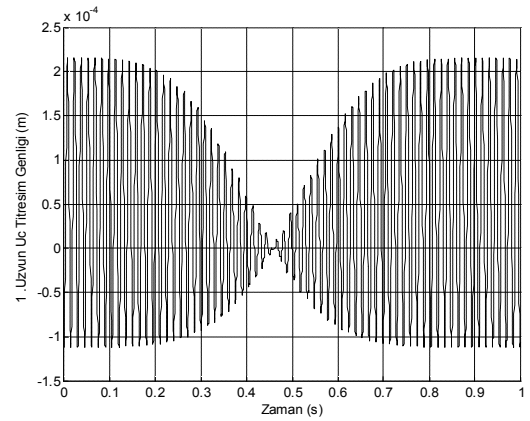
Alüminyum



Fosforlu Bronz

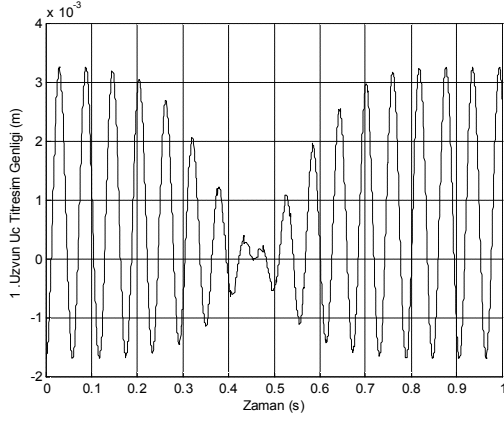


Titanyum

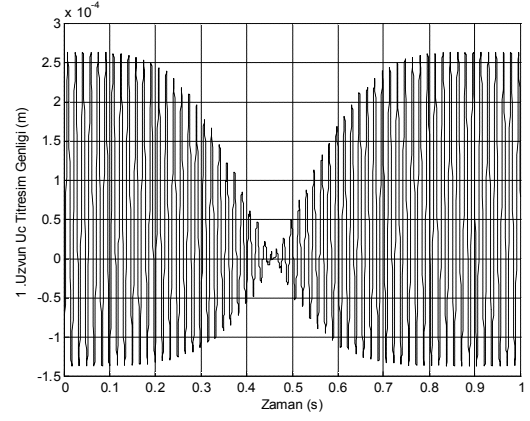


Molibden

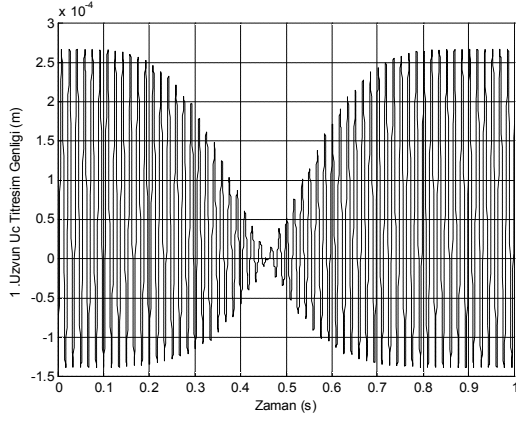
Şekil 6.27 Kesit : Daire ($d=45.3152$ mm); $L=0.9$ m; $MS=0$ kg



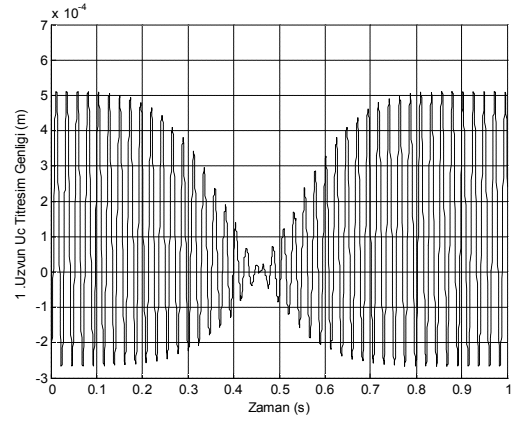
PVC



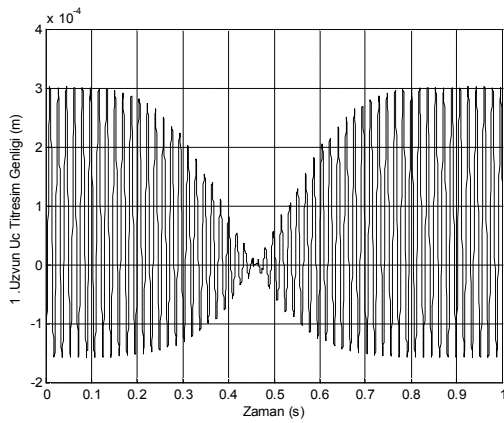
Çelik



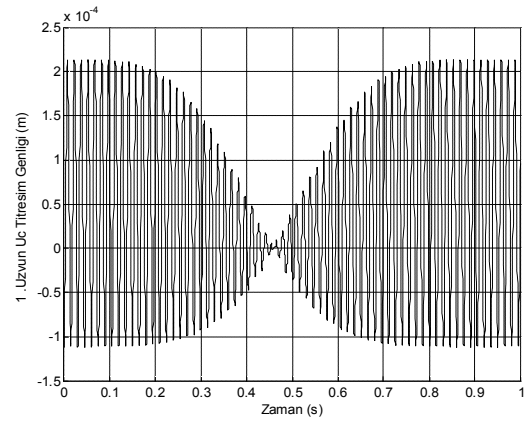
Alüminyum



Fosforlu Bronz



Titanyum



Molibden

Şekil 6.28 Kesit : Altıgen ($a=24.8161$ mm); $L=0.9$ m; $MS=0$ kg

Çizelge 6.3 Bir Uzunlu Sistem için Titreşim Özellikleri ($A=0,0016 \text{ m}^2$; $L=0,9 \text{ m}$; $MS=0$)

Malzeme, Kütle (kg), Titreşim Genliği (m) ve Frekansı (1/s)											
Uzun Kesit Alanı= $0,0016 \text{ m}^2$, Uzun Boyu = $0,9 \text{ m}$, $MS=0$											
Uzun Malzemesi ve Kütle		Kare		Daire		Altıgen		İç Boş Kare		İç Boş Daire	
		Genlik	Frekans	Genlik	Frekans	Genlik	Frekans	Genlik	Frekans	Genlik	Frekans
PVC	1,99	$3,1 \cdot 10^{-3}$	18,5	$3,2 \cdot 10^{-3}$	18,0	$3,2 \cdot 10^{-3}$	18,0	$0,39 \cdot 10^{-3}$	50,5	$0,32 \cdot 10^{-3}$	55,5
Alüminyum	3,90	$0,26 \cdot 10^{-3}$	61,0	$0,27 \cdot 10^{-3}$	59,5	$0,27 \cdot 10^{-3}$	59,5	$0,032 \cdot 10^{-3}$	172,0	$0,027 \cdot 10^{-3}$	190,0
Titanyum	6,45	$0,29 \cdot 10^{-3}$	57,5	$0,30 \cdot 10^{-3}$	57,0	$0,30 \cdot 10^{-3}$	57,0	$0,036 \cdot 10^{-3}$	164,0	$0,030 \cdot 10^{-3}$	179,0
Çelik	11,23	$0,26 \cdot 10^{-3}$	62,0	$0,27 \cdot 10^{-3}$	61,0	$0,27 \cdot 10^{-3}$	61,0	$0,032 \cdot 10^{-3}$	174,0	$0,027 \cdot 10^{-3}$	192,0
Fosforlu Bronz	11,75	$0,50 \cdot 10^{-3}$	45,0	$0,51 \cdot 10^{-3}$	44,0	$0,51 \cdot 10^{-3}$	44,0	$0,061 \cdot 10^{-3}$	125,0	$0,051 \cdot 10^{-3}$	137,0
Molibden	14,66	$0,21 \cdot 10^{-3}$	68,0	$0,22 \cdot 10^{-3}$	66,5	$0,22 \cdot 10^{-3}$	67,0	$0,026 \cdot 10^{-3}$	193,0	$0,021 \cdot 10^{-3}$	214,0

Çizelge 6.4 Bir Uzunlu Sistem için Titreşim Özellikleri ($A=0,0016 \text{ m}^2$; $L=0,9 \text{ m}$; $MS=3 \text{ kg}$)

Malzeme, Kütle (kg), Titreşim Genliği (m) ve Frekansı (1/s)											
Uzun Kesit Alanı = $0,0016 \text{ m}^2$, Uzun Boyu = $0,9 \text{ m}$, $MS=3 \text{ kg}$											
Uzun Malzemesi ve Kütle		Kare		Daire		Altıgen		İç Boş Kare		İç Boş Daire	
		Genlik	Frekans	Genlik	Frekans	Genlik	Frekans	Genlik	Frekans	Genlik	Frekans
PVC	1,99	0,017	6,5	0,017	6,5	0,017	6,5	$2,1 \cdot 10^{-3}$	17,0	$1,7 \cdot 10^{-3}$	19,0
Alüminyum	3,90	$0,8 \cdot 10^{-3}$	27,0	$0,85 \cdot 10^{-3}$	27,0	$0,85 \cdot 10^{-3}$	27,0	$0,11 \cdot 10^{-3}$	76,0	$0,087 \cdot 10^{-3}$	84,0
Titanyum	6,45	$0,7 \cdot 10^{-3}$	30,0	$0,7 \cdot 10^{-3}$	31,0	$0,7 \cdot 10^{-3}$	31,0	$0,09 \cdot 10^{-3}$	87,0	$0,070 \cdot 10^{-3}$	95,0
Çelik	11,23	$0,45 \cdot 10^{-3}$	39,0	$0,48 \cdot 10^{-3}$	39,0	$0,48 \cdot 10^{-3}$	39,0	$0,057 \cdot 10^{-3}$	110,0	$0,047 \cdot 10^{-3}$	125,0
Fosforlu Bronz	11,75	$0,90 \cdot 10^{-3}$	29,5	$0,90 \cdot 10^{-3}$	29,0	$0,90 \cdot 10^{-3}$	29,0	$0,11 \cdot 10^{-3}$	81,0	$0,090 \cdot 10^{-3}$	93,0
Molibden	14,66	$0,33 \cdot 10^{-3}$	46,5	$0,33 \cdot 10^{-3}$	46,0	$0,34 \cdot 10^{-3}$	46,0	$0,041 \cdot 10^{-3}$	132,0	$0,035 \cdot 10^{-3}$	145,0

Çizelge 6.5 Bir Uzunlu Sistem için Titreşim Özellikleri ($m=4 \text{ kg}$; $L=0,9 \text{ m}$; $MS=0$)

Malzeme, Kesit Alanı (m^2), Titreşim Genliği (m) ve Frekansı (1/s)											
Uzun Kütle = 4 kg , Uzun Boyu = $0,9 \text{ m}$, $MS=0$											
Uzun Malzemesi ve Kesit Alanı		Kare		Daire		Altıgen		İç Boş Kare, $t=5 \text{ mm}$		İç Boş Daire, $t=5 \text{ mm}$	
		Genlik	Frekans	Genlik	Frekans	Genlik	Frekans	Genlik	Frekans	Genlik	Frekans
PVC	0,0032	$1,6 \cdot 10^{-3}$	25,5	$1,6 \cdot 10^{-3}$	25,5	$1,6 \cdot 10^{-3}$	25,5	$0,1 \cdot 10^{-3}$	101,0	$0,08 \cdot 10^{-3}$	113,0
Alüminyum	0,0016	$0,25 \cdot 10^{-3}$	62,0	$0,26 \cdot 10^{-3}$	61,5	$0,26 \cdot 10^{-3}$	61,5	$0,03 \cdot 10^{-3}$	180,0	$0,025 \cdot 10^{-3}$	195,0
Titanyum	0,0010	$0,45 \cdot 10^{-3}$	46,0	$0,5 \cdot 10^{-3}$	45,0	$0,5 \cdot 10^{-3}$	45,0	$0,09 \cdot 10^{-3}$	102,0	$0,077 \cdot 10^{-3}$	115,0
Çelik	0,0006	$0,70 \cdot 10^{-3}$	37,0	$0,75 \cdot 10^{-3}$	37,0	$0,75 \cdot 10^{-3}$	37,0	$0,24 \cdot 10^{-3}$	65,0	$0,2 \cdot 10^{-3}$	70,0
Fosforlu Bronz	0,0005	$1,4 \cdot 10^{-3}$	26,5	$1,5 \cdot 10^{-3}$	26,0	$1,5 \cdot 10^{-3}$	26,0	$0,51 \cdot 10^{-3}$	44,0	$0,42 \cdot 10^{-3}$	48,0
Molibden	0,0004	$0,75 \cdot 10^{-3}$	36,0	$0,8 \cdot 10^{-3}$	35,5	$0,78 \cdot 10^{-3}$	36,0	$0,33 \cdot 10^{-3}$	55,0	$0,27 \cdot 10^{-3}$	60,0

Çizelge 6.6 Bir Uzunlu Sistem için Titreşim Özellikleri ($m=4 \text{ kg}$; $L=0,9 \text{ m}$; $MS=3 \text{ kg}$)

Malzeme, Kesit Alanı (m^2), Titreşim Genliği (m) ve Frekansı (1/s)											
Uzun Kütle = 4 kg , Uzun Boyu = $0,9 \text{ m}$, $MS=3 \text{ kg}$											
Uzun Malzemesi ve Kesit Alanı		Kare		Daire		Altıgen		İç Boş Kare, $t=5 \text{ mm}$		İç Boş Daire, $t=5 \text{ mm}$	
		Genlik	Frekans	Genlik	Frekans	Genlik	Frekans	Genlik	Frekans	Genlik	Frekans
PVC	0,0032	$5 \cdot 10^{-3}$	12,0	$5 \cdot 10^{-3}$	11,5	$5 \cdot 10^{-3}$	11,5	$0,31 \cdot 10^{-3}$	45,0	$0,25 \cdot 10^{-3}$	49,0
Alüminyum	0,0016	$0,8 \cdot 10^{-3}$	27,0	$0,85 \cdot 10^{-3}$	27,0	$0,85 \cdot 10^{-3}$	27,5	$0,1 \cdot 10^{-3}$	79,0	$0,08 \cdot 10^{-3}$	87,0
Titanyum	0,0010	$1,55 \cdot 10^{-3}$	21,0	$1,6 \cdot 10^{-3}$	20,5	$1,6 \cdot 10^{-3}$	20,5	$0,31 \cdot 10^{-3}$	45,0	$0,25 \cdot 10^{-3}$	49,0
Çelik	0,0006	$2,3 \cdot 10^{-3}$	17,0	$2,4 \cdot 10^{-3}$	16,5	$2,4 \cdot 10^{-3}$	17,0	$0,8 \cdot 10^{-3}$	28,0	$0,65 \cdot 10^{-3}$	31,0
Fosforlu Bronz	0,0005	$4,7 \cdot 10^{-3}$	12,0	$4,9 \cdot 10^{-3}$	12,0	$4,9 \cdot 10^{-3}$	12,0	$1,7 \cdot 10^{-3}$	20,0	$1,4 \cdot 10^{-3}$	22,0
Molibden	0,0004	$2,5 \cdot 10^{-3}$	16,5	$2,5 \cdot 10^{-3}$	16,5	$2,5 \cdot 10^{-3}$	16,5	$1,1 \cdot 10^{-3}$	24,5	$0,9 \cdot 10^{-3}$	27,0

Çizelge 6.7 Uzun Kütlesi $m=4$ kg için Kesit Ölçüleri

Malzeme	Yoğunluk kg/m ³	Kesit Alanı m ²	Kare a=.....mm	Daire d=.....mm	Altıgen a=.....mm	İç Boş Kare t=5 mm a _d =.....mm	İç Boş Daire t=5 mm d _d =.....mm
PVC	1.380	0,0032	56,7504	64,0360	35,2082	166,0306	210,0305
Alüminyum	2.710	0,0016	40,4971	45,6961	25,1245	87,0008	109,4067
Titanyum	4.480	0,0010	31,4970	35,5406	19,5409	54,6032	68,1567
Çelik	7.800	0,0006	23,8705	26,9350	14,8093	33,4900	41,2746
Fosforlu Bronz	8.160	0,0005	23,3380	26,3341	14,4790	32,2331	39,6743
Molibden	10.180	0,0004	20,8946	23,5771	12,9631	26,8293	32,7939

Çizelge 6.1, 6.2, 6.3 ve 6.4'ün incelenmesiyle şu sonuçlar gözlemlenmiştir:

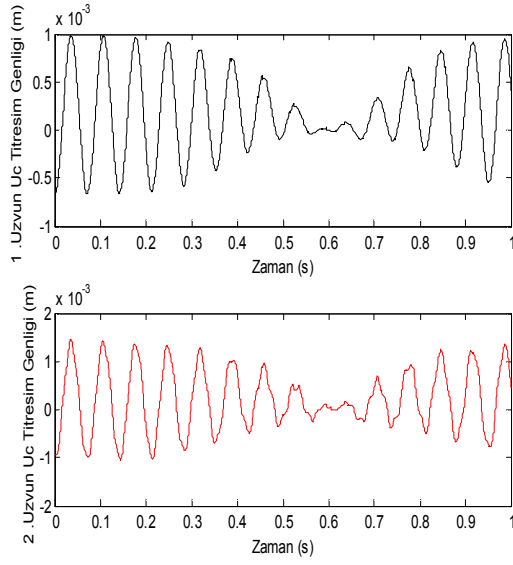
- Kesit alanı veya kütlesi aynı olan ve dolu kesit (kare, daire, altıgen) yapılarına sahip elastik uzuvların uç titreşim özellikleri arasında dikkate değer bir fark olmadığı görülmüştür.
- Yine aynı kesit alanına veya kütleye sahip, ancak iç boş kesit (kare, daire; et kalınlığı 5 mm) yapılarına sahip elastik uzuvların titreşim özellikleri arasında farklılıklar olduğu görülmüştür. Uzun kesit alanında, uzun kütlesinde ve çalışma frekanslarında herhangi bir değişiklik olmamasına rağmen, kesit yapısı iç boş daire olan elastik uzuvun yaptığı titreşimlerin genlikleri iç boş kare kesitli yapıya göre yaklaşık %18 düşük, titreşim frekansının ise yaklaşık %10 fazla olduğu görülmüştür.
- Yazdığımız çalışmada, uzun kesit alanı veya uzun kütlesinin esas alınmasının, yine uzun uç noktasında bir kütle olmasının veya olmamasının yukarıdaki genel sonuçları değiştirmediği görülmüştür.
- Uzun kütlesinin aynı olması durumunda denenen her kesit yapısı için, uzun malzemesinin PVC veya Fosforlu Bronz olması durumunda uç titreşim özelliklerinin çok küçük farklarla aynı olduğu görülmüştür.
- Yine benzer şekilde, uzun malzemesinin Çelik veya Molibden olması durumunda uç titreşim özelliklerinin, iç dolu kesitler (kare, daire, altıgen) için hemen hemen aynı olduğu görülmüştür.

Yazdın bundan sonraki deneylerde aldırmasında esnasında uzuv kütleleri sabit ve uzuv uç noktalarında belli bir kütlenin var olduğu kabul edilmiştir. Ayrıca kesit yapıları olarak içi dolu kare, içi boş kare ve içi boş daire esas alınmıştır. Yine sonuç değerleri birbirine benzer veya yakın olmasından dolayı PVC ve Molibden malzemeler gözönüne alınmamıştır. aldırma esas alınan sayısal değerler izelge 6.8 de verilmiştir.

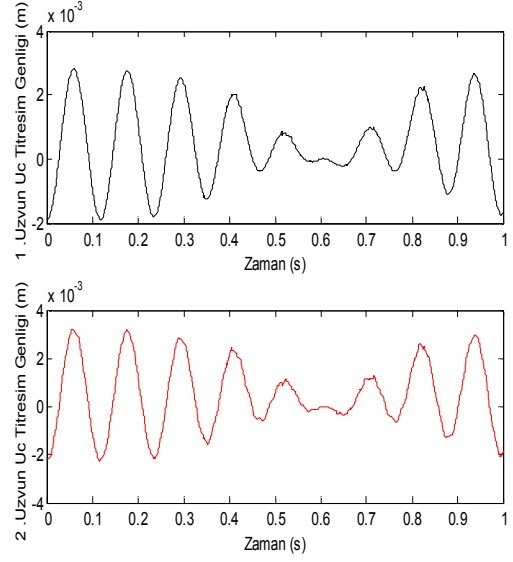
Çizelge 6.8 İki Uzuvlu Sistem için Uzuv Özellikleri

Malzeme	Yoğunluk kg/m ³	1. UZUV				2. UZUV			
		m ₁ = 4 kg, L ₁ =0,9 m, MS ₁ =3 kg				m ₂ = 2 kg, L ₂ =0,7 m, MS ₂ =1 kg			
		Kesit Alanı m ²	Kare a=.....mm	İç Boş Kare t=5 mm a _d =.....mm	İç Boş Daire t=5 mm d _d =.....mm	Kesit Alanı m ²	Kare a=.....mm	İç Boş Kare t=5 mm a _d =.....mm	İç Boş Daire t=5 mm d _d =.....mm
Alüminyum	2.710	0,0016	40,4971	87,0008	109,4067	0,0011	32,4699	57,7148	72,1186
Titanyum	4.480	0,0010	31,4970	54,6032	68,1567	0,0006	25,2538	36,8878	45,6008
elik	7.800	0,0006	23,8705	33,4900	41,2746	0,0004	19,1390	23,3150	28,3194
Fosforlu Bronz	8.160	0,0005	23,3380	32,2331	39,6743	0,0004	18,7120	22,5070	27,2906

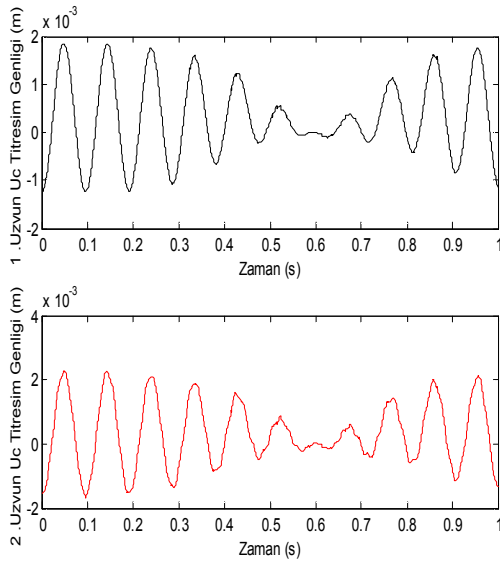
Yazdın iki elastik uzva sahip robot sistemi için farklı malzeme ve uzuv kesit alanı konfigrasyonlarına göre çaldırma sonucu bir kısmı aşağıda kalan kısmı EK 5 de verilen İekillerde görülen uzuv uç nokta titreşim özellikleri elde edilmiştir. Elde edilen bu İekillerden faydalanarak izelge 6.9, 6.10 ve 6.11 hazırlanmıştır.



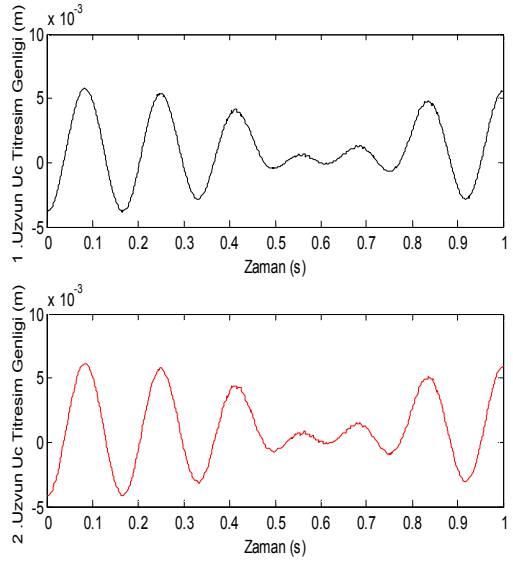
1. Uzun Kare Alüm., 2. Uzun Kare Alüm.



1. Uzun Kare Çelik, 2. Uzun Kare Alüm.

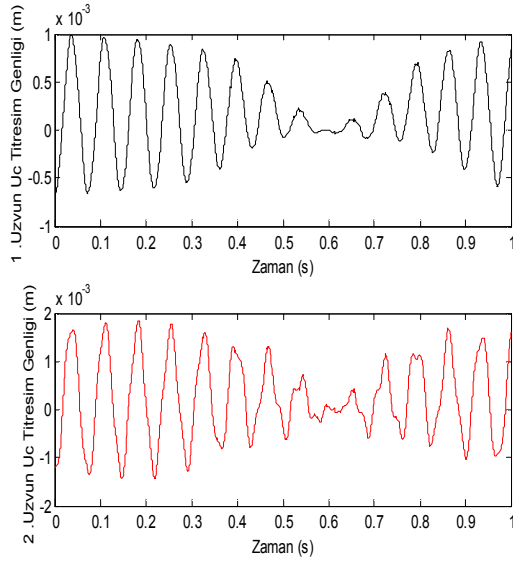


1. Uzun Kare Titan., 2. Uzun Kare Alüm.

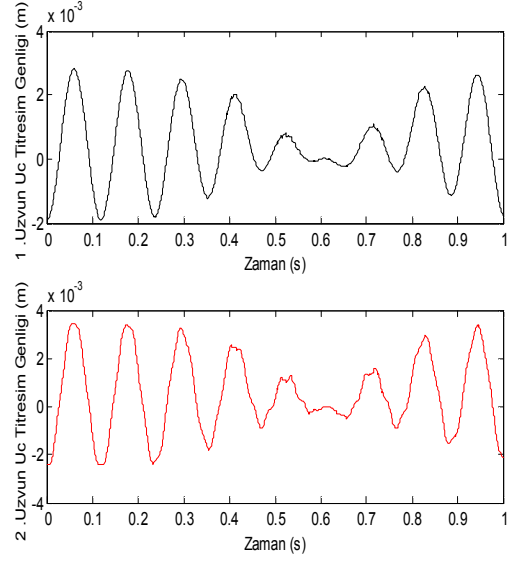


1. Uzun Kare Fos. Brz, 2. Uzun Kare Al.

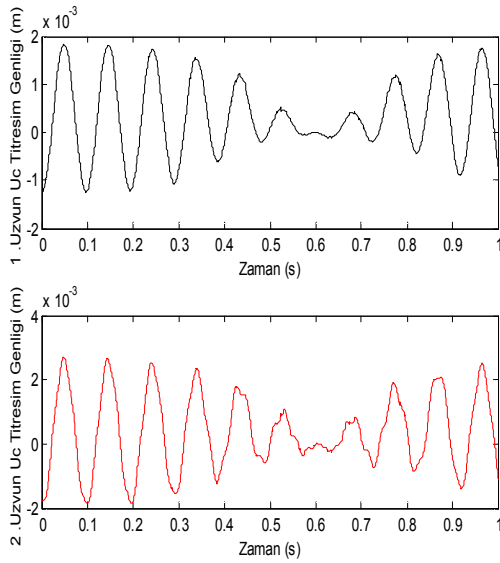
Ėlekl 6.29 Kesitler : Her Ėki Uzun Kare; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Alüminyum Malzeme



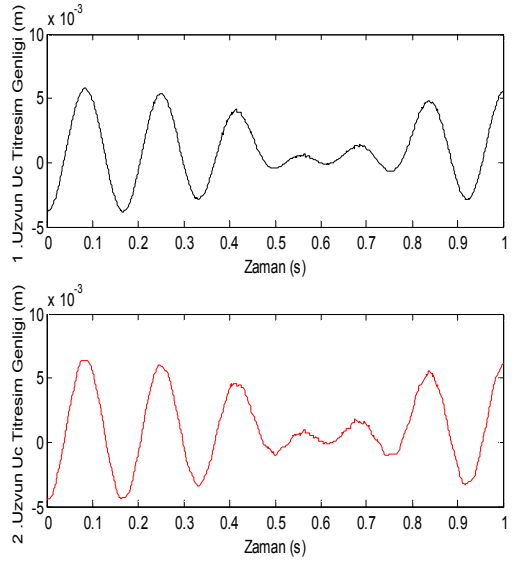
1. Uzun Kare Alüm., 2. Uzun Kare Titan.



1. Uzun Kare Çelik, 2. Uzun Kare Titan.



1. Uzun Kare Titan., 2. Uzun Kare Titan.



1. Uzun Ka. Fos. Brz, 2. Uzun Kare Titan.

Şekil 6.30 Kesitler : Her iki Uzun Kare; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Titanyum Malzeme

Çizelge 6.9 1. Uzun Kare; 2. Uzun Kare, κ ı Boş Kare ve κ ı Boş Daire Kesit için Titreşim Özellikleri

1. UZUV							2. UZUV									
Malzeme	Kare		İçi Boş Kare		İçi Boş Daire		Malzeme	Kare		İçi Boş Kare		İçi Boş Daire				
	Genlik	Frekans	Genlik	Frekans	Genlik	Frekans		Genlik	Frekans	Genlik	Frekans	Genlik	Frekans			
Alüminyum	1	15,0					Alüminyum	1,5	15,0							
Titanyum	1,8	11,5					Alüminyum	2,2	11,5							
Çelik	3	9,0					Alüminyum	3,3	9,0							
Fosforlu Bronz	6	6,5					Alüminyum	6	6,5							
Alüminyum	1	14,5					Titanyum	1,8	14,5							
Titanyum	1,9	11,0					Titanyum	2,5	11,0							
Çelik	3	9,0					Titanyum	3,5	9,0							
Fosforlu Bronz	6	6,5					Titanyum	6,5	6,5							
Alüminyum	1	14,0					Çelik	2	14,0							
Titanyum	1,8	10,5					Çelik	3	10,5							
Çelik	2,7	9,0					Çelik	4	9,0							
Fosforlu Bronz	6	6,5					Çelik	7	6,5							
Alüminyum	1	13,0					Fosforlu Bronz	4	14,0							
Titanyum	1,8	10,5					Fosforlu Bronz	4,5	10,5							
Çelik	3	8,5					Fosforlu Bronz	5	8,5							
Fosforlu Bronz	5,5	6,5					Fosforlu Bronz	8	6,5							
Alüminyum	1	15,0					Alüminyum		1					15,0		
Titanyum	2	11,0					Alüminyum		2					11,0		
Çelik	3	9,0					Alüminyum		3					9,0		
Fosforlu Bronz	6	6,0					Alüminyum		6					6,0		
Alüminyum	1	15,0					Titanyum		1,2					15,0		
Titanyum	2	11,0					Titanyum		2					11,0		
Çelik	3	9,0					Titanyum		3					9,0		
Fosforlu Bronz	6	6,5					Titanyum		6					6,5		
Alüminyum	1	14,5					Çelik		1,6					14,5		
Titanyum	1,9	11,0					Çelik		2,5					11,0		
Çelik	3	9,0					Çelik		3,5					9,0		
Fosforlu Bronz	5,5	6,5					Çelik		6					6,5		
Alüminyum	1	14,0					Fosforlu Bronz		2,2					14,0		
Titanyum	1,9	10,5					Fosforlu Bronz		3					10,5		
Çelik	2,6	9,0					Fosforlu Bronz		4					9,0		
Fosforlu Bronz	6	6,5					Fosforlu Bronz		6					6,5		
Alüminyum	1	15,0	Alüminyum		1	15,0										
Titanyum	2	11,0	Alüminyum		2	11,0										
Çelik	3	9,0	Alüminyum		3	9,0										
Fosforlu Bronz	6	6,0	Alüminyum		6	6,5										
Alüminyum	1	15,0	Titanyum		1,2	15,0										
Titanyum	1,9	11,0	Titanyum		2	11,0										
Çelik	3	9,0	Titanyum		3	9,0										
Fosforlu Bronz	6	6,5	Titanyum		6	6,5										
Alüminyum	1	14,5	Çelik		1,5	14,5										
Titanyum	1,9	11,0	Çelik		2,2	11,0										
Çelik	2,8	9,0	Çelik		3,2	9,0										
Fosforlu Bronz	6	6,5	Çelik		6	6,5										
Alüminyum	1	14,0	Fosforlu Bronz		2	14,0										
Titanyum	1,9	10,5	Fosforlu Bronz		3	10,5										
Çelik	2,8	9,0	Fosforlu Bronz		4	9,0										
Fosforlu Bronz	6	6,5	Fosforlu Bronz		7	6,5										

Çizelge 6.10 1. Uzun İç Boş Kare; 2. Uzun Kare, İç Boş Kare ve İç Boş Daire Kesit İçin
Titreşim Özellikleri

1. UZUV						2. UZUV											
Malzeme	Kare		İçi Boş Kare		İçi Boş Daire		Malzeme	Kare		İçi Boş Kare		İçi Boş Daire					
	Genlik *10 ⁻³	Frekans	Genlik *10 ⁻³	Frekans	Genlik *10 ⁻³	Frekans		Genlik *10 ⁻³	Frekans	Genlik *10 ⁻³	Frekans	Genlik *10 ⁻³	Frekans				
Alüminyum			0,1	33,0			Alüminyum	0,6	34,0								
Titanyum				0,4			23,0	Alüminyum	0,9					23,0			
Çelik				1			15,0	Alüminyum	1,4					15,0			
Fosforlu Bronz				2			10,5	Alüminyum	2,4					10,5			
Alüminyum				0,1			27,0	Titanyum	1					27,0			
Titanyum				0,25			21,0	Titanyum	1					21,0			
Çelik				1			14,5	Titanyum	1,5					14,5			
Fosforlu Bronz				2			10,0	Titanyum	3					10,0			
Alüminyum				0,1			24,0	Çelik	1,2					24,0			
Titanyum				0,3			20,0	Çelik	2					20,0			
Çelik				1			14,5	Çelik	2					14,5			
Fosforlu Bronz				2			10,0	Çelik	3,5					10,0			
Alüminyum				0,12			17,5	Fosforlu Bronz	2,2					17,5			
Titanyum				0,4			16,0	Fosforlu Bronz	3					16,0			
Çelik				1			13,0	Fosforlu Bronz	4					13,0			
Fosforlu Bronz				2			10,0	Fosforlu Bronz	5					10,0			
Alüminyum				0,12			39,0	Alüminyum						0,2	39,0		
Titanyum				0,4			24,0	Alüminyum						0,5	24,0		
Çelik				1			15,0	Alüminyum						1	15,0		
Fosforlu Bronz				2			10,5	Alüminyum						2	10,5		
Alüminyum				0,12			36,0	Titanyum						0,4	36,0		
Titanyum				0,38			23,0	Titanyum						0,6	23,0		
Çelik				1			15,0	Titanyum						1,2	15,0		
Fosforlu Bronz				2			10,5	Titanyum						2,2	10,5		
Alüminyum				0,1			30,0	Çelik						0,7	30,0		
Titanyum				0,35			22,0	Çelik						1	22,0		
Çelik				1			14,5	Çelik						1,5	14,5		
Fosforlu Bronz				2			10,5	Çelik						2,5	10,5		
Alüminyum				0,12			23,0	Fosforlu Bronz						1,5	23,0		
Titanyum				0,4			19,0	Fosforlu Bronz						2	19,0		
Çelik				1			14,0	Fosforlu Bronz						2,2	14,0		
Fosforlu Bronz				2			10,0	Fosforlu Bronz						3,5	10,0		
Alüminyum		0,12	41,0	Alüminyum			0,2	41,0									
Titanyum		0,38	24,0	Alüminyum			0,45	24,0									
Çelik		1	15,0	Alüminyum			1	15,0									
Fosforlu Bronz		2	10,5	Alüminyum			2	10,5									
Alüminyum		0,12	37,0	Titanyum			0,35	37,0									
Titanyum		0,4	23,0	Titanyum			0,6	23,0									
Çelik		1	15,0	Titanyum			1,2	15,0									
Fosforlu Bronz		2	10,5	Titanyum			2,2	10,5									
Alüminyum		0,12	31,0	Çelik			0,7	31,0									
Titanyum		0,38	22,0	Çelik			1	22,0									
Çelik		1	15,0	Çelik			1,5	15,0									
Fosforlu Bronz		2	10,5	Çelik			2,5	10,5									
Alüminyum		0,12	25,0	Fosforlu Bronz			1,2	25,0									
Titanyum		0,35	20,0	Fosforlu Bronz			1,7	20,0									
Çelik		1	14,5	Fosforlu Bronz			2	14,5									
Fosforlu Bronz		2	10,5	Fosforlu Bronz			3	10,5									

Çizelge 6.11 1. Uzun κ ı Boı Daire; 2. Uzun Kare, κ ı Boı Kare ve κ ı Boı Daire Kesit için
Titreım Özellikleri

1. UZUV						2. UZUV							
Malzeme	Kare		İç Boş Kare		İç Boş Daire		Malzeme	Kare		İç Boş Kare		İç Boş Daire	
	Genlik $\cdot 10^{-3}$	Frekans	Genlik $\cdot 10^{-3}$	Frekans	Genlik $\cdot 10^{-3}$	Frekans		Genlik $\cdot 10^{-3}$	Frekans	Genlik $\cdot 10^{-3}$	Frekans	Genlik $\cdot 10^{-3}$	Frekans
Alüminyum					0,1	35,0	Alüminyum	0,6	35,0				
Titanyum					0,3	24,0	Alüminyum	0,7	24,0				
Çelik					0,75	16,0	Alüminyum	1,25	16,0				
Fosforlu Bronz					1,7	11,5	Alüminyum	2	11,5				
Alüminyum					0,1	28,0	Titanyum	1	28,0				
Titanyum					0,3	23,0	Titanyum	1,2	23,0				
Çelik					0,75	16,0	Titanyum	1,5	16,0				
Fosforlu Bronz					1,5	11,5	Titanyum	2,5	11,5				
Alüminyum					0,1	29,0	Çelik	0,75	29,0				
Titanyum					0,3	22,0	Çelik	0,75	22,0				
Çelik					0,75	14,5	Çelik	1,3	14,5				
Fosforlu Bronz					1,7	10,5	Çelik	2,2	10,5				
Alüminyum					0,1	17,0	Fosforlu Bronz	2,2	17,0				
Titanyum					0,3	16,0	Fosforlu Bronz	2,5	16,0				
Çelik					0,75	14,0	Fosforlu Bronz	4	14,0				
Fosforlu Bronz					1,5	10,5	Fosforlu Bronz	4	10,5				
Alüminyum					0,2	41,0	Alüminyum			0,3		41,0	
Titanyum					0,5	23,0	Alüminyum			0,6		23,0	
Çelik					1,5	14,5	Alüminyum			1,5		14,5	
Fosforlu Bronz					3	10,5	Alüminyum			3		10,5	
Alüminyum					0,2	25,0	Titanyum			1,5		25,0	
Titanyum					0,4	21,0	Titanyum			3		21,0	
Çelik					1,5	15,0	Titanyum			4		15,0	
Fosforlu Bronz					3	11,5	Titanyum			5		11,5	
Alüminyum					0,2	38,0	Çelik			1,2		38,0	
Titanyum					0,5	22,0	Çelik			1,7		22,0	
Çelik					1,5	15,0	Çelik			2,5		15,0	
Fosforlu Bronz					3	10,5	Çelik			4		10,5	
Alüminyum					0,2	23,0	Fosforlu Bronz			1,7		23,0	
Titanyum					0,4	20,0	Fosforlu Bronz			3		20,0	
Çelik					1,5	15,0	Fosforlu Bronz			4		15,0	
Fosforlu Bronz					3	10,5	Fosforlu Bronz			5		10,5	
Alüminyum					0,17	30,0	Alüminyum					0,25	30,0
Titanyum					0,5	18,0	Alüminyum					0,6	18,0
Çelik					1,5	11,0	Alüminyum					1,5	11,0
Fosforlu Bronz					3	8,0	Alüminyum					3	8,0
Alüminyum					0,17	27,0	Titanyum					0,5	27,0
Titanyum					0,5	16,0	Titanyum					0,75	16,0
Çelik					1,5	10,5	Titanyum					1,8	10,5
Fosforlu Bronz					3	7,5	Titanyum					3,3	7,5
Alüminyum					0,17	22,0	Çelik					1,3	22,0
Titanyum					0,5	15,0	Çelik					1,3	15,0
Çelik					1,5	10,5	Çelik					2	10,5
Fosforlu Bronz					3	7,5	Çelik					4	7,5
Alüminyum					0,17	18,0	Fosforlu Bronz					2	18,0
Titanyum					0,5	14,0	Fosforlu Bronz					2,5	14,0
Çelik					1,5	10,0	Fosforlu Bronz					3	10,0
Fosforlu Bronz					3	7,5	Fosforlu Bronz					5	7,5

Çizelge 6.9, 6.10 ve 6.11'ın incelenmesi üzerine aşağıdaki sonuçlar gözlenmiştir.

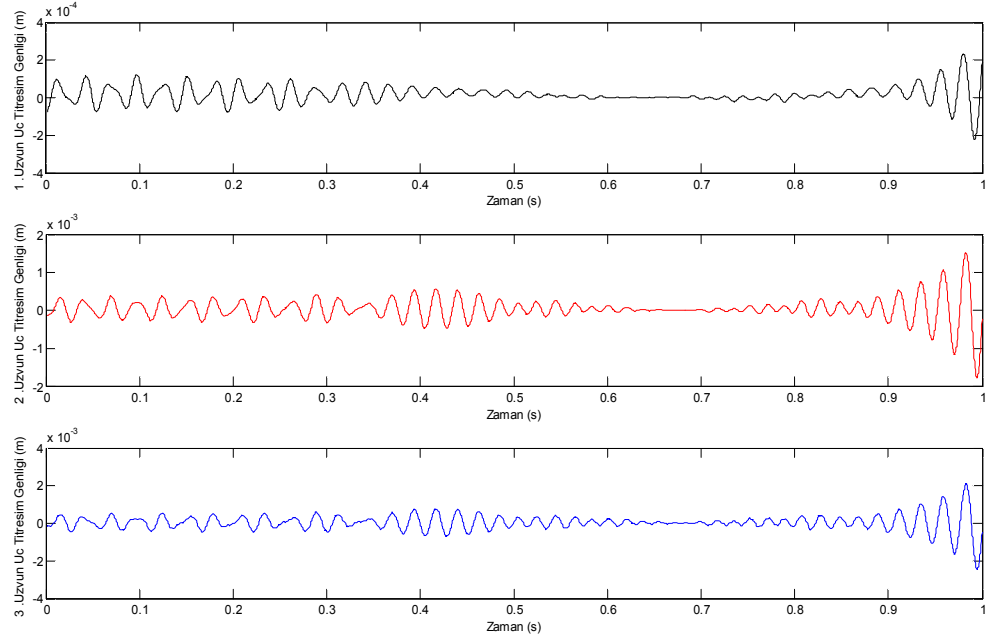
- En düşük genlikli robot uç noktası titreşimlerinin, her iki uzvun da içi boş kesit yapışına sahip olması durumunda olduğu gözlenmiştir.
- Yine en düşük genlikli robot uç noktası titreşimlerinin, her iki uzvun malzemesinin alüminyum olması durumunda gerçekleştirildiği görülmüştür.
- En yüksek genlikli robot uç noktası titreşimlerinin, her iki uzvun malzemesinin fosforlu bronz olması durumunda gerçekleştirildiği görülmüştür.
- Uzun kütleleri, uzun kesit alanları ve çalışma hızları aynı olmasına rağmen her iki uzvun alüminyum veya fosforlu bronz olması durumunda robot uç noktasının yaptığı titreşimlerin genlikleri arasında en az 5, en fazla 20 kat farklı olduğu görülmüştür.
- Birinci uzvun kesit alanının içi boş kare veya içi boş daire kesit olması durumunda, ikinci uzvun kesit alanının içi boş kare veya içi boş kesit olmasının robot uç noktası titreşimlerinin yapışında değişiklik tirmediği görülmüştür.

Yazdığımız üç uzuvlu sistemler için çalıştığımız esnasında yine uzuv kütleleri sabit ve uzuv uç noktalarında belli bir kütlenin var olduğu kabul edilmiştir. Uzun kesit yapış olarak içi boş kare ve içi boş daire esas alınmıştır. Uzun malzemesi olarak, alüminyum ve çelik tercih edilmiştir. Çalışmada esas alınan sayısal değerler Çizelge 6.12 de verilmiştir.

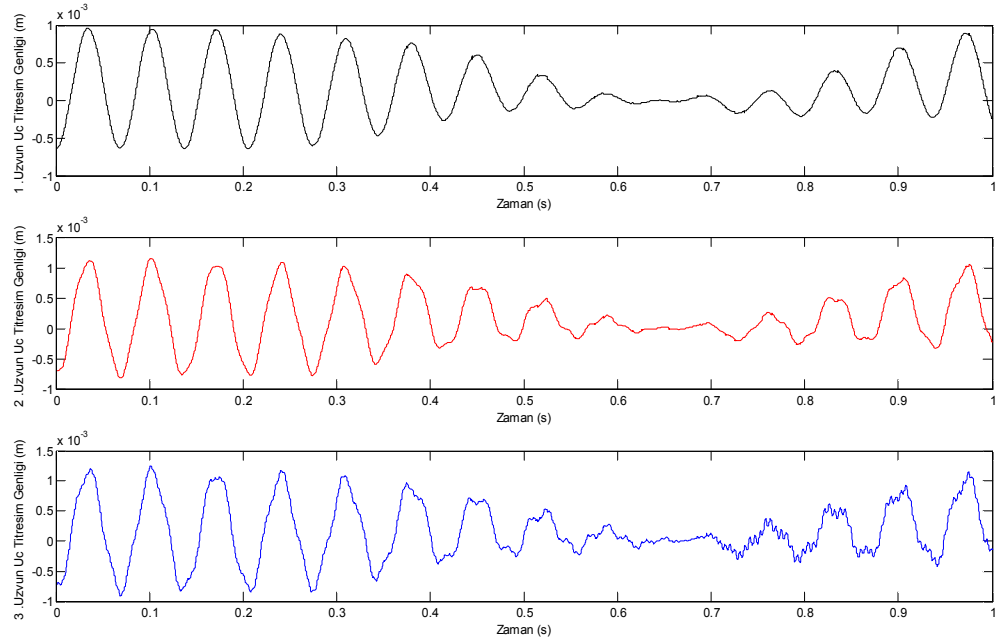
Çizelge 6.12 Üç Uzuvlu Sistem için Uzun Özellikleri

Malzeme	1. UZUV		2. UZUV		3. UZUV	
	$m_1 = 4 \text{ kg}$, $L_1 = 0,9 \text{ m}$, $MS_1 = 3 \text{ kg}$		$m_2 = 2 \text{ kg}$, $L_2 = 0,7 \text{ m}$, $MS_2 = 1 \text{ kg}$		$m_3 = 1 \text{ kg}$, $L_3 = 0,5 \text{ m}$, $MS_3 = 0,5 \text{ kg}$	
	İç Boş Kare $t = 5 \text{ mm}$ $a_d = \dots \text{ mm}$	İç Boş Daire $t = 5 \text{ mm}$ $d_d = \dots \text{ mm}$	İç Boş Kare $t = 5 \text{ mm}$ $a_d = \dots \text{ mm}$	İç Boş Daire $t = 5 \text{ mm}$ $d_d = \dots \text{ mm}$	İç Boş Kare $t = 5 \text{ mm}$ $a_d = \dots \text{ mm}$	İç Boş Daire $t = 5 \text{ mm}$ $d_d = \dots \text{ mm}$
Alüminyum	87,0008	109,4067	57,7148	72,1186	41,9000	52,0000
Çelik	33,4900	41,2746	23,3150	28,3194	17,8000	21,3000

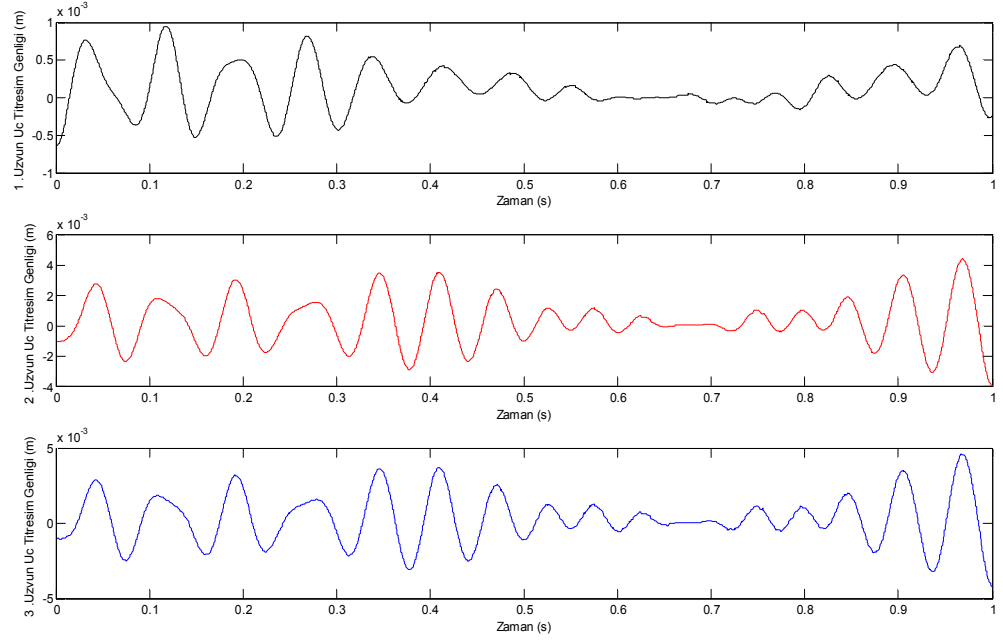
Yazdığımız üç elastik uzva sahip robot sistemi için farklı malzeme ve uzun kesit alanı konfigürasyonlarına göre çalıştığımız sonucu Şekil 6.31 - 6.36 da görülen uzun uç nokta titreşim özellikleri elde edilmiştir.



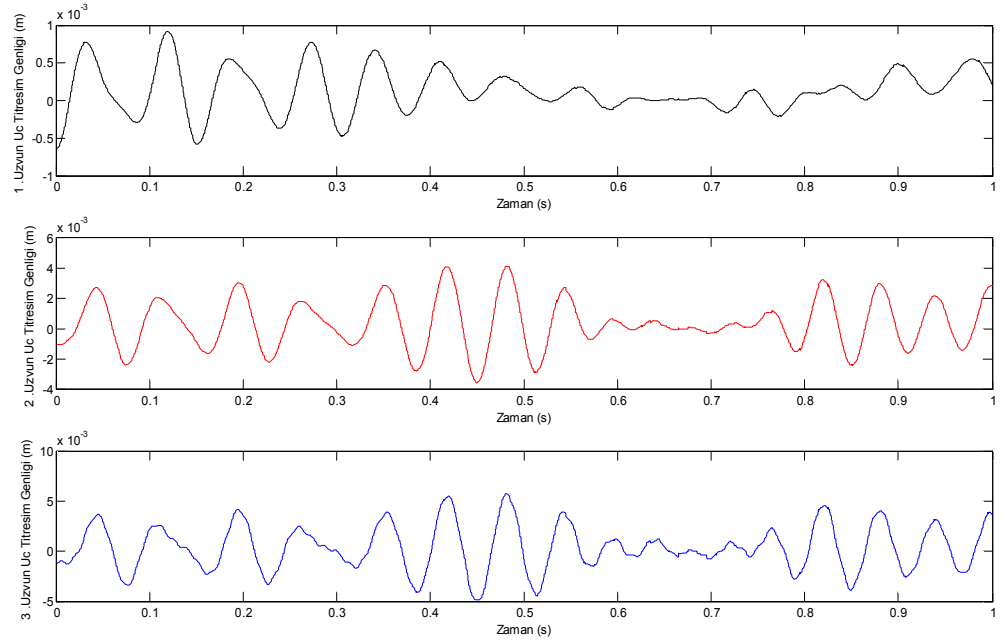
Şekil 6.31 Kesitler : Her Üç Uzun $\square$ Bolı Kare ve Alüminyum Malzeme



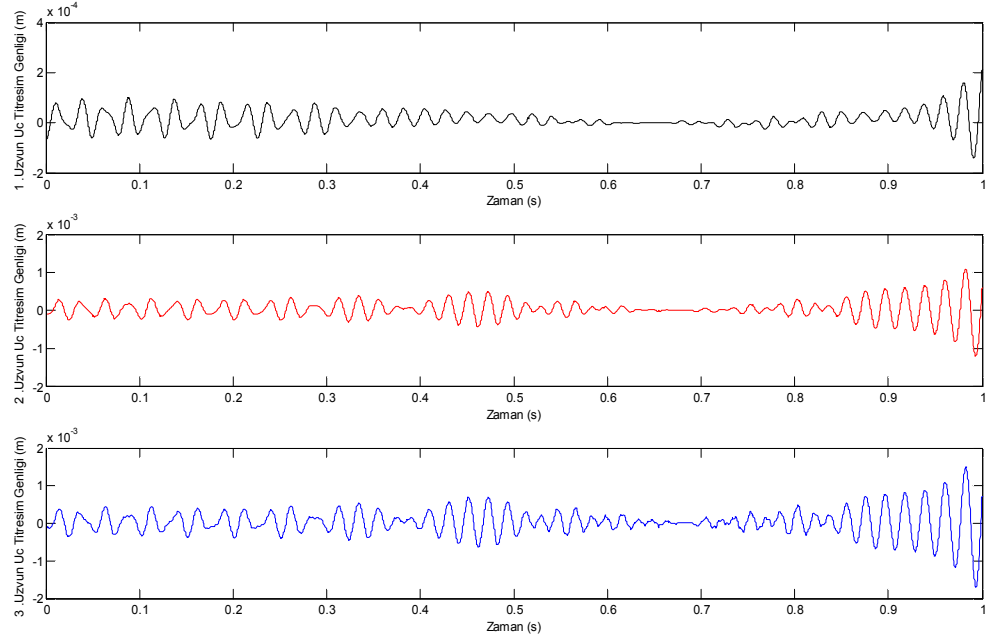
Şekil 6.32 Kesitler : Her Üç Uzun $\square$ Bolı Kare; 1. Uzun Çelik Diğer Uzunlar Alüminyum



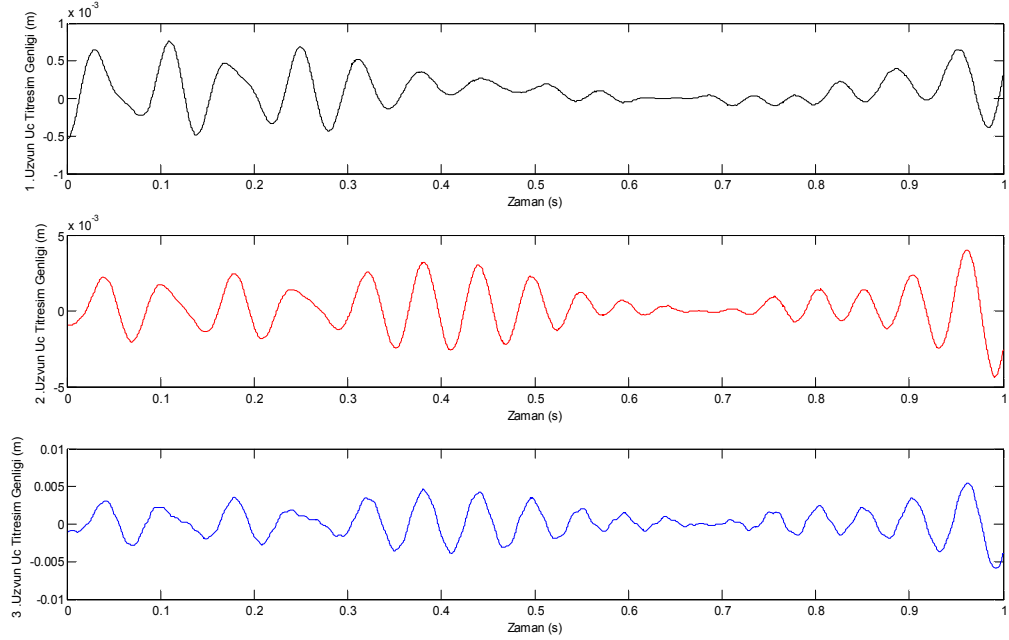
Şekil 6.33 Kesitler : Her Üç Uzun κ ı Boş Kare; 1. ve 2. Uzun Çelik 3. Uzun Alüminyum



Şekil 6.34 Kesitler : Her Üç Uzun κ ı Boş Kare; Her Üç Uzun Çelik



Şekil 6.35 Kesitler : Her Üç Uzun İki Bol Daire; Her Üç Uzun Alüminyum



Şekil 6.36 Kesitler : Her Üç Uzun İki Bol Daire; Her Üç Uzun Çelik

- Her üç uzvun da aynı malzemeden olması durumunda yine en düşük robot uç noktası titreşim genlikleri alüminyum malzeme durumunda gözlenmiştir.
- Çalışma şartlarında herhangi bir değişiklik olmamasına rağmen, uzuv malzemesinde değişiklik yapıldığında taktirde robot uç noktasının titreşim özelliklerinin ciddi şekilde değiştiği gözlenmiştir.
- Uzuv kesit yapısının içi boş kare veya içi boş daire olması durumunda robot uç nokta titreşim özellikleri arasında dikkate değer fark olmadığı gözlenmiştir.

7. SONUÇLAR

7.1 Değerlendirme

Literatürde, elastik uzuvlu robotların modellenmesi amacıyla muhtelif çalışmalar bulunmaktadır. Ancak matematiksel modellerinin elde edilmesi ve elde edilen denklemlerin çözümlenmesi yoğun işlem gerektirdiğinden bir takım basitleştirmelere gidilmektedir. Ayrıca yapılan çalışmalar genelde iki elastik uzuv üzerine yapılırken pek nadir olarak üç uzuv için çalışma yapıldığı literatürde görülmektedir.

Bu çalışmada, söz konusu basitleştirmeleri biraz daha azaltmak için yeni bir modelleme önerilmiş ve n adet elastik uzva sahip döner mafsallı ve düzlemsel robotların matematiksel modelleri için matris esaslı bir formülasyon elde edilmiştir. Daha sonra bu formülasyonu kullanarak incelenen sistemin matematiksel modelini parametrik olarak veren bu denklemlerin sayısallaştırılıp çözümlenmesine imkan bir yazılım geliştirilmiştir.

Bu yazılım farklı malzeme ve uzuv kesit alanı ile farklı çalışma hızlarına sahip sistemler için çok farklı kombinasyonlar için çalıştırılmıştır. Bu çalışmalar sonucu elde edilen uzuv uç noktası titreşimleri değerlendirilerek çalışma hızları, uzuv kütle özellikleri ve oluşan uzuv nokta titreşimleri arasındaki ilişki belirlenmiştir.

7.2 Tez ile Saklanan Faydalar

Bu tez ile elastik uzuvlu robotların dinamik davranışlarının incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaca ulaşmanın en önemli yolu ise robotun dinamik denklemlerini, robotu gerçeğe yakın şekilde modelleyecek şekilde elde etmektir. Bu ise, birçok parametrenin hesaba katılması ile mümkündür. Birçok parametreyi hesaba katmak ise, robotu temsil eden dinamik denklemlerin hacminin büyümesine yol açmaktadır. EK 1, EK 2, ve EK 3 de robotu sadece rijid olarak modelleyen dinamik denklemlerle, elastikliği de hesaba katarak modelleyen dinamik denklemler arasında nasıl hacim farkı olduğu görülmektedir.

Yine verilen denklemlerden görüldüğü gibi uzuv sayısı arttıkça dinamik denklemlerin hacimleri de artmaktadır. Bu denklemleri elde etmek yoğun işlem ve zaman gerektirirken, çözümleri hemen hemen imkansızdır. Bu nedenle bu çalışmalarda bilgisayarlardan faydalanmak bir zaruret olmaktadır.

Literatürde yapılan çalışmalarda, 1 ekin fonksiyonunun sinüs fonksiyonu olarak seçilmesi durumunda genellikle uzuv uç noktasının elastik yer değiştirmesi sıfır kabul edilerek

basitleştirmeler yapmaktadır. Bu çalışmada, İlekil fonksiyonunun sinüs fonksiyonu olarak seçilmesi durumunda uzuv uç noktasının elastik yer deşiltirmesinin en az $\pi \cdot q$ olmasi gerektiği gösterilmiştir.

Yapılan bu çalışma ile n adet elastik uzva sahip ve döner mafsallı düzlemsel bir robotun dinamik denklemleri otomatik olarak parametrik formda elde edilebilmektedir. Elde edilen bu denklemler daha sonra defalarca sayısal olarak kullanılabilmekte ve çözülebilmektedir. Elde edilen çözüm değerleri ile robotun dinamik davranışlarının değerlendirmesi yapılabilmektedir. İstenirse geriye dönölerek sayısal değerlerde deşiliklik yapılabilmekte ve denklemlerin tekrar çözümleri elde edilebilmektedir. Böylece parametreler için farklı sayısal değerlerin girilmesi durumunda ne gibi farklı sonuçların elde edilebileceği görülebilmektedir.

7.3 Çalışma Sonucu Ortaya Çıkan Gözlemler

Çizelge 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 6.9, 6.10 ve 6.11 ile İlekil 6.31, 6.36nın incelenmesi ile İu sonuçlar gözlemlenmiştir:

- Tek uzuvlu sistem durumunda, kesit alanının dolu olmasının robot uç nokta titreşim özelliklerini etkilemediği görülmüştür.
- İçi boş kesit durumunda robot uç noktasının titreşim özelliklerinin deşilmediği, hatta kesit yapışi içi boş daire olmasi durumunda titreşimlerin genliklerinin içi boş kare kesitli yapıya göre yaklaşık %18 düşük, titreşim frekansının ise yaklaşık %10 fazla olduğu görülmüştür.
- En düşük genlikli robot uç noktası titreşimlerinin, her iki uzvun da içi boş kesit yapışına sahip olmasi durumunda oluştuduğı gözlenmiştir.
- Uzuv sayışına bağılı olmaksızın en düşük genlikli robot uç noktası titreşimlerinin, uzuv malzemelerinin alüminyum olmasi durumunda gerçekteği görülmüştür.
- En yüksek genlikli robot uç noktası titreşimlerinin ise uzuv malzemelerinin fosforlu bronz olmasi durumunda gerçekteği görülmüştür.
- Birden fazla elastik uzva sahip sistemlerde uzuv kesit alanının içi boş kare veya içi boş daire olmasının robot uç noktası titreşimlerinin yapışına deşiltirmediği görülmüştür.

7.4 Gelecekte Yapılabilecek Çalışmalar

Bu çalışma düzlemsel ve döner mafsallara sahip robotlar esas alınarak yapıldı. Elde edilen dinamik denklemler düz dinamik analiz yaklaşımı ile çözüldü. Farklı malzeme ve uzuv kesit alanları için çözümler yapıldı. Bu sonuçlara göre genel değerlendirmeler yapıldı. Bundan sonraki çalışmalarda;

- Bu çalışma düzlemsel ve döner mafsallara sahip robotlar esas alınarak yapıldı. Bundan sonraki çalışmalarda kayar mafsallara sahip düzlemsel robotlar yine bu çalışmadaki yaklaşımla incelenebilir.
- Yine bu çalışmada elde edilen dinamik denklemler düz dinamik analiz yaklaşımı ile çözüldü. Bundan sonraki çalışmalarda ters dinamik analiz yoluna gidilebilir.
- Denklemlerin çözümü ile elde edilen sonuçlar değerlendirilerek parametrelerde sayısal değişiklik yapıldı ve dinamik denklemler tekrar çözüldü. Uzuv uç titreşimlerini en aza indirecek parametre optimizasyonu yapılabilir.
- Aynı yaklaşımla, uzaysal çalışan elastik uzuvlu robotların dinamik denklemleri bilgisayar yardımıyla elde edilebilir.

KAYNAKLAR

- Abderrahim, M., Whittaker, A. R., (2000) Kinematic Model Identification of Industrial Manipulators, Robotics and Computer Integrated Manufacturing, Vol 16, pp. 1-8
- Akbaba, L., Yüksel, İ., (2006) Eğilmeye ve Burulmaya Maruz Elastik Robot Kolunun Dinamik Modeli, Gazi Üni. Müh. Mim. Fak. Dergisi, Cilt 21(2), pp. 349-357
- Al Bedoor, B. O., Hamdan, M. N. , (2001) Geometrically Non-Linear Dynamic Model of a Rotating Flexible Arm, Journal of Sound and Vibration, Vol 240(1), pp. 59-72
- Aoustin, Y., Formal'sky, A., (1997) On the Synthesis of a Nominal Trajectory for Control Law of a One Link Flexible Arm, The International Journal of Robotic System, Vol 16(1), pp. 36-46
- Arteaga, M. A., (2000) Tracking Control of Flexible Robot Arms With a Nonlinear Observer, Automatica, Vol 36(9), pp. 1329-1337
- Bascetta, L., Rocco, P., (2006) End-point Vibration Sensing of Planar Flexible Manipulators Through Visual Servoing, Mechatronics, Vol 16(3-4), pp. 221-232
- Behdinan, K., Stylianou, M. C., Tabarrok, B., (1997) Dynamics of Flexible Sliding Beams Non-Linear Analysis Part I: Formulation, Journal of Sound and Vibration, Vol 208(4), pp. 517-539
- Boyer, F., Khalil, W., (1998) An Efficient Calculation of Flexible Manipulator Inverse Dynamics, The International Journal of Robotic System, Vol 17(3), pp. 282 - 293
- Caracciolo, R., Richiedei, D., Trevisani, A., Zanotto, V., (2005) Robust Mixed-Norm Position and Vibration Control of Flexible Link Mechanisms, Mechatronics, Vol 15(7), pp. 767-791
- Chalhoub, N. G., Kfoury, G. A., Bazzi, B. A., (2006) Design of Robust Controllers and a Nonlinear Observer for The Control of a Single-Link Flexible Robotic Manipulator, Journal of Sound and Vibration, Vol 291(1-2), pp. 437-461
- Cheong, J., Youm, Y., (2003) System mode approach for analysis of horizontal vibration of 3-D two-link flexible manipulators , Journal of Sound and Vibration, Vol 268(1), pp. 49-70
- Cheong, J., Youm, Y., Chung, W. K. , (2004) Accessibility and Identifiability of Horizontal Vibration in 3-D Two-Link Flexible Robots: System Mode Approach, Journal of Sound and Vibration, Vol 269(3-5), pp. 489-509
- Chin, J. H., Lin, S. T., (1997) The Path Precompensation Method for Flexible Arm Robot, Robotics and Computer Aided Manufacturing, Vol 13(3), pp. 203-215
- Choura, S., Yigit, A. S., (2001) Control of a Two-Link Rigid-Flexible Manipulator With a Moving Payload Mass, Journal of Sound and Vibration, Vol 243(5), pp. 883-897
- Dadfarnia, M., Jalilia, N., Liu, Z., Dawson, D. M., (2004) An Observer Based Piezoelectric Control of Flexible Cartesian Robot Arms: Theory and Experiment, Control Engineering Practice, Vol 12, pp. 1041-1053
- Damaren, C. J., (1998) Modal Properties and Control System Design for Two Link Flexible Manipulators, The International Journal of Robotic System, Vol 17(6), pp. 667 - 678
- Das, M. T., Dülger, L. C., (2005) Mathematical Modelling, Simulation and Experimental Verification of a SCARA Robot, Simulation Modelling Practice and Theory, Vol 13(3), pp.

257-271

Denavit, J., Hartenberg, R. S., (1955) A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices, ASME Journal of Applied Mechanics, June pp. 215-221

Dixon, W. E., Moses, D., Walker, I. D., Dawson, D. M., (2001) A Simulink Based Robotic Toolkit for Simulation and Control of the PUMA 560 Robot Manipulator, International Conference on Intelligent Robots and Systems, Maui, Hawaii

Dwivedy, S. K., Eberhard, P., (2006) Dynamic Analysis of Flexible Manipulators, a Literature Review, Mechanism and Machine Theory, Vol 41(7), pp. 749-777

Feliu, V., Pereira, E., Diaz, I. M., Roncero, P., (2006) Feedforward Control of Multimode Single-Link Flexible Manipulators Based On an Optimal Mechanical Design, Robotics and Autonomous Systems, Vol 54(8), pp. 651-666

Feng, C., Kuo, J., Lee, C. J., (2001) Neural Network Control of a Rotating Elastic Manipulator, Computers & Mathematics with Applications, Vol 42(6-7), pp. 1009-1023

Frangos, C., Yavin, Y., (2001) Inverse Control of a Three-Link Manipulator, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol 190(40-41), pp. 5311-5324

Fung, E. H. K., Lee, C. K. M., (1999) Variable Structure Tracking Control of a Single Link Flexible Arm Using Time Varying Sliding Surface, Journal of Robotic System, Vol 16(12), pp. 715 - 726

Fung, E. H. K., Yau, T. W., (1999) Effects of Centrifugal Stiffening on the Vibration Frequencies of a Constrained Flexible Arm, Journal of Sound and Vibration, Vol 224(5), pp. 809-841

Gasparetto, A., (2001) Accurate Modelling of a Flexible-Link Planar Mechanism by means of a Linearized Model in The State-Space Form for Design of a Vibration Controller, Journal of Sound and Vibration, Vol 240(2), pp. 241-262

Hamdan, M. N., Al Bedoor, B. O., (2001) Non-Linear Free Vibrations of a Rotating Flexible Arm, Journal of Sound and Vibration, Vol 242(5), pp. 839-853

Hassan, M., Dubay, R., Li, C., Wang, R., (2007) Active Vibration Control of a Flexible One-Link Manipulator Using a Multivariable Predictive Controller, Mechatronics, Vol 17(6), pp. 311-323

Huang, A. C., Liao, K. K., (2007) FAT-Based Adaptive Sliding Control for Flexible Arms: Theory and Experiments, Journal of Sound and Vibration, Vol 298(1-2), pp. 194-205

Hongguang, F., Lu, Y., Chaochen, Z., (1998) A Computer-Aided Geometric Approach to Inverse Kinematics, Journal of Robotic System, Vol 15(3), pp. 131 - 143

Hou, X., Tsui, S. K., (2004) Analysis and Control of a Two-Link and Three-Joint Elastic Robot Arm, Applied Mathematics and Computation, Vol 152(3), pp. 759-777

Hou, X., Tsui, S., (2003) A Feedback Control and a Simulation of a Torsional Elastic Robot Arm, Applied Mathematics and Computation, Vol 142(2-3), pp. 389-407

Kalra, P., Mahapatra, P.B., Aggarwal, D.K., (2006) An Evolutionary Approach for Solving The Multimodal Inverse Kinematics Problem of Industrial Robots, Mechanism and Machine Theory, Vol 41(10), pp. 1213-1229

- Karagülle, H., Malgaca, L., (2004) Analysis of End Point Vibrations of a Two-Link Manipulator by Integrated CAD/CAE Procedures, *Finite Elements in Analysis and Design*, Vol 40(15), pp. 2049-2061
- Karkoub, M., Balas, G., Tamma, K., Donath, M., (2000) Robust Control of Flexible Manipulators Via μ -Synthesis, *Control Engineering Practice*, Vol 8(7), pp. 725-734
- Karkoub, M., Tamma, K., (2001) Modelling and μ -Synthesis Control of Flexible Manipulators, *Computers and Structures*, Vol 79, pp. 543-551
- Kepçeler, T., (1998) Esnek Robot Kollarında Optimum Hareket Sentezi, Doktora Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi
- Konno, A., Uchiyama, M., Kito, Y., Murakami, M., (1997) Configuration Dependent Vibration Controllability of Flexible Link Manipulators, *The International Journal of Robotic System*, Vol 16(4), pp. 567 - 576
- Kopmaz, O., Anderson, K. S., (2001) On The Eigenfrequencies of a Flexible Arm Driven by a Flexible Shaft, *Journal of Sound and Vibration*, Vol 240(4), pp. 679-704
- Köker, R., Öz, C., Çakar, T., Ekiz, H., (2004) A Study of Neural Network Based Inverse Kinematics Solution for a Three-Joint Robot, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol 49(3-4), pp. 227-234
- Kövecses, J., (1998) A Distributed Parameter Model for the Dynamics of Flexible Link Robots, *Journal of Robotic System*, Vol 15(5), pp. 281 - 298
- Kuo, K.Y., Lin, J., (2002) Fuzzy Logic Control for Flexible Link Robot Arm by Singular Perturbation Approach, *Applied Soft Computing*, Vol 2, pp. 24-38
- Kyung, K.J., Park, J., (2004) Flexible Robot Manipulator Path Design to Reduce The Endpoint Residual Vibration Under Torque Constraints, *Journal of Sound and Vibration*, Vol 275(3-5), pp. 1051-1068
- Lee, H.S., Chang, S. L., (2003) Development of a CAD/CAE/CAM System for a Robot Manipulator, *Journal of Materials Processing Technology*, Vol 140(1-3), pp. 100-104
- Lee, T. H., Ge, S. S., Wang, Z. P. , (2001) Adaptive Robust Controller Design for Multi Link Flexible Robots, *Mechatronics*, Vol 11, pp. 951-967
- Lertpiriyasuwat, V., Berg, M. C., Buffinton, K. W., (2000) Extended Kalman Filtering Applied to a Two Axis Robotic Arm with Flexible Links, *The International Journal of Robotic System*, Vol 19(3), pp. 254 - 270
- Lin, J., Lewis, F. L. , (2003) Two-Time Scale Fuzzy Logic Controller of Flexible Link Robot Arm, *Fuzzy Sets and Systems*, Vol 139(1), pp. 125-149
- Linares, S. L., Konno, A., Uchiyama, M., (1997) Vibration Suppression Control of 3D Flexible Robots Using Velocity Inputs, *Journal of Robotic System*, Vol 14(12), pp. 823 - 837
- Luo, Z. H., Feng, D. X., (1999) Nonlinear Torque Control of a Single-Link Flexible Robot, *Journal of Robotic System*, Vol 16(1), pp. 25 - 35
- Matsuno, F., Kasai, S., (1998) Modeling and Robust Force Control of Constrained One Link Flexible Arms, *Journal of Robotic System*, Vol 15(8), pp. 447 - 464
- Moallem, M., Patel, R. V., Khorasani, K., (2001) Nonlinear Tip-Position Tracking Control of

a Flexible-Link Manipulator: Theory and Experiments, *Automatica*, Vol 37(11), pp. 1825-1834

Mohamed, Z., Tokhi, M. O., (2004) Command Shaping Techniques for Vibration Control of a Flexible Robot Manipulator, *Mechatronics*, Vol 14(1), pp. 69-70

Morris, A. S., Madani, A., (1998) Quadratic Optimal Control of a Two Flexible Link Robot Manipulator, *Robotica*, Vol 16, pp. 97-108

Muszynski, R., (2002) A solution to The Singular Inverse Kinematic Problem for a Manipulation Robot Mounted on a Track, *Control Engineering Practice*, Vol 10(1), pp. 35-43

Oke, G., Istefanopulos, Y., (2003) Tip Position Control of a Two-Link Flexible Robot Manipulator Based on Nonlinear Deflection Feedback, *Chaos, Solitons & Fractals*, Vol 17(2-3), pp. 499-504

Pagilla, P. R., Tomizuka, M., (2001) An Adaptive Output Feedback Controller for Robot Arms: Stability and Experiments, *Automatica*, Vol 37(7), pp. 983-995

Park, H. W., Yang, H. S., Park, Y. P., Kim, S.H., (1999) Position and Vibration Control of a Flexible Robot Manipulator Using Hybred Controller, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol 28, pp. 31-41

Park, J. H., Kim, J. H., (1999) Dynamic Analysis of Rotating Curved Beam With a Tip Mass, *Journal of Sound and Vibration*, Vol 228(5), pp. 1017-1034

Shan, J., Liu, H. T., Sun, D., (2005) Modified Input Shaping for a Rotating Single-Link Flexible Manipulator, *Journal of Sound and Vibration*, Vol 285(1-2), pp. 187-207

Shaw, J., (2001) Noniterative Solution of Inverse Problems by The Linear Least Square Method, *Applied Mathematical Modelling*, Vol 25(8), pp. 683-696

Shi, Z. X., Fung, E. H. K., Li, Y. C., (1999) Dynamic Modelling of a Rigid-Flexible Manipulator for Constrained Motion Task Control, *Applied Mathematical Modelling*, Vol 23(7), pp. 509-525

Siciliano, B., (1999) Closed-Loop Inverse Kinematics Algorithm for Constrained Flexible Manipulators Under Gravity, *Journal of Robotic System*, Vol 16(6), pp. 353 - 362

Somolinos, J. A., Feliu, V., Sanchez, L., (2002) Design, Dynamic Modelling and Experimental Validation of a New Three Degree of Freedom Flexible Arm, *Mechatronics*, Vol 12, pp. 919-948

Subudhi, B. ve Morris, A. S., (2002) Dynamic Modelling, Simulation and Control of a Manipulator With Flexible Links and Joints, *Robotics and Autonomous Systems*, Vol 41(4), pp. 257-270

Surdhar, J. S., White, A. S., (2003) A Parallel Fuzzy-Controlled Flexible Manipulator Using Optical Tip Feedback, *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, Vol 19(3), pp. 273-282

Theodere, R. J., Ghosal, A., (2003) Robust Control of Multilink Flexible Manipulators, *Mechanism and Machine Theory*, Vol 38(4), pp. 367-377

Tisell, C., Orsborn, K., (2001) Using an Extensible Object-Oriented Query Language in Multibody System Analysis, *Advances in Engineering Software*, Vol 32(10-11), pp. 769-777

Tso, S. K., Yang, T. W., Xu, W. L., Sun, Z. Q., (2003) Vibration Control for a Flexible-Link Robot Arm With Deflection Feedback, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, Vol 38(1), pp. 51-62

Turhan, Ö., (1996) Robot Kinematiği ve Dinamiği Ders Notları, İTÜ

Yang, H., Hong, J., Yu, Z., (2003) Dynamics Modelling of a Flexible Hub-Beam System With a Tip Mass, *Journal of Sound and Vibration*, Vol 266, pp. 759-774

Yang, J. B., Jiang, L. J., Chen, D. C., (2004) Dynamic Modelling and Control of a Rotating Euler-Bernoulli Beam, *Journal of Sound and Vibration*, Vol 274, pp. 863-875

Yavin, Y., (2001) Control of a Three-Link Manipulator With an Inequality Constraint on The Velocity of Its End-Effector, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol 190(39), pp. 5089-5103

Yoshikawa, T., Hosoda, K., (1996) Modeling of Flexible Manipulators Using Virtual Rigid Links and Passive Joints, *The International Journal of Robotic System*, Vol 15(3), pp. 290 - 299

Ziaei, K., Wang, D. W. L., (2006) Application of Orthonormal Basis Functions for Identification of Flexible-Link Manipulators, *Control Engineering Practice*, Vol 14(2), pp. 99-106

Zichen, D., Xiaorong, W., Yuli, Z. , (2003) Precise Control for Vibration of Rigid-Flexible Mechanical Arm, *Mechanics Research Communications*, Vol 30(2), pp. 135-141

EKLER

- Ek 1 İki Elastik Uzunlu ve Döner Mafsallı Bir Robotun Elastik Kabuller Altında Dinamik Denklemleri
- Ek 2 Üç Elastik Uzunlu ve Döner Mafsallı Bir Robotun Rijid Kabuller Altında Dinamik Denklemleri
- Ek 3 Üç Elastik Uzunlu ve Döner Mafsallı Bir Robotun Elastik Kabuller Altında Dinamik Denklemleri
- Ek 4 Bir Elastik Uzunlu Robotun Verilen İartlar Altında Yapıl Olduğu Uç Titreşimleri
- Ek 5 İki Elastik Uzunlu Robotun Verilen İartlar Altında Yapıl Olduğu Uç Titreşimleri
- Ek 6 Homojen dönüşüm matrisleri, birinci ve ikinci dereceden türevleri üzerine yapılan işlemler
- Ek 7 İlekil fonksiyonu ve elastik yer deşiltirme üzerine yapılan işlemler
- Ek 8 Elastik yer deşiltirme vektörlerinin konum ve hızları üzerine yapılan işlemler
- Ek 9 f_{θ_i} için denklemlerin elde edilmesi
- Ek 10 f_{q_i} için denklemlerin elde edilmesi
- Ek 11 Uzun_Sayisi Fonksiyonu
- Ek 12 Uzun_Sayisi_Okunmasi Fonksiyonu
- Ek 13 DH_Tablosu Fonksiyonu
- Ek 14 DH_Tablosunun_Okunmasi Fonksiyonu
- Ek 15 DH_Matrisi Fonksiyonu
- Ek 16 Parametreler Fonksiyonu
- Ek 17 Yer_Matrisleri Fonksiyonu
- Ek 18 Homojen_Donusum_Matrisleri Fonksiyonu
- Ek 19 Homojen_Donusum_Matrisleri_Carpimi Fonksiyonu
- Ek 20 HDM_Kismi_Turevler Fonksiyonu
- Ek 21 Parametrik_Rijid_Denklemler Fonksiyonu
- Ek 22 Parametrik_Elastik_Denklemler Fonksiyonu
- Ek 23 Sayisal_Degerler_Tablosu Fonksiyonu
- Ek 24 Sayisal_Degerlerin_Okunmasi Fonksiyonu
- Ek 25 Sayisal_Rijid_Denklemler Fonksiyonu
- Ek 26 Sayisal_Elastik_Denklemler Fonksiyonu
- Ek 27 Hareket_Tanimlamasi Fonksiyonu

Ek 28	Hareket_Tablosu Fonksiyonu
Ek 29	Hareket_Tablosunun_Okunmasi Fonksiyonu
Ek 30	Hareket_Degerleri_Vektoru Fonksiyonu
Ek 31	Duz_Simulasyon Fonksiyonu
Ek 32	Rijid_Hareket_Degerleri Fonksiyonu
Ek 33	Rijid_Hareket_Degerleri Fonksiyonu
Ek 34	Cizimler Fonksiyonu
Ek 35	Rijid_Denklemlerin_Gosterimi Fonksiyonu
Ek 36	Elastik_Denklemlerin_Gosterimi Fonksiyonu
Ek 37	Hareket_Animasyon Fonksiyonu
Ek 38	Titresim_Genlikleri_Cizim Fonksiyonu

**Ek 1 İki Elastik Uzunlu ve Döner Mafsallı Bir Robotun Elastik Kabuller Altında
Dinamik Denklemleri**

Atalet

$$\text{Matrisi}(1,1)=\pi^3 \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2 + \pi^3 \cdot MS2 + 8414314364834221/9007199254740992 \cdot \pi^2 \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2 \cdot \cos(T2) + \pi^3 \cdot MS2 \cdot \cos(T2) + 4030424729978835/2251799813685248 \cdot RO1 \cdot A1 \cdot L1 + 2778046668940015/281474976710656 \cdot MS1$$

Atalet

$$\text{Matrisi}(1,2)=8414314364834221/9007199254740992 \cdot \pi \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2 \cdot \cos(T2) + \pi^2 \cdot MS2 \cdot \cos(T2) + 4030424729978835/2251799813685248 \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2 + 2778046668940015/281474976710656 \cdot MS2$$

Atalet

$$\text{Matrisi}(2,1)=1/9007199254740992 \cdot \pi^2 \cdot (8414314364834221 \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2 + 9007199254740992 \cdot MS2 \cdot \pi) \cdot \cos(T2)$$

Atalet

$$\text{Matrisi}(2,2)=4030424729978835/2251799813685248 \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2 + 2778046668940015/281474976710656 \cdot MS2$$

Cori. ve Merk. Kuv. Vektörü(1)=

$$DT2 \cdot \sin(T2) \cdot MS2 \cdot \pi \cdot DT1 \cdot L1 - \cos(T2) \cdot MS2 \cdot \pi \cdot DDT1 \cdot L1 + 8414314364834221/9007199254740992 \cdot DT2 \cdot \cos(T2) \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2 \cdot DT1 \cdot \pi \cdot q1 -$$

$$8414314364834221/4503599627370496 \cdot \pi \cdot DT2 \cdot \sin(T2) \cdot RO2 \cdot A2 \cdot Dq2 \cdot L2 -$$

$$2 \cdot \pi^2 \cdot MS2 \cdot Dq2 \cdot DT2 \cdot \sin(T2) + 3 \cdot \pi \cdot DT1 \cdot DT2 \cdot \sin(T2) \cdot MS2 \cdot L2 -$$

$$25242943094502663/9007199254740992 \cdot DT1 \cdot \pi \cdot \sin(T2) \cdot RO2 \cdot A2 \cdot Dq2 \cdot L2 -$$

$$3 \cdot DT1 \cdot \pi^2 \cdot MS2 \cdot Dq2 \cdot \sin(T2) - \pi \cdot DDT2 \cdot \cos(T2) \cdot MS2 \cdot L2 -$$

$$2 \cdot \pi^2 \cdot DT1^2 \cdot q1 \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2 + 1/2 \cdot \pi \cdot DT2^2 \cdot \sin(T2) \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2^2 -$$

$$2 \cdot \pi^2 \cdot DT1^2 \cdot \cos(T2) \cdot MS2 \cdot q2 - \pi \cdot DDT1 \cdot L1 \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2 -$$

$$3 \cdot \pi^2 \cdot DT1 \cdot DT2 \cdot \cos(T2) \cdot MS2 \cdot q2 -$$

$$8414314364834221/9007199254740992 \cdot \pi \cdot DT2^2 \cdot \cos(T2) \cdot RO2 \cdot A2 \cdot q2 \cdot L2 -$$

$$\pi^2 \cdot DT2^2 \cdot \cos(T2) \cdot MS2 \cdot q2 -$$

$$4030424729978835/2251799813685248 \cdot RO1 \cdot A1 \cdot q1 \cdot L1 \cdot DT1^2 -$$

$$820654554136657/1125899906842624 \cdot DDT1 \cdot RO1 \cdot A1 \cdot L1^2 -$$

$$2778046668940015/281474976710656 \cdot MS1 \cdot q1 \cdot DT1^2 - DDT1 \cdot MS1 \cdot L1 \cdot \pi -$$

$$\pi \cdot DDT1 \cdot L1 \cdot MS2 -$$

$$\begin{aligned}
& 8414314364834221/9007199254740992 \cdot \pi \cdot \text{DDT1} \cdot \sin(T2) \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot q^2 \cdot L^2 - \\
& \pi^2 \cdot \text{DDT1} \cdot \sin(T2) \cdot \text{MS2} \cdot q^2 - \text{DT2} \cdot \sin(T2) \cdot \text{MS2} \cdot \pi^2 \cdot Dq1 - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 \cdot \pi \cdot \text{DDT2} \cdot \sin(T2) \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot q^2 \cdot L^2 + \pi \cdot \text{DT1}^2 \cdot \sin \\
& (T2) \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot L^2 - \\
& 25242943094502663/9007199254740992 \cdot \pi \cdot \text{DT1} \cdot \text{DT2} \cdot \cos(T2) \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot q^2 \cdot L^2 - \\
& 1/2 \cdot \pi \cdot \text{DDT1} \cdot \cos(T2) \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot L^2 - \\
& \pi \cdot \text{DDT1} \cdot \cos(T2) \cdot \text{MS2} \cdot L^2 + 8414314364834221/9007199254740992 \cdot \text{DT2} \cdot \sin(T2) \cdot \text{RO2} \cdot A \\
& 2 \cdot L^2 \cdot \text{DT1} \cdot L1 - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 \cdot \text{DT2} \cdot \sin(T2) \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot L^2 \cdot Dq1 \cdot \pi - \\
& \pi^2 \cdot \text{DDT2} \cdot \sin(T2) \cdot \text{MS2} \cdot q^2 - 1/2 \cdot \pi \cdot \text{DDT2} \cdot \cos(T2) \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot L^2 - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 \cdot \cos(T2) \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot L^2 \cdot \text{DDT1} \cdot L1 + 2 \cdot \pi \cdot \text{DT1}^2 \cdot \sin \\
& (T2) \cdot \text{MS2} \cdot L^2 + 3/2 \cdot \pi \cdot \text{DT1} \cdot \text{DT2} \cdot \sin(T2) \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot L^2 - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 \cdot \text{DT1} \cdot \sin(T2) \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot L^2 \cdot Dq1 \cdot \pi - \\
& \text{DT1} \cdot \sin(T2) \cdot \text{MS2} \cdot \pi^2 \cdot Dq1 + 8414314364834221/9007199254740992 \cdot \text{DDT1} \cdot \pi \cdot q1 \cdot \text{RO2} \cdot \\
& A^2 \cdot L^2 \cdot \sin(T2) + \text{DDT1} \cdot \pi^2 \cdot q1 \cdot \text{MS2} \cdot \sin(T2) + \pi \cdot \text{DT2}^2 \cdot \sin(T2) \cdot \text{MS2} \cdot L^2 + \text{DT2} \cdot \cos(T2) \cdot \\
& \text{MS2} \cdot \pi^2 \cdot \text{DT1} \cdot q1 - \\
& 8414314364834221/4503599627370496 \cdot \pi \cdot \text{DT1}^2 \cdot \cos(T2) \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot q^2 \cdot L^2 - \\
& 2 \cdot \pi^2 \cdot \text{DT1}^2 \cdot q1 \cdot \text{MS2} - \text{MS2} \cdot L^2 \cdot \pi \cdot \text{DDT2} - \text{MS2} \cdot L^2 \cdot \pi \cdot \text{DDT1} - \\
& 820654554136657/1125899906842624 \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot L^2 \cdot \text{DDT1} - \\
& 820654554136657/1125899906842624 \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot L^2 \cdot \text{DDT2}
\end{aligned}$$

Cori.	ve	Merk.	Kuv.	Vektörü(2)=-
2778046668940015/281474976710656				$\text{DT1}^2 \cdot \text{MS2} \cdot q^2 + \text{DDT1} \cdot \pi^2 \cdot q1 \cdot \text{MS2} \cdot \sin(T2) -$
				$\text{DT1}^2 \cdot \sin(T2) \cdot \text{MS2} \cdot \pi \cdot L1 - 2778046668940015/140737488355328 \cdot \text{DT1} \cdot \text{MS2} \cdot q^2 \cdot \text{DT2} -$
8414314364834221/9007199254740992				$\cdot \text{DT1}^2 \cdot \sin(T2) \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot L^2 \cdot L1 -$
8414314364834221/9007199254740992				$\cdot \cos(T2) \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot L^2 \cdot \text{DDT1} \cdot L1 -$
4030424729978835/2251799813685248				$\cdot \text{DT1}^2 \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot q^2 \cdot L^2 - \text{MS2} \cdot L^2 \cdot \pi \cdot \text{DDT1} -$
4030424729978835/2251799813685248				$\cdot \text{DT2}^2 \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot q^2 \cdot L^2 -$
2778046668940015/281474976710656				$\cdot \text{DT2}^2 \cdot \text{MS2} \cdot q^2 - \cos(T2) \cdot \text{MS2} \cdot \pi \cdot \text{DDT1} \cdot L1 -$
				$\text{MS2} \cdot L^2 \cdot \pi \cdot \text{DDT2} -$
8414314364834221/9007199254740992				$\cdot \text{DT1}^2 \cdot \cos(T2) \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot L^2 \cdot \pi \cdot q1 + 84143143648$
34221/9007199254740992				$\cdot \text{DDT1} \cdot \pi \cdot q1 \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot L^2 \cdot \sin(T2) -$
4030424729978835/1125899906842624				$\cdot \text{DT1} \cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot q^2 \cdot L^2 \cdot \text{DT2} -$
				$\text{DT1}^2 \cdot \cos(T2) \cdot \text{MS2} \cdot \pi^2 \cdot q1 -$
820654554136657/1125899906842624				$\cdot \text{RO2} \cdot A^2 \cdot L^2 \cdot \text{DDT1} -$

$$820654554136657/1125899906842624 * RO2 * A2 * L2^2 * DDT2$$

Ağlalk

Mom.

Vektörü(1)=-

$$\begin{aligned} & 1/562949953421312 * (321329765582243 * RO1 * A1 * L1^4 * g * \cos(T1) * L2^3 + 5629499534213 \\ & 12 * MS1 * g * \cos(T1) * \pi * L1^3 * L2^3 - \\ & 27418221630202000 * E1 * I1 * q1 * L2^3 + 562949953421312 * RO2 * A2 * L2^4 * g * \cos(T1) * \pi * L1 \\ & ^3 - \\ & 321329765582243 * RO2 * A2 * L2^4 * g * L1^3 * \sin(T1) * \sin(T2) + 321329765582243 * RO2 * A2 * \\ & L2^4 * g * L1^3 * \cos(T1) * \cos(T2) + 562949953421312 * MS2 * g * \cos(T1) * \pi * L1^3 * L2^3 - \\ & 27418221630202000 * E2 * I2 * q2 * L1^3) / L1^3 / L2^3 \end{aligned}$$

Ağlalk

Mom.

$$\begin{aligned} & \text{Vektörü}(2) = 1/562949953421312 * (321329765582243 * RO2 * A2 * L2^4 * g * \sin(T1) * \sin(T2) - \\ & 321329765582243 * RO2 * A2 * L2^4 * g * \cos(T1) * \cos(T2) + 562949953421312 * MS2 * g * \pi * L2^3 \\ & * \sin(T1) * \sin(T2) - \\ & 562949953421312 * MS2 * g * \pi * L2^3 * \cos(T1) * \cos(T2) + 27418221630202000 * E2 * I2 * q2) / L2^3 \end{aligned}$$

Ek 2 Üç Elastik Uzunlu ve Döner Mafsallı Bir Robotun Rijid Kabuller Altında Dinamik Denklemleri

Atalet Matrisi(1,1)= $MS1*L1^2+MS2*L2^2+MS3*L3^2+1/3*RO2*A2*L2^3+L2^2*MS3-L1*RO3*A3*L3^2*\sin(T3)*\sin(T2)+2*L1*RO3*A3*L3*L2*\cos(T2)+L1*RO2*A2*L2^2*\cos(T2)+L2*RO3*A3*L3^2*\cos(T3)+L1*RO3*A3*L3^2*\cos(T3)*\cos(T2)+2*L1*MS3*L3*\cos(T3)*\cos(T2)-2*L1*MS3*L3*\sin(T3)*\sin(T2)+1/3*RO3*A3*L3^3+L1^2*RO3*A3*L3+L2^2*RO3*A3*L3+L1^2*RO2*A2*L2+1/3*RO1*A1*L1^3+L1^2*MS3+L1^2*MS2+2*L1*MS3*L2*\cos(T2)+2*L2*MS3*L3*\cos(T3)+2*L1*MS2*L2*\cos(T2)$

Atalet Matrisi(1,2)= $MS2*L2^2+MS3*L3^2+1/3*RO2*A2*L2^3+L2^2*MS3-1/2*L1*RO3*A3*L3^2*\sin(T3)*\sin(T2)+L1*RO3*A3*L3*L2*\cos(T2)+1/2*L1*RO2*A2*L2^2*\cos(T2)+L2*RO3*A3*L3^2*\cos(T3)+1/2*L1*RO3*A3*L3^2*\cos(T3)*\cos(T2)+L1*MS3*L3*\cos(T3)*\cos(T2)-L1*MS3*L3*\sin(T3)*\sin(T2)+1/3*RO3*A3*L3^3+L2^2*RO3*A3*L3+L1*MS3*L2*\cos(T2)+2*L2*MS3*L3*\cos(T3)+L1*MS2*L2*\cos(T2)$

Atalet Matrisi(1,3)=- $1/6*L3*(-6*MS3*L3-6*\cos(T3)*MS3*L2+3*L1*RO3*A3*L3*\sin(T3)*\sin(T2)-2*RO3*A3*L3^2-3*\cos(T3)*RO3*A3*L3*L2-3*L1*RO3*A3*L3*\cos(T3)*\cos(T2)-6*L1*MS3*\cos(T3)*\cos(T2)+6*L1*MS3*\sin(T3)*\sin(T2))$

Atalet Matrisi(2,1)= $MS2*L2^2+MS3*L3^2+1/3*RO2*A2*L2^3+L2^2*MS3-1/2*L1*RO3*A3*L3^2*\sin(T3)*\sin(T2)+L1*RO3*A3*L3*L2*\cos(T2)+1/2*L1*RO2*A2*L2^2*\cos(T2)+L2*RO3*A3*L3^2*\cos(T3)+1/2*L1*RO3*A3*L3^2*\cos(T3)*\cos(T2)+L1*MS3*L3*\cos(T3)*\cos(T2)-L1*MS3*L3*\sin(T3)*\sin(T2)+1/3*RO3*A3*L3^3+L2^2*RO3*A3*L3+L1*MS3*L2*\cos(T2)+2*L2*MS3*L3*\cos(T3)+L1*MS2*L2*\cos(T2)$

Atalet Matrisi(2,2)= $MS2*L2^2+MS3*L3^2+1/3*RO2*A2*L2^3+L2^2*MS3+2*L2*MS3*L3*\cos(T3)+1/3*RO3*A3*L3^3+L2*RO3*A3*L3^2*\cos(T3)+L2^2*RO3*A3*L3$

Atalet Matrisi(2,3)= $1/6*L3*(6*MS3*L3+6*\cos(T3)*MS3*L2+3*\cos(T3)*RO3*A3*L3*L2+2*RO3*A3*L3^2)$

Atalet Matrisi(3,1)=- $1/6*L3*(-6*MS3*L3-$

$$6 * \cos(T3) * MS3 * L2 + 3 * L1 * RO3 * A3 * L3 * \sin(T3) * \sin(T2) - 2 * RO3 * A3 * L3^2 - 3 * \cos(T3) * RO3 * A3 * L3 * L2 - 3 * L1 * RO3 * A3 * L3 * \cos(T3) * \cos(T2) - 6 * L1 * MS3 * \cos(T3) * \cos(T2) + 6 * L1 * MS3 * \sin(T3) * \sin(T2))$$

Atalet

$$\text{Matrisi}(3,2)=1/6*L3*(6*MS3*L3+6*\cos(T3)*MS3*L2+3*\cos(T3)*RO3*A3*L3*L2+2*RO3*A3*L3^2)$$

$$\text{Atalet Matrisi}(3,3)=1/3 \cdot \text{RO3} \cdot \text{A3} \cdot \text{L3}^3 + \text{MS3} \cdot \text{L3}^2$$

Cori. ve Merk. Kuv. Vektörü(1)=-2*L1*DT2*DT1*L2*sin(T2)*MS3-
L1*DT2*DT1*sin(T3)*cos(T2)*RO3*A3*L3^2-2*L1*DT2*DT1*sin(T2)*MS2*L2-
L3*DT3^2*L2*MS3*sin(T3)-1/2*L1*DT2^2*cos(T3)*sin(T2)*RO3*A3*L3^2-
L1*DT2^2*sin(T3)*cos(T2)*MS3*L3-L3^2*DT3*DT2*L2*RO3*A3*sin(T3)-
2*L3*DT3*DT2*L2*MS3*sin(T3)-L3^2*DT3*DT2*cos(T3)*sin(T2)*RO3*A3*L1-
2*L3*DT3*DT2*cos(T3)*sin(T2)*MS3*L1-2*L3*DT3*DT2*sin(T3)*cos(T2)*MS3*L1-
L3^2*DT3*DT1*cos(T3)*sin(T2)*RO3*A3*L1-
2*L3*DT3*DT1*cos(T3)*sin(T2)*MS3*L1-2*L3*DT3*DT1*sin(T3)*cos(T2)*MS3*L1-
L3^2*DT3*DT2*sin(T3)*cos(T2)*RO3*A3*L1-1/2*L3^2*DT3^2*L2*RO3*A3*sin(T3)-
1/2*L3^2*DT3^2*cos(T3)*sin(T2)*RO3*A3*L1-L3*DT3^2*cos(T3)*sin(T2)*MS3*L1-
L3*DT3^2*sin(T3)*cos(T2)*MS3*L1-1/2*L3^2*DT3^2*sin(T3)*cos(T2)*RO3*A3*L1-
L3^2*DT3*DT1*sin(T3)*cos(T2)*RO3*A3*L1-L1*DT2^2*sin(T2)*MS2*L2-
L1*DT2^2*L2*sin(T2)*MS3-1/2*L1*DT2^2*sin(T3)*cos(T2)*RO3*A3*L3^2-
1/2*L1*DT2^2*sin(T2)*RO2*A2*L2^2-L1*DT2^2*L2*sin(T2)*RO3*A3*L3-
L1*DT2^2*cos(T3)*sin(T2)*MS3*L3-L1*DT2*DT1*sin(T2)*RO2*A2*L2^2-
2*L1*DT2*DT1*L2*sin(T2)*RO3*A3*L3-2*L1*DT2*DT1*cos(T3)*sin(T2)*MS3*L3-
L1*DT2*DT1*cos(T3)*sin(T2)*RO3*A3*L3^2-
2*L1*DT2*DT1*sin(T3)*cos(T2)*MS3*L3-L3^2*DT3*DT1*L2*RO3*A3*sin(T3)-
2*L3*DT3*DT1*L2*MS3*sin(T3))

Cori.	ve	Merk.	Kuv.
Vektörü(2)=L1*DT1^2*sin(T2)*MS2*L2+L1*DT1^2*L2*sin(T2)*MS3+1/2*L1*DT1^2*sin(T3)*cos(T2)*RO3*A3*L3^2+1/2*L1*DT1^2*sin(T2)*RO2*A2*L2^2+L1*DT1^2*L2*sin(T2)*RO3*A3*L3+L1*DT1^2*cos(T3)*sin(T2)*MS3*L3+1/2*L1*DT1^2*cos(T3)*sin(T2)*RO3*A3*L3^2+L1*DT1^2*sin(T3)*cos(T2)*MS3*L3-2*L3*DT3*DT1*L2*MS3*sin(T3)-L3^2*DT3*DT1*L2*RO3*A3*sin(T3)-2*L3*DT3*DT2*L2*MS3*sin(T3)-			

$$L3^2*DT3*DT2*L2*RO3*A3*\sin(T3)-L3*DT3^2*L2*MS3*\sin(T3)-$$

$$1/2*L3^2*DT3^2*L2*RO3*A3*\sin(T3)$$

Cori.	ve	Merk.	Kuv.
-------	----	-------	------

$$\text{Vektörü}(3)=1/2*L3*(DT1^2*L2*RO3*A3*L3*\sin(T3)+2*DT1^2*L2*MS3*\sin(T3)+DT1^2*$$

$$*\cos(T3)*\sin(T2)*RO3*A3*L3*L1+2*DT1^2*\cos(T3)*\sin(T2)*MS3*L1+2*DT1^2*\sin(T3)*$$

$$*\cos(T2)*MS3*L1+DT1^2*\sin(T3)*\cos(T2)*RO3*A3*L3*L1+4*L2*\sin(T3)*DT2*DT1*M$$

$$S3+2*L2*\sin(T3)*DT2*DT1*RO3*A3*L3+2*L2*\sin(T3)*DT2^2*MS3+L2*\sin(T3)*DT2^2*$$

$$*RO3*A3*L3)$$

Ağlalk		Mom.
--------	--	------

$$\text{Vektörü}(1)=1/2*g*(RO1*A1*L1^2*\cos(T1)+2*MS1*\cos(T1)*L1+RO2*A2*L2^2*\cos(T1)*$$

$$\cos(T2)-$$

$$RO2*A2*L2^2*\sin(T1)*\sin(T2)+2*RO2*A2*L2*\cos(T1)*L1+2*MS2*L2*\cos(T1)*\cos(T2)-$$

$$2*MS2*L2*\sin(T1)*\sin(T2)+2*MS2*\cos(T1)*L1+RO3*A3*L3^2*\cos(T3)*\cos(T1)*\cos(T2)$$

$$-RO3*A3*L3^2*\cos(T3)*\sin(T1)*\sin(T2)-RO3*A3*L3^2*\sin(T3)*\cos(T1)*\sin(T2)-$$

$$RO3*A3*L3^2*\sin(T3)*\sin(T1)*\cos(T2)+2*RO3*A3*L3*L2*\cos(T1)*\cos(T2)-$$

$$2*RO3*A3*L3*L2*\sin(T1)*\sin(T2)+2*RO3*A3*L3*\cos(T1)*L1+2*MS3*L3*\cos(T3)*\cos($$

$$T1)*\cos(T2)-2*MS3*L3*\cos(T3)*\sin(T1)*\sin(T2)-2*MS3*L3*\sin(T3)*\cos(T1)*\sin(T2)-$$

$$2*MS3*L3*\sin(T3)*\sin(T1)*\cos(T2)+2*MS3*L2*\cos(T1)*\cos(T2)-$$

$$2*MS3*L2*\sin(T1)*\sin(T2)+2*MS3*\cos(T1)*L1)$$

Ağlalk	Mom.	Vektörü(2)=1/2*g*(RO2*A2*L2^2*cos(T1)*cos(T2)-
--------	------	--

$$RO2*A2*L2^2*\sin(T1)*\sin(T2)+2*MS2*L2*\cos(T1)*\cos(T2)-$$

$$2*MS2*L2*\sin(T1)*\sin(T2)+RO3*A3*L3^2*\cos(T3)*\cos(T1)*\cos(T2)-$$

$$RO3*A3*L3^2*\cos(T3)*\sin(T1)*\sin(T2)-RO3*A3*L3^2*\sin(T3)*\cos(T1)*\sin(T2)-$$

$$RO3*A3*L3^2*\sin(T3)*\sin(T1)*\cos(T2)+2*RO3*A3*L3*L2*\cos(T1)*\cos(T2)-$$

$$2*RO3*A3*L3*L2*\sin(T1)*\sin(T2)+2*MS3*L3*\cos(T3)*\cos(T1)*\cos(T2)-$$

$$2*MS3*L3*\cos(T3)*\sin(T1)*\sin(T2)-2*MS3*L3*\sin(T3)*\cos(T1)*\sin(T2)-$$

$$2*MS3*L3*\sin(T3)*\sin(T1)*\cos(T2)+2*MS3*L2*\cos(T1)*\cos(T2)-$$

$$2*MS3*L2*\sin(T1)*\sin(T2))$$

Ağlalk	Mom.	Vektörü(3)=-1/2*L3*g*(-
--------	------	-------------------------

$$\cos(T3)*\cos(T1)*\cos(T2)+\cos(T3)*\sin(T1)*\sin(T2)+\sin(T3)*\cos(T1)*\sin(T2)+\sin(T3)*\sin(T$$

$$1)*\cos(T2))*(RO3*A3*L3+2*MS3));$$

**Ek 3 Üç Elastik Uzunlu ve Döner Mafsallı Bir Robotun Elastik Kabuller Altında
Dinamik Denklemleri**

Atalet

$$\begin{aligned} \text{Matrisi}(1,1) = & 2778046668940015/281474976710656 * MS1 + \pi^3 * MS2 + \pi^3 * MS3 + \pi^3 * MS \\ & 2 * \cos(T2) + 4030424729978835/2251799813685248 * RO1 * A1 * L1 + \pi^3 * RO2 * A2 * L2 + 84143 \\ & 14364834221/9007199254740992 * \pi^2 * RO2 * A2 * L2 * \cos(T2) + \pi^3 * RO3 * A3 * L3 - \\ & 8414314364834221/9007199254740992 * \pi^2 * RO3 * A3 * L3 * \sin(T3) * \sin(T2) + 841431436483 \\ & 4221/9007199254740992 * \pi^2 * RO3 * A3 * L3 * \cos(T3) * \cos(T2) - \\ & \pi^3 * MS3 * \sin(T3) * \sin(T2) + \pi^3 * MS3 * \cos(T3) * \cos(T2) \end{aligned}$$

Atalet

$$\begin{aligned} \text{Matrisi}(1,2) = & 4030424729978835/2251799813685248 * RO2 * A2 * L2 + 2778046668940015/281 \\ & 474976710656 * MS2 + \pi^3 * \cos(T2) * MS3 + \pi^2 * MS2 * \cos(T2) + \pi^3 * \cos(T2) * RO3 * A3 * L3 + \\ & MS3 * \pi^3 * \cos(T3) + 8414314364834221/9007199254740992 * \pi^2 * RO3 * A3 * L3 * \cos(T3) + 84 \\ & 14314364834221/9007199254740992 * \pi * RO2 * A2 * L2 * \cos(T2) \end{aligned}$$

Atalet

Matrisi(1,3)=-

$$\begin{aligned} & \pi^2 * MS3 * \sin(T3) * \sin(T2) + 8414314364834221/9007199254740992 * \pi * RO3 * A3 * L3 * \cos(T \\ & 3) * \cos(T2) + \pi^2 * MS3 * \cos(T3) * \cos(T2) - \\ & 8414314364834221/9007199254740992 * \pi * RO3 * A3 * L3 * \sin(T3) * \sin(T2) + 40304247299788 \\ & 35/2251799813685248 * RO3 * A3 * L3 + 2778046668940015/281474976710656 * MS3 \end{aligned}$$

Atalet

Matrisi(2,1)=1/9007199254740992 * \pi^2 * (-

$$\begin{aligned} & 8414314364834221 * RO3 * A3 * L3 * \sin(T3) * \sin(T2) + 8414314364834221 * RO3 * A3 * L3 * \cos(T \\ & 3) * \cos(T2) - \\ & 9007199254740992 * MS3 * \pi * \sin(T3) * \sin(T2) + 9007199254740992 * MS3 * \pi * \cos(T3) * \cos(T2) \\ &) + 9007199254740992 * MS2 * \pi * \cos(T2) + 9007199254740992 * \pi * \cos(T2) * MS3 + 8414314364 \\ & 834221 * RO2 * A2 * L2 * \cos(T2) + 9007199254740992 * \pi * \cos(T2) * RO3 * A3 * L3 \end{aligned}$$

Atalet

$$\begin{aligned} \text{Matrisi}(2,2) = & 4030424729978835/2251799813685248 * RO2 * A2 * L2 + \pi^3 * MS3 + 2778046668 \\ & 940015/281474976710656 * MS2 + MS3 * \pi^3 * \cos(T3) + 8414314364834221/90071992547409 \\ & 92 * \pi^2 * RO3 * A3 * L3 * \cos(T3) + \pi^3 * RO3 * A3 * L3 \end{aligned}$$

Atalet

$$\begin{aligned} \text{Matrisi}(2,3) = & 4030424729978835/2251799813685248 * RO3 * A3 * L3 + MS3 * \pi^2 * \cos(T3) + 84 \\ & 14314364834221/9007199254740992 * \pi * RO3 * A3 * L3 * \cos(T3) + 2778046668940015/281474 \end{aligned}$$

976710656*MS3

Atalet

Matrisi(3,1)=-

$$1/9007199254740992*\pi^2*(8414314364834221*RO3*A3*L3+9007199254740992*MS3*\pi i)*(\sin(T3)*\sin(T2)-\cos(T3)*\cos(T2))$$

Atalet

$$Matrisi(3,2)=1/9007199254740992*\pi^2*(8414314364834221*RO3*A3*L3+9007199254740992*MS3*\pi i)*\cos(T3)$$

Atalet

$$Matrisi(3,3)=4030424729978835/2251799813685248*RO3*A3*L3+2778046668940015/281474976710656*MS3$$

Cori. ve Merk. Kuv. Vektörü(1)=DT2*cos(T3)*cos(T2)*MS3*pi^2*DT1*q1-pi^2*MS2*q2*DDT1*sin(T2)+3*DT1*pi*MS3*L3*DT3*cos(T3)*sin(T2)-3*DT1*pi^2*MS2*Dq2*sin(T2)-

$$\pi^2*MS3*q3*DDT1*\sin(T3)*\cos(T2)+8414314364834221/9007199254740992*DT3*\cos(T3)*\cos(T2)*RO3*A3*L3*DT1*\pi*q1+DT3*\sin(T3)*MS3*\pi*DT2*L2+DT3*\sin(T3)*\cos(T2)*MS3*\pi*DT1*L1+\pi*MS3*L3*DT3^2*\cos(T3)*\sin(T2)-$$

$$8414314364834221/9007199254740992*\cos(T3)*RO3*A3*L3*DDT1*L2+2*DT1^2*\pi*MS2*L2*\sin(T2)-\pi^2*MS3*q3*DDT2*\cos(T3)*\sin(T2)-$$

$$25242943094502663/9007199254740992*DT1*\pi*RO3*A3*Dq3*L3*\sin(T3)*\cos(T2)-$$

$$1/2*\pi*DDT1*\cos(T3)*\cos(T2)*RO3*A3*L3^2+\pi*MS3*L3*DDT1*\sin(T3)*\sin(T2)-$$

$$\pi^2*RO3*A3*L3*DDT1*q2*\sin(T2)-DT3*\sin(T3)*MS3*\pi^2*Dq2-MS2*L2*\pi*DDT2-$$

$$MS1*L1*\pi*DDT1-2*DT1^2*\pi^2*MS3*q1-\pi*MS2*DDT1*L1-DDT1*MS3*L3*\pi-$$

$$3*DT1*\pi^2*MS2*q2*DT2*\cos(T2)-$$

$$25242943094502663/9007199254740992*DT1*\pi*RO3*A3*q3*L3*DT2*\cos(T3)*\cos(T2)-$$

$$\pi*MS3*L3*DDT3*\cos(T3)*\cos(T2)+DT2*\sin(T2)*MS2*\pi*DT1*L1+DT2*\sin(T3)*\cos(T2)*MS3*\pi*DT1*L1-$$

$$1/2*\pi*DDT2*\cos(T3)*\cos(T2)*RO3*A3*L3^2+3*DT1*\pi*MS3*DT2*L2*\sin(T2)-$$

$$8414314364834221/9007199254740992*DT1*\sin(T3)*\cos(T2)*RO3*A3*L3*Dq1*\pi+8414$$

$$314364834221/9007199254740992*DT2*\sin(T2)*RO2*A2*L2*DT1*L1+8414314364834221$$

$$1/9007199254740992*RO3*A3*L3*DDT1*L1*\sin(T3)*\sin(T2)+DT1^2*\pi*RO3*A3*L3^2$$

$$*\sin(T3)*\cos(T2)+2*DT1^2*\pi*RO3*A3*L3*L2*\sin(T2)+1/2*\pi*DT3^2*\cos(T3)*\sin(T2)*$$

$$RO3*A3*L3^2-DDT1*L1*MS3*\pi*\cos(T3)*\cos(T2)-$$

$$\begin{aligned}
& DT3*\sin(T3)*\cos(T2)*MS3*\pi^2*Dq1-DT2*\sin(T3)*\sin(T2)*MS3*\pi^2*DT1*q1- \\
& DDT3*MS3*L3*\pi*\pi*RO3*A3*L3*DDT1*L2*\cos(T2)-\pi^2*MS3*DDT1*q2*\sin(T2)- \\
& 2*\pi^2*MS3*Dq3*DT3*\cos(T3)*\sin(T2)- \\
& 25242943094502663/9007199254740992*DT1*\pi*RO3*A3*Dq3*L3*\cos(T3)*\sin(T2)+2*D \\
& T2*Dq1*\pi^2*MS3*\sin(T3)- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*DT2*\sin(T3)*RO3*A3*L3*Dq2*\pi- \\
& \pi*RO3*A3*L3*DDT2*L2*\cos(T2)+8414314364834221/4503599627370496*RO3*A3*L3 \\
& *DT2*Dq1*\pi*\sin(T3)+8414314364834221/9007199254740992*\cos(T3)*\sin(T2)*RO3*A3* \\
& L3*DDT1*\pi*q1-DT1*\sin(T2)*MS2*\pi^2*Dq1- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*\pi*DDT1*\sin(T3)*\cos(T2)*RO3*A3*q3*L3+\pi*M \\
& S3*L3*DDT3*\sin(T3)*\sin(T2)+DT1^2*\pi*RO3*A3*L3^2*\cos(T3)*\sin(T2)- \\
& DT2*\cos(T3)*\sin(T2)*MS3*\pi^2*Dq1- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*DT3*\sin(T3)*\cos(T2)*RO3*A3*L3*Dq1*\pi- \\
& \cos(T2)*MS2*\pi*DDT1*L1-2*DT1^2*\pi^2*MS2*q1-DDT2*MS3*L3*\pi- \\
& MS2*L2*\pi*DDT1-\pi*MS3*DDT1*L1- \\
& 820654554136657/1125899906842624*RO2*A2*L2^2*DDT1- \\
& 1/2*\pi*RO2*A2*L2^2*DDT1*\cos(T2)- \\
& DT2*\sin(T3)*MS3*\pi^2*Dq2+8414314364834221/9007199254740992*DT3*\cos(T3)*RO3 \\
& *A3*L3*DT1*\pi*q2+1/2*\pi*DDT1*\sin(T3)*\sin(T2)*RO3*A3*L3^2- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*\pi*DT3^2*\cos(T3)*\cos(T2)*RO3*A3*q3*L3- \\
& 25242943094502663/9007199254740992*DT1*\pi*RO2*A2*q2*L2*DT2*\cos(T2)- \\
& 2*DT1^2*\pi^2*MS2*q2*\cos(T2)+3/2*DT1*\pi*RO3*A3*L3^2*DT2*\cos(T3)*\sin(T2)- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*DT2*\sin(T2)*RO2*A2*L2*Dq1*\pi- \\
& 2*\pi^2*MS3*Dq3*DT2*\sin(T3)*\cos(T2)- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*\cos(T2)*RO2*A2*L2*DDT1*L1+1/2*\pi*DT3^2*s \\
& \sin(T3)*\cos(T2)*RO3*A3*L3^2- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*DT3*\sin(T3)*\sin(T2)*RO3*A3*L3*DT1*\pi*q1- \\
& \pi*RO3*A3*L3*DDT1*L1- \\
& \pi^2*MS3*DT2^2*q2*\cos(T2)+8414314364834221/9007199254740992*DT3*\sin(T3)*\cos(\\
& T2)*RO3*A3*L3*DT1*L1- \\
& 8414314364834221/4503599627370496*\pi*RO3*A3*Dq3*L3*DT2*\sin(T3)*\cos(T2)+3/2* \\
& DT1*\pi*RO3*A3*L3^2*DT2*\sin(T3)*\cos(T2)- \\
& 8414314364834221/4503599627370496*\pi*RO2*A2*Dq2*L2*DT2*\sin(T2)- \\
& \pi*RO2*A2*L2*DDT1*L1-
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cos(T3)*MS3*\pi*DDT1*L2+3*DT1*\pi*MS3*L3*DT2*\cos(T3)*\sin(T2)+252429430945026 \\
& 63/9007199254740992*DT1*\pi*RO3*A3*q3*L3*DT3*\sin(T3)*\sin(T2)- \\
& \pi^2*RO3*A3*L3*DDT2*q2*\sin(T2)-DT2*\sin(T2)*MS2*\pi^2*Dq1- \\
& \cos(T3)*MS3*\pi*DDT2*L2+8414314364834221/9007199254740992*DT2*\cos(T2)*RO2* \\
& A2*L2*DT1*\pi*q1-\pi*MS3*L3*DDT1*\cos(T3)*\cos(T2)- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*\pi*DT2^2*\cos(T3)*\cos(T2)*RO3*A3*q3*L3+DT2 \\
& *\cos(T2)*MS2*\pi^2*DT1*q1+8414314364834221/9007199254740992*DT3*\cos(T3)*\sin(T \\
& 2)*RO3*A3*L3*DT1*L1+3/2*DT1*\pi*RO2*A2*L2^2*DT2*\sin(T2)+3*DT1*\pi*MS3*L3* \\
& DT3*\sin(T3)*\cos(T2)-3*DT1*\pi^2*RO3*A3*L3*DT2*q2*\cos(T2)- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*\pi*DDT3*\sin(T3)*\cos(T2)*RO3*A3*q3*L3- \\
& 2*\pi^2*MS3*Dq3*DT3*\sin(T3)*\cos(T2)+\pi*MS3*L3*DDT2*\sin(T3)*\sin(T2)+DDT1*L1* \\
& MS3*\pi*\sin(T3)*\sin(T2)+DT1^2*\pi*RO2*A2*L2^2*\sin(T2)+\cos(T3)*\sin(T2)*MS3*\pi^2* \\
& DDT1*q1+\pi*MS3*L3*DT3^2*\sin(T3)*\cos(T2)+8414314364834221/9007199254740992* \\
& RO3*A3*L3*DDT2*\pi*q2*\sin(T3)+8414314364834221/9007199254740992*DT2*\cos(T3)* \\
& \cos(T2)*RO3*A3*L3*DT1*\pi*q1+8414314364834221/9007199254740992*RO3*A3*L3*D \\
& DT1*\pi*q2*\sin(T3)- \\
& DT3*\sin(T3)*\sin(T2)*MS3*\pi^2*DT1*q1+2*\pi*MS3*L3*DT2*DT3*\sin(T3)*\cos(T2)- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*\pi*RO2*A2*q2*L2*DDT2*\sin(T2)+84143143648 \\
& 34221/9007199254740992*\pi*DT3^2*\sin(T3)*\sin(T2)*RO3*A3*q3*L3+841431436483422 \\
& 1/9007199254740992*DT2*\cos(T3)*\sin(T2)*RO3*A3*L3*DT1*L1- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*DT3*\cos(T3)*\sin(T2)*RO3*A3*L3*Dq1*\pi- \\
& \pi^2*MS2*q2*DT2^2*\cos(T2)+1/2*\pi*DT2^2*\cos(T3)*\sin(T2)*RO3*A3*L3^2+84143143 \\
& 64834221/9007199254740992*\sin(T2)*RO2*A2*L2*DDT1*\pi*q1+\pi*MS3*L3*DT2^2*\sin \\
& (T3)*\cos(T2)- \\
& DT1*\cos(T3)*\sin(T2)*MS3*\pi^2*Dq1+\pi^2*MS3*q3*DT2^2*\sin(T3)*\sin(T2)+\sin(T3)*\cos \\
& (T2)*MS3*\pi^2*DDT1*q1+1/2*\pi*DT2^2*\sin(T3)*\cos(T2)*RO3*A3*L3^2+841431436483 \\
& 4221/9007199254740992*DT3*\cos(T3)*RO3*A3*L3*DT2*\pi*q2- \\
& 8414314364834221/4503599627370496*DT1^2*\pi*RO3*A3*q3*L3*\cos(T3)*\cos(T2)- \\
& 2*\pi^2*MS2*Dq2*DT2*\sin(T2)-2*\pi^2*MS3*q3*DT2*DT3*\cos(T3)*\cos(T2)- \\
& 2*\pi^2*MS3*DT2*Dq1*\sin(T2)- \\
& 2*DT1^2*\pi^2*MS3*q3*\cos(T3)*\cos(T2)+3*DT1*\pi^2*MS3*q3*DT2*\sin(T3)*\sin(T2)+D \\
& T2*\cos(T3)*\sin(T2)*MS3*\pi*DT1*L1- \\
& DT3*\cos(T3)*\sin(T2)*MS3*\pi^2*Dq1+\pi*MS3*DT2^2*L2*\sin(T2)+DDT1*\pi^2*q2*MS3* \\
& \sin(T3)+DDT2*\pi^2*q2*MS3*\sin(T3)-DT1*\pi^2*MS3*Dq2*\sin(T2)-
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 8414314364834221/9007199254740992 * RO3 * A3 * L3 * DDT1 * L1 * \cos(T3) * \cos(T2) - \\
& 3 * DT1 * \pi^2 * MS3 * DT2 * q^2 * \cos(T2) - \\
& 25242943094502663/9007199254740992 * DT1 * \pi * RO3 * A3 * q^3 * L3 * DT3 * \cos(T3) * \cos(T2) + \\
& \pi * RO3 * A3 * L3 * DT2^2 * L2 * \sin(T2) + DT3 * \sin(T3) * MS3 * \pi * DT1 * L2 + DT3 * \cos(T3) * \sin(T2) \\
&) * MS3 * \pi * DT1 * L1 + 8414314364834221/4503599627370496 * RO3 * A3 * L3 * DT1 * Dq1 * \pi * \sin(T3) - \\
& \pi^2 * MS3 * DDT2 * q^2 * \sin(T2) - \pi * MS3 * L3 * DDT2 * \cos(T3) * \cos(T2) - \\
& 1/2 * \pi * DDT3 * \cos(T3) * \cos(T2) * RO3 * A3 * L3^2 - \pi^2 * MS3 * q^3 * DDT1 * \cos(T3) * \sin(T2) - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 * \pi * DDT2 * \cos(T3) * \sin(T2) * RO3 * A3 * q^3 * L3 + \pi * MS2 * L2 * DT2^2 * \sin(T2) + \\
& 1/2 * \pi * RO2 * A2 * L2^2 * DT2^2 * \sin(T2) - \\
& 3 * DT1 * \pi^2 * MS3 * q^3 * DT3 * \cos(T3) * \cos(T2) + 8414314364834221/9007199254740992 * DT2 * \sin(T3) * \cos(T2) * \\
& RO3 * A3 * L3 * DT1 * L1 - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 * DT1 * \sin(T2) * RO2 * A2 * L2 * Dq1 * \pi - \\
& 1/2 * \pi * RO2 * A2 * L2^2 * DDT2 * \cos(T2) + 8414314364834221/9007199254740992 * DT3 * \sin(T3) * RO3 * A3 * L3 * DT2 * L2 + \\
& 8414314364834221/9007199254740992 * \pi * DT2^2 * \sin(T3) * \sin(T2) * RO3 * A3 * q^3 * L3 + 3 * DT1 * \pi * RO3 * A3 * L3 * DT2 * L2 * \sin(T2) - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 * DT2 * \sin(T3) * \cos(T2) * RO3 * A3 * L3 * Dq1 * \pi + 2 * DT1^2 * \pi^2 * MS3 * q^3 * \sin(T3) * \sin(T2) + \\
& 2 * \pi^2 * MS3 * q^3 * DT2 * DT3 * \sin(T3) * \sin(T2) - \\
& \pi^2 * MS3 * q^3 * DDT3 * \sin(T3) * \cos(T2) - \\
& \pi^2 * MS3 * q^3 * DT3^2 * \cos(T3) * \cos(T2) + 2 * \pi * MS3 * L3 * DT2 * DT3 * \cos(T3) * \sin(T2) - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 * DT2 * \cos(T3) * \sin(T2) * RO3 * A3 * L3 * Dq1 * \pi - \\
& 4030424729978835/2251799813685248 * DT1^2 * RO1 * A1 * q1 * L1 - \\
& 2 * DT1^2 * \pi^2 * RO3 * A3 * L3 * q^2 * \cos(T2) + 8414314364834221/9007199254740992 * \sin(T3) * \cos(T2) * RO3 * A3 * L3 * DDT1 * \pi * q1 + \\
& 8414314364834221/4503599627370496 * \pi * DT2 * DT3 * \sin(T3) * \sin(T2) * RO3 * A3 * q^3 * L3 - \\
& 8414314364834221/4503599627370496 * \pi * RO3 * A3 * Dq3 * L3 * DT2 * \cos(T3) * \sin(T2) - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 * DT2 * \sin(T3) * \sin(T2) * RO3 * A3 * L3 * DT1 * \pi * q1 - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 * DT1 * \cos(T3) * \sin(T2) * RO3 * A3 * L3 * Dq1 * \pi - \\
& \pi^2 * RO3 * A3 * L3 * DT2^2 * q^2 * \cos(T2) - 2 * \pi^2 * RO3 * A3 * L3 * DT1 * Dq1 * \sin(T2) - \\
& \pi^2 * MS2 * q^2 * DDT2 * \sin(T2) - \\
& 2 * DT1^2 * \pi^2 * RO2 * A2 * L2 * q1 + \pi^2 * MS3 * q^3 * DT3^2 * \sin(T3) * \sin(T2) + DT3 * \cos(T3) * MS3 * \pi^2 * DT1 * q^2 - \\
& \pi^2 * MS3 * q^3 * DT2^2 * \cos(T3) * \cos(T2) + 2 * DT1^2 * \pi * MS3 * L2 * \sin(T2) + 1/2 * \pi * DDT3 * \sin(T3) * \sin(T2) * RO3 * A3 * L3^2 + \\
& 2 * DT1 * Dq1 * \pi^2 * MS3 * \sin(T3) + \pi * DT2 * DT3 * \cos(T3) * \sin(T2) * RO3 * A3 * L3^2 - 3 * DT1 * \pi^2 * MS3 * q^3 * DT2 * \cos(T3) * \cos(T2) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 8414314364834221/9007199254740992 * \pi * \text{DDT2} * \sin(T3) * \cos(T2) * \text{RO3} * A3 * q3 * L3 + \sin(T2) * \text{MS2} * \pi^2 * \text{DDT1} * q1 + 25242943094502663/9007199254740992 * \text{DT1} * \pi * \text{RO3} * A3 * q3 * L3 * \text{DT2} * \sin(T3) * \sin(T2) - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 * \text{DT1} * \sin(T3) * \text{RO3} * A3 * L3 * \text{Dq2} * \pi + 3 * \text{DT1} * \pi * \text{MS3} * L3 * \text{DT2} * \sin(T3) * \cos(T2) + 2 * \text{DT1}^2 * \pi * \text{MS3} * L3 * \cos(T3) * \sin(T2) + \pi * \text{DT2} * \text{DT3} * \sin(T3) * \cos(T2) * \text{RO3} * A3 * L3^2 + 3 * \text{DT1} * \pi * \text{MS2} * L2 * \text{DT2} * \sin(T2) - \\
& 8414314364834221/4503599627370496 * \pi * \text{DT2} * \text{DT3} * \cos(T3) * \cos(T2) * \text{RO3} * A3 * q3 * L3 - \text{DT1} * \pi^2 * \text{RO3} * A3 * L3 * \text{Dq2} * \sin(T2) + 8414314364834221/9007199254740992 * \text{DT3} * \sin(T3) * \text{RO3} * A3 * L3 * \text{DT1} * L2 - \\
& 8414314364834221/4503599627370496 * \pi * \text{RO3} * A3 * \text{Dq3} * L3 * \text{DT3} * \cos(T3) * \sin(T2) - 3 * \text{DT1} * \pi^2 * \text{MS3} * \text{Dq3} * \sin(T3) * \cos(T2) - \\
& 2778046668940015/281474976710656 * \text{DT1}^2 * \text{MS1} * q1 - \\
& 820654554136657/1125899906842624 * \text{RO1} * A1 * L1^2 * \text{DDT1} - \\
& 820654554136657/1125899906842624 * \text{DDT3} * \text{RO3} * A3 * L3^2 - \\
& 820654554136657/1125899906842624 * \text{DDT1} * \text{RO3} * A3 * L3^2 - \\
& 820654554136657/1125899906842624 * \text{RO2} * A2 * L2^2 * \text{DDT2} + \pi * \text{MS3} * L3 * \text{DT2}^2 * \cos(T3) * \sin(T2) - 2 * \pi^2 * \text{MS3} * \text{Dq3} * \text{DT2} * \cos(T3) * \sin(T2) - \\
& \text{DT1} * \sin(T3) * \cos(T2) * \text{MS3} * \pi^2 * \text{Dq1} + 3/2 * \text{DT1} * \pi * \text{RO3} * A3 * L3^2 * \text{DT3} * \cos(T3) * \sin(T2) - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 * \pi * \text{DDT3} * \cos(T3) * \sin(T2) * \text{RO3} * A3 * q3 * L3 + 3 * \text{DT1} * \pi^2 * \text{MS3} * q3 * \text{DT3} * \sin(T3) * \sin(T2) + 1/2 * \pi * \text{DDT2} * \sin(T3) * \sin(T2) * \text{RO3} * A3 * L3^2 - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 * \pi * \text{DDT1} * \cos(T3) * \sin(T2) * \text{RO3} * A3 * q3 * L3 - 2 * \text{DT1}^2 * \pi^2 * \text{MS3} * q2 * \cos(T2) + 8414314364834221/4503599627370496 * \text{DT1}^2 * \pi * \text{RO3} * A3 * q3 * L3 * \sin(T3) * \sin(T2) - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 * \pi * \text{RO2} * A2 * q2 * L2 * \text{DT2}^2 * \cos(T2) - \pi * \text{MS3} * \text{DDT1} * L2 * \cos(T2) - \pi * \text{MS3} * \text{DDT2} * L2 * \cos(T2) - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 * \text{DT3} * \sin(T3) * \text{RO3} * A3 * L3 * \text{Dq2} * \pi + \text{DT3} * \cos(T3) * \cos(T2) * \text{MS3} * \pi^2 * \text{DT1} * q1 - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 * \cos(T3) * \text{RO3} * A3 * L3 * \text{DDT2} * L2 + \text{DT3} * \cos(T3) * \text{MS3} * \pi^2 * \text{DT2} * q2 - 2 * \text{DT1}^2 * \pi^2 * \text{RO3} * A3 * L3 * q1 - \pi^2 * \text{MS3} * q3 * \text{DDT3} * \cos(T3) * \sin(T2) - \\
& 8414314364834221/4503599627370496 * \text{DT1}^2 * \pi * \text{RO2} * A2 * q2 * L2 * \cos(T2) - \text{DT1} * \sin(T3) * \text{MS3} * \pi^2 * \text{Dq2} + 3/2 * \text{DT1} * \pi * \text{RO3} * A3 * L3^2 * \text{DT3} * \sin(T3) * \cos(T2) - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 * \pi * \text{RO2} * A2 * q2 * L2 * \text{DDT1} * \sin(T2) + 2 * \text{DT1}^2 * \pi * \text{MS3} * L3 * \sin(T3) * \cos(T2) - \\
& 8414314364834221/4503599627370496 * \pi * \text{RO3} * A3 * \text{Dq3} * L3 * \text{DT3} * \sin(T3) * \cos(T2) -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 25242943094502663/9007199254740992 * DT1 * \pi * RO2 * A2 * Dq2 * L2 * \sin(T2) - \\
& \pi^2 * MS3 * q3 * DDT2 * \sin(T3) * \cos(T2) - 3 * DT1 * \pi^2 * MS3 * Dq3 * \cos(T3) * \sin(T2) - \\
& 2 * \pi^2 * RO3 * A3 * L3 * DT2 * Dq1 * \sin(T2) - 2 * \pi^2 * MS3 * DT1 * Dq1 * \sin(T2) - \\
& \pi * MS2 * L2 * DDT1 * \cos(T2) - \pi * MS2 * L2 * DDT2 * \cos(T2) - \\
& DT2 * \sin(T3) * \cos(T2) * MS3 * \pi^2 * Dq1 - \\
& 820654554136657/1125899906842624 * DDT2 * RO3 * A3 * L3^2
\end{aligned}$$

Cori.	ve	Merk.	Kuv.
Vektörü(2)=			
$ \begin{aligned} & DT2 * \cos(T3) * \cos(T2) * MS3 * \pi^2 * DT1 * q1 + 8414314364834221/900719925474 \\ & 0992 * DT3 * \cos(T3) * \cos(T2) * RO3 * A3 * L3 * DT1 * \pi * q1 + DT3 * \sin(T3) * MS3 * \pi * DT2 * L2 + DT \\ & 3 * \sin(T3) * \cos(T2) * MS3 * \pi * DT1 * L1 - \\ & 8414314364834221/9007199254740992 * \cos(T3) * RO3 * A3 * L3 * DDT1 * L2 - \\ & DT3 * \sin(T3) * MS3 * \pi^2 * Dq2 - MS2 * L2 * \pi * DDT2 - \\ & DDT1 * MS3 * L3 * \pi + DT2 * \sin(T3) * \cos(T2) * MS3 * \pi * DT1 * L1 - \\ & 8414314364834221/9007199254740992 * DT1 * \sin(T3) * \cos(T2) * RO3 * A3 * L3 * Dq1 * \pi + 8414 \\ & 314364834221/9007199254740992 * RO3 * A3 * L3 * DDT1 * L1 * \sin(T3) * \sin(T2) - \\ & DDT1 * L1 * MS3 * \pi * \cos(T3) * \cos(T2) - DT3 * \sin(T3) * \cos(T2) * MS3 * \pi^2 * Dq1 - \\ & DT2 * \sin(T3) * \sin(T2) * MS3 * \pi^2 * DT1 * q1 - DDT3 * MS3 * L3 * \pi - \\ & 8414314364834221/4503599627370496 * \pi * RO3 * A3 * q3 * L3 * DT1 * DT3 * \cos(T3) - \\ & DT1^2 * \pi^2 * q1 * MS2 * \cos(T2) - \\ & 2 * MS3 * \pi^2 * q3 * DT1 * DT3 * \cos(T3) + 3 * DT2 * \pi * MS3 * L3 * DT3 * \sin(T3) - \\ & 3 * MS3 * \pi^2 * q3 * DT1 * DT2 * \cos(T3) - MS3 * \pi^2 * q3 * DT3^2 * \cos(T3) - \\ & \pi * RO3 * A3 * L3 * DDT1 * L2 - DT1 * \pi^2 * q1 * RO3 * A3 * L3 * DT2 * \cos(T2) - \\ & MS3 * \pi^2 * q3 * DDT3 * \sin(T3) - DT1^2 * \pi^2 * q1 * MS3 * \cos(T2) - \\ & 8414314364834221/4503599627370496 * \pi * RO3 * A3 * Dq3 * L3 * DT1 * \sin(T3) - \\ & 3 * DT1 * \pi^2 * RO3 * A3 * L3 * DT2 * q2 - 2 * MS3 * \pi^2 * Dq3 * DT1 * \sin(T3) - \\ & 8414314364834221/9007199254740992 * \pi * RO3 * A3 * q3 * L3 * DDT3 * \sin(T3) + DT2^2 * \pi * R \\ & O3 * A3 * L3^2 * \sin(T3) + 3 * DT1 * \pi * MS3 * L3 * DT2 * \sin(T3) + 2 * DT2 * Dq1 * \pi^2 * MS3 * \sin(T3) - \\ & 8414314364834221/9007199254740992 * DT2 * \sin(T3) * RO3 * A3 * L3 * Dq2 * \pi + 84143143648 \\ & 34221/4503599627370496 * RO3 * A3 * L3 * DT2 * Dq1 * \pi * \sin(T3) + 8414314364834221/900719 \\ & 9254740992 * \cos(T3) * \sin(T2) * RO3 * A3 * L3 * DDT1 * \pi * q1 - \\ & DT2 * \cos(T3) * \sin(T2) * MS3 * \pi^2 * Dq1 - \\ & 8414314364834221/9007199254740992 * DT3 * \sin(T3) * \cos(T2) * RO3 * A3 * L3 * Dq1 * \pi - \\ & \cos(T2) * MS2 * \pi * DDT1 * L1 - DDT2 * MS3 * L3 * \pi - MS2 * L2 * \pi * DDT1 - \\ & 820654554136657/1125899906842624 * RO2 * A2 * L2^2 * DDT1 - DT1^2 * \pi * \sin(T2) * MS3 * L1 - \end{aligned} $			

$$\begin{aligned}
& 3*DT1*\pi^2*MS3*DT2*q2-\pi*MS3*L3*DDT2*\cos(T3)-MS3*\pi^2*q3*DT1^2*\cos(T3)- \\
& 2*MS3*\pi^2*q3*DT2^2*\cos(T3)- \\
& DT2*\sin(T3)*MS3*\pi^2*Dq2+8414314364834221/9007199254740992*DT3*\cos(T3)*RO3 \\
& *A3*L3*DT1*\pi*q2- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*\cos(T2)*RO2*A2*L2*DDT1*L1- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*DT3*\sin(T3)*\sin(T2)*RO3*A3*L3*DT1*\pi*q1+8 \\
& 414314364834221/9007199254740992*DT3*\sin(T3)*\cos(T2)*RO3*A3*L3*DT1*L1- \\
& 4030424729978835/2251799813685248*RO2*A2*q2*L2*DT1^2- \\
& \cos(T3)*MS3*\pi*DDT1*L2- \\
& \cos(T3)*MS3*\pi*DDT2*L2+8414314364834221/9007199254740992*DT3*\cos(T3)*\sin(T2) \\
& *RO3*A3*L3*DT1*L1+DDT1*L1*MS3*\pi*\sin(T3)*\sin(T2)+\cos(T3)*\sin(T2)*MS3*\pi^2* \\
& DDT1*q1+8414314364834221/9007199254740992*RO3*A3*L3*DDT2*\pi*q2*\sin(T3)+84 \\
& 14314364834221/9007199254740992*DT2*\cos(T3)*\cos(T2)*RO3*A3*L3*DT1*\pi*q1+841 \\
& 4314364834221/9007199254740992*RO3*A3*L3*DDT1*\pi*q2*\sin(T3)- \\
& DT3*\sin(T3)*\sin(T2)*MS3*\pi^2*DT1*q1+8414314364834221/9007199254740992*DT2*c \\
& \cos(T3)*\sin(T2)*RO3*A3*L3*DT1*L1- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*DT3*\cos(T3)*\sin(T2)*RO3*A3*L3*Dq1*\pi+8414 \\
& 314364834221/9007199254740992*\sin(T2)*RO2*A2*L2*DDT1*\pi*q1- \\
& DT1*\cos(T3)*\sin(T2)*MS3*\pi^2*Dq1+\sin(T3)*\cos(T2)*MS3*\pi^2*DDT1*q1+8414314364 \\
& 834221/9007199254740992*DT3*\cos(T3)*RO3*A3*L3*DT2*\pi*q2+\pi^2*MS3*DT2*Dq1 \\
& *\sin(T2)+DT2*\cos(T3)*\sin(T2)*MS3*\pi*DT1*L1- \\
& DT3*\cos(T3)*\sin(T2)*MS3*\pi^2*Dq1+DDT1*\pi^2*q2*MS3*\sin(T3)+DDT2*\pi^2*q2*MS \\
& 3*\sin(T3)- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*RO3*A3*L3*DDT1*L1*\cos(T3)*\cos(T2)+DT3*\sin \\
& (T3)*MS3*\pi*DT1*L2+DT3*\cos(T3)*\sin(T2)*MS3*\pi*DT1*L1+8414314364834221/450 \\
& 3599627370496*RO3*A3*L3*DT1*Dq1*\pi*\sin(T3)- \\
& 2778046668940015/140737488355328*MS2*q2*DT1*DT2- \\
& 2778046668940015/281474976710656*MS2*q2*DT2^2+8414314364834221/90071992547 \\
& 40992*DT2*\sin(T3)*\cos(T2)*RO3*A3*L3*DT1*L1+8414314364834221/90071992547409 \\
& 92*DT3*\sin(T3)*RO3*A3*L3*DT2*L2- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*DT2*\sin(T3)*\cos(T2)*RO3*A3*L3*Dq1*\pi- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*DT2*\cos(T3)*\sin(T2)*RO3*A3*L3*Dq1*\pi- \\
& 4030424729978835/1125899906842624*RO2*A2*q2*L2*DT1*DT2- \\
& 1/2*\pi*RO3*A3*L3^2*DDT2*\cos(T3)-\pi*MS3*L3*DDT3*\cos(T3)-
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& DT2 \cdot \pi \cdot \sin(T2) \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3 \cdot DT1 \cdot L1 - \\
& 25242943094502663/9007199254740992 \cdot \pi \cdot RO3 \cdot A3 \cdot q3 \cdot L3 \cdot DT1 \cdot DT2 \cdot \cos(T3) + 3/2 \cdot DT2 \\
& \cdot \pi \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^2 \cdot DT3 \cdot \sin(T3) - \pi \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3 \cdot DDT2 \cdot L2 - \\
& DT1^2 \cdot \pi \cdot \sin(T2) \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3 \cdot L1 - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 \cdot \pi \cdot RO3 \cdot A3 \cdot q3 \cdot L3 \cdot DT1^2 \cdot \cos(T3) - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 \cdot \pi \cdot RO3 \cdot A3 \cdot q3 \cdot L3 \cdot DDT2 \cdot \sin(T3) - \\
& 2 \cdot DT2^2 \cdot \pi^2 \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3 \cdot q2 - \\
& 8414314364834221/4503599627370496 \cdot \pi \cdot RO3 \cdot A3 \cdot q3 \cdot L3 \cdot DT2^2 \cdot \cos(T3) - \\
& \pi \cdot DDT1 \cdot L1 \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3 \cdot \cos(T2) - 3 \cdot MS3 \cdot \pi^2 \cdot q3 \cdot DT2 \cdot DT3 \cdot \cos(T3) - \\
& MS3 \cdot \pi^2 \cdot q3 \cdot DDT1 \cdot \sin(T3) + 1/2 \cdot \pi \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^2 \cdot DT3^2 \cdot \sin(T3) - \\
& 25242943094502663/9007199254740992 \cdot \pi \cdot RO3 \cdot A3 \cdot q3 \cdot L3 \cdot DT2 \cdot DT3 \cdot \cos(T3) - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 \cdot DT1^2 \cdot \pi \cdot q1 \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2 \cdot \cos(T2) - \\
& DT1^2 \cdot \pi^2 \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3 \cdot q2 - 3 \cdot MS3 \cdot \pi^2 \cdot Dq3 \cdot DT2 \cdot \sin(T3) - \\
& MS3 \cdot \pi^2 \cdot q3 \cdot DDT2 \cdot \sin(T3) + 8414314364834221/9007199254740992 \cdot \sin(T3) \cdot \cos(T2) \cdot R \\
& O3 \cdot A3 \cdot L3 \cdot DDT1 \cdot \pi \cdot q1 - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 \cdot DT2 \cdot \sin(T3) \cdot \sin(T2) \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3 \cdot DT1 \cdot \pi \cdot q1 - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 \cdot DT1 \cdot \cos(T3) \cdot \sin(T2) \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3 \cdot Dq1 \cdot \pi + DT3 \cdot \\
& \cos(T3) \cdot MS3 \cdot \pi^2 \cdot DT1 \cdot q2 + 2 \cdot DT1 \cdot Dq1 \cdot \pi^2 \cdot MS3 \cdot \sin(T3) + \sin(T2) \cdot MS2 \cdot \pi^2 \cdot DDT1 \cdot q \\
& 1 - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 \cdot DT1 \cdot \sin(T3) \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3 \cdot Dq2 \cdot \pi + 84143143648 \\
& 34221/9007199254740992 \cdot DT3 \cdot \sin(T3) \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3 \cdot DT1 \cdot L2 - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 \cdot DT1^2 \cdot L1 \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2 \cdot \sin(T2) - \\
& DT1^2 \cdot L1 \cdot MS2 \cdot \pi \cdot \sin(T2) - \\
& DT2 \cdot \pi \cdot \sin(T2) \cdot MS3 \cdot DT1 \cdot L1 + 1/2 \cdot DT1^2 \cdot \pi \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^2 \cdot \sin(T3) - \\
& 1/2 \cdot \pi \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^2 \cdot DDT1 \cdot \cos(T3) + DT1 \cdot \pi \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^2 \cdot DT3 \cdot \sin(T3) + DT1^2 \cdot \pi \cdot \\
& MS3 \cdot L3 \cdot \sin(T3) - \\
& 25242943094502663/9007199254740992 \cdot \pi \cdot RO3 \cdot A3 \cdot Dq3 \cdot L3 \cdot DT2 \cdot \sin(T3) - \\
& 8414314364834221/4503599627370496 \cdot \pi \cdot RO3 \cdot A3 \cdot Dq3 \cdot L3 \cdot DT3 \cdot \sin(T3) - \\
& \pi \cdot MS3 \cdot L3 \cdot DDT1 \cdot \cos(T3) - \\
& 2 \cdot MS3 \cdot \pi^2 \cdot Dq3 \cdot DT3 \cdot \sin(T3) + 2 \cdot DT1 \cdot \pi \cdot MS3 \cdot L3 \cdot DT3 \cdot \sin(T3) + \pi \cdot MS3 \cdot L3 \cdot DT3^2 \cdot \sin(T3) - \\
& \pi \cdot DDT1 \cdot L1 \cdot MS3 \cdot \cos(T2) + 3/2 \cdot DT1 \cdot \pi \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^2 \cdot DT2 \cdot \sin(T3) - \\
& DT1^2 \cdot \pi^2 \cdot q1 \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3 \cdot \cos(T2) + 2 \cdot DT2^2 \cdot \pi \cdot MS3 \cdot L3 \cdot \sin(T3) - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 \cdot \pi \cdot RO3 \cdot A3 \cdot q3 \cdot L3 \cdot DDT1 \cdot \sin(T3) - \\
& DT1^2 \cdot \pi^2 \cdot MS3 \cdot q2 - 820654554136657/1125899906842624 \cdot DDT3 \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^2 -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 820654554136657/1125899906842624 * DDT1 * RO3 * A3 * L3^2 - \\
& DT1 * \pi^2 * q1 * MS3 * DT2 * \cos(T2) - 1/2 * \pi * RO3 * A3 * L3^2 * DDT3 * \cos(T3) - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 * \pi * RO3 * A3 * q3 * L3 * DT3^2 * \cos(T3) + \sin(T2) * RO3 \\
& * A3 * L3 * DDT1 * \pi^2 * q1 + \sin(T2) * MS3 * DDT1 * \pi^2 * q1 - \\
& 820654554136657/1125899906842624 * RO2 * A2 * L2^2 * DDT2 - \\
& DT1 * \sin(T3) * \cos(T2) * MS3 * \pi^2 * Dq1 - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 * DT3 * \sin(T3) * RO3 * A3 * L3 * Dq2 * \pi + DT3 * \cos(T3) * \\
& \cos(T2) * MS3 * \pi^2 * DT1 * q1 - \\
& 8414314364834221/9007199254740992 * \cos(T3) * RO3 * A3 * L3 * DDT2 * L2 - \\
& 4030424729978835/2251799813685248 * RO2 * A2 * q2 * L2 * DT2^2 + DT3 * \cos(T3) * MS3 * \pi^2 \\
& * DT2 * q2 - DT1 * \sin(T3) * MS3 * \pi^2 * Dq2 + \pi^2 * RO3 * A3 * L3 * DT2 * Dq1 * \sin(T2) - \\
& DT2 * \sin(T3) * \cos(T2) * MS3 * \pi^2 * Dq1 - 2 * DT2^2 * \pi^2 * MS3 * q2 - \pi * MS3 * DDT1 * L2 - \\
& \pi * MS3 * DDT2 * L2 - 2778046668940015/281474976710656 * MS2 * q2 * DT1^2 - \\
& 820654554136657/1125899906842624 * DDT2 * RO3 * A3 * L3^2
\end{aligned}$$

Cori.	ve	Merk.	Kuv.	Vektörü(3)=-
$ \begin{aligned} & 8414314364834221/9007199254740992 * \cos(T3) * RO3 * A3 * L3 * DDT1 * L2 - \\ & DDT1 * MS3 * L3 * \pi + 8414314364834221/9007199254740992 * RO3 * A3 * L3 * DDT1 * L1 * \sin(T \\ & 3) * \sin(T2) - DDT1 * L1 * MS3 * \pi * \cos(T3) * \cos(T2) - \\ & DDT3 * MS3 * L3 * \pi + 2 * DT2 * Dq1 * \pi^2 * MS3 * \sin(T3) + 8414314364834221/45035996273704 \\ & 96 * RO3 * A3 * L3 * DT2 * Dq1 * \pi * \sin(T3) + 8414314364834221/9007199254740992 * \cos(T3) * \sin \\ & (T2) * RO3 * A3 * L3 * DDT1 * \pi * q1 - DDT2 * MS3 * L3 * \pi - \cos(T3) * MS3 * \pi * DDT1 * L2 - \\ & \cos(T3) * MS3 * \pi * DDT2 * L2 + DDT1 * L1 * MS3 * \pi * \sin(T3) * \sin(T2) + \cos(T3) * \sin(T2) * MS3 * \pi \\ & ^2 * DDT1 * q1 + 8414314364834221/9007199254740992 * RO3 * A3 * L3 * DDT2 * \pi * q2 * \sin(T3) \\ & + 8414314364834221/9007199254740992 * RO3 * A3 * L3 * DDT1 * \pi * q2 * \sin(T3) + \sin(T3) * \cos(T \\ & 2) * MS3 * \pi^2 * DDT1 * q1 + DDT1 * \pi^2 * q2 * MS3 * \sin(T3) + DDT2 * \pi^2 * q2 * MS3 * \sin(T3) - \\ & 8414314364834221/9007199254740992 * RO3 * A3 * L3 * DDT1 * L1 * \cos(T3) * \cos(T2) + 841431 \\ & 4364834221/4503599627370496 * RO3 * A3 * L3 * DT1 * Dq1 * \pi * \sin(T3) + 8414314364834221/9 \\ & 007199254740992 * \sin(T3) * \cos(T2) * RO3 * A3 * L3 * DDT1 * \pi * q1 + 2 * DT1 * Dq1 * \pi^2 * MS3 * \sin \\ & (T3) - 820654554136657/1125899906842624 * DDT3 * RO3 * A3 * L3^2 - \\ & 820654554136657/1125899906842624 * DDT1 * RO3 * A3 * L3^2 - \\ & 8414314364834221/9007199254740992 * \cos(T3) * RO3 * A3 * L3 * DDT2 * L2 - \\ & 820654554136657/1125899906842624 * DDT2 * RO3 * A3 * L3^2 - \\ & 2778046668940015/140737488355328 * DT2 * MS3 * q3 * DT1 - \\ & 2778046668940015/281474976710656 * DT2^2 * MS3 * q3 - \end{aligned} $				

$$\begin{aligned}
& 4030424729978835/2251799813685248*DT2^2*RO3*A3*q3*L3- \\
& 4030424729978835/2251799813685248*DT1^2*RO3*A3*q3*L3- \\
& 4030424729978835/1125899906842624*DT1*RO3*A3*q3*L3*DT2- \\
& 2778046668940015/281474976710656*DT1^2*MS3*q3- \\
& 4030424729978835/2251799813685248*DT3^2*RO3*A3*q3*L3- \\
& 2778046668940015/281474976710656*DT3^2*MS3*q3- \\
& 4030424729978835/1125899906842624*DT3*RO3*A3*q3*L3*DT1- \\
& 4030424729978835/1125899906842624*DT3*RO3*A3*q3*L3*DT2- \\
& 2778046668940015/140737488355328*DT3*MS3*q3*DT1- \\
& 2778046668940015/140737488355328*DT3*MS3*q3*DT2+DT1^2*\sin(T3)*\sin(T2)*MS3* \\
& \pi^2*q1-DT1^2*\sin(T3)*\cos(T2)*MS3*\pi*L1-DT2^2*\sin(T3)*MS3*\pi*L2- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*DT2^2*\cos(T3)*RO3*A3*L3*\pi*q2- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*DT1^2*\sin(T3)*RO3*A3*L3*L2- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*DT1^2*\cos(T3)*RO3*A3*L3*\pi*q2- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*DT1^2*\cos(T3)*\sin(T2)*RO3*A3*L3*L1+841431 \\
& 4364834221/9007199254740992*DT1^2*\sin(T3)*\sin(T2)*RO3*A3*L3*\pi*q1- \\
& 8414314364834221/4503599627370496*DT1*\sin(T3)*RO3*A3*L3*DT2*L2- \\
& 8414314364834221/4503599627370496*DT1*\cos(T3)*RO3*A3*L3*DT2*\pi*q2- \\
& DT1^2*\cos(T3)*MS3*\pi^2*q2-DT1^2*\cos(T3)*\sin(T2)*MS3*\pi*L1- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*DT1^2*\cos(T3)*\cos(T2)*RO3*A3*L3*\pi*q1- \\
& 2*DT1*\cos(T3)*MS3*\pi^2*DT2*q2-DT1^2*\sin(T3)*MS3*\pi*L2- \\
& 2*DT1*\sin(T3)*MS3*\pi*DT2*L2-DT1^2*\cos(T3)*\cos(T2)*MS3*\pi^2*q1- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*DT1^2*\sin(T3)*\cos(T2)*RO3*A3*L3*L1- \\
& 8414314364834221/9007199254740992*DT2^2*\sin(T3)*RO3*A3*L3*L2- \\
& DT2^2*\cos(T3)*MS3*\pi^2*q2
\end{aligned}$$

Ağālāk	Mom.	Vektörü(1)=-
1/562949953421312*(321329765582243*RO1*A1*L1^4*g*cos(T1)*L2^3*L3^3+56294995		
3421312*MS1*g*cos(T1)*pi*L1^3*L2^3*L3^3-		
27418221630202000*E1*I1*q1*L2^3*L3^3+562949953421312*RO2*A2*L2^4*g*cos(T1)		
*pi*L1^3*L3^3+321329765582243*RO2*A2*L2^4*g*L1^3*L3^3*cos(T1)*cos(T2)-		
321329765582243*RO2*A2*L2^4*g*L1^3*L3^3*sin(T1)*sin(T2)+562949953421312*MS2		
*g*cos(T1)*pi*L1^3*L2^3*L3^3-		
27418221630202000*E2*I2*q2*L1^3*L3^3+562949953421312*RO3*A3*L3^4*g*cos(T1)		
*pi*L1^3*L2^3-		

$$\begin{aligned}
& 321329765582243 \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^4 \cdot g \cdot L1^3 \cdot L2^3 \cdot \sin(T3) \cdot \sin(T1) \cdot \cos(T2) - \\
& 321329765582243 \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^4 \cdot g \cdot L1^3 \cdot L2^3 \cdot \sin(T3) \cdot \cos(T1) \cdot \sin(T2) + 321329765582 \\
& 243 \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^4 \cdot g \cdot L1^3 \cdot L2^3 \cdot \cos(T3) \cdot \cos(T1) \cdot \cos(T2) - \\
& 321329765582243 \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^4 \cdot g \cdot L1^3 \cdot L2^3 \cdot \cos(T3) \cdot \sin(T1) \cdot \sin(T2) + 562949953421 \\
& 312 \cdot MS3 \cdot g \cdot \cos(T1) \cdot \pi \cdot L1^3 \cdot L2^3 \cdot L3^3 - \\
& 27418221630202000 \cdot E3 \cdot I3 \cdot q3 \cdot L1^3 \cdot L2^3 / L1^3 / L2^3 / L3^3
\end{aligned}$$

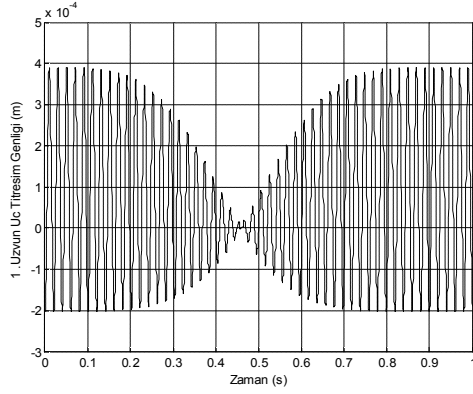
Ağālġk	Mom.	Vektöri(2)=-
--------	------	--------------

$$\begin{aligned}
& 1/562949953421312 \cdot (321329765582243 \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2^4 \cdot g \cdot L3^3 \cdot \cos(T1) \cdot \cos(T2) - \\
& 321329765582243 \cdot RO2 \cdot A2 \cdot L2^4 \cdot g \cdot L3^3 \cdot \sin(T1) \cdot \sin(T2) + 562949953421312 \cdot MS2 \cdot g \cdot \pi \\
& \cdot L2^3 \cdot L3^3 \cdot \cos(T1) \cdot \cos(T2) - 562949953421312 \cdot MS2 \cdot g \cdot \pi \cdot L2^3 \cdot L3^3 \cdot \sin(T1) \cdot \sin(T2) - \\
& 27418221630202000 \cdot E2 \cdot I2 \cdot q2 \cdot L3^3 + 562949953421312 \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^4 \cdot g \cdot \pi \cdot L2^3 \cdot \cos(\\
& T1) \cdot \cos(T2) - 562949953421312 \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^4 \cdot g \cdot \pi \cdot L2^3 \cdot \sin(T1) \cdot \sin(T2) - \\
& 321329765582243 \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^4 \cdot g \cdot L2^3 \cdot \sin(T3) \cdot \sin(T1) \cdot \cos(T2) - \\
& 321329765582243 \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^4 \cdot g \cdot L2^3 \cdot \sin(T3) \cdot \cos(T1) \cdot \sin(T2) + 321329765582243 \cdot R \\
& O3 \cdot A3 \cdot L3^4 \cdot g \cdot L2^3 \cdot \cos(T3) \cdot \cos(T1) \cdot \cos(T2) - \\
& 321329765582243 \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^4 \cdot g \cdot L2^3 \cdot \cos(T3) \cdot \sin(T1) \cdot \sin(T2) + 562949953421312 \cdot M \\
& S3 \cdot g \cdot \pi \cdot L2^3 \cdot L3^3 \cdot \cos(T1) \cdot \cos(T2) - \\
& 562949953421312 \cdot MS3 \cdot g \cdot \pi \cdot L2^3 \cdot L3^3 \cdot \sin(T1) \cdot \sin(T2) - \\
& 27418221630202000 \cdot E3 \cdot I3 \cdot q3 \cdot L2^3 / L2^3 / L3^3
\end{aligned}$$

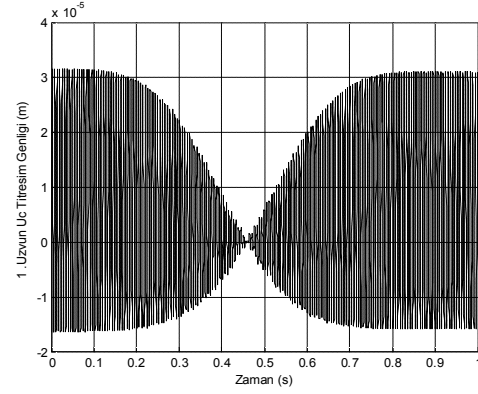
Ağālġk	Mom.	Vektöri(3)=-1/562949953421312 \cdot (-
--------	------	--

$$\begin{aligned}
& 321329765582243 \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^4 \cdot g \cdot \sin(T3) \cdot \sin(T1) \cdot \cos(T2) - \\
& 321329765582243 \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^4 \cdot g \cdot \sin(T3) \cdot \cos(T1) \cdot \sin(T2) + 321329765582243 \cdot RO3 \cdot A \\
& 3 \cdot L3^4 \cdot g \cdot \cos(T3) \cdot \cos(T1) \cdot \cos(T2) - \\
& 321329765582243 \cdot RO3 \cdot A3 \cdot L3^4 \cdot g \cdot \cos(T3) \cdot \sin(T1) \cdot \sin(T2) - \\
& 562949953421312 \cdot MS3 \cdot g \cdot \pi \cdot L3^3 \cdot \sin(T3) \cdot \sin(T1) \cdot \cos(T2) - \\
& 562949953421312 \cdot MS3 \cdot g \cdot \pi \cdot L3^3 \cdot \sin(T3) \cdot \cos(T1) \cdot \sin(T2) + 562949953421312 \cdot MS3 \cdot g \cdot \\
& \pi \cdot L3^3 \cdot \cos(T3) \cdot \cos(T1) \cdot \cos(T2) - \\
& 562949953421312 \cdot MS3 \cdot g \cdot \pi \cdot L3^3 \cdot \cos(T3) \cdot \sin(T1) \cdot \sin(T2) - \\
& 27418221630202000 \cdot E3 \cdot I3 \cdot q3 / L3^3
\end{aligned}$$

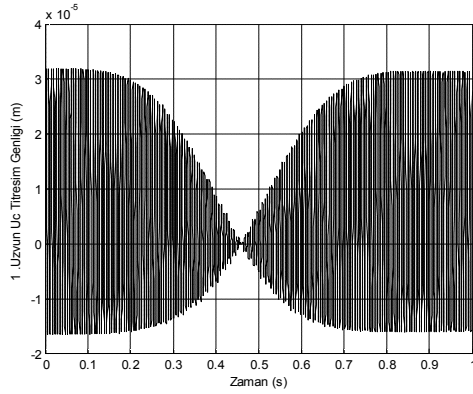
Ek 4 Bir Elastik Uzunlu Robotun Verilen Ėartlar Altında Yapmā Olduğu Uç Titreğimleri



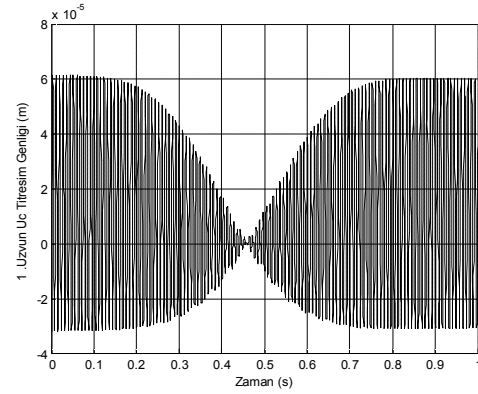
PVC



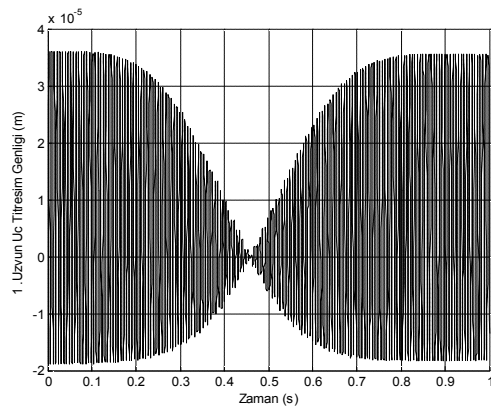
Çelik



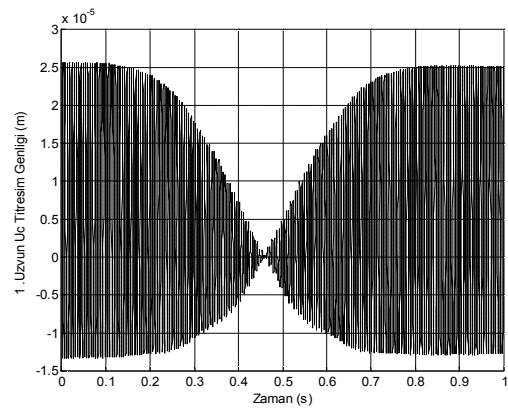
Alüminyum



Fosforlu Bronz

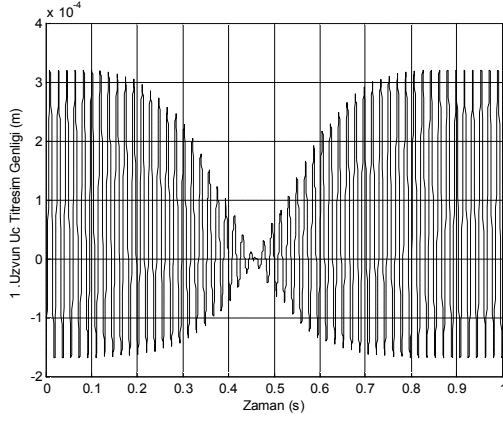


Titanyum

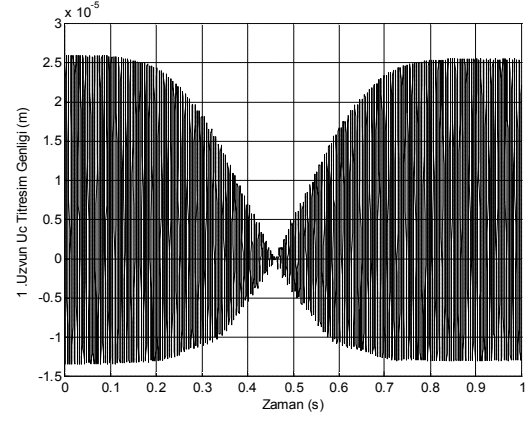


Molibden

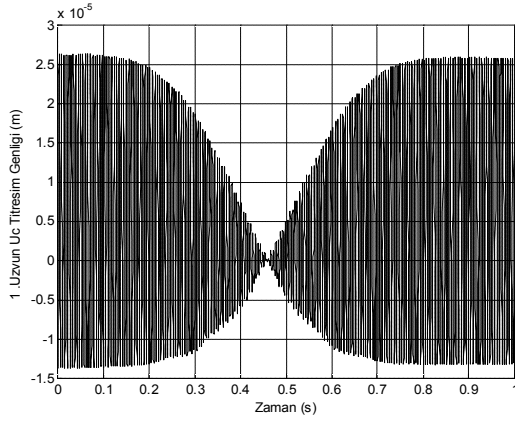
Kesit : ıı Bol Kare (85 mmx85 mm, Et Kalınlığı 5 mm); L=0.9 m; MS=0 kg



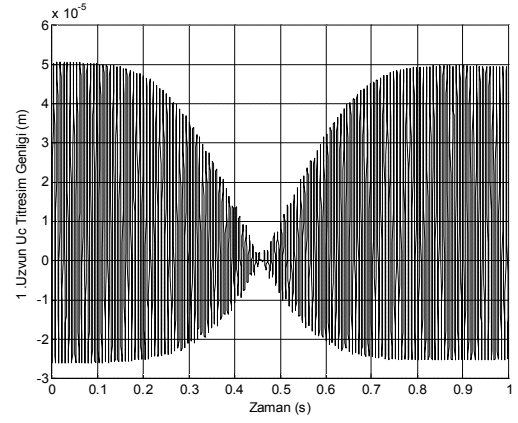
PVC



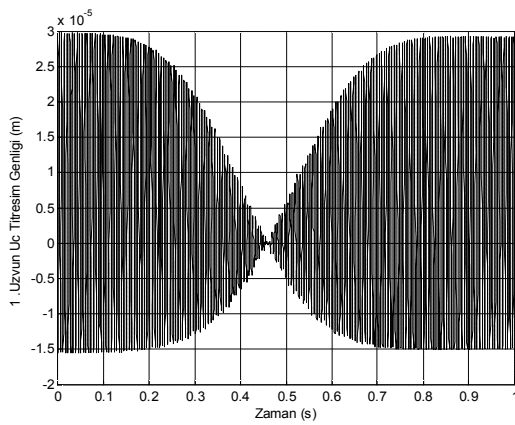
Çelik



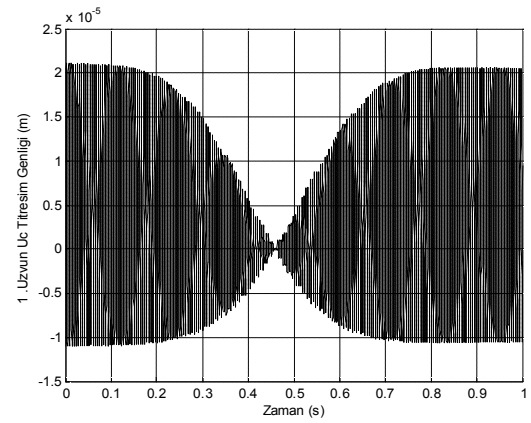
Alüminyum



Fosforlu Bronz

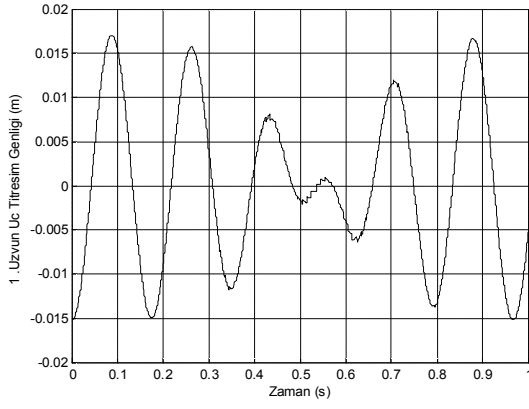


Titanyum

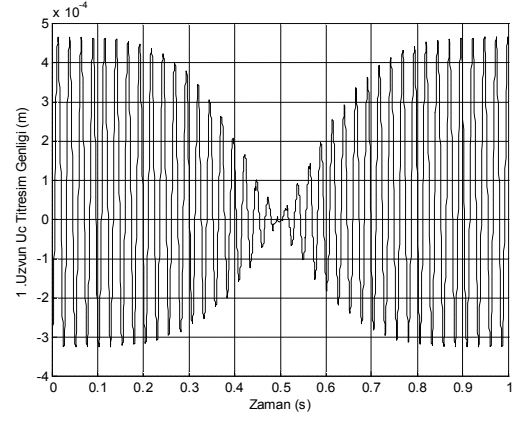


Molibden

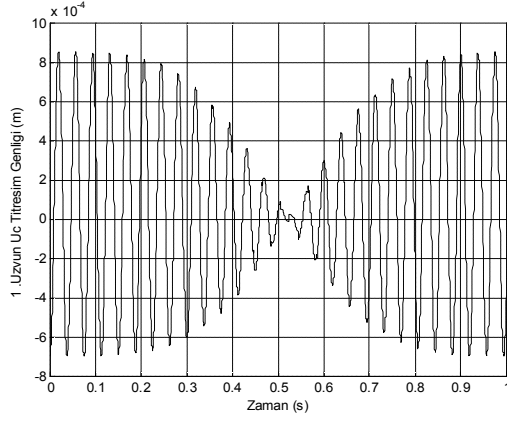
Kesit : π Boğ Daire ($d=106,9$ mm, Et Kalınlığı 5 mm); $L=0.9$ m; $MS=0$ kg



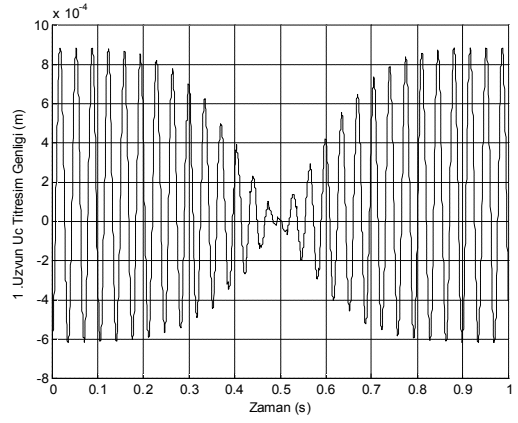
PVC



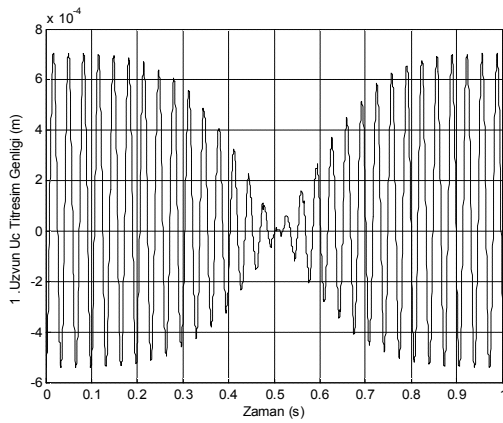
Çelik



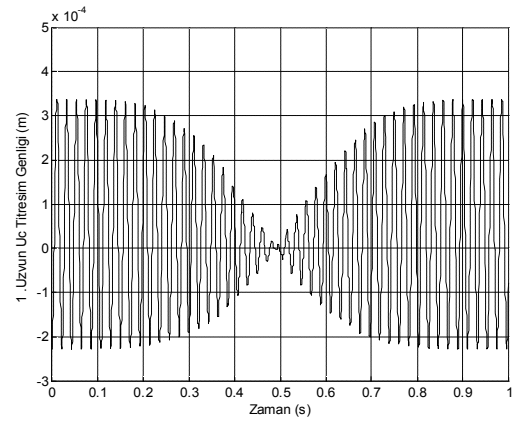
Alüminyum



Fosforlu Bronz

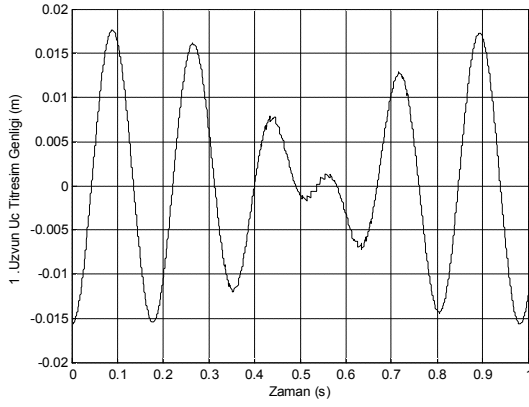


Titanyum

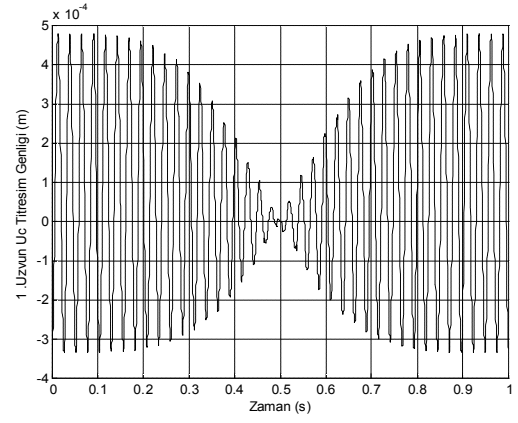


Molibden

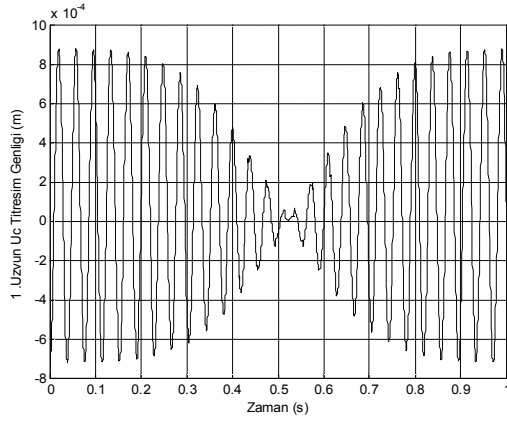
Kesit : Kare (40 mmx40 mm); L=0.9 m; MS=3 kg



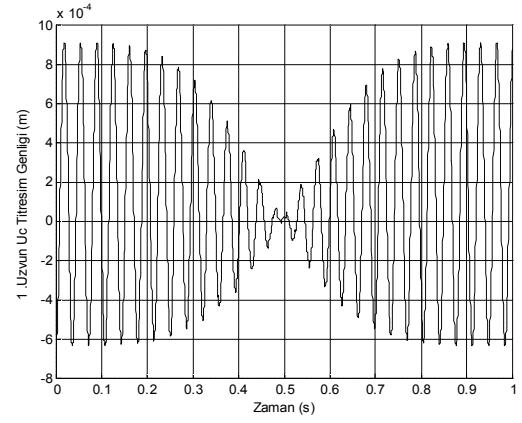
PVC



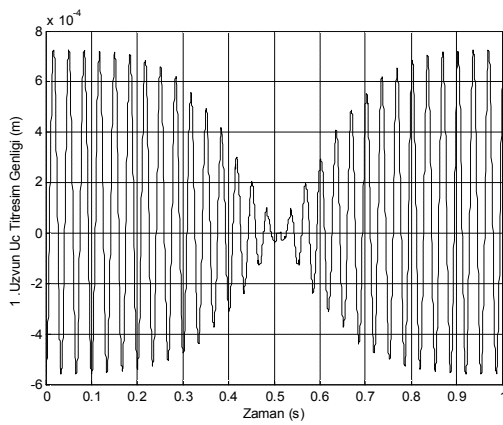
Çelik



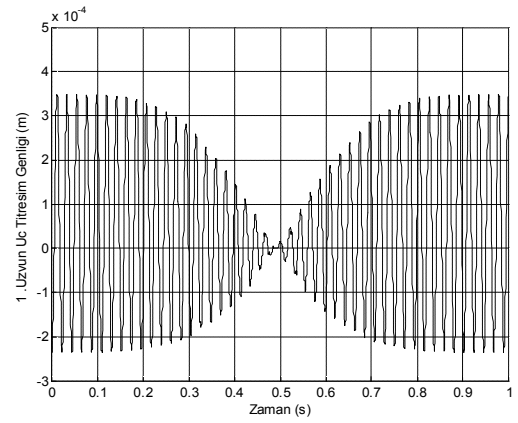
Alüminyum



Fosforlu Bronz

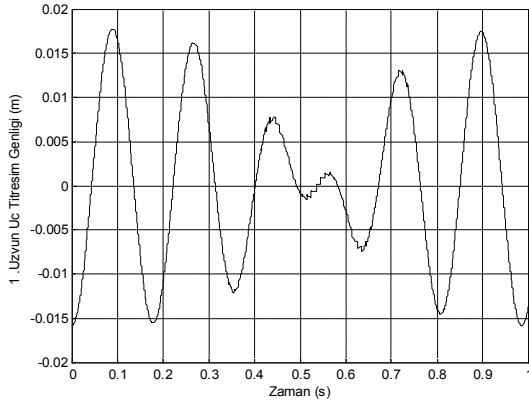


Titanyum

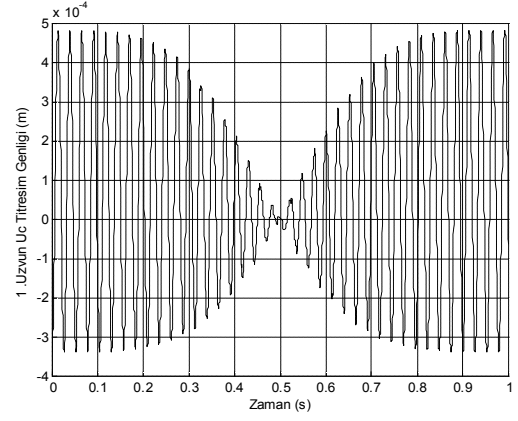


Molibden

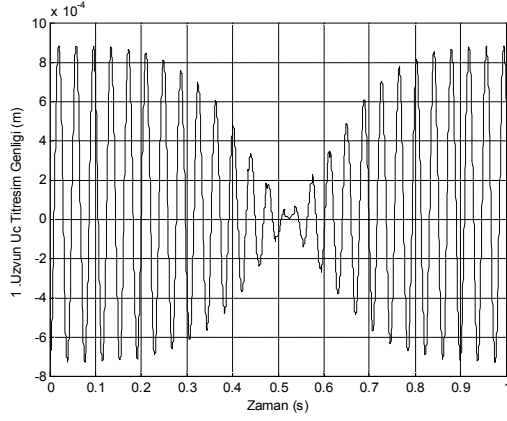
Kesit : Daire ($d=45.3152$ mm); $L=0.9$ m; $MS=3$ kg



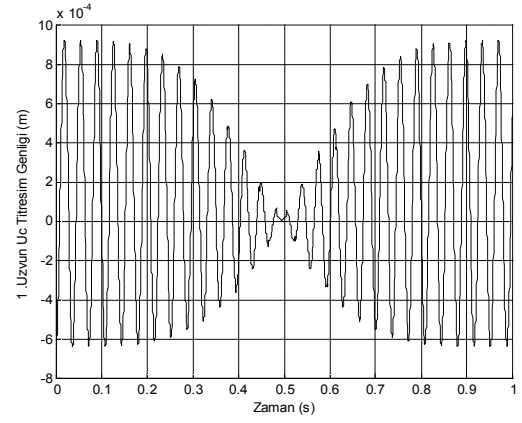
PVC



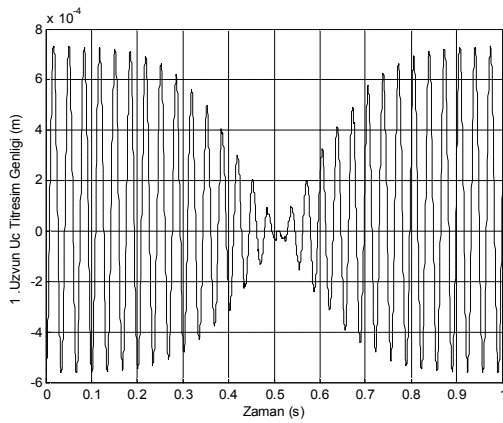
Çelik



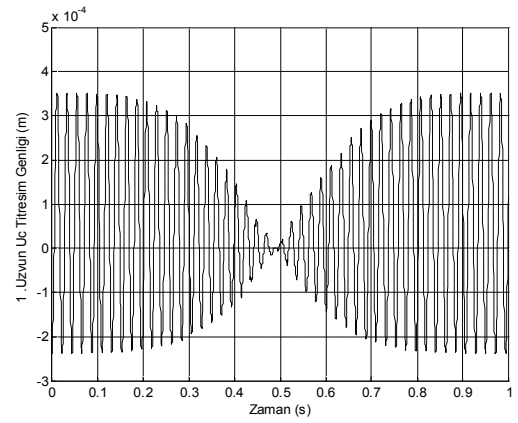
Alüminyum



Fosforlu Bronz

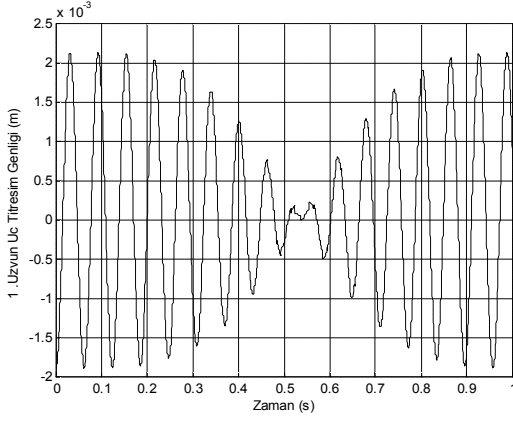


Titanyum

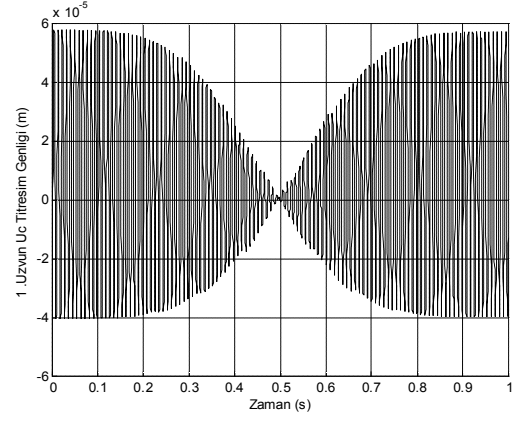


Molibden

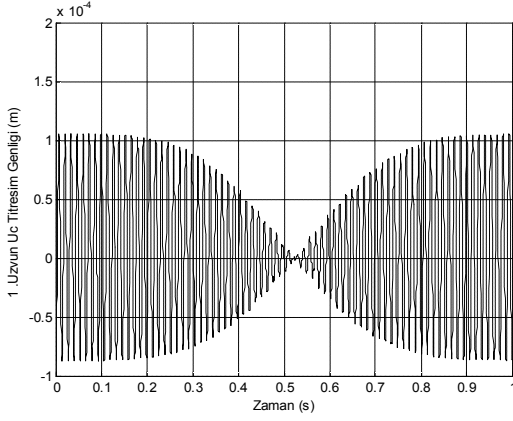
Kesit : Altıgen ($a=24.8161$ mm); $L=0.9$ m; $MS=3$ kg



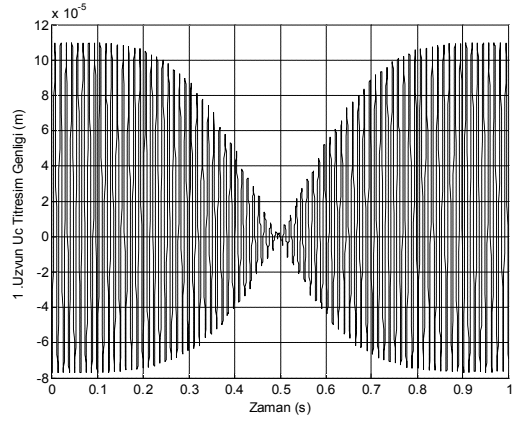
PVC



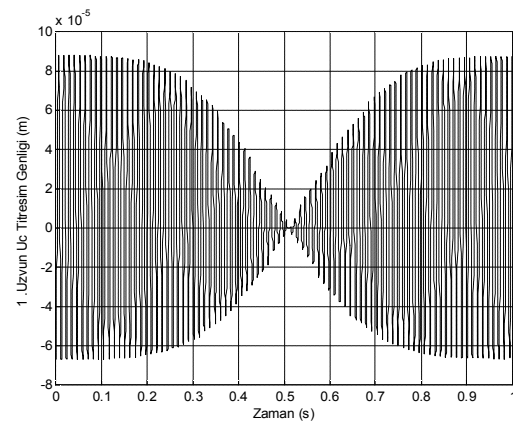
Çelik



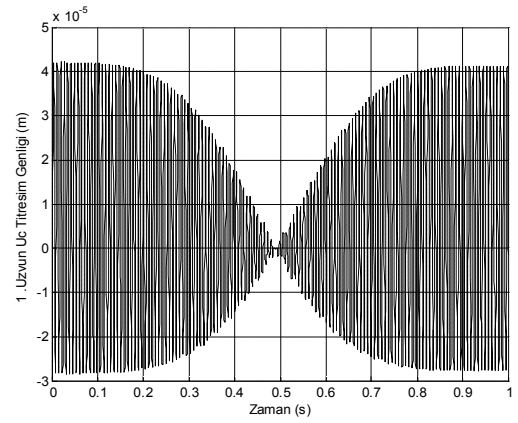
Alüminyum



Fosforlu Bronz

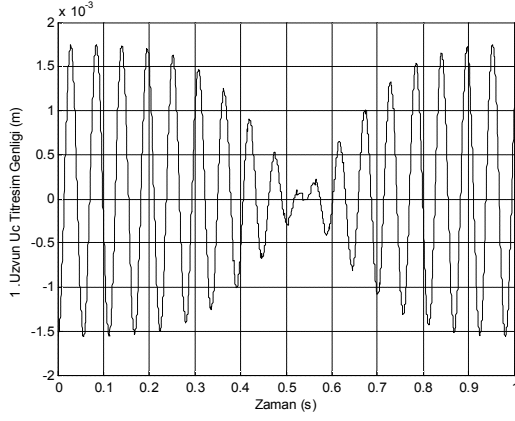


Titanyum

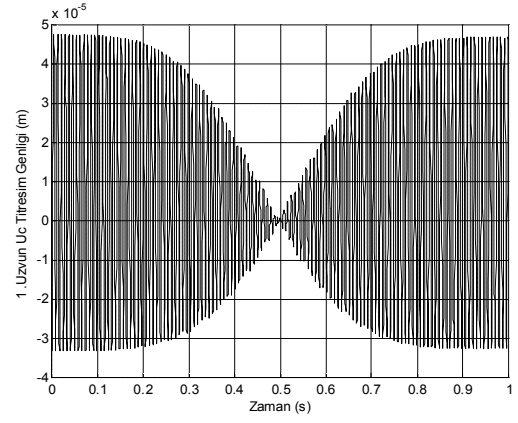


Molibden

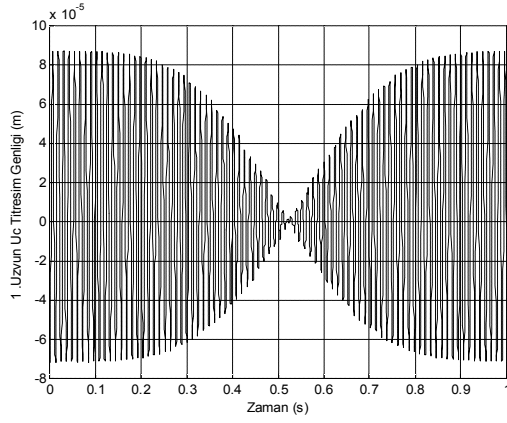
Kesit : ııı Bolı Kare (85 mmx85 mm, Et Kalınlık 5 mm); L=0.9 m; MS=3 kg



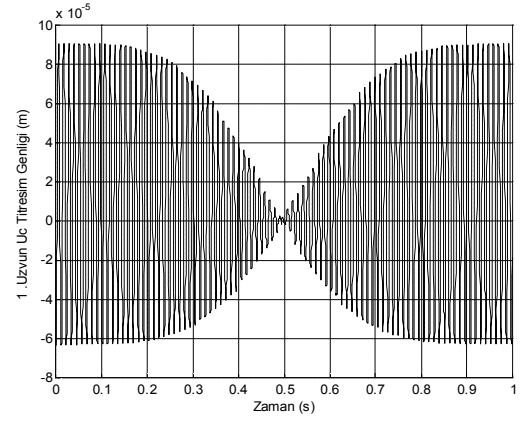
PVC



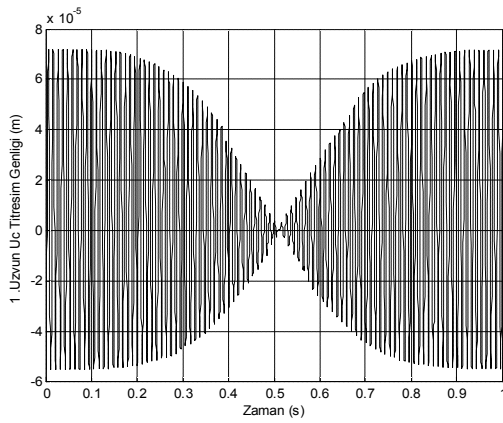
Çelik



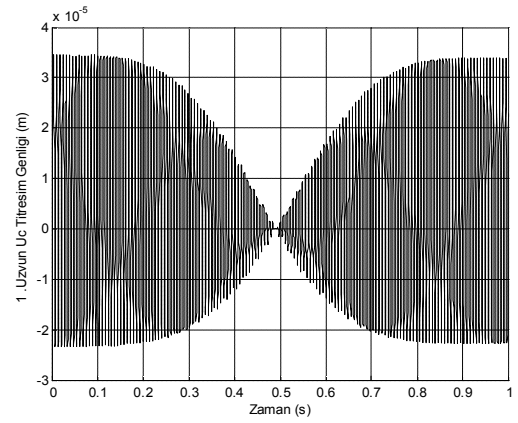
Alüminyum



Fosforlu Bronz

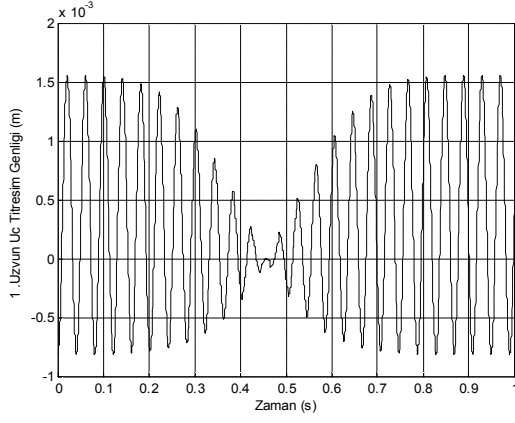


Titanyum

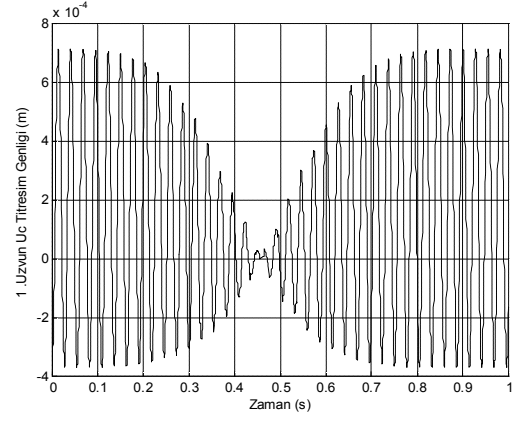


Molibden

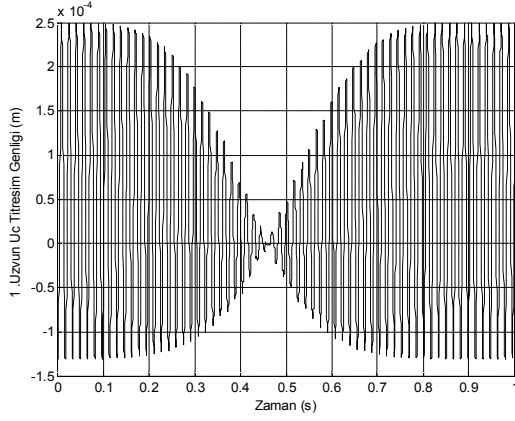
Kesit : π Daire (d=106,9 mm, Et Kalınlığı=5 mm); L=0.9 m; MS=3 kg



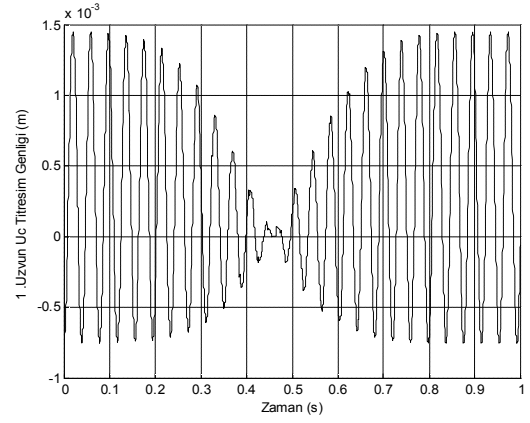
PVC



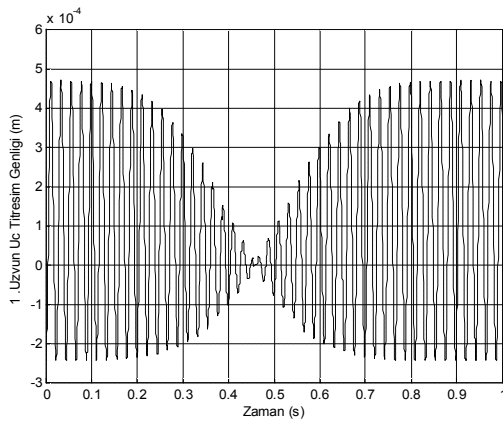
Çelik



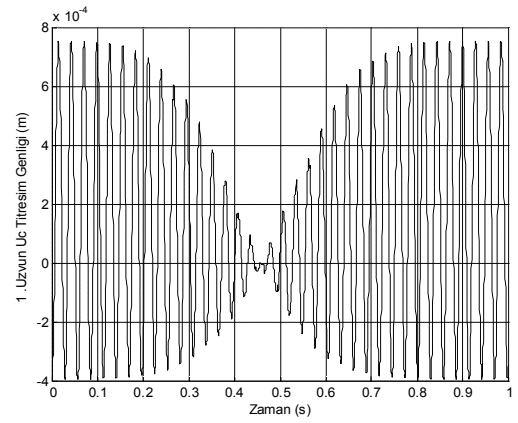
Alüminyum



Fosforlu Bronz

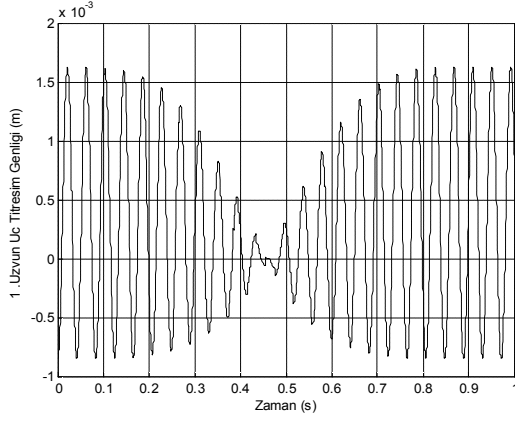


Titanyum

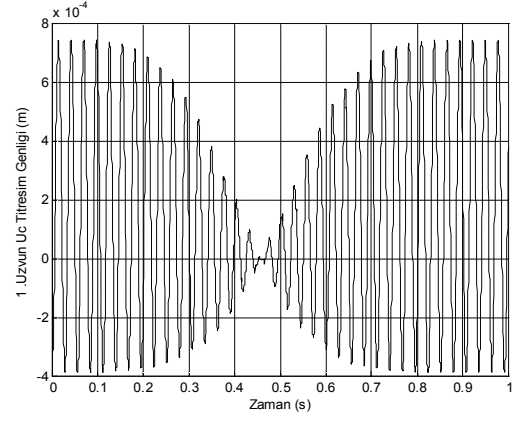


Molibden

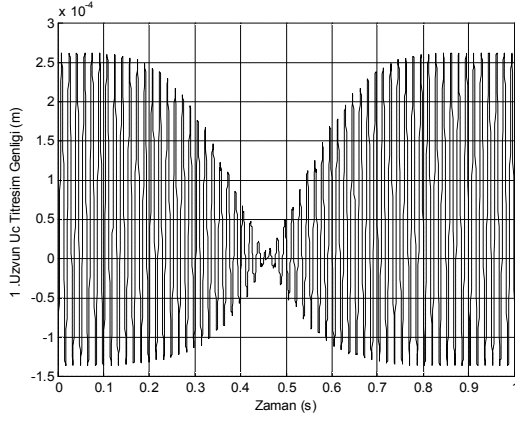
Kesit : Kare; $m= 4$ kg; $L=0.9$ m; $MS=0$ kg



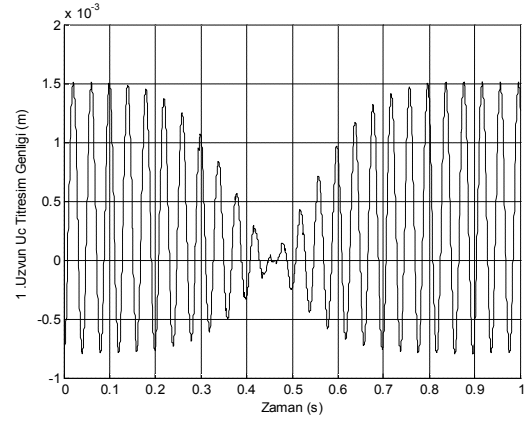
PVC



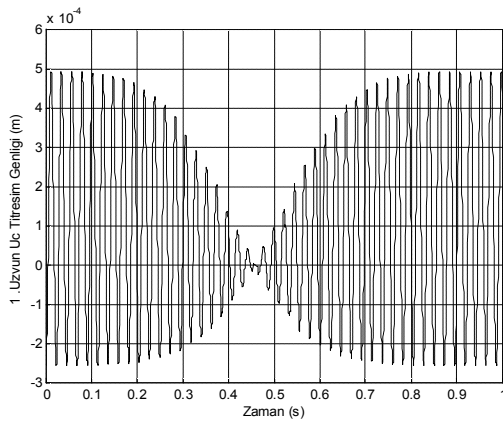
Çelik



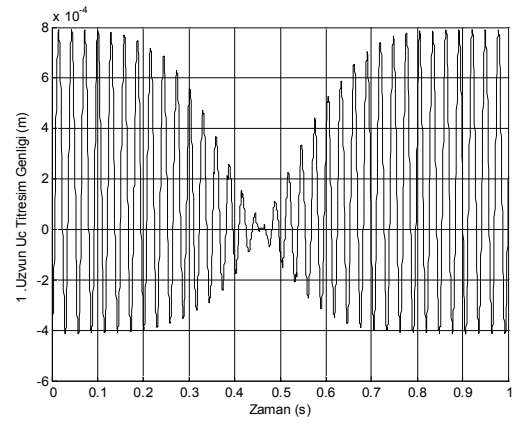
Alüminyum



Fosforlu Bronz

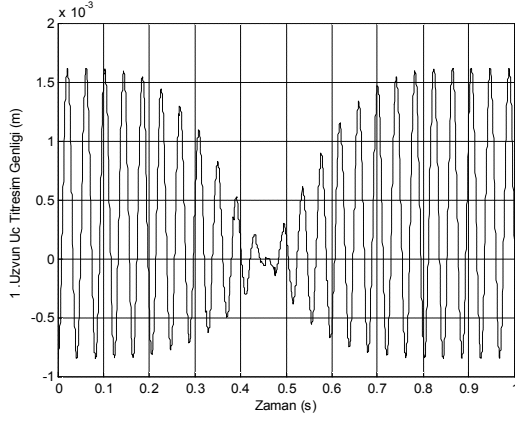


Titanyum

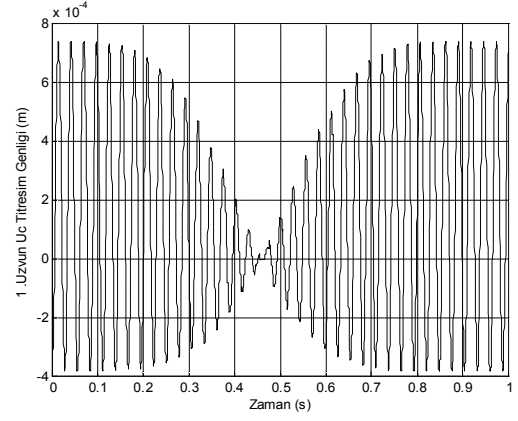


Molibden

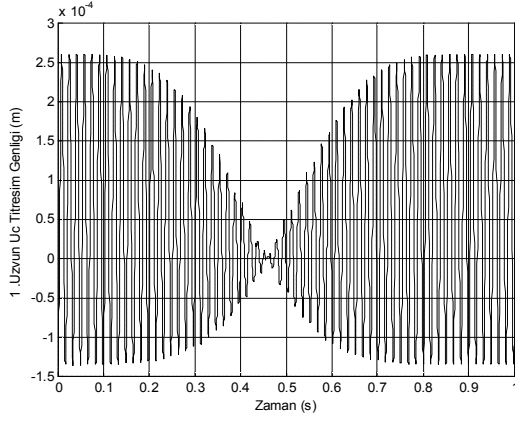
Kesit : Daire; $m = 4 \text{ kg}$; $L = 0.9 \text{ m}$; $MS = 0 \text{ kg}$



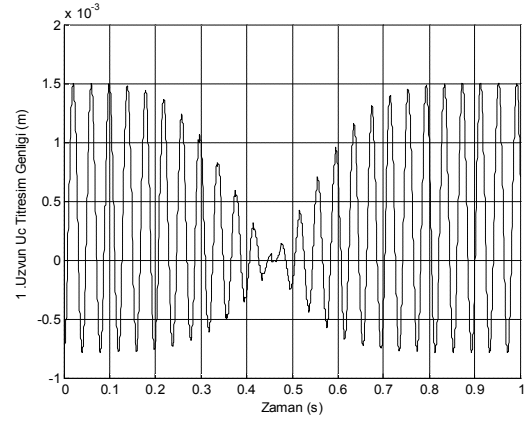
PVC



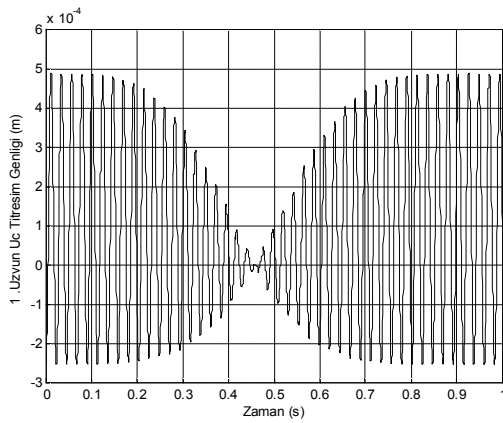
Çelik



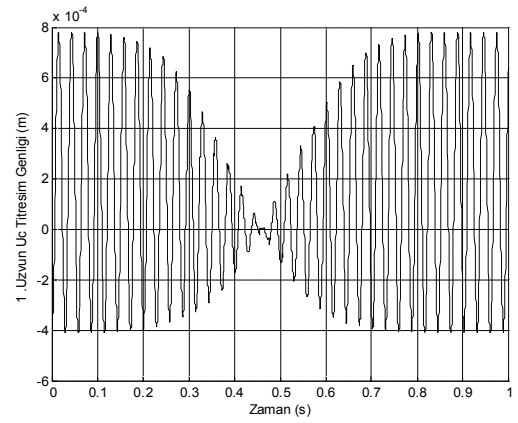
Alüminyum



Fosforlu Bronz

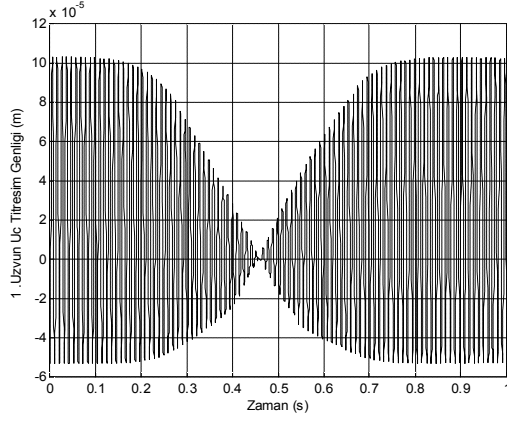


Titanyum

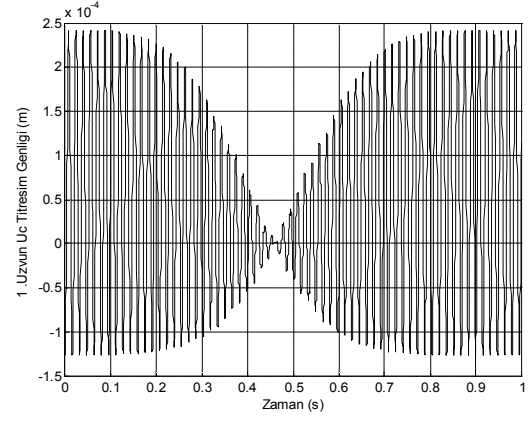


Molibden

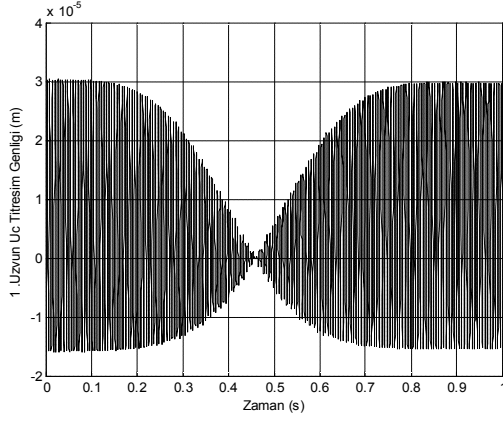
Kesit : Altğen; m= 4 kg; L=0.9 m; MS=0 kg



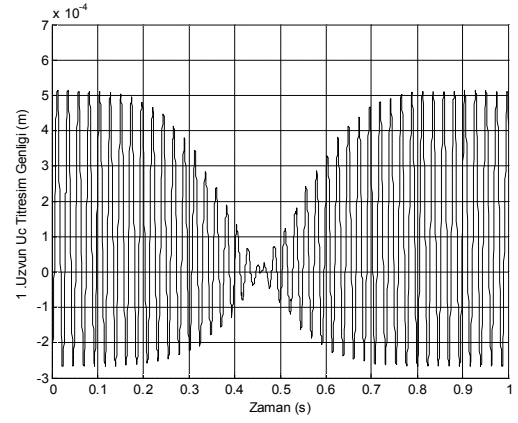
PVC



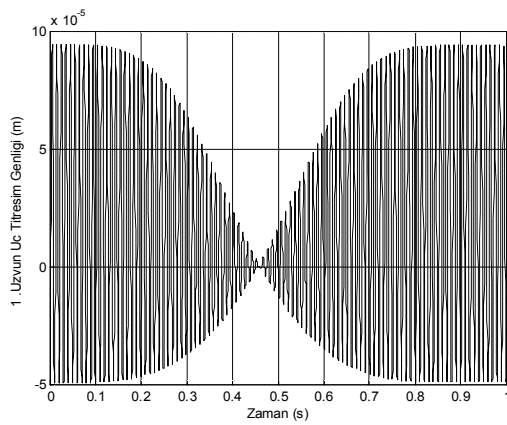
Çelik



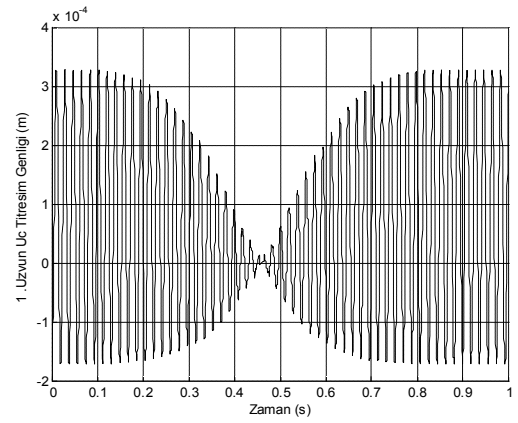
Alüminyum



Fosforlu Bronz

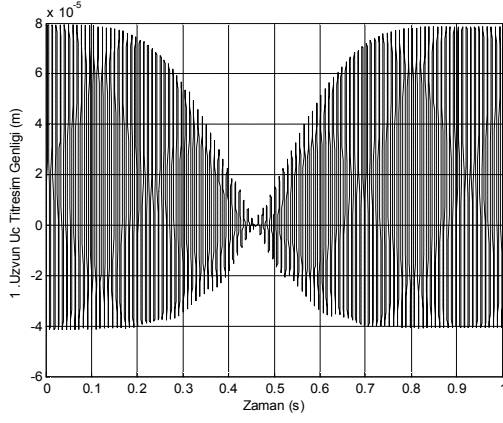


Titanyum

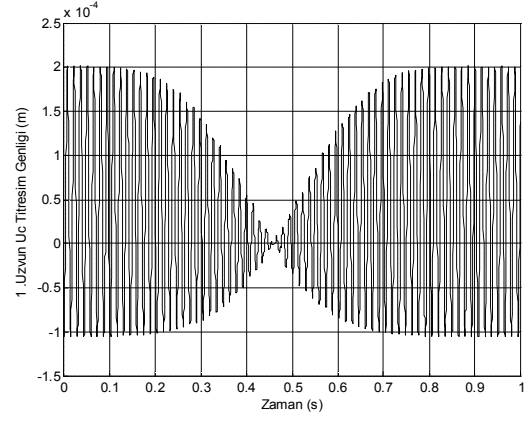


Molibden

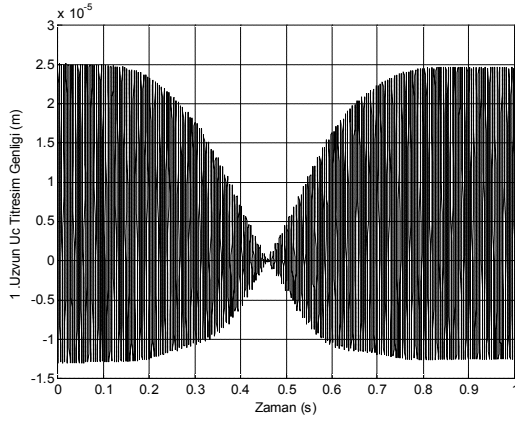
Kesit: 40x40 mm Kare (Et Kalınlığı 5 mm); m= 4 kg; L=0.9 m; MS=0 kg



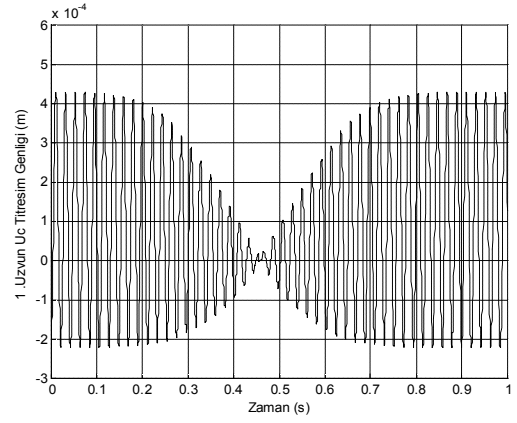
PVC



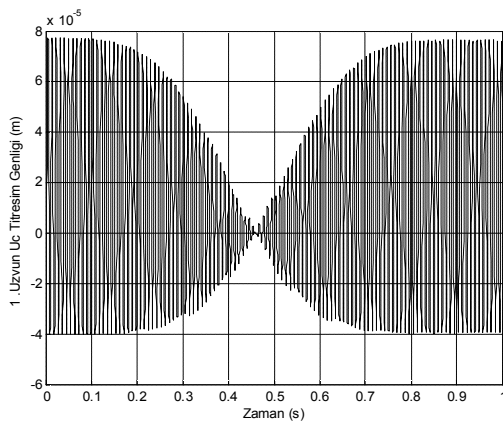
Çelik



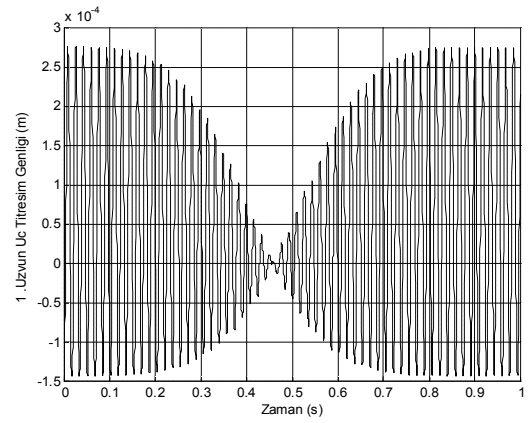
Alüminyum



Fosforlu Bronz

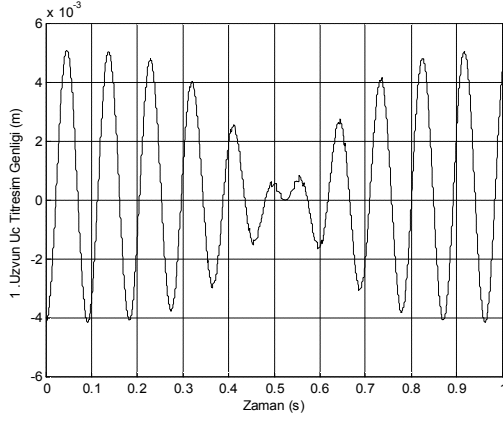


Titanyum

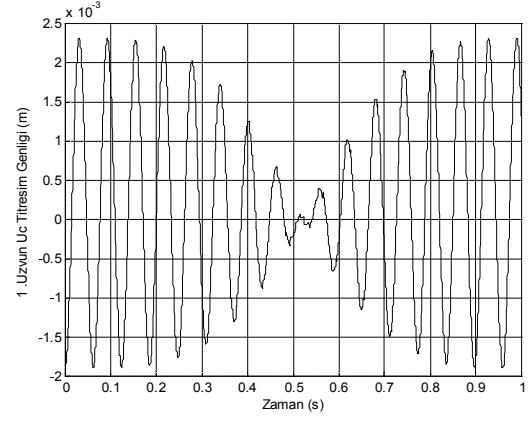


Molibden

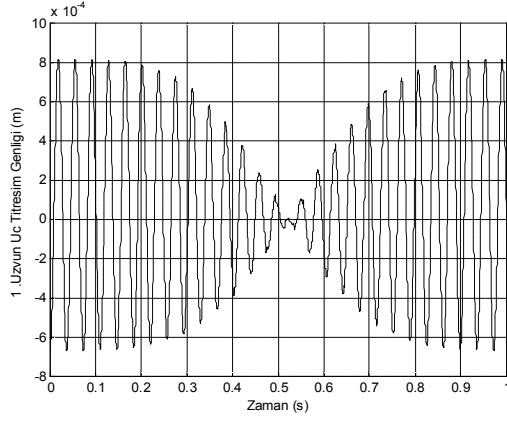
Kesit: 4 Bol Daire (Et Kalınlığı 5 mm); $m = 4$ kg; $L = 0.9$ m; $MS = 0$ kg



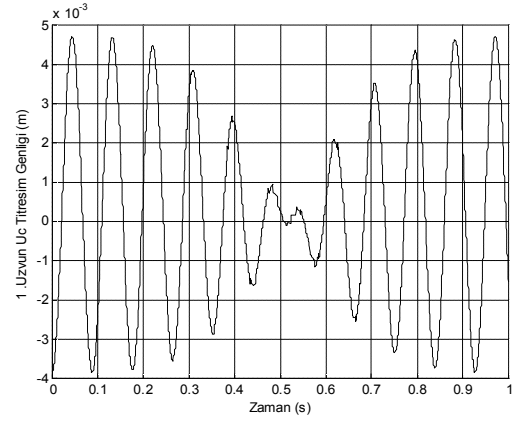
PVC



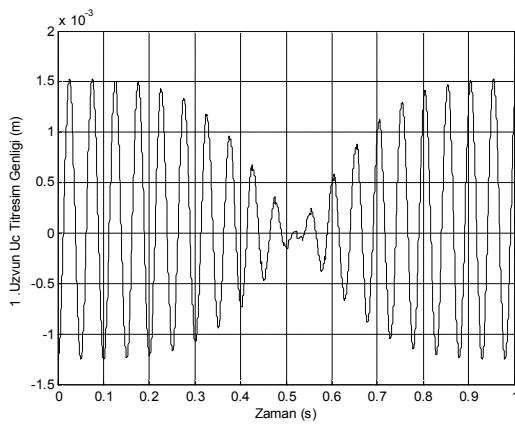
Çelik



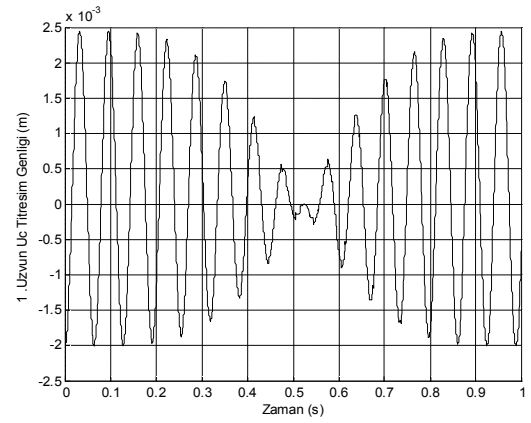
Alüminyum



Fosforlu Bronz

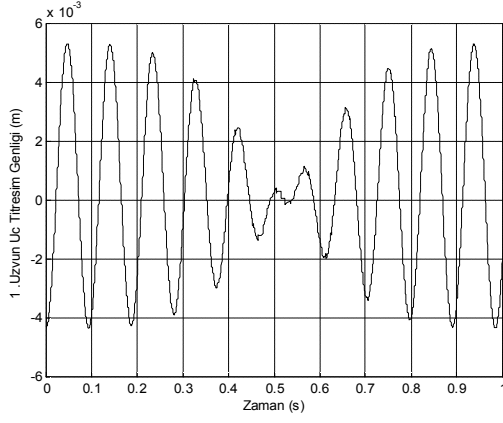


Titanyum

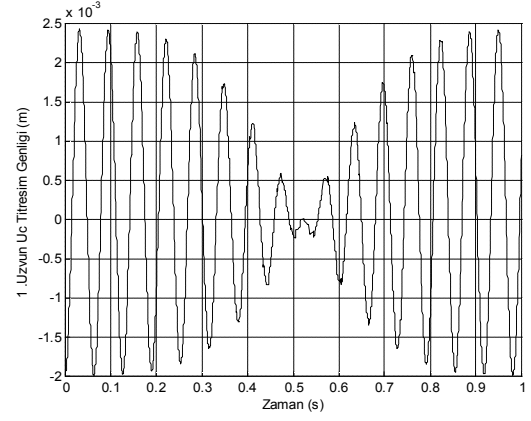


Molibden

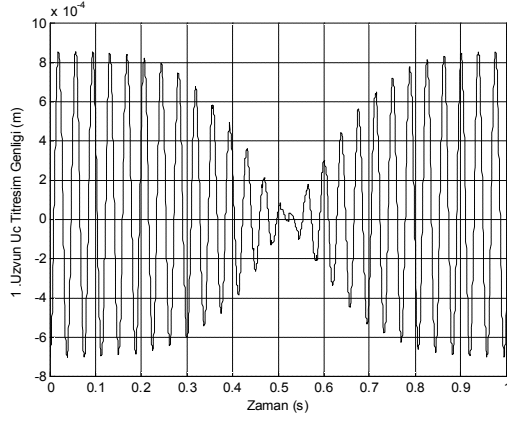
Kesit : Kare; m= 4 kg; L=0.9 m; MS=3 kg



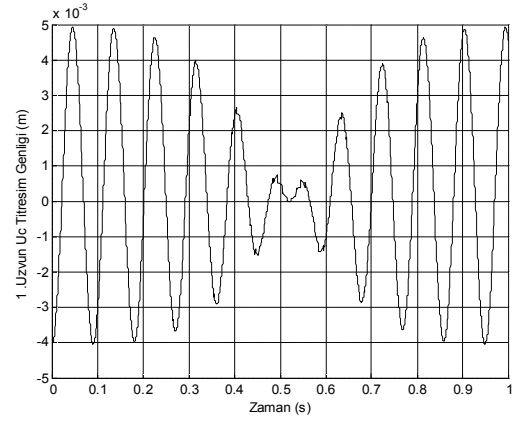
PVC



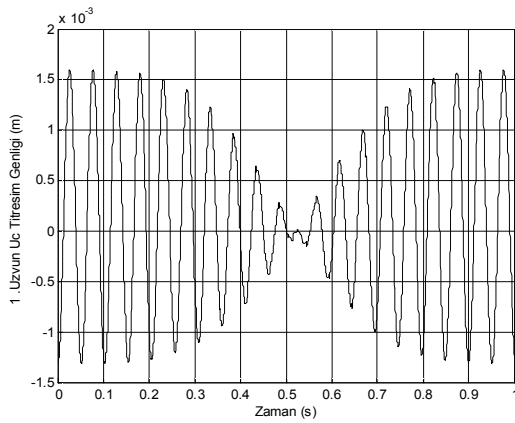
Çelik



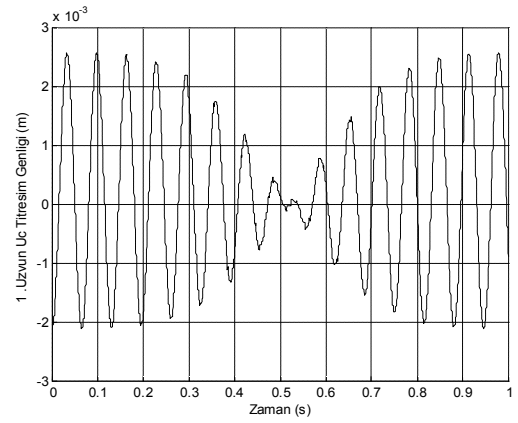
Alüminyum



Fosforlu Bronz

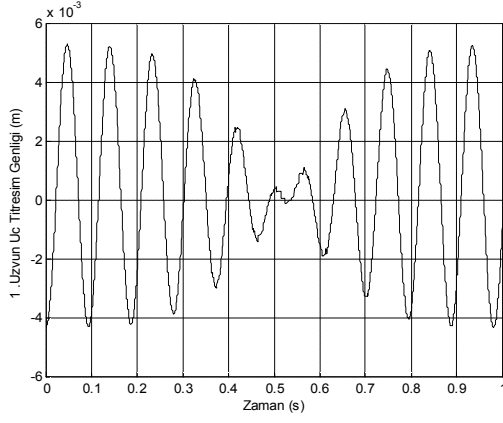


Titanyum

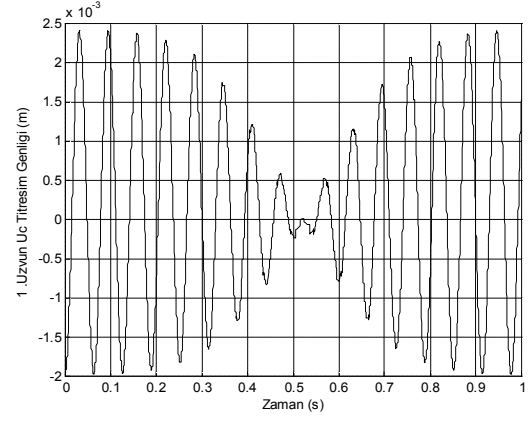


Molibden

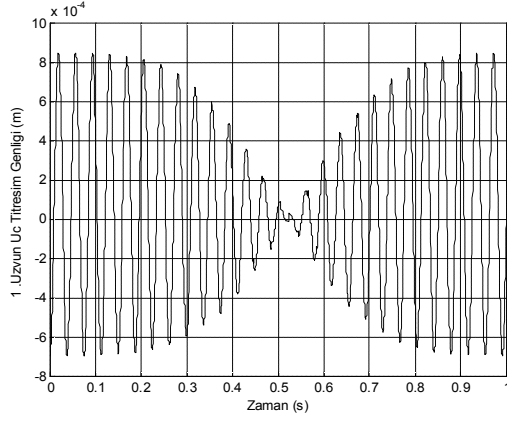
Kesit : Daire; $m= 4 \text{ kg}$; $L=0.9 \text{ m}$; $MS=3 \text{ kg}$



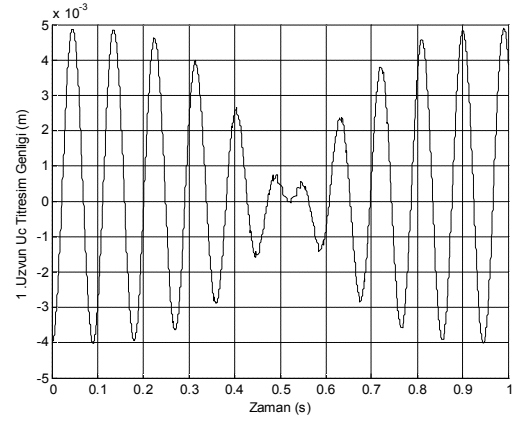
PVC



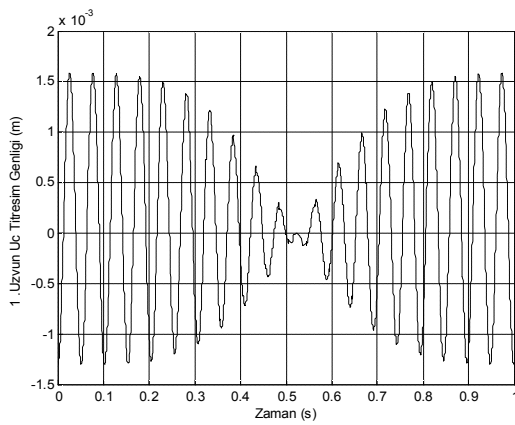
Çelik



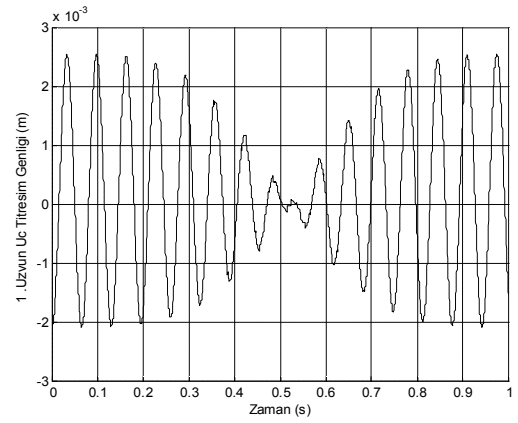
Alüminyum



Fosforlu Bronz

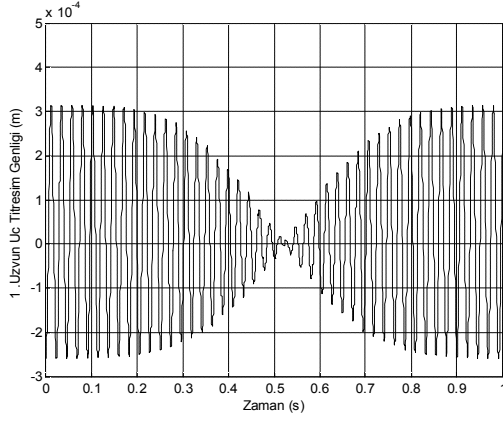


Titanyum

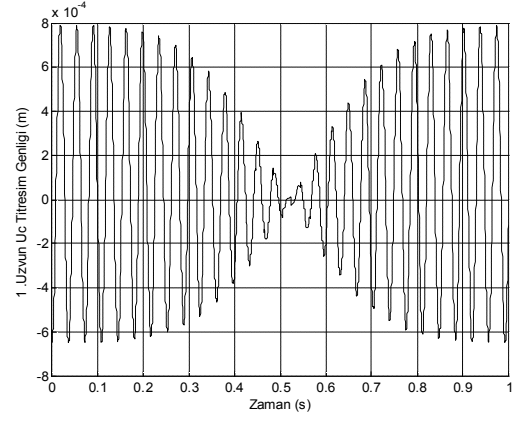


Molibden

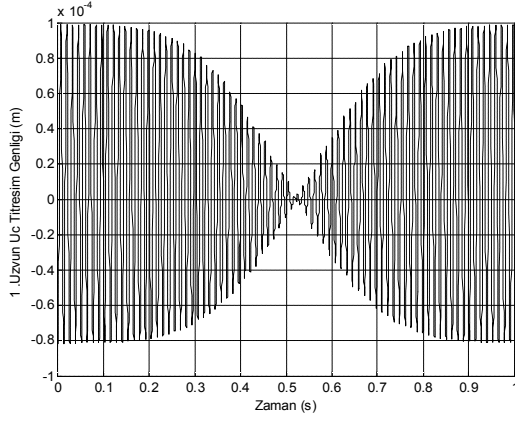
Kesit : Altğen; m= 4 kg; L=0.9 m; MS=3 kg



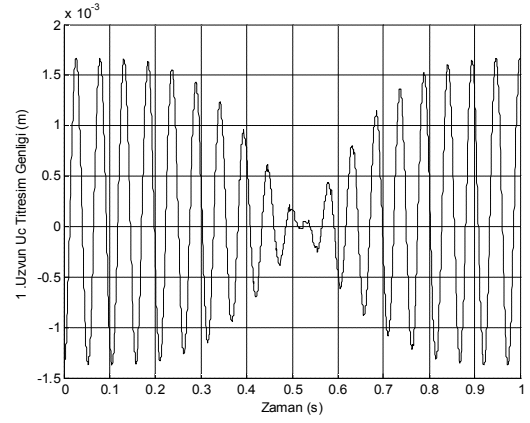
PVC



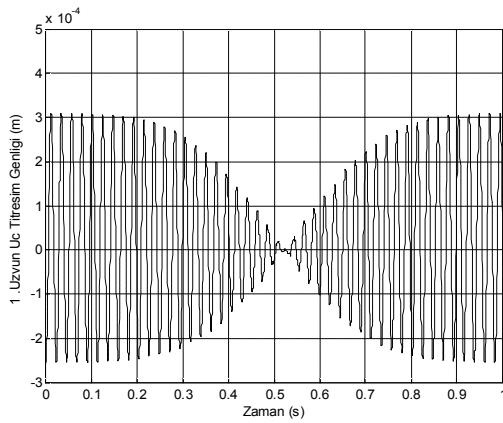
Çelik



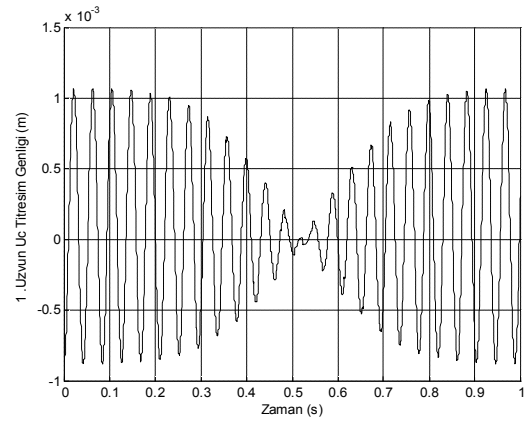
Alüminyum



Fosforlu Bronz

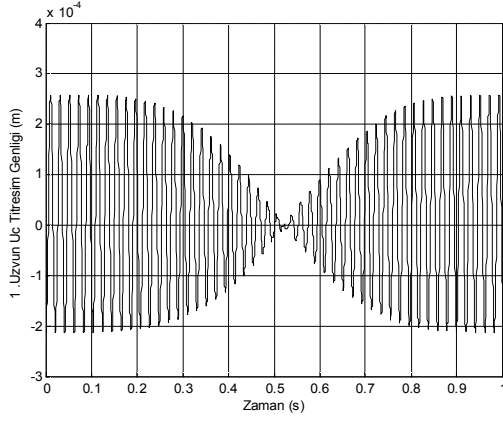


Titanyum

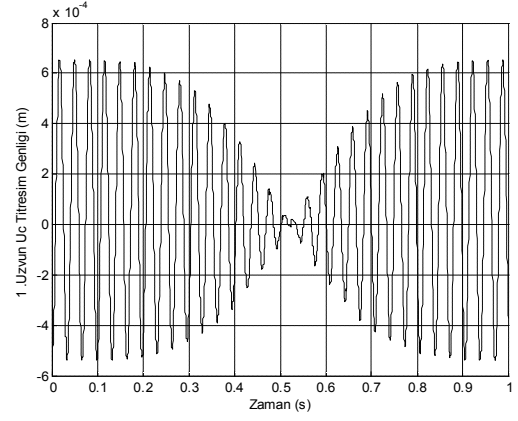


Molibden

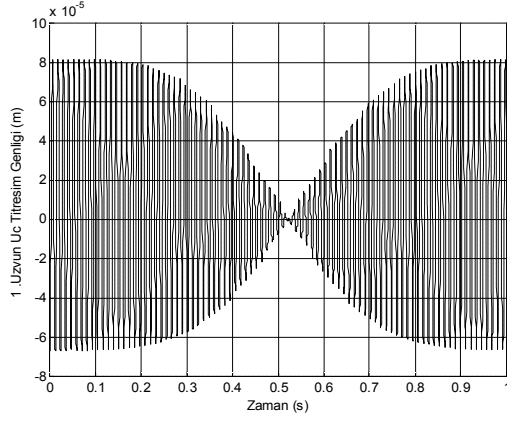
Kesit : 10 mm Boş Kare (Et Kalınlığı 5 mm); m= 4 kg; L=0.9 m; MS=3 kg



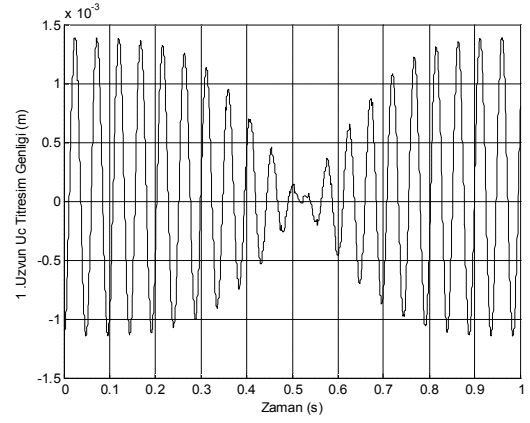
PVC



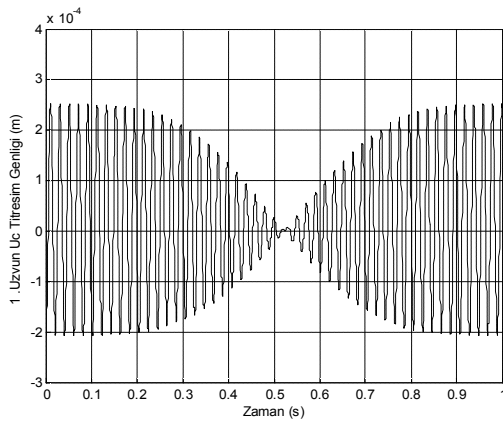
Çelik



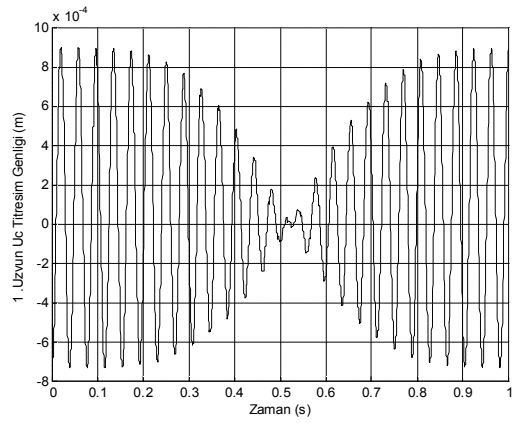
Alüminyum



Fosforlu Bronz

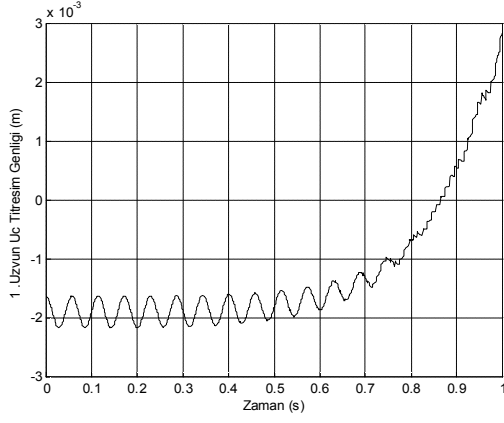


Titanyum

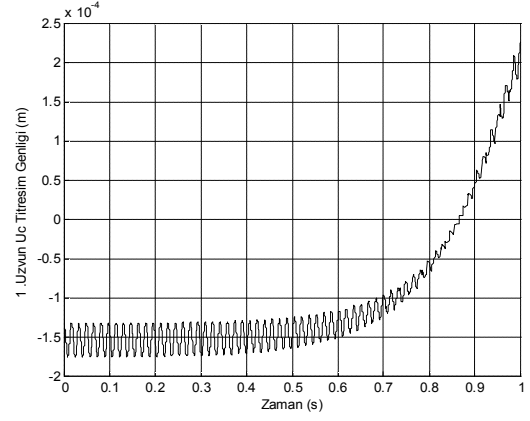


Molibden

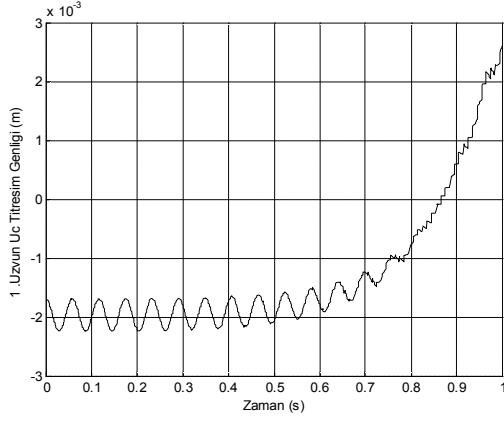
Kesit : 40 mm Çaplı Daire (Et Kalınlığı 5 mm); $m = 4 \text{ kg}$; $L = 0.9 \text{ m}$; $MS = 3 \text{ kg}$



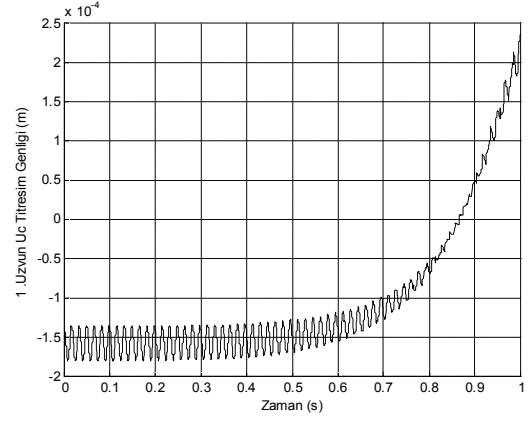
PVC ĩ Kare Kesit



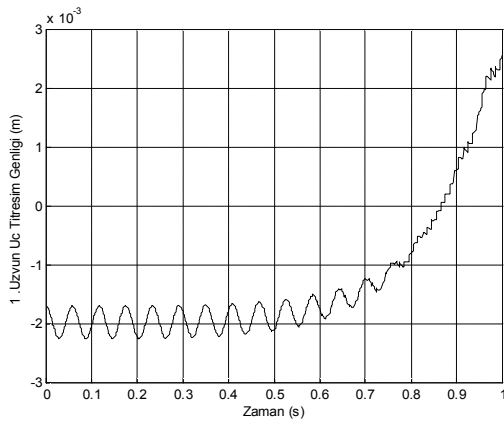
Çelik ĩ Kare Kesit



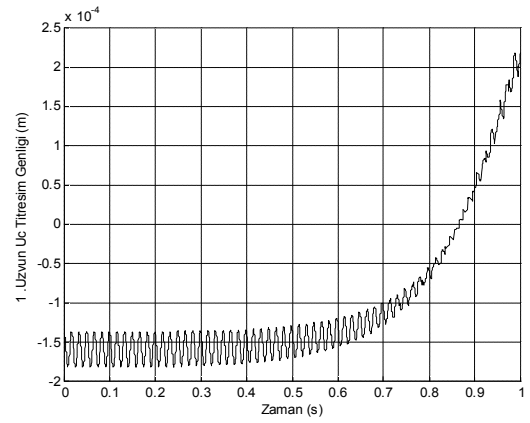
PVC ĩ Daire Kesit



Çelik ĩ Daire Kesit

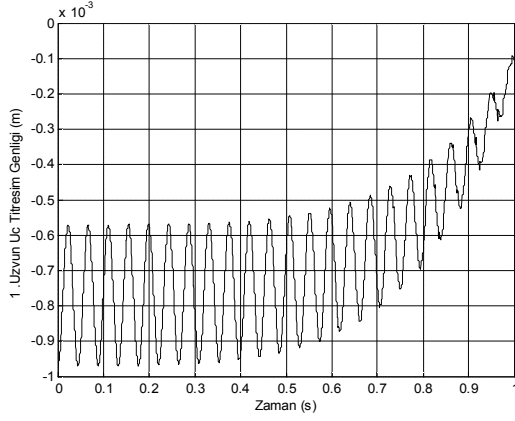
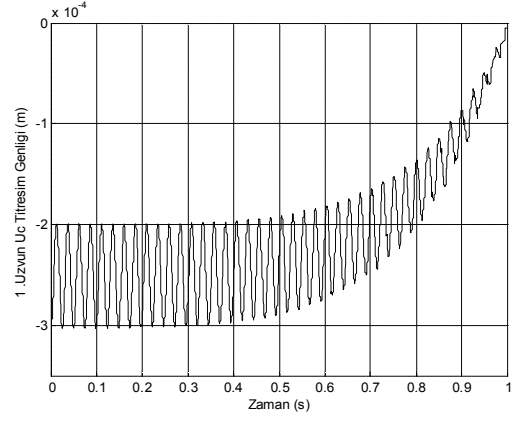
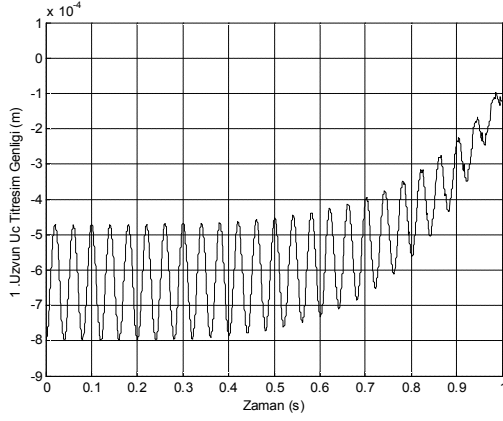
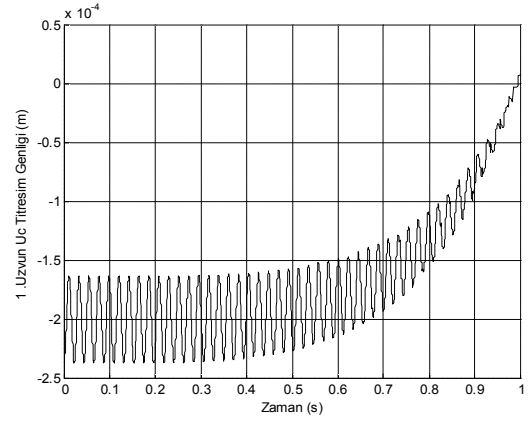
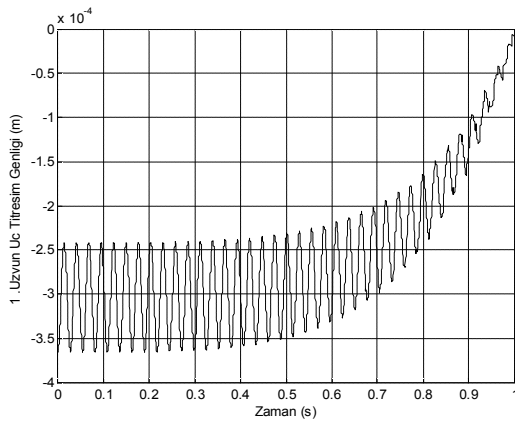
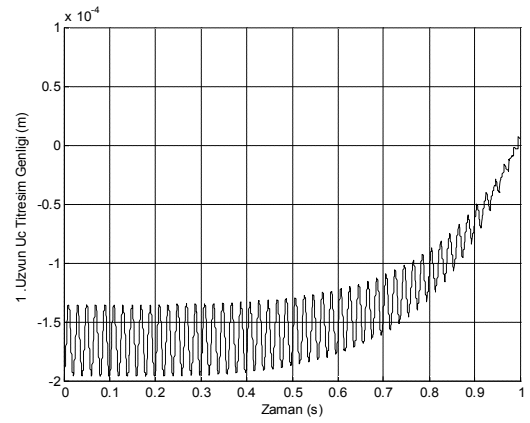


PVC ĩ Altęen Kesit



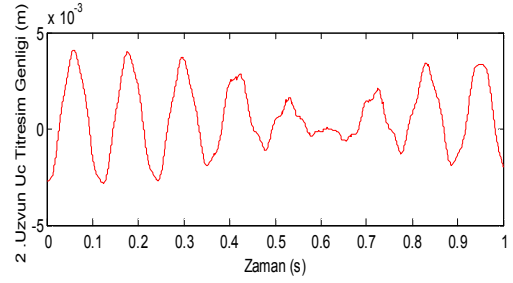
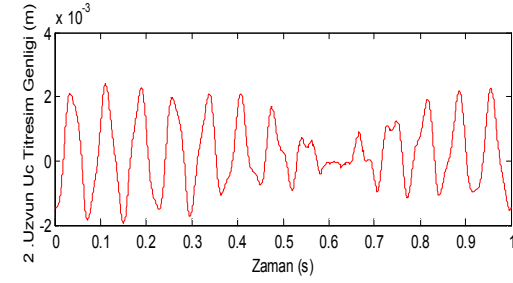
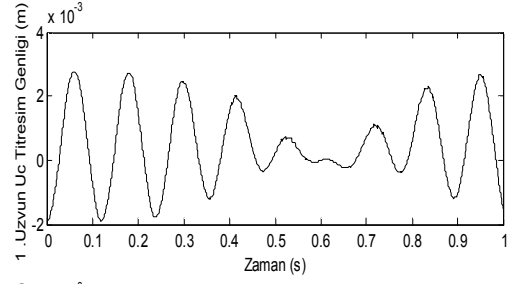
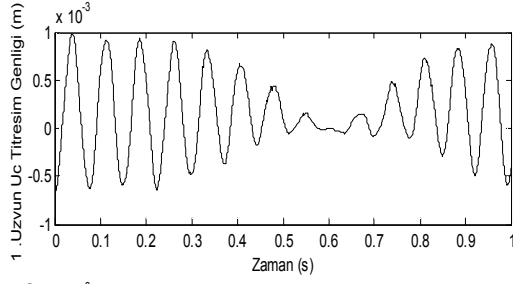
Çelik ĩ Altęen Kesit

Kesit Alanı=0.0016 m²; L=0.9 m; MS=0 kg; U=Uzun Akılđı=1,2

Alüminyum $\tilde{n}$ ı Boı Kare KesitÇelik $\tilde{n}$ ı Boı Daire KesitAlüminyum $\tilde{n}$ ı Boı Daire KesitMolibden $\tilde{n}$ ı Boı Kare KesitÇelik $\tilde{n}$ ı Boı Kare KesitMolibden $\tilde{n}$ ı Boı Daire Kesit

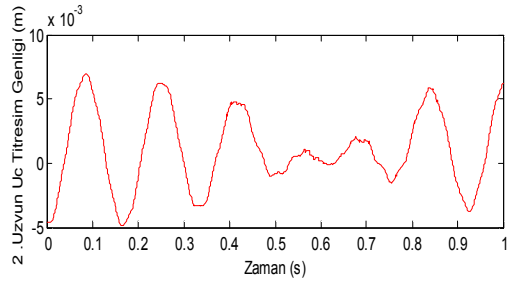
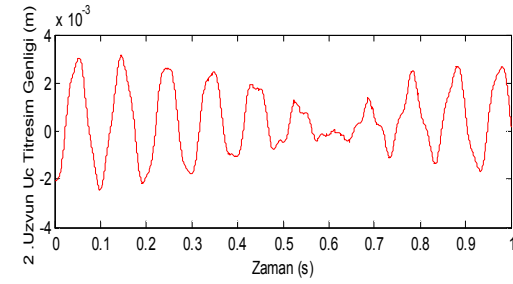
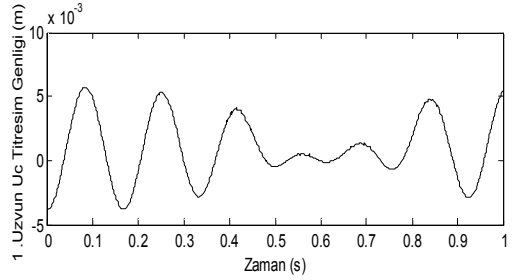
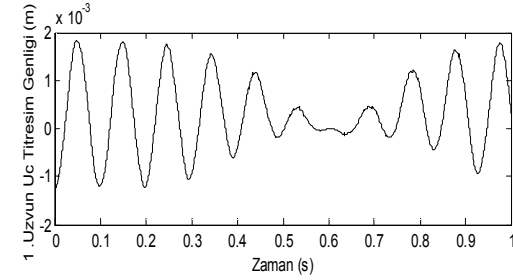
Kesit Alanı=0.0009 m²; L=0.9 m; MS=7 kg; ı(Uzuv+Uç Noktadaki Kütle Ağırlığı)*1,2

Ek 5 İki Elastik Uzunlu Robotun Verilen İartlar Altında Yapmđ Olduğu Uç Titreşimleri



1. Uzun Kare Alüm., 2. Uzun Kare Çelik

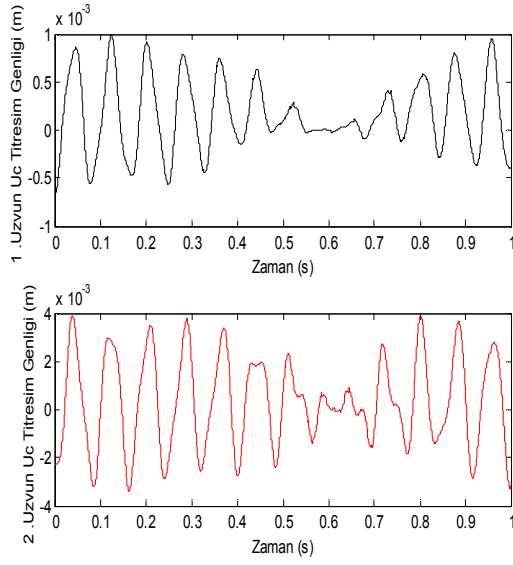
1. Uzun Kare Çelik, 2. Uzun Kare Çelik



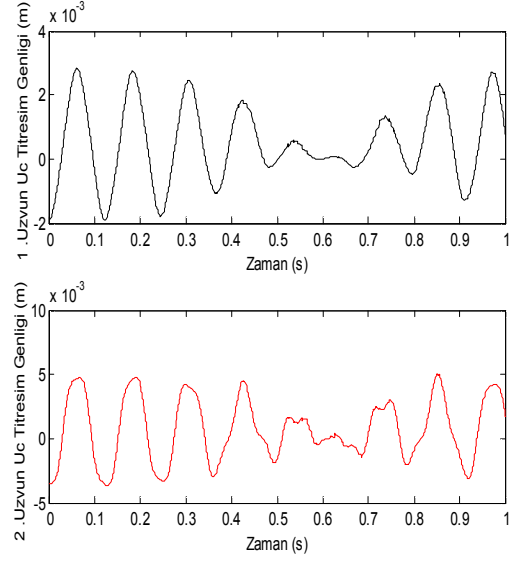
1. Uzun Kare Titan., 2. Uzun Kare Çelik

1. Uzun Ka. Fos. Brz, 2. Uzun Kare Çelik

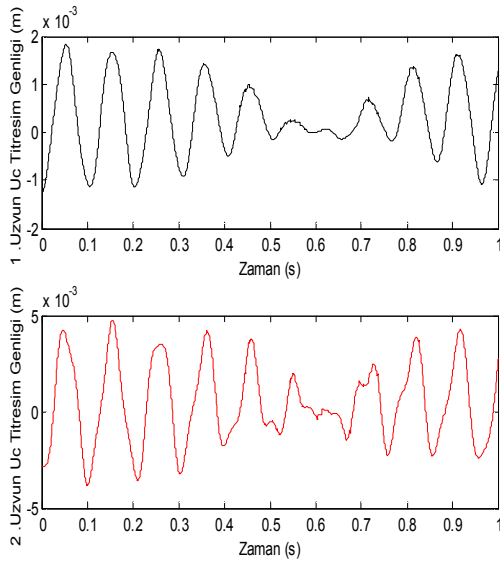
Kesitler : Her İki Uzun Kare; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Çelik Malzeme



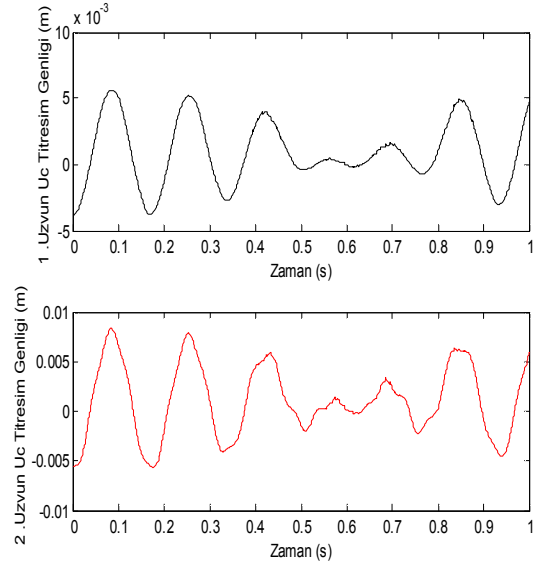
1. Uzun Kare Alüm., 2. Uzun Kare Bronz



1. Uzun Kare Çelik, 2. Uzun Kare Bronz

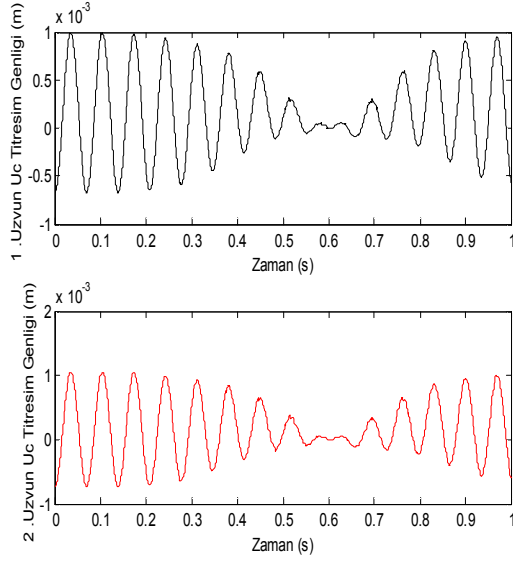


1. Uzun Kare Titan., 2. Uzun Kare Bronz

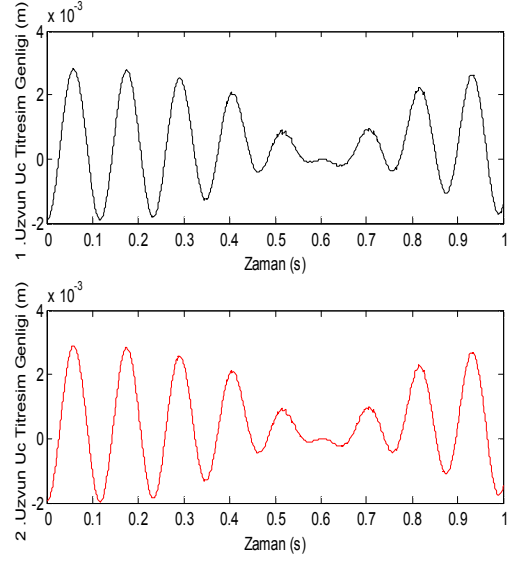


1. Uzun Ka. Fos. Brz, 2. Uzun Kare Bronz

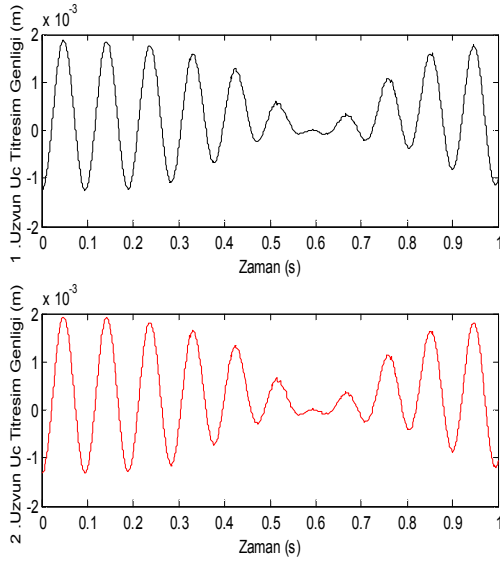
Kesitler : Her İki Uzun Kare; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Fosforlu Bronz Malzeme



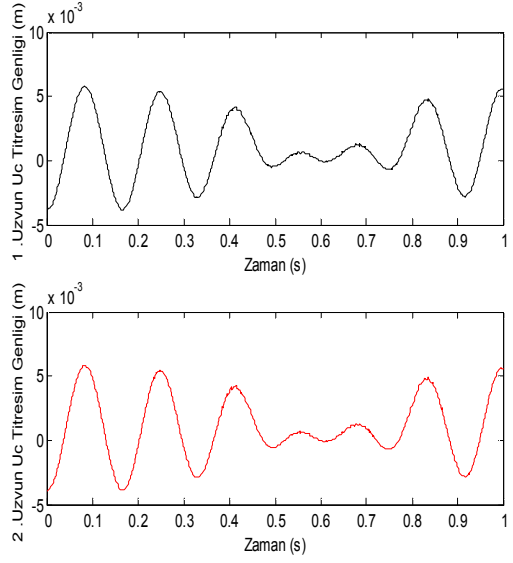
1. Uzun Kare Al., 2. Uzun Boġ Kare Al.



1. Uzun Kare elik, 2. Uzun Boġ Kare Al.

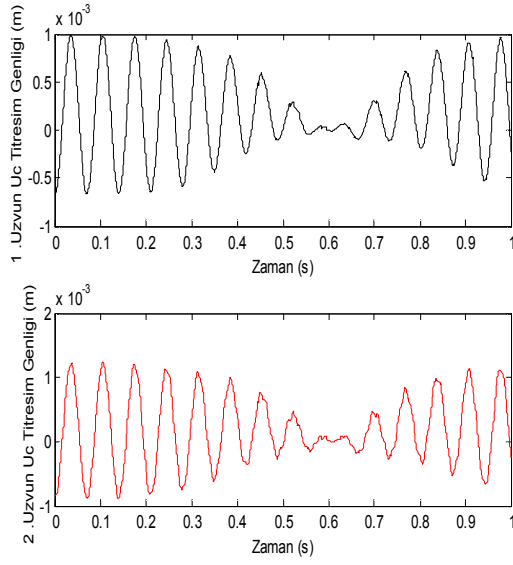


1. Uzun Kare Titan., 2. Uzun Boġ Kare Al.

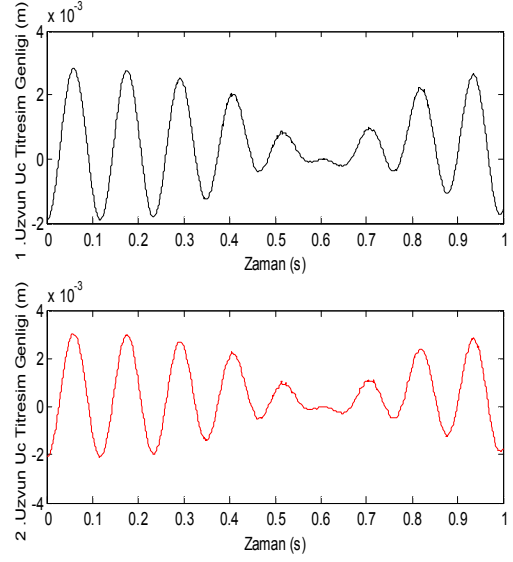


1. Uzun Ka. Fos. Brz, 2. Uzun Boġ Ka. Al.

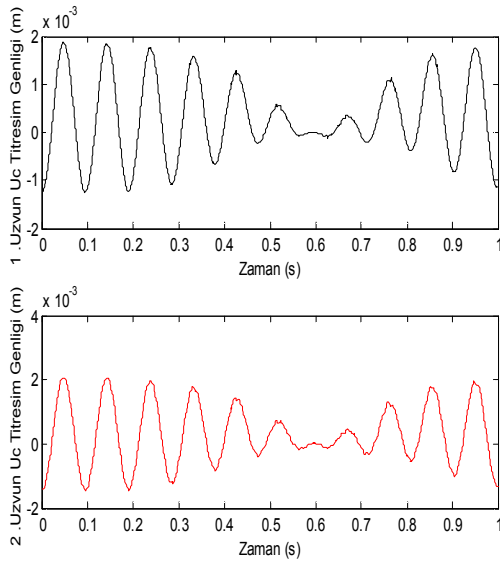
Kesitler: 1. Uzun Kare, 2. Uzun ıġi Boġ Kare; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Alüminyum



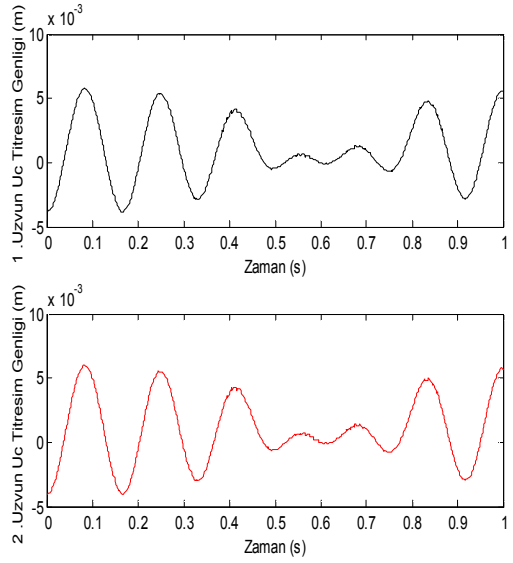
1. Uzun Kare Al., 2. Uzun Boğ Kare Tit.



1. Uzun Kare Çelik, 2. Uzun Boğ Kare Tit.

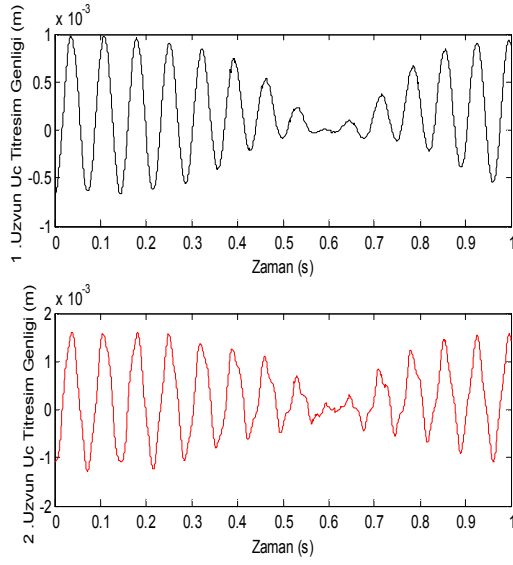


1. Uzun Kare Titan., 2. Uzun Boğ Kare Tit.

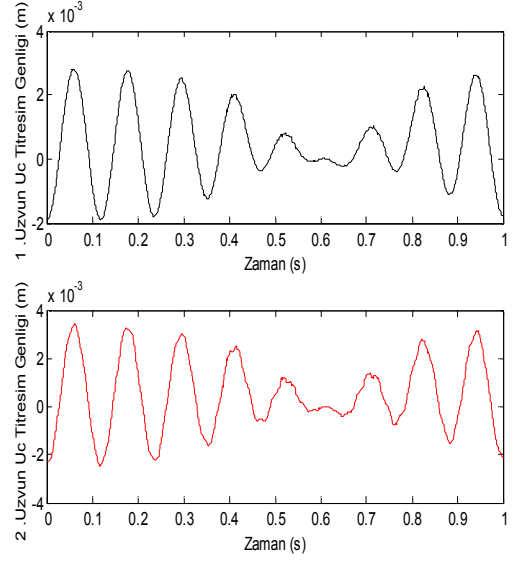


1. Uzun Ka. Fos. Brz, 2. Uzun Boğ Ka. Tit.

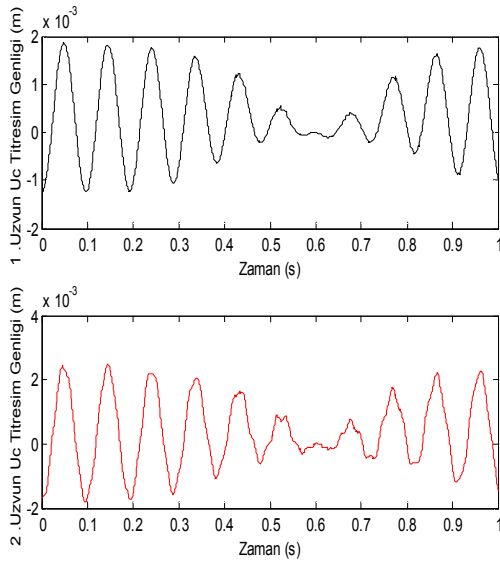
Kesitler: 1. Uzun Kare, 2. Uzun ĩĖi Boğ Kare; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Titanyum



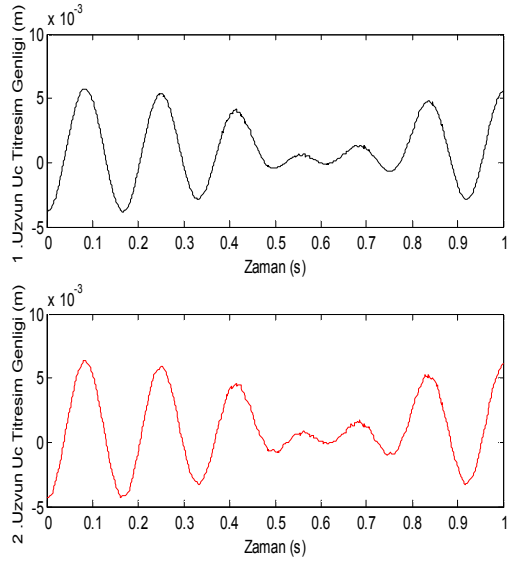
1. Uzun Kare Al., 2. Uzun Boş Kare Çelik



1. Uzun Kare Çel., 2. Uzun Boş Kare Çel.

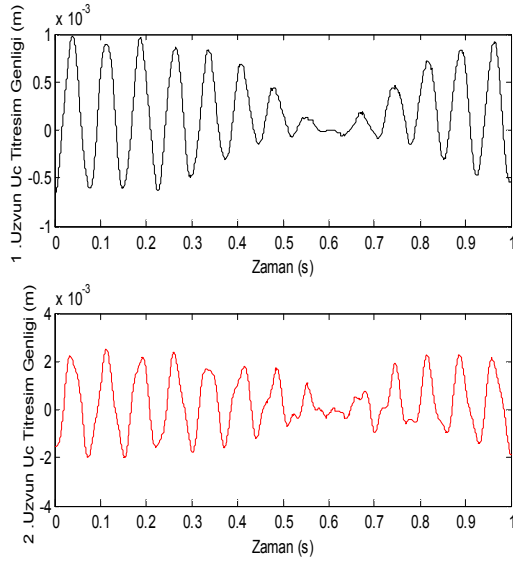


1. Uzun Kare Tit., 2. Uzun Boş Kare Çelik

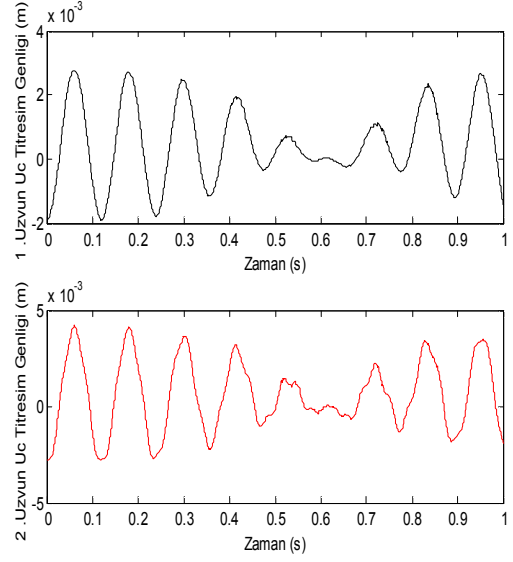


1. Uzun Kare Brz, 2. Uzun Boş Kare Çelik

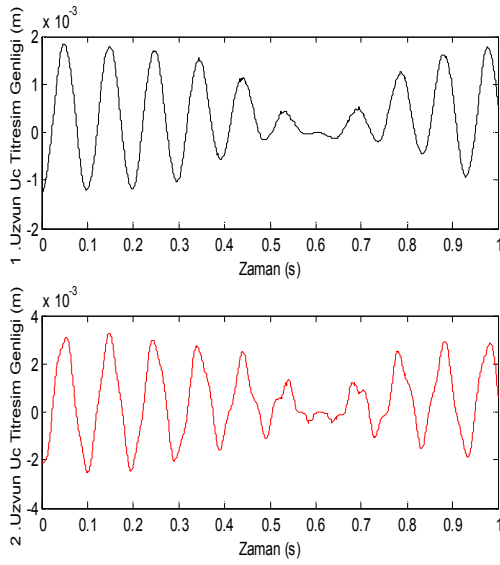
Kesitler: 1. Uzun Kare, 2. Uzun Boş Kare; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Çelik



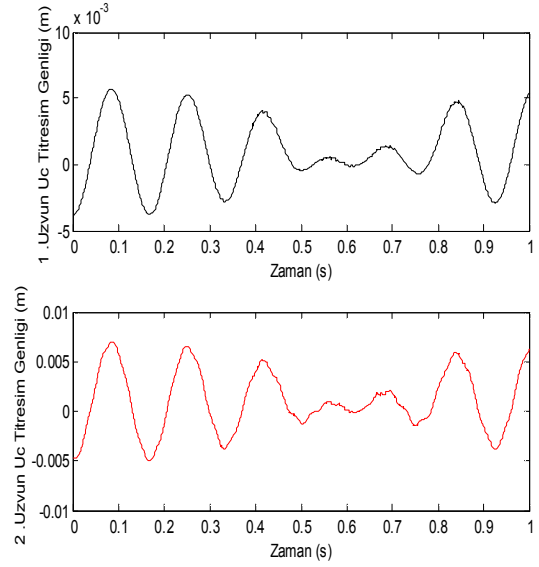
1. Uzun Kare Al., 2. Uzun Boş Kare Brz.



1. Uzun Kare Çelik, 2. Uzun Boş Kare Brz.

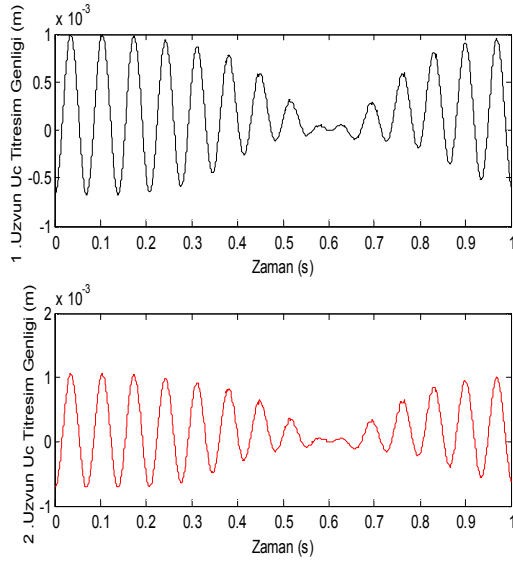


1. Uzun Kare Tit., 2. Uzun Boş Kare Brz.

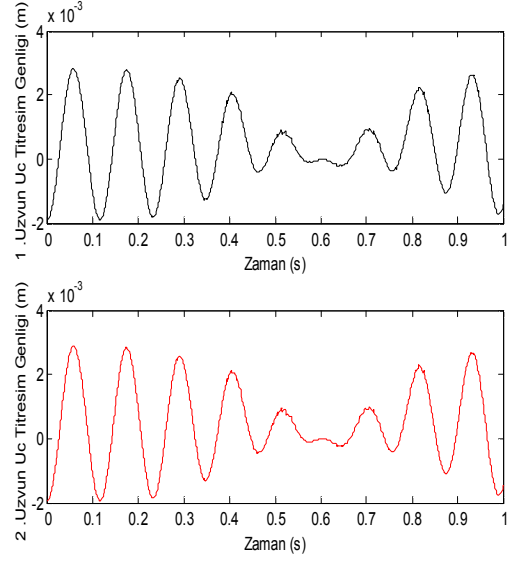


1. Uzun Kare Brz, 2. Uzun Boş Kare Brz.

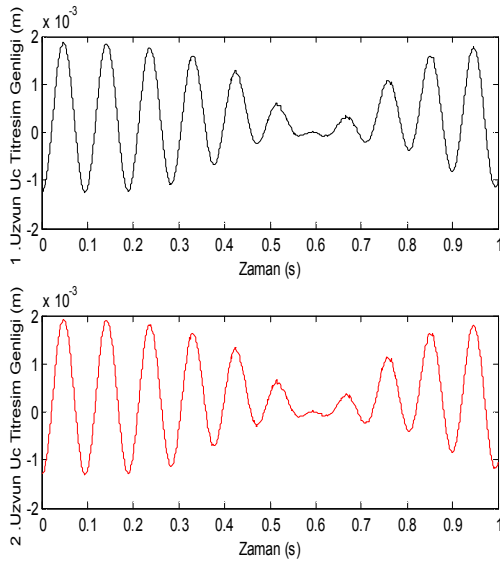
Kesitler: 1. Uzun Kare, 2. Uzun Boş Kare; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Fos. Bronz



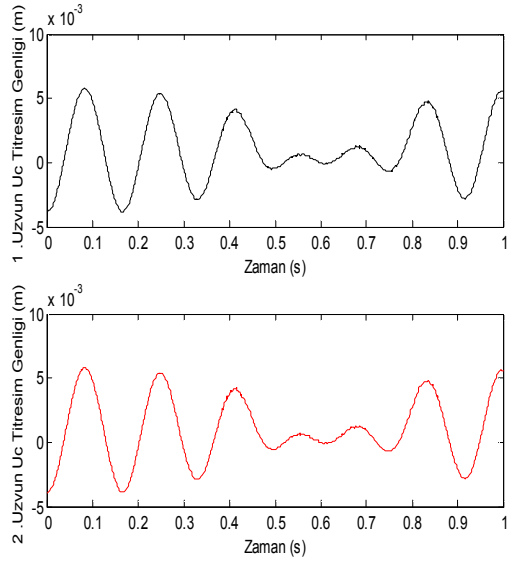
1. Uzun Kare Al, 2. Uzun Boş Dai. Al.



1. Uzun Kare Çelik, 2. Uzun Boş Dai. Al.

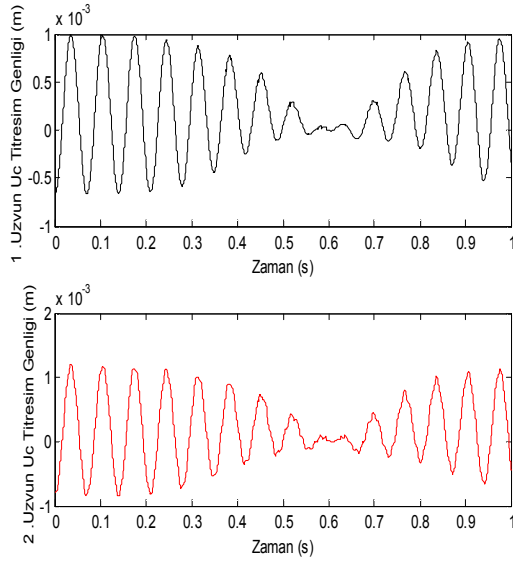


1. Uzun Kare Titan., 2. Uzun Boş Dai. Al.

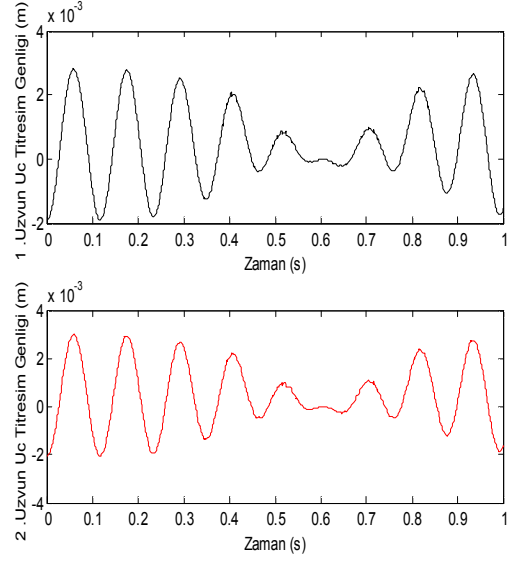


1. Uzun Ka. Fos. Brz, 2. Uzun Boş Dai. Al.

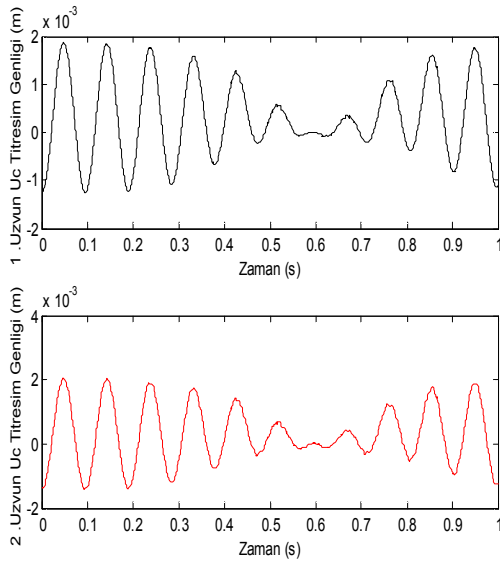
Kesitler: 1. Uzun Kare, 2. Uzun içi Boş Daire; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Alümin.



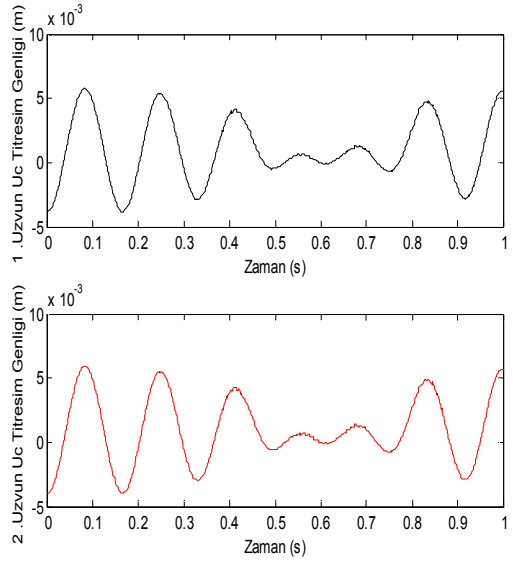
1. Uzun Kare Al., 2. Uzun Boş Dai. Tit.



1. Uzun Kare Çelik, 2. Uzun Boş Dai. Tit.

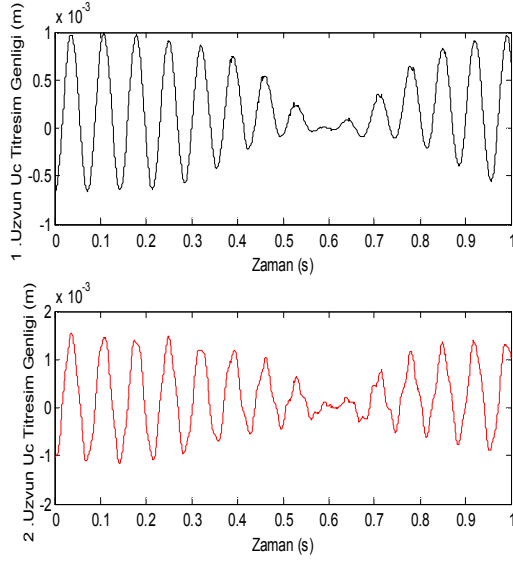


1. Uzun Kare Titan., 2. Uzun Boş Dai. Tit.

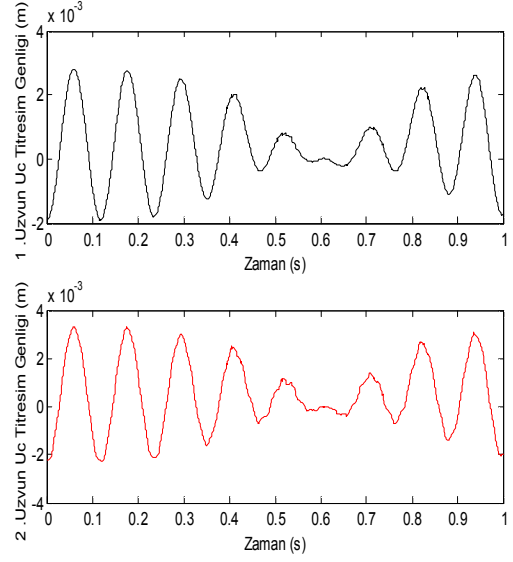


1. Uzun Ka. Fos. Brz, 2. Uzun Boş Dai. Tit

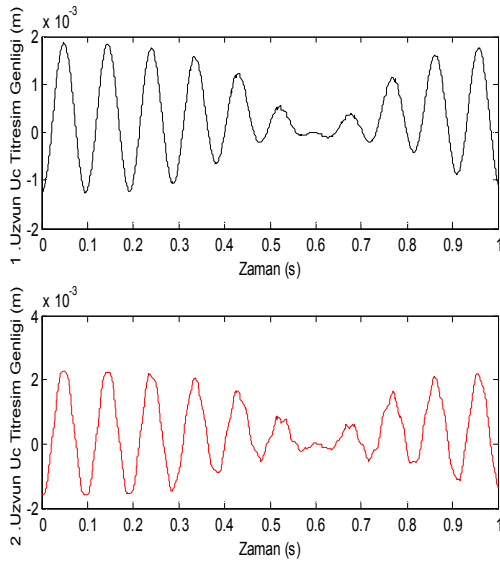
Kesitler : 1. Uzun Kare, 2. Uzun içi Boş Daire; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Titanyum



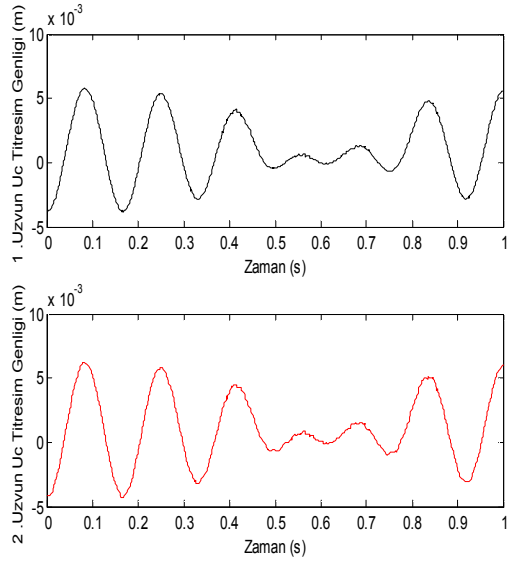
1. Uzun Kare Al., 2. Uzun Boş Dai. Çel.



1. Uzun Kare Çelik, 2. Uzun Boş Dai. Çel.

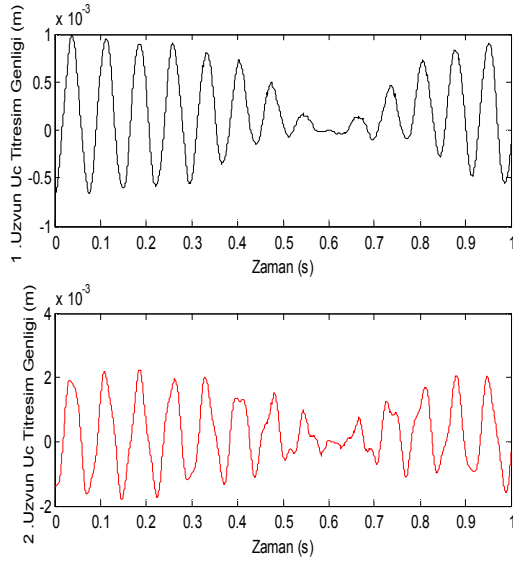


1. Uzun Kare Titan., 2. Uzun Boş Dai. Çel.

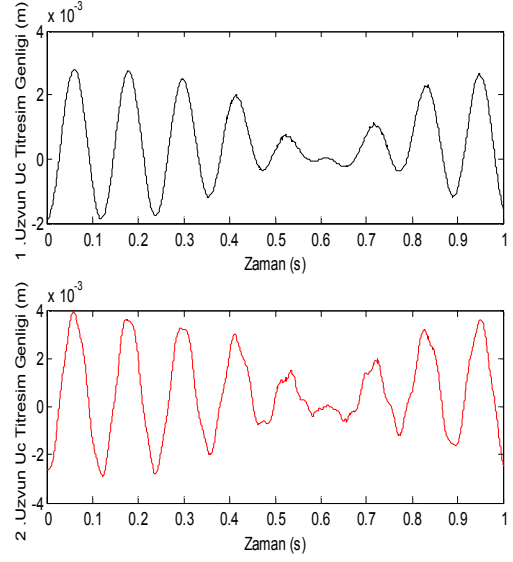


1. Uzun Ka. Brz, 2. Uzun Boş Dai. Çel

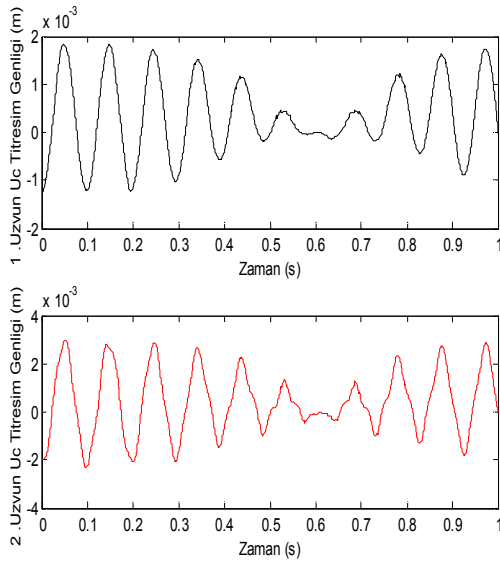
Kesitler : 1. Uzun Kare, 2. Uzun π Boş Daire; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Çelik



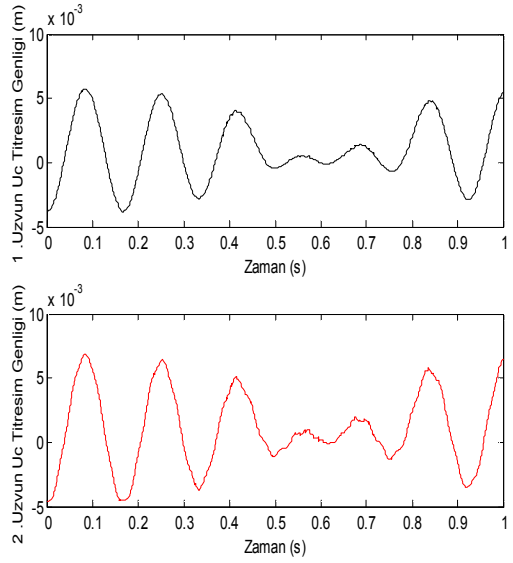
1. Uzun Kare Al., 2. Uzun Boş Dai. Brz.



1. Uzun Kare Çelik, 2. Uzun Boş Dai. Brz.

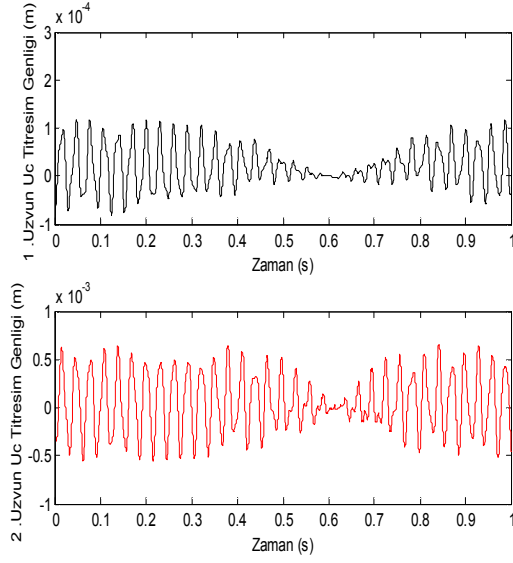
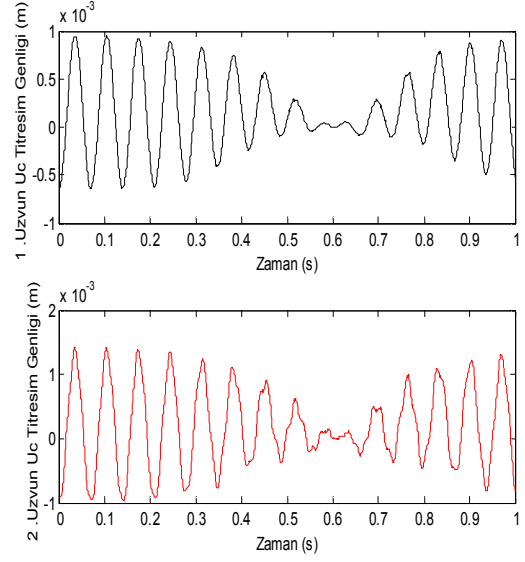
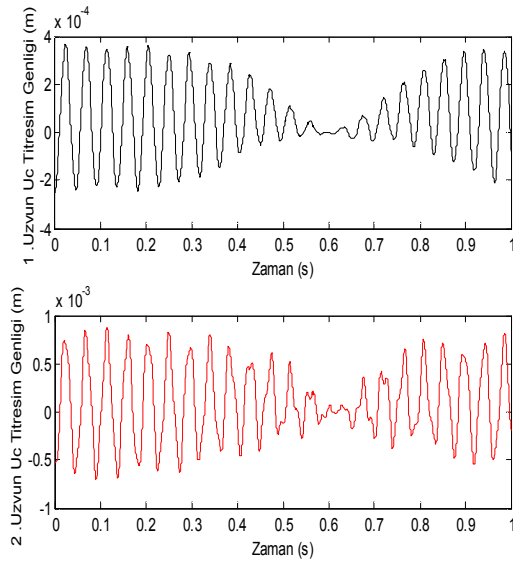
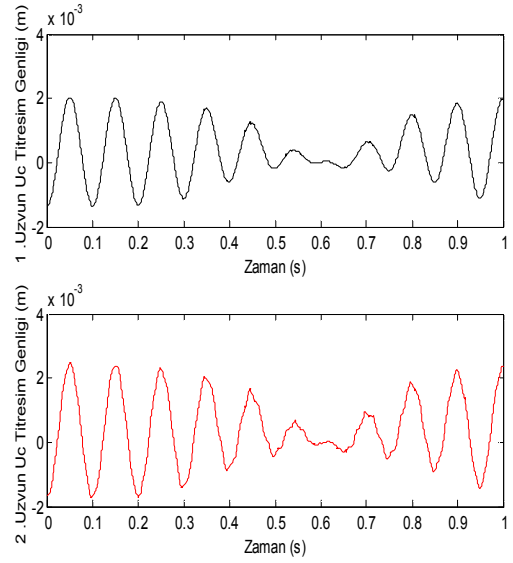


1. Uzun Kare Titan., 2. Uzun Boş Dai. Brz.

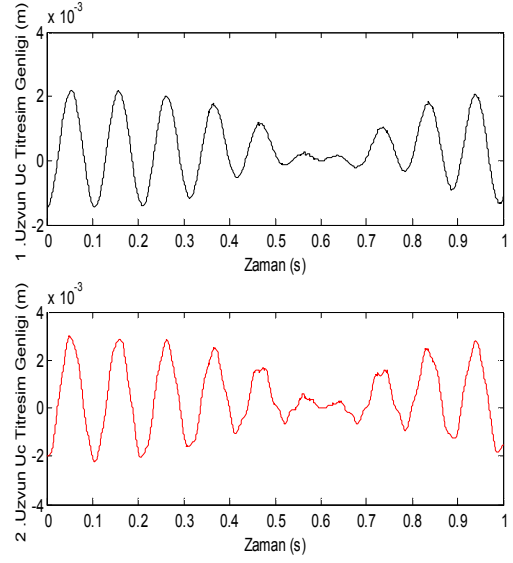
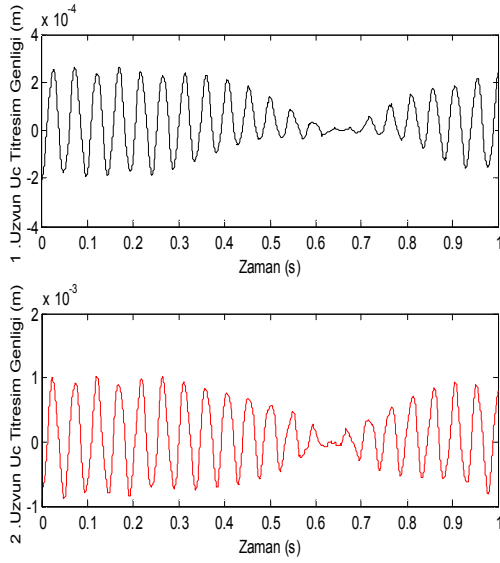
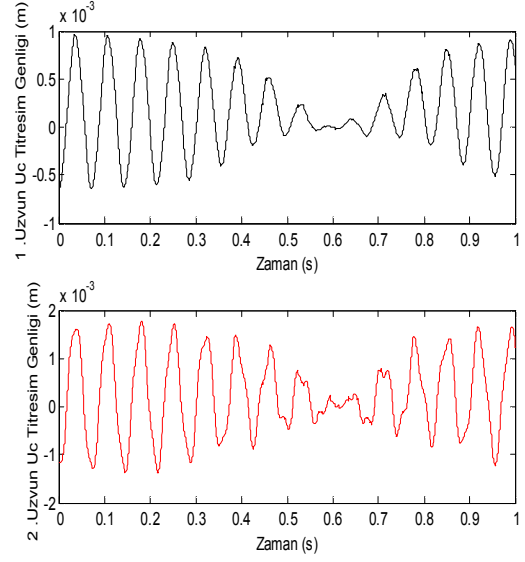
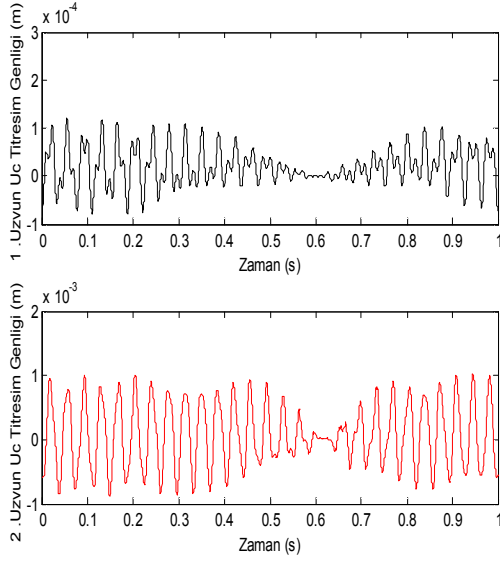


1. Uzun Ka. Brz, 2. Uzun Boş Dai. Brz

Kesitler : 1. Uzun Kare, 2. Uzun içi Boş Daire; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Fos. Bronz

1. Uzun κ BK Al., 2. Uzun Kare Al.1. Uzun κ BK Çelik, 2. Uzun Kare Al.1. Uzun κ BK Titanyum, 2. Uzun Kare Al.1. Uzun κ BK Fos. Bronz, 2. Uzun Kare Al.

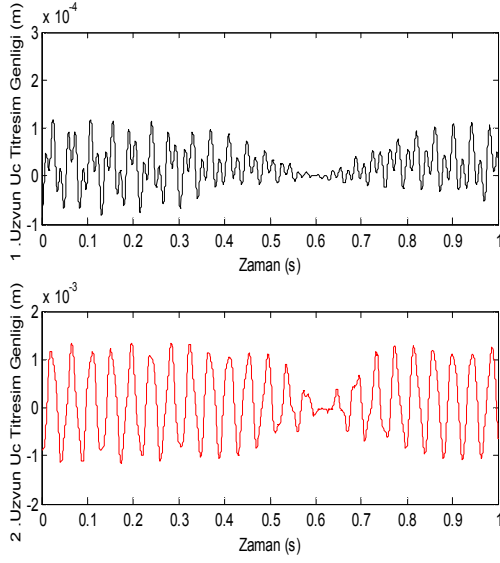
Kesitler : 1. Uzun κ Bolı Kare, 2. Uzun Kare; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Alüminyum



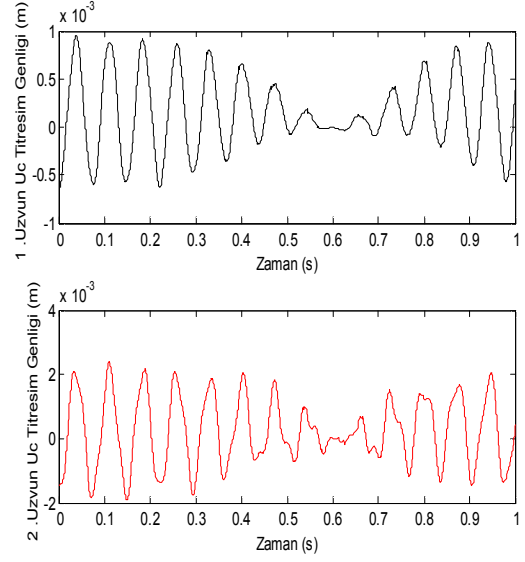
1. Uzuv K BK Titanyum, 2. Uzuv Kare Tit.

1. Uzuv K BK Fos. Bronz, 2. Uzuv Kare Tit.

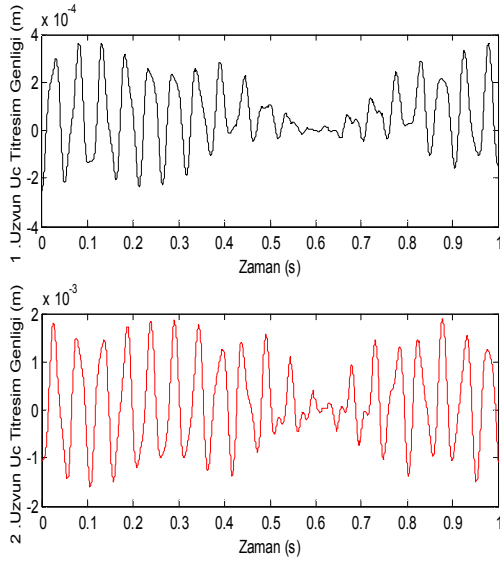
Kesitler : 1. Uzuv K Bo K Kare, 2. Uzuv Kare; 1. Uzuv Farkl 2. Uzuv Titanyum



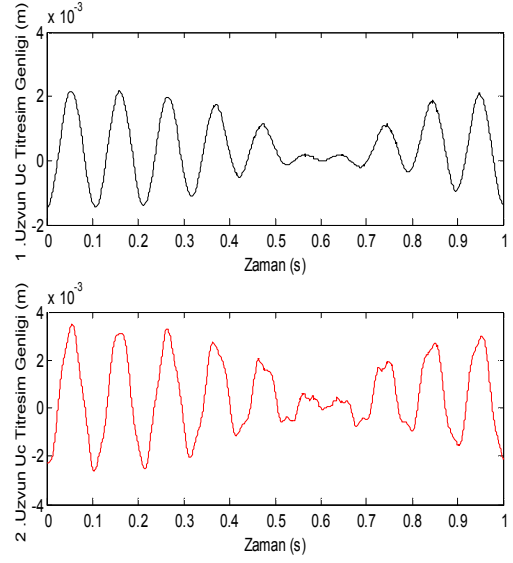
1. Uzun ıBK Al., 2. Uzun Kare Çelik



1. Uzun ıBK Çelik, 2. Uzun Kare Çelik

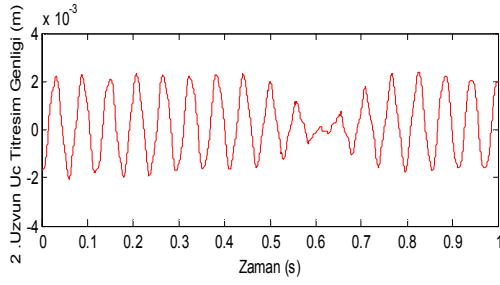
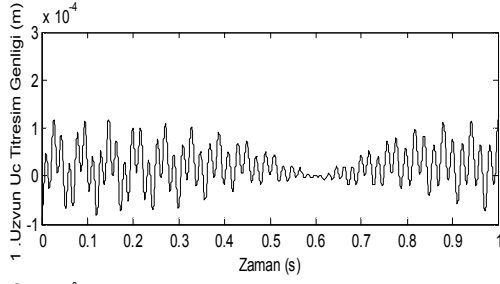
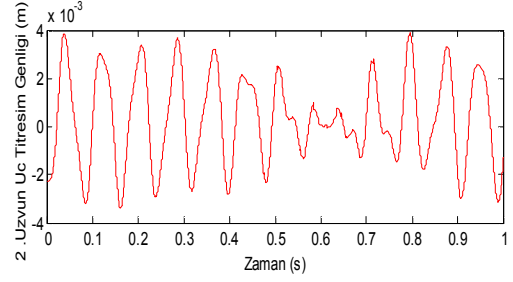
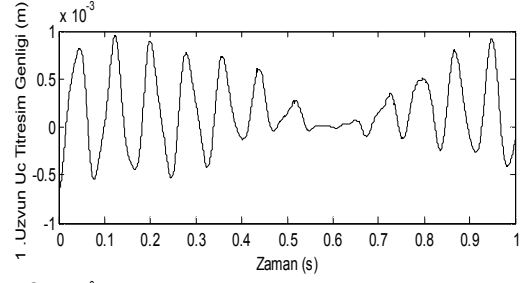
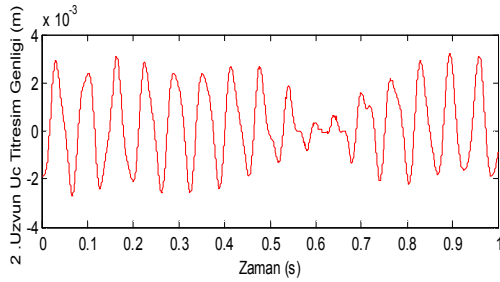
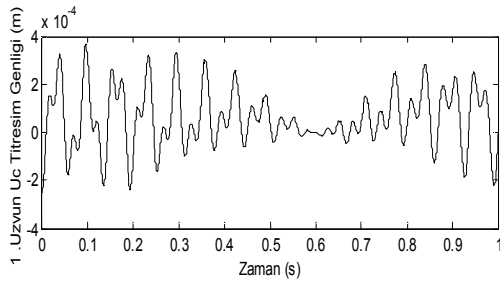
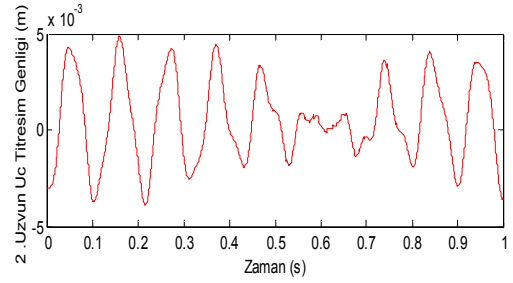
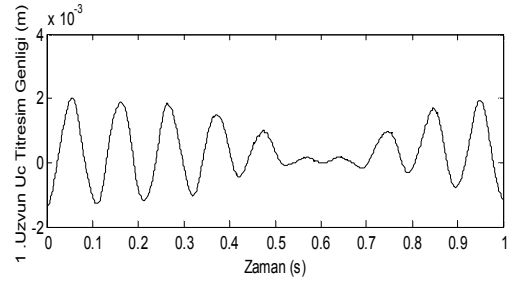


1. Uzun ıBK Titanyum, 2. Uzun Kare Çel.

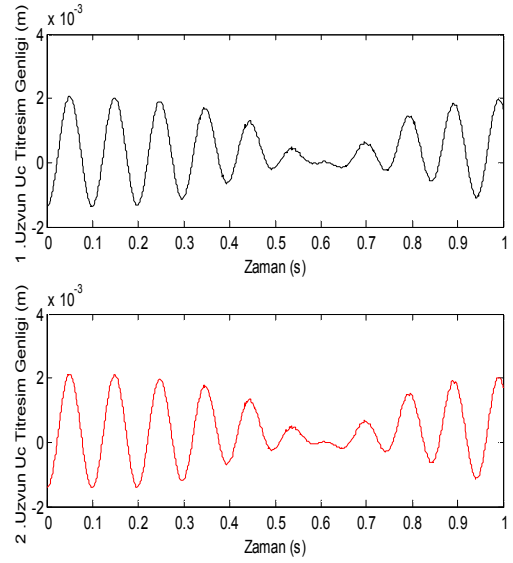
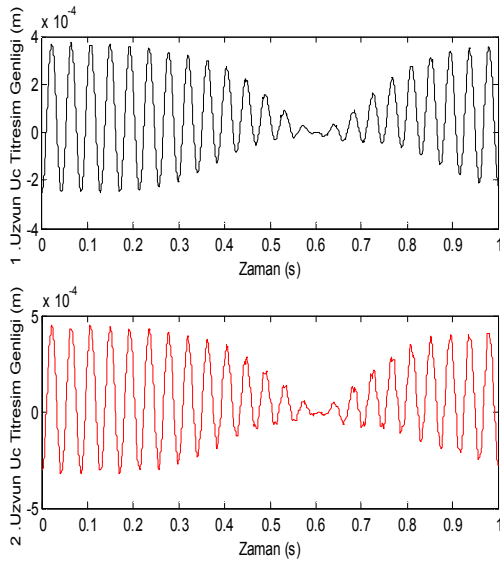
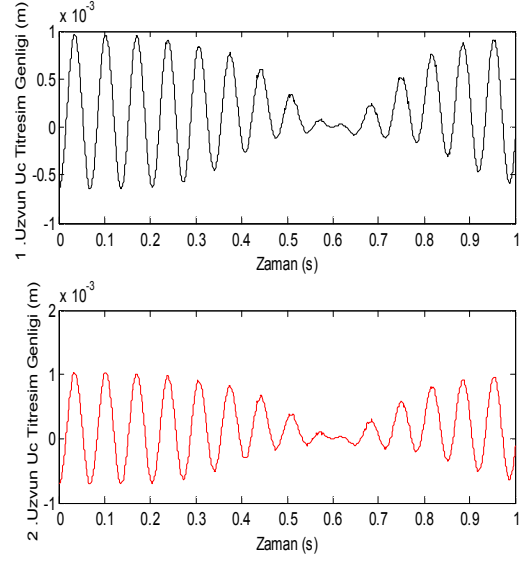
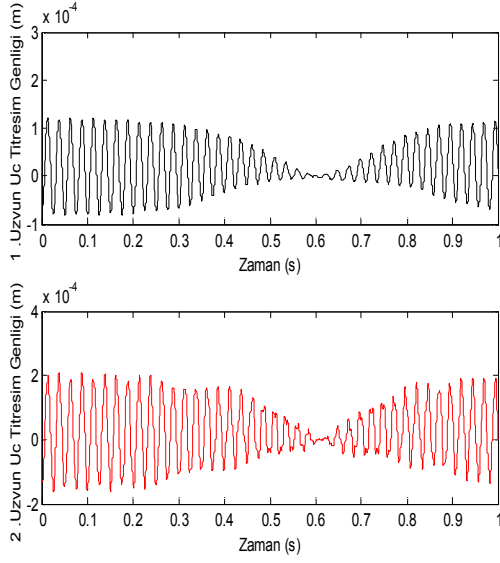


1. Uzun ıBK Fos. Brnz, 2. Uzun Kare Çel.

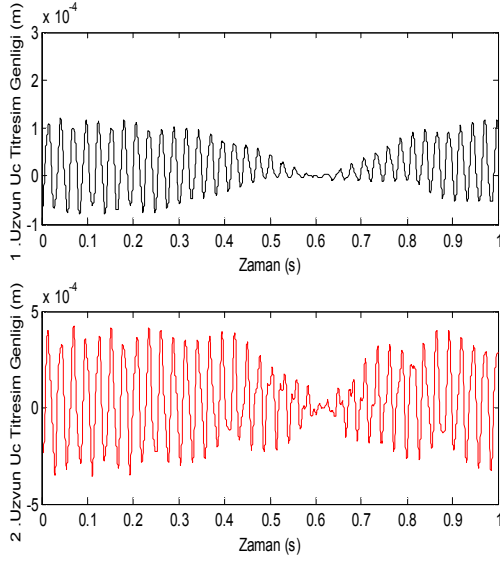
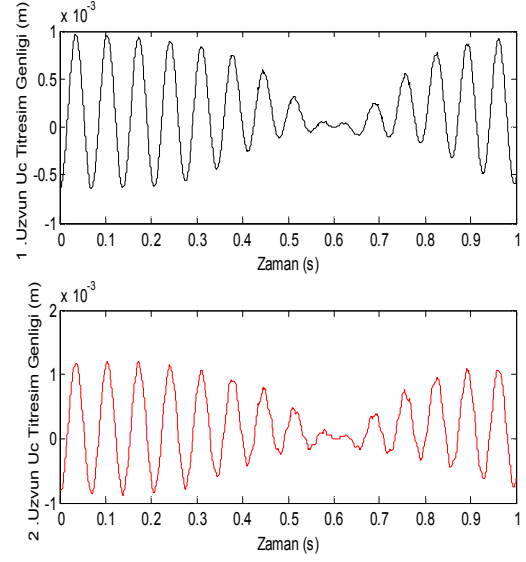
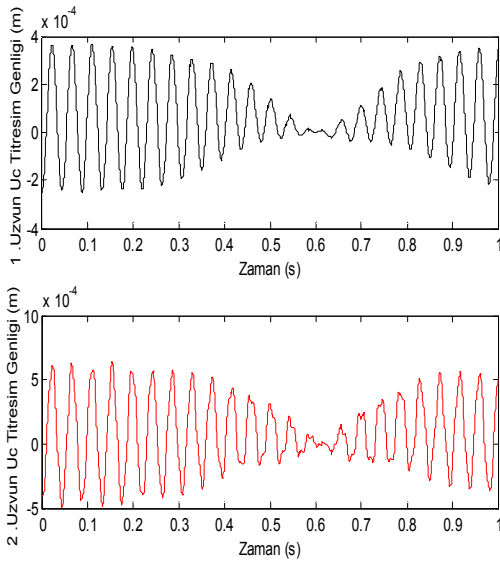
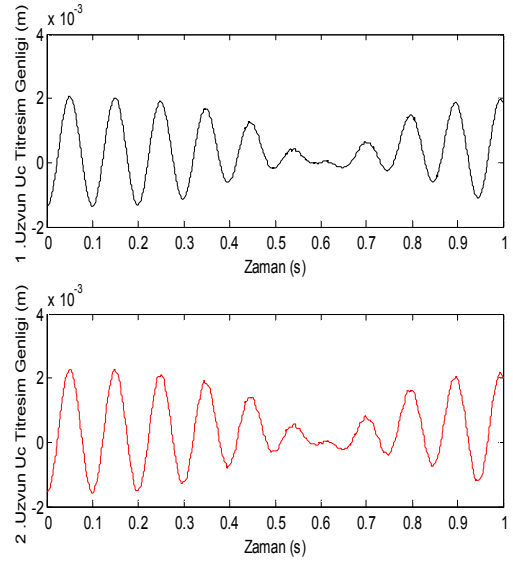
Kesitler : 1. Uzun ııı Boı Kare, 2. Uzun Kare; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Çelik

1. Uzuv κ BK Al., 2. Uzuv Kare Brnz.1. Uzuv κ BK Çelik, 2. Uzuv Kare Brnz.1. Uzuv κ BK Titan, 2. Uzuv Kare Brnz.1. Uzuv κ BK Fos. Brz, 2. Uzuv Kare Brnz.

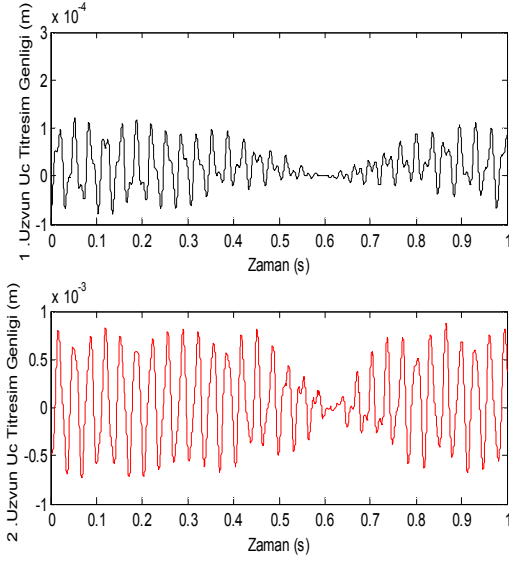
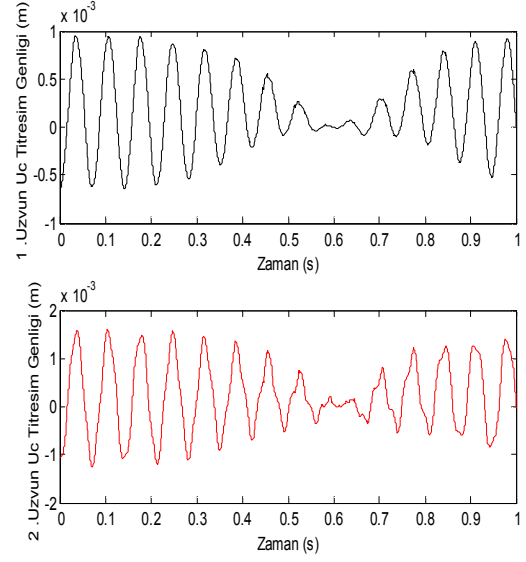
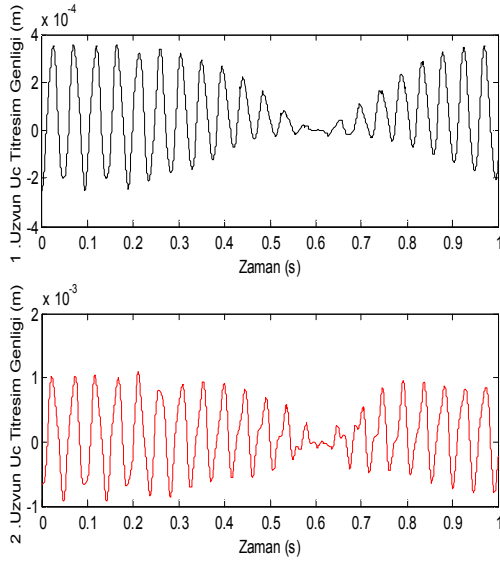
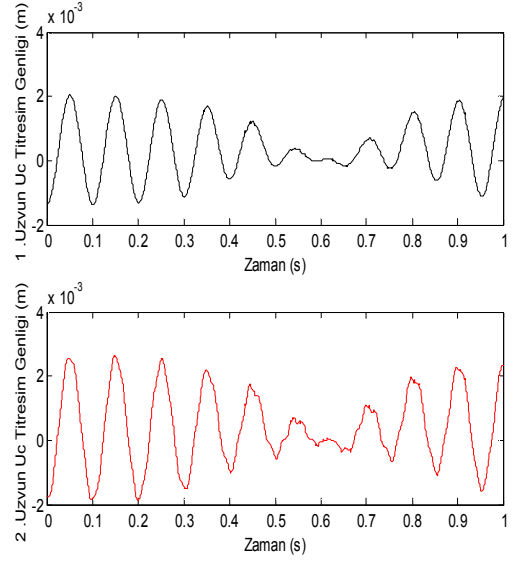
Kesitler : 1. Uzuv κ çi Boí Kare, 2. Uzuv Kare; 1. Uzuv Farklı 2. Uzuv Fos. Bronz



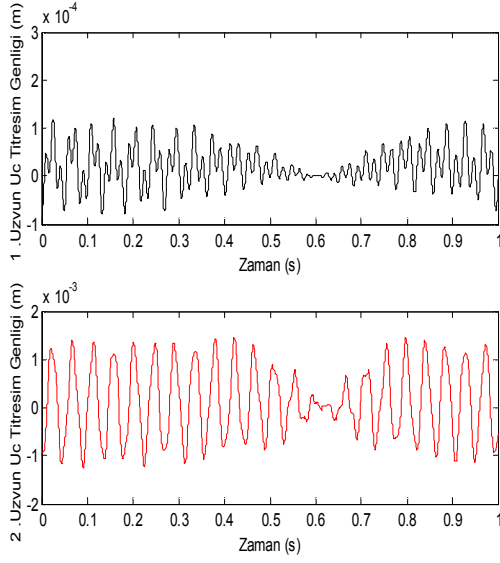
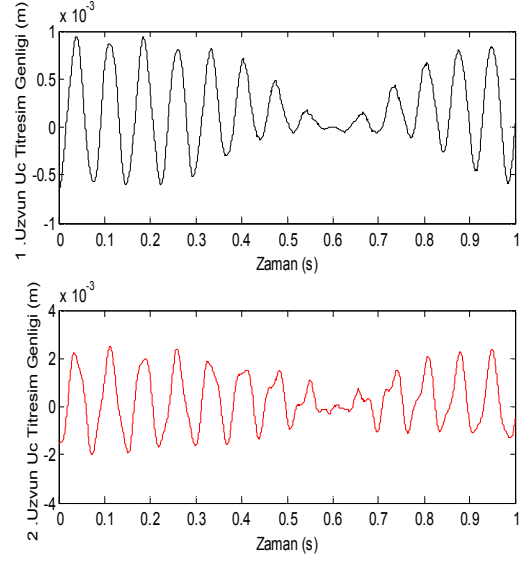
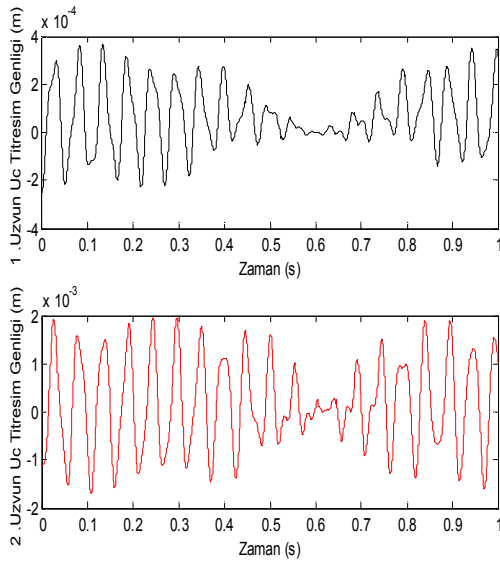
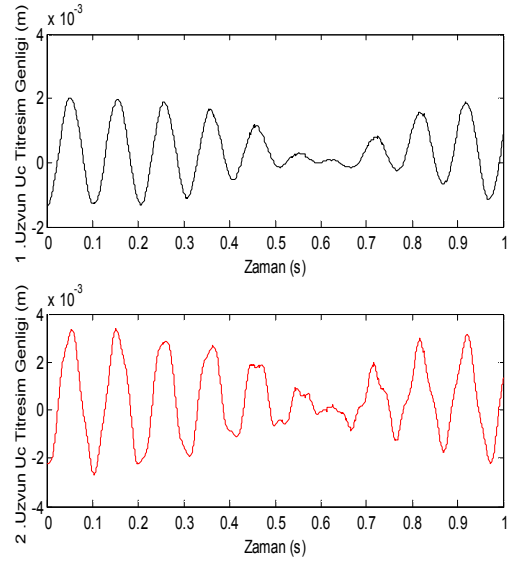
Kesitler : 1. Uzun κ BK, 2. Uzun κ BK; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Alüminyum

1. Uzun κ BK Al, 2. Uzun κ BK Tit.1. Uzun κ BK Çelik, 2. Uzun κ BK Tit.1. Uzun κ BK Titan, 2. Uzun κ BK Tit.1. Uzun κ BK Fos. Brz, 2. Uzun κ BK Tit.

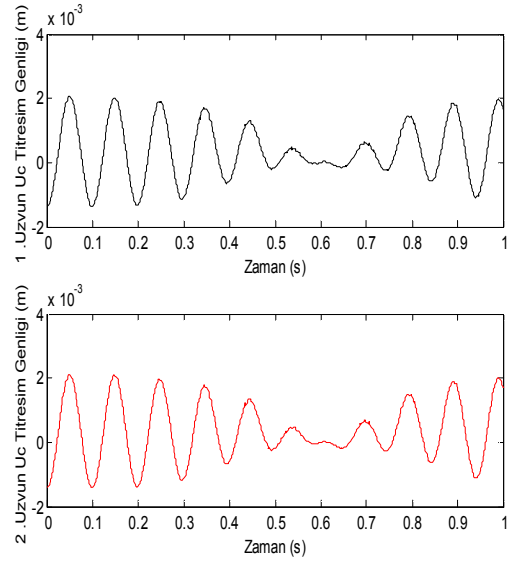
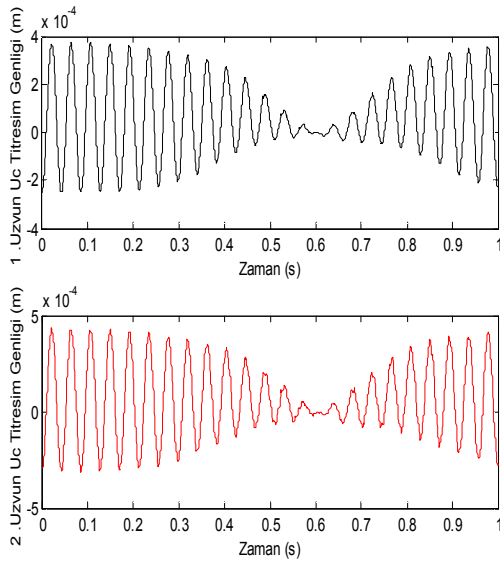
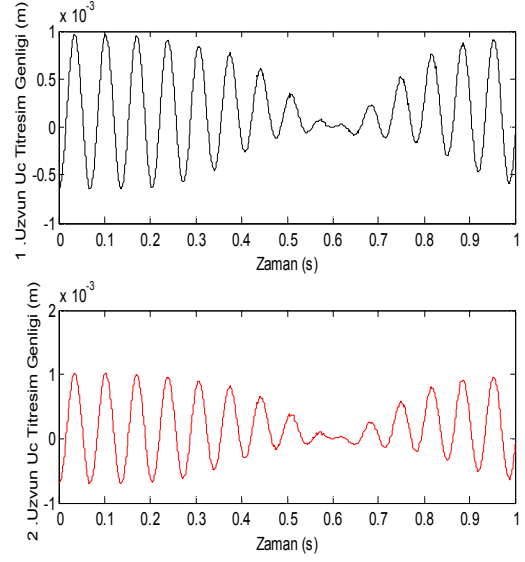
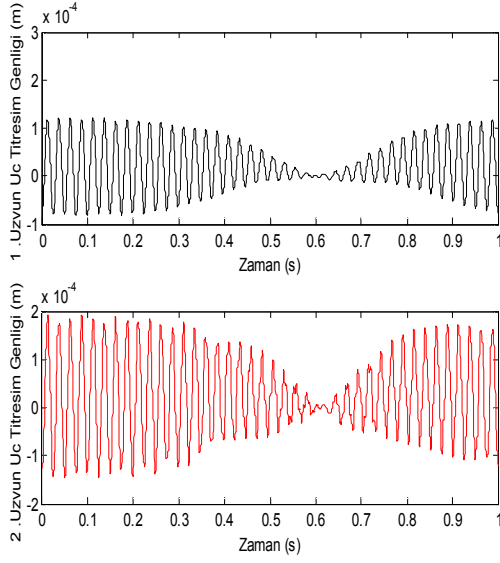
Kesitler : 1. Uzun κ BK, 2. Uzun κ BK; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Titanyum

1. Uzun κ BK Al., 2. Uzun κ BK Çel.1. Uzun κ BK Çelik, 2. Uzun κ BK Çel.1. Uzun κ BK Titan, 2. Uzun κ BK Çel.1. Uzun κ BK Fos. Brz, 2. Uzun κ BK Çel.

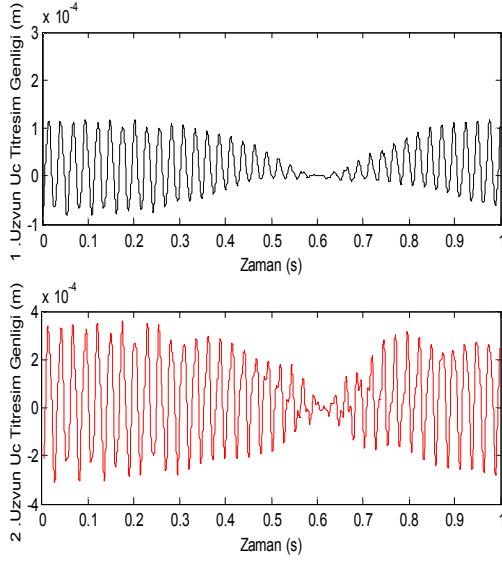
Kesitler : 1. Uzun κ BK, 2. Uzun κ BK; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Çelik

1. Uzun κ BK Al., 2. Uzun κ BK Brz.1. Uzun κ BK Çelik, 2. Uzun κ BK Brz.1. Uzun κ BK Titan, 2. Uzun κ BK Brz.1. Uzun κ BK Fos. Brz, 2. Uzun κ BK Brz.

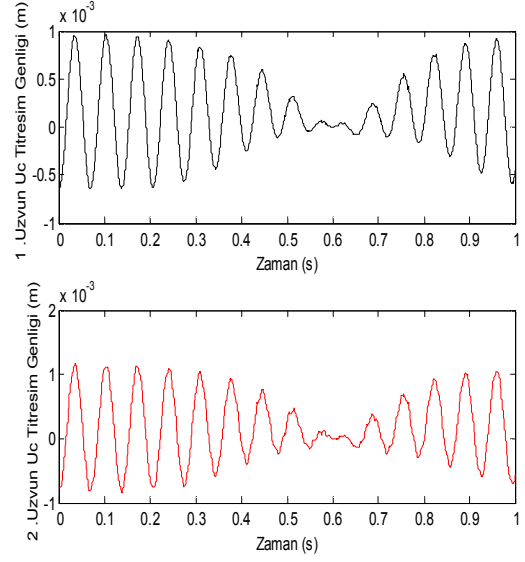
Kesitler : 1. Uzun κ BK, 2. Uzun κ BK; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Fosforlu Bronz



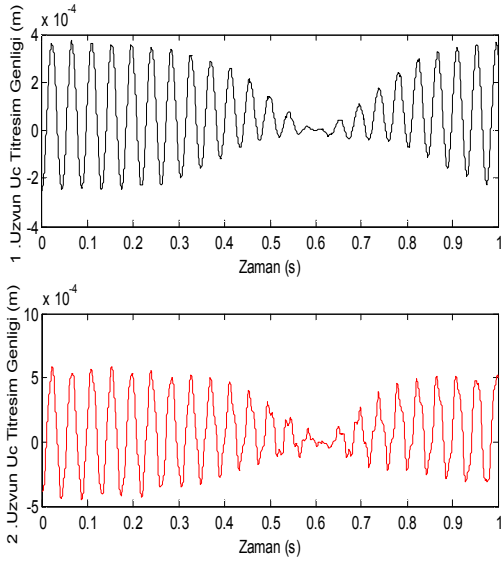
Kesitler : 1. Uzun κBK, 2. Uzun κBD; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Alüminyum



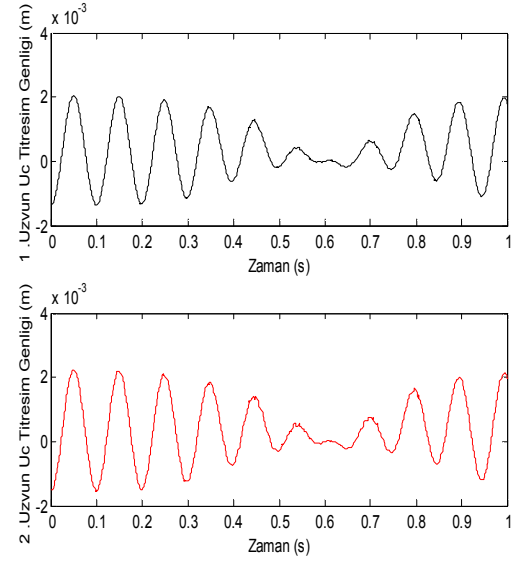
1. Uzuv κBK AL, 2. Uzuv κBD Tit.



1. Uzuv κBK Çelik, 2. Uzuv κBD Tit.

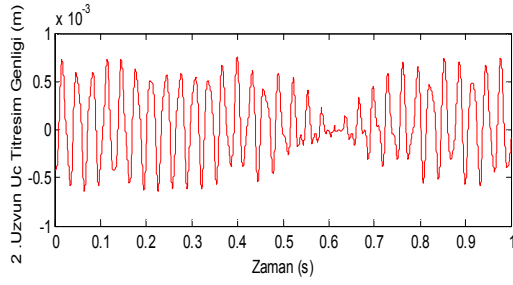
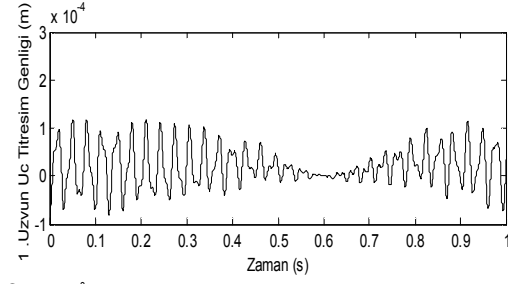


1. Uzuv κBK Titan, 2. Uzuv κBD Tit.

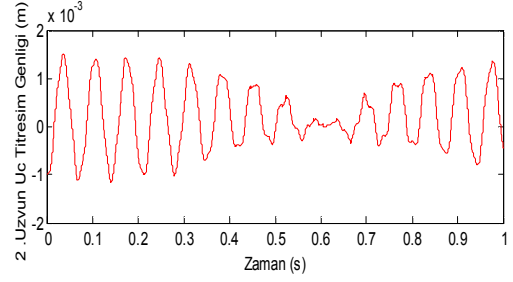
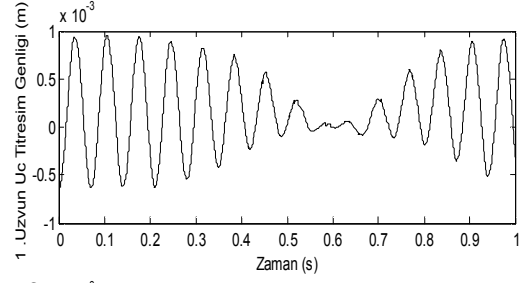


1. Uzuv κBK Fos. Brz, 2. Uzuv κBD Tit.

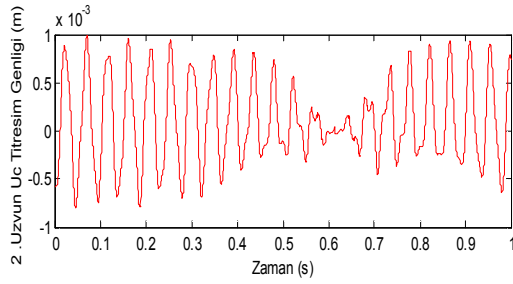
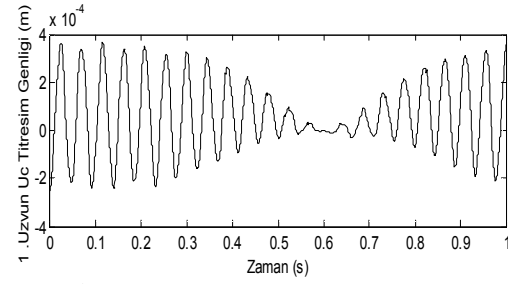
Kesitler : 1. Uzuv κBK, 2. Uzuv κBD; 1. Uzuv Farklë 2. Uzuv Titanyum



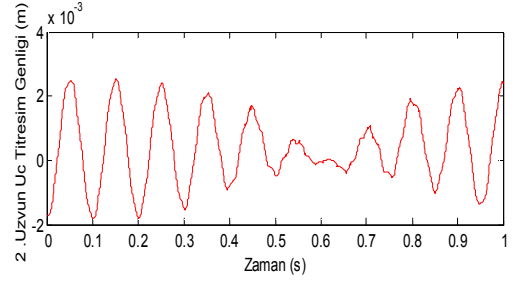
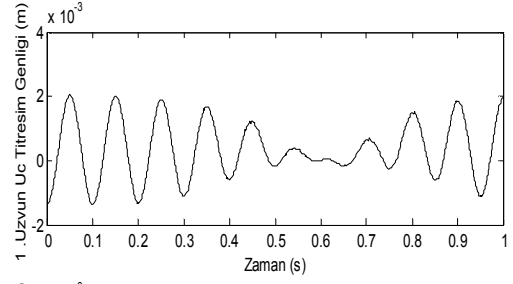
1. Uzuv κBK Al., 2. Uzuv κBD Çel.



1. Uzuv κBK Çelik, 2. Uzuv κBD Çel.

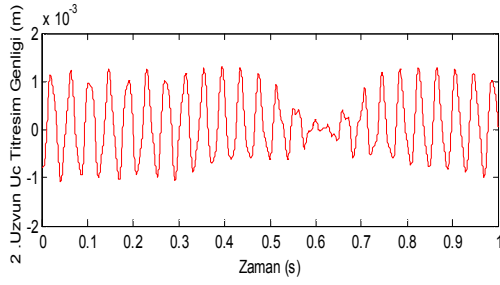
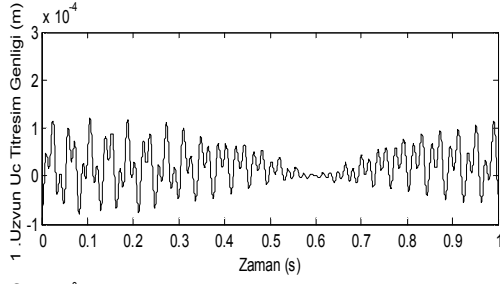


1. Uzuv κBK Titan, 2. Uzuv κBD Çel.

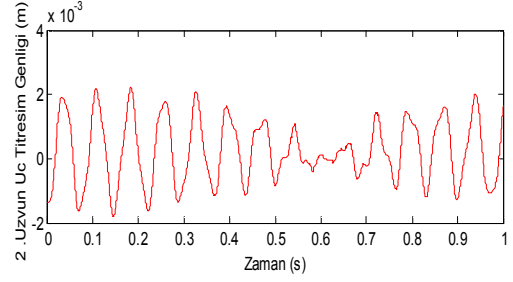
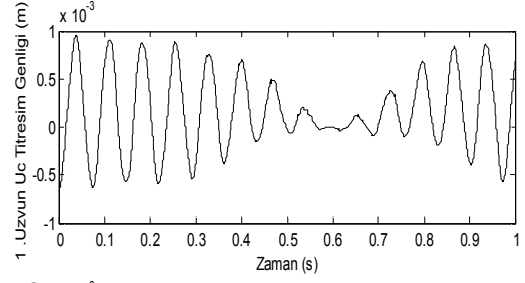


1. Uzuv κBK Fos. Brz, 2. Uzuv κBD Çel.

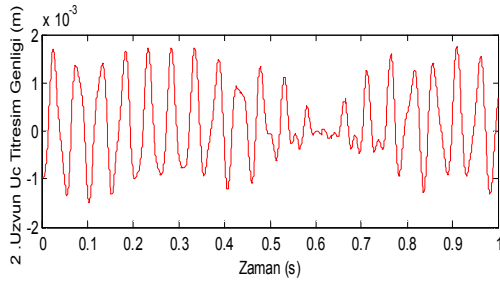
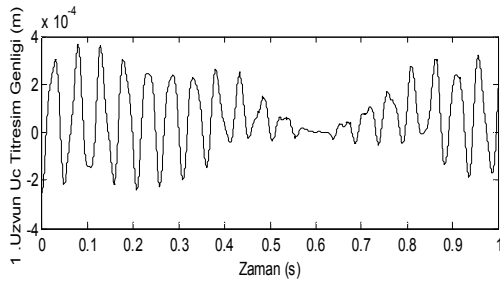
Kesitler : 1. Uzuv κBK, 2. Uzuv κBD; 1. Uzuv Farklı 2. Uzuv Çelik



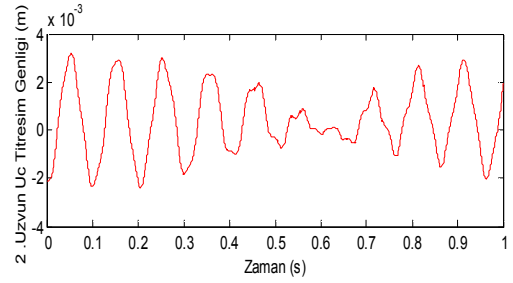
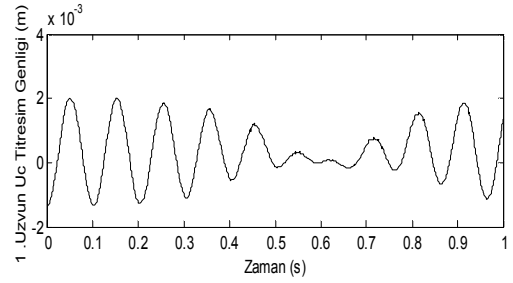
1. Uzuv κBK Al., 2. Uzuv κBD Brz.



1. Uzuv κBK Çelik, 2. Uzuv κBD Brz.

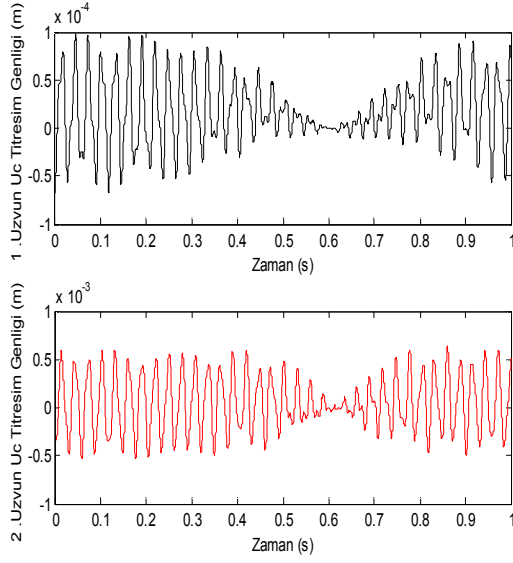
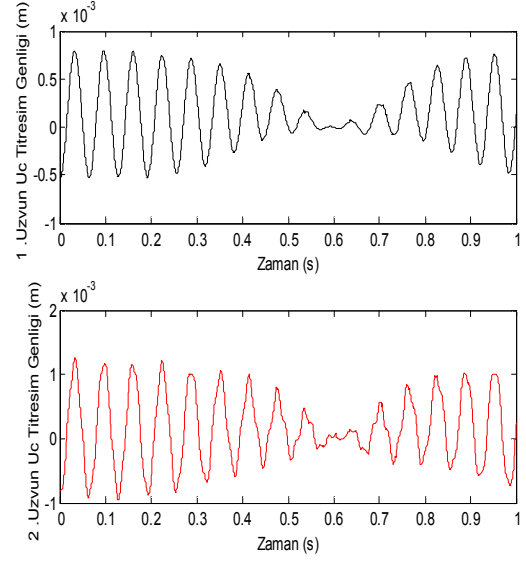
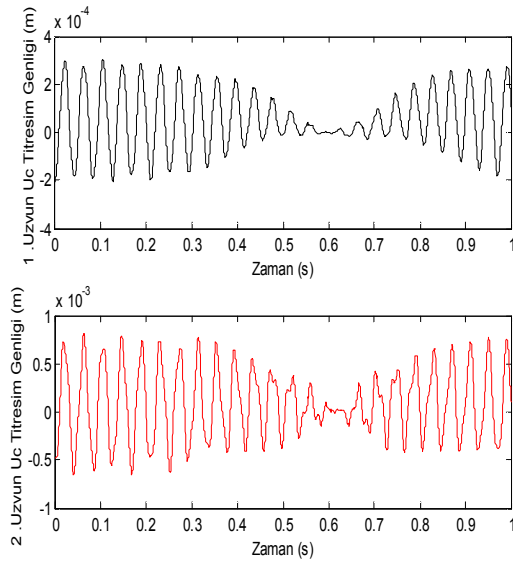
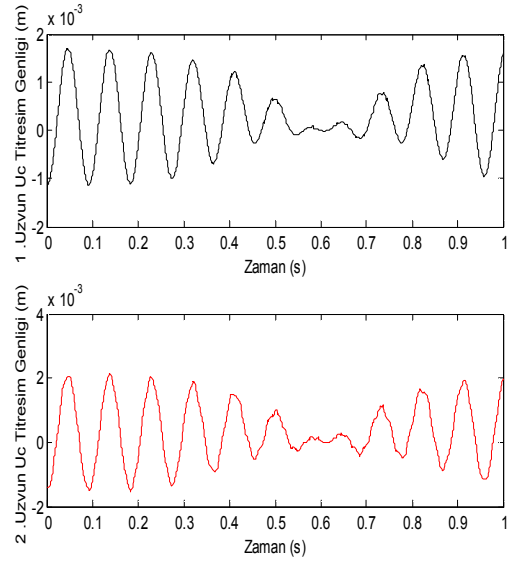


1. Uzuv κBK Titan, 2. Uzuv κBD Brz.

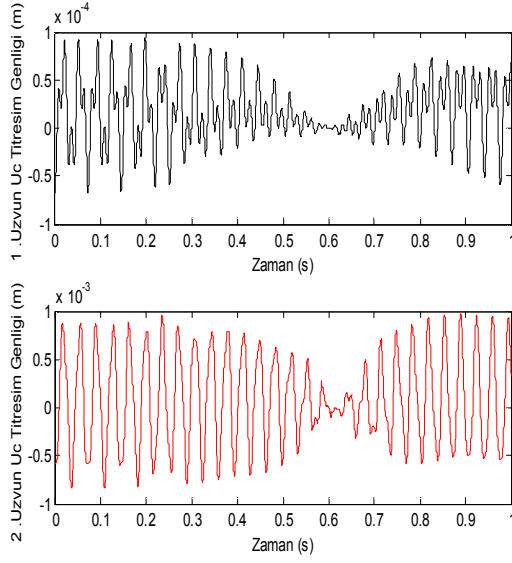


1. Uzuv κBK Fos. Brz, 2. Uzuv κBD Brz.

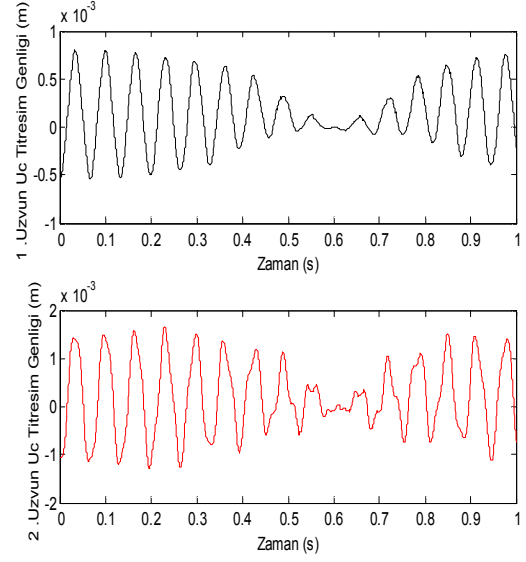
Kesitler : 1. Uzuv κBK, 2. Uzuv κBD; 1. Uzuv Farklı 2. Uzuv Fosforlu Bronz

1. Uzun κ BD Alüm., 2. Uzun Kare Alüm.1. Uzun κ BD Çelik, 2. Uzun Kare Alüm.1. Uzun κ BD Titan., 2. Uzun Kare Alüm.1. Uzun κ BD Fos. Brz, 2. Uzun Kare Al.

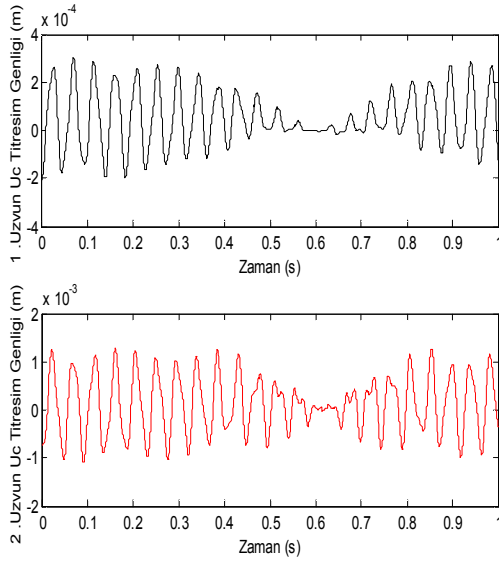
Kesitler : 1. Uzun κ BD; 2. Uzun Kare; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Alüminyum



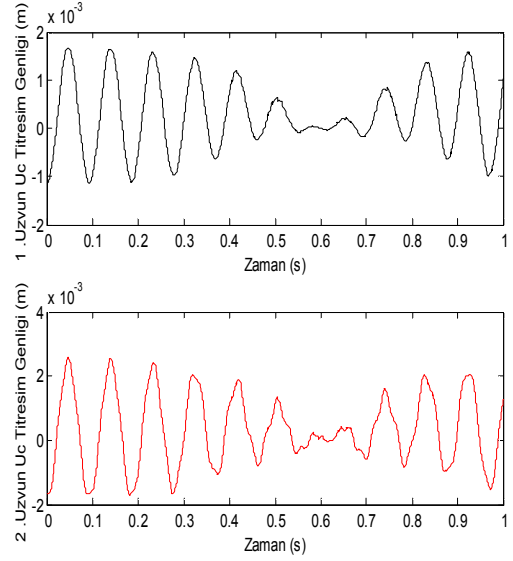
1. Uzuv ıBD Alım., 2. Uzuv Kare Titan.



1. Uzuv ıBD elik, 2. Uzuv Kare Titan.

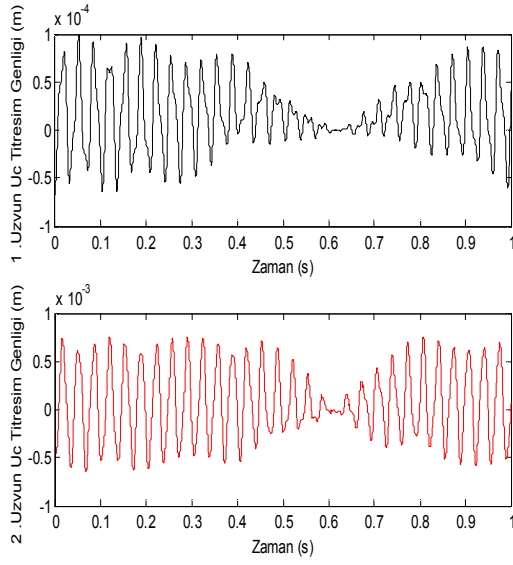
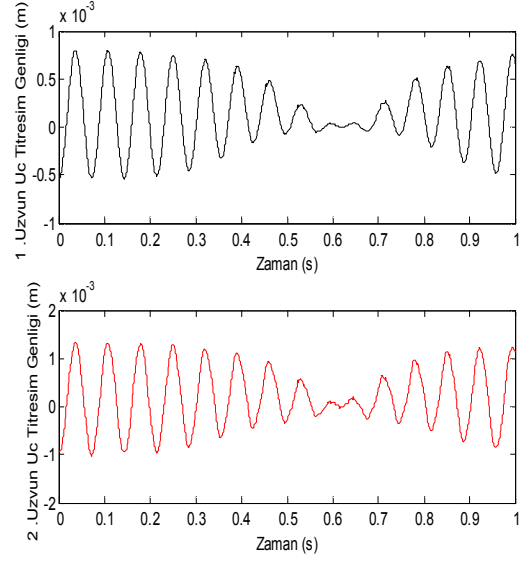
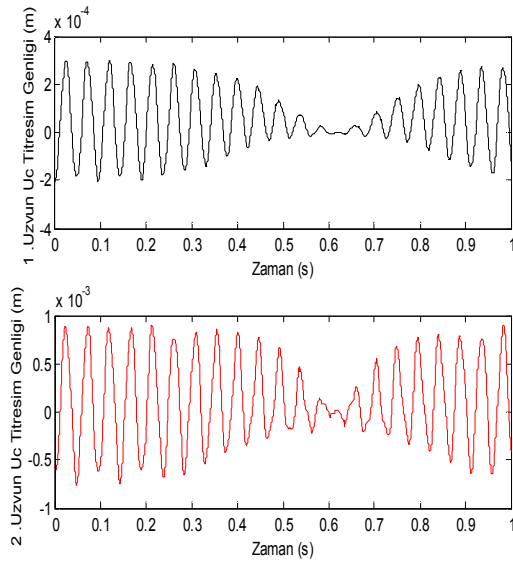
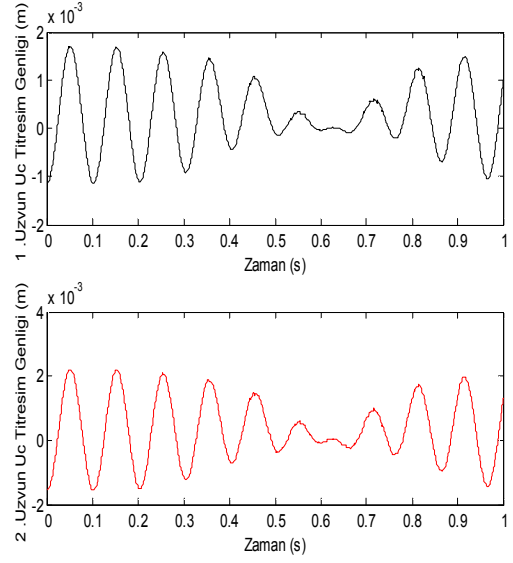


1. Uzuv ıBD Titan., 2. Uzuv Kare Titan.

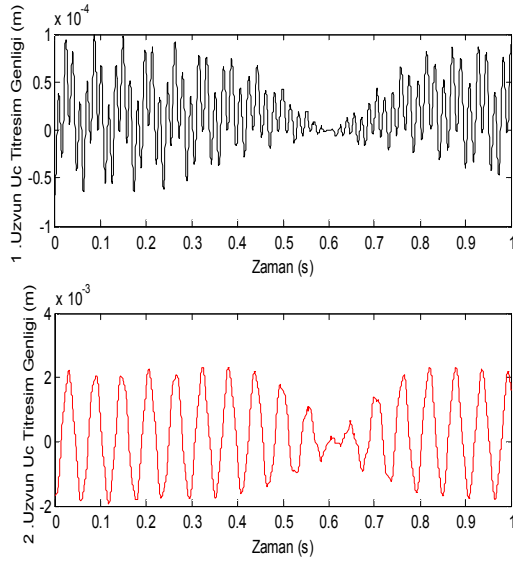
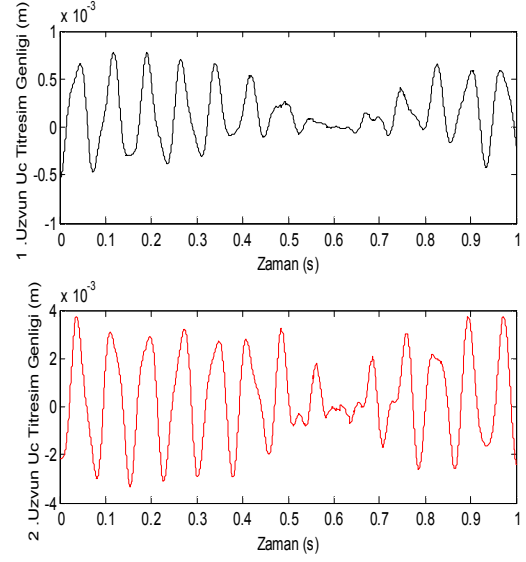
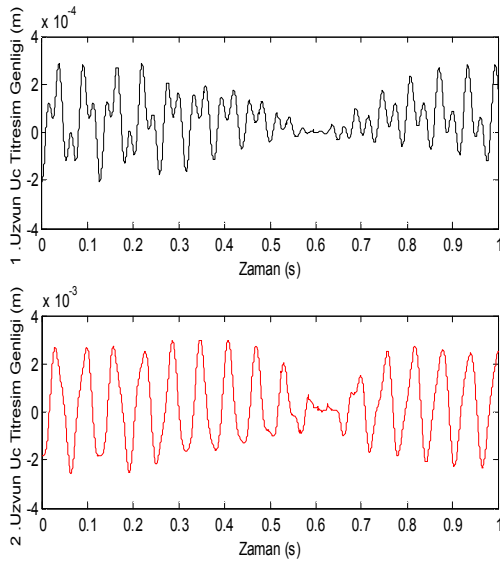
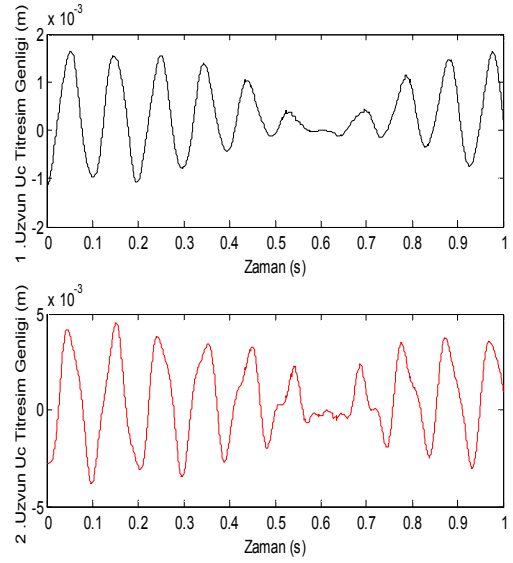


1. Uzuv ıBD. Fos. Brz, 2. Uzuv Kar Titan.

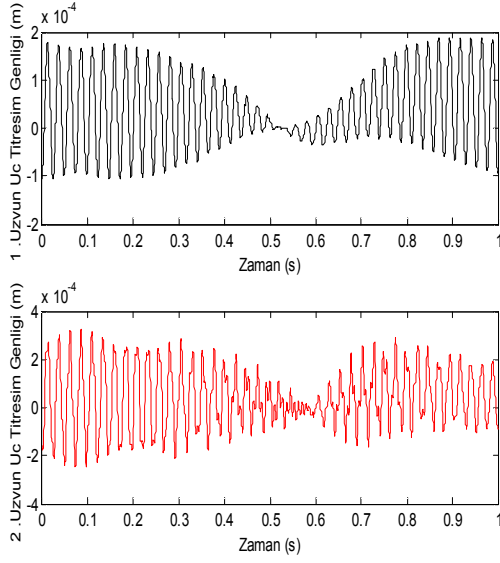
Kesitler : 1. Uzuv ıBD; 2. Uzuv Kare; 1. Uzuv Farklı 2. Uzuv Titanyum

1. Uzun κ BD Alüm., 2. Uzun Kare Çelik1. Uzun κ BD Çelik, 2. Uzun Kare Çelik1. Uzun κ BD Titan., 2. Uzun Kare Çelik1. Uzun κ BD Fos. Brz, 2. Uzun Kare Çelik

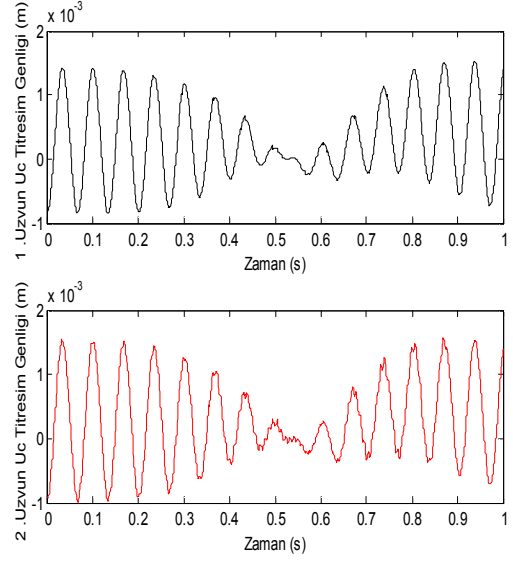
Kesitler : 1. Uzun κ BD; 2. Uzun Kare; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Çelik

1. Uzun κ BD Alüm., 2. Uzun Kare Bronz1. Uzun κ BD Çelik, 2. Uzun Kare Bronz1. Uzun κ BD Titan., 2. Uzun Kare Bronz1. Uzun κ BD Fos. Brz, 2. Uzun Kare Bronz

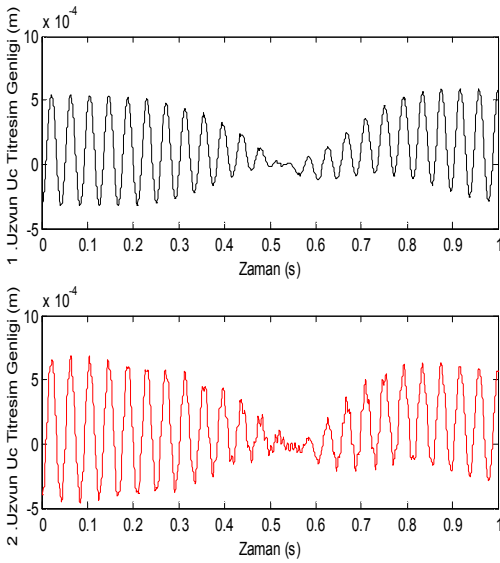
Kesitler : 1. Uzun κ BD; 2. Uzun Kare; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Fosforlu Bronz



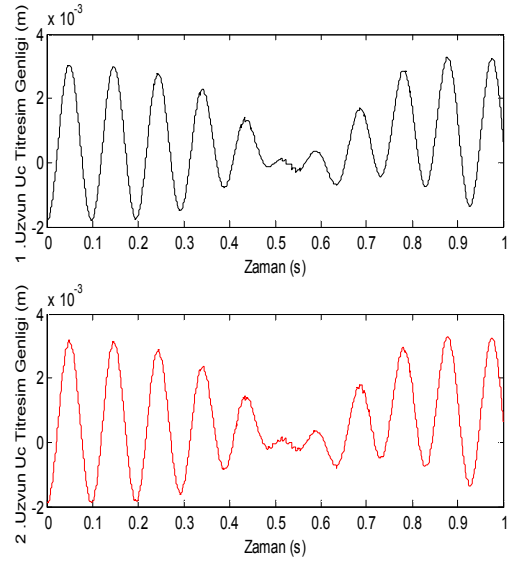
1. Uzun κBD Alüm., 2. Uzun κBK Alüm.



1. Uzun κBD Çelik, 2. Uzun κBK Alüm.

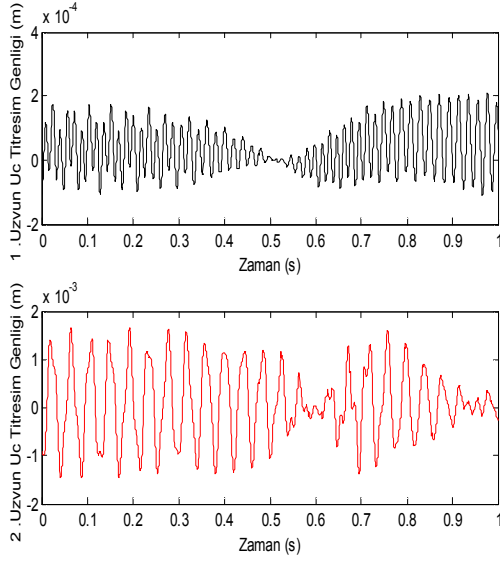
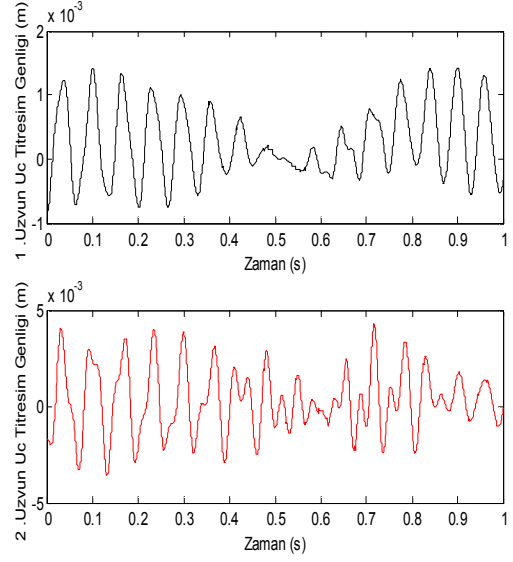
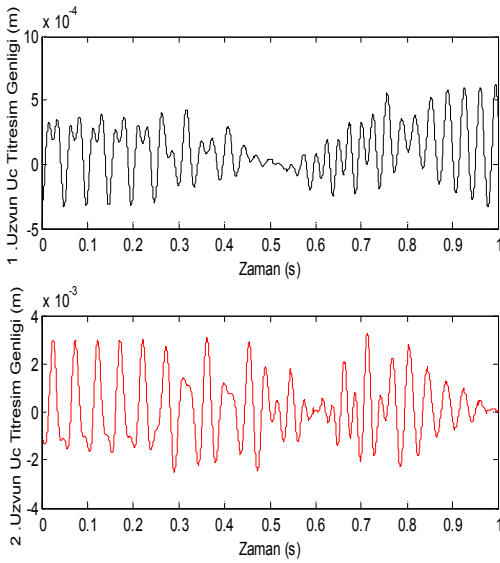
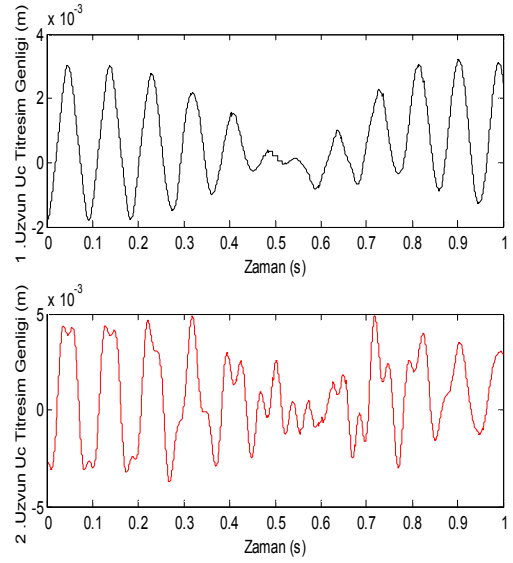


1. Uzun κBD Titan., 2. Uzun κBK Alüm.

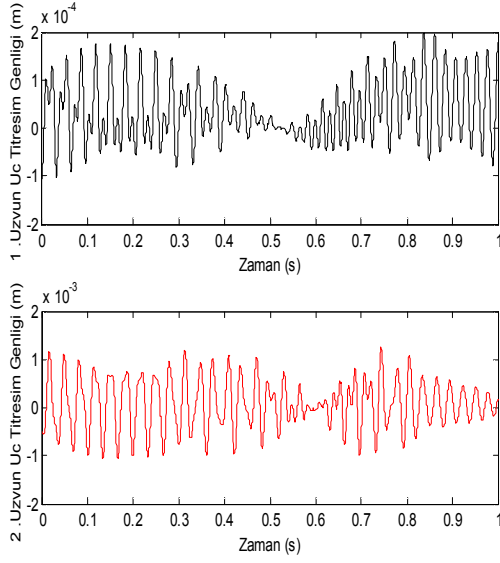
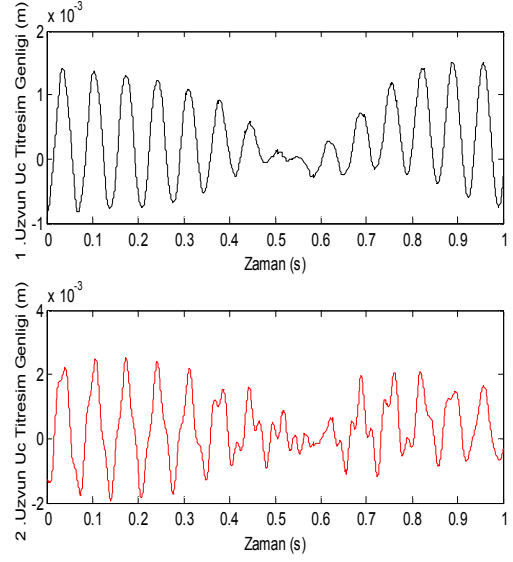
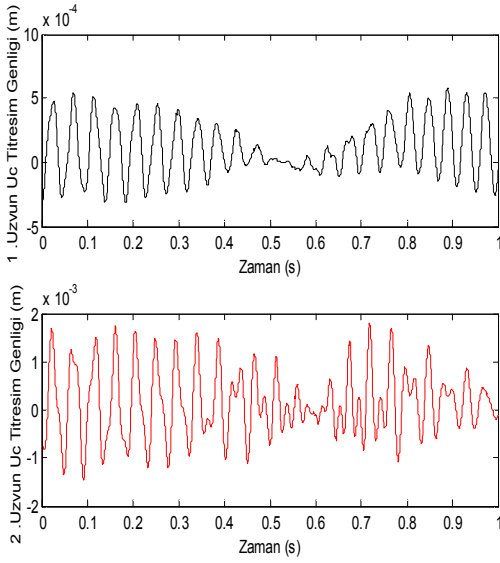
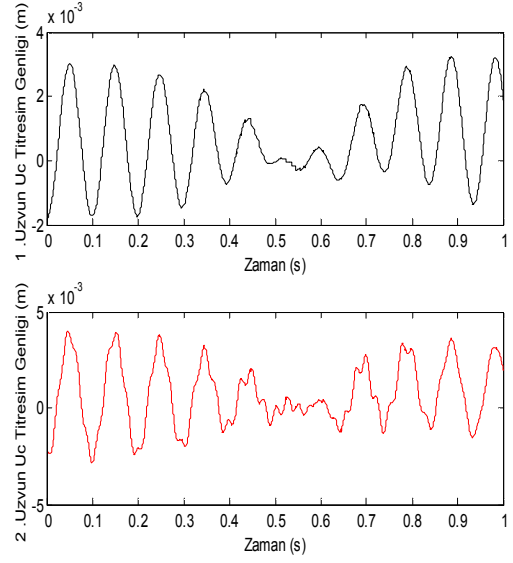


1. Uzun κBD Fos. Brz, 2. Uzun κBK Al.

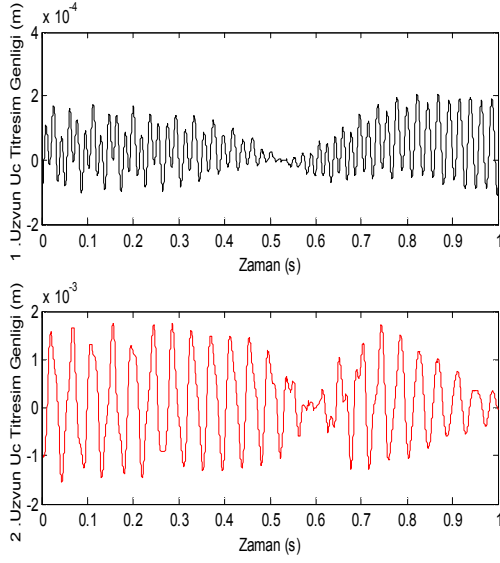
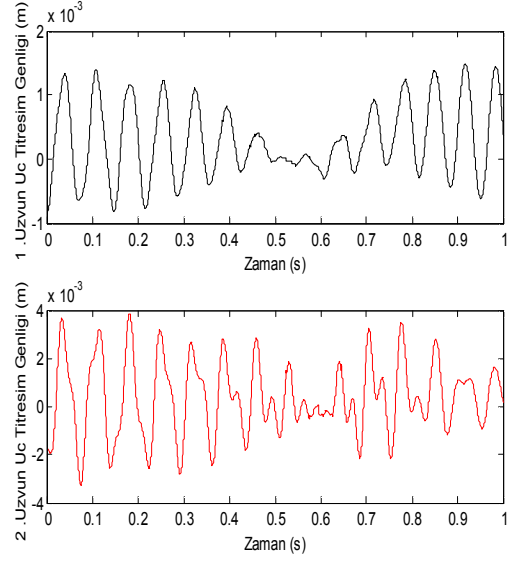
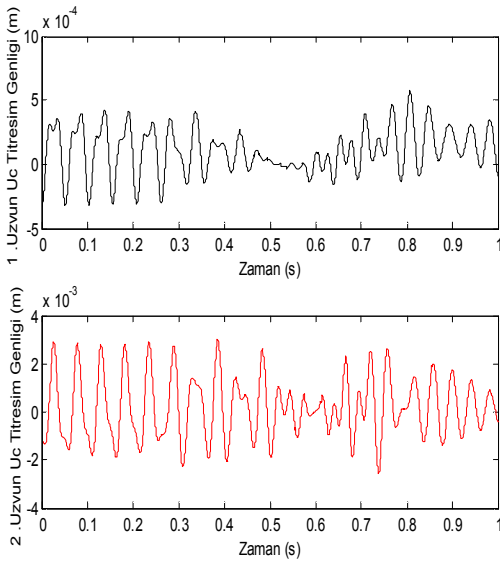
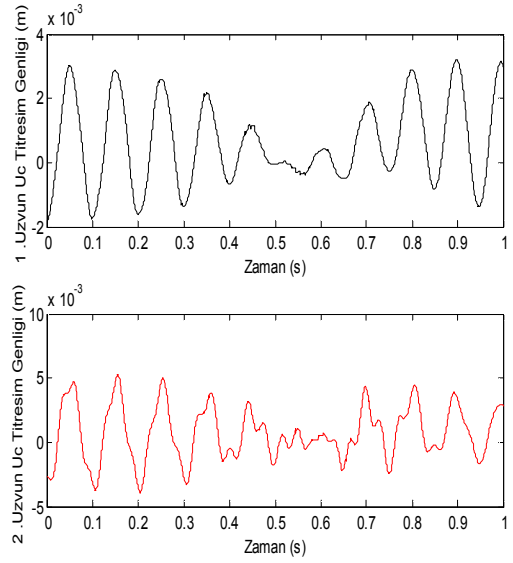
Kesitler : 1. Uzun κBD; 2. Uzun κBK; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Alüminyum

1. Uzun κ BD Alüm., 2. Uzun κ BK Titan.1. Uzun κ BD Çelik, 2. Uzun κ BK Titan.1. Uzun κ BD Titan., 2. Uzun κ BK Titan.1. Uzun κ BD. Fos. Brz, 2. Uzun κ BK Titan.

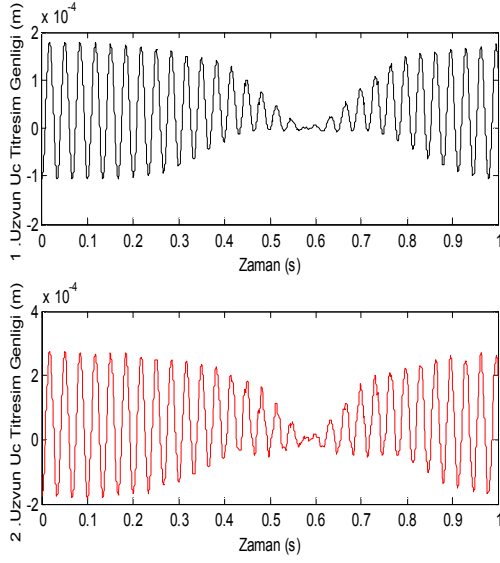
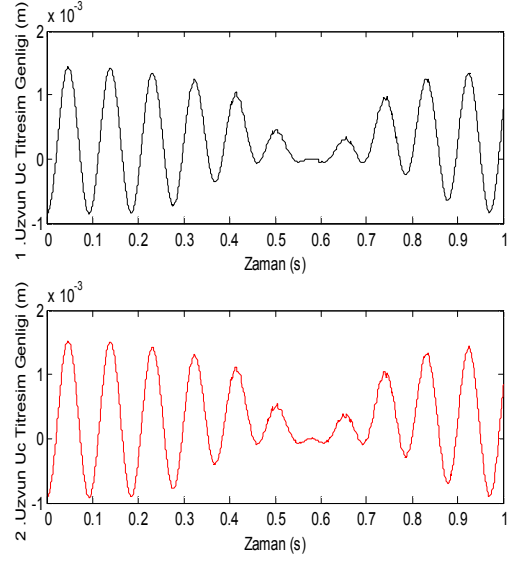
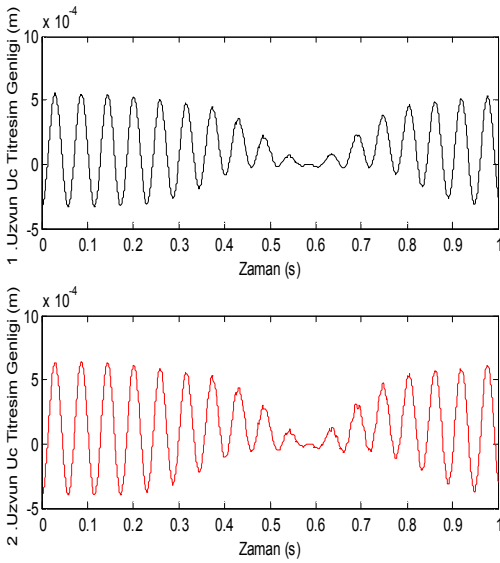
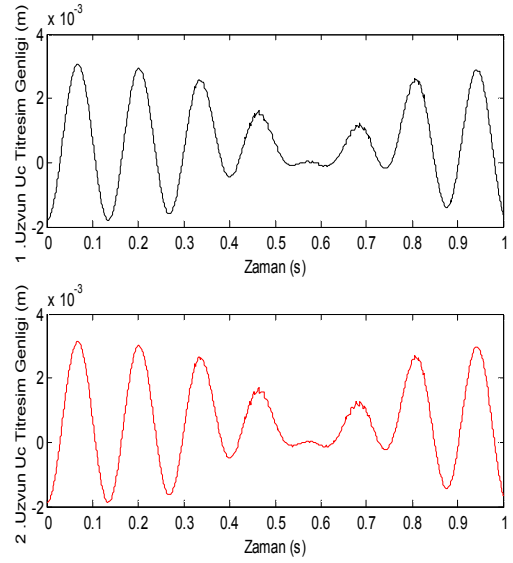
Kesitler : 1. Uzun κ BD; 2. Uzun κ BK; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Titanyum

1. Uzun κ BD Alüm., 2. Uzun κ BK Çelik1. Uzun κ BD Çelik, 2. Uzun κ BK Çelik1. Uzun κ BD Titan., 2. Uzun κ BK Çelik1. Uzun κ BD Fos. Brz, 2. Uzun κ BK Çelik

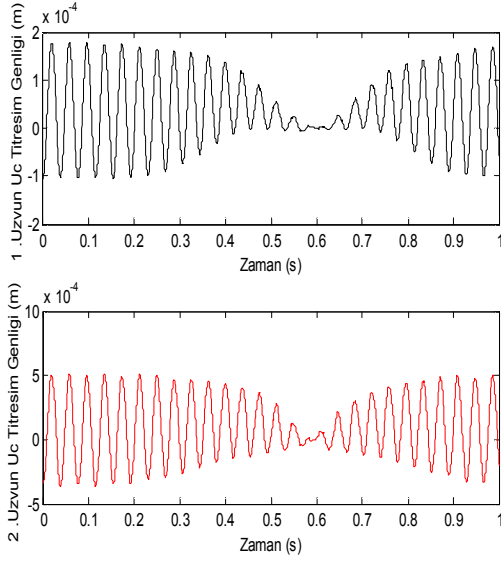
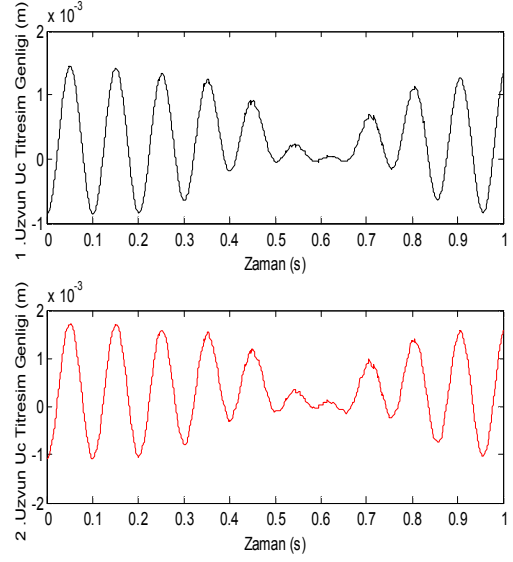
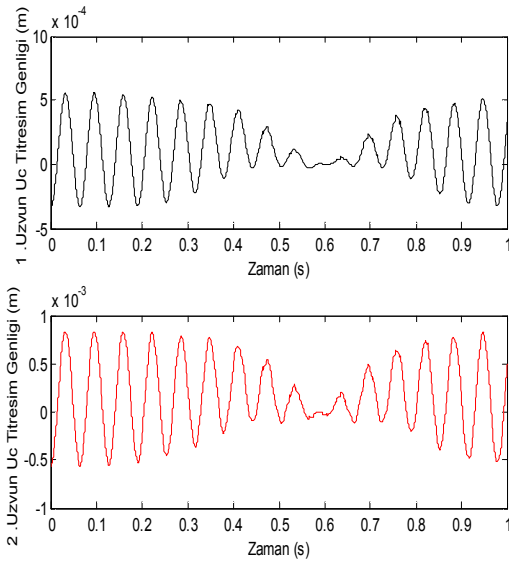
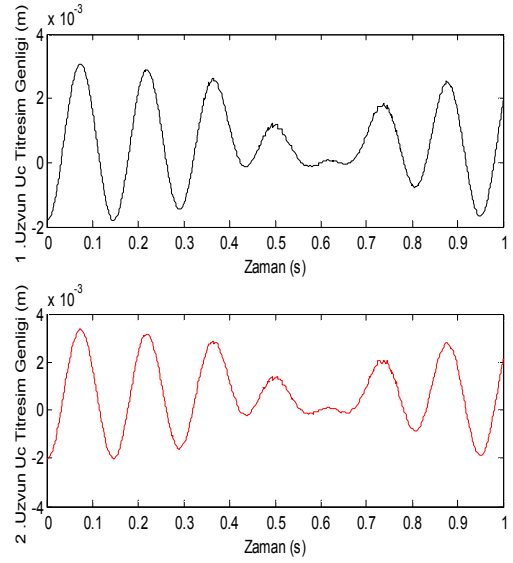
Kesitler : 1. Uzun κ BD; 2. Uzun κ BK; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Çelik

1. Uzun κ BD Alüm., 2. Uzun κ BK Bronz1. Uzun κ BD Çelik, 2. Uzun κ BK Bronz1. Uzun κ BD Titan., 2. Uzun κ BK Bronz1. Uzun κ BD Fos. Brz, 2. Uzun κ BK Bronz

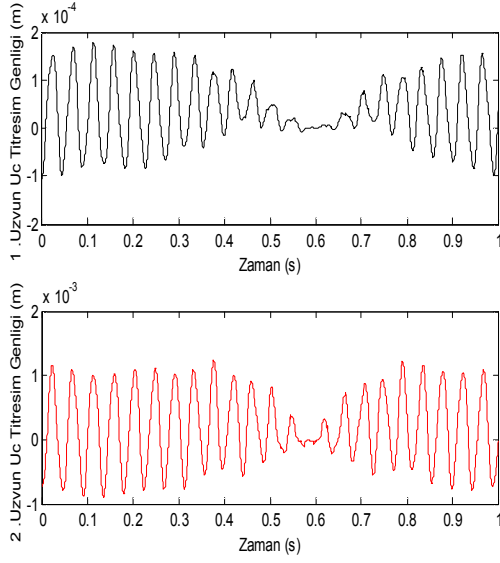
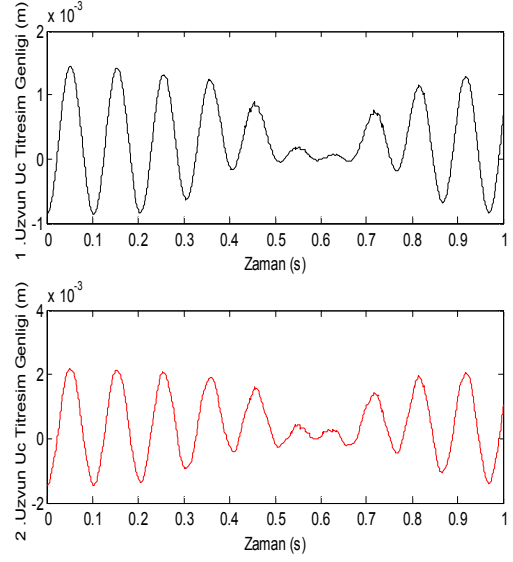
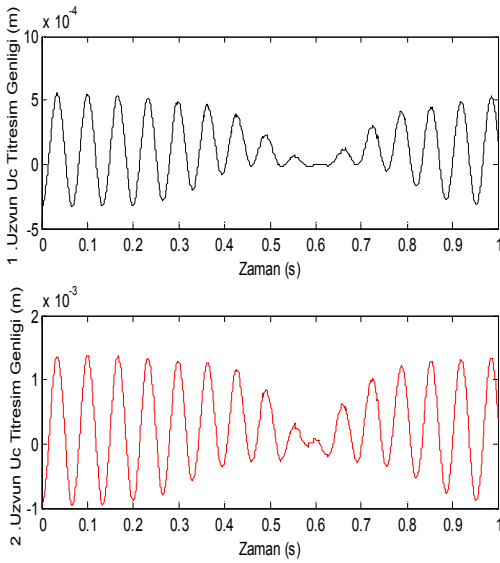
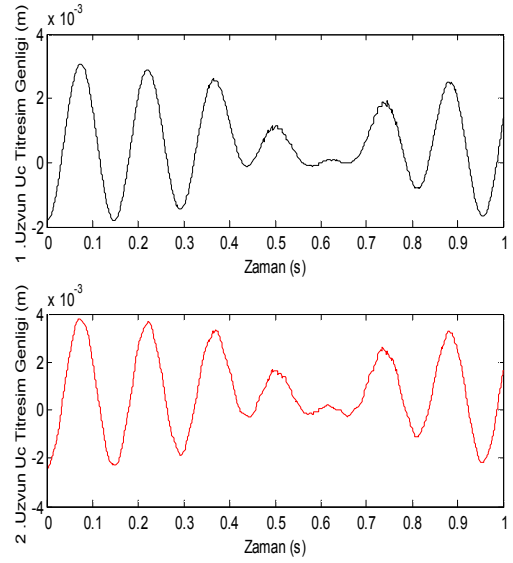
Kesitler : 1. Uzun κ BD; 2. Uzun κ BK; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Fosforlu Bronz

1. Uzun κ BD Alüm., 2. Uzun κ BD Alüm.1. Uzun κ BD Çelik, 2. Uzun κ BD Alüm.1. Uzun κ BD Titan., 2. Uzun κ BD Alüm.1. Uzun κ BD Fos. Brz, 2. Uzun κ BD Al.

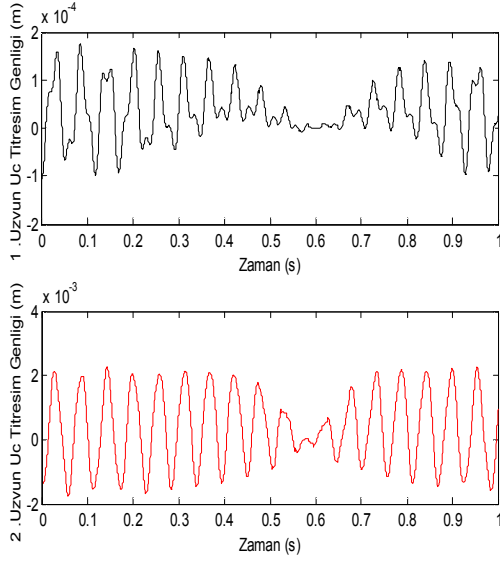
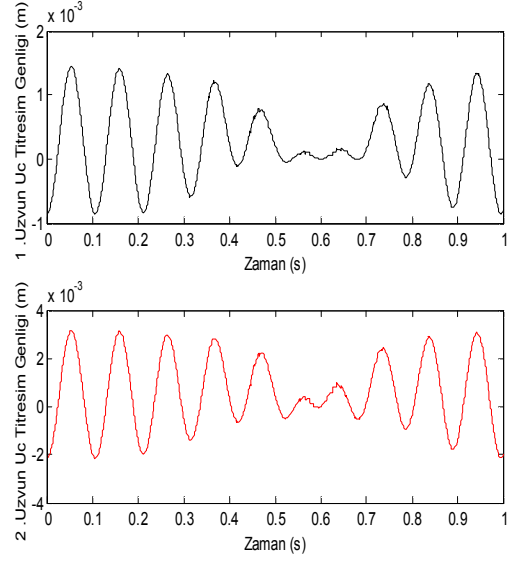
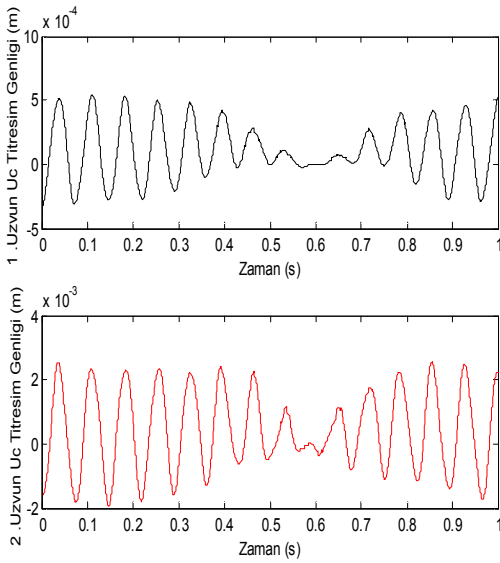
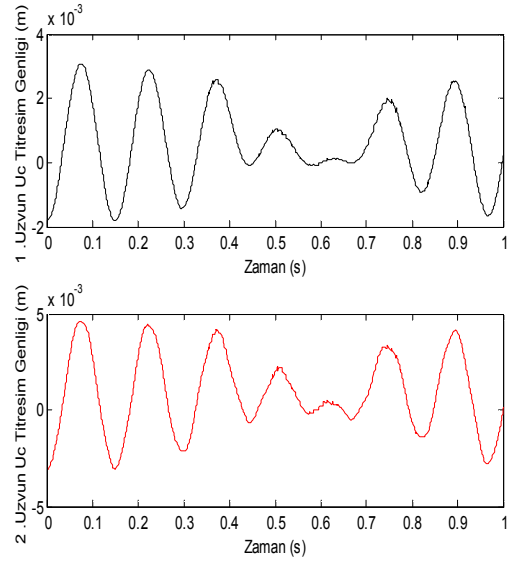
Kesitler : 1. Uzun κ BD; 2. Uzun κ BD; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Alüminyum

1. Uzun κ BD Alüm., 2. Uzun κ BD Titan.1. Uzun κ BD Çelik, 2. Uzun κ BD Titan.1. Uzun κ BD Titan., 2. Uzun κ BD Titan.1. Uzun κ BD. Fos. Brz, 2. Uzun κ BD Titan.

Kesitler : 1. Uzun κ BD; 2. Uzun κ BD; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Titanyum

1. Uzun κ BD Alüm., 2. Uzun κ BD Çelik1. Uzun κ BD Çelik, 2. Uzun κ BD Çelik1. Uzun κ BD Titan., 2. Uzun κ BD Çelik1. Uzun κ BD Fos. Brz, 2. Uzun κ BD Çelik

Kesitler : 1. Uzun κ BD; 2. Uzun κ BD; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Çelik

1. Uzun κ BD Alüm., 2. Uzun κ BD Bronz1. Uzun κ BD Çelik, 2. Uzun κ BD Bronz1. Uzun κ BD Titan., 2. Uzun κ BD Bronz1. Uzun κ BD Fos. Brz, 2. Uzun κ BD Bronz

Kesitler : 1. Uzun κ BD; 2. Uzun κ BD; 1. Uzun Farklı 2. Uzun Fosforlu Bronz

Ek 6 Homojen dönölüm matrisleri, birinci ve ikinci dereceden türevleri üzerine yapılan işlemler

Bu çalışmada (düzlemsel ve döner mafsalları kabulü ile) 0T_1 homojen dönölüm matrisi (HDM) İeklinde olmaktadır. Burada $L_0 = 0$ ve $V_0 = 0$ olmak üzere;

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & L_{i-1} \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & -V_{i-1} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

yazılabilir. Yine;

$${}^{i-1}T_i = {}^{i-1}TT_i + {}^{i-1}A_i$$

İeklinde iki parçale yazılabilir. Bu durumda;

$${}^{i-1}T_i = {}^{i-1}TT_i + {}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & 0 \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & L_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & -V_{i-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

olacaktır.

$${}^{n-1}T_n = {}^{n-1}TT_n + {}^{n-1}A_n = \begin{bmatrix} \cos\theta_n & -\sin\theta_n & 0 & 0 \\ \sin\theta_n & \cos\theta_n & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & L_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & -V_{n-1} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$${}^nT_{n+1} = {}^nTT_{n+1} + {}^nA_{n+1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & L_n \\ 0 & 0 & 0 & -V_n \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\theta_i = \theta_{n+1} \Rightarrow \theta_{n+1} = 0 \rightarrow L_{i-1} = L_n \rightarrow V_{n-1} = V_n$$

Görüldüğü gibi n adet elastik uzva sahip bir robot için n+1 adet HDM söz konusu olmaktadır.

Eksen takanlar arasında dönölümler;

$${}^0T_{n+1} = {}^0T_1 \cdot {}^1T_2 \cdot \dots \cdot {}^{n-1}T_n \cdot {}^nT_{n+1}$$

olmaktadır. Buradan zamana göre türevlere geçilirse;

Zamana göre 1. dereceden türevler;

${}^0\dot{T}_i = \sum_{j=1}^i {}^0T_{j-1} \cdot {}^{j-1}\dot{T}_j \cdot {}^jT_i$ (i=aë ..n) İeklinde formüle edilebilir. Burada aT_b matrisi a=b

durumunda birim matris formunu ală. Zamana göre birinci dereceden türev;

$${}^{i-1}\dot{T}_i = {}^{i-1}T\dot{T}_i + {}^{i-1}\dot{A}_i = \begin{bmatrix} -\sin\theta_i & -\cos\theta_i & 0 & 0 \\ \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \dot{\theta}_i + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \dot{V}_{i-1}$$

$$\text{Yine burada } D_i = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ ve } AD_{i-1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ matrisleri türev operatörü}$$

olarak tanımlanăsa;

$${}^{i-1}T\dot{T}_i = {}^{i-1}T\dot{T}_i \cdot D_i \cdot \dot{\theta}_i$$

$${}^{i-1}\dot{A}_i = AD_{i-1} \cdot \dot{V}_{i-1}$$

$${}^{i-1}\dot{T}_i = {}^{i-1}T\dot{T}_i + {}^{i-1}\dot{A}_i = {}^{i-1}T\dot{T}_i \cdot D_i \cdot \dot{\theta}_i + AD_{i-1} \cdot \dot{V}_{i-1}$$

Buna göre;

$${}^0\dot{T}_i = \sum_{j=1}^i {}^0T_{j-1} \cdot \left({}^{j-1}T\dot{T}_j \cdot D_j \cdot \dot{\theta}_j + AD_{j-1} \cdot \dot{V}_{j-1} \right) {}^jT_i$$

$$U_{ij} = {}^0T_{j-1} \cdot {}^{j-1}T\dot{T}_j \cdot D_j \cdot {}^jT_i \text{ veya } U_{ij} = \frac{\partial {}^0T_i}{\partial \theta_j}$$

$$V_{ij} = {}^0T_{j-1} \cdot AD_{j-1} \cdot {}^jT_i \text{ veya } V_{ij} = \frac{\partial {}^0T_i}{\partial V_{j-1}}$$

$${}^0\dot{T}_i = \sum_{j=1}^i \left(U_{ij} \cdot \dot{\theta}_j + V_{ij} \cdot \dot{V}_{j-1} \right) \text{ elde edilir.}$$

Zamana göre 2. dereceden türevler;

$${}^{i-1}\ddot{T}_i = {}^{i-1}T\ddot{T}_i \cdot D_i \cdot \dot{\theta}_i \cdot D_i \cdot \dot{\theta}_i + {}^{i-1}T\dot{T}_i \cdot D_i \cdot \ddot{\theta}_i$$

$${}^{i-1}\ddot{A}_i = AD_{i-1} \cdot \ddot{V}_{i-1}$$

$${}^{i-1}\ddot{T}_i = {}^{i-1}TT_i \cdot D_i \cdot \dot{\theta}_i \cdot D_i \cdot \dot{\theta}_i + {}^{i-1}TT_i \cdot D_i \cdot \ddot{\theta}_i + AD_{i-1} \cdot \ddot{V}_{i-1}$$

$${}^k\ddot{T}_i = \sum_{j=k+1}^i \left(\dot{U}_{ij} \cdot \dot{\theta}_j + U_{ij} \cdot \ddot{\theta}_j + \dot{V}_{ij} \cdot \dot{V}_{j-1} + V_{ij} \cdot \ddot{V}_{j-1} \right)$$

$$\dot{U}_{ij} = {}^0\dot{T}_{j-1} \cdot \left({}^{j-1}TT_j \cdot D_j \cdot {}^jT_i \right) + {}^0T_{j-1} \cdot \left({}^{j-1}T\dot{T}_j \cdot D_j \cdot {}^jT_i + {}^{j-1}TT_j \cdot D_j \cdot {}^j\dot{T}_i \right)$$

$$\begin{cases} U_{ijk} = {}^0T_{\min(k-1, j-1)} \cdot {}^{\min(k-1, j-1)}TT_{\min(k, j)} \cdot D_{\min(k, j)} \cdot {}^{\min(k, j)}T_{\max(k-1, j-1)} \cdot {}^{\max(k-1, j-1)}TT_{\max(k, j)} \cdot D_{\max(k, j)} \cdot {}^{\max(k, j)}T_i \rightarrow j \neq k \\ U_{ijk} = {}^0T_{j-1} \cdot {}^{j-1}TT_j \cdot D_j \cdot D_j \cdot {}^jT_i \rightarrow j = k \\ UV_{ijk} = {}^0T_{k-1} \cdot AD_{k-1} \cdot {}^kT_{j-1} \cdot {}^{j-1}TT_j \cdot D_j \cdot {}^jT_i \rightarrow j > k \\ UV_{ijk} = {}^0T_{j-1} \cdot {}^{j-1}TT_j \cdot D_j \cdot {}^jT_{k-1} \cdot AD_{k-1} \cdot {}^kT_i \rightarrow j < k \end{cases}$$

$$\dot{U}_{ij} = \sum_{k=1}^i \left(U_{ijk} \cdot \dot{\theta}_k + UV_{ijk} \cdot \dot{V}_{k-1} \right)$$

Ara inceleme

$$U_{ijk} = \frac{\partial U_{ij}}{\partial \theta_k} = \frac{{}^0T_{j-1} \cdot {}^{j-1}TT_j \cdot D_j \cdot {}^jT_i + {}^0T_{j-1} \cdot \frac{{}^{j-1}TT_j}{\partial \theta_k} \cdot D_j \cdot {}^jT_i + {}^0T_{j-1} \cdot {}^{j-1}TT_j \cdot D_j \cdot \frac{{}^jT_i}{\partial \theta_k}}$$

$$\begin{cases} U_{ijk} = {}^0T_{\min(k-1, j-1)} \cdot {}^{\min(k-1, j-1)}TT_{\min(k, j)} \cdot D_{\min(k, j)} \cdot {}^{\min(k, j)}T_{\max(k-1, j-1)} \cdot {}^{\max(k-1, j-1)}TT_{\max(k, j)} \cdot D_{\max(k, j)} \cdot {}^{\max(k, j)}T_i \rightarrow j \neq k \\ U_{ijk} = {}^0T_{j-1} \cdot {}^{j-1}TT_j \cdot D_j \cdot D_j \cdot {}^jT_i \rightarrow j = k \end{cases}$$

$$U_{ijk} = \frac{\partial U_{ij}}{\partial \theta_k} = \frac{\partial {}^0T_i}{\partial \theta_j \cdot \partial \theta_k}$$

$$\frac{\partial U_{ij}}{\partial V_{k-1}} = \frac{{}^0T_{j-1} \cdot {}^{j-1}TT_j \cdot D_j \cdot {}^jT_i + {}^0T_{j-1} \cdot \frac{{}^{j-1}TT_j}{\partial V_{k-1}} \cdot D_j \cdot {}^jT_i + {}^0T_{j-1} \cdot {}^{j-1}TT_j \cdot D_j \cdot \frac{{}^jT_i}{\partial V_{k-1}}}$$

$$\frac{\partial U_{ij}}{\partial V_{k-1}} = {}^0T_{k-1} \cdot AD_{k-1} \cdot {}^kT_{j-1} \cdot {}^{j-1}TT_j \cdot D_j \cdot {}^jT_i + {}^0T_{j-1} \cdot {}^{j-1}TT_j \cdot D_j \cdot {}^jT_{k-1} \cdot AD_{k-1} \cdot {}^kT_i$$

$$\begin{cases} UV_{ijk} = {}^0T_{k-1} \cdot AD_{k-1} \cdot {}^kT_{j-1} \cdot {}^{j-1}TT_j \cdot D_j \cdot {}^jT_i \rightarrow j > k \\ UV_{ijk} = {}^0T_{j-1} \cdot {}^{j-1}TT_j \cdot D_j \cdot {}^jT_{k-1} \cdot AD_{k-1} \cdot {}^kT_i \rightarrow j < k \end{cases}$$

$$UV_{ijk} = \frac{\partial U_{ij}}{\partial V_{k-1}} = \frac{\partial {}^0T_i}{\partial \theta_j \cdot \partial V_{k-1}}$$

Benzer İekilde;

$$\dot{V}_{ij} = {}^0\dot{T}_{j-1} \cdot AD_{j-1} \cdot {}^jT_i + {}^0T_{j-1} \cdot AD_{j-1} \cdot {}^j\dot{T}_i$$

$${}^j\dot{T}_i = \sum_{k=j+1}^i \left(U_{ik} \cdot \dot{\theta}_k + V_{ik} \cdot \dot{V}_{k-1} \right)$$

$$\dot{V}_{ij} = \left[\sum_{k=1}^{j-1} \left({}^0T_{k-1} \cdot {}^{k-1}TT_k \cdot D_k \cdot {}^kT_{j-1} \cdot AD_{j-1} \cdot {}^jT_i \cdot \dot{\theta}_k + {}^0T_{k-1} \cdot AD_{k-1} \cdot {}^kT_{j-1} \cdot AD_{j-1} \cdot {}^jT_i \cdot \dot{V}_{k-1} \right) + \sum_{k=j+1}^i \left({}^0T_{j-1} \cdot AD_{j-1} \cdot {}^jT_{k-1} \cdot {}^{k-1}TT_k \cdot D_k \cdot {}^kT \cdot \dot{\theta}_k + {}^0T_{j-1} \cdot AD_{j-1} \cdot {}^jT_{k-1} \cdot AD_{k-1} \cdot {}^kT_i \cdot \dot{V}_{k-1} \right) \right]$$

$$\begin{cases} V_{ijk} = {}^0T_{\min(k-1, j-1)} \cdot AD_{\min(k-1, j-1)} \cdot {}^{\min(k, j)}T_{\max(k-1, j-1)} \cdot AD_{\max(k-1, j-1)} \cdot {}^{\max(k, j)}T_i \rightarrow j \geq k+1 \\ VU_{ijk} = {}^0T_{k-1} \cdot {}^{k-1}TT_k \cdot D_k \cdot {}^kT_{j-1} \cdot AD_{j-1} \cdot {}^jT_i \rightarrow j > k \\ VU_{ijk} = {}^0T_{j-1} \cdot AD_{j-1} \cdot {}^jT_{k-1} \cdot {}^{k-1}TT_k \cdot D_k \cdot {}^kT_i \rightarrow j < k \end{cases}$$

$$\dot{V}_{ij} = \sum_{k=1}^i \left(V_{ijk} \cdot \dot{V}_{k-1} + VU_{ijk} \cdot \dot{\theta}_k \right)$$

$$\begin{cases} UV_{ijk} = {}^0T_{k-1} \cdot AD_{k-1} \cdot {}^kT_{j-1} \cdot {}^{j-1}TT_j \cdot D_j \cdot {}^jT_i \rightarrow j > k \\ UV_{ijk} = {}^0T_{j-1} \cdot {}^{j-1}TT_j \cdot D_j \cdot {}^jT_{k-1} \cdot AD_{k-1} \cdot {}^kT_i \rightarrow j < k \end{cases}$$

$$V_{ijk} = {}^0T_{\min(k-1, j-1)} \cdot AD_{\min(k-1, j-1)} \cdot {}^{\min(k, j)}T_{\max(k-1, j-1)} \cdot AD_{\max(k-1, j-1)} \cdot {}^{\max(k, j)}T_i \rightarrow j \geq k+1$$

$$V_{ijk} = \frac{\partial V_{ij}}{\partial V_{k-1}} = \frac{\partial {}^0T_i}{\partial V_{j-1} \cdot \partial V_{k-1}}$$

$$VU_{ijk} = \frac{\partial V_{ij}}{\partial \theta_k} = \frac{\partial {}^0T_i}{\partial V_{j-1} \cdot \partial \theta_k}$$

$${}^m\ddot{T}_i = \sum_{j=m+1}^i \left(\dot{U}_{ij} \cdot \dot{\theta}_j + U_{ij} \cdot \ddot{\theta}_j + \dot{V}_{ij} \cdot \dot{V}_{j-1} + V_{ij} \cdot \ddot{V}_{j-1} \right)$$

Ek 7 Ėkil fonksiyonu ve elastik yer değiltirme üzerine yapıdan illemeler

$$v_i = \sum_{p=1}^m \phi_{ip} \cdot q_{ip} \quad (i=1, \dots, n) \quad (p=1, \dots, m) \quad \phi_{ip} = \sin\left(\frac{p \cdot \pi \cdot x_i}{L_i}\right) \quad p=1$$

$$v_i = \sin\left(\frac{\pi \cdot x_i}{L_i}\right) \cdot q_i \quad (i=1, \dots, n) \quad v_i^k = \frac{\pi \cdot q_i}{L_i} \cdot x_i^k - \sin\left(\frac{\pi \cdot x_i^k}{L_i}\right) \cdot q_i$$

$$U = \frac{1}{2} \cdot E \cdot I \cdot \int_0^L \left[\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} \right]^2 \cdot dx \quad U_i = \frac{1}{2} \cdot E_i \cdot I_i \cdot \int_0^{L_i} \left[\frac{\partial^2 v_i^k}{\partial x_i^2} \right]^2 \cdot dx_i$$

$$\frac{\partial v_i^k}{\partial x_i} = \frac{\pi \cdot q_i}{L_i} - \cos\left(\frac{\pi \cdot x_i^k}{L_i}\right) \cdot \frac{\pi}{L_i} \cdot q_i \quad \frac{\partial^2 v_i^k}{\partial x_i^2} = \sin\left(\frac{\pi \cdot x_i^k}{L_i}\right) \cdot \frac{\pi^2}{L_i^2} \cdot q_i$$

$$\left[\frac{\partial^2 v_i^k}{\partial x_i^2} \right]^2 = \sin^2\left(\frac{\pi \cdot x_i^k}{L_i}\right) \cdot \frac{\pi^4}{L_i^4} \cdot q_i^2 \quad U_i = \frac{1}{2} \cdot E_i \cdot I_i \cdot \frac{\pi^4}{L_i^4} \cdot q_i^2 \cdot \int_0^{L_i} \sin^2\left(\frac{\pi \cdot x_i^k}{L_i}\right) \cdot dx_i$$

$$U_i = \frac{1}{4} \cdot E_i \cdot I_i \cdot \frac{\pi^4}{L_i^3} \cdot q_i^2$$

Ara illemeler

$$x_i^k \cdot v_i^k = \frac{\pi \cdot q_i}{L_i} \cdot (x_i^k)^2 - x_i^k \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x_i^k}{L_i}\right) \cdot q_i$$

$$\dot{v}_i^k = \frac{\pi \cdot \dot{q}_i}{L_i} \cdot x_i^k - \sin\left(\frac{\pi \cdot x_i^k}{L_i}\right) \cdot \dot{q}_i$$

$$x_i^k \cdot \dot{v}_i^k = \frac{\pi \cdot \dot{q}_i}{L_i} \cdot (x_i^k)^2 - x_i^k \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x_i^k}{L_i}\right) \cdot \dot{q}_i$$

$$(v_i^k)^2 = \frac{\pi^2 \cdot q_i^2}{L_i^2} \cdot (x_i^k)^2 - \frac{2 \cdot \pi \cdot q_i^2}{L_i} \cdot x_i^k \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x_i^k}{L_i}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi \cdot x_i^k}{L_i}\right) \cdot q_i^2$$

$$v_i^k \cdot \dot{v}_i^k = \frac{\pi^2 \cdot q_i \cdot \dot{q}_i}{L_i^2} \cdot (x_i^k)^2 - \frac{2 \cdot \pi \cdot q_i \cdot \dot{q}_i}{L_i} \cdot x_i^k \cdot \sin\left(\frac{\pi \cdot x_i^k}{L_i}\right) + \sin^2\left(\frac{\pi \cdot x_i^k}{L_i}\right) \cdot q_i \cdot \dot{q}_i$$

Ek 8 Elastik yer değil tirme vektörlerinin konum ve hızlarē üzerine yapıdan illemler

$$\vec{r}_i^k = [x_i^k, -v_i^k, 0, 1]^T \quad \dot{\vec{r}}_i^k = [0, -\dot{v}_i^k, 0, 0]^T \quad RR_i = \int_0^{L_i} \vec{r}_i^k \cdot \vec{r}_i^{kT} \cdot dx_i \quad RRdot_i = \int_0^{L_i} \vec{r}_i^k \cdot \dot{\vec{r}}_i^{kT} \cdot dx_i$$

$$RdotR_i = \int_0^{L_i} \dot{\vec{r}}_i^k \cdot \vec{r}_i^{kT} \cdot dx_i \quad RdotRdot_i = \int_0^{L_i} \dot{\vec{r}}_i^k \cdot \dot{\vec{r}}_i^{kT} \cdot dx_i$$

$$RR_i = \int_0^{L_i} \begin{bmatrix} x_i^k \\ -v_i^k \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_i^k & -v_i^k & 0 & 1 \end{bmatrix} dx_i^k \quad RR_i = \int_0^{L_i} \begin{bmatrix} (x_i^k)^2 & -x_i^k \cdot v_i^k & 0 & x_i^k \\ -x_i^k \cdot v_i^k & (v_i^k)^2 & 0 & -v_i^k \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ x_i^k & -v_i^k & 0 & 1 \end{bmatrix} dx_i^k$$

$$RRdot_i = \int_0^{L_i} \begin{bmatrix} x_i^k \\ -v_i^k \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -\dot{v}_i^k & 0 & 0 \end{bmatrix} dx_i^k \quad RRdot_i = \int_0^{L_i} \begin{bmatrix} 0 & -x_i^k \cdot \dot{v}_i^k & 0 & 0 \\ 0 & v_i^k \cdot \dot{v}_i^k & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\dot{v}_i^k & 0 & 0 \end{bmatrix} dx_i^k$$

$$RdotR_i = \int_0^{L_i} \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{v}_i^k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_i^k & -v_i^k & 0 & 1 \end{bmatrix} dx_i^k \quad RdotR_i = \int_0^{L_i} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -x_i^k \cdot \dot{v}_i^k & v_i^k \cdot \dot{v}_i^k & 0 & -\dot{v}_i^k \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} dx_i^k$$

$$RdotR_i = RRdot_i^T \quad RdotRdot_i = \int_0^{L_i} \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{v}_i^k \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -\dot{v}_i^k & 0 & 0 \end{bmatrix} dx_i^k$$

$$RdotRdot_i = \int_0^{L_i} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\dot{v}_i^k)^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} dx_i^k$$

$$\int_0^{L_i} v_i^k \cdot dx_i^k = \frac{\pi \cdot q_i}{L_i} \cdot \frac{L_i^2}{2} - q_i \cdot 2 \cdot \frac{L_i}{\pi} = q_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi} \right)$$

$$\int_0^{L_i} x_i^k \cdot v_i^k \cdot dx_i^k = \frac{\pi \cdot q_i}{L_i} \cdot \frac{L_i^3}{3} - q_i \cdot \frac{L_i^2}{\pi} = q_i \cdot L_i^2 \cdot \left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{\pi} \right)$$

$$\int_0^{L_i} \dot{x}_i^k \cdot \dot{v}_i^k \cdot dx_i^k = \frac{\pi \cdot \dot{q}_i}{L_i} \cdot \frac{L_i^3}{3} - \dot{q}_i \cdot \frac{L_i^2}{\pi} = \dot{q}_i \cdot L_i^2 \cdot \left(\frac{\pi}{3} - \frac{1}{\pi} \right)$$

$$\int_0^{L_i} \dot{v}_i^k \cdot dx_i^k = \frac{\pi \cdot \dot{q}_i}{L_i} \cdot \frac{L_i^2}{2} - \dot{q}_i \cdot 2 \cdot \frac{L_i}{\pi} = \dot{q}_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi}{2} - \frac{2}{\pi} \right)$$

$$\int_0^{L_i} (\dot{v}_i^k)^2 \cdot dx_i^k = \frac{\pi^2}{3} \cdot \dot{q}_i^2 \cdot L_i - 2 \cdot \pi \cdot \dot{q}_i^2 \cdot \frac{L_i}{\pi} + \dot{q}_i^2 \cdot \frac{1}{2} \cdot L_i = \dot{q}_i^2 \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2} \right)$$

$$\int_0^{L_i} v_i^k \cdot \dot{v}_i^k \cdot dx_i^k = \frac{\pi^2}{3} \cdot q_i \cdot \dot{q}_i \cdot L_i - 2 \cdot \pi \cdot q_i \cdot \dot{q}_i \cdot \frac{L_i}{\pi} + q_i \cdot \dot{q}_i \cdot \frac{1}{2} \cdot L_i = q_i \cdot \dot{q}_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2} \right)$$

$$RR_i = \begin{bmatrix} \frac{L_i^3}{3} & q_i \cdot L_i^2 \cdot \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{3} \right) & 0 & \frac{L_i^2}{2} \\ q_i \cdot L_i^2 \cdot \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{3} \right) & q_i^2 \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2} \right) & 0 & q_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{2}{\pi} - \frac{\pi}{2} \right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{L_i^2}{2} & q_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{2}{\pi} - \frac{\pi}{2} \right) & 0 & L_i \end{bmatrix}$$

$$dtRR_i = \begin{bmatrix} 0 & \dot{q}_i \cdot L_i^2 \cdot \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{3} \right) & 0 & 0 \\ \dot{q}_i \cdot L_i^2 \cdot \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{3} \right) & 2 \cdot \dot{q}_i \cdot q_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2} \right) & 0 & \dot{q}_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{2}{\pi} - \frac{\pi}{2} \right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{q}_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{2}{\pi} - \frac{\pi}{2} \right) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$dqRR_i = \begin{bmatrix} 0 & L_i^2 \cdot \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{3} \right) & 0 & 0 \\ L_i^2 \cdot \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{3} \right) & 2 \cdot q_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2} \right) & 0 & L_i \cdot \left(\frac{2}{\pi} - \frac{\pi}{2} \right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_i \cdot \left(\frac{2}{\pi} - \frac{\pi}{2} \right) & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad dqdotRR_i = 0$$

$$RRdot_i = \begin{bmatrix} 0 & \dot{q}_i \cdot L_i^2 \cdot \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{3}\right) & 0 & 0 \\ 0 & q_i \cdot \dot{q}_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{q}_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{2}{\pi} - \frac{\pi}{2}\right) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$dtRRdot_i = dtRRdot1_i + idtRRdot2_i \cdot \ddot{q}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{q}_i^2 \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & L_i^2 \cdot \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{3}\right) & 0 & 0 \\ 0 & q_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_i \cdot \left(\frac{2}{\pi} - \frac{\pi}{2}\right) & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \ddot{q}_i$$

$$dqRRdot_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{q}_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad dqdotRRdot_i = \begin{bmatrix} 0 & L_i^2 \cdot \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{3}\right) & 0 & 0 \\ 0 & q_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_i \cdot \left(\frac{2}{\pi} - \frac{\pi}{2}\right) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$dtdqdotRRdot_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{q}_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$RdotR_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \dot{q}_i \cdot L_i^2 \cdot \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{3}\right) & q_i \cdot \dot{q}_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2}\right) & 0 & \dot{q}_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{2}{\pi} - \frac{\pi}{2}\right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$dtRdotR_i = dtRdotR1_i + idtRdotR2_i \cdot \ddot{q}_i = \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{q}_i^2 \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2}\right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_i^2 \cdot \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{3}\right) & q_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2}\right) & 0 & L_i \cdot \left(\frac{2}{\pi} - \frac{\pi}{2}\right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \ddot{q}_i \right)$$

$$dqRdotR_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{q}_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2} \right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$dqdotRdotR_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_i^2 \cdot \left(\frac{1}{\pi} - \frac{\pi}{3} \right) & q_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2} \right) & 0 & L_i \cdot \left(\frac{2}{\pi} - \frac{\pi}{2} \right) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$dtdqdotRdotR_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{q}_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2} \right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad RdotRdot_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{q}_i^2 \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2} \right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$idtRdotRdot_i \cdot \ddot{q}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cdot \dot{q}_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2} \right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \ddot{q}_i \quad dqRdotRdot_i = 0$$

$$dqdotRdotRdot_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cdot \dot{q}_i \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2} \right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad idtdqdotRdotRdot_i \cdot \ddot{q}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cdot L_i \cdot \left(\frac{\pi^2}{3} - \frac{3}{2} \right) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \ddot{q}_i$$

YineBenzer İekilde

$$\vec{r}_i = [L_i, -V_i, 0, 1]^T \quad \vec{r}_i = [0, -\dot{V}_i, 0, 0]^T$$

$$MSRR_i = \vec{r}_i \cdot \vec{r}_i^T \quad MSRRdot_i = \vec{r}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i^T \quad MSRdotR_i = \dot{\vec{r}}_i \cdot \vec{r}_i^T \quad MSRdotRdot_i = \dot{\vec{r}}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i^T$$

$$MSRR_i = \begin{bmatrix} L_i \\ -V_i \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [L_i, -V_i, 0, 1] \quad MSRR_i = \begin{bmatrix} L_i^2 & -L_i \cdot V_i & 0 & L_i \\ -L_i \cdot V_i & V_i^2 & 0 & -V_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_i & -V_i & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$MSRRdot_i = \begin{bmatrix} L_i \\ -V_i \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [0, -\dot{V}_i, 0, 0] \quad MSRRdot_i = \begin{bmatrix} 0 & -L_i \cdot \dot{V}_i & 0 & 0 \\ 0 & V_i \cdot \dot{V}_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\dot{V}_i & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$MSRdotR_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{V}_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [L_i, -V_i, 0, 1] \quad MSRdotR_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -L_i \cdot \dot{V}_i & V_i \cdot \dot{V}_i & 0 & -\dot{V}_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$MSRdotRdot_i = \begin{bmatrix} 0 \\ -\dot{V}_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [0, -\dot{V}_i, 0, 0] \quad MSRdotRdot_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{V}_i^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$V_i = \pi \cdot q_i \quad \dot{V}_i = \pi \cdot \dot{q}_i \quad \ddot{V}_i = \pi \cdot \ddot{q}_i$$

$$MSRR_i = \begin{bmatrix} L_i^2 & -L_i \cdot V_i & 0 & L_i \\ -L_i \cdot V_i & V_i^2 & 0 & -V_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ L_i & -V_i & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad dtMSRR_i = \begin{bmatrix} 0 & -L_i \cdot \pi \cdot \dot{q}_i & 0 & 0 \\ -L_i \cdot \pi \cdot \dot{q}_i & 2 \cdot \pi^2 \cdot q_i \cdot \dot{q}_i & 0 & -\pi \cdot \dot{q}_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\pi \cdot \dot{q}_i & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$dqMSRR_i = \begin{bmatrix} 0 & -L_i \cdot \pi & 0 & 0 \\ -L_i \cdot \pi & 2 \cdot \pi^2 \cdot q_i & 0 & -\pi \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\pi & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad MSRRdot_i = \begin{bmatrix} 0 & -L_i \cdot \dot{V}_i & 0 & 0 \\ 0 & V_i \cdot \dot{V}_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\dot{V}_i & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$dtMSRRdot_i = dtMSRRdot1_i + idtMSRRdot2_i \cdot \ddot{q}_i = \begin{bmatrix} 0 & -L_i \cdot \pi \cdot \ddot{q}_i & 0 & 0 \\ 0 & \pi^2 \cdot \dot{q}_i^2 + \pi^2 \cdot q_i \cdot \ddot{q}_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\pi \cdot \ddot{q}_i & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$dtMSRRdot1_i + idtMSRRdot2_i \cdot \ddot{q}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \pi^2 \cdot \dot{q}_i^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -L_i \cdot \pi & 0 & 0 \\ 0 & \pi^2 \cdot q_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\pi & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \ddot{q}_i$$

$$dqMSRRdot_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \pi^2 \cdot \dot{q}_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad dqdotMSRRdot_i = \begin{bmatrix} 0 & -L_i \cdot \pi & 0 & 0 \\ 0 & \pi^2 \cdot q_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\pi & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$dtdqdotMSRRdot_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \pi^2 \cdot \dot{q}_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad MSRdotR_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -L_i \cdot \dot{V}_i & V_i \cdot \dot{V}_i & 0 & -\dot{V}_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$dtMSRdotR_i = dtMSRdotR1_i + idtMSRdotR2_i \cdot \ddot{q}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -L_i \cdot \pi \cdot \ddot{q}_i & \pi^2 \cdot \dot{q}_i^2 + \pi^2 \cdot q_i \cdot \ddot{q}_i & 0 & -\pi \cdot \ddot{q}_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$dtMSRdotR1_i + idtMSRdotR2_i \cdot \ddot{q}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \pi^2 \cdot \dot{q}_i^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -L_i \cdot \pi & \pi^2 \cdot q_i & 0 & -\pi \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \ddot{q}_i$$

$$dqMSRdotR_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \pi^2 \cdot \dot{q}_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad dqdotMSRdotR_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -L_i \cdot \pi & \pi^2 \cdot q_i & 0 & -\pi \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$dtdqdotMSRdotR_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \pi^2 \cdot \dot{q}_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad MSRdotRdot_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \pi^2 \cdot \dot{q}_i^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$idtMSRdotRdot_i \cdot \ddot{q}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cdot \pi^2 \cdot \dot{q}_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \ddot{q}_i \quad dqdotMSRdotRdot_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cdot \pi^2 \cdot \dot{q}_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$dtdqdotMSRdotRdot_i = idtdqdotMSRdotRdot_i \cdot \ddot{q}_i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cdot \pi^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \ddot{q}_i$$

Ek 9 f_{θ_i} ifadesinin hesaplanması

$$f_{\theta_i} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_i}$$

$$L = K - P \quad \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} = \frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial P}{\partial \dot{\theta}_i} \quad \frac{\partial P}{\partial \dot{\theta}_i} = 0 \quad \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} = \frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_i}$$

$$K = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \begin{bmatrix} {}^0\dot{T}_i \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) {}^0\dot{T}_i^T + \\ {}^0\dot{T}_i \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RRdot_i + m_{is} \cdot MSRRdot_i) {}^0T_i^T + \\ {}^0T_i \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RdotR_i + m_{is} \cdot MSRdotR_i) {}^0\dot{T}_i^T + \\ {}^0T_i \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RdotRdot_i + m_{is} \cdot MSRdotRdot_i) {}^0T_i^T \end{bmatrix}$$

Mafsal konum ve hızları bulunurken ilk etapta elastik yer değİltirme ifadeleri ihmal edilir ve rijid kabuller altında çözüm yapılır. Buna göre; RRdot, MSRRdot, RdotR, MSRdotR, RdotRdot ve MSRdotRdot matrisleri seçİlcek ve RR ile MSRR matrislerindeki bazı terimler seçİlcektİr. Bu İartılar altında kinetik enerji ifadesi;

$$K = \sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[{}^0\dot{T}_i \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) {}^0\dot{T}_i^T \right]$$

$${}^0\dot{T}_i = \sum_{j=1}^i U_{ij} \cdot \dot{\theta}_j \quad \frac{\partial \sum_{j=1}^i U_{ij} \cdot \dot{\theta}_j}{\partial \dot{\theta}_a} = U_{ia}$$

$$\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_a} = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[U_{ia} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) {}^0\dot{T}_i^T + \right. \\ \left. {}^0\dot{T}_i \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot U_{ia}^T \right]$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_a} \right) = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[\begin{bmatrix} \dot{U}_{ia} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) {}^0\dot{T}_i^T + \\ U_{ia} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) {}^0\ddot{T}_i^T + \\ {}^0\ddot{T}_i \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot U_{ia}^T + \\ {}^0\dot{T}_i \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot \dot{U}_{ia}^T \end{bmatrix} \right]$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_a} \right)_1 = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_a} \right)_1 + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_a} \right)_2$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_a} \right)_1 = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[\begin{bmatrix} \dot{U}_{ia} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) {}^0\dot{T}_i^T + \\ U_{ia} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) {}^0\ddot{T}_i^T \end{bmatrix} \right]$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_a} \right)_2 = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[\begin{matrix} {}^0\ddot{T}_i \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot U_{ia}^T + \\ {}^0\dot{T}_i \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot \dot{U}_{ia}^T \end{matrix} \right]$$

$${}^0\ddot{T}_i = \left(\sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i U_{ijk} \cdot \dot{\theta}_k \cdot \dot{\theta}_j + \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i UV_{ijk} \cdot \dot{V}_{k-1} \cdot \dot{\theta}_j + \sum_{j=1}^i U_{ij} \cdot \ddot{\theta}_j + \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i V_{ijk} \cdot \dot{V}_{k-1} \cdot \dot{V}_{j-1} + \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i VU_{ijk} \cdot \dot{\theta}_k \cdot \dot{V}_{j-1} + \sum_{j=1}^i V_{ij} \cdot \ddot{V}_{j-1} \right)$$

$${}^0\dot{T}_i = \left(\sum_{j=1}^i U_{ij} \cdot \dot{\theta}_j + \sum_{j=1}^i V_{ij} \cdot \dot{V}_{j-1} \right) \quad {}^0\dot{T}_i^T = \left(\sum_{j=1}^i U_{ij}^T \cdot \dot{\theta}_j + \sum_{j=1}^i V_{ij}^T \cdot \dot{V}_{j-1} \right)$$

İçlerinde olacakdŕ. Bu ifadelerdeki elastiklik terimleri de ihmal edilirse;

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_a} \right)_1 = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[\begin{matrix} \sum_{k=1}^i \sum_{j=1}^i U_{iak} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot U_{ij}^T \cdot \dot{\theta}_k \cdot \dot{\theta}_j + \\ \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i U_{ia} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot U_{ijk}^T \cdot \dot{\theta}_k \cdot \dot{\theta}_j + \\ \sum_{j=1}^i U_{ia} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot U_{ij}^T \cdot \ddot{\theta}_j \end{matrix} \right]$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_a} \right)_2 = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[\begin{matrix} \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i U_{ijk} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot U_{ia}^T \cdot \dot{\theta}_k \cdot \dot{\theta}_j + \\ \sum_{j=1}^i U_{ij} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot U_{ia}^T \cdot \ddot{\theta}_j + \\ \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i U_{ij} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot U_{iak}^T \cdot \dot{\theta}_k \cdot \dot{\theta}_j \end{matrix} \right]$$

$$\frac{\partial K}{\partial \theta_a} = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[\begin{matrix} \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i U_{ija} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot U_{ik}^T \cdot \dot{\theta}_j \cdot \dot{\theta}_k + \\ \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i U_{ij} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot U_{ika}^T \cdot \dot{\theta}_j \cdot \dot{\theta}_k \end{matrix} \right]$$

$$\vec{r}_{Pi1} = \left[\frac{L_i}{2}, 0, 0, 1 \right]^T$$

$$P = \sum_{i=1}^n \left(\rho_i \cdot A_i \cdot L_i \cdot {}^0\vec{g} \cdot {}^0T_i \cdot \vec{r}_{Pi1} + m_{is} \cdot {}^0\vec{g} \cdot {}^0T_{i+1}(:,4) + \frac{1}{4} \cdot E_i \cdot I_i \cdot \frac{\pi^4}{L_i^3} \cdot q_i^2 \right)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \theta_a} = \sum_{i=a}^n \left(\rho_i \cdot A_i \cdot L_i \cdot {}^0\vec{g} \cdot U_{ia} \cdot \vec{r}_{Pi1} + m_{is} \cdot {}^0\vec{g} \cdot U_{(i+1)a}(:,4) \right)$$

$$f_{\theta_a} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_a} \right)_1 + \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{\theta}_a} \right)_2 - \frac{\partial K}{\partial \theta_a} - \frac{\partial P}{\partial \theta_a}$$

$$A_{aj} = diag \sum_{i=\max(a,j)}^n U_{ia} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot U_{ij}^T$$

$$\sum_{j=1}^n A_{aj} = diag \left[\sum_{i=a}^n \sum_{j=1}^i U_{ia} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot U_{ij}^T \right]$$

$$C_{ajk} = \sum_{i=\max(a,j,k)}^n U_{ijk} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot U_{ia}^T$$

$$\sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n C_{ajk} \cdot \dot{\theta}_j \cdot \dot{\theta}_k = diag \sum_{i=a}^n \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i U_{ijk} \cdot (\rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i) \cdot U_{ia}^T \cdot \dot{\theta}_k \cdot \dot{\theta}_j$$

$$G_a = \sum_{i=a}^n \left(\rho_i \cdot A_i \cdot L_i \cdot {}^0\bar{g} \cdot U_{ia} \cdot \vec{r}_{p1i} + m_{is} \cdot {}^0\bar{g} \cdot U_{(i+1)a}(:,4) \right)$$

$$f_{\theta_a} = \sum_{j=1}^n A_{aj} \cdot \ddot{\theta}_j + \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n C_{ajk} \cdot \dot{\theta}_j \cdot \dot{\theta}_k + G_a$$

$$f_{\theta} = \sum_{a=1}^n \sum_{j=1}^n A_{aj} \cdot \ddot{\theta}_j + \sum_{a=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n C_{ajk} \cdot \dot{\theta}_j \cdot \dot{\theta}_k - \sum_{a=1}^n G_a$$

$$A = \sum_{a=1}^n \sum_{j=1}^n A_{aj}$$

$$C = \sum_{a=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n C_{ajk} \cdot \dot{\theta}_j \cdot \dot{\theta}_k$$

$$G = \sum_{a=1}^n G_a$$

$$f_{\theta} = A \cdot \ddot{\theta} + C + G$$

Ek 10 f_{q_i} ifadesinin hesaplanması

$$f_{q_i} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i}$$

$$A1_i = \rho_i \cdot A_i \cdot RR_i + m_{is} \cdot MSRR_i$$

$$A2_i = \rho_i \cdot A_i \cdot RRdot_i + m_{is} \cdot MSRRdot_i$$

$$A3_i = \rho_i \cdot A_i \cdot RdotR_i + m_{is} \cdot MSRdotR_i$$

$$A4_i = \rho_i \cdot A_i \cdot RdotRdot_i + m_{is} \cdot MSRdotRdot_i$$

$$dtRRdot_i = dtRRdot1_i + idtRRdot2_i \cdot \ddot{q}_i$$

$$dtRdotR_i = dtRdotR1_i + idtRdotR2_i \cdot \ddot{q}_i$$

$$dtRdotRdot_i = idtRdotRdot_i \cdot \ddot{q}_i$$

$$dtdqdotRdot_i = idtdqdotRdot_i \cdot \ddot{q}_i$$

$$dtMSRRdot_i = dtMSRRdot1_i + idtMSRRdot2_i \cdot \ddot{q}_i$$

$$dtMSRdotR_i = dtMSRdotR1_i + idtMSRdotR2_i \cdot \ddot{q}_i$$

$$dtMSRdotRdot_i = idtMSRdotRdot_i \cdot \ddot{q}_i$$

$$dtdqdotMSRdotRdot_i = idtdqdotMSRdotRdot_i \cdot \ddot{q}_i$$

$$dtA1_i = \rho_i \cdot A_i \cdot dtRR_i + m_{is} \cdot dtMSRR_i$$

$$dtA2_i = A21_i + iA22_i \cdot \ddot{q}_i$$

$$A21_i = \rho_i \cdot A_i \cdot dtRRdot1_i + m_{is} \cdot dtMSRRdot1_i$$

$$iA22_i = \rho_i \cdot A_i \cdot idtRRdot2_i + m_{is} \cdot idtMSRRdot2_i$$

$$dtA3_i = A31_i + iA32_i \cdot \ddot{q}_i$$

$$A31_i = \rho_i \cdot A_i \cdot dtRdotR1_i + m_{is} \cdot dtMSRdotR1_i$$

$$iA32_i = \rho_i \cdot A_i \cdot idtRdotR2_i + m_{is} \cdot idtMSRdotR2_i$$

$$dtA4_i = \rho_i \cdot A_i \cdot dtRdotRdot_i + m_{is} \cdot dtMSRdotRdot_i$$

$$dqdotA2_i = \rho_i \cdot A_i \cdot dqdotRRdot_i + m_{is} \cdot dqdotMSRRdot_i$$

$$dqdotA3_i = \rho_i \cdot A_i \cdot dqdotRdotR_i + m_{is} \cdot dqdotMSRdotR_i$$

$$dqdotA4_i = \rho_i \cdot A_i \cdot dqdotRdotRdot_i + m_{is} \cdot dqdotMSRdotRdot_i$$

$$dtdqdotA2_i = \rho_i \cdot A_i \cdot dtdqdotRRdot_i + m_{is} \cdot dtdqdotMSRRdot_i$$

$$dtdqdotA3_i = \rho_i \cdot A_i \cdot dtdqdotRdotR_i + m_{is} \cdot dtdqdotMSRdotR_i$$

$$dtdqdotA4_i = \rho_i \cdot A_i \cdot dtdqdotRdotRdot_i + m_{is} \cdot dtdqdotMSRdotRdot_i$$

$$dtdqdotA4_i = idtdqdotA4_i \cdot \ddot{q}_i$$

$$idtdqdotA4_i = \rho_i \cdot A_i \cdot idtdqdotRdotRdot_i + m_{is} \cdot idtdqdotMSRdotRdot_i$$

$$\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_a} \right)_1 = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot diag \left[\frac{\partial^0 \dot{T}_i}{\partial \dot{q}_i} \cdot (A1_i)^0 \dot{T}_i^T + {}^0 \dot{T}_i \cdot \frac{\partial(A1_i)}{\partial \dot{q}_i} \cdot {}^0 \dot{T}_i^T + {}^0 \dot{T}_i \cdot (A1_i) \cdot \frac{\partial^0 \dot{T}_i^T}{\partial \dot{q}_i} \right]$$

$$\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_a} \right)_2 = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot diag \left[\frac{\partial^0 \dot{T}_i}{\partial \dot{q}_i} \cdot (A2_i)^0 T_i^T + {}^0 \dot{T}_i \cdot \frac{\partial(A2_i)}{\partial \dot{q}_i} \cdot {}^0 T_i^T + {}^0 \dot{T}_i \cdot (A2_i) \cdot \frac{\partial^0 T_i^T}{\partial \dot{q}_i} \right]$$

$$\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_a} \right)_3 = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot diag \left[\frac{\partial^0 T_i}{\partial \dot{q}_i} \cdot (A3_i)^0 \dot{T}_i^T + {}^0 T_i \cdot \frac{\partial(A3_i)}{\partial \dot{q}_i} \cdot {}^0 \dot{T}_i^T + {}^0 T_i \cdot (A3_i) \cdot \frac{\partial^0 \dot{T}_i^T}{\partial \dot{q}_i} \right]$$

$$\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_a} \right)_4 = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot diag \left[\frac{\partial^0 T_i}{\partial \dot{q}_i} \cdot (A4_i)^0 T_i^T + {}^0 T_i \cdot \frac{\partial(A4_i)}{\partial \dot{q}_i} \cdot {}^0 T_i^T + {}^0 T_i \cdot (A4_i) \cdot \frac{\partial^0 T_i^T}{\partial \dot{q}_i} \right]$$

$$\frac{\partial^0 T_i}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial^0 T_i^T}{\partial \dot{q}_i} = 0 \quad \frac{\partial A1_i}{\partial \dot{q}_i} = 0 \quad \frac{\partial X}{\partial \dot{q}_i} = dqdotX$$

$$\frac{\partial^0 \dot{T}_i}{\partial \dot{q}_a} = \frac{\sum_{j=1}^i (U_{ij} \cdot \dot{\theta}_j + V_{ij} \cdot \dot{V}_{j-1})}{\partial \dot{q}_a} = \frac{\sum_{j=1}^i V_{ij} \cdot \dot{V}_{j-1}}{\partial \dot{q}_a}$$

Bu türev ifadesi ancak $a = j - 1$ durumunda tanımlıdır. Buradan;

$$\frac{\partial {}^0\dot{T}_i}{\partial \dot{q}_a} = V_{i(a+1)} \quad \frac{\partial {}^0\dot{T}_i^T}{\partial \dot{q}_a} = V_{i(a+1)}^T$$

$$\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_a} \right)_1 = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[V_{i(a+1)} \cdot (A1_i)^0 \dot{T}_i^T + {}^0\dot{T}_i \cdot (A1_i) \cdot V_{i(a+1)}^T \right]$$

$$\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_a} \right)_2 = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[V_{i(a+1)} \cdot (A2_i)^0 T_i^T + {}^0\dot{T}_i \cdot (dqdot A2_i)^0 T_i^T \right]$$

$$\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_a} \right)_3 = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[{}^0T_i \cdot (dqdot A3_i)^0 \dot{T}_i^T + {}^0T_i \cdot (A3_i) \cdot V_{i(a+1)}^T \right]$$

$$\left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_a} \right)_4 = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[{}^0T_i \cdot (dqdot A4_i)^0 T_i^T \right]$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_a} \right)_1 = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[\dot{V}_{i(a+1)} \cdot A1_i \cdot {}^0\dot{T}_i^T + V_{i(a+1)} \cdot dt A1_i \cdot {}^0\dot{T}_i^T + V_{i(a+1)} \cdot A1_i \cdot {}^0\ddot{T}_i^T + \right. \\ \left. {}^0\ddot{T}_i \cdot A1_i \cdot V_{i(a+1)}^T + {}^0\dot{T}_i \cdot dt A1_i \cdot V_{i(a+1)}^T + {}^0\dot{T}_i \cdot A1_i \cdot \dot{V}_{i(a+1)}^T \right]$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_a} \right)_2 = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[\dot{V}_{i(a+1)} \cdot A2_i \cdot {}^0T_i^T + V_{i(a+1)} \cdot dt A2_i \cdot {}^0T_i^T + V_{i(a+1)} \cdot A2_i \cdot {}^0\dot{T}_i^T + \right. \\ \left. {}^0\ddot{T}_i \cdot dqdot A2_i \cdot {}^0T_i^T + {}^0\dot{T}_i \cdot dt dqdot A2_i \cdot {}^0T_i^T + {}^0\dot{T}_i \cdot dqdot A2_i \cdot {}^0\dot{T}_i^T \right]$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_a} \right)_3 = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[{}^0\dot{T}_i \cdot dqdot A3_i \cdot {}^0\dot{T}_i^T + {}^0T_i \cdot dt dqdot A3_i \cdot {}^0\dot{T}_i^T + {}^0T_i \cdot dqdot A3_i \cdot {}^0\ddot{T}_i^T + \right. \\ \left. {}^0\dot{T}_i \cdot A3_i \cdot V_{i(a+1)}^T + {}^0T_i \cdot dt A3_i \cdot V_{i(a+1)}^T + {}^0T_i \cdot A3_i \cdot \dot{V}_{i(a+1)}^T \right]$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_a} \right)_4 = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[{}^0\dot{T}_i \cdot dqdot A4_i \cdot {}^0T_i^T + {}^0T_i \cdot dt dqdot A4_i \cdot {}^0T_i^T + {}^0T_i \cdot dqdot A4_i \cdot {}^0\dot{T}_i^T \right]$$

$${}^0\ddot{T}_i = (T1_i + T2_i)$$

$$T1_i = \left(\sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i U_{ijk} \cdot \dot{\theta}_k \cdot \dot{\theta}_j + \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i UV_{ijk} \cdot \dot{V}_{k-1} \cdot \dot{\theta}_j + \sum_{j=1}^i U_{ij} \cdot \ddot{\theta}_j + \right. \\ \left. \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i V_{ijk} \cdot \dot{V}_{k-1} \cdot \dot{V}_{j-1} + \sum_{j=1}^i \sum_{k=1}^i VU_{ijk} \cdot \dot{\theta}_k \cdot \dot{V}_{j-1} \right)$$

$$T2_i = \sum_{j=1}^i V_{ij} \cdot \ddot{V}_{j-1}$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial K}{\partial \dot{q}_a} \right) = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[\begin{aligned} & \sum_{j=1}^i \pi \cdot \left(V_{i(a+1)} \cdot A_{1_i} \cdot V_{ij}^T + V_{ij} \cdot A_{1_i} \cdot V_{i(a+1)}^T + V_{ij} \cdot dqdot{\mathcal{A}}_i \cdot {}^0T_i^T + {}^0T_i \cdot dqdot{\mathcal{B}}_i \cdot V_{ij}^T \right) \cdot \ddot{q}_{j-1} + \\ & \left(V_{i(a+1)} \cdot iA22_i \cdot {}^0T_i^T + {}^0T_i \cdot iA32_i \cdot V_{i(a+1)}^T + {}^0T_i \cdot idtdqdot{\mathcal{A}}_i \cdot {}^0T_i^T \right) \cdot \ddot{q}_i + \\ & \dot{V}_{i(a+1)} \cdot A_{1_i} \cdot {}^0\dot{T}_i^T + V_{i(a+1)} \cdot (dtA_{1_i} + A2_i) \cdot {}^0\dot{T}_i^T + V_{i(a+1)} \cdot A_{1_i} \cdot T_{1_i}^T + \\ & \dot{V}_{i(a+1)} \cdot A2_i \cdot {}^0T_i^T + V_{i(a+1)} \cdot A21_i \cdot {}^0T_i^T + \\ & T_{1_i} \cdot A_{1_i} \cdot V_{i(a+1)}^T + {}^0\dot{T}_i \cdot (dtA_{1_i} + A3_i) \cdot V_{i(a+1)}^T + {}^0\dot{T}_i \cdot A_{1_i} \cdot \dot{V}_{i(a+1)}^T + \\ & T_{1_i} \cdot dqdot{\mathcal{A}}_i \cdot {}^0T_i^T + {}^0\dot{T}_i \cdot (dtdqdot{\mathcal{A}}_i + dqdot{\mathcal{A}}_i) \cdot {}^0T_i^T + {}^0\dot{T}_i \cdot (dqdot{\mathcal{A}}_i + dqdot{\mathcal{B}}_i) \cdot {}^0\dot{T}_i^T + \\ & {}^0T_i \cdot (dtdqdot{\mathcal{B}}_i + dqdot{\mathcal{A}}_i) \cdot {}^0\dot{T}_i^T + {}^0T_i \cdot dqdot{\mathcal{B}}_i \cdot T_{1_i}^T + \\ & {}^0T_i \cdot A31_i \cdot V_{i(a+1)}^T + {}^0T_i \cdot A3_i \cdot \dot{V}_{i(a+1)}^T + \end{aligned} \right]$$

$$P = \sum_{i=1}^n \left(\rho_i \cdot A_i \cdot L_i \cdot {}^0\bar{g} \cdot {}^0T_i \cdot \bar{r}_{P1i} + m_{is} \cdot {}^0\bar{g} \cdot {}^0T_{i+1}(:,4) + \frac{1}{4} \cdot E_i \cdot I_i \cdot \frac{\pi^4}{L_i^3} \cdot q_i^2 \right)$$

$$\frac{\partial P}{\partial q_a} = \sum_{i=a}^n \left(\rho_i \cdot A_i \cdot L_i \cdot {}^0\bar{g} \cdot V_{i(a+1)} \cdot \bar{r}_{P1i} + \rho_i \cdot A_i \cdot L_i \cdot {}^0\bar{g} \cdot {}^0T_i \cdot dq\bar{r}_{P1i} + \right. \\ \left. m_{is} \cdot {}^0\bar{g} \cdot V_{(i+1)(a+1)}(:,4) + \frac{1}{2} \cdot E_i \cdot I_i \cdot \frac{\pi^4}{L_i^3} \cdot q_i \right)$$

$$f_{q_a} = ES_AT \cdot \ddot{q}_a + ES_COR_a + ES_AG_a$$

$$ES_AT_a = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[\begin{aligned} & \sum_{j=1}^i \pi \cdot \left(V_{i(a+1)} \cdot A_{1_i} \cdot V_{ij}^T + V_{ij} \cdot A_{1_i} \cdot V_{i(a+1)}^T + V_{ij} \cdot dqdot{\mathcal{A}}_i \cdot {}^0T_i^T + {}^0T_i \cdot dqdot{\mathcal{A}}_i \cdot V_{ij}^T \right) \cdot \ddot{q}_{j-1} + \\ & \left(V_{i(a+1)} \cdot iA22_i \cdot {}^0T_i^T + {}^0T_i \cdot iA32_i \cdot V_{i(a+1)}^T + {}^0T_i \cdot idtdqdot{\mathcal{A}}_i \cdot {}^0T_i^T \right) \cdot \ddot{q}_i \end{aligned} \right]$$

$$ES_COR_a = \sum_{i=a}^n \frac{1}{2} \cdot \text{diag} \left[\begin{aligned} & \left[\begin{aligned} & dtV_{i(a+1)} \cdot A_{1_i} \cdot dtT_i^T + V_{i(a+1)} \cdot (dtA_{1_i} + A2_i) \cdot dtT_i^T + V_{i(a+1)} \cdot A_{1_i} \cdot T_{1_i}^T + \\ & dtV_{i(a+1)} \cdot A2_i \cdot {}^0T_i^T + V_{i(a+1)} \cdot A21_i \cdot {}^0T_i^T + \\ & T_{1_i} \cdot A_{1_i} \cdot V_{i(a+1)}^T + dtT_i \cdot (dtA_{1_i} + A3_i) \cdot V_{i(a+1)}^T + dtT_i \cdot A_{1_i} \cdot dtV_{i(a+1)}^T + \\ & T_{1_i} \cdot dqdot{\mathcal{A}}_i \cdot {}^0T_i^T + dtT_i \cdot (dtdqdot{\mathcal{A}}_i + dqdot{\mathcal{A}}_i) \cdot {}^0T_i^T + \\ & dtT_i \cdot (dqdot{\mathcal{A}}_i + dqdot{\mathcal{A}}_i) \cdot dtT_i^T + {}^0T_i \cdot (dtdqdot{\mathcal{A}}_i + dqdot{\mathcal{A}}_i) \cdot dtT_i^T + \\ & {}^0T_i \cdot dqdot{\mathcal{A}}_i \cdot T_{1_i}^T + {}^0T_i \cdot A31_i \cdot V_{i(a+1)}^T + {}^0T_i \cdot A3_i \cdot dtV_{i(a+1)}^T + \\ & -dqdtT_{ia} \cdot A_{1_i} \cdot dtT_i^T - dtT_i \cdot A_{1_i} \cdot dqdtT_{ia}^T - dqdtT_{ia} \cdot A2_i \cdot {}^0T_i^T + \\ & -dtT_i \cdot A2_i \cdot dqT_{ia}^T - dqT_{ia} \cdot A3_i \cdot dtT_i^T - {}^0T_i \cdot A3_i \cdot dqdtT_{ia}^T + \\ & -dqT_{ia} \cdot A4_i \cdot {}^0T_i^T - {}^0T_i \cdot A4_i \cdot dqT_{ia}^T \end{aligned} \right] + \\ & -\frac{1}{2} \cdot \text{diag} [dtT_a \cdot dqA_{1_a} \cdot dtT_a^T + dtT_a \cdot dqA2_a \cdot {}^0T_a^T + {}^0T_a \cdot dqA3_a \cdot dtT_a^T + {}^0T_a \cdot dqA4_a \cdot {}^0T_a^T] \end{aligned} \right]$$

$$ES_AG_a = \sum_{i=a}^n \left(\rho_i \cdot A_i \cdot L_i \cdot {}^0\bar{g} \cdot V_{i(a+1)} \cdot \bar{r}_{P1i} + \rho_i \cdot A_i \cdot L_i \cdot {}^0\bar{g} \cdot {}^0T_i \cdot dq\bar{r}_{P1i} + \right. \\ \left. m_{is} \cdot {}^0\bar{g} \cdot V_{(i+1)(a+1)}(:,4) + \frac{1}{2} \cdot E_i \cdot I_i \cdot \frac{\pi^4}{L_i^3} \cdot q_i \right)$$

Ek 11 Uzuv_Sayisi Fonksiyonu

```

function Uzuv_Sayisi

clear global MAFSAL_SAYISI

Ana_Sekil1 = figure('Color',[0.8 0.8 0.8], 'Name','Uzuv Sayısı Belirlenmesi', ...

    'NumberTitle','off', 'PaperPosition',[18 180 576 432], 'PaperType','A4', 'PaperUnits','points',

    'Position',[406 327 258 112], 'Resize','off', 'Tag','Fig1', 'ToolBar','none', 'MenuBar','none'); n=0;

Edit = uicontrol('Parent',Ana_Sekil1, 'Units','points', 'BackgroundColor',[1 1 1],

    'FontSize',11, 'Callback','Uzuv_Sayisi_Okunmasi', 'ListboxTop',0, 'Position',[20 50 55 21],

    'Style','edit', 'Tag',int2str(n));

Devam = uicontrol('Parent',Ana_Sekil1, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75],

    'Callback','DH_Tablosu', 'ListboxTop',0, 'Position',[105 50 55 21], 'String','Devam', ...

    'Tag','Pushbutton1');

Iptal = uicontrol('Parent',Ana_Sekil1, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75],

    'Callback','close(gcf);', 'ListboxTop',0, 'Position',[105 17 55 21], 'String','İptal',

    'Tag','Pushbutton2');

end

```

Ek 12 Uzuv_Sayisi_Okunmasi Fonksiyonu

```
function Uzuv_Sayisi_Okunmasi  
  
global MAFSAL_SAYISI  
  
if isempty(get(gco,'String'))  
  
    MAFSAL_SAYISI=0;  
  
else  
  
    MAFSAL_SAYISI=str2double(get(gco,'String'));  
  
end
```

Ek 13 DH_Tablosu Fonksiyonu

```

function DH_Tablosu

global MAFSAL_SAYISI;global DH

if isempty(MAFSAL_SAYISI)

MAFSAL_SAYISI=get(findobj('Tag','PopupMenu1'),'Value');

end;DH=sym(ones((MAFSAL_SAYISI+1)*4,1));

Ana_Sekil2 = figure('Color',[0.8 0.8 0.8], 'Name','DH Tablosunun Oluřturulmasđ,

    'NumberTitle','off', 'PaperPosition',[85 100 420 270], 'PaperType','A4', 'PaperUnits','points',

    'Position',[200 85 550 350], 'Resize','off', 'Tag','Fig1', 'ToolBar','none', 'MenuBar','none');

Mafsal = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75], ...

    'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[35 200 40 15], 'String','Mafsal', 'Style','text', ...

    'Tag','StaticText1');

ai = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75], ...

    'FontName','MS Sans serif', 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[76 200 40 15], ...

    'String','a (i-1)', 'Style','text', 'Tag','StaticText2');

alfai = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75], ...

    'FontName','Symbol', 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[117 200 40 15], 'String','a (i-1)',

    'Style','text', 'Tag','StaticText3');

di = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75],

    'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[158 200 40 15], 'String','d (i)', 'Style','text',

    'Tag','StaticText4');

tetai = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75], ...

    'FontName','Symbol', 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[199 200 40 15], ...

    'String','q (i)', 'Style','text', 'Tag','StaticText5');

for i=1:MAFSAL_SAYISI

```

```

    uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75],
'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[35 200-16*i 40 15], 'String',i, 'Style','text');

end

for i=MAFSAL_SAYISI+1:MAFSAL_SAYISI+1

    uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.65 0.7 0.75], ...

'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[35 200-16*i 40 15], 'String','Tut', 'Style','text');

end

tag=0;for a=1:MAFSAL_SAYISI+1

for b=1:4; tag=tag+1;uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[1 1 1],

'Callback','DH_Tablosunun_Okunmasi', 'ListboxTop',0, 'Position',[35+41*b 200-16*a 40 15],

'Tag',int2str(tag), 'Style','edit');

    end

end; DH_Tamam = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75
0.75 0.75], 'Callback','DH_Matrisi,', 'ListboxTop',0, 'Position',[350 180 40 21],
'String','Tamam', 'Style','Pushbutton', 'Tag','Pushbutton1');

DH_Iptal = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75],

'Callback','close(gcf);', 'ListboxTop',0, 'Position',[350 145 40 21], 'String','İptal',
'Style','Pushbutton', 'Tag','Pushbutton2');

```

Ek 14 DH_Tablosunun_Okunmasi Fonksiyonu

```
function DH_Tablosunun_Okunmasi  
  
global DH  
  
if isempty(get(gco,'String'))  
  
    DH(str2num(get(gco,'Tag')))=0;  
  
else  
  
    DH(str2num(get(gco,'Tag')))=get(gco,'String');  
  
end
```

Ek 15 DH_Matrisi Fonksiyonu

```
function DH_Matrisi

global MAFSAL_SAYISI

global DH

global DH_Matrisi

DH_Matrisi=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI+1,4));

for i=1:4

    k=i;

    for j=1:MAFSAL_SAYISI+1

        DH_Matrisi(j,i)=DH(k);

        k=k+4;

    end

end

end

Parametreler;
```

Ek 16 Parametreler Fonksiyonu

```

function Parametreler

global MAFSAL_SAYISI

global DH_Matrisi;global Maf_Kon;global Maf_Hiz;global Maf_Ivm;global Es_Kon; global
Es_Hiz;global Es_Ivm; global L; global E; global I; global RO; global A; global MS; global
V;global RP1;global dqRP1;

Maf_Kon=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI+1,1));

Maf_Hiz=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI+1,1));

Maf_Ivm=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI+1,1));

Es_Kon=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI+1,1));

Es_Hiz=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI+1,1));Es_Ivm=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI+1,1));

L=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));E=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));

I=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));RO=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));

A=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));MS=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));

RP1=sym(zeros(4,1,MAFSAL_SAYISI));V=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI+1,1));

for i=1:MAFSAL_SAYISI

    Maf_Kon(i)=char(DH_Matrisi(i,4));  Maf_Hiz(i)=['D' char(DH_Matrisi(i,4))];

    Maf_Ivm(i)=['D' char(Maf_Hiz(i))];  Es_Kon(i+1)=['q' num2str(i)];

    Es_Hiz(i+1)=['D' char(Es_Kon(i+1))];  Es_Ivm(i+1)=['D' char(Es_Hiz(i+1))];

    L(i)=['L' num2str(i)];  E(i)=['E' num2str(i)];  I(i)=['I' num2str(i)];

    RO(i)=['RO' num2str(i)];  A(i)=['A' num2str(i)];  MS(i)=['MS' num2str(i)];

    V(i+1)=['pi*' char(Es_Kon(i+1))];  RP1(:,i)=[L(i)/2;-(pi-2)/2*Es_Kon(i+1);0;1];

    dqRP1(:,i)=diff(RP1(:,i),Es_Kon(i+1));

end

Yer_Matrisleri;

```

Ek 17 Yer_Matrisleri Fonksiyonu

```
function Yer_Matrisleri
```

```
global MAFSAL_SAYISI;
```

```
global Es_Kon;global Es_Hiz;global L;global RO;global MS;global A;global RR;global
dtRR;global dqRR;global RRdot;global dtRRdot1;global idtRRdot2;global dqRRdot;global
dqdotRRdot;global dtdqdotRRdot;global RdotR;global dtRdotR1;global idtRdotR2;global
dqRdotR;global dqdotRdotR;global dtdqdotRdotR;global RdotRdot;global
idtRdotRdot;global dqdotRdotRdot;global idtdqdotRdotRdot;global MSRR;global
dtMSRR;global dqMSRR;global MSRRdot;global dtMSRRdot1;global idtMSRRdot2;global
dqMSRRdot;global dqdotMSRRdot;global dtdqdotMSRRdot;global MSRdotR;global
dtMSRdotR1;global idtMSRdotR2;global dqMSRdotR;global dqdotMSRdotR;global
dtdqdotMSRdotR;global MSRdotRdot;global idtMSRdotRdot;global
dqdotMSRdotRdot;global idtdqdotMSRdotRdot;global A1;global A2;global A3;global
A4;global dqA1;global dqA2;global dqA3;global dqA4;global dtA1;global A21;global
iA22;global A31;global iA32;global dqdotA2;global dqdotA3;global dqdotA4;global
dtdqdotA2;global dtdqdotA3;global idtdqdotA4;
```

```
RR=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dtRR=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dqRR=sy
m(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));RRdot=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dtRRdot1=sym
(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));idtRRdot2=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dqRRdot=sy
m(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dqdotRRdot=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dtdqdotR
Rdot=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));RdotR=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dtRdot
R1=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));idtRdotR2=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dqR
dotR=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dqdotRdotR=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));
```

```
dtdqdotRdotR=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));RdotRdot=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SA
YISI));idtRdotRdot=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dqdotRdotRdot=sym(zeros(4,4,MA
FSAL_SAYISI));idtdqdotRdotRdot=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));MSRR=sym(zeros(
4,4,MAFSAL_SAYISI));dtMSRR=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dqMSRR=sym(zeros
(4,4,MAFSAL_SAYISI));MSRRdot=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dtMSRRdot1=sym(
zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));idtMSRRdot2=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dqMSRRd
ot=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dqdotMSRRdot=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));
dtdqdotMSRRdot=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));MSRdotR=sym(zeros(4,4,MAFSAL_
SAYISI));dtMSRdotR1=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));idtMSRdotR2=sym(zeros(4,4,M
```

```

AFSAL_SAYISI));dqMSRdotR=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dqdotMSRdotR=sym(z
eros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dtdqdotMSRdotR=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));MSRdo
tRdot=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));idtMSRdotRdot=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYI
SI));dqdotMSRdotRdot=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));idtdqdotMSRdotRdot=sym(zero
s(4,4,MAFSAL_SAYISI));A1=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));A2=sym(zeros(4,4,MAF
SAL_SAYISI));A3=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));A4=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYI
SI));dqA1=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dqA2=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dq
A3=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dqA4=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dtA1=sy
m(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));A21=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));iA22=sym(zeros(
4,4,MAFSAL_SAYISI));A31=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));iA32=sym(zeros(4,4,MA
FSAL_SAYISI));dqdotA2=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dqdotA3=sym(zeros(4,4,MA
FSAL_SAYISI));dqdotA4=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));dtdqdotA2=sym(zeros(4,4,M
AFSAL_SAYISI));dtdqdotA3=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));idtdqdotA4=sym(zeros(4,
4,MAFSAL_SAYISI));

```

```

for i=1:MAFSAL_SAYISI

```

```

    RR(1,1,i)=1/3*L(i)^3;   RR(1,2,i)=Es_Kon(i+1)*L(i)^2*(1/pi-pi/3);

    RR(1,4,i)=1/2*L(i)^2;  RR(2,1,i)=RR(1,2,i);  RR(2,2,i)=Es_Kon(i+1)^2*L(i)*(pi^2/3-3/2);

    RR(2,4,i)=Es_Kon(i+1)*L(i)*(2/pi-pi/2);   RR(4,1,i)=RR(1,4,i);   RR(4,2,i)=RR(2,4,i);

    RR(4,4,i)=L(i);   dtRR(1,2,i)=Es_Hiz(i+1)*L(i)^2*(1/pi-pi/3);  dtRR(2,1,i)=dtRR(1,2,i);

    dtRR(2,2,i)=2*Es_Kon(i+1)*Es_Hiz(i+1)*L(i)*(pi^2/3-3/2);

    dtRR(2,4,i)=Es_Hiz(i+1)*L(i)*(2/pi-pi/2);  dtRR(4,2,i)=dtRR(2,4,i);

    dqRR(1,2,i)=L(i)^2*(1/pi-pi/3);  dqRR(2,1,i)=dqRR(1,2,i);

    dqRR(2,2,i)=2*Es_Kon(i+1)*L(i)*(pi^2/3-3/2);   dqRR(2,4,i)=L(i)*(2/pi-pi/2);

    dqRR(4,2,i)=dqRR(2,4,i);   RRdot(1,2,i)=Es_Hiz(i+1)*L(i)^2*(1/pi-pi/3);

    RRdot(2,2,i)=Es_Kon(i+1)*Es_Hiz(i+1)*L(i)*(pi^2/3-3/2);

    RRdot(4,2,i)=Es_Hiz(i+1)*L(i)*(2/pi-pi/2);

    dtRRdot1(2,2,i)=Es_Hiz(i+1)^2*L(i)*(pi^2/3-3/2);

    idtRRdot2(1,2,i)=L(i)^2*(1/pi-pi/3);   idtRRdot2(2,2,i)=Es_Kon(i+1)*L(i)*(pi^2/3-3/2);

```

```

idtRRdot2(4,2,i)=L(i)*(2/pi-pi/2);  dqRRdot(2,2,i)=Es_Hiz(i+1)*L(i)*(pi^2/3-3/2);

dqdotRRdot(1,2,i)=L(i)^2*(1/pi-pi/3); dqdotRRdot(2,2,i)=Es_Kon(i+1)*L(i)*(pi^2/3-3/2);

dqdotRRdot(4,2,i)=L(i)*(2/pi-pi/2);  dtdqdotRRdot(2,2,i)=Es_Hiz(i+1)*L(i)*(pi^2/3-3/2);

RdotR(2,1,i)=Es_Hiz(i+1)*L(i)^2*(1/pi-pi/3);

RdotR(2,2,i)=Es_Kon(i+1)*Es_Hiz(i+1)*L(i)*(pi^2/3-3/2);

RdotR(2,4,i)=Es_Hiz(i+1)*L(i)*(2/pi-pi/2);

dtRdotR1(2,2,i)=Es_Hiz(i+1)^2*L(i)*(pi^2/3-3/2);

idtRdotR2(2,1,i)=L(i)^2*(1/pi-pi/3);  idtRdotR2(2,2,i)=Es_Kon(i+1)*L(i)*(pi^2/3-3/2);

idtRdotR2(2,4,i)=L(i)*(2/pi-pi/2);  dqRdotR(2,2,i)=Es_Hiz(i+1)*L(i)*(pi^2/3-3/2);

dqdotRdotR(2,1,i)=L(i)^2*(1/pi-pi/3);  dqdotRdotR(2,2,i)=Es_Kon(i+1)*L(i)*(pi^2/3-3/2);

dqdotRdotR(2,4,i)=L(i)*(2/pi-pi/2);  dtdqdotRdotR(2,2,i)=Es_Hiz(i+1)*L(i)*(pi^2/3-3/2);

RdotRdot(2,2,i)=Es_Hiz(i+1)^2*L(i)*(pi^2/3-3/2);

idtRdotRdot(2,2,i)=2*Es_Hiz(i+1)*L(i)*(pi^2/3-3/2);

dqdotRdotRdot(2,2,i)=2*Es_Hiz(i+1)*L(i)*(pi^2/3-3/2);

idtdqdotRdotRdot(2,2,i)=2*L(i)*(pi^2/3-3/2);

end

for i=1:MAFSAL_SAYISI

    MSRR(1,1,i)=L(i)^2;  MSRR(1,2,i)=-L(i)*pi*Es_Kon(i+1);  MSRR(1,4,i)=L(i);

    MSRR(2,1,i)=MSRR(1,2,i);  MSRR(2,2,i)=pi^2*Es_Kon(i+1)^2;

    MSRR(2,4,i)=-pi*Es_Kon(i+1);  MSRR(4,1,i)=MSRR(1,4,i);  MSRR(4,2,i)=MSRR(2,4,i);

    MSRR(4,4,i)=1;  dtMSRR(1,2,i)=-L(i)*pi*Es_Hiz(i+1);  dtMSRR(2,1,i)=dtMSRR(1,2,i);

    dtMSRR(2,2,i)=2*pi^2*Es_Kon(i+1)*Es_Hiz(i+1);  dtMSRR(2,4,i)=-pi*Es_Hiz(i+1);

    dtMSRR(4,2,i)=dtMSRR(2,4,i);  dqMSRR(1,2,i)=-L(i)*pi;  dqMSRR(2,1,i)=dqMSRR(1,2,i);

    dqMSRR(2,2,i)=2*pi^2*Es_Kon(i+1);  dqMSRR(2,4,i)=-pi;  dqMSRR(4,2,i)=dqMSRR(2,4,i);

```

```

MSRRdot(1,2,i)=-L(i)*pi*Es_Hiz(i+1); MSRRdot(2,2,i)=pi^2*Es_Kon(i+1)*Es_Hiz(i+1);

MSRRdot(4,2,i)=-pi*Es_Hiz(i+1); dtMSRRdot1(2,2,i)=pi^2*Es_Hiz(i+1)^2;

idtMSRRdot2(1,2,i)=-L(i)*pi; idtMSRRdot2(2,2,i)=pi^2*Es_Kon(i+1);

idtMSRRdot2(4,2,i)=-pi; dqMSRRdot(2,2,i)=pi^2*Es_Hiz(i+1);

dqdotMSRRdot(1,2,i)=-L(i)*pi; dqdotMSRRdot(2,2,i)=pi^2*Es_Kon(i+1);

dqdotMSRRdot(4,2,i)=-pi; dtdqdotMSRRdot(2,2,i)=pi^2*Es_Hiz(i+1);

MSRdotR(2,1,i)=-L(i)*pi*Es_Hiz(i+1); MSRdotR(2,2,i)=pi^2*Es_Kon(i+1)*Es_Hiz(i+1);

MSRdotR(2,4,i)=-pi*Es_Hiz(i+1); dtMSRdotR1(2,2,i)=pi^2*Es_Hiz(i+1)^2;

idtMSRdotR2(2,1,i)=-L(i)*pi; idtMSRdotR2(2,2,i)=pi^2*Es_Kon(i+1);

idtMSRdotR2(2,4,i)=-pi; dqMSRdotR(2,2,i)=pi^2*Es_Hiz(i+1);

dqdotMSRdotR(2,1,i)=-L(i)*pi; dqdotMSRdotR(2,2,i)=pi^2*Es_Kon(i+1);

dqdotMSRdotR(2,4,i)=-pi; dtdqdotMSRRdot(2,2,i)=pi^2*Es_Hiz(i+1);

MSRdotRdot(2,2,i)=pi^2*Es_Hiz(i+1)^2; idtMSRdotRdot(2,2,i)=2*pi^2*Es_Hiz(i+1);

dqdotMSRdotRdot(2,2,i)=2*pi^2*Es_Hiz(i+1); idtdqdotMSRdotRdot(2,2,i)=2*pi^2;

end

for i=1:MAFSAL_SAYISI

    A1(:,i)=RO(i)*A(i)*RR(:,i)+MS(i)*MSRR(:,i);

    A2(:,i)=RO(i)*A(i)*RRdot(:,i)+MS(i)*MSRRdot(:,i);

    A3(:,i)=RO(i)*A(i)*RdotR(:,i)+MS(i)*MSRdotR(:,i);

    A4(:,i)=RO(i)*A(i)*RdotRdot(:,i)+MS(i)*MSRdotRdot(:,i);

    dqA1(:,i)=diff(A1(:,i),Es_Kon(i+1)); dqA2(:,i)=diff(A2(:,i),Es_Kon(i+1));

    dqA3(:,i)=diff(A3(:,i),Es_Kon(i+1)); dqA4(:,i)=diff(A4(:,i),Es_Kon(i+1));

    dtA1(:,i)=RO(i)*A(i)*dtRR(:,i)+MS(i)*dtMSRR(:,i);

    A21(:,i)=RO(i)*A(i)*dtRRdot1(:,i)+MS(i)*dtMSRRdot1(:,i);

```

```

iA22(:, :, i) = RO(i) * A(i) * idtRRdot2(:, :, i) + MS(i) * idtMSRRdot2(:, :, i);

A31(:, :, i) = RO(i) * A(i) * dtRdotR1(:, :, i) + MS(i) * dtMSRdotR1(:, :, i);

iA32(:, :, i) = RO(i) * A(i) * idtRdotR2(:, :, i) + MS(i) * idtMSRdotR2(:, :, i);

dqdotA2(:, :, i) = RO(i) * A(i) * dqdotRRdot(:, :, i) + MS(i) * dqdotMSRRdot(:, :, i);

dqdotA3(:, :, i) = RO(i) * A(i) * dqdotRdotR(:, :, i) + MS(i) * dqdotMSRdotR(:, :, i);

dqdotA4(:, :, i) = RO(i) * A(i) * dqdotRdotRdot(:, :, i) + MS(i) * dqdotMSRdotRdot(:, :, i);

dtdqdotA2(:, :, i) = RO(i) * A(i) * dtdqdotRRdot(:, :, i) + MS(i) * dtdqdotMSRRdot(:, :, i);

dtdqdotA3(:, :, i) = RO(i) * A(i) * dtdqdotRdotR(:, :, i) + MS(i) * dtdqdotMSRdotR(:, :, i);

idtdqdotA4(:, :, i) = RO(i) * A(i) * idtdqdotRdotRdot(:, :, i) + MS(i) * idtdqdotMSRdotRdot(:, :, i);

end

Homojen_Donusum_Matrisleri;

```

Ek 18 Homojen_Donusum_Matrisleri Fonksiyonu

```

function Homojen_Donusum_Matrisleri

global MAFSAL_SAYISI;global DH_Matrisi;global V;global HDM;global HDM_Transpoze

HDM=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1));

HDM_Transpoze=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1));

for i=1:MAFSAL_SAYISI+1

    HDM(1,1,i)=cos(DH_Matrisi(i,4)); HDM(1,2,i)=-sin(DH_Matrisi(i,4)); HDM(1,3,i)='0';

    HDM(1,4,i)=DH_Matrisi(i,1); HDM(2,1,i)=cos(DH_Matrisi(i,2))*sin(DH_Matrisi(i,4));

    HDM(2,2,i)=cos(DH_Matrisi(i,2))*cos(DH_Matrisi(i,4));HDM(2,3,i)=-sin(DH_Matrisi(i,2));

    HDM(2,4,i)=-sin(DH_Matrisi(i,2))*DH_Matrisi(i,3);

    HDM(3,1,i)=sin(DH_Matrisi(i,2))*sin(DH_Matrisi(i,4));

    HDM(3,2,i)=sin(DH_Matrisi(i,2))*cos(DH_Matrisi(i,4));HDM(3,3,i)=cos(DH_Matrisi(i,2));

    HDM(3,4,i)=cos(DH_Matrisi(i,2))*DH_Matrisi(i,3);HDM(4,4,i)='1';

end

for i=1:MAFSAL_SAYISI+1;

    HDM(2,4,i)=HDM(2,4,i)-V(i);

end

for i=1:MAFSAL_SAYISI+1

    for j=1:4

        for k=1:4

            HDM_Transpoze(j,k,i)=HDM(k,j,i);

        end

    end

end

end;Homojen_Donusum_Matrisleri_Carpimi;

```

Ek 19 Homojen_Donusum_Matrisleri_Carpimi Fonksiyonu

```

function Homojen_Donusum_Matrisleri_Carpimi

global MAFSAL_SAYISI;global HDM;global HDM_Carpim;

global HDM_Carpim_Transpoze;

HDM_Carpim=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1));

HDM_Carpim_Transpoze=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1));

HDM_Carpim(:,:,1)=HDM(:,:,1);

for i=2:MAFSAL_SAYISI+1

    HDM_Carpim(:,:,i)=HDM_Carpim(:,:,i-1)*HDM(:,:,i);

end

for i=1:MAFSAL_SAYISI+1

    for j=1:4

        for k=1:4

            HDM_Carpim_Transpoze(j,k,i)=HDM_Carpim(k,j,i);

        end

    end

end

HDM_Kismi_Turevler;

```

Ek 20 HDM_Kismi_Turevler Fonksiyonu

```

function HDM_Kismi_Turevler

global MAFSAL_SAYISI;global Maf_Kon;global Es_Kon;global Es_Hiz;global Maf_Hiz;

global HDM_Carpim;global Uij;global Uij_Transpoze;global Uijk;global Uijk_Transpoze;

global Vij;global Vij_Transpoze;global Vijk;global Vijk_Transpoze;global VUijk;

global VUijk_Transpoze;global UVijk;global UVijk_Transpoze;global dtVij;global
dtVij_Transpoze;global dtT;global dtT_Transpoze;global dqT;global dqT_Transpoze;global
dqdtT;global dqdtT_Transpoze;

Uij=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1));

Uij_Transpoze=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1));

Uijk=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI));

Uijk_Transpoze=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAY
ISI));Vij=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1));

Vij_Transpoze=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1));

Vijk=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1));

Vijk_Transpoze=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAY
ISI+1));

VUijk=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1));

VUijk_Transpoze=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SA
YISI+1));

UVijk=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1));

UVijk_Transpoze=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SA
YISI+1));

dtVij=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1));

dtVij_Transpoze=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1));

dtT=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1));

```

```

dtT_Transpoze=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1));

dqT=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1));

dqT_Transpoze=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1));

dqdtT=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1));

dqdtT_Transpoze=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1,MAFSAL_SAYISI+1));

for i=1:MAFSAL_SAYISI+1;   for j=1:MAFSAL_SAYISI

    Uij(:, :, i, j)=diff(HDM_Carpim(:, :, i), Maf_Kon(j));

end;end

for i=1:MAFSAL_SAYISI+1;

    for j=2:MAFSAL_SAYISI+1

        Vij(:, :, i, j)=diff(HDM_Carpim(:, :, i), Es_Kon(j));

    end;end

for i=1:MAFSAL_SAYISI+1;   for j=1:MAFSAL_SAYISI;       for k=1:MAFSAL_SAYISI

        Uijk(:, :, i, j, k)=diff(Uij(:, :, i, j), Maf_Kon(k));

    end;   end;end

for i=1:MAFSAL_SAYISI+1;   for j=1:MAFSAL_SAYISI;   for k=2:MAFSAL_SAYISI+1

        UVijk(:, :, i, j, k)=diff(Uij(:, :, i, j), Es_Kon(k));

    end ; end;end

for i=1:MAFSAL_SAYISI+1;   for j=1:MAFSAL_SAYISI+1;   for k=1:MAFSAL_SAYISI;

        VUijk(:, :, i, j, k)=diff(Vij(:, :, i, j), Maf_Kon(k));

    end; end;end

for i=1:MAFSAL_SAYISI;   for j=1:MAFSAL_SAYISI+1;       for k=2:i+1

        dtVij(:, :, i, j)=dtVij(:, :, i, j)+Vijk(:, :, i, j, k)*pi*Es_Hiz(k-1)+VUijk(:, :, i, j, k)*Maf_Hiz(k-1);

    end;   end;end

```

```

for i=1:MAFSAL_SAYISI; for k=2:MAFSAL_SAYISI+1

    dtT(:, :, i)=dtT(:, :, i)+Uij(:, :, i, k-1)*Maf_Hiz(k-1)+Vij(:, :, i, k)*Es_Hiz(k);

end;end

for i=1:MAFSAL_SAYISI+1; for k=2:MAFSAL_SAYISI+1

dqT(:, :, i, k-1)=diff(HDM_Carpim(:, :, i), Es_Kon(k)); dqdtT(:, :, i, k-1)=diff(dtT(:, :, i), Es_Kon(k));

end;end

for i=1:4; for j=1:4

    Uij_Transpoze(j, i, :, :)=Uij(i, j, :, :);    Vij_Transpoze(j, i, :, :)=Vij(i, j, :, :);

    Uijk_Transpoze(j, i, :, :, :)=Uijk(i, j, :, :, :);    VUijk_Transpoze(j, i, :, :, :)=VUijk(i, j, :, :, :);

    UVijk_Transpoze(j, i, :, :, :)=UVijk(i, j, :, :, :);    dtVij_Transpoze(j, i, :, :)=dtVij(i, j, :, :);

    dtT_Transpoze(j, i, :)=dtT(i, j, :);    dqT_Transpoze(j, i, :)=dqT(i, j, :);

    dqdtT_Transpoze(j, i, :)=dqdtT(i, j, :);

end;end

Parametrik_Rijid_Denklemler;

```

Ek 21 Parametrik_Rijid_Denklemeler Fonksiyonu

```

function Parametrik_Rijid_Denklemeler

global      MAFSAL_SAYISI;global      Es_Kon;global      Sem_Rij_Atalet_Mat;global
Sem_Rij_Coriolis_Vek;global      Sem_Rij_Ag_Kuv_Vek;global      Uij;global
Uij_Transpoze;global Uijk;global Maf_Hiz;global RO;global A;global L;global MS;global
RP1;global RR;global A1;global M;global g;global Cajk;global MSRR;

g=sym('[0, g, 0, 0]');

A1=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI)); %İlemleri azaltmak için ara matris

M=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1)); %İlemleri azaltmak için ara matris

Cajk=sym(zeros(1,1,MAFSAL_SAYISI,MAFSAL_SAYISI,MAFSAL_SAYISI));

Sem_Rij_Atalet_Mat=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI));

Sem_Rij_Coriolis_Vek=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));

Sem_Rij_Ag_Kuv_Vek=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));

for i=1:MAFSAL_SAYISI

    A1(:,i)=RO(i)*A(i)*RR(:,i)+MS(i)*MSRR(:,i);

    M(i)=RO(i)*A(i)*L(i);

end

for a=1:MAFSAL_SAYISI; for j=1:MAFSAL_SAYISI; for i=max(a,j):MAFSAL_SAYISI

    Sem_Rij_Atalet_Mat(a,j)=Sem_Rij_Atalet_Mat(a,j)+sum(diag(Uij(:,i,a)*A1(:,i)*Uij_Transpoze(:,i,j)));

    end; end;end

for i=1:MAFSAL_SAYISI

    Sem_Rij_Atalet_Mat(:,i)=strrep(char(Sem_Rij_Atalet_Mat(:,i)),char(Es_Kon(i+1)),char('0'));

    Sem_Rij_Atalet_Mat(:,i)=simplify(Sem_Rij_Atalet_Mat(:,i));

end

```

```

for a=1:MAFSAL_SAYISI

    max_vektor(1)=a;

    for j=1:MAFSAL_SAYISI

        max_vektor(2)=j;

        for k=1:MAFSAL_SAYISI

            max_vektor(3)=k;

            for i=max(max_vektor):MAFSAL_SAYISI

Cajk(:,a,j,k)=Cajk(:,a,j,k)+sum(diag(Uijk(:,i,j,k)*A1(:,i)*Uij_Transpoze(:,i,a)));

                end;    end;    end;end

for i=1:MAFSAL_SAYISI

    Cajk(:)=strrep(char(Cajk(:)),char(Es_Kon(i+1)),char('0'));    Cajk(:)=simplify(Cajk(:));

end

for a=1:MAFSAL_SAYISI;    for j=1:MAFSAL_SAYISI;        for k=1:MAFSAL_SAYISI

Sem_Rij_Coriolis_Vek(a)=Sem_Rij_Coriolis_Vek(a)+Cajk(:,a,j,k)*Maf_Hiz(k)*Maf_Hiz(j)

; end;    end;end

Sem_Rij_Coriolis_Vek(:)=simplify(Sem_Rij_Coriolis_Vek(:));

for a=1:MAFSAL_SAYISI;    for i=a:MAFSAL_SAYISI

Sem_Rij_Ag_Kuv_Vek(a)=Sem_Rij_Ag_Kuv_Vek(a)+(M(i)*g*Uij(:,i,a)*RP1(:,i)+MS(i)*

g*Uij(:,4,i+1,a)); end;end

for i=1:MAFSAL_SAYISI

Sem_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)=strrep(char(Sem_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)),char(Es_Kon(i+1)),char('0'

));end

Sem_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)=simplify(Sem_Rij_Ag_Kuv_Vek(:));

Parametrik_Elastik_Denklemler;

```

Ek 22 Parametrik_Elastik_Denklemeler Fonksiyonu

```
function Parametrik_Elastik_Denklemeler
```

```
global  MAFSAL_SAYISI;global  Maf_Hiz;global  Maf_Ivm;global  Es_Kon;global
Es_Hiz;global  L;global  MS;global  M;global  E;global  I;global  g;global  RP1;global
dqRP1;global  A1;global  A2;global  A3;global  A4;global  dqA1;global  dqA2;global
dqA3;global  dqA4;global  dtA1;global  A21;global  iA22;global  A31;global  iA32;global
dqdotA2;global  dqdotA3;global  dqdotA4;global  dtdqdotA2;global  dtdqdotA3;global
idtdqdotA4;global  HDM_Carpim;global  HDM_Carpim_Transpoze;global  Uij;global
Uijk;global  Vij;global  Vij_Transpoze;global  Vijk;global  VUijk;global  UVijk;global
T1;global  T1_Transpoze;global  dtVij;global  dtVij_Transpoze;global  dtT;global
dtT_Transpoze;global      dqT;global      dqT_Transpoze;global      dqdtT;global
dqdtT_Transpoze;global Sem_Es_Atalet_Mat;global Sem_Es_Coriolis_Vek;
```

```
global Sem_Es_Ag_Kuv_Vek;
```

```
T1=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));
```

```
T1_Transpoze=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI));
```

```
for i=1:MAFSAL_SAYISI;  for j=1:i;      for k=1:i
```

```
    T1(:,j,i)=T1(:,j,i)+Uijk(:,j,i,k)*Maf_Hiz(k)*Maf_Hiz(j);
```

```
end;  end
```

```
for j=1:i;      for k=2:i
```

```
    T1(:,j,i)=T1(:,j,i)+UVijk(:,j,i,k)*Es_Hiz(k-1)*Maf_Hiz(j);
```

```
end;  end
```

```
for j=1:i
```

```
    T1(:,j,i)=T1(:,j,i)+Uij(:,j,i)*Maf_Ivm(j);
```

```
end
```

```
for j=2:i+1;      for k=2:i+1
```

```
    T1(:,j,i)=T1(:,j,i)+Vijk(:,j,i,k)*Es_Hiz(k-1)*Es_Hiz(j-1);
```

```
end;  end
```

```

for j=2:i+1;    for k=1:i+1

    T1(:,j,i)=T1(:,j,i)+VUijk(:,j,i,k)*Maf_Hiz(k)*Es_Hiz(j-1);

end;    end;end

for i=1:4;    for j=1:4;    T1_Transpoze(j,i,:)=T1(i,j,:);

end;end

Sem_Es_Atalet_Mat=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI));

Sem_Es_Coriolis_Vek=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));

Sem_Es_Ag_Kuv_Vek=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));

for a=1:MAFSAL_SAYISI;    for i=a:MAFSAL_SAYISI;    for j=2:MAFSAL_SAYISI+1

    Sem_Es_Atalet_Mat(a,j-1)=Sem_Es_Atalet_Mat(a,j-1)+...

        1/2*pi*sum(diag(Vij(:,j,i,a+1)*A1(:,j,i)*Vij_Transpoze(:,j,i))+...

            Vij(:,j,i)*A1(:,j,i)*Vij_Transpoze(:,j,i,a+1)+...

            Vij(:,j,i)*dqdotA2(:,j,i)*HDM_Carpim_Transpoze(:,j,i)+...

            HDM_Carpim(:,j,i)*dqdotA3(:,j,i)*Vij_Transpoze(:,j,i)));

end;    end;end

for a=1:MAFSAL_SAYISI;    for i=a:MAFSAL_SAYISI;

    Sem_Es_Atalet_Mat(a,i)=Sem_Es_Atalet_Mat(a,i)+...

        1/2*sum(diag(Vij(:,j,i,a+1)*iA22(:,j,i)*HDM_Carpim_Transpoze(:,j,i))+...

            HDM_Carpim(:,j,i)*iA32(:,j,i)*Vij_Transpoze(:,j,i,a+1)+...

            HDM_Carpim(:,j,i)*idtdqdotA4(:,j,i)*HDM_Carpim_Transpoze(:,j,i)));

end;end

Sem_Es_Atalet_Mat(:,i)=simplify(Sem_Es_Atalet_Mat(:,i));

for a=1:MAFSAL_SAYISI

    Sem_Es_Coriolis_Vek(a)=1/2*sum(diag(-dtT(:,a)*dqA1(:,a)*dtT_Transpoze(:,a)-...

```

```

dtT(:, :, a) * dqA2(:, :, a) * HDM_Carpim_Transpoze(:, :, a) - ...
HDM_Carpim(:, :, a) * dqA3(:, :, a) * dtT_Transpoze(:, :, a) - ...
HDM_Carpim(:, :, a) * dqA4(:, :, a) * HDM_Carpim_Transpoze(:, :, a)));

for i=a:MAFSAL_SAYISI

    Sem_Es_Coriolis_Vek(a) = Sem_Es_Coriolis_Vek(a) + ...

        1/2 * sum(diag(dtVij(:, :, i, a+1) * A1(:, :, i) * dtT_Transpoze(:, :, i) + ...
            Vij(:, :, i, a+1) * (dtA1(:, :, i) + A2(:, :, i)) * dtT_Transpoze(:, :, i) + ...
            Vij(:, :, i, a+1) * A1(:, :, i) * T1_Transpoze(:, :, i) + ...
            dtVij(:, :, i, a+1) * A2(:, :, i) * HDM_Carpim_Transpoze(:, :, i) + ...
            Vij(:, :, i, a+1) * A21(:, :, i) * HDM_Carpim_Transpoze(:, :, i) + ...
            T1(:, :, i) * A1(:, :, i) * Vij_Transpoze(:, :, i, a+1) + ...
            dtT(:, :, i) * (dtA1(:, :, i) + A3(:, :, i)) * Vij_Transpoze(:, :, i, a+1) + ...
            dtT(:, :, i) * A1(:, :, i) * dtVij_Transpoze(:, :, i, a+1) + ...
            T1(:, :, i) * dqdotA2(:, :, i) * HDM_Carpim_Transpoze(:, :, i) + ...
            dtT(:, :, i) * (dtdqdotA2(:, :, i) + dqdotA4(:, :, i)) * HDM_Carpim_Transpoze(:, :, i) + ...
            dtT(:, :, i) * (dqdotA2(:, :, i) + dqdotA3(:, :, i)) * dtT_Transpoze(:, :, i) + ...
            HDM_Carpim(:, :, i) * (dtdqdotA3(:, :, i) + dqdotA4(:, :, i)) * dtT_Transpoze(:, :, i) + ...
            HDM_Carpim(:, :, i) * dqdotA3(:, :, i) * T1_Transpoze(:, :, i) + ...
            HDM_Carpim(:, :, i) * A31(:, :, i) * Vij_Transpoze(:, :, i, a+1) + ...
            HDM_Carpim(:, :, i) * A3(:, :, i) * dtVij_Transpoze(:, :, i, a+1) - ...
            dqdtT(:, :, i, a) * A1(:, :, i) * dtT_Transpoze(:, :, i) - ...
            dtT(:, :, i) * A1(:, :, i) * dqdtT_Transpoze(:, :, i, a) - ...
            dqdtT(:, :, i, a) * A2(:, :, i) * HDM_Carpim_Transpoze(:, :, i) - ...
            dtT(:, :, i) * A2(:, :, i) * dqT_Transpoze(:, :, i, a) - ...

```

```

dqT(:, :, i, a) * A3(:, :, i) * dtT_Transpoze(:, :, i) - ...
HDM_Carpim(:, :, i) * A3(:, :, i) * dqdtT_Transpoze(:, :, i, a) - ...
dqT(:, :, i, a) * A4(:, :, i) * HDM_Carpim_Transpoze(:, :, i) - ...
HDM_Carpim(:, :, i) * A4(:, :, i) * dqT_Transpoze(:, :, i, a));

end;end

Sem_Es_Coriolis_Vek(:)=simplify(Sem_Es_Coriolis_Vek(:));

for a=1:MAFSAL_SAYISI;  for i=a:MAFSAL_SAYISI

    Sem_Es_Ag_Kuv_Vek(a)=Sem_Es_Ag_Kuv_Vek(a)+...

M(i)*g*Vij(:, :, i, a+1)*RP1(:, :, i)+M(i)*g*HDM_Carpim(:, :, i)*dqRP1(:, :, i)+...

    MS(i)*g*Vij(:, 4, i+1, a+1)+1/2*E(i)*I(i)*pi^4/L(i)^3*Es_Kon(i+1);

end;end

Sem_Es_Ag_Kuv_Vek(:)=simplify(Sem_Es_Ag_Kuv_Vek(:));

Sayisal_Degerler_Tablosu;

```

Ek 23 Sayisal_Degerler_Tablosu Fonksiyonu

```

function Sayisal_Degerler_Tablosu

global MAFSAL_SAYISI;global Say_Degerler;global RO;global A;global L;global MS;

global E;global I;

Say_Degerler=sym(zeros(6*MAFSAL_SAYISI,1));

Ust_Kose=365;Sol_Gir=25;Kutu_Yuk=15;Kutu1_Gen=40;Kutu_Aralik=20;

RO_Bas=Sol_Gir;RO_Kutu2_Gen=50;RO_Kutu2_Bas=RO_Bas+Kutu1_Gen;

KE_Bas=RO_Kutu2_Bas+RO_Kutu2_Gen+Kutu_Aralik;KE_Kutu2_Gen=90;

KE_Kutu2_Bas=KE_Bas+Kutu1_Gen;

BO_Bas=KE_Kutu2_Bas+KE_Kutu2_Gen+Kutu_Aralik;BO_Kutu2_Gen=40;

BO_Kutu2_Bas=BO_Bas+Kutu1_Gen;

YU_Bas=BO_Kutu2_Bas+BO_Kutu2_Gen+Kutu_Aralik;

YU_Kutu2_Gen=50;YU_Kutu2_Bas=YU_Bas+Kutu1_Gen;

EL_Bas=YU_Kutu2_Bas+YU_Kutu2_Gen+Kutu_Aralik;EL_Kutu2_Gen=90;

EL_Kutu2_Bas=EL_Bas+Kutu1_Gen;

AT_Bas=EL_Kutu2_Bas+EL_Kutu2_Gen+Kutu_Aralik;AT_Kutu2_Gen=100;

AT_Kutu2_Bas=AT_Bas+Kutu1_Gen;

TAM_Bas=AT_Kutu2_Bas+AT_Kutu2_Gen+Kutu_Aralik+20;

IP_Bas=AT_Kutu2_Bas+AT_Kutu2_Gen+Kutu_Aralik+20;

Ana_Sekil2 = figure('Color',[0.8 0.8 0.8], 'Name','Sayısal Değerler Tablosu',
'NumberTitle','off', 'PaperPosition',[85 100 420 270], 'PaperType','A4', 'PaperUnits','points',
'Position',[30 150 1200 Ust_Kose], 'Resize','off', 'Tag','Fig1', 'ToolBar','none',
'MenuBar','none');

Yogunluk = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75
0.75], 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[RO_Bas Ust_Kose-200
Kutu1_Gen+RO_Kutu2_Gen Kutu_Yuk], 'String','Özgül Akaç', 'Style','text',

```

```

'Tag','StaticText1');

Kesit = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75],
'FontName','MS Sans serif', 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, ...

'Position',[KE_Bas Ust_Kose-200 Kutu1_Gen+KE_Kutu2_Gen Kutu_Yuk], ...

'String','Uzuv Kesit Alanı', 'Style','text', 'Tag','StaticText2');

Boy = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75], ...

'FontName','MS Sans serif', 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[BO_Bas Ust_Kose-
200 Kutu1_Gen+BO_Kutu2_Gen Kutu_Yuk], 'String','Uzuv Boyu', 'Style','text', ...

'Tag','StaticText3');

Yuk = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75],

'FontName','MS Sans serif', 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[YU_Bas Ust_Kose-
200 Kutu1_Gen+YU_Kutu2_Gen Kutu_Yuk], 'String','Uçdaki Kütle', 'Style','text',
'Tag','StaticText3');

Elastisite = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75],
'FontName','MS Sans serif', 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[EL_Bas Ust_Kose-200
Kutu1_Gen+EL_Kutu2_Gen Kutu_Yuk], 'String','Elastisite Modülü', 'Style','text', ...

'Tag','StaticText3');

Atalet_Momentleri = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75
0.75 0.75], 'FontName','MS Sans serif', 'FontSize',11, 'ListboxTop',0,

'Position',[AT_Bas Ust_Kose-200 Kutu1_Gen+AT_Kutu2_Gen Kutu_Yuk], ...

'String','Kesit Atalet Momentleri', 'Style','text', 'Tag','StaticText3');

for i=1:MAFSAL_SAYISI

    uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[1 1 1], 'FontSize',11,
'ListboxTop',0, 'Position',[RO_Bas Ust_Kose-200-16*i Kutu1_Gen Kutu_Yuk],
'String',char(RO(i)), 'Style','edit');

end

for i=1:MAFSAL_SAYISI

```

```

uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[1 1 1], 'FontSize',11, ...
'ListboxTop',0, 'Position',[KE_Bas Ust_Kose-200-16*i Kutu1_Gen Kutu_Yuk], ...
'String',char(A(i)), 'Style','edit');

end

for i=1:MAFSAL_SAYISI

    uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[ 1 1 1], 'FontSize',11,
'ListboxTop',0, 'Position',[BO_Bas Ust_Kose-200-16*i Kutu1_Gen Kutu_Yuk],
'String',char(L(i)), 'Style','edit');

end

for i=1:MAFSAL_SAYISI

    uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[ 1 1 1], 'FontSize',11, ...
'ListboxTop',0, 'Position',[YU_Bas Ust_Kose-200-16*i Kutu1_Gen Kutu_Yuk], ...
'String',char(MS(i)), 'Style','edit');

end

for i=1:MAFSAL_SAYISI

    uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[ 1 1 1], 'FontSize',11, ...
'ListboxTop',0, 'Position',[EL_Bas Ust_Kose-200-16*i Kutu1_Gen Kutu_Yuk], ...
'String',char(E(i)), 'Style','edit');

end

for i=1:MAFSAL_SAYISI

    uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[ 1 1 1], 'FontSize',11, ...
'ListboxTop',0, 'Position',[AT_Bas Ust_Kose-200-16*i Kutu1_Gen Kutu_Yuk], ...
'String',char(I(i)), 'Style','edit');

end

Degerler=0;

```

```

for a=1:MAFSAL_SAYISI

    Degerler=Degerler+1; uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', ...

    'BackgroundColor',[1 1 1], 'Callback','Sayisal_Degerlerin_Okunmasi', 'FontSize',11, ...

    'ListboxTop',0, 'Position',[RO_Kutu2_Bas Ust_Kose-200-16*a RO_Kutu2_Gen Kutu_Yuk],
    'Tag',int2str(Degerler), 'Style','edit');

end

for a=1:MAFSAL_SAYISI

    Degerler=Degerler+1;uicontrol('Parent',Ana_Sekil2,'Units','points', 'BackgroundColor',[1 1 1],

    'Callback','Sayisal_Degerlerin_Okunmasi', 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, ...

    'Position',[KE_Kutu2_Bas Ust_Kose-200-16*a KE_Kutu2_Gen Kutu_Yuk], ...

    'Tag',int2str(Degerler), 'Style','edit');

end

for a=1:MAFSAL_SAYISI

    Degerler=Degerler+1;uicontrol('Parent',Ana_Sekil2,'Units','points', 'BackgroundColor',[1 1 1],

    'Callback','Sayisal_Degerlerin_Okunmasi', 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, ...

    'Position',[BO_Kutu2_Bas Ust_Kose-200-16*a BO_Kutu2_Gen Kutu_Yuk], ...

    'Tag',int2str(Degerler), 'Style','edit');

end

for a=1:MAFSAL_SAYISI

    Degerler=Degerler+1;uicontrol('Parent',Ana_Sekil2,'Units','points','BackgroundColor',[1 1 1],

    'Callback','Sayisal_Degerlerin_Okunmasi','FontSize',11, 'ListboxTop',0, ...

    'Position',[YU_Kutu2_Bas Ust_Kose-200-16*a YU_Kutu2_Gen Kutu_Yuk], ...

    'Tag',int2str(Degerler), 'Style','edit');

end

```

```

for a=1:MAFSAL_SAYISI

Degerler=Degerler+1;uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points','BackgroundColor',[1 1 1],

    'Callback','Sayisal_Degerlerin_Okunmasi','FontSize',11, 'ListboxTop',0,

    'Position',[EL_Kutu2_Bas Ust_Kose-200-16*a EL_Kutu2_Gen Kutu_Yuk], ...

    'Tag',int2str(Degerler), 'Style','edit');

end

for a=1:MAFSAL_SAYISI

Degerler=Degerler+1;uicontrol('Parent',Ana_Sekil2,'Units','points', 'BackgroundColor',[1 1 1],

    'Callback','Sayisal_Degerlerin_Okunmasi', 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, ...

    'Position',[AT_Kutu2_Bas Ust_Kose-200-16*a AT_Kutu2_Gen Kutu_Yuk], ...

    'Tag',int2str(Degerler), 'Style','edit');

end

Tamam = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points','BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75],

    'Callback','Sayisal_Rijid_Denklemeler', 'ListboxTop',0, 'Position',[TAM_Bas 120 40 21], ...

    'String','Tamam', 'Style','Pushbutton', 'Tag','Pushbutton1');

Iptal = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75], ...

    'Callback','close(gcf);', 'ListboxTop',0, 'Position',[IP_Bas 90 40 21], 'String','İptal', ...

    'Style','Pushbutton', 'Tag','Pushbutton2');

```

Ek 24 Sayisal_Degerlerin_Okunmasi Fonksiyonu

```
function Sayisal_Degerlerin_Okunmasi  
  
global Say_Degerler  
  
if isempty(get(gco,'String'))  
  
    Say_Degerler(str2num(get(gco,'Tag')))=0;  
  
else  
  
    Say_Degerler(str2num(get(gco,'Tag')))=get(gco,'String');  
  
end
```

Ek 25 Sayisal_Rijid_Denklemeler Fonksiyonu

```
function Sayisal_Rijid_Denklemeler
```

```
global MAFSAL_SAYISI;global Sem_Rij_Atalet_Mat;global Sem_Rij_Coriolis_Vek;global  
Sem_Rij_Ag_Kuv_Vek;global Say_Rij_Atalet_Mat;global Say_Rij_Coriolis_Vek;global  
Say_Rij_Ag_Kuv_Vek;global Ivm_Rij_Atalet_Mat;global Ivm_Rij_Coriolis_Vek;global  
Ivm_Rij_Ag_Kuv_Vek;global Say_Degerler;global Maf_Kon;global Maf_Hiz;global  
RO;global A;global L;global MS;global Say_RO;global Say_A;global Say_L;global  
Say_MS;global Say_E;global Say_I;
```

```
Ivm_Rij_Atalet_Mat=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI));
```

```
Ivm_Rij_Coriolis_Vek=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));
```

```
Ivm_Rij_Ag_Kuv_Vek=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));
```

```
Say_Rij_Atalet_Mat=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI));
```

```
Say_Rij_Coriolis_Vek=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));
```

```
Say_Rij_Ag_Kuv_Vek=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));
```

```
Say_RO=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));
```

```
Say_A=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));
```

```
Say_L=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));
```

```
Say_MS=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));
```

```
Say_E=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));
```

```
Say_I=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));
```

```
for i=1:MAFSAL_SAYISI
```

```
    Say_RO(i)=Say_Degerler(i); Say_A(i)=Say_Degerler(i+MAFSAL_SAYISI);
```

```
    Say_L(i)=Say_Degerler(i+MAFSAL_SAYISI*2);
```

```
    Say_MS(i)=Say_Degerler(i+MAFSAL_SAYISI*3);
```

```
    Say_E(i)=Say_Degerler(i+MAFSAL_SAYISI*4);
```

```
    Say_I(i)=Say_Degerler(i+MAFSAL_SAYISI*5);
```

end

Say_Rij_Atalet_Mat=Sem_Rij_Atalet_Mat;Say_Rij_Coriolis_Vek=Sem_Rij_Coriolis_Vek;

Say_Rij_Ag_Kuv_Vek=Sem_Rij_Ag_Kuv_Vek;

for i=1:MAFSAL_SAYISI

 Say_Rij_Atalet_Mat(:)=strrep(char(Say_Rij_Atalet_Mat(:)),char(RO(i)),char(Say_RO(i)));

 Say_Rij_Atalet_Mat(:)=strrep(char(Say_Rij_Atalet_Mat(:)),char(A(i)),char(Say_A(i)));

 Say_Rij_Atalet_Mat(:)=strrep(char(Say_Rij_Atalet_Mat(:)),char(L(i)),char(Say_L(i)));

 Say_Rij_Atalet_Mat(:)=strrep(char(Say_Rij_Atalet_Mat(:)),char(MS(i)),char(Say_MS(i)));

 Say_Rij_Coriolis_Vek(:)=strrep(char(Say_Rij_Coriolis_Vek(:)),char(RO(i)),char(Say_RO(i))
);

 Say_Rij_Coriolis_Vek(:)=strrep(char(Say_Rij_Coriolis_Vek(:)),char(A(i)),char(Say_A(i)));

 Say_Rij_Coriolis_Vek(:)=strrep(char(Say_Rij_Coriolis_Vek(:)),char(L(i)),char(Say_L(i)));

 Say_Rij_Coriolis_Vek(:)=strrep(char(Say_Rij_Coriolis_Vek(:)),char(MS(i)),char(Say_MS(i))
);Say_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)=strrep(char(Say_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)),char(RO(i)),char(Say_RO(i))
);Say_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)=strrep(char(Say_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)),char(A(i)),char(Say_A(i))
);Say_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)=strrep(char(Say_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)),char(L(i)),char(Say_L(i))
);Say_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)=strrep(char(Say_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)),char(MS(i)),char(Say_MS(i))
);Say_Rij_Atalet_Mat(:)=strrep(char(Say_Rij_Atalet_Mat(:)),char(Maf_Hiz(i)),['Rij_x(',n
um2str(i+MAFSAL_SAYISI),')']);Say_Rij_Atalet_Mat(:)=strrep(char(Say_Rij_Atalet_Mat(:))
,char(Maf_Kon(i)),['Rij_x(',num2str(i),')']);Say_Rij_Coriolis_Vek(:)=strrep(char(Say_Rij_C
oriolis_Vek(:)),char(Maf_Hiz(i)),['Rij_x(',num2str(i+MAFSAL_SAYISI),')']);Say_Rij_Coriol
is_Vek(:)=strrep(char(Say_Rij_Coriolis_Vek(:)),char(Maf_Kon(i)),['Rij_x(',num2str(i),')']);

 Say_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)=strrep(char(Say_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)),char(Maf_Hiz(i)),['Rij_x(',n
um2str(i+MAFSAL_SAYISI),')']);Say_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)=strrep(char(Say_Rij_Ag_Kuv_
Vek(:)),char(Maf_Kon(i)),['Rij_x(',num2str(i),')']);

end

Ivm_Rij_Atalet_Mat=Sem_Rij_Atalet_Mat;Ivm_Rij_Coriolis_Vek=Sem_Rij_Coriolis_Vek;

Ivm_Rij_Ag_Kuv_Vek=Sem_Rij_Ag_Kuv_Vek;

for i=1:MAFSAL_SAYISI

```

Ivm_Rij_Atalet_Mat(:)=strrep(char(Ivm_Rij_Atalet_Mat(:)),char(RO(i)),char(Say_RO(i)));
Ivm_Rij_Atalet_Mat(:)=strrep(char(Ivm_Rij_Atalet_Mat(:)),char(A(i)),char(Say_A(i)));Ivm_
Rij_Atalet_Mat(:)=strrep(char(Ivm_Rij_Atalet_Mat(:)),char(L(i)),char(Say_L(i)));Ivm_Rij_A
talet_Mat(:)=strrep(char(Ivm_Rij_Atalet_Mat(:)),char(MS(i)),char(Say_MS(i)));Ivm_Rij_Cor
iolis_Vek(:)=strrep(char(Ivm_Rij_Coriolis_Vek(:)),char(RO(i)),char(Say_RO(i)));Ivm_Rij_C
oriolis_Vek(:)=strrep(char(Ivm_Rij_Coriolis_Vek(:)),char(A(i)),char(Say_A(i)));Ivm_Rij_Co
riolis_Vek(:)=strrep(char(Ivm_Rij_Coriolis_Vek(:)),char(L(i)),char(Say_L(i)));Ivm_Rij_Cori
olis_Vek(:)=strrep(char(Ivm_Rij_Coriolis_Vek(:)),char(MS(i)),char(Say_MS(i)));Ivm_Rij_A
g_Kuv_Vek(:)=strrep(char(Ivm_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)),char(RO(i)),char(Say_RO(i)));Ivm_Rij
_Ag_Kuv_Vek(:)=strrep(char(Ivm_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)),char(A(i)),char(Say_A(i)));Ivm_Rij
_Ag_Kuv_Vek(:)=strrep(char(Ivm_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)),char(L(i)),char(Say_L(i)));Ivm_Rij
_Ag_Kuv_Vek(:)=strrep(char(Ivm_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)),char(MS(i)),char(Say_MS(i)));Ivm_
Rij_Atalet_Mat(:)=strrep(char(Ivm_Rij_Atalet_Mat(:)),char(Maf_Hiz(i)),['Rij_x(i,',num2str(i
+MAFSAL_SAYISI),')']);Ivm_Rij_Atalet_Mat(:)=strrep(char(Ivm_Rij_Atalet_Mat(:)),char(
Maf_Kon(i)),['Rij_x(i,',num2str(i),')']);Ivm_Rij_Coriolis_Vek(:)=strrep(char(Ivm_Rij_Corioli
s_Vek(:)),char(Maf_Hiz(i)),['Rij_x(i,',num2str(i+MAFSAL_SAYISI),')']);Ivm_Rij_Coriolis_
Vek(:)=strrep(char(Ivm_Rij_Coriolis_Vek(:)),char(Maf_Kon(i)),['Rij_x(i,',num2str(i),')']);Iv
m_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)=strrep(char(Ivm_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)),char(Maf_Hiz(i)),['Rij_x(i,',n
um2str(i+MAFSAL_SAYISI),')']);Ivm_Rij_Ag_Kuv_Vek(:)=strrep(char(Ivm_Rij_Ag_Kuv_
Vek(:)),char(Maf_Kon(i)),['Rij_x(i,',num2str(i),')']);

```

end

Sayisal_Elastik_Denklemler;

Ek 26 Sayisal_Elastik_Denklemeler Fonksiyonu

```
function Sayisal_Elastik_Denklemeler
```

```
global MAFSAL_SAYISI;global Sem_Es_Atalet_Mat;global Sem_Es_Coriolis_Vek;global
Sem_Es_Ag_Kuv_Vek;global Say_Es_Atalet_Mat;global Say_Es_Coriolis_Vek;global
Say_Es_Ag_Kuv_Vek;global Maf_Kon;global Maf_Hiz;global Maf_Ivm;global
Es_Kon;global Es_Hiz;global RO;global A;global L;global MS;global E;global I;global
Say_RO;global Say_A;global Say_L;global Say_MS;global Say_E;global
Say_I;Say_Es_Atalet_Mat=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI));Say_Es_Coriolis_Vek=sym(zero
s(MAFSAL_SAYISI,1));Say_Es_Ag_Kuv_Vek=sym(zeros(MAFSAL_SAYISI,1));Say_Es_
Atalet_Mat=Sem_Es_Atalet_Mat;Say_Es_Coriolis_Vek=Sem_Es_Coriolis_Vek;Say_Es_Ag
_Kuv_Vek=Sem_Es_Ag_Kuv_Vek;
```

```
for i=1:MAFSAL_SAYISI
```

```
Say_Es_Atalet_Mat(:)=strrep(char(Say_Es_Atalet_Mat(:)),char(RO(i)),char(Say_RO(i)));Say
_Es_Atalet_Mat(:)=strrep(char(Say_Es_Atalet_Mat(:)),char(A(i)),char(Say_A(i)));Say_Es_At
alet_Mat(:)=strrep(char(Say_Es_Atalet_Mat(:)),char(L(i)),char(Say_L(i)));Say_Es_Atalet_M
at(:)=strrep(char(Say_Es_Atalet_Mat(:)),char(MS(i)),char(Say_MS(i)));Say_Es_Coriolis_Vek
(:)=strrep(char(Say_Es_Coriolis_Vek(:)),char(RO(i)),char(Say_RO(i)));Say_Es_Coriolis_Vek
(:)=strrep(char(Say_Es_Coriolis_Vek(:)),char(A(i)),char(Say_A(i)));Say_Es_Coriolis_Vek(:)
=strrep(char(Say_Es_Coriolis_Vek(:)),char(L(i)),char(Say_L(i)));Say_Es_Coriolis_Vek(:)=str
rep(char(Say_Es_Coriolis_Vek(:)),char(MS(i)),char(Say_MS(i)));Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)=st
rrep(char(Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)),char(RO(i)),char(Say_RO(i)));Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)=
strrep(char(Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)),char(A(i)),char(Say_A(i)));Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)=st
rrep(char(Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)),char(L(i)),char(Say_L(i)));Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)=stre
p(char(Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)),char(MS(i)),char(Say_MS(i)));Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)=str
rep(char(Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)),char(E(i)),char(Say_E(i)));Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)=strre
p(char(Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)),char(I(i)),char(Say_I(i)));Say_Es_Atalet_Mat(:)=strrep(char
(Say_Es_Atalet_Mat(:)),char(Es_Hiz(i+1)),['Es_x(',num2str(i+MAFSAL_SAYISI),')']);Say_
Es_Atalet_Mat(:)=strrep(char(Say_Es_Atalet_Mat(:)),char(Es_Kon(i+1)),['Es_x(',num2str(i),
')']);Say_Es_Coriolis_Vek(:)=strrep(char(Say_Es_Coriolis_Vek(:)),char(Es_Hiz(i+1)),['Es_x(
,num2str(i+MAFSAL_SAYISI),')']);Say_Es_Coriolis_Vek(:)=strrep(char(Say_Es_Coriolis_V
ek(:)),char(Es_Kon(i+1)),['Es_x(',num2str(i),')']);Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)=strrep(char(Say_E
s_Ag_Kuv_Vek(:)),char(Es_Hiz(i+1)),['Es_x(',num2str(i+MAFSAL_SAYISI),')']);Say_Es_A
g_Kuv_Vek(:)=strrep(char(Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)),char(Es_Kon(i+1)),['Es_x(',num2str(i),'
```

```

)');Say_Es_Atalet_Mat(:)=strrep(char(Say_Es_Atalet_Mat(:)),char(Maf_Ivm(i)),['Rij_Maf_I
vm(a,',num2str(i),')']);Say_Es_Atalet_Mat(:)=strrep(char(Say_Es_Atalet_Mat(:)),char(Maf_H
iz(i)),['Rij_x(a,',num2str(i+MAFSAL_SAYISI),')']);Say_Es_Atalet_Mat(:)=strrep(char(Say_E
s_Atalet_Mat(:)),char(Maf_Kon(i)),['Rij_x(a,',num2str(i),')']);Say_Es_Coriolis_Vek(:)=strrep(
char(Say_Es_Coriolis_Vek(:)),char(Maf_Ivm(i)),['Rij_Maf_Ivm(a,',num2str(i),')']);Say_Es_C
oriolis_Vek(:)=strrep(char(Say_Es_Coriolis_Vek(:)),char(Maf_Hiz(i)),['Rij_x(a,',num2str(i+
MAFSAL_SAYISI),')']);Say_Es_Coriolis_Vek(:)=strrep(char(Say_Es_Coriolis_Vek(:)),char(
Maf_Kon(i)),['Rij_x(a,',num2str(i),')']);Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)=strrep(char(Say_Es_Ag_Ku
v_Vek(:)),char(Maf_Ivm(i)),['Rij_Maf_Ivm(a,',num2str(i),')']);Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)=strre
p(char(Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)),char(Maf_Hiz(i)),['Rij_x(a,',num2str(i+MAFSAL_SAYISI),
')']);Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)=strrep(char(Say_Es_Ag_Kuv_Vek(:)),char(Maf_Kon(i)),['Rij_x
(a,',num2str(i),')']);

```

end

Hareket_Tanimlamasi;

Ek 27 Hareket_Tanimlamasi Fonksiyonu

```
function Hareket_Tanimlamasi

clear global HAREKET_SAYISI

Ana_Sekil1 = figure('Color',[0.8 0.8 0.8], 'Name','Hareket Ad nlar n n Belirlenmesi',
'NumberTitle','off', 'PaperPosition',[18 180 576 432], 'PaperType','A4', 'PaperUnits','points',
'Position',[300 500 250 100], 'Resize','off', 'Tag','Fig1', 'ToolBar','none', 'MenuBar','none');

Popup_Menu = uicontrol('Parent',Ana_Sekil1, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75
0.75], 'FontSize',9, 'Callback','global HAREKET_SAYISI,HAREKET_SAYISI =
get(gcbo,"Value");', 'ListboxTop',0,'Position',[20 50 55 21], 'String',['1 ','2 ','3 ','4 ','5 '],
'Style','popupmenu', 'Tag','PopupMenu1', 'Value',1);

Devam = uicontrol('Parent',Ana_Sekil1, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75],
'FontSize',8, 'Callback','Hareket_Tablosu', 'ListboxTop',0, 'Position',[105 50 55 21],
'String','Devam', 'Tag','Pushbutton1');

Iptal = uicontrol('Parent',Ana_Sekil1, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75],
'FontSize',8, 'Callback','close(gcf);', 'ListboxTop',0, 'Position',[105 17 55 21], 'String',' ptal',
'Tag','Pushbutton2
```

Ek 28 Hareket_Tablosu Fonksiyonu

```

function Hareket_Tablosu

global MAFSAL_SAYISI;global HAREKET_SAYISI;global Har_Deg

if isempty(Har_Deg)

    Har_Deg=get(findobj('Tag','PopupMenu1'),'Value');

end

Har_Deg=sym(zeros((MAFSAL_SAYISI+MAFSAL_SAYISI*HAREKET_SAYISI+1),1));

Mom_Kutu_Gen=75;Maf_Kutu1_Gen=55;Sol_Gir=35;Kutu_Yuk=15;

Ana_Gen=Sol_Gir+Maf_Kutu1_Gen+5+(Mom_Kutu_Gen+5+5)*(MAFSAL_SAYISI+1)+40
0;if Ana_Gen<700

    Ana_Gen=700;

end;Mom_Isim1_Gen=Ana_Gen-400-45;if Mom_Isim1_Gen<350

    Mom_Isim1_Gen=350;

end

Ust_Y=320+(MAFSAL_SAYISI+HAREKET_SAYISI+5)*18;

Alt_Y=(800-Ust_Y)/2;Ana_Alt_Kose=[20 Alt_Y];Ana_Ust_Kose=[Ana_Gen Ust_Y];

Kon_Isim1_Alt_Y=Ust_Y-225-Kutu_Yuk;

Kon_Isim1_Gen=220;Maf_Isim1_Alt_Y=Kon_Isim1_Alt_Y-18;

Kon_Bas=Sol_Gir+Maf_Kutu1_Gen+5;Kon_Kutu1_Gen=110;No_Kutu_Alt=Maf_Isim1_Alt
_Y;Mom_Alt_Y=No_Kutu_Alt-18*MAFSAL_SAYISI-50;Mom_Bas=Kon_Bas;

Mom_Kutu2_Gen=Mom_Isim1_Gen-Maf_Kutu1_Gen-5;Adim_No_Alt_Y=Mom_Alt_Y-
18*2;

Ana_Sekil2 = figure('Color',[0.8 0.8 0.8], 'Name','Hareket Tablosunun Oluřturulmasđ,
'NumberTitle','off', 'PaperPosition',[85 200 420 270], 'PaperType','A4', 'PaperUnits','points',
'Position',[Ana_Alt_Kose Ana_Ust_Kose], 'Resize','off', 'Tag','Fig1', 'ToolBar','none',
'MenuBar','none');

```

```
Konum_Baslik = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75], 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[Sol_Gir Kon_Isim1_Alt_Y Kon_Isim1_Gen Kutu_Yuk], 'String','Mafsal Hareket Başlangış Konumu (rad)', 'Style','text', 'Tag','StaticText1');
```

```
Mafsal_No = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75], 'FontName','MS Sans serif', 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[Sol_Gir Maf_Isim1_Alt_Y Maf_Kutu1_Gen Kutu_Yuk], 'String','Mafsal No', 'Style','text', 'Tag','StaticText2');
```

```
Konum_Baslangic = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75], 'FontName','MS Sans serif', 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[Kon_Bas Maf_Isim1_Alt_Y Kon_Kutu1_Gen Kutu_Yuk], 'String','Başlangış Konumları', 'Style','text', 'Tag','StaticText3');for i=1:MAFSAL_SAYISI;uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75], 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[Sol_Gir No_Kutu_Alt-18*i Maf_Kutu1_Gen Kutu_Yuk], 'String',i, 'Style','text');
```

```
end;tag=0;for a=1:MAFSAL_SAYISI;tag=tag+1;uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[1 1 1], 'FontSize',11, 'Callback','Hareket_Tablosunun_Okunmasi', 'ListboxTop',0, 'Position',[Kon_Bas No_Kutu_Alt-18*a Kon_Kutu1_Gen Kutu_Yuk], 'Tag',int2str(tag), 'Style','edit');
```

```
end;Moment = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75], 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[Sol_Gir Mom_Alt_Y Mom_Isim1_Gen Kutu_Yuk], 'String','Mafsallardaki Genelleştirilmiş Momentler (Nm) ve Etki Sşreleri (s)', 'Style','text', 'Tag','StaticText1');Adim = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75], 'FontName','MS Sans serif', 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[Sol_Gir Mom_Alt_Y-18*2 Maf_Kutu1_Gen Kutu_Yuk*2+3], 'String','Adım No', 'Style','text', 'Tag','StaticText2');Gen_Mom = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75], 'FontName','MS Sans serif', 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[Mom_Bas Mom_Alt_Y-18 Mom_Kutu2_Gen Kutu_Yuk], 'String','Genelleştirilmiş Momentler ve Etki Sşreleri', 'Style','text', 'Tag','StaticText3');
```

```
for b=1:HAREKET_SAYISI;uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75], 'FontSize',11, 'ListboxTop',0, 'Position',[Sol_Gir Adim_No_Alt_Y-18*b Maf_Kutu1_Gen Kutu_Yuk], 'String',b, 'Style','text');
```

```
end
```

```

for k=1:MAFSAL_SAYISI;uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points',
'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75], 'FontSize',11, 'ListboxTop',0,
'Position',[Mom_Bas+(Mom_Kutu_Gen+10)*(k-1) Mom_Alt_Y-18*2 Mom_Kutu_Gen
Kutu_Yuk], 'String',[num2str(k),'. Mafsal'], 'Style','text');
end

uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75],
'FontSize',11, 'ListboxTop',0,
'Position',[Mom_Bas+(Mom_Kutu_Gen+10)*(MAFSAL_SAYISI) Mom_Alt_Y-18*2
Mom_Kutu_Gen Kutu_Yuk], 'String','Etki Süresi', 'Style','text');

for c=1:HAREKET_SAYISI

    for d=1:MAFSAL_SAYISI+1

        Mom_Kutu_Bas=Sol_Gir+Maf_Kutu1_Gen+5+(Mom_Kutu_Gen+5)*(d-1)+5*(d-
1);tag=tag+1;uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[1 1 1],
'FontSize',11, 'Callback','Hareket_Tablosunun_Okunmasi', 'ListboxTop',0,
'Position',[Mom_Kutu_Bas Adim_No_Alt_Y-18*c Mom_Kutu_Gen Kutu_Yuk],
'Tag',int2str(tag), 'Style','edit');
    end
end

Tamam = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75],
'FontSize',8, 'Callback','Hareket_Degerleri_Vektoru,', 'ListboxTop',0,
'Position',[Sol_Gir+Mom_Isim1_Gen+75 Ust_Y/2 40 21], 'String','Tamam',
'Style','Pushbutton', 'Tag','Pushbutton1');Iptal = uicontrol('Parent',Ana_Sekil2, 'Units','points',
'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75], 'FontSize',8, 'Callback','close(gcf);', 'ListboxTop',0,
'Position',[Sol_Gir+Mom_Isim1_Gen+75 Ust_Y/2-50 40 21], 'String','İptal',
'Style','Pushbutton', 'Tag','Pushbutton2');

function Uzuv_Ozelligi

global Uzuv_Cinsi

Uzuv_Cinsi(str2num(get(gcf,'Tag')))=get(gcf,'Value');

```

Ek 29 Hareket_Tablosunun_Okunmasi Fonksiyonu

```
function Hareket_Tablosunun_Okunmasi  
  
global Har_Deg  
  
if isempty(get(gco,'String'))  
  
    Har_Deg(str2num(get(gco,'Tag'))='0';  
  
else  
  
    Har_Deg(str2num(get(gco,'Tag'))=get(gco,'String');  
  
end
```

Ek 30 Hareket_Degerleri_Vektoru Fonksiyonu

```
function Hareket_Degerleri_Vektoru

global MAFSAL_SAYISI;global HAREKET_SAYISI;global Har_Deg;global Ilk_Kon;

global Moment;global Har_t;Ilk_Kon=zeros(1,MAFSAL_SAYISI*2);

Moment=zeros(MAFSAL_SAYISI,HAREKET_SAYISI);Har_t=zeros(1,HAREKET_SAYISI);
Ilk_Kon(1,1:MAFSAL_SAYISI)=Har_Deg(1:MAFSAL_SAYISI);

for j=1:HAREKET_SAYISI;for k=1:MAFSAL_SAYISI

    Moment(k,j)=Har_Deg(j*MAFSAL_SAYISI+j+k-1);

end

end

for p=1:HAREKET_SAYISI

    Har_t(p)=Har_Deg((p+1)*MAFSAL_SAYISI+p);

end

Duz_Simulasyon;
```

Ek 31 Duz_Simulasyon Fonksiyonu

```

function Duz_Simulasyon

global MAFSAL_SAYISI;global Say_Rij_Atalet_Mat;global Say_Rij_Coriolis_Vek;global
Say_Rij_Ag_Kuv_Vek;global Ivm_Rij_Atalet_Mat;global Ivm_Rij_Coriolis_Vek;global
Ivm_Rij_Ag_Kuv_Vek;global Say_Es_Atalet_Mat;global Say_Es_Coriolis_Vek;global
Say_Es_Ag_Kuv_Vek;global Rij_Maf_Ivm;global t;global Rij_x;global Es_x;global
Rijid_Sim_Deg;global Esnek_Sim_Deg;global Ilk_Kon;global Moment;global Har_t;global
Uzuv_Cinsi;Rijid_Sim_Deg=[];Esnek_Sim_Deg=[];Rij_Maf_Ivm=[];

tolerans=odeset('RelTol',1e-3,'AbsTol',1e-6);baslangic=zeros(1,MAFSAL_SAYISI*2);

Es_Ilk_Kon=zeros(1,MAFSAL_SAYISI*2);g=9.81;baslangic=Ilk_Kon;j=1;t1=0;t2=Har_t(j);

[t,Rij_x]=ode45(@Duz_Rijid_Simulasyon_Denk,[t1:.01:t2],baslangic,tolerans);ilk=1;

Rijid_Sim_Deg(ilk:ilk+size(t,1)-1,:)= [t Rij_x];ilk=ilk+size(t,1);

for i=1:size(Rij_x,1); Rij_Maf_Ivm(i,:)= inv(eval(Ivm_Rij_Atalet_Mat))*(Moment(:,j)-
eval(Ivm_Rij_Coriolis_Vek)-eval(Ivm_Rij_Ag_Kuv_Vek));

end;esilk=1;a=0;for k=1:size(t,1)-1

a=a+1; [et,Es_x]=ode45(@Duz_Esnek_Simulasyon_Denk,[t(k) t(k+1)],Es_Ilk_Kon,tolerans);

Esnek_Sim_Deg(esilk:esilk+size(et,1)-1,:)= [et Es_x];

Es_Ilk_Kon=[Es_x(size(et,1),1:MAFSAL_SAYISI)
Es_x(size(et,1),MAFSAL_SAYISI+1:MAFSAL_SAYISI*2)];esilk=esilk+size(et,1);

end

for j=2:size(Moment,2)

baslangic=[Rij_x(size(t,1),1:MAFSAL_SAYISI);Rij_x(size(t,1),MAFSAL_SAYISI+1:MAFS
AL_SAYISI*2)];Es_Ilk_Kon=[Es_x(size(et,1),1:MAFSAL_SAYISI);Es_x(size(et,1),MAFS
AL_SAYISI+1:MAFSAL_SAYISI*2)];t1=t2;t2=t1+Har_t(j);

[t,Rij_x]=ode45(@Duz_Rijid_Simulasyon_Denk,[t1:.01:t2],baslangic,tolerans);

Rijid_Sim_Deg(ilk:ilk+size(t,1)-1,:)= [t Rij_x]; ilk=ilk+size(t,1);Rij_Maf_Ivm=[];

for i=1:size(Rij_x,1)

```

```

Rij_Maf_Ivm(i,:)= inv(eval(Ivm_Rij_Atalet_Mat))*(Moment(:,j)-
eval(Ivm_Rij_Coriolis_Vek)-eval(Ivm_Rij_Ag_Kuv_Vek));

end;a=0;for k=1:size(t,1)-1

a=a+1;[et,Es_x]=ode45(@Duz_Esnek_Simulasyon_Denk,[t(k) t(k+1)],Es_Ilk_Kon,tolerans);

Esnek_Sim_Deg(esilk:esilk+size(et,1)-1,:)= [et Es_x];

Es_Ilk_Kon=[Es_x(size(et,1),1:MAFSAL_SAYISI)
Es_x(size(et,1),MAFSAL_SAYISI+1:MAFSAL_SAYISI*2)];esilk=esilk+size(et,1);

end

end

Rijid_Hareket_Degerleri;

function Rij_Har_Denk=Duz_Rijid_Simulasyon_Denk(t,Rij_x)

Rij_Har_Denk=zeros(MAFSAL_SAYISI*2,1);Rij_Har_Denk(1:MAFSAL_SAYISI)=Rij_x(
MAFSAL_SAYISI+1:MAFSAL_SAYISI*2);Rij_Har_Denk(MAFSAL_SAYISI+1:MAFSA
L_SAYISI*2)=inv(eval(Say_Rij_Atalet_Mat))*(Moment(:,j)-eval(Say_Rij_Coriolis_Vek)-
eval(Say_Rij_Ag_Kuv_Vek));

end

function Es_Har_Denk=Duz_Esnek_Simulasyon_Denk(et,Es_x)

Es_Har_Denk=zeros(MAFSAL_SAYISI*2,1);for a1=1:MAFSAL_SAYISI

if Uzuv_Cinsi(a1)==2

Es_x(MAFSAL_SAYISI+a1)=0;

end

end

Es_Har_Denk(1:MAFSAL_SAYISI) = Es_x(MAFSAL_SAYISI+1:MAFSAL_SAYISI*2);

Es_Har_Denk(MAFSAL_SAYISI+1:MAFSAL_SAYISI*2)=inv(eval(Say_Es_Atalet_Mat))*
(Moment(:,j)-eval(Say_Es_Coriolis_Vek)-eval(Say_Es_Ag_Kuv_Vek));

for b1=1:MAFSAL_SAYISI

```

```
if Uzuv_Cinsi(b1)==2
```

```
Es_Har_Denk(MAFSAL_SAYISI+b1)=0;
```

```
end
```

```
end
```

```
end
```

```
end
```

Ek 32 Rijid_Hareket_Degerleri Fonksiyonu

```

function Rijid_Hareket_Degerleri

global Rijid_Sim_Deg;global MAFSAL_SAYISI;global Say_L;global HDM_Carpim;global
Say_HDM_Carpim;global Es_Kon;global L;global Maf_Kon;global Ilk_Kon;global X;global
Y;global BasX;global BasY

X=zeros(size(Rijid_Sim_Deg,1),MAFSAL_SAYISI+1);Y=zeros(size(Rijid_Sim_Deg,1),MA
FSAL_SAYISI+1);BasX=zeros(1,MAFSAL_SAYISI+1);BasY=zeros(1,MAFSAL_SAYISI+
1);Say_HDM_Carpim=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1));Say_HDM_Carpim=HDM_Ca
rpim;for i=1:MAFSAL_SAYISI;

Say_HDM_Carpim(:)=strrep(char(Say_HDM_Carpim(:)),char(Es_Kon(i+1)),char('0'));Say_
HDM_Carpim(:)=strrep(char(Say_HDM_Carpim(:)),char(L(i)),char(Say_L(i)));Say_HDM_C
arpim(:)=strrep(char(Say_HDM_Carpim(:)),char(Maf_Kon(i)),char(['Rijid_Sim_Deg(i,',num2
str(i+1),')']));

end;for i=1:size(Rijid_Sim_Deg,1)

    for j=1:MAFSAL_SAYISI+1

        X(i,j)=eval(Say_HDM_Carpim(1,4,j));

        Y(i,j)=eval(Say_HDM_Carpim(2,4,j));

    end

end

Uzuv_Uc_Titresim_Genlikleri

```

Ek 33 Rijid_Hareket_Degerleri Fonksiyonu

```

function Uzuv_Uc_Titresim_Genlikleri

global Rijid_Sim_Deg;global Esnek_Sim_Deg;global MAFSAL_SAYISI;global
Say_L;global HDM_Carpim;global ESay_HDM_Carpim;global Es_Kon;global L;global
Maf_Kon;global Y;global Sim_Deg;global EY;

EY=zeros(size(Esnek_Sim_Deg,1),MAFSAL_SAYISI+1);

Sim_Deg=zeros(size(Esnek_Sim_Deg,1),MAFSAL_SAYISI+1);

ESay_HDM_Carpim=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYISI+1));

ESay_HDM_Carpim=HDM_Carpim;

for i=1:MAFSAL_SAYISI

ESay_HDM_Carpim(:)=strrep(char(ESay_HDM_Carpim(:)),char(Es_Kon(i+1)),char(['Esnek
_Sim_Deg(i,',num2str(i+1),')']));ESay_HDM_Carpim(:)=strrep(char(ESay_HDM_Carpim(:)),
char(L(i)),char(Say_L(i)));ESay_HDM_Carpim(:)=strrep(char(ESay_HDM_Carpim(:)),char(
Maf_Kon(i)),char(['Rijid_Sim_Deg(a,',num2str(i+1),')']));

end;a=1;for i=1:size(Esnek_Sim_Deg,1)

    for j=1:MAFSAL_SAYISI+1

        if Esnek_Sim_Deg(i,1)<=Rijid_Sim_Deg(a,1)

            elseif Esnek_Sim_Deg(i,1)-Rijid_Sim_Deg(a,1) < abs(Esnek_Sim_Deg(i,1)-
Rijid_Sim_Deg(a+1,1))

            else

                a=a+1;

            end

            EY(i,j)=eval(ESay_HDM_Carpim(2,4,j));

            Sim_Deg(i,j)=EY(i,j)-Y(a,j);

        end

    end;Cizimler;

```

Ek 34 Cizimler Fonksiyonu

```
function Cizimler
```

```
Ana_Sekil1 = figure('Color',[0.8 0.8 0.8],'Name','Sonuçlar', 'NumberTitle','off',  
'PaperPosition',[18 180 576 432], 'PaperType','A4', 'PaperUnits','points', 'Position',[750 400  
270 350], 'Resize','off', 'Tag','Fig1', 'ToolBar','none', 'MenuBar','none');
```

```
Rij = uicontrol('Parent',Ana_Sekil1, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75],  
'FontSize',11, 'Callback','Rijid_Denklemelerin_Gosterimi', 'ListboxTop',0, 'Position',[50 220  
110 21], 'String','Rijid Denklemler', 'Tag','Pushbutton1');
```

```
Es = uicontrol('Parent',Ana_Sekil1, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75],  
'FontSize',11, 'Callback','Elastik_Denklemelerin_Gosterimi', 'ListboxTop',0, 'Position',[50 170  
110 21], 'String','Elastik Denklemler', 'Tag','Pushbutton1');
```

```
Ani = uicontrol('Parent',Ana_Sekil1, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75],  
'Callback','Hareket_Animasyon', 'FontSize',11,'ListboxTop',0, 'Position',[50 120 110 21],  
'String','Hareket Animasyon', 'Tag','Pushbutton2');
```

```
Sim = uicontrol('Parent',Ana_Sekil1, 'Units','points', 'BackgroundColor',[0.75 0.75 0.75],  
'FontSize',11, 'Callback','Simulasyon_Cizim', 'ListboxTop',0, 'Position',[50 70 110 21],  
'String','Titresim Genlikleri', 'Tag','Pushbutton1
```

Ek 35 Rijid_Denklemelerin_Gosterimi Fonksiyonu

```
function Rijid_Denklemlerin_Gosterimi

global MAFSAL_SAYISI;global Sem_Rij_Atalet_Mat;global Sem_Rij_Coriolis_Vek;global
Sem_Rij_Ag_Kuv_Vek;disp('Rijid kabul altında dinamik denklem')

for i=1:MAFSAL_SAYISI

    for j=1:MAFSAL_SAYISI

        sprintf('Atalet Matrisi(%d,%d)=%s',i,j,char(Sem_Rij_Atalet_Mat(i,j)))

    end

end

for j=1:MAFSAL_SAYISI

    sprintf('Cori. ve Merk. Kuv. Vektörü(%d)=%s',j,char(Sem_Rij_Coriolis_Vek(j)))

end

for j=1:MAFSAL_SAYISI

    sprintf('Ağırlık Mom. Vektörü(%d)=%s',j,char(Sem_Rij_Ag_Kuv_Vek(j)))

end
```

Ek 36 Elastik_Denklemelerin_Gosterimi Fonksiyonu

```

function Elastik_Denklemelerin_Gosterimi

global MAFSAL_SAYISI

global Sem_Es_Atalet_Mat

global Sem_Es_Coriolis_Vek

global Sem_Es_Ag_Kuv_Vek

disp('Elastik kabul altında dinamik denklem')

for i=1:MAFSAL_SAYISI

    for j=1:MAFSAL_SAYISI

        sprintf('Atalet Matrisi(%d,%d)=%s',i,j,char(Sem_Es_Atalet_Mat(i,j)))

    end

end

for j=1:MAFSAL_SAYISI

    sprintf('Cori. ve Merk. Kuv. Vektörü(%d)=%s',j,char(Sem_Es_Coriolis_Vek(j)))

end

for j=1:MAFSAL_SAYISI

    sprintf('Ağırlık Mom. Vektörü(%d)=%s',j,char(Sem_Es_Ag_Kuv_Vek(j)))

end

```

Ek 37 Hareket_Animasyon Fonksiyonu

```

function Hareket_Animasyon

global Rijid_Sim_Deg;global MAFSAL_SAYISI;global Say_L;global HDM_Carpim;global
Say_HDM_Carpim;global Es_Kon;global L;global Maf_Kon;global X;global Y;BOY=0;

for i=1:MAFSAL_SAYISI;BOY=BOY+Say_L(i);

end;BOY=double(BOY*1000);figure;xlabel('X Ekseni');ylabel('Y Ekseni');grid on;

X1=-BOY;X2=BOY;Y1=-BOY;Y2=BOY;axis([X1      X2      Y1      Y2]);hold
on;renk(:, :, 1)=[0,0,0];%'black';renk(:, :, 2)=[1,0,0];%'red';renk(:, :, 3)=[0,0,1];%'blue';renk(:,
 :, 4)=[1,0,1];%'magenta';renk(:, :, 5)=[0,1,0];%'green';renk(:, :, 6)=[0,1,1];%'cyan';renk(:, :, 7
 )=[1,1,0];%'yellow';X=zeros(size(Rijid_Sim_Deg,1),MAFSAL_SAYISI+1);Y=zeros(size(Rij
 id_Sim_Deg,1),MAFSAL_SAYISI+1);Say_HDM_Carpim=sym(zeros(4,4,MAFSAL_SAYIS
 I+1));Say_HDM_Carpim=HDM_Carpim;for i=1:MAFSAL_SAYISI

Say_HDM_Carpim(:)=strrep(char(Say_HDM_Carpim(:)),char(Es_Kon(i+1)),char('0'));Say_
HDM_Carpim(:)=strrep(char(Say_HDM_Carpim(:)),char(L(i)),char(Say_L(i)));Say_HDM_C
arpim(:)=strrep(char(Say_HDM_Carpim(:)),char(Maf_Kon(i)),char(['Rijid_Sim_Deg(i,',num2
str(i+1),')']));

end;for i=1:size(Rijid_Sim_Deg,1);for j=1:MAFSAL_SAYISI+1

X(i,j)=eval(Say_HDM_Carpim(1,4,j)); Y(i,j)=eval(Say_HDM_Carpim(2,4,j));

end

end;for i=1:size(X,1)

cla;for      j=1:MAFSAL_SAYISI;line([X(i,j)*1000      X(i,j+1)*1000],[Y(i,j)*1000
Y(i,j+1)*1000],'color',renk(:, :, j)); pause(0.01)

end

end

```

Ek 38 Titresim_Genlikleri_Cizim Fonksiyonu

```

function Titresim_Genlikleri_Cizim

global Esnek_Sim_Deg;global MAFSAL_SAYISI;global Sim_Deg

% renk paleti tanımlanıyor. En fazla 7 mafsalsal için

renk(:, :, :, 1)=[0,0,0];%'black';

renk(:, :, :, 2)=[1,0,0];%'red';

renk(:, :, :, 3)=[0,0,1];%'blue';

renk(:, :, :, 4)=[1,0,1];%'magenta';

renk(:, :, :, 5)=[0,1,0];%'green';

renk(:, :, :, 6)=[0,1,1];%'cyan';

renk(:, :, :, 7)=[1,1,0];%'yellow';

figure;

hold on;

for i=1:MAFSAL_SAYISI

    subplot(MAFSAL_SAYISI,1,i);

    grid on;

    plot(Esnek_Sim_Deg(1:size(Esnek_Sim_Deg),1),Sim_Deg(1:size(Esnek_Sim_Deg),i+1),'color', renk(:, :, :, i));

    xlabel('Zaman (s)')

    ylabel([num2str(i), ' .Uzgun Uc Titresim Genligi (m)'])

end

```

ÖZGEÇMİŞİ

Doğum tarihi	20.08.1967	
Doğum yeri	Sakarya	
Lise	1981-1984	Kartal Endüstri Meslek Lisesi Makina Ressamlık Bölümü
Ön Lisans	1984-1986	Dokuz Eylül Üniversitesi İzmir Meslek Yük. Ok. Makina Resim Konstrüksiyon Bölümü
Lisans	1988-1993	Yıldız Teknik Üniversitesi Mühendislik Fak. Makina Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	1993-1996	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Mak. Müh. Anabilim Dalı Konstrüksiyon Programı

Çalıştığı kurumlar

1984-1984	Parsan Makine Parçaları San. A. Ş.
1986-1988	KGM Aşırı Makine San. Tic. A. Ş.
1995-Devam ediyor	İstanbul Gaz Dağıtım San. Tic. A. Ş.