

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ÖN GERİLMELİ TABAKA İLE ÖRTÜLMÜŞ ÖN
GERİLMELİ YARI DÜZLEMDE GENELLEŞTİRİLMİŞ
RAYLEIGH DALGALARININ DİSPERSİYONU**

-139795-

Mat. Yük. Müh. Müslüm ÖZİŞİK

**F.B.E Matematik Mühendisliği Anabilim Dalında
Hazırlanan**

DOKTORA TEZİ

Tez Savunma Tarihi : 09 Mayıs 2003
Tez Danışmanı : Prof. Dr. Surkay D. AKBAROV (YTÜ.)
Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Esin İNAN (IŞIK ÜNİV.)
: Prof. Dr. Mehmet BAKİOĞLU (İTÜ)
: Prof. Dr. Mehmet BAYRAMOĞLU (YTÜ)
: Prof. Tahir ŞİŞMAN (YTÜ)

[Handwritten signatures and initials]

İSTANBUL, 2003

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
ŞEKİL LİSTESİ	iv
ÇİZELGE LİSTESİ	x
ÖNSÖZ.....	xi
ÖZET	xii
ABSTRACT	xiii
1. GİRİŞ.....	14
1.1 Elastisite Teorisinin Dinamik Problemleri Hakkında Ön Bilgiler.....	14
1.2 Ön Gerilmeli Ortamlarda Dalga Yayılımı ve Dalga Yayılımına Ait Araştırmaların Kısa Özeti	15
1.3 Konunun Gerekliliği ve Güncelliği	21
1.4 Yapılan Araştırmaların Amaçları	22
2. TABAKA İLE ÖRTÜLMÜŞ YARI DÜZLEMDE GENELLEŞTİRİLMİŞ RAYLEIGH DALGALARININ YAYILMASI VE DİSPERSİYONU	23
2.1 Problemin Matematiksel Formülasyonu ve Analitik Çözümü	23
2.2 Tabaka İle Yarı Düzlem Arasında İdeal ve İdeal Olmayan Temas Koşulları Çerçevesinde Dispersiyon Denklemlerinin Elde Edilmesi.....	26
2.3 Farklı Malzeme Çiftleri İçin Dispersiyon Eğrilerinin Elde Edilmesi, Karşılaştırılması ve Temas Koşullarının İdeal Olmaması Durumunun Dispersiyon Eğrilerine Etkisinin İncelenmesi	30
3. LİNEER ELASTİK VE ÖN GERİLMELİ TABAKA İLE ÖRTÜLMÜŞ ÖN GERİLMELİ YARI DÜZLEMDE GENELLEŞTİRİLMİŞ RAYLEIGH DALGALARININ DİSPERSİYONU	36
3.1 Problemin Matematiksel Formülasyonu.....	36
3.2 İdeal ve İdeal Olmayan Temas Koşulları Çerçevesinde Uygun Analitik Çözümlerin Bulunması ve Dispersiyon Denklemlerinin Elde Edilmesi	43
3.3 Farklı Malzeme Çiftleri İçin Dispersiyon Eğrilerinin Elde Edilmesi ve Ön Gerilmelerin Bu Eğrilere Etkisinin İncelenmesi.....	48
4. ÜÇÜNCÜ MERTEBEDEN ELASTİK SABİTLERİN ÖN GERİLMELİ TABAKA İLE ÖRTÜLÜ ÖN GERİLMELİ YARI DÜZLEMDEKİ GENELLEŞTİRİLMİŞ RAYLEIGH DALGALARININ DİSPERSİYONUNA ETKİSİ.....	66
4.1 Problemin Matematiksel Formülasyonu. Bünye Denklemlerinin Murnaghan	

	Potansiyeli İle Yazılımı.	66
4.2	İdeal ve İdeal Olmayan Temas Koşulları Çerçevesinde Dispersiyon Denklemlerinin Elde Edilmesi.....	69
4.3	Farklı Malzeme Çiftleri İçin Üçüncü Mertebeden Olan Elastik Sabitlerin Ön Gerilmeli Tabaka İle Örtülü Ön Gerilmeli Yarı Düzlemde Genelleştirilmiş Rayleigh Dalgalarının Dispersiyonuna Etkisinin İncelenmesi	75
5.	SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRİLMESİ	119
	KAYNAKLAR.....	121
	ÖZGEÇMİŞ.....	126



ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1	Ön gerilmesiz durumda dalga yayılımı incelenen ortam.....	23
Şekil 2.2	Poisson malzemesi için ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde elde edilen dispersiyon eğrileri ($\psi^{(1)} = \psi^{(2)} = 0$).....	31
Şekil 2.3	Bronz – Çelik malzeme çifti için ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde elde edilen dispersiyon eğrileri ($\psi^{(1)} = \psi^{(2)} = 0$).....	33
Şekil 2.4	Akrilik plastik – Çelik malzeme çifti için ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde elde edilen dispersiyon eğrileri ($\psi^{(1)} = \psi^{(2)} = 0$).....	34
Şekil 2.5	Pirinç59 – Çelik malzeme çifti için ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde elde edilen dispersiyon eğrileri ($\psi^{(1)} = \psi^{(2)} = 0$).....	34
Şekil 3.1	Dalga yayılımı incelenen ortam	36
Şekil 3.2a	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	50
Şekil 3.2b	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	50
Şekil 3.2c	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	51
Şekil 3.2d	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	51
Şekil 3.3a	Pirinç59 –Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	52
Şekil 3.3b	Pirinç59 –Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	52
Şekil 3.3c	Pirinç59 –Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	53
Şekil 3.3d	Pirinç59 –Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	53
Şekil 3.4a	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	54
Şekil 3.4b	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	54
Şekil 3.4c	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	55
Şekil 3.4d	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	55
Şekil 3.5a	Akrilik Plastik-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	56
Şekil 3.5b	Akrilik Plastik-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	56

Şekil 3.5c	Akrilik Plastik-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	57
Şekil 3.5d	Akrilik Plastik-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	57
Şekil 3.6a	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	59
Şekil 3.6b	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	59
Şekil 3.6c	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	60
Şekil 3.6d	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	60
Şekil 3.7a	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	61
Şekil 3.7b	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	61
Şekil 3.7c	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	62
Şekil 3.7d	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	62
Şekil 3.8a	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	63
Şekil 3.8b	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	63
Şekil 3.8c	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	64
Şekil 3.8d	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	64
Şekil 4.1a	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	77
Şekil 4.1b	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	77
Şekil 4.1c	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	78
Şekil 4.1d	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	78
Şekil 4.2a	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	79
Şekil 4.2b	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	79

Şekil 4.2c	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	80
Şekil 4.2d	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	80
Şekil 4.3a	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	81
Şekil 4.3b	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	81
Şekil 4.3c	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	82
Şekil 4.3d	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	82
Şekil 4.4a	Akrilik plastik-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	83
Şekil 4.4b	Akrilik plastik-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	83
Şekil 4.4c	Akrilik plastik-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	84
Şekil 4.4d	Akrilik plastik-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	84
Şekil 4.5a	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	87
Şekil 4.5b	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	87
Şekil 4.5c	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	88
Şekil 4.5d	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	88
Şekil 4.6a	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	89
Şekil 4.6b	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	89
Şekil 4.6c	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	90
Şekil 4.6d	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	90
Şekil 4.7a	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	91
Şekil 4.7b	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	91

Şekil 4.7c	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	92
Şekil 4.7d	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	92
Şekil 4.8a	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	93
Şekil 4.8b	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	94
Şekil 4.8c	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	94
Şekil 4.8d	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	95
Şekil 4.9a	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0025$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	95
Şekil 4.9b	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0025$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	96
Şekil 4.9c	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0025$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	96
Şekil 4.9d	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0025$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	97
Şekil 4.10a	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0050$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	97
Şekil 4.10b	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0050$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	98
Şekil 4.10c	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0050$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	98
Şekil 4.10d	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0050$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	99
Şekil 4.11a	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.010$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	99
Şekil 4.11b	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.010$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	100
Şekil 4.11c	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.010$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	100
Şekil 4.11d	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.010$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	101
Şekil 4.12a	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	101
Şekil 4.12b	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	102

Şekil 4.12c	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	102
Şekil 4.12d	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	103
Şekil 4.13a	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0025$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	103
Şekil 4.13b	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0025$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	104
Şekil 4.13c	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0025$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	104
Şekil 4.13d	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0025$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	105
Şekil 4.14a	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0050$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	105
Şekil 4.14b	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0050$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	106
Şekil 4.14c	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0050$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	106
Şekil 4.14d	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0050$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	107
Şekil 4.15a	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.010$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	107
Şekil 4.15b	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.010$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	108
Şekil 4.15c	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.010$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	108
Şekil 4.15d	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.010$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	109
Şekil 4.16a	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	109
Şekil 4.16b	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	110
Şekil 4.16c	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	110
Şekil 4.16d	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	111
Şekil 4.17a	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	113
Şekil 4.17b	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	113

Şekil 4.17c	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	114
Şekil 4.17d	Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	114
Şekil 4.18a	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	115
Şekil 4.18b	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	115
Şekil 4.18c	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	116
Şekil 4.18d	Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	116
Şekil 4.19a	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri.....	117
Şekil 4.19b	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri	117
Şekil 4.19c	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	118
Şekil 4.19d	Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri	118

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 2.1 Tabaka ve yarı düzleme ait malzemelerin mekanik özellikleri	33
Çizelge 4.1 Tabaka ve yarı düzlem malzemelerinin mekanik özelliklerine ve üçüncü mertebeden elastisite sabitlerine ait değerler	76



ÖNSÖZ

Bu çalışmada, lineer elastik ve ön gerilmeli tabaka ile örtülü lineer elastik ve ön gerilmeli yarı düzlemde elastisite teorisinin doğrusallaştırılmış üç boyutlu denklemleri kullanılarak ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının dispersiyonu ve bu dispersiyon eğrilerine üçüncü mertebeden elastisite sabitlerinin etkisi incelenmiştir.

Bu çalışmayı yöneten ve çalışma boyunca karşılaştığım problemlerin çözümünde her türlü yardımı esirgemeyen danışman hocam Sayın Prof. Dr. Surkay D. AKBAROV'a içten teşekkür ederim.

Ayrıca maddi ve manevi destekleriyle bana yardımcı olan sevgili eşim Nazife ÖZİŞİK'a ve aileme, ailemize 9 Kasım 2001 tarihinde katılan ve çalışmalarına yeni bir heyecan katan biricik kızım Selin'e teşekkür ederim.

Mayıs, 2003



ÖZET

Bilindiği üzere ön gerilmeler yapı elemanlarında farklı birçok nedenlerden dolayı oluşabilmektedir. Bu ön gerilmelerin oluştuğu ortamların dalga yayılımına etkisinin incelenmesi teorik ve uygulama açısından çok önemlidir. Tez kapsamında yapılan araştırmalar, genel olarak ön gerilmeli tabakalı ortamlardaki dalga yayılımına bu ön gerilmelerin etkisinin incelenmesine aittir. Yapılan çalışmaların özel konusu ise ön gerilmeli tabaka ile örtülü ön gerilmeli yarı düzlemdeki genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının dispersiyonudur. Bu incelemeler aşağıdaki durumlarda yapılmıştır:

Birinci durumda lineer elastik malzemeden yapılmış bir tabaka ile örtülü lineer elastik malzemeden yapılmış yarı düzlemde tabaka ve düzlemde ön gerilmelerin olmadığı durum ele alınarak genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının dispersiyonu incelenmiştir. Bu inceleme parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde klasik lineer elastisite teorisi uygulanarak ideal ve ideal olmayan temas koşulları durumunda yapılmış Tolstoy ve Usdin (1953), Achenbach ve Epstein (1967) ve Eringen ve Şuhubi (1975b) kaynaklarında elde edilen sonuçlar tekrar elde edilmiştir. Söz konusu problem ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde de ele alınmıştır. Sayısal sonuçlar birçok malzeme çifti için yapılmıştır.

İkinci durumda lineer elastik malzemeden yapılmış ön gerilmeli tabaka ile örtülü yine lineer elastik malzemeden yapılmış ön gerilmeli yarı düzlemde ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının dispersiyonu parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde üç boyutlu doğrusallaştırılmış dalga teorisi denklemleri kullanılarak incelenmiştir.

Üçüncü durumda ise lineer olmayan elastik malzemeden yapılmış ön gerilmeli tabaka ile örtülü yine lineer olmayan elastik malzemeden yapılmış ön gerilmeli yarı düzlemde ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının dispersiyonu parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde üç boyutlu doğrusallaştırılmış dalga teorisi denklemleri kullanılarak incelenmiştir. Bu durumda Murnaghan potansiyeli ile verilen üçüncü mertebeden olan elastisite sabitlerinin genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının yayılımına olan etkisi değişik problem parametreleri çerçevesinde incelenmiştir.

Yapılan çalışmalarda elde edilen sonuçların özel durumlarda bilinen sonuçlarla ve fiziksel görüşlerle çakıştığı gösterilmiştir. Ön gerilmeli durumlara ait olan sonuçlar ise ilk kez bu tez kapsamında elde edilmiştir.

Anahtar kelimeler: Dalga yayılımı, dispersiyon, üçüncü mertebeden elastik sabitler, ön gerilme, parçalı homojen cisim modeli, genelleştirilmiş Rayleigh dalgaları

ABSTRACT

As it is known initial stress can occur in construction materials for many reasons. Investigations of the effect of those kind of stresses on wave propagation is very important in theory and application. The studies made in the thesis is about the effect of initial stresses on wave dispersion in medium with prestressed layer. Particularly in this study we deal with the dispersion of the generalized Rayleigh waves on prestressed plane covered with prestressed layer.

In the first case, the dispersion of the generalized Rayleigh waves in the half plane, which is made of linear elastic medium and covered with a linear elastic layer has been investigated without any prestress in the layer and half plane. The piecewise homogeneous body model has been used and classical linear elasticity theory has been applied. The results obtained by Tolstoy and Usdin (1953), Achenbach and Epstein (1967), Eringen and Suhubi (1975b) has obtained again and the previous problem was taken into consideration by using complete and incomplete contact conditions.

In the second case, by using the piecewise homogeneous body model, the dispersion of the generalized Rayleigh wave in the half plane, which is made of prestressed linear elastic medium and covered with a prestressed linear elastic layer has been investigated under complete and incomplete contact conditions.

In the third case, by using the piecewise homogeneous body model, the dispersion of the generalized Rayleigh wave in the half plane, which is made of prestressed non-linear elastic medium and covered with a prestressed non-linear elastic layer has been investigated under complete and incomplete contact conditions. In this case, the effects of the third order elasticity constants, which are given by Murnaghan potentials, on the generalized Rayleigh wave propagation have been investigated.

The results obtained comply with certain physical realities. The results for the prestressed cases are obtained firstly.

Key words : Wave propagation, dispersion, the third order elastic constants, prestress, piecewise homogeneous body model, generalized Rayleigh waves

1. GİRİŞ

Bu bölümde tezde yapılan araştırmalara ait bazı ön bilgiler verilmektedir. Bu bilgiler elastisite teorisinin dinamik problemlerine ait olup onların sınıflandırılmasını ve çözüm tekniklerini içermektedir. Daha sonra ön gerilmeli elastik ortamlarda dalga yayılımı problemleri hakkında bazı ön bilgiler ve bu yönde yapılan araştırmaların kısa özeti verilmektedir. Yapılan bu özetlemeden yola çıkılarak tez konusunun gerekliliği ve güncelliği açıklanmakta, tezde yapılan araştırmaların amaçları belirlenmektedir.

1.1 Elastisite Teorisinin Dinamik Problemleri Hakkında Ön Bilgiler

Elastisite teorisinin dinamik problemleri denildiğinde elastik bir ortamda dış etkilere dolayı meydana gelen bir olayda atalet kuvvetlerinin etkisini göz önüne alınarak oluşturulan problemler anlaşılmaktadır. Bu tür olaylarla güncel hayatımızda bile çok sık olarak karşılaşmaktadır. Bundan başka çağdaş teknolojinin öyle bir branşı yoktur ki (uçak sanayi, gemi sanayi, makine ve kimya sanayi vs.) elastisite teorisinin dinamik problemleriyle çok sık karşılaşılmasın. Dolayısıyla elastisite teorisinin dinamik problemlerinin deneysel ve teorik açıdan araştırılmasının gerekliliği ve güncelliği şüphesizdir.

Genel olarak adı geçen dinamik problemlerinin birçok açıdan sınıflandırılması yapılmaktadır. İlk olarak bu problemler *daimi* (steady-state) ve *daimi olmayan* (unsteady-state) dinamik problemleri adı altında iki kısma ayrılmaktadır. Daimi dinamik problemleri denildiğinde, araştırılan olayı belirten büyüklüklerin açık biçimde zamandan bağımsız olduğu kabul edilmektedir. Yani bu büyüklüklerin değerlerine olayın başlama anındaki (başlangıç koşullarının) değerlerinin etkisi göz önüne alınmamaktadır.

Daimi olmayan dinamik problemleri denildiğinde ise adı geçen başlangıç koşullarının aranan büyüklüklere olan etkisi göz önüne alınmaktadır. Daimi dinamik olaylarda araştırılan büyüklüklerin zamana göre kısmi türevleri sıfır, daimi olmayan dinamik olaylarda ise aranan büyüklüklerin zamana göre kısmi türevleri sıfırdan farklı olmak zorundadır.

Dalga yayılımının dispersiyonuna, elastik dalgaların saçılmasına ve elastik cisimlerden yapılmış yapı elemanlarının titreşimine ait problemler elastisite teorisinin daimi dinamik problemlerine örnek olarak verilebilir.

Elastisite teorisinin daimi olmayan dinamik problemlerine ise, elastik bir ortama veya elastik bir cisimden yapılmış yapı elemanına yapılmış dış darbeden hemen sonra oluşan olayları başlangıç koşullarını da göz önüne alarak yapılan araştırmalara ait problemler örnek olarak

verilebilir.

Söylenenler hakkında detaylı bilgiler Love (1944), Eringen ve Şuhubi (1975a; 1975b) vs. gibi kitaplarda verilmekte ve ilgili araştırmaların sonuçları yorumlanmaktadır.

Elastisite teorisinin dinamik problemleri, lineer ve lineer olmayan problemler olarak da iki kısma ayrılır. Elastisite teorisinin lineer problemleri, ele alınan dinamik bir olayın elastisite teorisinin lineer olan denklemlerinin kullanılmasıyla incelenen problemleridir. Dinamik bir olayın matematiksel modellenmesinin fiziksel veya geometrik açıdan herhangi bir lineer olmayan bağıntıyı gerektirmesi durumunda elastisite teorisinin lineer olmayan problemleri ortaya çıkmaktadır.

Tarihsel açıdan elastisite teorisinin dinamik problemleri XX. yüzyılın 30'lu, 40'lı yıllarında yoğun bir biçimde incelenmeye başlanmıştır. Bunun nedeni uçak sanayinin inkişafı ve üretiminin büyümesi, bununla birlikte karşılaşılan uygun dinamik problemlerinin incelenmesiyle ilgilidir. Elastisite teorisinin dinamik problemlerine olan ilgi XX.yüzyılın sonlarına doğru daha da büyük önem kazanmıştır. Bu ise ışık dalgalarının elastik ortamda yayılmasıyla ilgili olan fiziksel görüşlere açıklık getirme nedenlerinden doğmuştur. Şimdiki durumda yukarıda adı geçen sınıflandırmaların her bir dalında yoğun bir biçimde araştırmalar devam ettirilmektedir. Söylenenler dünya çapında belirli olan bilimsel dergilerde yayınlanan araştırma makalelerinin ve kitapların içeriklerinin incelenmesi ile kolayca ispat edilebilir. Bundan başka adı geçen bu incelemeler son zamanlarda yeni alanları da içermektedir. Bu alanlardan en önemli ve güncel olanlardan birisi, ön gerilmeli elastik ortamlara ait dinamik problemlerdir. Gerçekte ön gerilmeli elastik ortamlardaki dinamik problemler lineer olmayan dinamik olaylar kapsamında değerlendirilebilir.

Tez kapsamında yapılan araştırmalar esasen ön gerilmeli elastik ortamlardaki dinamik olaylara ait olduğundan bu konuyla ilgili araştırmaların özetinin daha detaylı ele alınmasına geçelim.

1.2 Ön Gerilmeli Ortamlarda Dalga Yayılımı ve Dalga Yayılımına Ait Araştırmaların Kısa Özeti

Bilindiği üzere yapı elemanlarındaki ön gerilmeler bu elemanların hazırlanması veya montajı esnasında farklı nedenlerden dolayı oluşabilmektedir. Bundan başka yerin farklı katmanlarında geostatik ve geodinamik etkiler sonucunda da ön gerilmeler ortaya çıkmaktadır. Ön gerilmelerin yoğun bir şekilde karşılaşıldığı diğer bir alan ise kompozit

malzemelerdir. Bu malzemelerin hazırlanmasında uygulanan teknolojik prosedürler sonucunda da ön gerilmeler oluşmaktadır. Görüldüğü gibi ön gerilmelerin karşılaştığı alanların spektrumu çok geniştir. Dolayısıyla ön gerilmeli ortamlarda dalga yayılımına ait bilimsel araştırmaların sonuçlarının uygulama alanları da çok geniştir.

Ön gerilmeli ortamlardaki dinamiksel problemlerin klasik elastisite teorisi çerçevesinde incelenemeyeceğini belirtmek gerekir. Bu yüzden adı geçen durumlarda yeni tür matematiksel modellemenin uygulanması zorunludur. Şimdiye kadar bu konuda çok sayıda bilimsel araştırmalar yapılmıştır. Hatta Cauchy XIX.yüzyılın 20'li yıllarında ön gerilmeli cisimler için elastisite teorisi oluşturmaya çaba göstermiştir. Bu konu hakkında Love (1944) kitabında, Belward (1976) vs. makalelerinde de bilgi verilmektedir. Bu yüzden ön gerilmeli ortamlardaki dinamik problemlere ait bazı araştırmalarda (örneğin Wagh D.K. (1969, 1970, 1972a, 1972b, 1974) “Cauchy’s initial stress” kavramı kullanılmaktadır.

Bir önceki alt bölümde yapılan sınıflandırma çerçevesinde ön gerilmeli ortamlara ait dinamik problemlerin özetlenmesini ele alırsak, şimdiye kadar esasen daimi dinamik problemlerin incelendiğini söyleyebiliriz. Bu problemler, ön gerilmelerin ait oldukları ortamda yayılan elastik dalgaların yayılmalarına olan etkisinin incelenmesidir. Bu incelemelerin önemi güncel hayatta karşılaşılan bazı olaylardan da (örneğin telin titreşimine ön gerilmenin etkisi nedeniyle oluşan ses tonlarının değişimi vs) açıkça görülmektedir.

Bu yüzden ön gerilmeli ortamlardaki elastik dalgaların yayılmasına ön gerilmelerin etkisinin incelenmesi problemleri teorik ve uygulama açısından güncel ve de gereklidir.

Yukarıda belirtildiği gibi bu araştırmalar ya sonsuz ortamlardaki dalga yayılımına ön gerilmelerin etkisini ya da sonlu veya yarı sonlu, sonsuz çok fazlı ortamlarda yayılan dalgaların dispersiyonuna ön gerilmelerin etkisini inceleme amacını taşımaktadır. Ön gerilmelerin dinamik yüklemekten dolayı elastik cisimde ortaya çıkan gerilmelere olan etkisini inceleyen araştırmalar ise kısıtlı sayıda olup Payton (1969), Guz ve Koshman (1980), Koshman (1980a; 1980b), Palinchuk ve Polyakova (1982), Akbarov ve Özaydın (2001a; 2001b) makalelerinde yapılmıştır. Bu nedenle aşağıda verilen özetle bu araştırmalar üzerinde durmayacağız.

Ön gerilmeli ortamlarda dalga yayılımının incelenmesi, ön gerilmelerin dalga yayılımından dolayı oluşan gerilmelerden çok çok büyük olması koşulu çerçevesinde yapılmıştır. Bu koşul, lineer olmayan dinamik olayların doğrusallaştırma yoluyla elde edilen lineer denklemler çerçevesinde incelenmesine imkan sağlamaktadır. Böylece ön gerilmeli ortamlarda dalga

yayılımı probleminin incelenmesi doğrusallaştırılmış dalga yayılımı teorileri çerçevesinde yapılmıştır. Adı geçen doğrusallaştırılmış teoriler iki tür yaklaşım çerçevesinde uygulanmaktadır.

Birinci tür yaklaşım yaklaşık hipotezlerin uygulanması ile iki ve üç boyutlu problemlerin sırasıyla tek ve iki boyutlu problemlere dönüştürülmesi ile gerçekleştirilir. Bu teoriler *yaklaşık doğrusallaştırılmış teoriler* olarak adlandırılırlar ve bunların uygulanmasında problem boyutlarının küçültülmesi için Kirkov-Love, Timoshenko, Reddy, Kromm, vs. gibi yaklaşık kiriş, plak ve kabuk teorileri uygulanır.

İkinci tür yaklaşımda ise uygun problemlerin incelenebilmesi için kesin üç boyutlu doğrusallaştırılmış teoriler uygulanmaktadır. Bu teoriler literatürde *ön gerilmeli ortamlarda dalga yayılımının üç boyutlu doğrusallaştırılmış teorileri* olarak adlandırılırlar. İleride biz bu teorileri kısaca *üç boyutlu doğrusallaştırılmış dalga teorisi* diye de adlandıracağız. Bu teoriler uygulandığında hiçbir yardımcı hipotezden yararlanılmamakta ve yukarıda adı geçen koşulu (ön gerilmelerin değerce dalga yayılımından dolayı oluşan gerilmelerden çok çok büyük olması koşulu) göz önüne alınarak sürekli ortamlar mekaniğinin kesin doğrusal olmayan üç boyutlu denklemleri doğrusallaştırılarak (Green v.d. (1952), Guz v.d. (1970) çalışmalarında olduğu gibi) uygun matematiksel modellemeler yapılmaktadır. Bu alanda ilk teşebbüsleri Green (1961), Hayes ve Rivlin (1961), Stroh (1962), Thurston ve Brugger (1964), Şuhubi (1965), Demiray ve Şuhubi (1970) çalışmaları oluşturmaktadır.

Bundan başka ön gerilmeli ortamlarda dalga yayılımı problemleri, ön gerilmenin karakterine göre de sınıflandırılmaktadır.

Bazı kaynaklarda (örneğin Krener (1965)) ortamdaki ön gerilmenin dislokasyonlardan vs. gibi olaylardan dolayı ortaya çıktığı için ön gerilmelerle dalga yayılımından dolayı oluşan şekil değiştirme durumları farklı modellerle verilmektedir. Diğer birçok kaynaklarda ise ön gerilmelerin ve dalga yayılımından dolayı oluşan gerilme şekil değiştirme durumunun aynı model çerçevesinde verildiği kabul edilmektedir.

İkinci tür araştırmalarda ön gerilmelerin homojen olduğu da varsayılmaktadır. Tez kapsamında yapılan araştırmalar da üç boyutlu doğrusallaştırılmış dalga teorisi çerçevesinde yapıldığından ve ikinci tür olduğundan bu yönde ilgisi olan bazı araştırmaların kısa özetini ele alalım. Bu özetlemeyi Rayleigh, Stoneley, Love ve Lamb vs. dalgaları üzerinde ayrı ayrı yapalım.

Rayleigh Dalgaları. Düzlem Problemleri

Bu dalgaların yayılması, düzlemdeki düzlem şekil değiştirme durumunda ele alınmakta ve dalgaların ox_1 eksenine yönünde yayıldığı varsayılmaktadır. (Şekil 2.1) Ayrıca düzlemin $x_2 = 0$ sınırında hiçbir dış etkinin olmadığı da varsayılır. Dalga yayılımı $\sigma_{11}^0 = \text{sabit} \neq 0$, $\sigma_{12}^0 = 0$, $\sigma_{22}^0 = 0$ ön gerilmesi verildiğinde incelenmektedir. Burada σ_{11}^0 ve σ_{22}^0 sırasıyla ox_1 ve ox_2 eksenleri yönündeki normal öngerilmeleri, σ_{12}^0 ise $x_1 = \text{sabit}$ kesitlerindeki kayma ön gerilmelerini göstermektedir. Belirtilen durumda Rayleigh dalgalarının yayılımına ön gerilmelerin etkisi Wagh (1972a; 1972b, 1974), Makhort (1975), Hirao vd. (1980), Nurjumayev (1982), Husson vd. (1984, 1985), Guz (1995a; 1995b) vs araştırmalarda verilmektedir.

Ön gerilmeli yarı düzlemde Rayleigh dalgalarına ait diğer birçok araştırmaların listesi Guz (2002) makalesinde gösterilmiştir. Bu araştırmaların sonuçları geniş bir biçimde Guz (1986a; 1986b) kitaplarında açıklanmaktadır. Bundan başka metal ve alaşımlarında oluşan Rayleigh dalgaları için elde edilen sayısal sonuçlar Guz ve Makhort (2000) makalesinde yorumlanmaktadır.

Bu araştırma sonuçlarından görüldüğü gibi lineer elastik ortamlarda $\sigma_{11}^0 > 0$, ($\sigma_{11}^0 < 0$) olduğunda ön gerilme dalga yayılımı hızını artırmaktadır (azaltmaktadır). Bundan başka elastisite bağıntıları Murnaghan potansiyeli ile verilen bazı lineer olmayan elastik malzemeler için de bu sonucun geçerli olduğu gösterilmiştir.

Stoneley Dalgaları. Düzlem Problemleri

Bu dalgalar x_1ox_2 düzleminde oluşan düzlem şekil değiştirme durumunda incelenir ve dalgaların ox_1 eksenine yönünde yayıldığı varsayılır. $x_2 = 0$ düzleminin iki farklı malzemenin ortak sınırı olduğu varsayılır. Bu koşullar çerçevesinde her bir yarı düzlemde yukarıda Rayleigh dalgaları örneğinde verilen ön gerilmelerin varlığı kabul edilir ve bu gerilmelerin Stoneley dalgalarının yayılma hızına olan etkisi incelenir. Bilindiği üzere Stoneley dalgaları her tür malzeme çifti için oluşmamaktadır. Bu dalgaların oluşması için alt ve üst yarı düzlem malzemelerinin mekanik özelliklerinin belirli kısıtlamaları sağlaması gerekmektedir. Açık ki ön gerilmelerin varlığı bu kısıtlama sınırlarına da belirli bir etki gösterecektir. Ele alınan duruma ait araştırmalar birçok makalede (örneğin Chadwick (1979a, 1979b), Zuk (1980),

Barnett vd. (1985), Dowaikh ve Ogdem (1991)) verilmektedir. Ön gerilmeli iki yarı düzlem sınırında Stoneley dalgalarının yayılmasına ait daha birçok çalışmanın listesi Guz (2002) makalesinde verilmektedir. Bu araştırmaların sonuçlarının yorumlanması ve açıklanması Guz (1986 a; 1986b) kitaplarında yapılmıştır.

Love Dalgaları

Bilindiği üzere (Love (1944)) bu dalgalar, tabaka ile örtülü yarı düzlemde oluşmaktadır. Bu durumda araştırmalar x_1ox_2 düzleminde yapılır ve dalga'nın yayılması ox_1 eksen yönünde olur. Tabaka ve yarı düzlemde sadece x_1ox_2 düzlemine dik yönde olan yerdeğiştirmenin var olduğu kabul edilir. Tabakanın kalınlığı h diye kabul edilir ve ox_1x_2 koordinat takımının başlangıcı tabaka ile yarı düzlemin ara düzleminde yerleştirilirse, $x_2 = 0$ 'da ideal temas koşullarının, $x_2 = h$ 'de ise tabakaya hiçbir dış etkinin olmamasını belirten koşulların sağlandığı kabul edilir. Bu durumlarda elde edilen sonuçlar Willson A.J. (1975), Guz (1978), Chattopadhyay A. ve Kar B.K (1981)'de verilmektedir.

Dairesel Silindirik Ara Yüzeyleri Boyunca Yayılan Rayleigh Dalgaları

Ön gerilmemiş durumda yani klasik Rayleigh dalgalarının daireysel silindirik yüzeyler boyunca yayılması Viktorov (1966) kitabında incelenmiştir. Ön gerilmeli durumda ise bu tür dalgaların yayılması Babich (1975, 1976a; 1976b), Guz (1995b) vs. araştırmalarında ele alınmıştır. Bu araştırmalarda Rayleigh dalgalarının yayılması daireysel silindirik yüzeye homojen yayılı normal yükle etki edildiğinde incelenmiştir. Bütün araştırmalarda aksenal simetri hali ele alınmıştır. Bu araştırmalar sonucunda ön gerilmeler dalga boyunca etki ettiğinde çekme ön gerilmesi dalga'nın hızını artırdığı, basınç ön gerilmesinin ise dalga'nın hızını azalttığı tespit edilmiştir. Bundan başka adı geçen basınç ön gerilmeleri değerce yüzeysel stabilite kaybına karşılık gelen kritik kuvvetlere eşit olduğunda söz konusu dalgaların yayılma hızının sıfıra eşit olduğu da gösterilmiştir. Uygun açıklamalar Guz (1986a; 1986b) kitaplarında geniş bir biçimde ayrıca verilmiştir.

Lamb ve SH Dalgaları

Lamb dalgaları denildiğinde düzlem şekil değiştirme durumunda sonsuz şeritte yayılan normal dalgalar anlaşılmaktadır. SH dalgaları denildiğinde ise düzlemsel olmayan şekil değiştirme (anti plain deformation) durumunda yukarıda adı geçen şeritte yayılan normal dalgalar göz önüne alınmaktadır. Açıktır ki SH dalgaları sadece şerit düzlemine dik yöndeki yerdeğiştirmelerle belirlenmektedir.

Lamb ve SH dalgalarının dispersiyonuna diğer bir deyişle yayılma hızına ön gerilmelerin etkisini inceleyen araştırmalar Wagh (1972a; 1972b) ve Wilson (1973a; 1973b), Guz vd., (1974; 1976), Zuk (1975, 1977), makalelerinde yapılmıştır. Ön gerilmemiş durumda uygun problemlerin incelenmesi yukarıda adı geçen Viktorov (1966) kitabında verilmiştir.

Bu araştırmalardan elde edilen en önemli sonuçlardan birisi, ön gerilmelerin kritik frekansların değerini değiştirmesidir. Ön gerilmelerin etkisi modun büyümesi ile büyümektedir. Bunlarla birlikte bu araştırmalar sonucunda kritik frekans etrafında ön gerilmelerin dalga yayılım hızına önemli bir biçimde etki göstermediği belirlenmiştir. Bu ve daha başka diğer sonuçlar Guz (1986a; 1986b) kitaplarında daha geniş bir biçimde açıklanmaktadır.

Kompozit Malzemelerde Dalga Yayılımı

Kompozit malzemelerin karakteristik özelliklerinden birisi de onlarda ön gerilmelerin olmasıdır. Bu ön gerilmeler kompozit malzemelerin hazırlanmasında kullanılan teknolojik prosedürler sonucunda oluşur ve birçok durumda kompozit malzemelerin mekaniksel davranışlarına önemli bir biçimde etki gösterir.

Eğer burada tek yönlü lifli ve çok katlı kompozit malzemeleri ele alırsak aşağıdakileri söyleyebiliriz:

Üç boyutlu dalga yayılımı teorisi uygulanarak, parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde tek yönlü lifli kompozitler için dalga yayılımı teorisi geliştirilmiş ve esaslandırılmıştır. Ancak bu yönde şimdiye kadar hiçbir somut sayısal sonuç elde edilmemiştir.

Çok katlı kompozitler için ise şunları söyleyebiliriz:

Şimdiye kadar yapılan araştırmalarda periyodik yapıya sahip kompozitler ele alınmıştır. Bu araştırmalar parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde yapılmış ve ön gerilmelerin birçok durumlarda dalga yayılımı hızına olan etkisi açıklanmıştır. Bu araştırmalara örnek olarak Le Minh'in (1976, 1981), Rogerson ve Sandiford (2000) vs makalelerini göstermek mümkündür.

Görüldüğü gibi şimdiye kadar ön gerilmeli çok katlı kompozitlerde de dalga yayılımı hakkında çok fazla araştırma yapılmamıştır.

Bu özetlemeyle tez konusuna ait yapılan araştırmaları bitiriyoruz. Ön gerilmeli ortamlarda dalga yayılımına ait araştırmaların daha geniş bir biçimde özetlenmesi Guz (2002) makalesinde yer almaktadır.

Yukarıda adı geçen araştırmalarda elde edilen sonuçlardan görüldüğü gibi ön gerilmelerin dalga yayılımı hızına etkisi değer bakımından genelde çok küçüktür. (%1'lerle gösterilmektedir.) Ancak buna bakmayarak bu etkinin göz önüne alınması önemli pratik uygulamalara yol açmaktadır. Bu uygulamalardan en önemlisi ise yapı elemanlarındaki ön gerilmeleri veya gerilmeleri tahribatsız ultrasonik yöntemlerle (Benson ve Raelson (1959), Kino vd. (1979), Jassby ve Rishoni (1983), Mase ve Johnson (1987), Guz (1992, 1996a; 1996b),) belirlemektir. Böyle bir uygulamanın gerçekleştirilebilmesi için yüksek hassasiyetli cihazların geliştirilmesi zorunludur. Söylenenler hakkında geniş bilgi ve ön gerilmeli ortamlarda dalga yayılımı hakkında elde edilen sonuçların uygulanmasına ait araştırmaların geniş özeti Guz ve Makhort (2000) makalesinde verilmektedir.

Söylenilen nedenlerden dolayı ön gerilmeli ortamlarda dalga yayılımının incelenmesi pratik açıdan da çok büyük önem taşımaktadır.

Yukarıda yapılan özetlemeden görüldüğü gibi şimdiye kadar ön gerilmeli çok katlı ortamlarda yayılan yüzeysel dalgalara ön gerilmelerin etkisi incelenmemiştir.

Tez kapsamında yapılan araştırmalar, bu yönde olan ilk teşebbüs ve çabaları oluşturmaktadır.

1.3 Konunun Gerekliliği ve Güncelliği

Bu çalışmanın konusu, düzlem şekil değiştirme durumunda parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde, doğrusallaştırılmış üç boyutlu dalga yayılımı denklemleri kullanarak ön gerilmeli tabaka ile örtülü ön gerilmeli yarı düzlemde yayılan genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının dispersiyonuna ön gerilmelerin etkisinin incelenmesi olup, hem teorik hem de uygulama açısından önemlidir.

Tez kapsamında hem lineer elastik hem de mekanik özellikleri Murnaghan potansiyeli ile belirlenen lineer olmayan cisimler için araştırmalar yapılmıştır. Böylece tez konusu, malzemenin mekaniksel özelliklerinin adı geçen dalga yayılımına olan etkisinin incelenmesi açısından da ilginçtir. Tez çalışmasını gerekli kılan bir başka neden ise genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının dispersiyonunun incelenmesinin farklı temas koşulları (ideal ve ideal olmayan temas koşulları) çerçevesinde yapılmış olmasıdır.

Günümüzde kompozit malzemelerin yaygın bir şekilde kullanılması ve ön gerilmelerin dalga yayılımına olan etkisinin yukarıda belirtilen uygulamaları tez konusunun güncelliğini açıkça ortaya koymaktadır.

1.4 Yapılan Araştırmaların Amaçları

Bu çalışmada yapılan araştırmaların amaçları aşağıda özetlenmiştir:

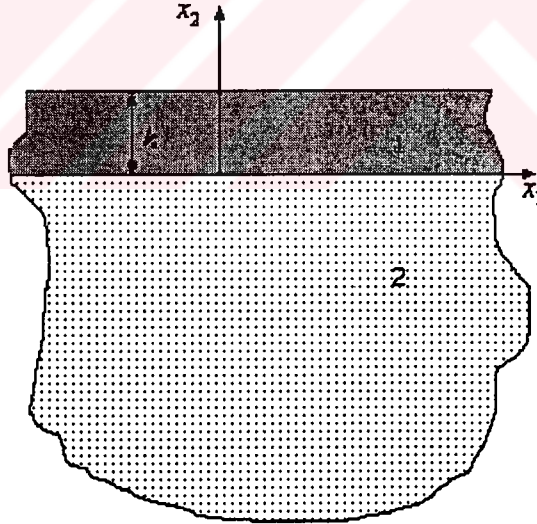
1. Parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde üç boyutlu doğrusallaştırılmış dalga teorisi denklemleri uygulanarak lineer elastik malzemeden oluşmuş ön gerilmeli tabaka ile örtülü lineer elastik malzemeden oluşmuş ön gerilmeli yarı düzlemde geliştirilmiş Rayleigh dalgalarının dispersiyonunun ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde incelenmesi.
2. Parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde üç boyutlu doğrusallaştırılmış dalga teorisi denklemleri uygulanarak Murnaghan potansiyeli ile belirlenen lineer olmayan elastik malzemeden oluşturulmuş ön gerilmeli tabaka ile örtülü ve yine Murnaghan potansiyeli ile belirlenen lineer olmayan elastik malzemeden oluşturulmuş ön gerilmeli yarı düzlemde geliştirilmiş Rayleigh dalgalarının dispersiyonunun ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde incelenmesi.
3. 1.'de yapılan çalışmaların özel hali olarak, yani ön gerilmesiz durumu ele alarak parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde klasik lineer elastisite teorisi uygulayarak tabaka ile örtülü yarı düzlemde geliştirilmiş Rayleigh dalgalarının dispersiyonuna ait Tolstoy ve Usdin (1953), Achenbach ve Epstein (1967)'nin elde ettiği sonuçların ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde farklı lineer elastik malzeme çiftleri için tekrar elde edilmesi ve geliştirilmesi.
4. 1. ve 2.'de gösterilen durumlara ait problemlerin ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde matematiksel formülasyonunun yapılması..
5. Yukarıda adı geçen her bir duruma ait dispersiyon denklemlerinin elde edilmesi ve bu denklemlerin çözülmesi için gereken algoritma ve programlamaların yapılması.
6. Farklı malzeme çiftleri ve ön gerilme değerleri için sayısal sonuçların elde edilmesi ve yorumlanması.

2. TABAKA İLE ÖRTÜLMÜŞ YARI DÜZLEMDE GENELLEŞTİRİLMİŞ RAYLEIGH DALGALARININ YAYILMASI VE DİSPERSİYONU

Bu bölümde, tabaka ile örtülmüş yarı düzlemde genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının yayılması problemi Tolstoy ve Usdin (1953), Eringen ve Şuhubi (1975b) kaynaklarında olduğu gibi (klasik durum) tekrar ele alınmaktadır. Bu kaynaklarda incelenen durumdan farklı olarak tabaka ve yarı düzlem arasında ideal olmayan temas koşulları durumu da incelenmiştir. Bundan başka birçok malzeme çiftleri için genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının dispersiyon eğrileri elde edilmiştir. Böylece bu bölümde elde edilen yeni sonuçlar, temas koşullarının ideal olmaması ve çeşitli malzeme çiftleri için dispersiyon eğrilerinin elde edilmesiyle belirlenmektedir. Araştırılan problemler klasik elastisite teorisinin hareket denklemlerinin parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde incelenmiştir.

2.1 Problemin Matematiksel Formülasyonu ve Analitik Çözümü

Tolstoy ve Usdin (1953), Eringen ve Şuhubi (1975b) kaynaklarında olduğu gibi kalınlığı h olan sonsuz bir tabaka ile örtülü yarı düzlemi ele alalım. (Şekil 2.1)



Şekil 2.1 Ön gerilmesiz durumda dalga yayılımı incelenen ortam

Başlangıcı, yarı düzlem ve tabaka ara düzleminde yerleşen ve ox_1 eksenini bu ara düzlem üzerinde Şekil 2.1’de gösterildiği gibi yönelen Kartezyen koordinat takımı seçelim. Söylenenlerden ve Şekil 2.1’den görüldüğü gibi tabaka $\{-\infty < x_1 < +\infty, 0 \leq x_2 \leq h\}$ alanını, yarı düzlem ise $\{-\infty < x_1 < +\infty, -\infty < x_2 \leq 0\}$ alanını kapsamaktadır. İleride tabakaya ait

büyüklikleri üst (1), yarı düzleme ait büyüklikleri ise üst (2) indisi ile göstereceğiz.

Tabaka ve yarı düzlemin kapsadığı alanların her birinde ayrı ayrı (parçalı homojen cisim modeli uyarınca) elastisite teorisinin klasik hareket denklemleri yani

$$\begin{aligned}\frac{\partial \sigma_{11}^{(m)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}^{(m)}}{\partial x_2} &= \rho^{(m)} \frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \sigma_{12}^{(m)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}^{(m)}}{\partial x_2} &= \rho^{(m)} \frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial t^2}.\end{aligned}\quad (2.1)$$

denklemleri sağlanmaktadır. Burada $\sigma_{ij}^{(m)}$ 'ler ($i,j,m=1,2$) gerilme tansörünün bileşenlerini,

$u_i^{(m)}$ 'ler yer değiştirme vektör bileşenlerini, $\rho^{(m)}$ ise malzeme yoğunluğunu göstermektedir.

Tabaka ve yarı düzlem malzemelerinin lineer elastik, homojen ve izotrop olduklarını varsayalım. Bu durumda şekil değiştirme tansör bileşenleriyle gerilme tansörü bileşenleri arasındaki bağıntıların aşağıdaki biçimde olduğunu kabul edelim.

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^{(m)} &= \lambda^{(m)} \theta^{(m)} + 2\mu^{(m)} \varepsilon_{11}^{(m)}, \quad \sigma_{22}^{(m)} = \lambda^{(m)} \theta^{(m)} + 2\mu^{(m)} \varepsilon_{22}^{(m)}, \quad \sigma_{12}^{(m)} = 2\mu^{(m)} \varepsilon_{12}^{(m)}, \\ \theta^{(m)} &= \varepsilon_{11}^{(m)} + \varepsilon_{22}^{(m)}\end{aligned}\quad (2.2)$$

Burada $\varepsilon_{ij}^{(m)}$ 'ler şekil değiştirme tansör bileşenlerini, $\lambda^{(m)}$ ve $\mu^{(m)}$ ise malzemenin mekanik sabitlerini (Lame sabitleri) göstermektedir. (2.1) ve (2.2) denklemlerinden başka, şekil değiştirme tansör bileşenleri ile yer değiştirme vektör bileşenleri arasındaki

$$\varepsilon_{11}^{(m)} = \frac{\partial u_1^{(m)}}{\partial x_1}, \quad \varepsilon_{22}^{(m)} = \frac{\partial u_2^{(m)}}{\partial x_2}, \quad \varepsilon_{12}^{(m)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_1^{(m)}}{\partial x_2} + \frac{\partial u_2^{(m)}}{\partial x_1} \right).\quad (2.3)$$

bağıntılarının olduğunu da varsayalım.

Yukarıda verilenlerden anlaşılacağı üzere (2.1)-(2.3) denklemleri kapalı bir takım oluşturmaktadır ve bu takım elastisite teorisinin düzlem şekil değiştirme durumuna karşılık gelmektedir. Bir kez daha belirtelim ki, bu denklem takımı aynı zamanda (üst (1) indisi ile) tabakanın ve (üst (2) indisi ile) yarı düzlemin kapsadığı alanda alınır ve ayrı ayrı sağlanmaktadır. İleride tabaka ve yarı düzlem arasındaki sınırda iki tür temas koşulunun

sağlandığını varsayacağız.

Birinci durumda tabaka ve yarı düzlem arasında ideal temas koşullarının oluştuğunu varsayarak bu koşulları aşağıdaki gibi yazacağız.

$$u_i^{(1)}|_{x_2=0} = u_i^{(2)}|_{x_2=0}, \quad \sigma_{i2}^{(1)}|_{x_2=0} = \sigma_{i2}^{(2)}|_{x_2=0}. \quad (2.4)$$

İkinci durumda ise tabaka ve yarı düzlem arasında

$$u_2^{(1)}|_{x_2=0} = u_2^{(2)}|_{x_2=0}, \quad \sigma_{22}^{(1)}|_{x_2=0} = \sigma_{22}^{(2)}|_{x_2=0}, \quad \sigma_{12}^{(1)}|_{x_2=0} = 0, \quad \sigma_{12}^{(2)}|_{x_2=0} = 0. \quad (2.5)$$

biçiminde verilen ideal olmayan temas koşullarının sağlandığını varsayacağız. Bunlardan başka tabakanın üst düzleminde hiçbir dış etki olmaması koşulunu aşağıdaki gibi belirteceğiz.

$$\sigma_{i2}^{(1)}|_{x_2=h} = 0. \quad (2.6)$$

Genelleştirilmiş Rayleigh dalgaları tanımı gereğince aşağıdaki sönüm koşullarının sağlandığını da kabul edelim.

$$\sigma_{ij}^{(2)} \xrightarrow{x_2 \rightarrow -\infty} 0, \quad u_i^{(2)} \xrightarrow{x_2 \rightarrow -\infty} 0. \quad (2.7)$$

Böylece (2.1)-(2.7) ile bu bölümde ele alınan problemlerin matematiksel formülasyonu yapılmış olmaktadır. Bir kez daha belirtelim ki, (2.1)-(2.4), (2.6), (2.7) durumunda genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının incelenmesi Tolstoy ve Usdin (1953) yapılmıştır.

Bu bölümdeki amacımız ele alınan tabakalı yarı düzlemde ox_1 eksen yönünde yayılan ve $\exp(i(kx_1 - \omega t))$ çarpanı ile belirtilen yüzeysel dalgaların (2.1)-(2.7) denklem ve sınır koşulları çerçevesinde incelenmesidir.

Bu incelemelerin yapılması için ise (2.1)-(2.7)'ye dahil olan bütün büyüklükler

$$\{\sigma_{ij}^{(m)}, \epsilon_{ij}^{(m)}, u_i^{(m)}\} = \{\bar{\sigma}_{ij}^{(m)}, \bar{\epsilon}_{ij}^{(m)}, \bar{u}_i^{(m)}\} \cdot \exp(i(kx_1 - \omega t)). \quad (2.8)$$

biçiminde gösterilerek (2.1)-(2.7)'den $c = \frac{\omega}{k}$ ve k arasındaki bağıntıyı bulmak için öz değer problemi elde edilir. Burada $1/k$ dalga boyunu, ω dalganın frekansını, c ise dalganın faz hızını göstermektedir.

2.2 Tabaka İle Yarı Düzlem Arasında İdeal ve İdeal Olmayan Temas Koşulları

Çerçevesinde Dispersiyon Denklemlerinin Elde Edilmesi

Bir önceki alt bölümde adı geçen öz değer probleminin denklem ve sınır koşullarının elde edilmesi ve buradan da uygun dispersiyon denklemlerinin çıkarılmasının gerektirdiği işlemleri yapalım. İlerideki işlemlerin basit olması için (2.8) gösterilimini aşağıdaki gösterilimle değiştirelim.

$$\begin{aligned} u_1^{(m)} &= \bar{u}_1^{(m)} \sin(kx_1 - \omega t), \quad u_2^{(m)} = \bar{u}_2^{(m)} \cos(kx_1 - \omega t), \\ \sigma_{11}^{(m)} &= \bar{\sigma}_{11}^{(m)} \cos(kx_1 - \omega t), \quad \sigma_{22}^{(m)} = \bar{\sigma}_{22}^{(m)} \cos(kx_1 - \omega t), \\ \sigma_{12}^{(m)} &= \bar{\sigma}_{12}^{(m)} \sin(kx_1 - \omega t). \end{aligned} \quad (2.9)$$

(2.8) gösterilimlerinin (2.9) gösterimleri ile yer değiştirmesi elde edilen sonuçlara hiçbir etki göstermemektedir.

Şimdi elastisite teorisinin dinamik problemleri için kullanılan gösterimleri, ele aldığımız düzlem şekil değiştirme durumunda aşağıdaki gibi yazalım.

$$u_1^{(m)} = \frac{\partial \varphi^{(m)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \psi^{(m)}}{\partial x_2}, \quad u_2^{(m)} = \frac{\partial \varphi^{(m)}}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi^{(m)}}{\partial x_1}. \quad (2.10)$$

(2.10)'daki $\varphi^{(m)}$ ve $\psi^{(m)}$ fonksiyonları aşağıdaki denklemleri sağlamaktadır.

$$\Delta \varphi^{(m)} = \frac{1}{(c_1^{(m)})^2} \frac{\partial^2 \varphi^{(m)}}{\partial t^2}, \quad \Delta \psi^{(m)} = \frac{1}{(c_2^{(m)})^2} \frac{\partial^2 \psi^{(m)}}{\partial t^2}. \quad (2.11)$$

Burada

$$c_1^{(m)} = \sqrt{\frac{\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}}{\rho^{(m)}}}, \quad c_2^{(m)} = \sqrt{\frac{\mu^{(m)}}{\rho^{(m)}}}. \quad (2.12)$$

gibi belirlenir ve m. malzemedeki sırasıyla boyuna ve enine yayılan dalgaların hızını göstermektedir.

(2.9) ve (2.10) ifadelerini göz önüne alırsak aşağıdakileri yazabiliriz.

$$\varphi^{(m)} = \varphi_0^{(m)}(x_2)\cos(kx_1 - \omega t), \quad \psi^{(m)} = \psi_0^{(m)}(x_2)\sin(kx_1 - \omega t). \quad (2.13)$$

(2.13)'deki gösterilimleri (2.11)'de yerine yazarsak $\varphi_0^{(m)}$ ve $\psi_0^{(m)}$ için sırasıyla aşağıdaki denklemleri elde ederiz.

$$\frac{\partial^2 \varphi_0^{(m)}}{\partial (kx_2)^2} + \left(\frac{c^2}{(c_1^{(m)})^2} - 1 \right) \varphi_0^{(m)} = 0, \quad \frac{\partial^2 \psi_0^{(m)}}{\partial (kx_2)^2} + \left(\frac{c^2}{(c_2^{(m)})^2} - 1 \right) \psi_0^{(m)} = 0. \quad (2.14)$$

(2.14) denklemlerinin çözümünü

$$c_2^{(1)} < c_1^{(1)} < c < c_2^{(2)} < c_1^{(2)}. \quad (2.15)$$

durumu için aşağıdaki şekilde elde ederiz.

$$\begin{aligned} \varphi_0^{(1)} &= A_1^{(1)} \exp(ikp_1^{(1)}x_2) + A_2^{(1)} \exp(-ikp_1^{(1)}x_2), \\ \psi_0^{(1)} &= B_1^{(1)} \exp(ikp_2^{(1)}x_2) + B_2^{(1)} \exp(-ikp_2^{(1)}x_2), \\ \varphi_0^{(2)} &= C_1^{(2)} \exp(kq_1^{(2)}x_2), \\ \psi_0^{(2)} &= D_1^{(2)} \exp(kq_2^{(2)}x_2). \end{aligned} \quad (2.16)$$

Burada $A_1^{(1)}, A_2^{(1)}, B_1^{(1)}, B_2^{(1)}, C_1^{(2)}$ ve $D_1^{(2)}$ bilinmeyen sabitlerdir. Bundan başka (2.16) da aşağıdaki işaretlemeler kabul edilmiştir.

$$p_1^{(1)} = \frac{c}{c_1^{(1)}}, \quad p_2^{(1)} = \frac{c}{c_2^{(1)}}, \quad q_1^{(2)} = \left(1 - \frac{c^2}{(c_1^{(2)})^2} \right)^{1/2}, \quad q_2^{(2)} = \left(1 - \frac{c^2}{(c_2^{(2)})^2} \right)^{1/2} \quad (2.17)$$

(2.15) koşullarından $c_2^{(2)} < c_1^{(2)}$ ve $c_2^{(1)} < c_1^{(1)}$ eşitsizliklerinin sağlanması $c_2^{(m)}$ ve $c_1^{(m)}$ lerin (2.12)'deki tanımı gereğince yazılmaktadır. (2.7) sönüm koşulunun sağlanması ise $c < c_2^{(2)}$ eşitsizliğini gerektirmektedir. $c_2^{(1)} < c$ olması durumu ise genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının yukarıda birkaç kez adı geçen kaynaklardaki tanımı gereğince ortaya çıkmaktadır.

Şimdi (2.16) ifadelerini göz önüne alarak (2.13), (2.3), (2.2)'den elde edilen uygun ifadeleri

((2.4)-(2.6) koşullarında yerine yazarsak ((2.4) ve (2.6)'dan ideal temas koşulları için, (2.5) ve (2.6)'dan ise ideal olmayan temas koşulları için) (2.16)'ya dahil olan $A_1^{(1)}, A_2^{(1)}, B_1^{(1)}, B_2^{(1)}, C_1^{(2)}$ ve $D_1^{(2)}$ bilinmeyen sabitleri için lineer homojen cebirsel denklemler takımı elde ederiz. Bu takımın sıfırdan farklı çözümünün olması onun bilinmeyenlerden oluşan katsayılar determinantının sıfıra eşit olmasını gerektirir. Bu eşitlik ise dispersiyon denklemini oluşturur. Belirtelim ki adı geçen determinant 6x6 boyutundadır ve bu determinant

$$\det \|\alpha_{ij}\| = 0, \quad i,j=1,2,3,4,5,6. \quad (2.18)$$

biçiminde yazılabilir.

(2.18)'deki α_{ij} 'lerin ifadelerini ideal temas koşulları ((2.4)) için;

$$\alpha_{11} = -1, \quad \alpha_{12} = 0, \quad \alpha_{13} = 0, \quad \alpha_{14} = R_2, \quad \alpha_{15} = 1, \quad \alpha_{16} = -M_2$$

$$\alpha_{21} = 0, \quad \alpha_{22} = R_1, \quad \alpha_{23} = -1, \quad \alpha_{24} = 0, \quad \alpha_{25} = -M_1, \quad \alpha_{26} = 1$$

$$\alpha_{31} = -\left(1 + R_1^2 + 2R_1^2 \frac{\mu^{(1)}}{\lambda^{(1)}}\right) \frac{\lambda^{(1)}}{\mu^{(2)}}, \quad \alpha_{32} = 0, \quad \alpha_{33} = 0, \quad \alpha_{34} = -2R_2 \frac{\mu^{(1)}}{\mu^{(2)}},$$

$$\alpha_{35} = -\left(\frac{\lambda^{(2)}}{\mu^{(2)}}(M_1^2 - 1) + 2M_1^2\right), \quad \alpha_{36} = 2M_2$$

$$\alpha_{41} = 0, \quad \alpha_{42} = -2R_1 \frac{\mu^{(1)}}{\mu^{(2)}}, \quad \alpha_{43} = (1 - R_2^2) \frac{\mu^{(1)}}{\mu^{(2)}}, \quad \alpha_{44} = 0, \quad \alpha_{45} = 2M_1, \quad \alpha_{46} = -(1 + M_2^2)$$

$$\alpha_{51} = -\left(1 + R_1^2 + 2R_1^2 \frac{\mu^{(1)}}{\lambda^{(1)}}\right) \frac{\lambda^{(1)}}{\mu^{(1)}} \cos(R_1 h), \quad \alpha_{52} = -\left(1 + R_1^2 + 2R_1^2 \frac{\mu^{(1)}}{\lambda^{(1)}}\right) \frac{\lambda^{(1)}}{\mu^{(1)}} \sin(R_1 h),$$

$$\alpha_{53} = 2R_2 \sin(R_2 h), \quad \alpha_{54} = -2R_2 \cos(R_2 h), \quad \alpha_{55} = 0, \quad \alpha_{56} = 0$$

$$\alpha_{61} = 2R_1 \sin(R_1 h), \quad \alpha_{62} = -2R_1 \cos(R_1 h), \quad \alpha_{63} = (1 - R_2^2) \cos(R_2 h),$$

$$\alpha_{64} = (1 - R_2^2) \sin(R_2 h), \quad \alpha_{65} = 0, \quad \alpha_{66} = 0 \quad (2.19)$$

olarak, ideal olmayan temas koşulları ((2.5)) için ise:

$$\alpha_{11} = 0, \alpha_{12} = -2R_1, \alpha_{13} = 1 - R_2^2, \alpha_{14} = 0, \alpha_{15} = 0, \alpha_{16} = 0$$

$$\alpha_{21} = 0, \alpha_{22} = R_1, \alpha_{23} = -1, \alpha_{24} = 0, \alpha_{25} = -M_1, \alpha_{26} = 1$$

$$\alpha_{31} = -\left(1 + R_1^2 + 2R_1^2 \frac{\mu^{(1)}}{\lambda^{(1)}}\right) \frac{\lambda^{(1)}}{\mu^{(2)}}, \alpha_{32} = 0, \alpha_{33} = 0, \alpha_{34} = -2R_2 \frac{\mu^{(1)}}{\mu^{(2)}},$$

$$\alpha_{35} = -\left(\frac{\lambda^{(2)}}{\mu^{(2)}}(M_1^2 - 1) + 2M_1^2\right), \alpha_{36} = 2M_2$$

$$\alpha_{41} = 0, \alpha_{42} = 0, \alpha_{43} = 0, \alpha_{44} = 0, \alpha_{45} = 2M_1, \alpha_{46} = -(1 + M_2^2)$$

$$\alpha_{51} = -\left(1 + R_1^2 + 2R_1^2 \frac{\mu^{(1)}}{\lambda^{(1)}}\right) \frac{\lambda^{(1)}}{\mu^{(1)}} \cos(R_1 h), \alpha_{52} = -\left(1 + R_1^2 + 2R_1^2 \frac{\mu^{(1)}}{\lambda^{(1)}}\right) \frac{\lambda^{(1)}}{\mu^{(1)}} \sin(R_1 h),$$

$$\alpha_{53} = 2R_2 \sin(R_2 h), \alpha_{54} = -2R_2 \cos(R_2 h), \alpha_{55} = 0, \alpha_{56} = 0$$

$$\alpha_{61} = 2R_1 \sin(R_1 h), \alpha_{62} = -2R_1 \cos(R_1 h), \alpha_{63} = (1 - R_2^2) \cos(R_2 h),$$

$$\alpha_{64} = (1 - R_2^2) \sin(R_2 h), \alpha_{65} = 0, \alpha_{66} = 0 \quad (2.20)$$

olarak elde ederiz.

(2.19) ve (2.20) ile verilen katsayılarda

$$R_1 = \sqrt{\left(\frac{c}{c_1^{(1)}}\right)^2 - 1}, \quad R_2 = \sqrt{\left(\frac{c}{c_2^{(1)}}\right)^2 - 1}, \quad M_1 = \sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_1^{(2)}}\right)^2}, \quad M_2 = \sqrt{1 - \left(\frac{c}{c_2^{(2)}}\right)^2} \quad (2.21)$$

tanımlamaları kullanılmıştır.

Böylece bu bölümde incelenen durumlara ait dispersiyon denklemleri (2.18)-(2.20) biçiminde elde edilmiş olur.

2.3 Farklı Malzeme Çiftleri İçin Dispersiyon Eğrilerinin Elde Edilmesi, Karşılaştırılması ve Temas Koşullarının İdeal Olmaması Durumunun Dispersiyon Eğrilerine Etkisinin İncelenmesi

İlk önce (2.18) dispersiyon denkleminin sayısal olarak çözülmesinin gerektirdiği algoritma üzerinde duralım. Bir önceki kısımda verilen ifadelerden görüldüğü gibi (2.18) dispersiyon denkleminin belirttiği determinantın terimleri olan α_{ij} 'ler kh , $c = \omega/k$, $\lambda^{(1)}$, $\lambda^{(2)}$, $\mu^{(1)}$, $\mu^{(2)}$, $\rho^{(1)}$ ve $\rho^{(2)}$ parametrelerine bağlıdır. Burada kh ve c 'nin dışındaki diğer parametreler tabaka ve yarı düzlem malzemelerinin mekanik özelliklerini ($\lambda^{(m)}$, $\mu^{(m)}$ -Lame sabitleri, $\rho^{(m)}$ - malzemenin yoğunluğu, $m=1,2$) göstermektedir. Dolayısıyla

$$\alpha_{ij} = \alpha_{ij}(kh, c, \lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}, \mu^{(1)}, \mu^{(2)}, \rho^{(1)}, \rho^{(2)}). \quad (2.22)$$

biçiminde yazılabilmektedir. (2.22)'ye göre (2.18) dispersiyon denklemini aşağıdaki biçimde yazabiliriz.

$$\det \left\| \alpha_{ij}(kh, c, \lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}, \mu^{(1)}, \mu^{(2)}, \rho^{(1)}, \rho^{(2)}) \right\| = 0. \quad (2.23)$$

Görüldüğü gibi (2.23) dispersiyon denklemine dahil olan parametrelerden kh ve c hariç hepsi önceden verilmektedir. Dolayısıyla (2.23) denkleminde bilinmeyenler kh ve c 'dir. Burada kh boyutsuz dalga boyunu, c ise bu dalgaların faz hızını göstermektedir. Bilindiği üzere eğer yayılan dalgaların faz hızı dalga boyundan bağımsızsa bu tür dalgalara *dispersiyonu olmayan* (veya dispersif olmayan) dalgalar denilmektedir. Aksi taktirde, yani dalga yayılımının faz hızı dalga boyuna bağımlı ise bu tür dalgalara *dispersif dalgalar* denilmektedir. Söylenen klasik tanıma göre yarı düzlemde yayılan adi Rayleigh dalgaları (lineer elastik ve izotrop ortamda) dispersif olmayan dalgalardır. Genelleştirilmiş Rayleigh dalgaları ise (yani Tolstoy ve Usdin (1953), Achenbach ve Epstein (1967), Eringen ve Şuhubi (1975b) ve bu tezde ele alınan dalgalar) dispersif dalgalardır.

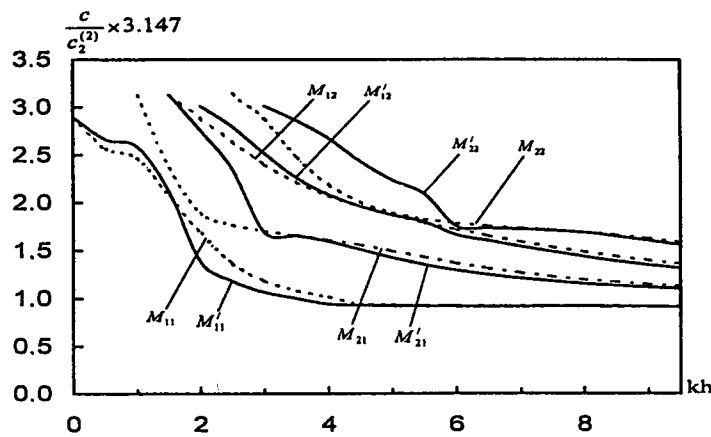
Şimdi (2.23) dispersiyon denkleminin çözüm tekniğini ele alalım. Yukarıda söylendiği gibi bu denklemde kh ve c bilinmeyenlerdir. Denklemin çözülmesi için aşağıdaki algoritma uygulanmaktadır.

kh parametresine başlangıçta değer verilerek (2.23) denklemindeki c 'nin (2.15) eşitsizliğini

sağlaması koşuluyla (2.23) denklemini sağlayan değeri aranır. Bu değeri bulmak için c 'ye (2.15) eşitsizliğini sağlayacak şekilde ve mümkün olduğunca en küçük olan sınırdan başlayarak değerler verilir ve seçilenler için (2.23) denkleminin sol tarafındaki determinantın işareti bulunur. c 'nin seçilen değerleri birbirinden küçük artımlarla farklılaştırılır. Eğer adı geçen determinantın c 'nin ardışık gelen iki değerindeki işaretleri farklı ise (2.23) denkleminin bu aralıkta kökünün olduğunu varsayıp ve adım büyüklüğünü küçülterek istenen hassasiyet çerçevesinde bu kök bulunur. Daha sonra kh 'a başka bir değer verip yine yukarıdaki işlemler tekrar edilir. Böylece kh değerlerine bağımlı olarak dalganın c faz hızı bulunmuş olur. Yukarıdaki tanımlara göre eğer farklı kh değerleri için farklı c 'ler bulursak dalga dispersive dalgadır. Eğer farklı kh değerleri için aynı c değerini bulursak bu durumda dalga dispersive olmayan dalgadır.

Yukarıda açıklanan algoritma Fortran yazılım dilinde kodlanarak PC'de gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçların irdelenmesine geçmeden önce bu kısımda ve bu tezde sayısal incelemelerimizin başlangıç noktasını Eringen ve Şuhubi (1975b) kaynağının sayfa 550'de Tolstoy ve Usdin (1953) kaynağına dayanılarak grafikler şeklinde verilen dispersiyon eğrilerinin oluşturduğunu belirtelim. Bu dispersiyon eğrileri tabaka ve yarı düzlem malzemelerinin Poisson malzemesi olarak (yani $\lambda^{(m)} = \mu^{(m)}$) seçildiğinde ve $c_1^{(1)} / c_2^{(1)} = c_1^{(2)} / c_2^{(2)} = \sqrt{3}$, $c_2^{(2)} / c_2^{(1)} = 3.147$, $\rho^{(2)} / \rho^{(1)} = 1.37$ durumunda elde edilmiştir.

Bu durumu tekrar ele alarak (2.23) denkleminin çözümü sonucunda adı geçen dispersiyon eğrileri ideal temas koşulları çerçevesinde tarafımızdan yeniden elde edilmiş ve Şekil 2.2'de kesik çizgili olarak gösterilmiştir.



Şekil 2.2 Poisson malzemesi için ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde elde edilen dispersiyon eğrileri ($\psi^{(1)} = \psi^{(2)} = 0$)

Direkt karşılaştırma, tarafımızdan elde edilen sayısal sonuçların Eringen ve Şuhubi (1975b) kaynağında verilen uygun sonuçlarla çakıştığını göstermektedir.

Şunu da belirtmek gerekir ki, Eringen ve Şuhubi (1975b) kaynağındaki sonuçlar sadece temas koşullarının ideal olması durumunda verilmektedir. Şekil 2.2’de temas koşullarının ideal olmamasına ait sonuçlar düz çizgilerle, ideal olması durumuna ait sonuçlar ise kesik çizgilerle gösterilmiştir.

Şimdi elde edilen ve Şekil 2.2’de verilen sonuçların yorumlanmasını ele alalım. Dispersiyon eğrilerini analitik olarak

$$c = \psi(kh). \quad (2.24)$$

biçiminde gösterelim.

Tolstoy ve Usdin (1953), Eringen ve Şuhubi (1975b) ve diğer ilgili bir çok kaynakta gösterildiği gibi (2.24) fonksiyonunun iki dalı vardır ve bu dallar M_1 ve M_2 ’lerle belirtilen iki tip yayılıma aittirler. M_1 dalına karşılık gelen yayılımda tabaka noktalarının yer değiştirmeleri adi Rayleigh dalgalarına benzer elipsler çizmektedir. M_2 tip yayılıma karşılık gelen dalda ise M_1 tipindeki hareket yönüne zıt olan yönde yer değiştirme oluşmaktadır. Bundan başka yukarıda adı geçen kaynaklarda (2.23) dispersiyon denkleminin M_1 ve M_2 dallarına karşılık gelen sonsuz sayıda çözümlerinin olduğu gösterilmiştir. Bu çözümler M_{1n} ve M_{2n} şeklinde işaret edilmekte ve n indisi ile yayılan dalganın mod numarası gösterilmektedir. Söylenenlere uygun olarak Şekil 2.2’de M_{11} , M_{12} ile birinci dala ait birinci ve ikinci moda karşılık gelen dispersiyon eğrileri, M_{21} ve M_{22} ile ise ikinci dala ait birinci ve ikinci moda karşılık gelen dispersiyon eğrileri verilmektedir.

Şekil 2.2’deki M'_{11} , M'_{12} , M'_{21} , ve M'_{22} bu dispersiyon eğrilerinin (2.5) ideal olmayan temas koşullarında elde edildikleri duruma ait dispersiyon eğrilerini göstermektedir. M_{11} ve M'_{11} dispersiyon eğrilerinden görüldüğü gibi $kh \rightarrow 0$ olduğunda c yayılma hızı her iki temas koşulu durumunda ((2.4) ve (2.5)) yarı düzlem malzemesinin adi Rayleigh dalgasının yayılma hızına yaklaşmaktadır. $kh \rightarrow \infty$ ’da ise M_{11} ve M'_{11} dispersiyon eğrilerinin asimptotu tabaka malzemesinin adi Rayleigh dalgasının yayılma hızına yaklaşmaktadır.

Bu sonuçlar elde edilen dispersiyon eğrilerinin belirli fiziksel görüşlerle çakıştığını

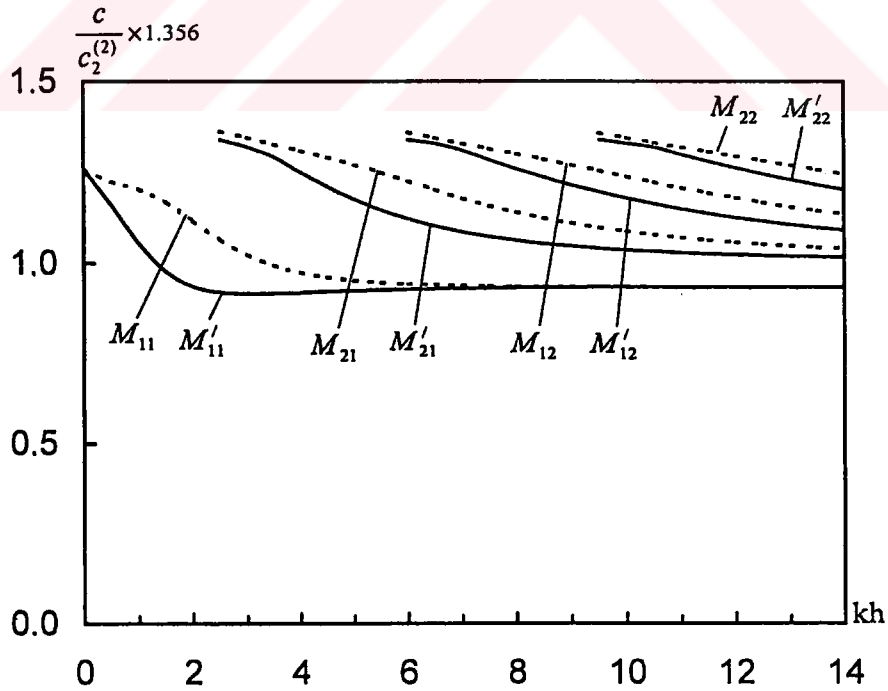
göstermektedir.

Şimdi yukarıdaki dispersiyon eğrilerinin başka çift malzemeler için elde edildiği durumları ele alalım. Bu malzeme çiftleri olarak adları ve mekanik özellikleri Çizelge 2.1’de verilmiş olan malzemeleri seçelim.

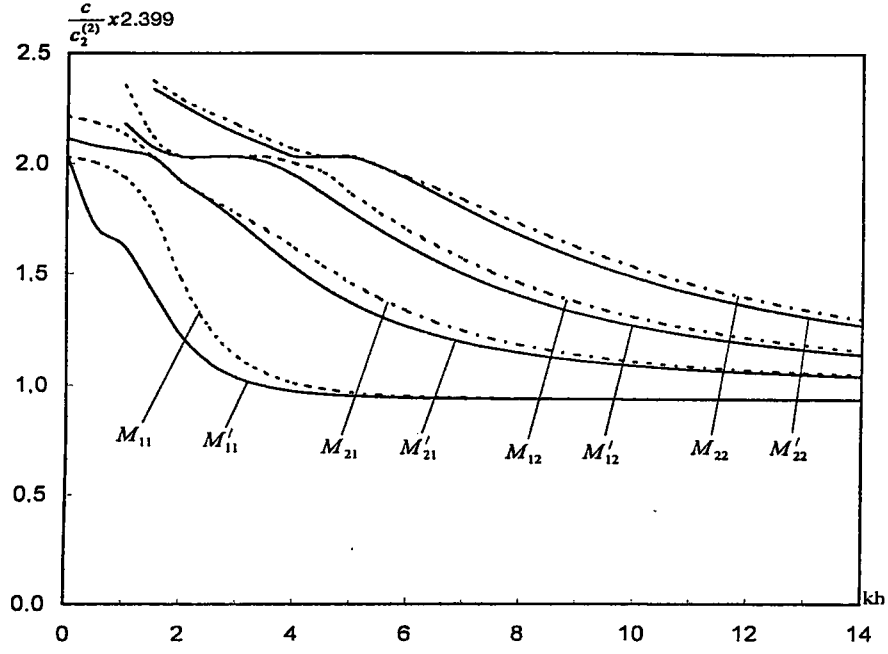
Çizelge 2.1 Tabaka ve yarı düzleme ait malzemelerin mekanik özellikleri

Malzeme	ρ gr/cm ³	$\lambda \times 10^{-4}$ MPa	$\mu \times 10^{-4}$ MPa
Çelik3	7.795	9.26	7.75
Bronz	7.20	8.16	3.84
Pirinç59	7.20	9.49	4.47
Pirinç62	7.20	9.49	4.47
Akrilik Plastik	1.16	0.404	0.19

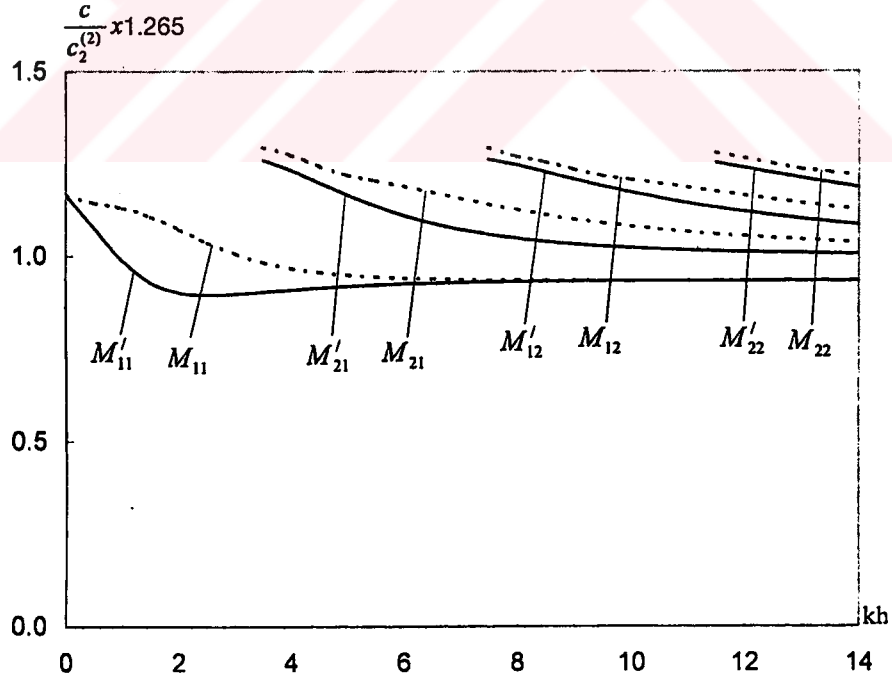
Her bir durumda yarı düzlem malzemesi olarak çeliği, tabaka malzemesi olarak ise bronz, akrilik plastik ve pirinç59 malzemelerini alalım.



Şekil 2.3 Bronz – Çelik malzeme çifti için ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde elde edilen dispersiyon eğrileri ($\psi^{(1)} = \psi^{(2)} = 0$)



Şekil 2.4 Akrilik plastik – Çelik malzeme çifti için ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde elde edilen dispersiyon eğrileri ($\psi^{(1)} = \psi^{(2)} = 0$)



Şekil 2.5 Pirinç59 – Çelik malzeme çifti için ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde elde edilen dispersiyon eğrileri ($\psi^{(1)} = \psi^{(2)} = 0$)

Şekil 2.3, Şekil 2.4 ve Şekil 2.5’de Şekil 2.2’de kullanılan işaretlemelerin aynıları kullanılarak

sırasıyla bronz-çelik, akrilik plastik-çelik ve pirinç59-çelik çiftleri için dispersiyon eğrileri verilmiştir.

Farklı malzeme çiftleri için elde edilen dispersiyon eğrileri, bu eğriler arasında genel bir benzerliğin olduğunu göstermektedir. Bundan başka bu dispersiyon eğrilerinin analizi temas koşullarının ideal olup olmamasının genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının yayılma hızına etkisinin seçilen malzeme çiftlerinin mekanik özelliklerine (ele alınan durumda tabaka malzemesinin mekanik özelliklerine) bağlı olduğunu göstermektedir. Örneğin bronz-çelik ve pirinç59-çelik çiftleri için kh 'ın bütün değerlerinde temas koşullarının ideal olmaması genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının hızını azaltmaktadır. Poisson malzeme çiftleri ve akrilik plastik-çelik malzeme çiftleri için ise temas koşullarının ideal olmamasının dalga yayılma hızına olan etkisi kh değerine bağlı olarak değişmektedir.

Bundan başka Şekil 2.2 – Şekil 2.5’de verilen sayısal sonuçlar dal ve mod sayısının büyümesiyle ele alınmış olan her bir malzeme çifti için kh 'ın kesim değerleri (bu değerleri kh^* ile gösterelim ve $kh > kh^*$ olduğunda ele alınan dalga yayılımı oluşabilmektedir) büyümektedir.

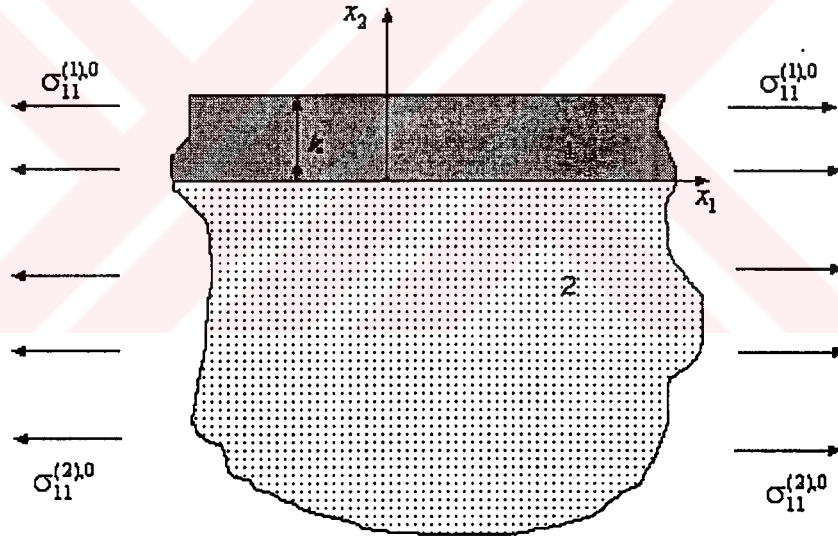
Temas koşullarının ideal olmaması pirinç 59-çelik (Şekil 2.5), bronz-çelik (Şekil 2.3) malzeme çiftleri için elde edilen kh kesim değerlerine hiçbir etki göstermediği halde, Poisson malzemesi (Şekil 2.2) ve akrilik plastik-çelik (Şekil 2.4) malzeme çiftleri için elde edilen kh kesim değerlerini genellikle büyütmektedir.

Bununla da bu kısımda elde edilen sayısal sonuçların yorumlanmasını bitiriyoruz. Bu sonuçlar ve bu bölümdeki incelemeler ilerideki bölümlerde yapılacak olan ve tez konusuna ait esas incelemeler için yardımcı karakter taşımaktadır. Bundan başka, bu incelemeler tezde kullanılan algoritma ve programlamanın doğruluğunu ve güvenilirliğini kanıtlamak açısından da önem taşımaktadır.

3. LİNEER ELASTİK VE ÖN GERİLMELİ TABAKA İLE ÖRTÜLMÜŞ ÖN GERİLMELİ YARI DÜZLEMDE GENELLEŞTİRİLMİŞ RAYLEIGH DALGALARININ DİSPERSİYONU

Bu bölümde tabaka ve yarı düzlemde ox_1 eksenı yönünde (Şekil 3.1) etki gösteren homojen yayılı normal ön gerilmesinin olduğu varsayılarak genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının dispersiyonu incelenmiştir.

Tabaka ve yarı düzlem malzemeleri lineer elastik, homojen ve izotrop kabul edilmektedir. İncelenen problemin matematiksel formülasyonu elastisite teorisinin doğrusallaştırılmış üç boyutlu hareket denklemleri çerçevesinde yapılmaktadır. Bir önceki bölümde olduğu gibi tabaka ve yarı düzlem arasında ideal ve ideal olmayan temas koşulları ayrı ayrı olarak incelenmektedir. Farklı malzeme çiftleri için ön gerilmelerin dispersiyon eğrilerine etkisini gösteren sayısal sonuçlar grafikler halinde verilmekte ve yorumlanmaktadır.



Şekil 3.1 Dalga yayılımı incelenen ortam

3.1 Problemin Matematiksel Formülasyonu

Ele alınacak olan problemin matematiksel formülasyonuna geçmeden önce doğrusallaştırılmış üç boyutlu elastisite teorisinin uygulanmasının gerektirdiği bazı kavram ve koşulları gösterelim.

Cisimdeki gerilme ve şekil değiştirme durumunu başlangıç (gerilme ve şekil değiştirmelerin sıfıra eşit olduğu durum), ön gerilmeli ve pertürbe edilmiş diye üç duruma ayıralım.

Doğal durum olarak cisimde hiçbir gerilme ve şekil değiştirme durumunun olmadığı durumu kabul edelim.

Ön gerilmeli durumuna karşılık gelen durumda gerilme, şekil değiştirme ve yer değiştirme bileşenlerini üst (0) indisi ile sırasıyla $\sigma_{ij}^{(m),0}$, $\epsilon_{ij}^{(m),0}$ ve $u_i^{(m),0}$ biçiminde işaret edelim. Bu büyüklüklerin elastisite teorisinin statik durumlara karşılık gelen bütün denklemler takımını sağladığını varsayalım. Adı geçen denklemler takımını başlangıçta kartezyen koordinat sistemi ile çakışan $ox_1x_2x_3$ koordinat sistemi ile belirlenen Lagrange koordinatlarında geometrik lineer olmayan durumda aşağıdaki biçimde yazabiliriz.

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\sigma_{in}^{(m),0} \left(\delta_n^j + \frac{\partial u_i^{(m),0}}{\partial x_n} \right) \right] = 0 \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^{(m),0} &= \lambda^{(m)} e^{(m),0} \delta_i^j + 2\mu^{(m)} \epsilon_{ij}^{(m),0} \\ \epsilon^{(m),0} &= \epsilon_{11}^{(m),0} + \epsilon_{22}^{(m),0} + \epsilon_{33}^{(m),0} \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$2\epsilon_{ij}^{(m),0} = \frac{\partial u_i^{(m),0}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(m),0}}{\partial x_i} + \frac{\partial u_n^{(m),0}}{\partial x_i} \frac{\partial u_n^{(m),0}}{\partial x_j}. \quad (3.3)$$

(3.1)-(3.3)'de bir önceki bölümde kullanılan notasyonlardan yararlanılmıştır. Bundan başka (3.1)-(3.3)'de verilen ifadelerde aynı adlı indislere göre Einstein toplam uyluşımı uygulanmaktadır.

Doğrusallaştırılmış üç boyutlu elastisite teorisinin uygulandığı birçok durumlarda (3.1)-(3.3)'deki lineer olmayan terimler ihmal edilebilir. Dolayısıyla ön gerilme durumunda klasik lineer elastisite teorisi çerçevesinde ön gerilmelerin ve şekil değiştirmelerin yayılımı belirlenir. Bu halde (3.2) denklemleri yine sağlanmakta, (3.1) ve (3.3) denklemleri ise sırasıyla aşağıdaki biçimde yazılmaktadır.

$$\frac{\partial \sigma_{ij}^{(m),0}}{\partial x_i} = 0. \quad (3.4)$$

$$2\epsilon_{ij}^{(m),0} = \frac{\partial u_i^{(m),0}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(m),0}}{\partial x_i}. \quad (3.5)$$

Ön gerilmelerin belirlenebilmesi için (3.1)-(3.3) denklemlerinden başka uygun sınır koşulları

da verilmektedir. Bu koşullar cismin S yüzeyinin S_1 kısmında kuvvetlerle, S_2 kısmında ise yerdeğişirmelerle verilmektedir. S_1 kısmında bu koşulları geometrik lineer olmayan durumda

$$\sigma_{in}^{(m),0} \left(\delta_n^j + \frac{\partial u_i^{(m),0}}{\partial x_n} \right) \Big|_{S_1} n_i = P_j . \quad (3.6)$$

biçiminde, lineer durumda ise

$$\sigma_{ij}^{(m),0} \Big|_{S_1} n_i = P_j . \quad (3.7)$$

biçiminde verebiliriz.

Cismin S_2 kısmında ise her iki durumda (lineer ve lineer olmayan durumlarda) verilen koşullar

$$u_i^{(m),0} \Big|_{S_2} = f_i . \quad (3.8)$$

biçiminde yazılır.

(3.7) ve (3.8)'deki P_j ve f_i 'ler bilinen fonksiyonlardır.

Tezde ele alınan problemlerdeki gibi durumlarda ön gerilmelerin belirtilmesi, uygun temas koşullarının da sağlanmasını gerektirmektedir. Bu temas koşulları iki cismin ortak S_3 temas yüzeyinde aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$\sigma_{in}^{(1),0} \left(\delta_n^j + \frac{\partial u_i^{(1),0}}{\partial x_n} \right) \Big|_{S_3} n_i = \sigma_{in}^{(2),0} \left(\delta_n^j + \frac{\partial u_i^{(2),0}}{\partial x_n} \right) \Big|_{S_3} n_i . \quad (3.9)$$

$$u_i^{(1),0} \Big|_{S_3} = u_i^{(2),0} \Big|_{S_3} . \quad (3.10)$$

Lineer durumda da (3.10) temas koşulları sağlanmakta, (3.9) ise aşağıdaki gibi yazılmaktadır.

$$\sigma_{ij}^{(1),0} \Big|_{S_3} n_i = \sigma_{ij}^{(2),0} \Big|_{S_3} n_i . \quad (3.11)$$

(3.6), (3.7), (3.9) ve (3.11)'deki n_i 'ler ait oldukları yüzeyin dış birim normalinin bileşenlerini göstermektedir.

Böylece yukarıdaki verilerle ön gerilmeye ait büyüklükler belirlenmektedir. Şimdi bu ön gerilmelere, şekil değiştirmelere ve yer değiştirmelere sırasıyla $\sigma_{ij}^{(m)}$, $\varepsilon_{ij}^{(m)}$ ve $u_i^{(m)}$ pertürbasyonlarını ekleyerek

$$\sigma_{ij}^{(m)'} = \sigma_{ij}^{(m),0} + \sigma_{ij}^{(m)}, \quad \varepsilon_{ij}^{(m)'} = \varepsilon_{ij}^{(m),0} + \varepsilon_{ij}^{(m)}, \quad u_i^{(m)'} = u_i^{(m),0} + u_i^{(m)}. \quad (3.12)$$

formülleriyle belirlenen pertürbasyon durumunu oluşturalım ve

$$\sigma_{ij}^{(m)} \ll \sigma_{ij}^{(m),0}, \quad \varepsilon_{ij}^{(m)} \ll \varepsilon_{ij}^{(m),0}, \quad u_i^{(m)} \ll u_i^{(m),0}. \quad (3.13)$$

olduğunu varsayalım.

(3.12) formülüyle belirlenen büyüklükler elastisite teorisinin geometrik lineer olmayan hareket denklemlerini sağlar. Yani

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\left(\sigma_{in}^{(m),0} + \sigma_{in}^{(m)} \right) \left(\frac{\partial (u_i^{(m),0} + u_i^{(m)})}{\partial x_n} \right) \right] = \left(\rho^{(m),0} + \rho^{(m)} \right) \frac{\partial^2 (u_i^{(m),0} + u_i^{(m)})}{\partial t^2}. \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^{(m),0} + \sigma_{ij}^{(m)} &= \lambda^{(m)} e^{(m),0} \delta_{ij} + 2\mu^{(m)} (\varepsilon_{ij}^{(m),0} + \varepsilon_{ij}^{(m)}) \\ e^{(m),0} &= (\varepsilon_{11}^{(m),0} + \varepsilon_{11}^{(m)}) + (\varepsilon_{22}^{(m),0} + \varepsilon_{22}^{(m)}) + (\varepsilon_{33}^{(m),0} + \varepsilon_{33}^{(m)}) \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$2(\varepsilon_{ij}^{(m),0} + \varepsilon_{ij}^{(m)}) = \frac{\partial u_i^{(m),0} + u_i^{(m)}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(m),0} + u_j^{(m)}}{\partial x_i} + \left(\frac{\partial u_n^{(m),0} + u_n^{(m)}}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial u_n^{(m),0} + u_n^{(m)}}{\partial x_j} \right) \quad (3.16)$$

olur.

Aynı şekilde pertürbasyon durumu için (3.6), (3.8), (3.9) ve (3.10) sınır koşulları aşağıdaki biçimde yazılır

$$\left(\sigma_{in}^{(m),0} + \sigma_{in}^{(m)} \right) \left(\delta_n^j + \frac{\partial u_i^{(m),0} + \partial u_i^{(m)}}{\partial x_n} \right) \Big|_{S_1} n_i = P_j . \quad (3.17)$$

$$\left(u_i^{(m),0} + u_i^{(m)} \right) \Big|_{S_2} = f_i . \quad (3.18)$$

$$\left(\sigma_{in}^{(1),0} + \sigma_{in}^{(1)} \right) \left(\delta_n^j + \frac{\partial u_i^{(1),0} + \partial u_i^{(1)}}{\partial x_n} \right) \Big|_{S_3} n_i = \left(\sigma_{in}^{(2),0} + \sigma_{in}^{(2)} \right) \left(\delta_n^j + \frac{\partial u_i^{(2),0} + \partial u_i^{(2)}}{\partial x_n} \right) \Big|_{S_3} n_i \quad (3.19)$$

$$\left(u_i^{(1),0} + u_i^{(1)} \right) \Big|_{S_3} = \left(u_i^{(2),0} + u_i^{(2)} \right) \Big|_{S_3} . \quad (3.20)$$

(3.14)-(3.20)'de (3.1)-(3.3), (3.6), (3.8), (3.9) ve (3.10) ilişkilerini göz önüne alırsak ve pertürbasyonların birinci mertebeden yüksek mertebeli terimlerini ihmal edersek (3.14)-(3.20)'den pertürbasyonlar için aşağıdaki biçimde yazılmış doğrusallaştırılmış hareket denklemleri, sınır ve temas koşulları elde ederiz.

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left[\sigma_{ij}^{(m)} + \sigma_{in}^{(m),0} \frac{\partial u_i^{(m)}}{\partial x_n} \right] = \rho^{(m)} \frac{\partial^2 u_i^{(m)}}{\partial t^2} . \quad (3.21)$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^{(m)} &= \lambda^{(m)} e^{(m)} + 2\mu^{(m)} \varepsilon_{ij}^{(m)} \\ e^{(m)} &= \varepsilon_{11}^{(m)} + \varepsilon_{22}^{(m)} + \varepsilon_{33}^{(m)} \end{aligned} \quad (3.22)$$

$$2\varepsilon_{ij}^{(m)} = \frac{\partial u_i^{(m)}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(m)}}{\partial x_i} . \quad (3.23)$$

$$\sigma_{ij}^{(m)} + \sigma_{in}^{(m),0} \frac{\partial u_i^{(m)}}{\partial x_n} \Big|_{S_1} n_i = P_j . \quad (3.24)$$

$$u_i^{(m)} \Big|_{S_2} = f_i . \quad (3.25)$$

$$\sigma_{ij}^{(1)} + \sigma_{in}^{(1),0} \frac{\partial u_i^{(1)}}{\partial x_n} \Big|_{S_3} n_i = \sigma_{ij}^{(2)} + \sigma_{in}^{(2),0} \frac{\partial u_i^{(2)}}{\partial x_n} \Big|_{S_3} n_i . \quad (3.26)$$

$$u_i^{(1)} \Big|_{S_3} = u_i^{(2)} \Big|_{S_3} . \quad (3.27)$$

Yukarıda verilen (3.21)-(3.27) denklemlerinin elde edilmesinde $\left| \frac{\partial u_i^{(m),0}}{\partial x_j} \right| \ll 1$ eşitsizliğinin sağlandığı varsayılarak

$$\delta_i^j + \frac{\partial u_i^{(m),0}}{\partial x_j} \approx \delta_i^j$$

olduğu kabul edilmiştir.

Böylece, elastisite teorisinin doğrusallaştırılmış üç boyutlu (3.21)-(3.27) denklemlerini elde etmiş oluyoruz.

Şimdi bu denklemlerden yararlanarak bu bölümde ele alacağımız problemin matematiksel formülasyonunu yapalım.

Şekil 3.1’de gösterilmiş ön gerilmeli tabaka ile örtülü yarı düzlemi ele alalım. Bir önceki bölümde olduğu gibi orijini tabaka ve yarı düzlemin ara yüzeyinde olan, ox_1 ve ox_2 eksenleri Şekil 3.1’de gösterildiği gibi yönelen, başlangıçta kartezyen koordinatlarla çıkan Lagrange koordinat takımı seçelim. Düzlem şekil değiştirme durumunu ele alarak tabaka ve yarı düzlemde ön gerilmelerin aşağıdaki biçimde olduğunu varsayalım.

$$\sigma_{11}^{(1),0} = \text{sabit}_1 \neq 0 , \sigma_{12}^{(1),0} = \sigma_{22}^{(1),0} = 0 ,$$

$$\sigma_{11}^{(2),0} = \text{sabit}_2 \neq 0 , \sigma_{12}^{(2),0} = \sigma_{22}^{(2),0} = 0 . \quad (3.28)$$

(3.28)’in ön gerilmeye ait yukarıda verilen bütün denklemleri, ele alınan duruma ait sınır ve temas koşullarını da sağladığı açıkça görülmektedir. Bu durumda (3.21)-(3.27)’de verilen denklem ve koşullardan ele aldığımız durum için aşağıdaki hareket denklemlerini,

$$\frac{\partial \sigma_{11}^{(m)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}^{(m)}}{\partial x_2} + \sigma_{11}^{(m),0} \frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial x_1^2} = \rho^{(m)} \frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial t^2} ,$$

$$\frac{\partial \sigma_{12}^{(m)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}^{(m)}}{\partial x_2} + \sigma_{11}^{(m),0} \frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial x_1^2} = \rho^{(m)} \frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial t^2} . \quad (3.29)$$

bünye denklemlerini,

$$\sigma_{ij}^{(m)} = \lambda^{(m)} \theta^{(m)} \delta_{ij} + 2\mu^{(m)} \varepsilon_{ij}^{(m)} , \quad \theta^{(m)} = \varepsilon_{11}^{(m)} + \varepsilon_{22}^{(m)} , \quad i,j,m=1,2 \quad (3.30)$$

ve geometrik ilişkileri

$$\varepsilon_{ij}^{(m)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^{(m)}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(m)}}{\partial x_i} \right) , \quad i,j=1,2 \quad (3.31)$$

elde ediyoruz.

(3.28) ön gerilme durumunu bir daha göz önüne alarak tabakanın dış yüzeyine hiçbir dış etkinin olmadığını da varsayarak bu düzlem üzerindeki sınır koşullarını

$$\sigma_{12}^{(1)}|_{x_2=h} = 0 , \quad \sigma_{22}^{(1)}|_{x_2=h} = 0 . \quad (3.32)$$

biçiminde yazabiliriz.

Bir önceki bölümde olduğu gibi tabaka ve yarı düzlem ara yüzeyinde ideal ve ideal olmayan temas koşullarının sağlandığı durumları ayrı ayrı ele alacağız. Yukarıdaki verileri göz önüne alarak bu koşulları aşağıdaki gibi yazacağız.

İdeal temas koşulları için:

$$u_i^{(1)}|_{x_2=0} = u_i^{(2)}|_{x_2=0} , \quad \sigma_{i2}^{(1)}|_{x_2=0} = \sigma_{i2}^{(2)}|_{x_2=0} , \quad i,j=1,2 \quad (3.33)$$

İdeal olmayan temas koşulları için ise:

$$u_2^{(1)}|_{x_2=0} = u_2^{(2)}|_{x_2=0} , \quad \sigma_{22}^{(1)}|_{x_2=0} = \sigma_{22}^{(2)}|_{x_2=0} , \quad \sigma_{12}^{(1)}|_{x_2=0} = 0 , \quad \sigma_{12}^{(2)}|_{x_2=0} = 0 . \quad (3.34)$$

Bunlardan başka aşağıdaki sönüm koşullarının da sağlandığını varsayacağız.

$$\sigma_{ij}^{(2)} \xrightarrow{x_2 \rightarrow -\infty} 0 , \quad u_i^{(2)} \xrightarrow{x_2 \rightarrow -\infty} 0 , \quad i=1,2 . \quad (3.35)$$

Böylece ele alınan ön gerilmeli tabaka ile örtülü ön gerilmeli yarı düzlemde ox_1 eksenî yönünde yayılan ve (3.21)-(3.35) koşullarını sağlayan dalgaların yayılmasını incelemek için gerekli olan tüm denklem takımlarını ve koşullarını elde etmiş oluyoruz. Dolayısıyla bu bölümde incelenecek problemlerin matematiksel formülasyonu (3.28)-(3.35) biçiminde verilmiş olmaktadır.

3.2 İdeal ve İdeal Olmayan Temas Koşulları Çerçevesinde Uygun Analitik Çözümlerin Bulunması ve Dispersiyon Denklemlerinin Elde Edilmesi

(3.31) ilişkilerini (3.30)'da, (3.30)'u ise (3.29)'da yerine yazarsak yer değiştirmelerle yazılmış aşağıdaki hareket denklemlerini elde ederiz.

$$\begin{aligned} & \lambda^{(m)} \left(\frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial x_1 \partial x_2} \right) + 2\mu^{(m)} \frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial x_1^2} + \mu^{(m)} \left(\frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial x_1 \partial x_2} \right) + \\ & \sigma_{11}^{(m),0} \frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial x_1^2} = \rho^{(m),0} \frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial t^2}, \\ & \lambda^{(m)} \left(\frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial x_1 \partial x_2} \right) + 2\mu^{(m)} \frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial x_2^2} + \mu^{(m)} \left(\frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial x_1 \partial x_2} \right) + \\ & \sigma_{11}^{(m),0} \frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial x_1^2} = \rho^{(m),0} \frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (3.36)$$

Klasik elastisite teorisinin dinamik problemlerinde, Akbarov ve Özaydın (2001a; 2001b) çalışmalarında kullanılan yer değiştirmeler için aşağıdaki biçimde verilmiş $\varphi^{(m)}$ ve $\psi^{(m)}$ potansiyellerinden yararlanılmasının mümkün olduğunu gösterelim. Yer değiştirmelerin bu potansiyeller ile ifadesi aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} u_1^{(m)} &= \frac{\partial \varphi^{(m)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \psi^{(m)}}{\partial x_2}, \\ u_2^{(m)} &= \frac{\partial \varphi^{(m)}}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi^{(m)}}{\partial x_1}, \quad m=1,2. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Bu ifadeleri (3.36)'da yerine yazarsak

$$\begin{aligned}
& \left(\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)} + \sigma_{11}^{(m),0} \right) \left(\frac{\partial^3 \varphi^{(m)}}{\partial x_1^3} + \frac{\partial^3 \psi^{(m)}}{\partial x_2 \partial x_1^2} \right) + \mu^{(m)} \left(\frac{\partial^3 \varphi^{(m)}}{\partial x_1 \partial x_2^2} + \frac{\partial^3 \psi^{(m)}}{\partial x_2^3} \right) + \left(\lambda^{(m)} + \mu^{(m)} \right) \\
& \left(\frac{\partial^3 \varphi^{(m)}}{\partial x_2^2 \partial x_1} - \frac{\partial^3 \psi^{(m)}}{\partial x_1^2 \partial x_2} \right) + \rho^{(m),0} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial \varphi^{(m)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \psi^{(m)}}{\partial x_2} \right) = 0.
\end{aligned} \tag{3.38}$$

$$\begin{aligned}
& \left(\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)} \right) \left(\frac{\partial^3 \varphi^{(m)}}{\partial x_1^2 \partial x_2} + \frac{\partial^3 \psi^{(m)}}{\partial x_2^2 \partial x_1} \right) + \left(\mu^{(m)} + \sigma_{11}^{(m),0} \right) \left(\frac{\partial^3 \varphi^{(m)}}{\partial x_2 \partial x_1^2} - \frac{\partial^3 \psi^{(m)}}{\partial x_1^3} \right) + \left(\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)} \right) \\
& \left(\frac{\partial^3 \varphi^{(m)}}{\partial x_2 \partial x_1^2} - \frac{\partial^3 \psi^{(m)}}{\partial x_1 \partial x_2^2} \right) + \rho^{(m),0} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left(\frac{\partial \varphi^{(m)}}{\partial x_2} - \frac{\partial \psi^{(m)}}{\partial x_1} \right) = 0.
\end{aligned} \tag{3.39}$$

denklemlerini elde ederiz. (3.38) denklemini aşağıdaki forma sokabiliriz.

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\nabla \varphi^{(m)} + \frac{\sigma_{11}^{(m),0}}{\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}} \frac{\partial^2 \varphi^{(m)}}{\partial x_1^2} - \frac{1}{(c_1^{(m)})^2} \frac{\partial^2 \varphi^{(m)}}{\partial t^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\nabla \psi^{(m)} + \frac{\sigma_{11}^{(m),0}}{\mu^{(m)}} \frac{\partial^2 \psi^{(m)}}{\partial x_1^2} - \right. \\
& \left. \frac{1}{(c_1^{(m)})^2} \frac{\partial^2 \psi^{(m)}}{\partial t^2} \right) = 0.
\end{aligned} \tag{3.40}$$

Aynı şekilde (3.39)'dan aşağıdaki denklemi yazabiliriz.

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\nabla \varphi^{(m)} + \frac{\sigma_{11}^{(m),0}}{\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}} \frac{\partial^2 \varphi^{(m)}}{\partial x_1^2} - \frac{1}{(c_1^{(m)})^2} \frac{\partial^2 \varphi^{(m)}}{\partial t^2} \right) + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\nabla \psi^{(m)} + \frac{\sigma_{11}^{(m),0}}{\mu^{(m)}} \frac{\partial^2 \psi^{(m)}}{\partial x_1^2} - \right. \\
& \left. \frac{1}{(c_2^{(m)})^2} \frac{\partial^2 \psi^{(m)}}{\partial t^2} \right) = 0.
\end{aligned} \tag{3.41}$$

(3.40) ve (3.41)'den gözüktüğü gibi $\varphi^{(m)}$ ve $\psi^{(m)}$ potansiyelleri sırasıyla

$$\nabla^2 \varphi^{(m)} + \frac{\sigma_{11}^{(m),0}}{\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}} \frac{\partial^2 \varphi^{(m)}}{\partial x_1^2} = \frac{1}{(c_1^{(m)})^2} \frac{\partial^2 \varphi^{(m)}}{\partial t^2}. \tag{3.42}$$

$$\nabla^2 \psi^{(m)} + \frac{\sigma_{11}^{(m),0}}{\mu^{(m)}} \frac{\partial^2 \psi^{(m)}}{\partial x_1^2} = \frac{1}{(c_2^{(m)})^2} \frac{\partial^2 \psi^{(m)}}{\partial t^2}. \tag{3.43}$$

denklemlerini sağlarsa (3.37) formülüyle belirlenen yer değiştirmeler (3.36) denklemlerini özdeşlikle sağlar. (3.40)-(3.43) denklemlerinde $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}$ şeklinde bir operatör (Laplace operatörü), $c_1^{(m)} = \sqrt{(\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)})/\rho^{(m)}}$, $c_2^{(m)} = \sqrt{\mu^{(m)}/\rho^{(m)}}$, dir.

Böylece (3.36) denklemler takımının çözümü (3.42) ve (3.43) denklemlerinin çözümüne indirgenmiş olmaktadır.

(3.42) ve (3.43) denklemlerinde $\sigma_{11}^{(m),0} = 0$ kabul edersek klasik elastisite teorisinde karşılaşılan uygun denklemleri yani (2.11) denklemlerini elde etmiş oluruz.

Bir önceki bölümde olduğu gibi $\varphi^{(m)}$ ve $\psi^{(m)}$ fonksiyonlarını (incelenen problemin karakterine uygun olarak) aşağıdaki biçimde yazabiliriz.

$$\begin{aligned}\varphi^{(m)} &= \varphi_0^{(m)}(x_2)\cos(kx_1 - \omega t), \\ \psi^{(m)} &= \psi_0^{(m)}(x_2)\sin(kx_1 - \omega t).\end{aligned}\tag{3.44}$$

(3.44) ifadelerini (3.42) ve (3.43)'de yerine yazarsak $\varphi_0^{(m)}$ ve $\psi_0^{(m)}$ için aşağıdaki denklemleri elde etmiş oluruz.

$$\frac{d^2\varphi_0^{(m)}}{dx_2^2} - \frac{k^2\sigma_{11}^{(m),0}}{\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}}\varphi_0^{(m)} = -\left(\frac{c}{c_1^{(m)}}\right)^2\varphi_0^{(m)}.\tag{3.45}$$

$$\frac{d^2\psi_0^{(m)}}{dx_2^2} - \frac{k^2\sigma_{11}^{(m),0}}{\mu^{(m)}}\psi_0^{(m)} = -\left(\frac{c}{c_2^{(m)}}\right)^2\psi_0^{(m)}.\tag{3.46}$$

Genelleştirilmiş Rayleigh dalgaları tanımı gereğince (3.45) ve (3.46) denklemlerinin tabaka ve yarı düzlem için çözümlerini aşağıdaki biçimde belirleyeceğiz.

$$\begin{aligned}\varphi_0^{(1)} &= A_1^{(1)}\exp(ikp_1^{(1)}x_2) + A_2^{(1)}\exp(-ikp_1^{(1)}x_2), \\ \psi_0^{(1)} &= B_1^{(1)}\exp(ikp_2^{(1)}x_2) + B_2^{(1)}\exp(-ikp_2^{(1)}x_2), \\ \varphi_0^{(2)} &= C_1^{(2)}\exp(kq_1^{(2)}x_2), \quad \psi_0^{(2)} = D_1^{(2)}\exp(kq_2^{(2)}x_2).\end{aligned}\tag{3.47}$$

(3.47)'de aşağıdaki işaretlemeler kabul edilmiştir.

$$p_1^{(1)} = \left(\frac{c^2}{(c_1^{(1)})^2} - \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(1),0}}{\lambda^{(1)} + 2\mu^{(1)}} \right) \right)^{1/2}, \quad p_2^{(1)} = \left(\frac{c^2}{(c_2^{(1)})^2} - \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(1),0}}{\mu^{(1)}} \right) \right)^{1/2}$$

$$q_1^{(2)} = \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(2),0}}{\lambda^{(2)} + 2\mu^{(2)}} - \frac{c^2}{(c_1^{(2)})^2} \right)^{1/2}, \quad q_2^{(2)} = \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(2),0}}{\mu^{(2)}} - \frac{c^2}{(c_2^{(2)})^2} \right)^{1/2}. \quad (3.48)$$

(3.47), (3.44), (3.37), (3.31) ve (3.30)'dan yararlanarak (3.33)'den ideal temas koşulları için, (3.34)'den ise ideal olmayan temas koşulları için aşağıdaki formda yazılabilecek dispersiyon denklemi elde ederiz.

$$\det \left\| \alpha_{ij} \left(kh, c, \lambda^{(1)}, \lambda^{(2)}, \mu^{(1)}, \mu^{(2)}, \rho^{(1)}, \rho^{(2)}, \sigma_{11}^{(1),0}, \sigma_{11}^{(2),0} \right) \right\| = 0. \quad (3.49)$$

(3.49)'daki α_{ij} 'lerin ifadelerini, ideal temas koşulları ((3.33)) için:

$$\alpha_{11} = -1, \quad \alpha_{12} = -1, \quad \alpha_{13} = p_2^{(1)}, \quad \alpha_{14} = -p_2^{(1)}, \quad \alpha_{15} = 1, \quad \alpha_{16} = -q_2^{(2)}$$

$$\alpha_{21} = p_1^{(1)}, \quad \alpha_{22} = -p_1^{(1)}, \quad \alpha_{23} = -1, \quad \alpha_{24} = -p_2^{(1)}, \quad \alpha_{25} = -q_1^{(1)}, \quad \alpha_{26} = 1$$

$$\alpha_{31} = \left(-1 - (p_1^{(1)})^2 + 2(p_1^{(1)})^2 \frac{\mu^{(1)}}{\lambda^{(1)}} \right) \frac{\lambda^{(1)}}{\mu^{(2)}}, \quad \alpha_{32} = \left(-1 + (p_1^{(1)})^2 + 2(p_1^{(1)})^2 \frac{\mu^{(1)}}{\lambda^{(1)}} \right) \frac{\lambda^{(1)}}{\mu^{(2)}},$$

$$\alpha_{33} = -2p_2^{(1)} \frac{\mu^{(1)}}{\mu^{(2)}}, \quad \alpha_{34} = 2p_2^{(1)} \frac{\mu^{(1)}}{\mu^{(2)}}, \quad \alpha_{35} = -\left(\frac{\lambda^{(2)}}{\mu^{(2)}} \left((q_1^{(2)})^2 - 1 \right) + 2(q_1^{(2)})^2 \right), \quad \alpha_{36} = 2(q_2^{(2)})^2$$

$$\alpha_{41} = -2p_1^{(1)} \frac{\mu^{(1)}}{\mu^{(2)}}, \quad \alpha_{42} = 2p_1^{(1)} \frac{\mu^{(1)}}{\mu^{(2)}}, \quad \alpha_{43} = \left(1 + (p_2^{(1)})^2 \right) \frac{\mu^{(1)}}{\mu^{(2)}}, \quad \alpha_{44} = \left(1 + (p_2^{(1)})^2 \right) \frac{\mu^{(1)}}{\mu^{(2)}},$$

$$\alpha_{45} = 2q_1^{(2)}, \quad \alpha_{46} = -\left(1 + (q_2^{(2)})^2 \right) \alpha_{51} = \left(-1 + (p_1^{(1)})^2 + 2(p_1^{(1)})^2 \frac{\mu^{(1)}}{\lambda^{(1)}} \right) \frac{\lambda^{(1)}}{\mu^{(1)}} \exp(p_1^{(1)}h),$$

$$\alpha_{52} = \left(-1 + (p_1^{(1)})^2 + 2(p_1^{(1)})^2 \frac{\mu^{(1)}}{\lambda^{(1)}} \right) \frac{\lambda^{(1)}}{\mu^{(1)}} \exp(-p_1^{(1)}h), \quad \alpha_{53} = -2p_2^{(1)} \exp(p_2^{(1)}h),$$

$$\alpha_{54} = 2p_2^{(1)} \exp(-p_2^{(1)}h), \quad \alpha_{55} = 0, \quad \alpha_{56} = 0$$

$$\begin{aligned}
\alpha_{61} &= -2p_1^{(1)} \exp(p_1^{(1)}h), \quad \alpha_{62} = 2p_1^{(1)} \exp(-p_1^{(1)}h), \quad \alpha_{63} = \left(1 + (p_2^{(1)})^2\right) \exp(p_2^{(1)}h), \\
\alpha_{64} &= \left(1 + (p_2^{(1)})^2\right) \exp(-p_2^{(1)}h), \quad \alpha_{65} = 0, \quad \alpha_{66} = 0
\end{aligned} \tag{3.50}$$

şeklinde, ideal olmayan temas koşulları ((3.34)) için ise:

$$\begin{aligned}
\alpha_{11} &= -2p_1^{(1)}, \quad \alpha_{12} = 2p_1^{(1)}, \quad \alpha_{13} = \left(1 + (p_2^{(1)})^2\right), \quad \alpha_{14} = \left(1 + (p_2^{(1)})^2\right), \quad \alpha_{15} = 0, \quad \alpha_{16} = 0 \\
\alpha_{21} &= p_1^{(1)}, \quad \alpha_{22} = -p_1^{(1)}, \quad \alpha_{23} = -1, \quad \alpha_{24} = -p_2^{(1)}, \quad \alpha_{25} = -q_1^{(1)}, \quad \alpha_{26} = 1 \\
\alpha_{31} &= \left(-1 - (p_1^{(1)})^2 + 2(p_1^{(1)})^2 \frac{\mu^{(1)}}{\lambda^{(1)}}\right) \frac{\lambda^{(1)}}{\mu^{(2)}}, \quad \alpha_{32} = \left(-1 + (p_1^{(1)})^2 + 2(p_1^{(1)})^2 \frac{\mu^{(1)}}{\lambda^{(1)}}\right) \frac{\lambda^{(1)}}{\mu^{(2)}}, \\
\alpha_{33} &= -2p_2^{(1)} \frac{\mu^{(1)}}{\mu^{(2)}}, \quad \alpha_{34} = 2p_2^{(1)} \frac{\mu^{(1)}}{\mu^{(2)}}, \quad \alpha_{35} = -\left(\frac{\lambda^{(2)}}{\mu^{(2)}} \left((q_1^{(2)})^2 - 1\right) + 2(q_1^{(2)})^2\right), \quad \alpha_{36} = 2(q_2^{(2)})^2 \\
\alpha_{41} &= 0, \quad \alpha_{42} = 0, \quad \alpha_{43} = 0, \quad \alpha_{44} = 0, \quad \alpha_{45} = 2q_1^{(2)}, \quad \alpha_{46} = -\left(1 + (q_2^{(2)})^2\right) \\
\alpha_{51} &= \left(-1 + (p_1^{(1)})^2 + 2(p_1^{(1)})^2 \frac{\mu^{(1)}}{\lambda^{(1)}}\right) \frac{\lambda^{(1)}}{\mu^{(1)}} \exp(p_1^{(1)}h), \\
\alpha_{52} &= \left(-1 + (p_1^{(1)})^2 + 2(p_1^{(1)})^2 \frac{\mu^{(1)}}{\lambda^{(1)}}\right) \frac{\lambda^{(1)}}{\mu^{(1)}} \exp(-p_1^{(1)}h), \quad \alpha_{53} = -2p_2^{(1)} \exp(p_2^{(1)}h), \\
\alpha_{54} &= 2p_2^{(1)} \exp(-p_2^{(1)}h), \quad \alpha_{55} = 0, \quad \alpha_{56} = 0 \\
\alpha_{61} &= -2p_1^{(1)} \exp(p_1^{(1)}h), \quad \alpha_{62} = 2p_1^{(1)} \exp(-p_1^{(1)}h), \quad \alpha_{63} = \left(1 + (p_2^{(1)})^2\right) \exp(p_2^{(1)}h), \\
\alpha_{64} &= \left(1 + (p_2^{(1)})^2\right) \exp(-p_2^{(1)}h), \quad \alpha_{65} = 0, \quad \alpha_{66} = 0
\end{aligned} \tag{3.51}$$

şeklinde buluruz.

(3.50) ve (3.51) katsayılarında kullanılan $p_1^{(1)}$, $p_2^{(1)}$, $q_1^{(2)}$ ve $q_2^{(2)}$ tanımlamaları (3.48)'de verildiği gibidir. Böylece (3.49)-(3.51) formunda dispersiyon denklemleri elde etmiş oluyoruz. Şimdi bu denklemlerin sayısal çözülmesi ve elde edilen sonuçların yorumlanmasına geçelim.

3.3 Farklı Malzeme Çiftleri İçin Dispersiyon Eğrilerinin Elde Edilmesi ve Ön Gerilmelerin Bu Eğrilere Etkisinin İncelenmesi

Bu kısımda Çizelge 2.1’de gösterilen malzemelerden oluşmuş çiftler için (3.49) denkleminin çözümü sonucunda elde edilmiş

$$c = \frac{\omega}{k} = \varphi(kh, \sigma_{11}^{(1),0}, \sigma_{11}^{(2),0}). \quad (3.52)$$

dispersiyon eğrilerine ön gerilmelerin etkisi incelenecektir. (3.49) denklemlerinin sayısal çözüm algoritması ve bu algoritmanın uygulanması önceki bölümün son kısmında açıklandığı gibidir.

(3.47) çözümündeki $p_1^{(1)}$, $p_2^{(1)}$, $q_1^{(2)}$ ve $q_2^{(2)}$ büyüklüklerinin gerçekte sayı olması aşağıdaki eşitsizliğin sağlanmasını gerektirir.

$$c_2^{(1)} \sqrt{1 + \frac{\sigma_{11}^{(1),0}}{\mu^{(1)}}} < c_1^{(1)} \sqrt{1 + \frac{\sigma_{11}^{(1),0}}{\lambda^{(1)} + 2\mu^{(1)}}} < c < c_2^{(2)} \sqrt{1 + \frac{\sigma_{11}^{(2),0}}{\mu^{(2)}}} < c_1^{(2)} \sqrt{1 + \frac{\sigma_{11}^{(2),0}}{\lambda^{(2)} + 2\mu^{(2)}}} \quad (3.53)$$

(3.53)’den açıkça görüldüğü gibi gerçekte durumlar için bu eşitsizlikler aşağıdaki ifadeye eş değerdir.

$$c_1^{(1)} \sqrt{1 + \frac{\sigma_{11}^{(1),0}}{\lambda^{(1)} + 2\mu^{(1)}}} < c < c_2^{(2)} \sqrt{1 + \frac{\sigma_{11}^{(2),0}}{\mu^{(2)}}}. \quad (3.54)$$

Fiziksel açıdan anlamı olan, yani (3.35) sönüm koşullarını sağlayan çözümlerin elde edilebilmesi

$$c < c_2^{(2)} \sqrt{1 + \frac{\sigma_{11}^{(2),0}}{\mu^{(2)}}}. \quad (3.55)$$

eşitsizliğinin sağlanması durumunda mümkündür.

$$c_1^{(1)} \sqrt{1 + \frac{\sigma_{11}^{(1),0}}{\lambda^{(1)} + 2\mu^{(1)}}} < c. \quad (3.56)$$

eşitsizliğinin sağlanması ise genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının tanımı gereğince ortaya

çıkmaktadır.

(3.53)-(3.56) eşitsizlikleri ön gerilmesiz durumdaki (2.15) eşitsizliklerine ön gerilmelerin etkisini göstermektedir.

Şimdi (3.53) denklemindeki c hızını $\bar{c}$ ile işaret ederek

$$\eta = \frac{\bar{c} - c}{c}. \quad (3.57)$$

$$\psi^{(1)} = \frac{\sigma_{11}^{(1),0}}{\mu^{(1)}}, \quad \psi^{(2)} = \frac{\sigma_{11}^{(2),0}}{\mu^{(2)}}. \quad (3.58)$$

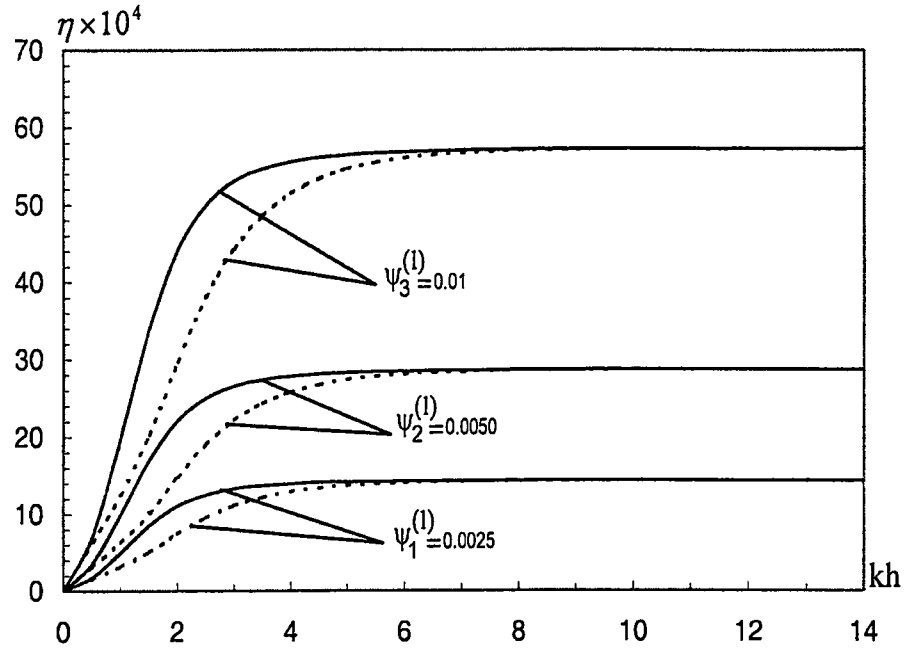
boyutsuz parametreleri ele alalım. (3.57)'deki c , uygun ön gerilmesiz durumdaki dalga yayılım hızını belirtmektedir.(Yani önceki bölümde ele alınan durumdaki dalga yayılım hızını göstermektedir.)

Çizelge 2.1'e dayanarak sayısal incelemeler yapılan malzeme çiftlerini aşağıdaki gibi sıralayalım.

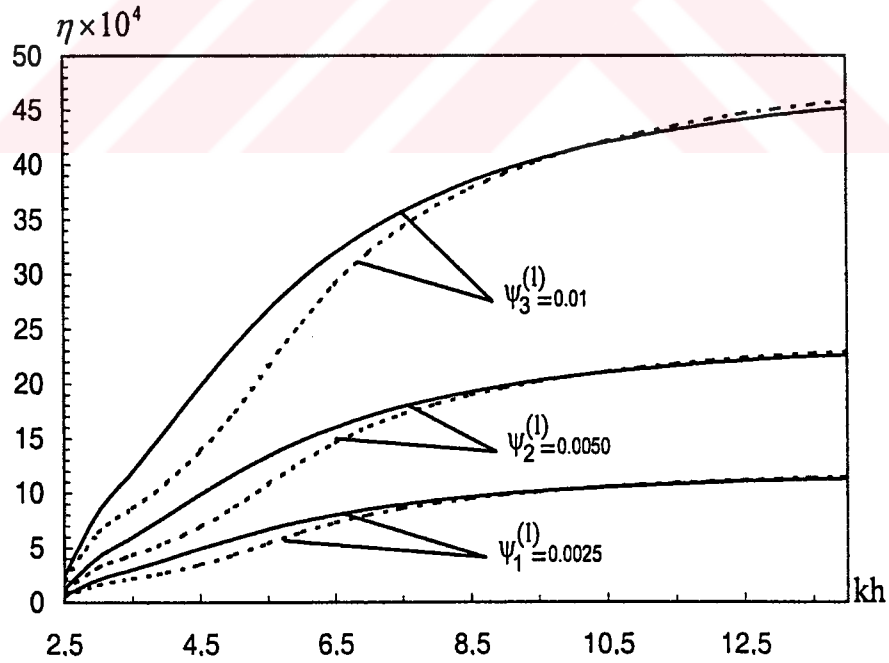
I.çift : Bronz-Çelik; II.çift : Pirinç59-Çelik; III.çift : Pirinç62-Çelik;

IV.çift : Akrilik Plastik-Çelik. (3.59)

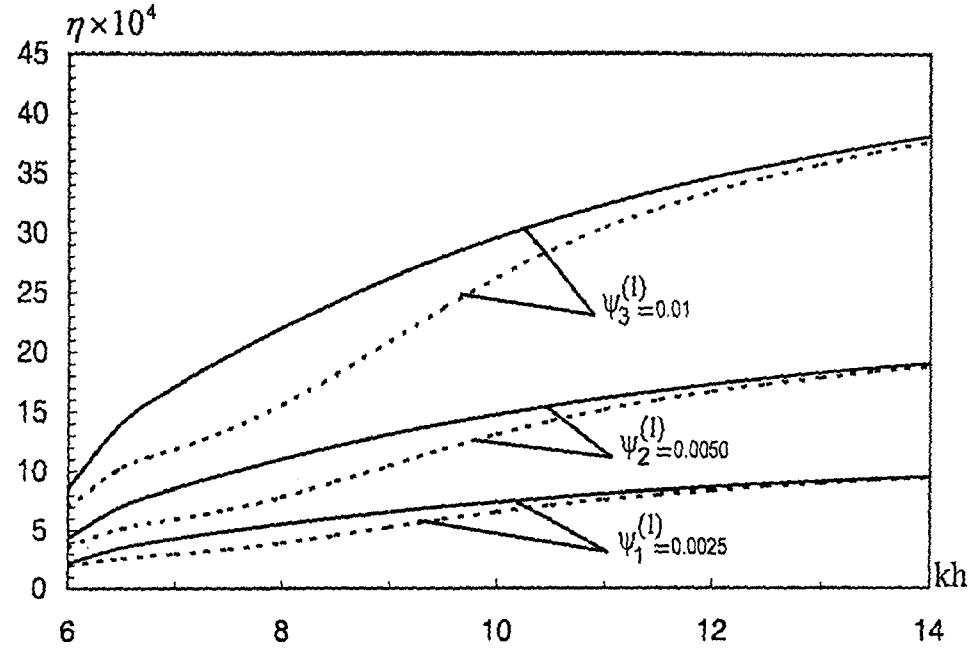
İlk önce $\psi^{(1)} > 0$ ve $\psi^{(2)} = 0$ durumunu ele alalım. Yani tabakada çekme ön gerilmesinin olduğunu, yarı düzlemde ise hiçbir ön gerilme olmadığı durumu göz önüne alalım. Bu durum için $\eta \times 10^4$ ile kh arasındaki bağıntıları gösteren sayısal sonuçlar (3.59)'daki malzeme çiftleri için sırasıyla Şekil 3.2-Şekil 3.5'de verilmektedir. Herbir şekildeki (a), (b), (c) ve (d) ile gösterilen durumlar M_{11} , M_{21} , M_{12} ve M_{22} 'lerle bir önceki bölümde belirtilen dal ve modlara karşılık gelmektedir. Bundan başka bu şekillerde kesikli çizgilerle gösterilmiş olan eğriler ideal temas koşullarına, sürekli çizgilerle gösterilmiş olan eğriler ise ideal olmayan temas koşullarına karşılık gelen durumda elde edilen sonuçları göstermektedir. Bundan başka sayısal sonuçlar $\psi^{(1)} = 0.0025, 0.0050$ ve 0.01 değerlerinde elde edilmiştir ve bu değerlerin karşılık geldiği grafikler şekiller üzerinde gösterilmiştir.



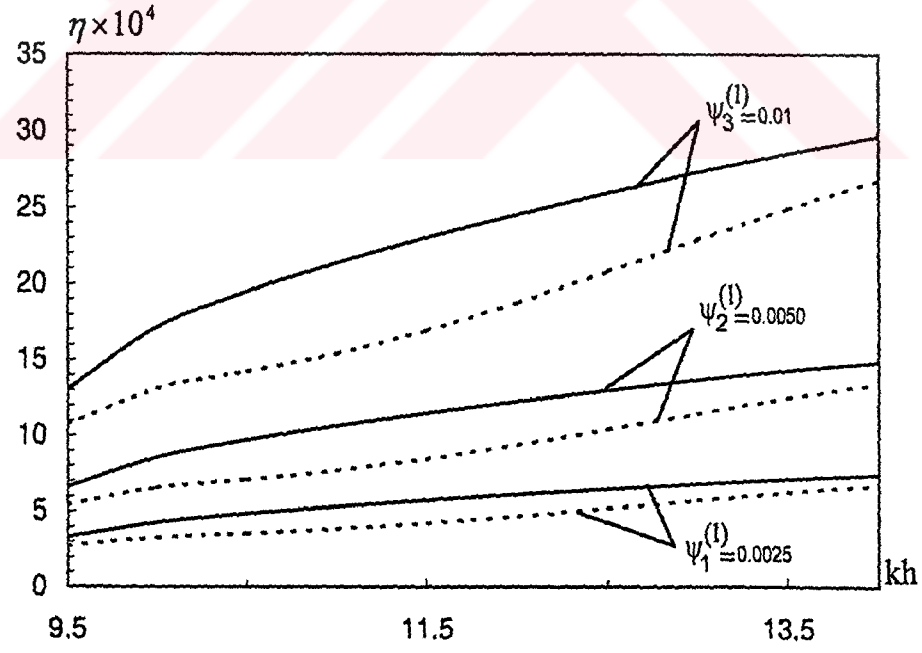
Şekil 3.2a Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



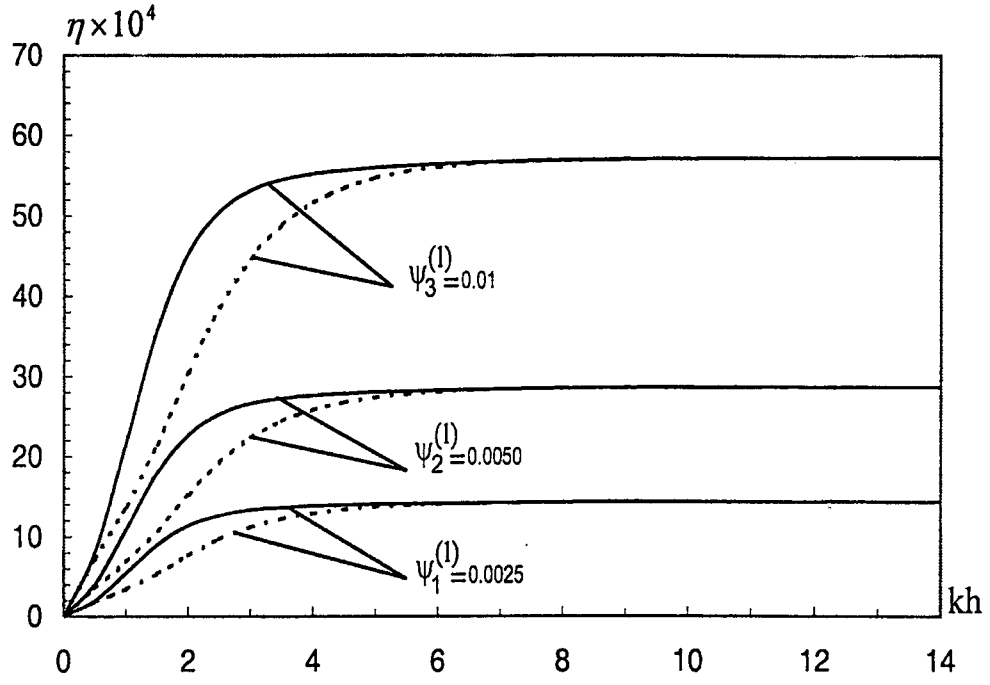
Şekil 3.2b Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



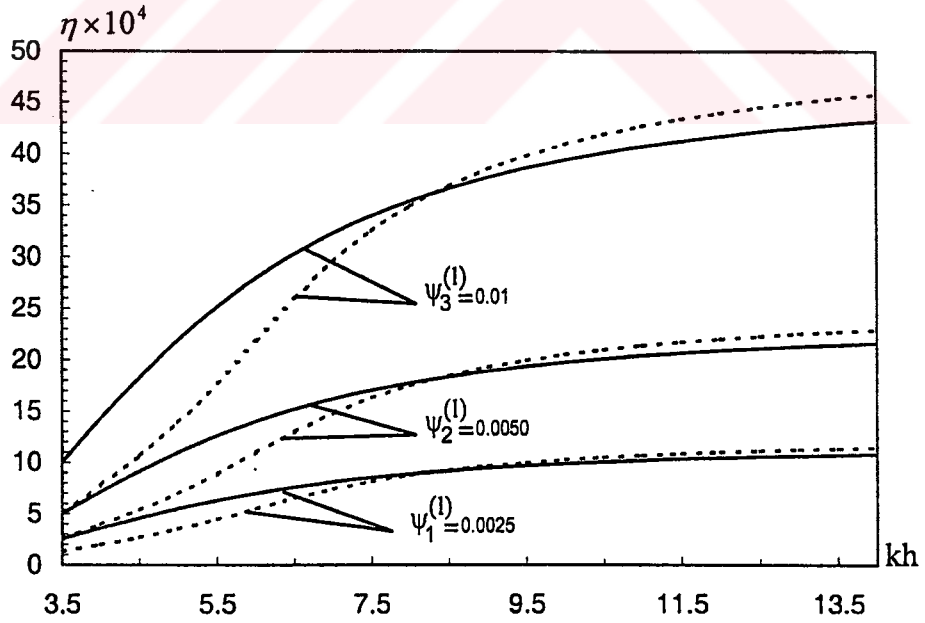
Şekil 3.2c Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



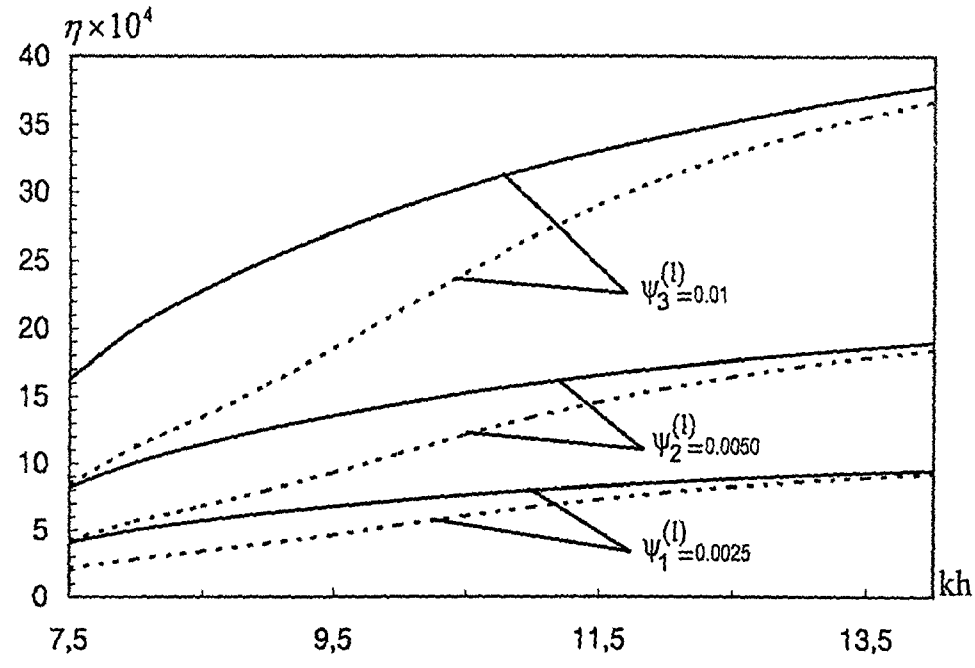
Şekil 3.2d Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



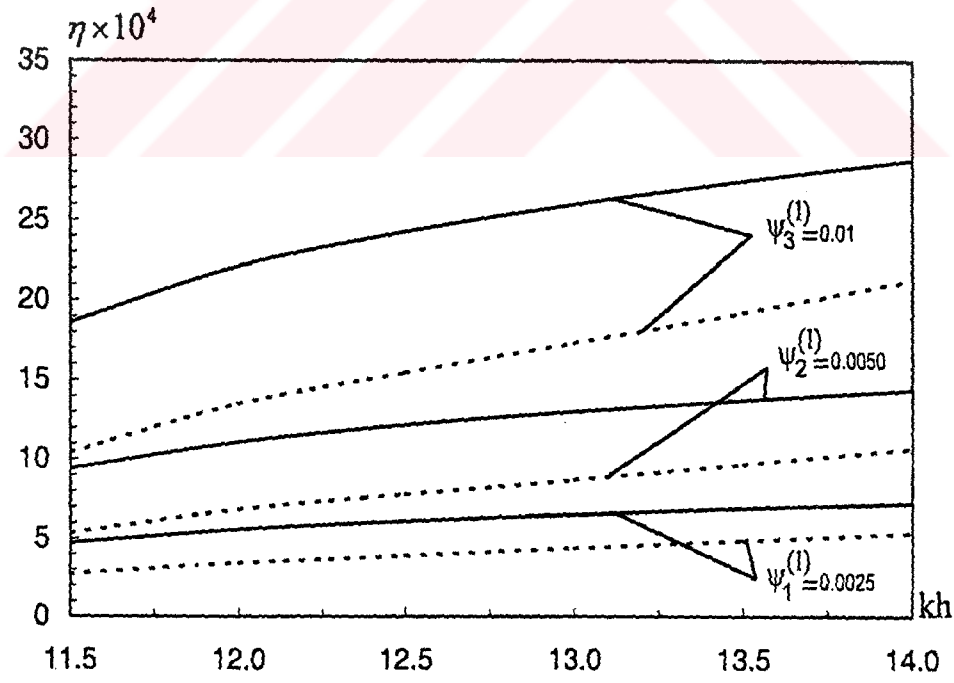
Şekil 3.3a Piriñ 59 –Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



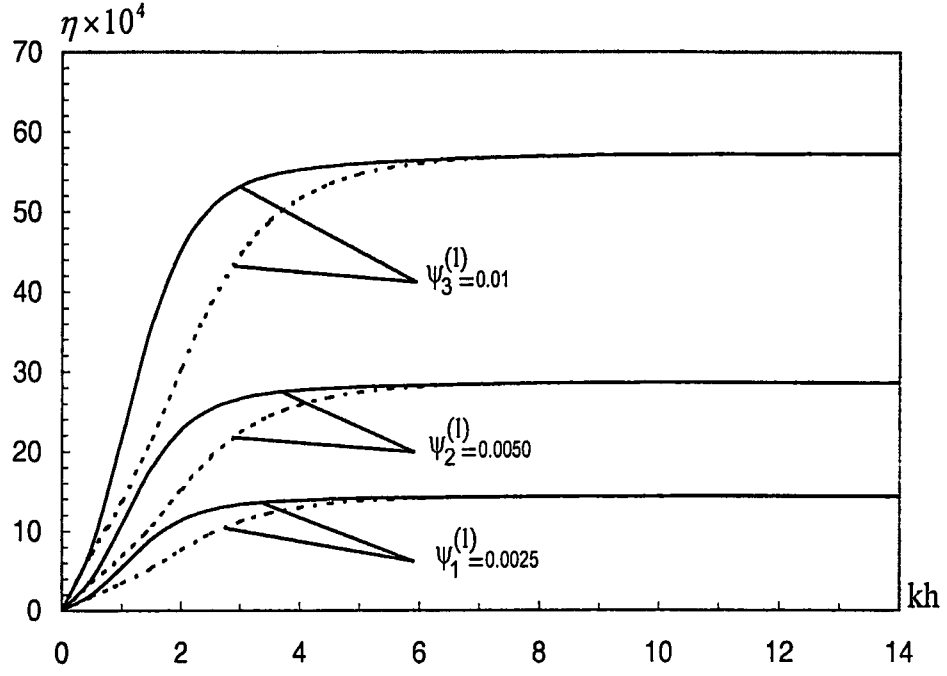
Şekil 3.3b Piriñ 59 –Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



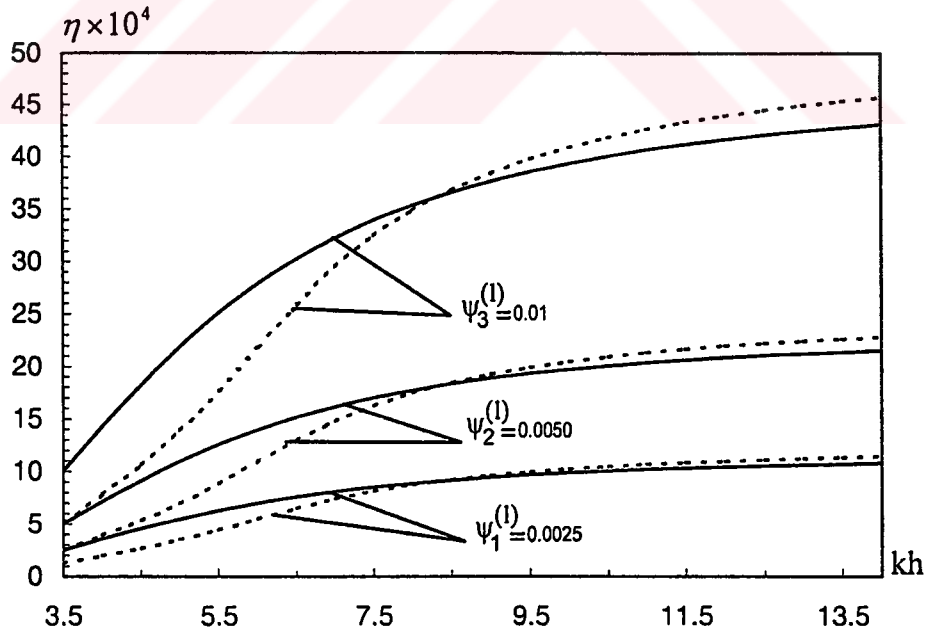
Şekil 3.3c Pirinç59 –Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



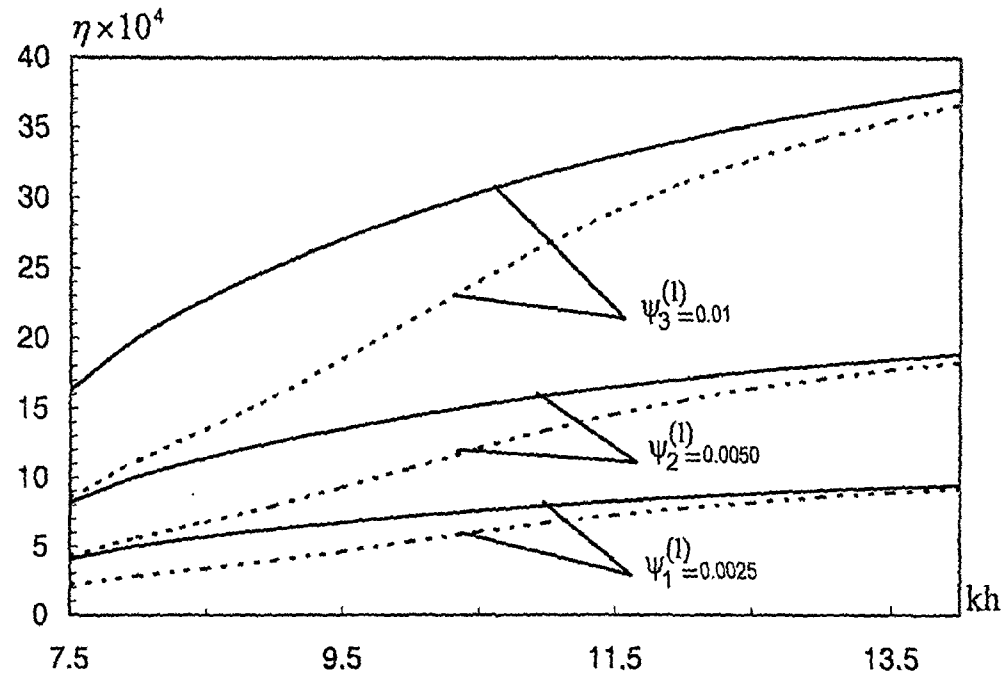
Şekil 3.3d Pirinç59 –Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



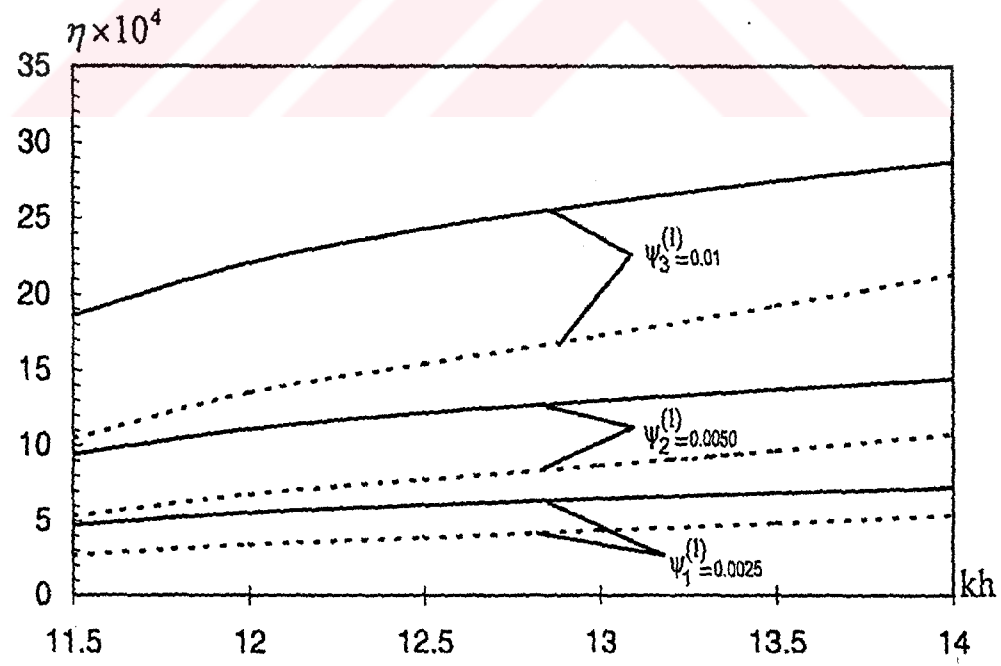
Şekil 3.4a Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



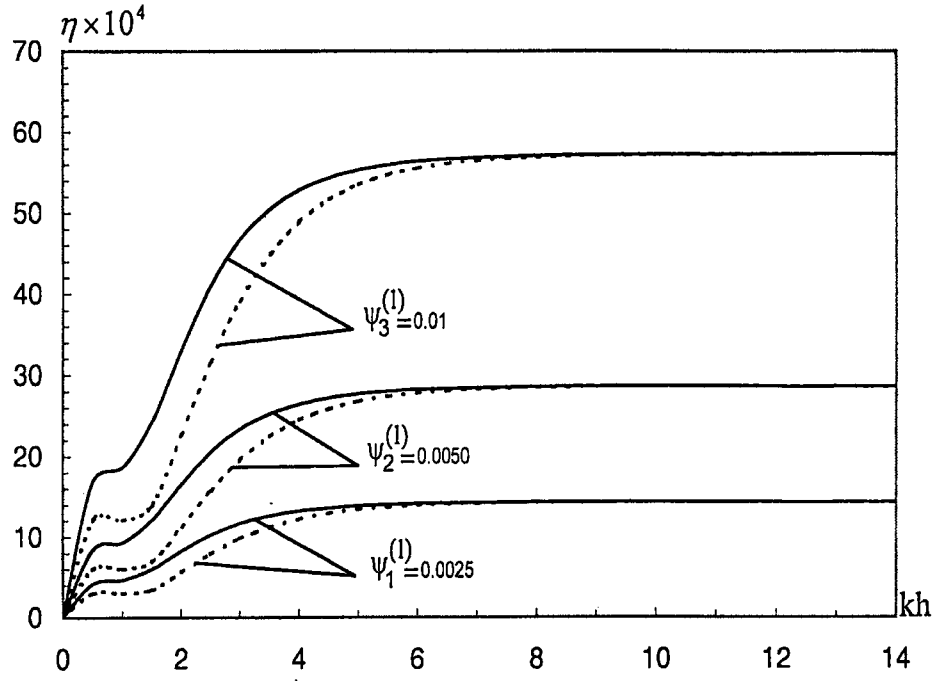
Şekil 3.4b Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



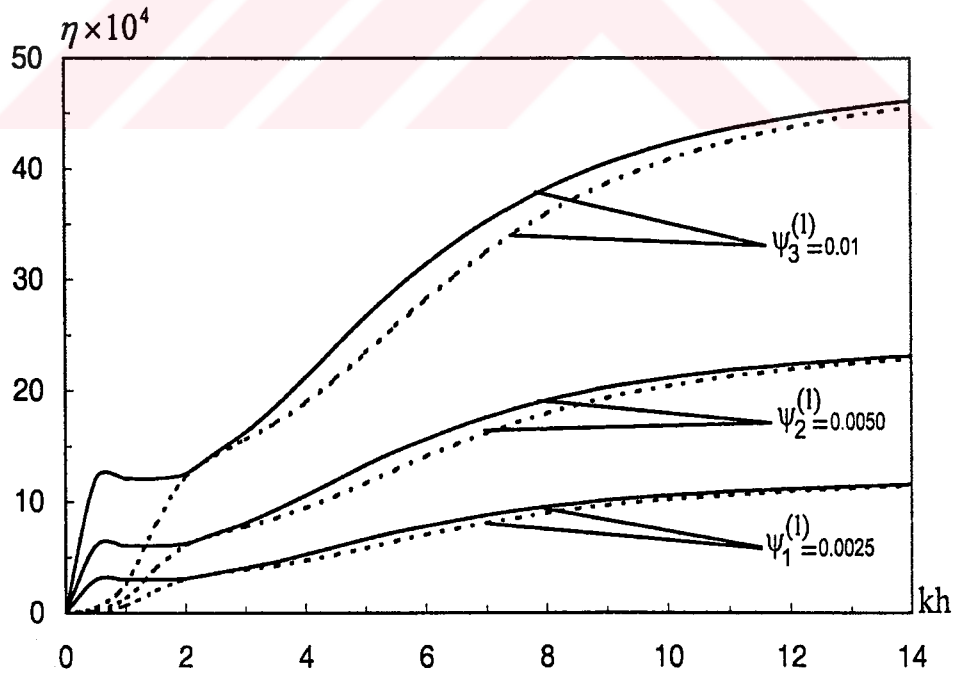
Şekil 3.4c Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} \approx 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



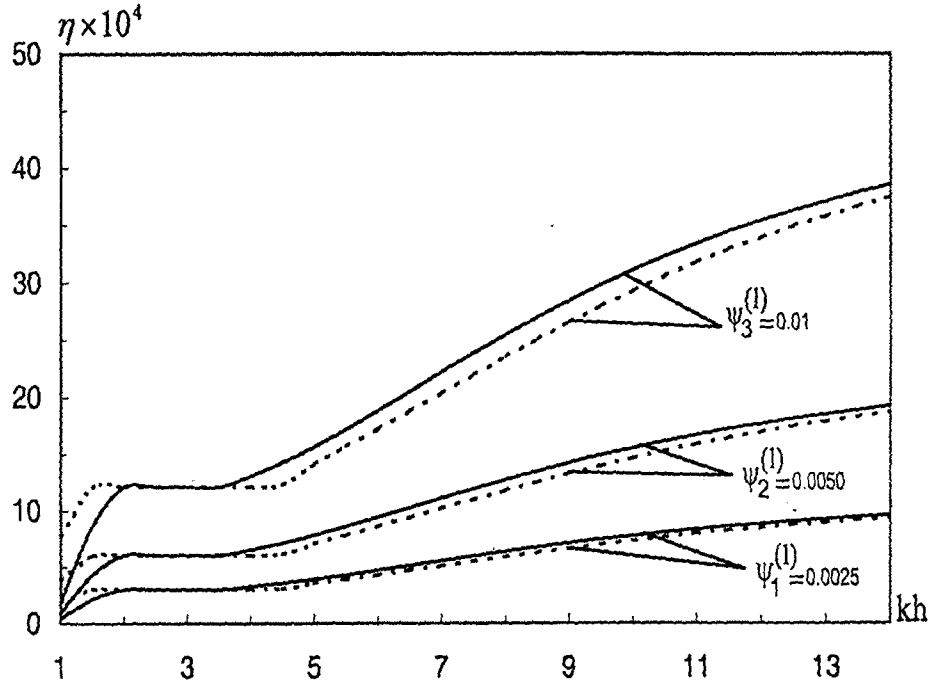
Şekil 3.4d Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} \approx 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



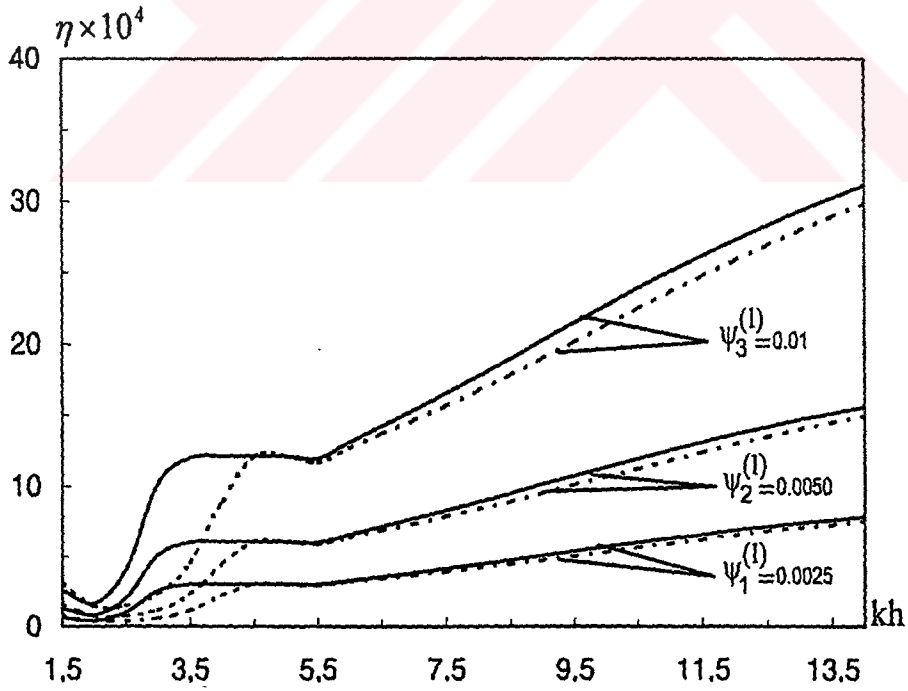
Şekil 3.5a Akrilik Plastik-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



Şekil 3.5b Akrilik Plastik-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



Şekil 3.5c Akrilik Plastik-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



Şekil 3.5d Akrilik Plastik-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri

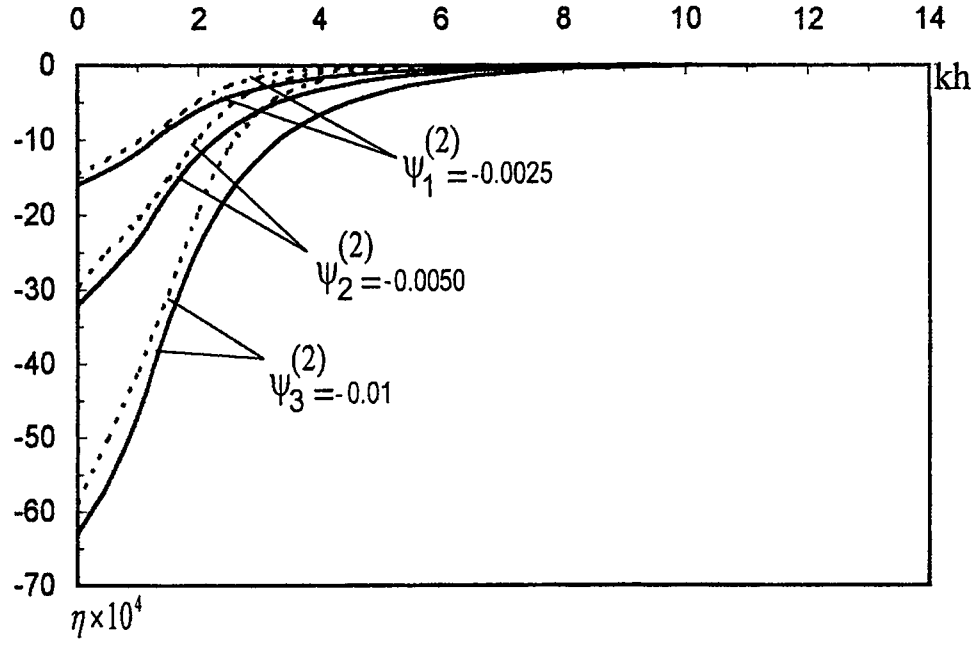
Elde edilen sayısal sonuçlardan açıkça görüldüğü gibi tabakada çekme ön gerilmesinin olması bütün ele alınan dal ve modlarda genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının yayılma hızını artırmaktadır. Söylenenler her iki tür temas koşulu (ideal ve ideal olmayan temas koşulu) için de geçerlidir.

Bundan başka bu sonuçlar ön gerilmenin artmasıyla tüm ele alınan dal ve modlarda genelleştirilmiş Rayleigh hızının monoton olarak büyüdüğünü de açıkça ortaya koymaktadır. Birinci dalın birinci moduna (M_{11}) ait sonuçlardan (Şekil 3.2a, Şekil 3.3a, Şekil 3.4a ve Şekil 3.5a) gözüktüğü gibi $kh \rightarrow 0$ da $\eta \rightarrow 0$ ve $kh \rightarrow \infty$ da $\eta \rightarrow \eta^* = \text{sabit}$ oluşmaktadır. Burada η^* ön gerilmeli tabaka malzemesine karşılık gelen adi Rayleigh dalgalarının yayılma hızına karşılık gelmektedir. Bu söylenenler bilinen fiziksel görüş ve yorumlarla çakışmaktadır.

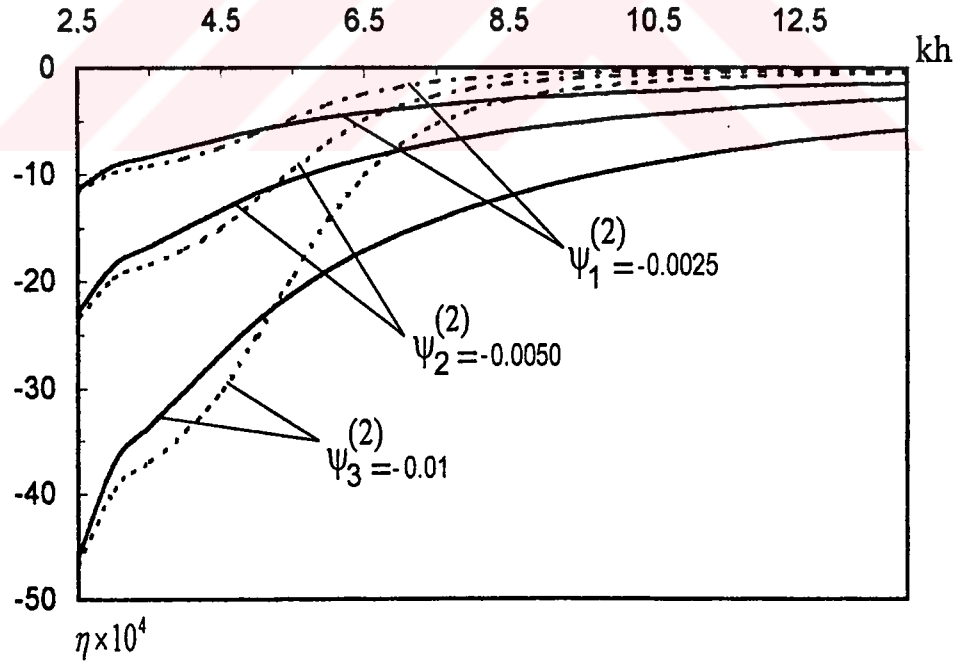
Elde edilen sonuçlar temas koşullarının ideal olmamasının ön gerilmelerin genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının yayılma hızına etkisini belirli $kh < (kh)'$ değerleri için monoton olarak arttırdığını göstermektedir. $kh > (kh)'$ değerlerinde ise M_{11} e karşılık gelen durumlar dışında temas koşullarının ideal olmaması ön gerilmelerin genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının yayılma hızına olan etkisini monoton olarak azaltmaktadır.

Elde edilen sayısal sonuçlar tabakadaki ön gerilmelerin kh 'ın kesim değerine önemli bir etkisinin olmadığını göstermektedir. kh 'ın kesim değerlerinin ideal ve ideal olmayan temas koşulları için farklı olduğu durumlarda kh 'ın büyük değeri seçilerek Şekil 3.2-Şekil 3.5'deki grafikler verilmiştir.

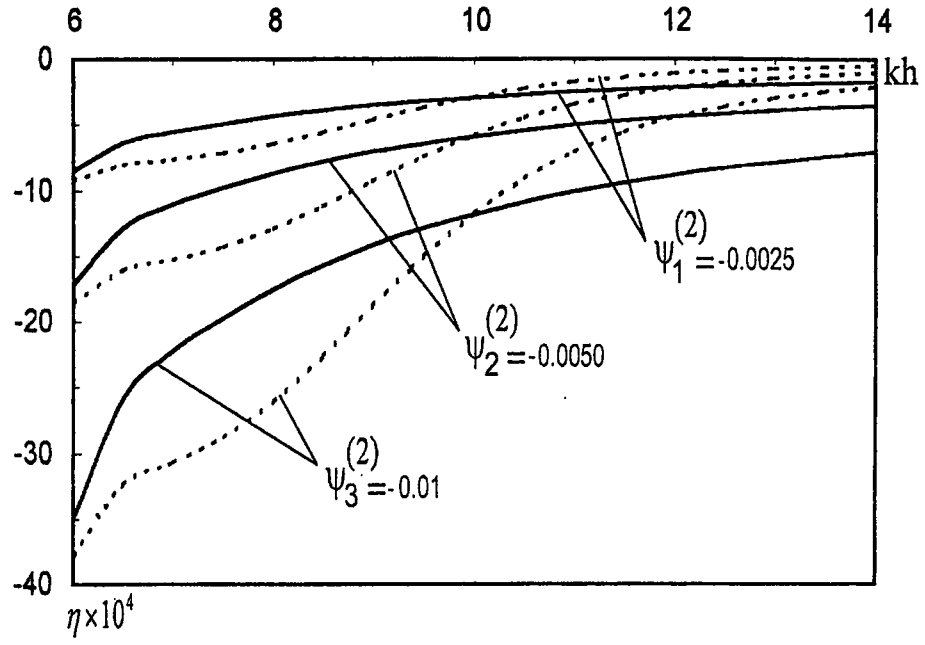
Şimdi ise (3.59) ile belirlenen I, II, III ve IV numaralı malzeme çiftleri için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunu ele alalım ve $\psi^{(2)} = -0.0025$, -0.0050 ve -0.01 değerlerini seçelim. Bu durumda $\eta \times 10^4$ ile kh arasındaki bağıntıları gösteren grafikler sırasıyla Şekil 3.6-Şekil 3.8'de verilmektedir.



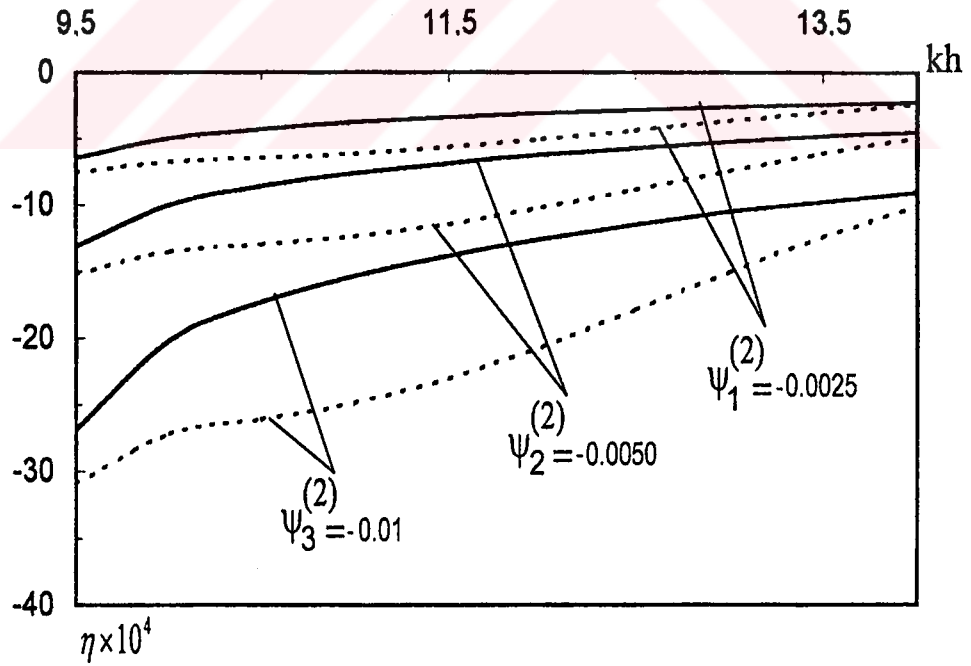
Şekil 3.6a Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



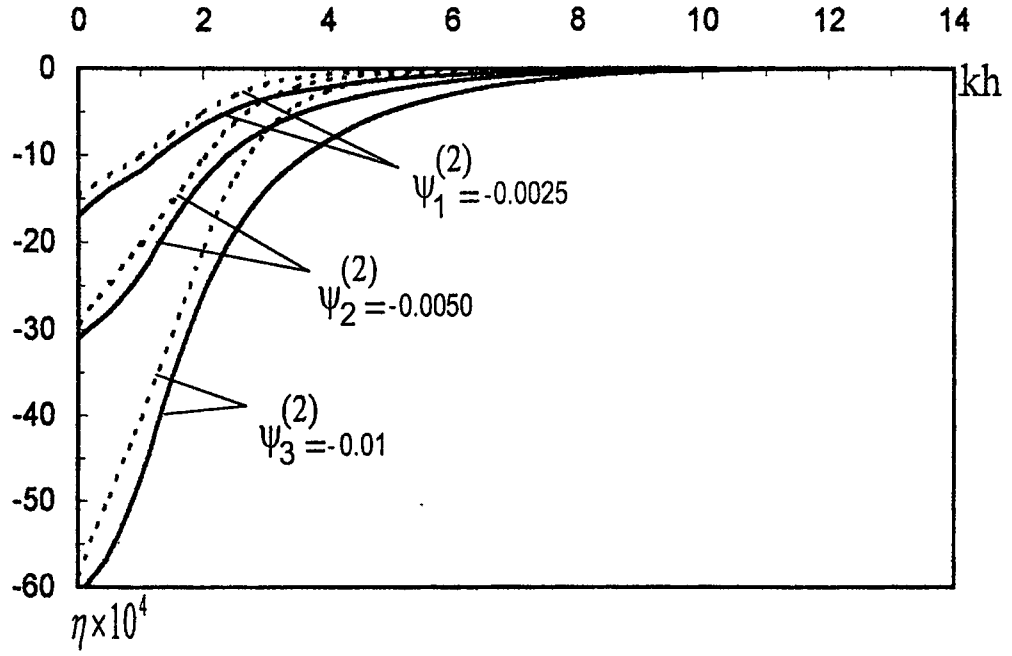
Şekil 3.6b Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



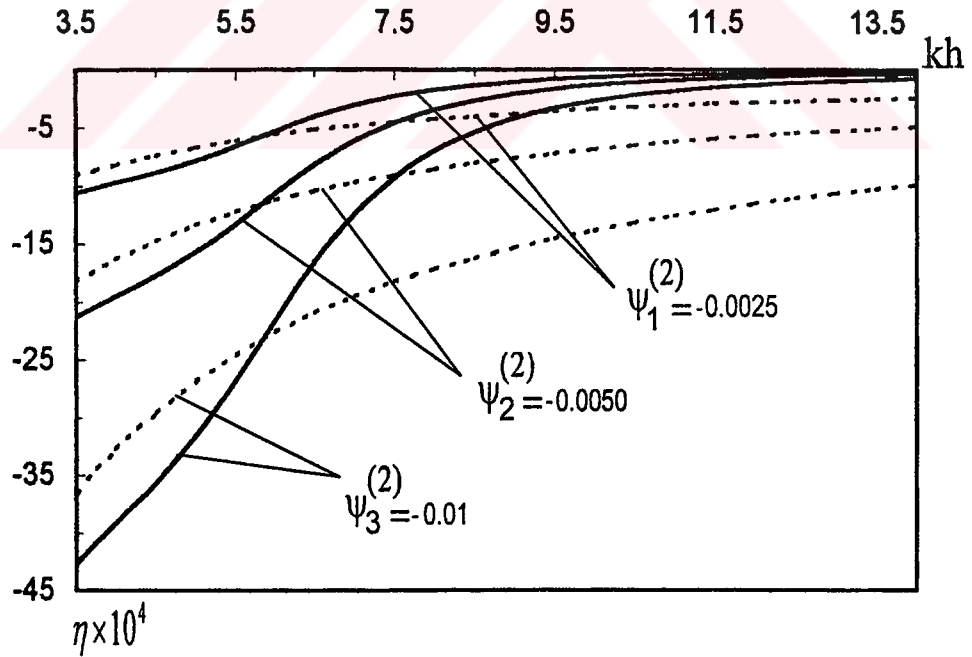
Şekil 3.6c Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



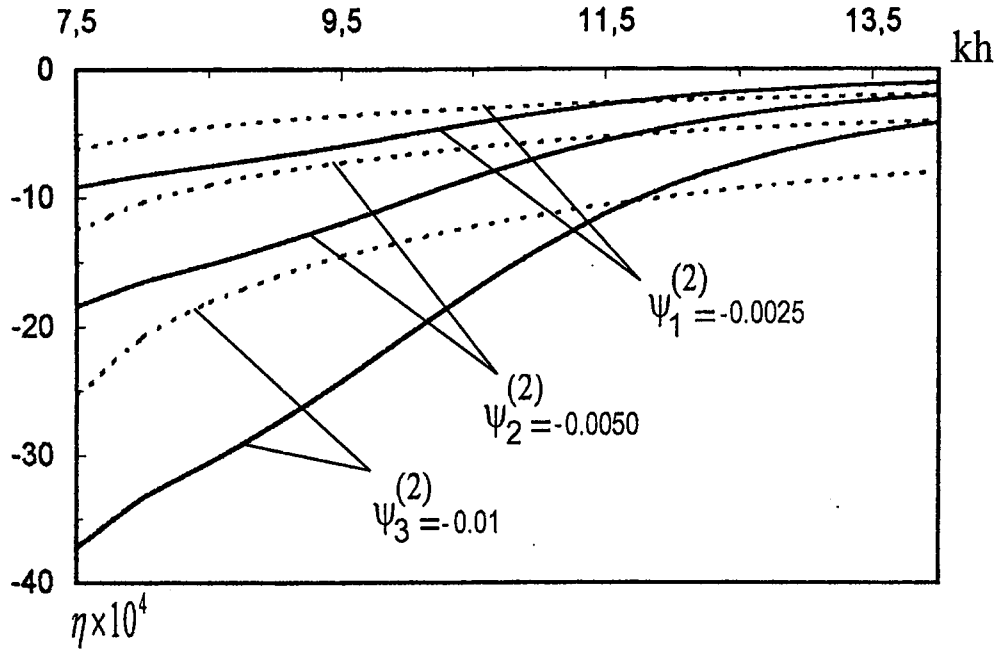
Şekil 3.6d Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



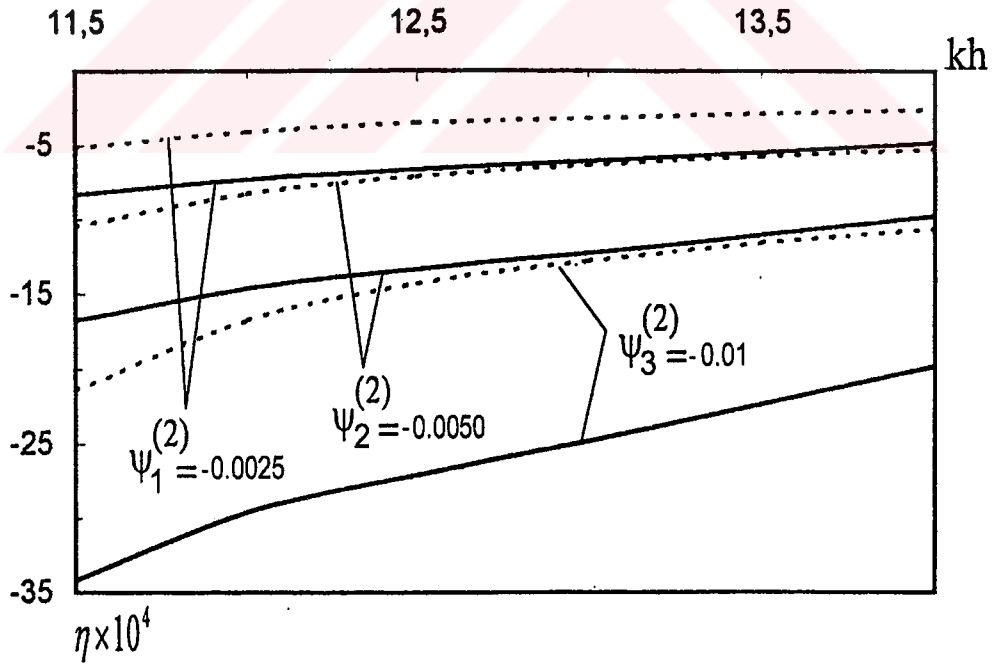
Şekil 3.7a Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



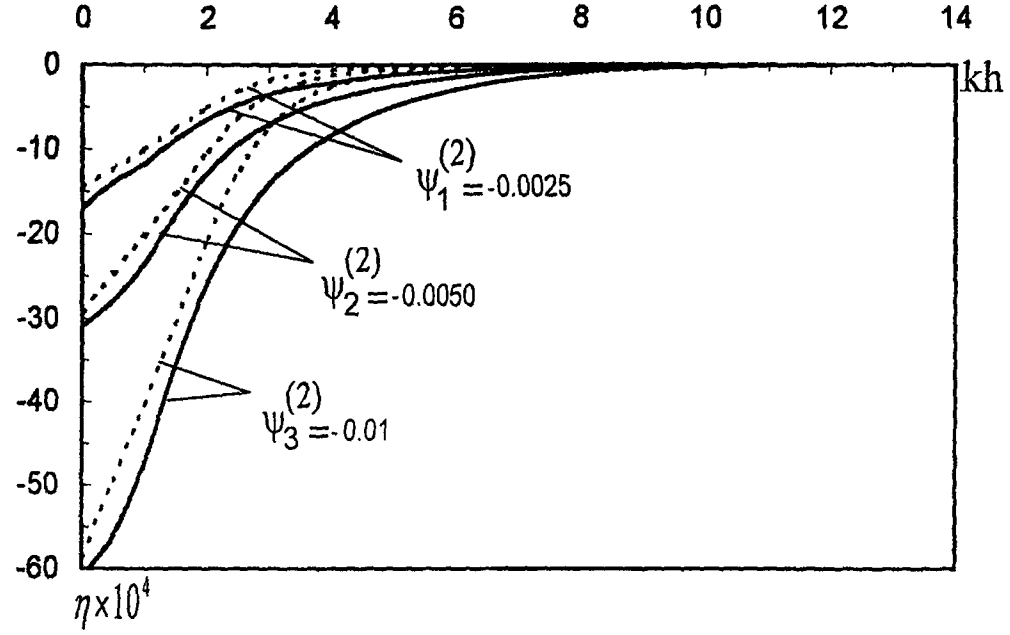
Şekil 3.7b Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



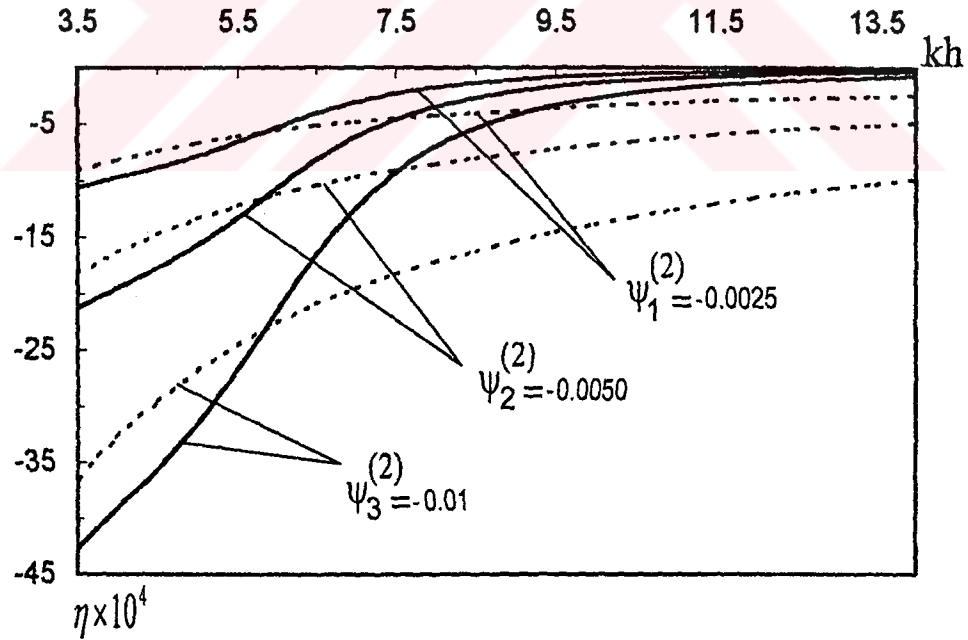
Şekil 3.7c Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



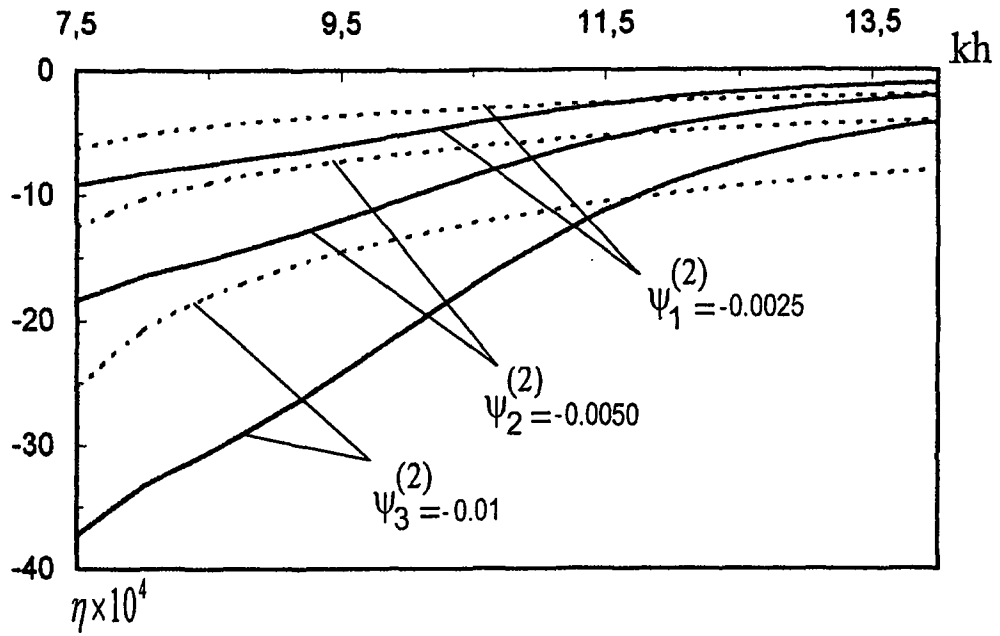
Şekil 3.7d Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



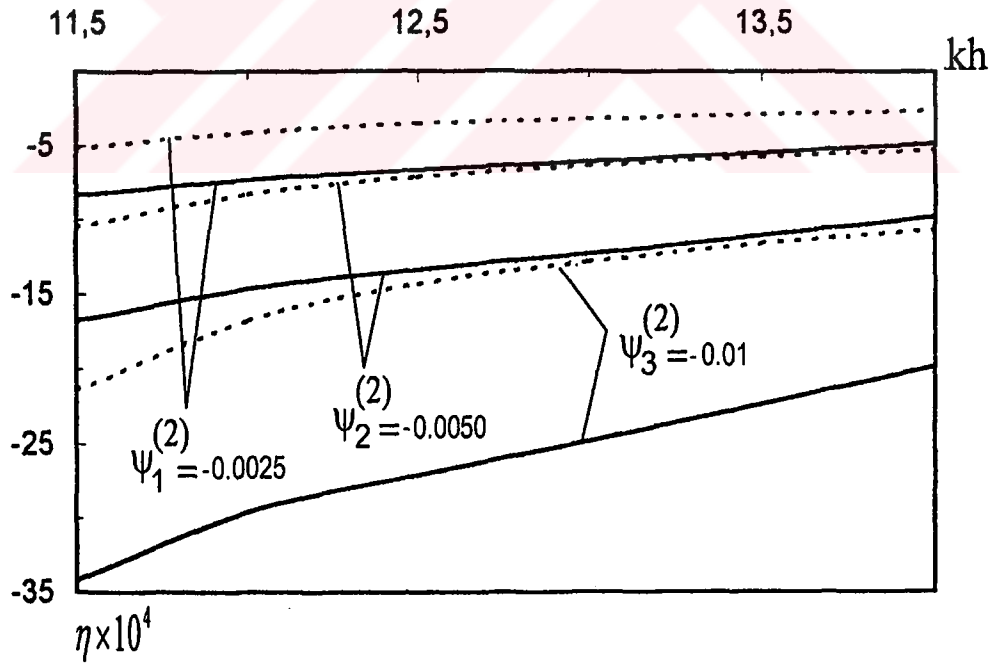
Şekil 3.8a Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



Şekil 3.8b Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



Şekil 3.8c Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



Şekil 3.8d Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri

Şekil 3.2-Şekil 3.5'de yapılan işaretlemeler ve kabuller Şekil 3.6-Şekil 3.8 için de aynı şekilde

geçerlidir. Bu grafiklerden gözüktüğü gibi yarı düzlemdeki ön gerilmenin basınç ön gerilmesi olması genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının hızını azaltmaktadır. $\psi^{(2)}$ 'nin mutlak değeri büyüdükçe genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının yayılma hızının değeri de monoton olarak azalmaktadır.

Ele alınan tüm malzeme çiftleri için yarı düzlem malzemesi aynı olduğundan birinci dalın birinci modu (M_{11}) için elde edilen η değerleri $kh \rightarrow 0$ 'da aynı değerlere yaklaşmaktadır. Bu değerler ise ön basınç gerilmesi uygulanan yarı düzlem malzemesinin adi Rayleigh dalgalarının yayılım hızına karşılık gelmektedir.

Temas koşullarının ideal veya ideal olmaması basınç durumunda farklı malzeme çiftleri için farklı dal ve modlarda farklı tür etki göstermektedir. Bu farklılıklar Şekil 3.6-Şekil 3.8 ile verilen sayısal sonuçlardan açıkça görülmektedir.

Elde edilen sayısal sonuçlara dayanılarak yapılan incelemeler göstermektedir ki lineer elastik malzeme çiftleri için tabakadaki çekme ön gerilmesi genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının yayılma hızını arttırmakta, yarı düzlemdeki basınç ön gerilmesi ise bu hızın değerini azaltmaktadır. Kanaatimizce bu sonuçlar lineer elastik malzeme türünden bağımsızdır.

4. ÜÇÜNCÜ MERTEBEDEN ELASTİK SABİTLERİN ÖN GERİLMELİ TABAKA İLE ÖRTÜLÜ ÖN GERİLMELİ YARI DÜZLEMDEKİ GENELLEŞTİRİLMİŞ RAYLEIGH DALGALARININ DİSPERSİYONUNA ETKİSİ

Ön gerilmeli ortamlarda deneysel olarak elde edilen birçok sonucun yorumlanması üçüncü mertebeden elastik sabitlerin göz önüne alınmasını gerektirmektedir. Bu tür deneysel araştırmaların listesi ve sonuçları Smith's vd. (1966), Guz (1986b), Guz ve Makhort (2000) vs. çalışmalarında detaylı olarak verilmektedir.

Üçüncü mertebeden elastik sabitleri, fiziksel açıdan lineer olmayan elastik ortamlarda gerilme ve şekil değiştirme ilişkileri lineer olmayan terimlerin karşısında duran ve malzemeye ait mekanik özellikleri belirten sabitler olarak göz önüne alınmaktadır. Hiperelastik ortamlar için söz konusu sabitler uygun şekil değiştirme potansiyelleri ile probleme girmektedir. Bu tür potansiyellerden en yaygın kullanılanı Murnaghan potansiyelidir. Tez araştırmasının bu bölümünde ön gerilmeli tabaka ile örtülü ön gerilmeli yarı düzlemin elastisite bağıntılarının Murnaghan potansiyeli aracılığıyla verildiğini varsayacağız ve bu potansiyele dahil olan üçüncü mertebeden elastik sabitlerin ön gerilmeli tabaka ile örtülü ön gerilmeli yarı düzlemdeki genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının dispersiyonuna etkisini inceleyeceğiz.

4.1 Problemin Matematiksel Formülasyonu. Bünye Denklemlerinin Murnaghan Potansiyeli İle Yazılımı.

Bir önceki bölümde olduğu gibi Şekil 3.1'de gösterilen ön gerilmeli tabaka ile örtülü ön gerilmeli bir yarı düzlem ele alalım. Düzlem şekil değiştirme durumunda tabaka ve yarı düzlemde bir önceki bölümde elde edilmesi gösterilmiş olan aşağıdaki denklemlerin sağlandığını varsayalım.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{11}^{(m)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{12}^{(m)}}{\partial x_2} + \sigma_{11}^{(m),0} \frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial x_1^2} &= \rho^{(m),0} \frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial t^2}, \\ \frac{\partial \sigma_{12}^{(m)}}{\partial x_1} + \frac{\partial \sigma_{22}^{(m)}}{\partial x_2} + \sigma_{11}^{(m),0} \frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial x_1^2} &= \rho^{(m),0} \frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial t^2}. \end{aligned} \quad (4.1)$$

Bu denklemlerde ve daha sonra yazılacak olan denklemlerde bir önceki bölümde kullanılan notasyonlardan yararlanılacaktır.

Önceki bölümlerde kullanılan geometrik ilişkiler,

$$\varepsilon_{ij}^{(m)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i^{(m)}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^{(m)}}{\partial x_i} \right), \quad i,j=1,2 \quad (4.2)$$

tabakanın üst yüzeyindeki sınır koşulları,

$$\sigma_{12}^{(1)}|_{x_2=h} = 0, \quad \sigma_{22}^{(1)}|_{x_2=h} = 0. \quad (4.3)$$

tabaka ve yarı düzlem ara düzlemindeki ideal temas koşulları,

$$u_i^{(1)}|_{x_2=0} = u_i^{(2)}|_{x_2=0}, \quad \sigma_{i2}^{(1)}|_{x_2=0} = \sigma_{i2}^{(2)}|_{x_2=0}, \quad i=1,2 \quad (4.4)$$

ideal olmayan temas koşulları ise,

$$u_2^{(1)}|_{x_2=0} = u_2^{(2)}|_{x_2=0}, \quad \sigma_{22}^{(1)}|_{x_2=0} = \sigma_{22}^{(2)}|_{x_2=0}, \quad \sigma_{12}^{(1)}|_{x_2=0} = 0, \quad \sigma_{12}^{(2)}|_{x_2=0} = 0. \quad (4.5)$$

şeklinde yazılabilir.

Bunlardan başka

$$\sigma_{ij}^{(2)} \xrightarrow{x_2 \rightarrow -\infty} 0, \quad u_i^{(2)} \xrightarrow{x_2 \rightarrow -\infty} 0, \quad i=1,2. \quad (4.6)$$

sönüm koşullarının da sağlandığı varsayılacaktır.

Bu bölümde ele alınan araştırmaların önceki bölümden olan başlıca farkı, tabaka ve yarı düzlem malzemelerinin mekanik özelliklerinin Murnaghan potansiyeli ile verilecek olmasıdır.

Bu potansiyel (Murnaghan (1951), Smith's vd. (1966), Guz (1986b), Guz ve Makhort (2000) vs.) kaynaklarında

$$\phi^{(m)} = \frac{1}{2} \lambda^{(m)} \left(A_1^{(m)} \right)^2 + \mu^{(m)} A_2^{(m)} + \frac{a^{(m)}}{3} \left(A_1^{(m)} \right)^3 + b^{(m)} A_1^{(m)} A_2^{(m)} + \frac{c^{(m)}}{3} A_3^{(m)} \quad (4.7)$$

biçiminde tanımlamaktadır.

Buradaki $\lambda^{(m)}$ ve $\mu^{(m)}$ m. malzemenin Lamé sabitlerini, $a^{(m)}$, $b^{(m)}$ ve $c^{(m)}$ m. malzemenin üçüncü dereceden elastisite sabitlerini göstermektedir. Bundan başka (4.7) denklemindeki $A_1^{(m)}$, $A_2^{(m)}$ ve $A_3^{(m)}$ 'ler Green şekil değiştirme tansörünün sırasıyla 1., 2. ve 3. dereceden cebirsel invariantlarıdır. Bu invariantların ifadeleri Green şekil değiştirme tansörü bileşenleri ile,

$$A_1^{(m)} = \epsilon_{11}^{(m)} + \epsilon_{22}^{(m)},$$

$$A_2^{(m)} = (\epsilon_{11}^{(m)})^2 + 2(\epsilon_{12}^{(m)})^2 + (\epsilon_{22}^{(m)})^2,$$

$$A_3^{(m)} = (\epsilon_{11}^{(m)})^3 + 3(\epsilon_{12}^{(m)})^2 \epsilon_{11}^{(m)} + 3(\epsilon_{12}^{(m)})^2 \epsilon_{22}^{(m)} + (\epsilon_{22}^{(m)})^3 \quad (4.8)$$

biçiminde verilmektedir.

Bilindiği üzere elastik potansiyel verildiğinde gerilme ve şekil değiştirme ilişkileri

$$\sigma_{ij}^{(m)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial}{\partial \epsilon_{ij}^{(m)}} + \frac{\partial}{\partial \epsilon_{ji}^{(m)}} \right) \Phi^{(m)}. \quad (4.9)$$

ile yazılmaktadır.

(4.9)'a bir önceki bölümde yapılan doğrusallaştırma işlemlerini uygularsak, doğrusallaştırılmış gerilme-şekil değiştirme bağıntılarını aşağıdaki gibi elde ederiz.

$$\sigma_{11}^{(m)} = A_{11}^{(m)} \epsilon_{11}^{(m)} + A_{12}^{(m)} \epsilon_{12}^{(m)}$$

$$\sigma_{22}^{(m)} = A_{12}^{(m)} \epsilon_{11}^{(m)} + A_{22}^{(m)} \epsilon_{22}^{(m)}$$

$$\sigma_{12}^{(m)} = 2\mu_{12}^{(m)} \epsilon_{12}^{(m)}. \quad (4.10)$$

(4.10)'da aşağıdaki tanımlar kabul edilmiştir.

$$A_{11}^{(m)} = \lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)} + \frac{1}{\mu^{(m)}} (2b^{(m)} + c^{(m)}) \sigma_{11}^{(m),0} + \frac{2\sigma_{11}^{(m),0}}{3k_0^{(m)}}$$

$$\begin{aligned}
& \left[(a^{(m)} + b^{(m)}) - (2b^{(m)} + c^{(m)}) \frac{\lambda^{(m)}}{2\mu^{(m)}} \right] \\
A_{22}^{(m)} &= \lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)} + \frac{2\sigma_{11}^{(m),0}}{3k_0^{(m)}} \left[(a^{(m)} + b^{(m)}) - (2b^{(m)} + c^{(m)}) \frac{\lambda^{(m)}}{2\mu^{(m)}} \right] \\
A_{12}^{(m)} &= \lambda^{(m)} + \frac{b^{(m)}}{\mu^{(m)}} \sigma_{11}^{(m),0} + \frac{2\sigma_{11}^{(m),0}}{3k_0^{(m)}} \left[(a^{(m)} - b^{(m)}) \frac{\lambda^{(m)}}{\mu^{(m)}} \right] \\
\mu_{12}^{(m)} &= \mu^{(m)} + \frac{b^{(m)} \sigma_{11}^{(m),0}}{3K_0^{(m)}} + \frac{c^{(m)} \sigma_{11}^{(m),0}}{4\mu^{(m)}} \left[\frac{\lambda^{(m)} + \mu^{(m)}}{3K_0^{(m)}} \right] \\
k_0^{(m)} &= \lambda^{(m)} + \frac{2\mu^{(m)}}{3}. \tag{4.11}
\end{aligned}$$

Böylece mekanik özellikleri Murnaghan potansiyeli ile belirlenen ön gerilmeli tabaka ile örtülü ön gerilmeli yarı düzlemde genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının dispersiyonuna (4.7) denkleminde dahil olan $a^{(m)}$, $b^{(m)}$ ve $c^{(m)}$ 'lerle gösterilen üçüncü mertebeden elastisite sabitlerinin etkisinin incelenmesini gerektiren tüm denklem ve sınır koşulları verilmiş bulunmaktadır.

4.2 İdeal ve İdeal Olmayan Temas Koşulları Çerçevesinde Dispersiyon Denklemlerinin Elde Edilmesi

(4.2) ilişkilerini (4.10) ifadesinde ve (4.10) ifadesini de (4.1)'de yazarsak yerdeğştirmeler cinsinden doğrusallaştırılmış hareket denklemlerini aşağıdaki biçimde elde etmiş oluruz.

$$\begin{aligned}
A_{11}^{(m)} \frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial x_1^2} + A_{12}^{(m)} \frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial x_1 \partial x_2} + \mu_{12}^{(m)} \left(\frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial x_2 \partial x_1} \right) + \sigma_{11}^{(m),0} \frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial x_1^2} &= \rho^{(m),0} \frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{dt^2} \\
A_{22}^{(m)} \frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial x_2^2} + A_{12}^{(m)} \frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial x_2 \partial x_1} + \mu_{12}^{(m)} \left(\frac{\partial^2 u_1^{(m)}}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial x_1^2} \right) + \sigma_{11}^{(m),0} \frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{\partial x_1^2} &= \rho^{(m),0} \frac{\partial^2 u_2^{(m)}}{dt^2} \tag{4.12}
\end{aligned}$$

ox_1 eksenini yönündeki dalga yayılımı incelendiğinden önceki bölümlerde olduğu gibi yerdeğştirmeleri aşağıdaki biçimde gösterebiliriz.

$$u_1^{(m)} = f_1^{(m)}(x_2) \sin(kx_1 - \omega t), \quad u_2^{(m)} = f_2^{(m)}(x_2) \cos(kx_1 - \omega t). \tag{4.13}$$

(4.13) denklemini (4.12)'de yerine yazarsak birinci ve ikinci ortam için sırasıyla;

$$\frac{d^2 f_1^{(m)}(kx_2)}{d(kx_2)^2} + \left[\frac{-A_{11}^{(m)}}{\mu_{12}^{(m)}} - \frac{\sigma_{11}^{(m),0}}{\mu_{12}^{(m)}} + \frac{\rho^{(m)}\omega^2}{\mu_{12}^{(m)}k^2} \right] f_1^{(m)}(kx_2) - \left[\frac{A_{12}^{(m)} + \mu_{12}^{(m)}}{\mu_{12}^{(m)}} \right] \frac{df_2^{(m)}(kx_2)}{d(kx_2)} = 0 \quad (4.14)$$

$$\frac{d^2 f_2^{(m)}(kx_2)}{d(kx_2)^2} + \left[\frac{-\mu_{12}^{(m)}}{A_{22}^{(m)}} - \frac{\sigma_{11}^{(m),0}}{A_{22}^{(m)}} + \frac{\rho^{(m)}\omega^2}{A_{22}^{(m)}k^2} \right] f_2^{(m)}(kx_2) + \left[\frac{\mu_{12}^{(m)} + A_{12}^{(m)}}{A_{22}^{(m)}} \right] \frac{df_1^{(m)}(kx_2)}{d(kx_2)} = 0 \quad (4.15)$$

denklemlerini elde ederiz. Burada

$$b_{m1} = \frac{-A_{11}^{(m)}}{\mu_{12}^{(m)}} - \frac{\sigma_{11}^{(m),0}}{\mu_{12}^{(m)}} + \frac{\rho^{(m)}\omega^2}{\mu_{12}^{(m)}k^2}, \quad b_{m2} = \frac{-\mu_{12}^{(m)}}{A_{22}^{(m)}} - \frac{\sigma_{11}^{(m),0}}{A_{22}^{(m)}} + \frac{\rho^{(m)}\omega^2}{A_{22}^{(m)}k^2}$$

$$c_{m1} = \frac{-A_{12}^{(m)} - \mu_{12}^{(m)}}{\mu_{12}^{(m)}}, \quad c_{m2} = \frac{\mu_{12}^{(m)} + A_{12}^{(m)}}{A_{22}^{(m)}}$$

olarak tanımlanırsa (4.14) denklemi

$$\frac{d^2 f_1^{(m)}(kx_2)}{d(kx_2)^2} + c_{m1} \frac{df_2^{(m)}(kx_2)}{d(kx_2)} + b_{m1} f_1^{(m)}(kx_2) = 0 \quad (4.16)$$

$$\frac{d^2 f_2^{(m)}(kx_2)}{d(kx_2)^2} + c_{m2} \frac{df_1^{(m)}(kx_2)}{d(kx_2)} + b_{m2} f_2^{(m)}(kx_2) = 0 \quad (4.17)$$

şeklinde yazılabilir. (4.17) denklemden

$$c_{m2} \frac{df_1^{(m)}(kx_2)}{d(kx_2)} = -\frac{d^2 f_2^{(m)}(kx_2)}{d(kx_2)^2} - b_{m2} f_2^{(m)}(kx_2) \quad (4.18)$$

olarak elde ederiz. (4.18) denkleminin x_2 'ye göre 2 kez türevi alınıp elde edilen denklem (4.16) denkleminin x_2 'ye göre 1 kez türetivi alınarak bulunan denklemde yerine yazılır ve gerekli dönüşümler yapılırsa

$$\frac{d^4 f_2^{(m)}(kx_2)}{d(kx_2)^4} + B_m \frac{d^2 f_2^{(m)}(kx_2)}{d(kx_2)^2} + C_m f_2^{(m)}(kx_2) = 0 \quad (4.19)$$

denklemini ve benzer işlemlerle

$$\frac{d^4 f_1^{(m)}(kx_2)}{d(kx_2)^4} + B_m \frac{d^2 f_1^{(m)}(kx_2)}{d(kx_2)^2} + C_m f_1^{(m)}(kx_2) = 0 \quad (4.20)$$

denklemini elde edilir. (4.19) ve (4.20) denklemlerinde aşağıdaki tanımlar yapılmıştır.

$$B_m = b_{m1} + b_{m2} - c_{m1} c_{m2}, \quad C_m = b_{m1} b_{m2} \quad (4.21)$$

Buna göre (4.19) denkleminin çözümünü

$$\begin{aligned} f_2^{(1)}(x_2) &= Z_1^{(1)} \exp(R_1^{(1)} kx_2) + Z_2^{(1)} \exp(-R_1^{(1)} kx_2) + Z_3^{(1)} \exp(R_2^{(1)} kx_2) + Z_4^{(1)} \exp(-R_2^{(1)} kx_2), \\ f_2^{(2)}(x_2) &= Z_1^{(2)} \exp(R_1^{(2)} kx_2) + Z_3^{(2)} \exp(R_2^{(2)} kx_2). \end{aligned} \quad (4.22)$$

biçiminde yazılabilir. Burada

$$R_1^{(m)} = \sqrt{-\frac{B_m}{2} + \sqrt{\frac{(B_m)^2}{4} - C_m}}, \quad R_2^{(m)} = \sqrt{-\frac{B_m}{2} - \sqrt{\frac{(B_m)^2}{4} - C_m}} \quad (4.23)$$

tanımları yapılmıştır. Aynı zamanda (4.22) çözümleri (4.16) ve (4.17) denklemlerinde kullanılarak uygun işlemlerle $f_1^{(m)}(x_2)$ fonksiyonu belirlenir. Bazı matematiksel işlemler ve ideal temas koşulları için (4.4), ideal olmayan temas koşulları için ise (4.5) ilişkileri kullanılarak aşağıdaki gibi yazılabilecek dispersiyon denklemini elde ederiz.

$$\det \left\| \alpha_{ij} \left(c, kh, \sigma_{11}^{(1),0}, \sigma_{11}^{(2),0}, c_1^{(1)}, c_1^{(2)}, c_2^{(1)}, c_2^{(2)}, a^{(1)}, b^{(1)}, c^{(1)}, a^{(2)}, b^{(2)}, c^{(2)} \right) \right\| = 0 \quad (4.24)$$

(4.24) denklemindeki

$$c = \frac{\omega}{k}, \quad c_1^{(m)} = \sqrt{\frac{\lambda^{(m)} + 2\mu^{(m)}}{\rho^{(m)}}}, \quad c_2^{(m)} = \sqrt{\frac{\mu^{(m)}}{\rho^{(m)}}} \quad (4.25)$$

olarak yazılmıştır.

(4.24) denklemindeki α_{ij} ' ler ideal temas koşulları için:

$$\alpha_{11}=0, \alpha_{12}=\frac{-1}{c_{12}^{(1)}}\left(R_{11}^{(1)}+\frac{b_{12}^{(1)}}{R_{11}^{(1)}}\right), \alpha_{13}=0, \alpha_{14}=\frac{-1}{c_{12}^{(1)}}\left(R_{13}^{(1)}+\frac{b_{12}^{(1)}}{R_{13}^{(1)}}\right),$$

$$\alpha_{15}=\frac{1}{c_{22}^{(2)}}\left(R_{24}^{(2)}+\frac{b_{22}^{(2)}}{R_{21}^{(2)}}\right), \alpha_{16}=\frac{1}{c_{22}^{(2)}}\left(R_{23}^{(2)}+\frac{b_{22}^{(2)}}{R_{23}^{(2)}}\right)$$

$$\alpha_{21}=1, \alpha_{22}=0, \alpha_{23}=1, \alpha_{24}=0, \alpha_{25}=-1, \alpha_{26}=-1$$

$$\alpha_{31}=0, \alpha_{32}=-\frac{A_{12}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}}\left(R_{11}^{(1)}+\frac{b_{12}^{(1)}}{R_{11}^{(1)}}\right)+A_{22}^{(1)}R_{11}^{(1)}, \alpha_{33}=0,$$

$$\alpha_{34}=-\frac{A_{12}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}}\left(R_{13}^{(1)}+\frac{b_{12}^{(1)}}{R_{13}^{(1)}}\right)+A_{22}^{(1)}R_{13}^{(1)}, \alpha_{35}=\frac{A_{12}^{(2)}}{c_{22}^{(2)}}\left(R_{21}^{(2)}+\frac{b_{22}^{(2)}}{R_{21}^{(2)}}\right)-A_{22}^{(2)}R_{21}^{(2)},$$

$$\alpha_{36}=\frac{A_{12}^{(2)}}{c_{22}^{(2)}}\left(R_{23}^{(2)}+\frac{b_{22}^{(2)}}{R_{23}^{(2)}}\right)-A_{22}^{(2)}R_{23}^{(2)}$$

$$\alpha_{41}=\left(-\frac{R_{11}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}}\left(R_{11}^{(1)}+\frac{b_{12}^{(1)}}{R_{11}^{(1)}}\right)-1\right)\frac{\mu_{12}^{(1)}}{\mu_{12}^{(2)}}, \alpha_{42}=0, \alpha_{43}=\left(-\frac{R_{13}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}}\left(R_{13}^{(1)}+\frac{b_{12}^{(1)}}{R_{13}^{(1)}}\right)-1\right)\frac{\mu_{12}^{(1)}}{\mu_{12}^{(2)}},$$

$$\alpha_{44}=0, \alpha_{45}=\frac{R_{21}^{(2)}}{c_{22}^{(2)}}\left(R_{21}^{(2)}+\frac{b_{22}^{(2)}}{R_{21}^{(2)}}\right)+1, \alpha_{46}=\frac{R_{23}^{(2)}}{c_{22}^{(2)}}\left(R_{23}^{(2)}+\frac{b_{22}^{(2)}}{R_{23}^{(2)}}\right)+1$$

$$\alpha_{51}=\left(\frac{-A_{12}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}}\left(R_{11}^{(1)}+\frac{b_{12}^{(1)}}{R_{11}^{(1)}}\right)+A_{22}^{(1)}R_{11}^{(1)}\right)\text{Sinh}(R_{11}^{(1)}h),$$

$$\alpha_{52}=\left(\frac{-A_{12}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}}\left(R_{11}^{(1)}+\frac{b_{12}^{(1)}}{R_{11}^{(1)}}\right)+A_{22}^{(1)}R_{11}^{(1)}\right)\text{Cosh}(R_{11}^{(1)}h),$$

$$\alpha_{53}=\left(\frac{-A_{12}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}}\left(R_{13}^{(1)}+\frac{b_{12}^{(1)}}{R_{13}^{(1)}}\right)+A_{22}^{(1)}R_{13}^{(1)}\right)\text{Sinh}(R_{13}^{(1)}h),$$

$$\alpha_{54} = \left(-\frac{A_{12}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}} \left(R_{13}^{(1)} + \frac{b_{12}^{(1)}}{R_{13}^{(1)}} \right) + A_{22}^{(1)} R_{13}^{(1)} \right) \cosh(R_{13}^{(1)} h), \quad \alpha_{55} = 0, \quad \alpha_{56} = 0$$

$$\alpha_{61} = \left(-\frac{R_{11}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}} \left(R_{11}^{(1)} + \frac{b_{12}^{(1)}}{R_{11}^{(1)}} \right) - 1 \right) \cosh(R_{11}^{(1)} h), \quad \alpha_{62} = \left(-\frac{R_{11}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}} \left(R_{11}^{(1)} + \frac{b_{12}^{(1)}}{R_{11}^{(1)}} \right) - 1 \right) \sinh(R_{11}^{(1)} h)$$

$$\alpha_{63} = \left(-\frac{R_{13}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}} \left(R_{13}^{(1)} + \frac{b_{12}^{(1)}}{R_{13}^{(1)}} \right) - 1 \right) \cosh(R_{13}^{(1)} h), \quad \alpha_{64} = \left(-\frac{R_{13}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}} \left(R_{13}^{(1)} + \frac{b_{12}^{(1)}}{R_{13}^{(1)}} \right) - 1 \right) \sinh(R_{13}^{(1)} h)$$

$$\alpha_{65} = 0, \quad \alpha_{66} = 0 \quad (4.26)$$

dır. İdeal olmayan temas koşulları için ise:

$$\alpha_{11} = -\frac{R_{11}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}} \left(R_{11}^{(1)} + \frac{b_{12}^{(1)}}{R_{11}^{(1)}} \right) - 1, \quad \alpha_{12} = 0, \quad \alpha_{13} = -\frac{R_{13}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}} \left(R_{13}^{(1)} + \frac{b_{12}^{(1)}}{R_{13}^{(1)}} \right) - 1,$$

$$\alpha_{14} = 0, \quad \alpha_{15} = 0, \quad \alpha_{16} = 0$$

$$\alpha_{21} = 1, \quad \alpha_{22} = 0, \quad \alpha_{23} = 1, \quad \alpha_{24} = 0, \quad \alpha_{25} = -1, \quad \alpha_{26} = -1$$

$$\alpha_{31} = 0, \quad \alpha_{32} = -\frac{A_{12}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}} \left(R_{11}^{(1)} + \frac{b_{12}^{(1)}}{R_{11}^{(1)}} \right) + A_{22}^{(1)} R_{11}^{(1)}, \quad \alpha_{33} = 0,$$

$$\alpha_{34} = -\frac{A_{12}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}} \left(R_{13}^{(1)} + \frac{b_{12}^{(1)}}{R_{13}^{(1)}} \right) + A_{22}^{(1)} R_{13}^{(1)}, \quad \alpha_{35} = \frac{A_{12}^{(2)}}{c_{22}^{(2)}} \left(R_{21}^{(2)} + \frac{b_{22}^{(2)}}{R_{21}^{(2)}} \right) - A_{22}^{(2)} R_{21}^{(2)},$$

$$\alpha_{36} = \frac{A_{12}^{(2)}}{c_{22}^{(2)}} \left(R_{23}^{(2)} + \frac{b_{22}^{(2)}}{R_{23}^{(2)}} \right) - A_{22}^{(2)} R_{23}^{(2)}$$

$$\alpha_{41} = 0, \quad \alpha_{42} = 0, \quad \alpha_{43} = 0, \quad \alpha_{44} = 0, \quad \alpha_{45} = \frac{R_{21}^{(2)}}{c_{22}^{(2)}} \left(R_{21}^{(2)} + \frac{b_{22}^{(2)}}{R_{21}^{(2)}} \right) + 1,$$

$$\alpha_{46} = \frac{R_{23}^{(2)}}{c_{22}^{(2)}} \left(R_{23}^{(2)} + \frac{b_{22}^{(2)}}{R_{23}^{(2)}} \right) + 1$$

$$\alpha_{51} = \left(\frac{-A_{12}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}} \left(R_{11}^{(1)} + \frac{b_{12}^{(1)}}{R_{11}^{(1)}} \right) + A_{22}^{(1)} R_{11}^{(1)} \right) \text{Sinh}(R_{11}^{(1)} h),$$

$$\alpha_{52} = \left(\frac{-A_{12}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}} \left(R_{11}^{(1)} + \frac{b_{12}^{(1)}}{R_{11}^{(1)}} \right) + A_{22}^{(1)} R_{11}^{(1)} \right) \text{Cosh}(R_{11}^{(1)} h),$$

$$\alpha_{53} = \left(\frac{-A_{12}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}} \left(R_{13}^{(1)} + \frac{b_{12}^{(1)}}{R_{13}^{(1)}} \right) + A_{22}^{(1)} R_{13}^{(1)} \right) \text{Sinh}(R_{13}^{(1)} h),$$

$$\alpha_{54} = \left(\frac{-A_{12}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}} \left(R_{13}^{(1)} + \frac{b_{12}^{(1)}}{R_{13}^{(1)}} \right) + A_{22}^{(1)} R_{13}^{(1)} \right) \text{Cosh}(R_{13}^{(1)} h), \quad \alpha_{55} = 0, \quad \alpha_{56} = 0$$

$$\alpha_{61} = \left(\frac{-R_{11}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}} \left(R_{11}^{(1)} + \frac{b_{12}^{(1)}}{R_{11}^{(1)}} \right) - 1 \right) \text{Cosh}(R_{11}^{(1)} h),$$

$$\alpha_{62} = \left(\frac{-R_{11}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}} \left(R_{11}^{(1)} + \frac{b_{12}^{(1)}}{R_{11}^{(1)}} \right) - 1 \right) \text{Sinh}(R_{11}^{(1)} h)$$

$$\alpha_{63} = \left(\frac{-R_{13}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}} \left(R_{13}^{(1)} + \frac{b_{12}^{(1)}}{R_{13}^{(1)}} \right) - 1 \right) \text{Cosh}(R_{13}^{(1)} h),$$

$$\alpha_{64} = \left(\frac{-R_{13}^{(1)}}{c_{12}^{(1)}} \left(R_{13}^{(1)} + \frac{b_{12}^{(1)}}{R_{13}^{(1)}} \right) - 1 \right) \text{Sinh}(R_{13}^{(1)} h)$$

$$\alpha_{65} = 0, \quad \alpha_{66} = 0$$

(4.27)

şeklinde verebiliriz.

4.3 Farklı Malzeme Çiftleri İçin Üçüncü Mertebeden Olan Elastik Sabitlerin Ön Gerilmeli Tabaka İle Örtülü Ön Gerilmeli Yarı Düzlemde Genelleştirilmiş Rayleigh Dalgalarının Dispersiyonuna Etkisinin İncelenmesi

Genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının tanımı gereğince (4.23) formülündeki $R_1^{(m)}$ ve $R_2^{(m)}$ sabitleri aşağıdaki eşitsizlikleri sağlamalıdır.

$$\operatorname{Re} R_1^{(1)} = \operatorname{Re} R_2^{(1)} = 0, R_1^{(2)} > 0, R_2^{(2)} > 0 \quad (4.28)$$

(4.23) ve (4.28) ifadelerinden görüldüğü gibi (4.28)'in sağlanmasını gerektiren koşullar aşağıdaki biçimde yazılabilir.

$$B_1 > 0, C_1 > 0, C_2 < 0, B_2 < 0 \quad (4.29)$$

(4.29), (4.21) ve diğer uygun ifadelerden açıkça görüldüğü gibi (4.29)'un sağlanması

$$\max(\tilde{c}_1^{(1)}, \tilde{c}_2^{(1)}, \tilde{c}_3^{(1)}) < c < \min(\tilde{c}_1^{(2)}, \tilde{c}_2^{(2)}, \tilde{c}_3^{(2)}) \quad (4.30)$$

eşitsizliğinin sağlanmasını gerektirir. Burada

$$\begin{aligned} \tilde{c}_1^{(m)} &= \sqrt{\frac{A_{11}^{(m)}}{\rho^{(m)}} \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(m),0}}{A_{11}^{(m)}} \right)}, \quad \tilde{c}_2^{(m)} = \sqrt{\frac{\mu_{21}^{(m)}}{\rho^{(m)}} \left(1 + \frac{\sigma_{11}^{(m),0}}{\mu_{21}^{(m)}} \right)}, \\ \tilde{c}_3^{(m)} &= \sqrt{\frac{A_{11}^{(m)}}{\rho^{(m)}} \left(\frac{A_{22}^{(m)}}{\mu_{12}^{(m)} + A_{12}^{(m)}} + \frac{\sigma_{11}^{(m),0}}{A_{11}^{(m)}} + \frac{\mu_{12}^{(m)}}{A_{11}^{(m)}} \frac{\mu_{12}^{(m)}}{A_{12}^{(m)} + \mu_{12}^{(m)}} + \frac{A_{12}^{(m)} + \mu_{12}^{(m)}}{A_{11}^{(m)}} \right)}. \end{aligned} \quad (4.31)$$

şeklindedir.

Bir önceki bölümde (3.59) ile verilen malzeme çiftleri sıralamasını ve bu malzemelerin aşağıda Çizelge 4.1 ile verilen üçüncü mertebeden elastik sabitleri değerlerini göz önüne alarak (4.24) dispersiyon denkleminin çözümünden elde edilen sayısal sonuçların incelenmesini ele alalım.

Çizelge 4.1 Tabaka ve yarı düzlem malzemelerinin üçüncü mertebeden elastisite sabitlerine ait değerler

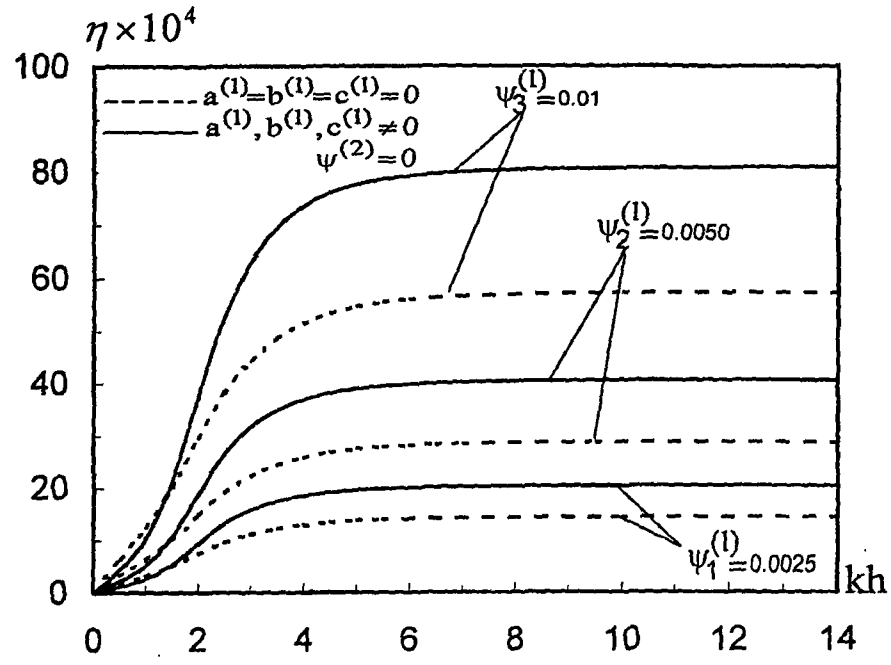
Malzeme	$a \times 10^{-5}$ MPa	$b \times 10^{-5}$ MPa	$c \times 10^{-5}$ MPa
Çelik3	-2.35	-2.75	-4.90
Bronz	1.20	-3.10	4.80
Pirinç59	-0.70	2.70	-3.40
Pirinç62	-2.80	-2.10	-3.20
Akrilik Plastik	2.68×10^{-3}	-3.12×10^{-2}	-6.77×10^{-2}

Önceki bölümler ve kısımlarda kabul edilen işaretlemelerin aynı şekilde yapıldığını kabul edelim. Bunun dışında I., II., III. ve IV. malzeme çiftleri için aşağıdaki özel işaretlemeleri de kullanacağız.

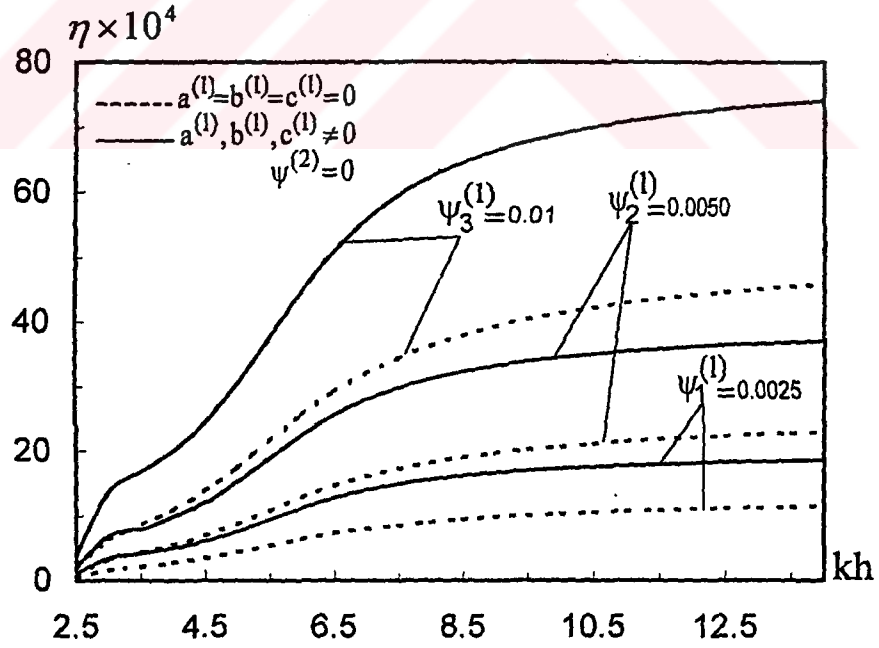
İlk önce $\psi^{(1)} > 0$; $\psi^{(2)} = 0$ durumunu ele alalım ve $a^{(1)} = b^{(1)} = c^{(1)} = 0$ durumundaki genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının yayılma hızını $\bar{c}_0$, $a^{(1)}, b^{(1)}, c^{(1)} \neq 0$ durumundaki genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının yayılma hızını ise $\bar{c}_1$ ile gösterelim. I., II., III. ve IV. malzeme çiftleri için sırasıyla $\bar{c}_{0I}$, $\bar{c}_{0II}$, $\bar{c}_{0III}$, $\bar{c}_{0IV}$, $\bar{c}_{1I}$, $\bar{c}_{1II}$, $\bar{c}_{1III}$ ve $\bar{c}_{1IV}$ işaretlemelerini de kullanalım.

Ayrıca $\eta = \frac{\bar{c}_{m\alpha} - c_\alpha}{c_\alpha}$ işaretlemesini de kullanalım. Burada $m=0,1$ olarak $\alpha = I, II, III, IV$

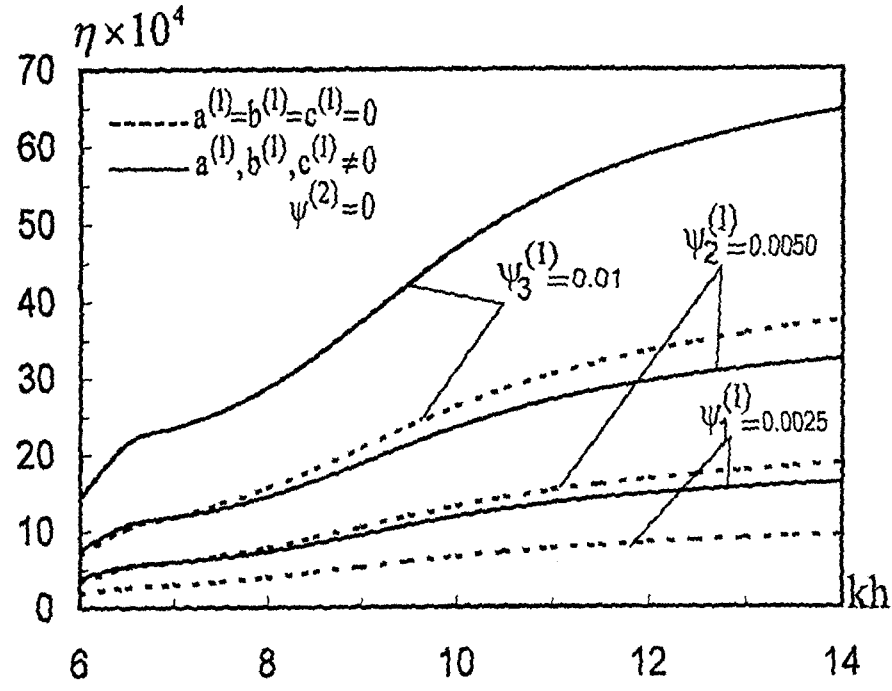
olarak alınmaktadır. c_α ön gerilmesiz durumdaki genelleştirilmiş Rayleigh dalga yayılım hızıdır. Şekil 4.1-Şekil 4.4'de sırasıyla I., II., III. ve IV. malzeme çiftleri için η ile kh arasındaki ilişkileri gösteren grafikler (dispersiyon eğrileri) verilmektedir.



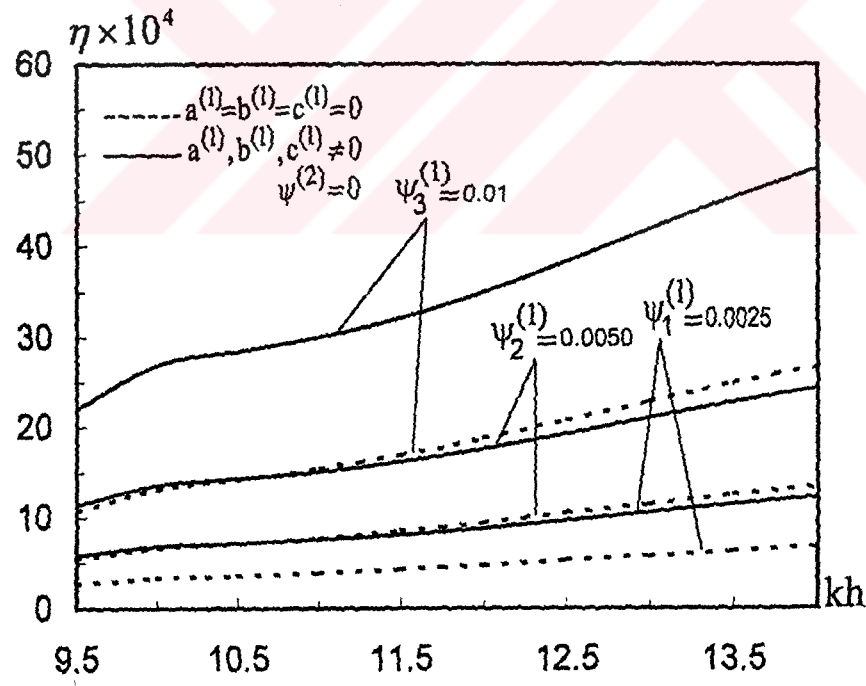
Şekil 4.1a Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



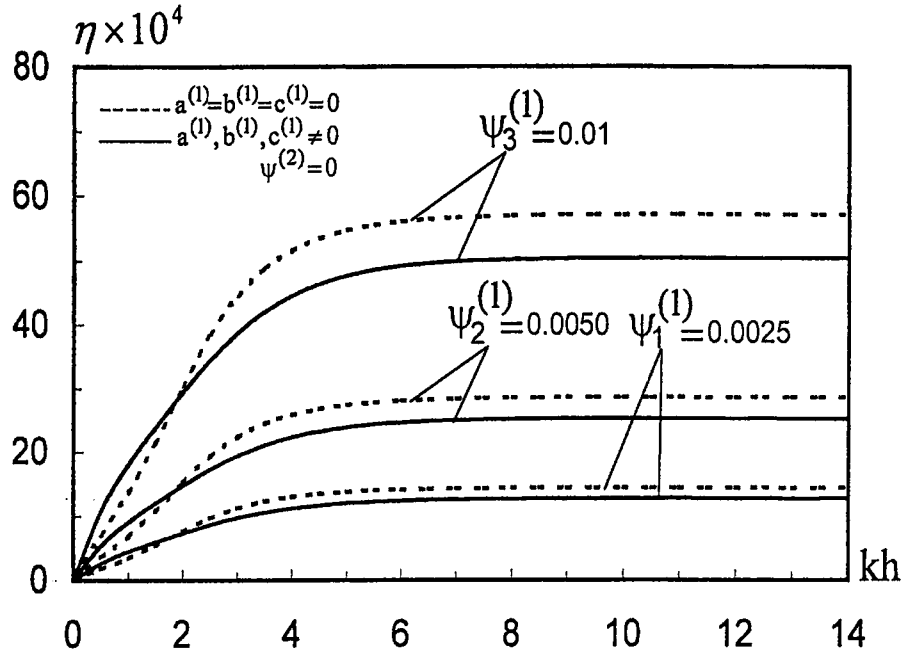
Şekil 4.1b Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



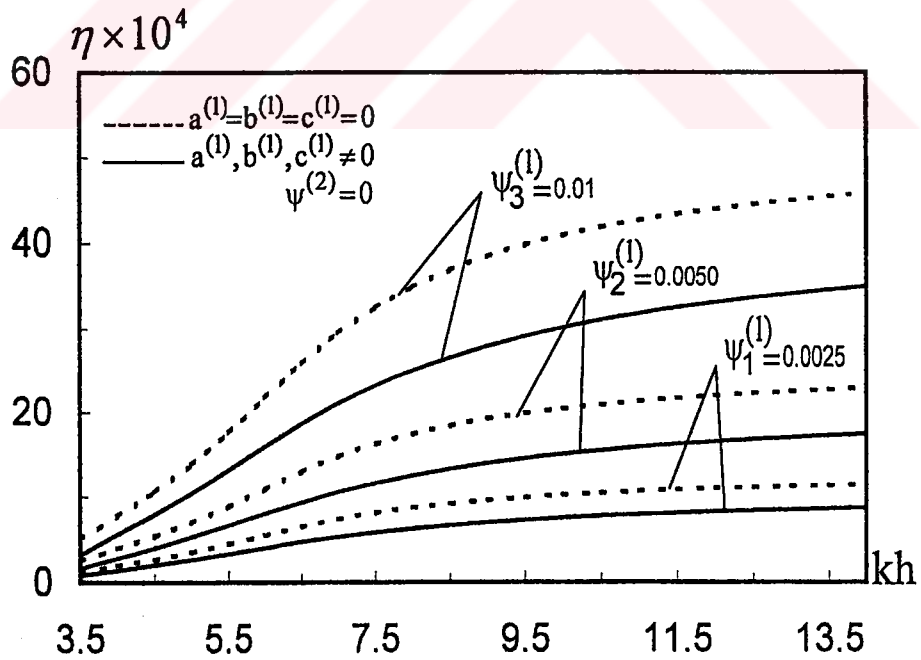
Şekil 4.1c Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



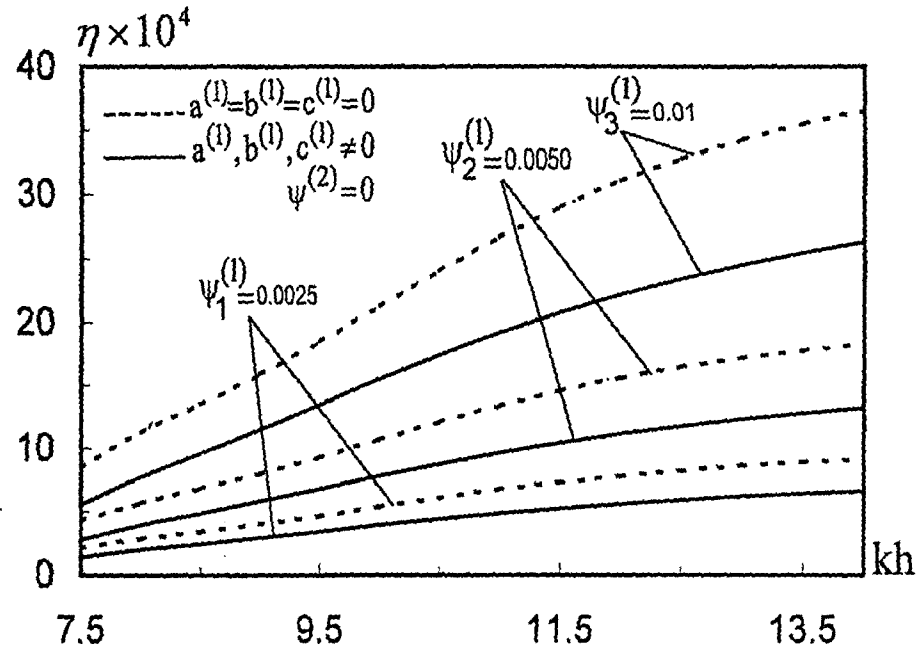
Şekil 4.1d Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



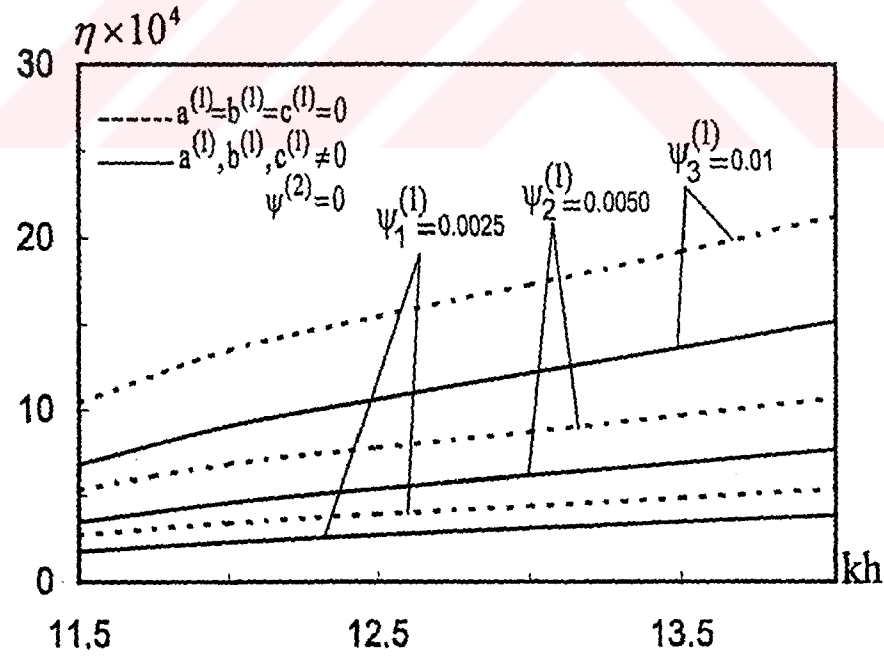
Şekil 4.2a Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



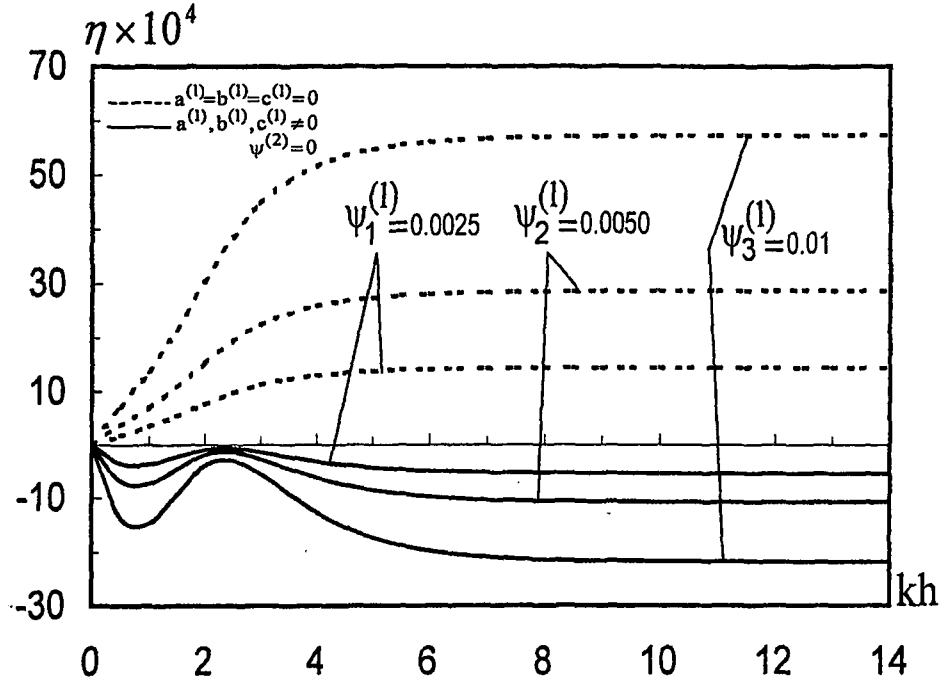
Şekil 4.2b Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



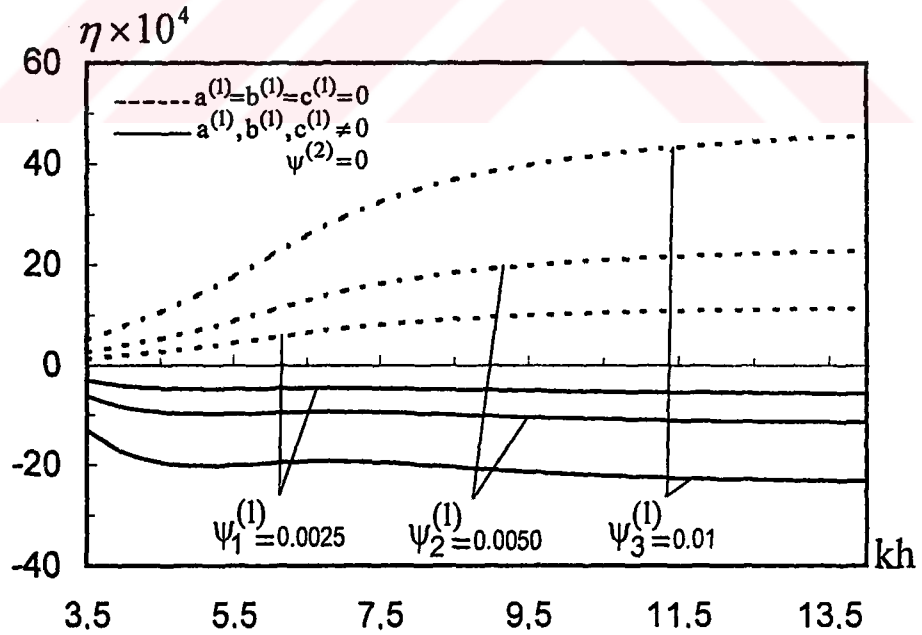
Şekil 4.2c Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



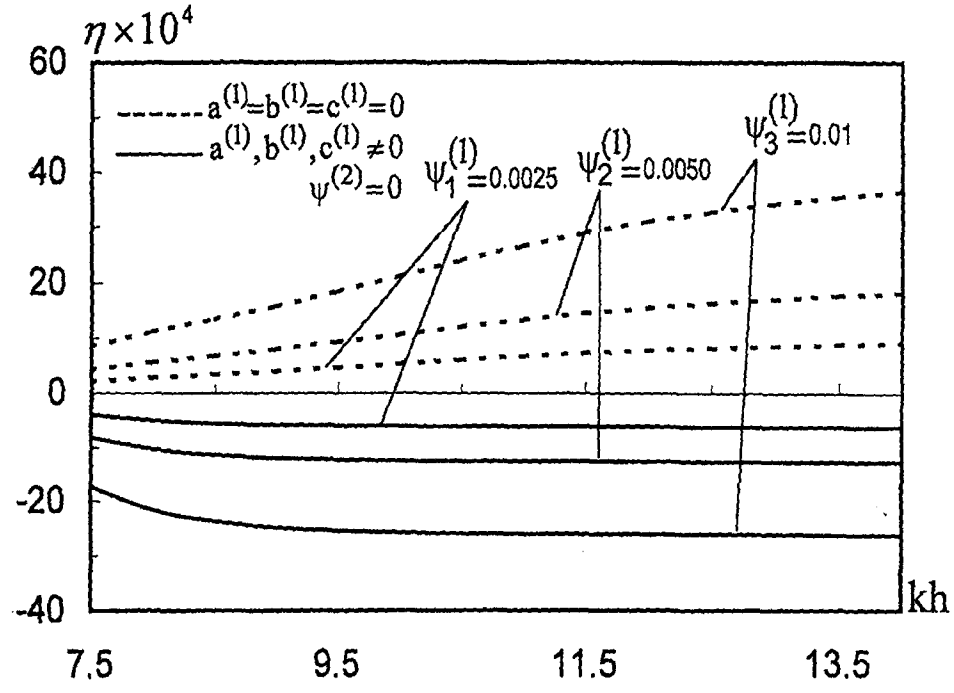
Şekil 4.2d Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



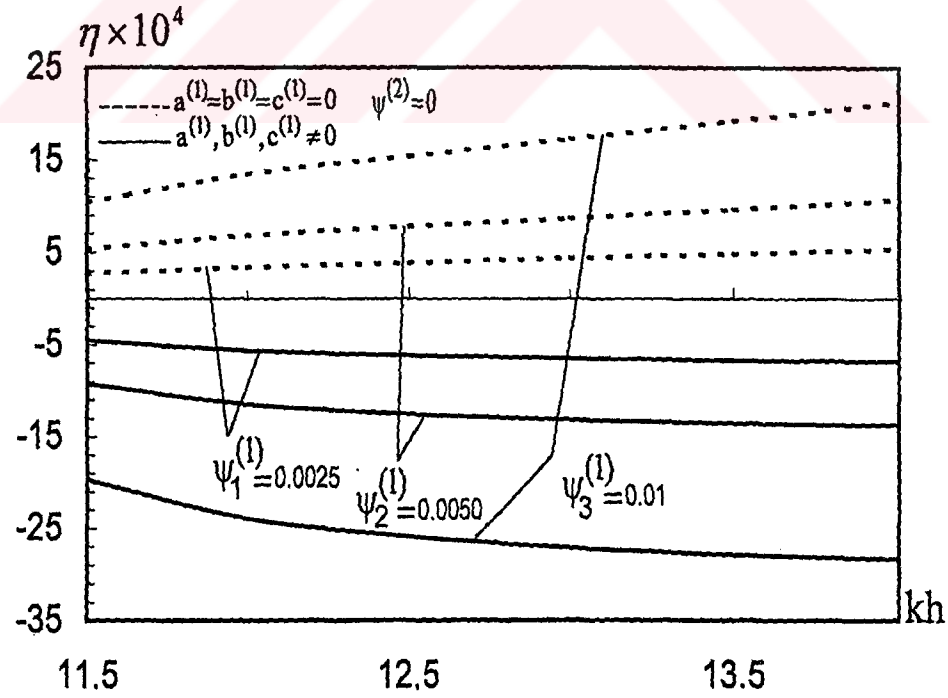
Şekil 4.3a Piri62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



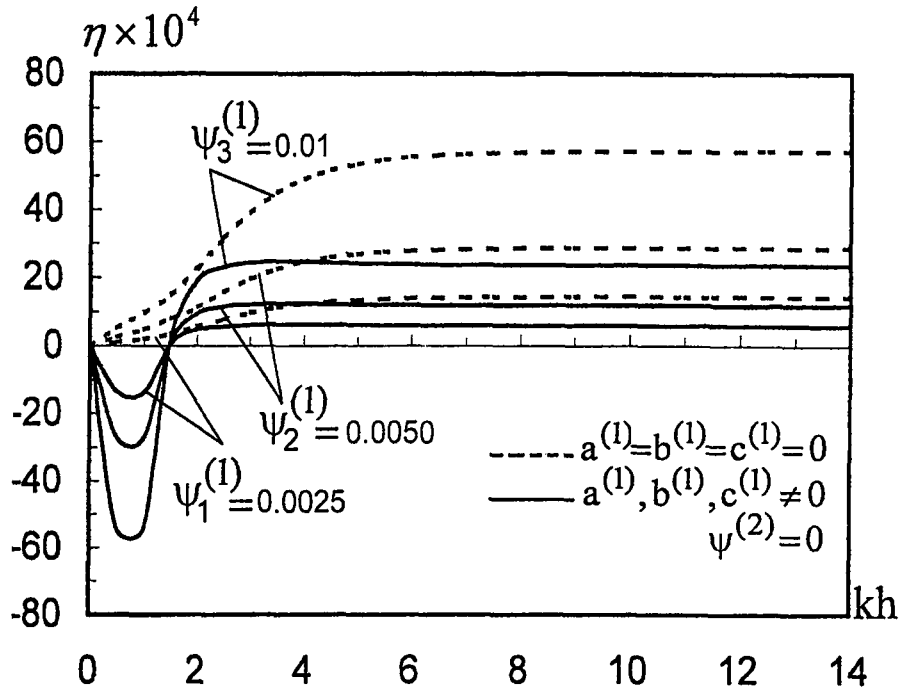
Şekil 4.3b Piri62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



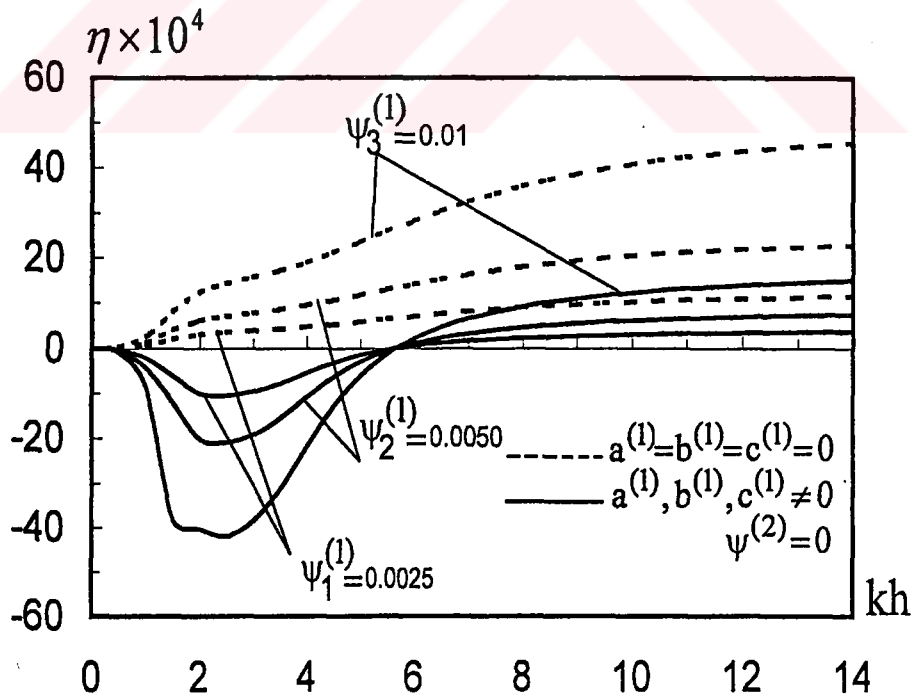
Şekil 4.3c Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



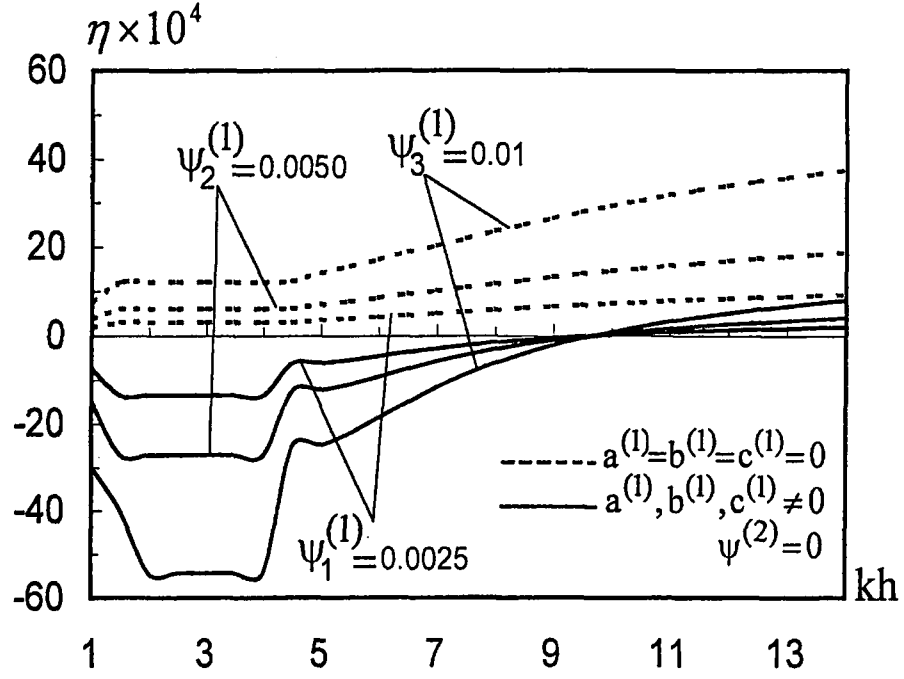
Şekil 4.3d Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



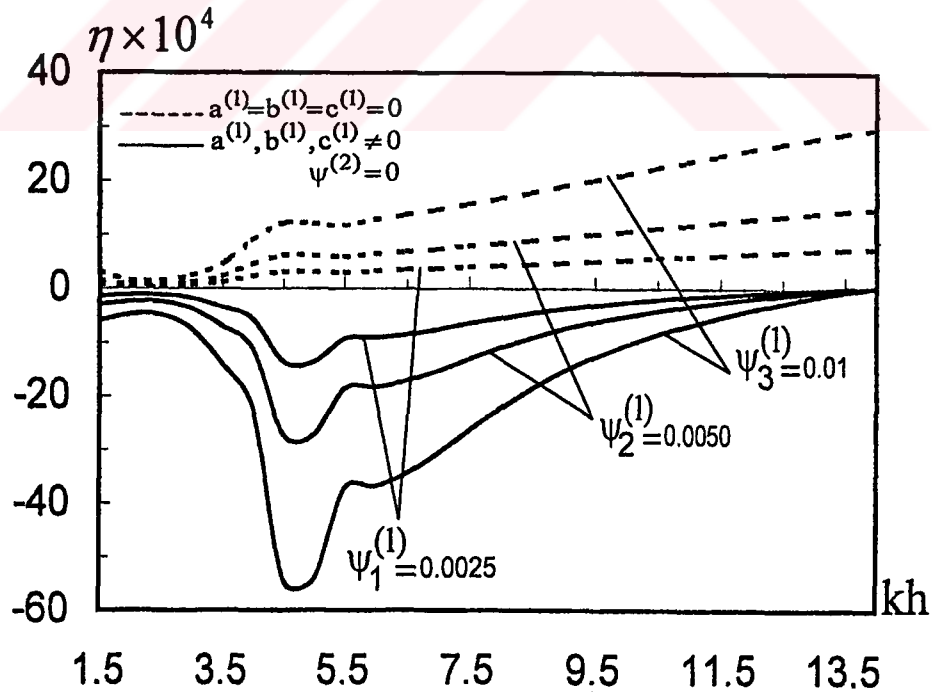
Şekil 4.4a Akrilik plastik-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



Şekil 4.4b Akrilik plastik-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



Şekil 4.4c Akrilik plastik-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



Şekil 4.4d Akrilik plastik-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri

Bu şekillerin a, b, c ve d ile ifade edilen kısımları M_{11} , M_{21} , M_{12} ve M_{22} dal ve modlarına karşılık gelmektedir. Her bir şekilde $\psi^{(1)}$ 'in almış olduğu değerler grafikler üzerinde gösterilmiştir. Ayrıca bu şekillerde üçüncü mertebeden elastisite sabitlerinin göz önüne alınmadığı durumlara karşılık gelen grafikler de (dispersiyon eğrileri) verilmiştir.

Şekil 4.1 ve Şekil 4.2'den görüldüğü gibi tabakada çekme ön gerilmesinin olması genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının hızını artırmaktadır. Bu hız $\psi^{(1)}$ değeri büyüdükçe monoton olarak artmaktadır. Söylenenleri aşağıdaki biçimde yazabiliriz.

$$\bar{c}_{0I} - c_I > 0, \quad \bar{c}_{II} - c_I > 0, \quad \bar{c}_{0II} - c_{II} > 0, \quad \bar{c}_{III} - c_{II} > 0; \quad (4.32)$$

$$(\bar{c}_{0I} - c_I), (\bar{c}_{II} - c_I), (\bar{c}_{0II} - c_{II}), (\bar{c}_{III} - c_{II}) \text{ değerleri } \psi^{(1)} \text{ ile artmaktadır.} \quad (4.33)$$

Bundan başka $a^{(1)} = b^{(1)} = c^{(1)} = 0$ durumunda elde edilen grafiklerle (kesik çizgiler), $a^{(1)}, b^{(1)}, c^{(1)} \neq 0$ durumunda elde edilen grafiklerin (sürekli çizgiler) karşılaştırılması aşağıdaki sonucu vermektedir.

$$\bar{c}_{II} > \bar{c}_{0I}, \quad \bar{c}_{III} < \bar{c}_{0II} \quad (4.34)$$

Dolayısıyla I. çift malzemeler için üçüncü mertebeden elastisite sabitlerinin göz önüne alınması genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının hızını artırmakta, II. çift malzemeler için ise bu sabitlerin göz önüne alınması söylenen hızı azaltmaktadır. Elde edilen bu sonuçlar incelenen bütün dal ve modlar için geçerlidir.

Şekil 4.3 ve Şekil 4.4'de sırasıyla III. ve IV. çift malzemeler için η ile kh arasındaki ilişkileri gösteren grafikler (dispersiyon eğrileri) verilmiştir. Bu şekillerde de daha önceki işaretlemelerin aynısı yapılmıştır.

Şekil 4.3' den III. çift malzemeler için aşağıdaki ilişkiler geçerlidir.

$$\bar{c}_{0III} - c_{III} > 0, \quad \bar{c}_{III} - c_{III} < 0 \text{ ve } |\bar{c}_{0III} - c_{III}|, |\bar{c}_{III} - c_{III}| \psi^{(1)} \text{ ile artmaktadır.} \quad (4.35)$$

Bundan başka (4.35) bağıntılarına göre

$$\bar{c}_{III} < \bar{c}_{0III}. \quad (4.36)$$

eşitsizliğini yazabiliriz.

Böylece III. çift malzemelerde üçüncü mertebeden elastisite sabitlerinin göz önüne alınması genelleştirilmiş Rayleigh dalga hızını ön gerilmesiz durumdaki hıza göre küçültmektedir. Dolayısıyla III. çift malzemeler için üçüncü mertebeden elastisite sabitleri genelleştirilmiş Rayleigh dalga hızına sadece nitelik bakımından değil nicelik bakımından da etki göstermektedir.

Belirtildiği gibi IV. çift malzemeler için dispersiyon eğrilerinin grafikleri Şekil 4.4 ile verilmektedir. Bu şekillerdeki grafiklerden aşağıdaki sonuç elde edilmektedir.

$$\bar{c}_{0IV} - c_{IV} > 0 \text{ ve } (\bar{c}_{0IV} - c_{IV}) \text{ değerleri } \psi^{(1)} \text{ ile artmaktadır.} \quad (4.37)$$

Ancak üçüncü mertebeden elastisite sabitlerinin göz önüne alınması ele alınan dispersiyon eğrilerinin karakterini karmaşık hale getirmektedir. Şekil 4.4'den görüldüğü gibi üçüncü mertebeden elastisite sabitlerinin dispersiyon eğrilerine olan etkisi kh değerine bağlıdır. Yani kh'ın öyle bir $(kh)^*$ değeri vardır ki bu değere göre aşağıdaki ilişkiler sağlanmaktadır.

$$kh < (kh)^* \text{ için } \bar{c}_{1IV} - \bar{c}_{IV} < 0 ; kh > (kh)^* \text{ için } \bar{c}_{1IV} - \bar{c}_{IV} > 0 \quad (4.38)$$

ve

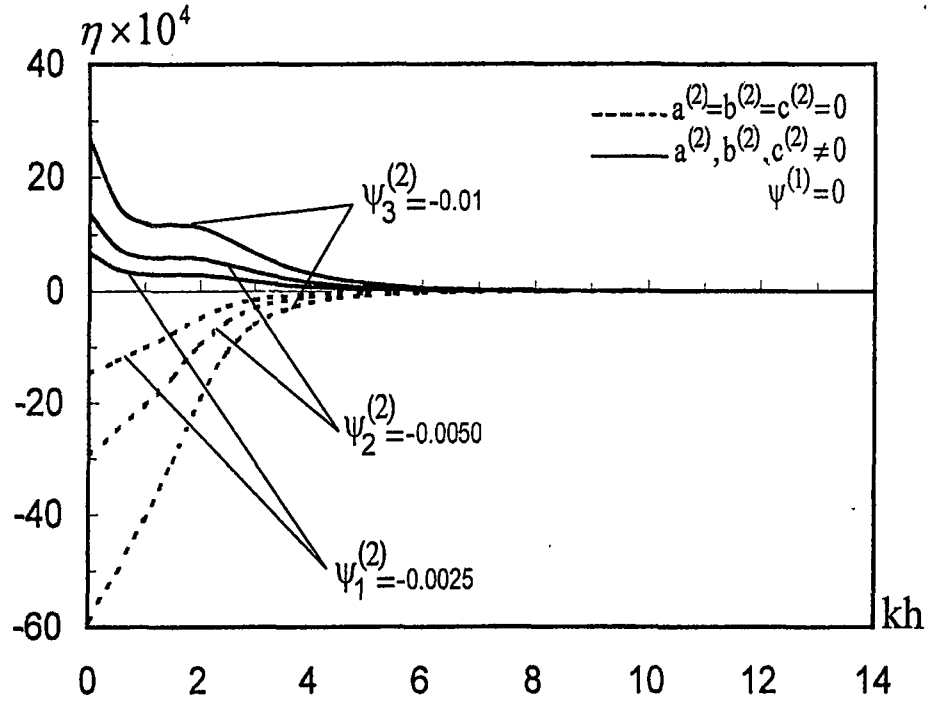
$$|\bar{c}_{1IV} - \bar{c}_{IV}| \text{ } \psi^{(1)} \text{ ile artmaktadır.} \quad (4.39)$$

(4.38)'den görüldüğü gibi $kh = (kh)^*$ olduğunda tabakadaki ön gerilmeler genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının yayılma hızına etki etmemektedir. Belirtmek gerekir ki $(kh)^*$ değeri dal ve mod numarasına göre farklılık göstermektedir.

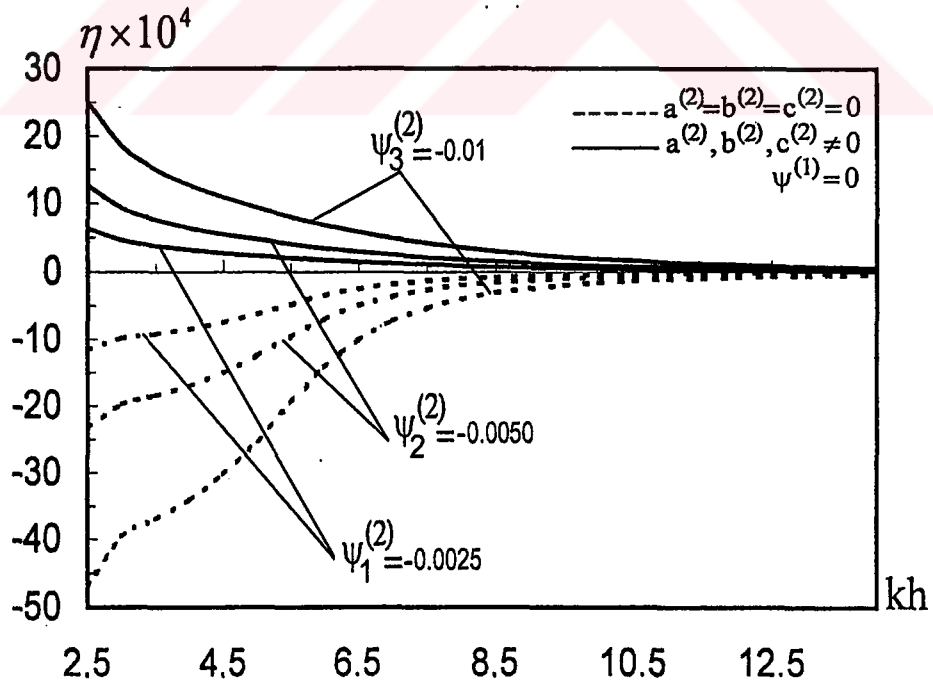
Şimdi ise $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen sayısal sonuçları inceleyelim. Bu

sonuçlar $\eta = \frac{\bar{c}_{m\alpha} - c_\alpha}{c_\alpha}$ ile kh arasındaki bağıntıyı göstermektedir. Burada $\bar{c}_{m\alpha}$ ($m=0,1$

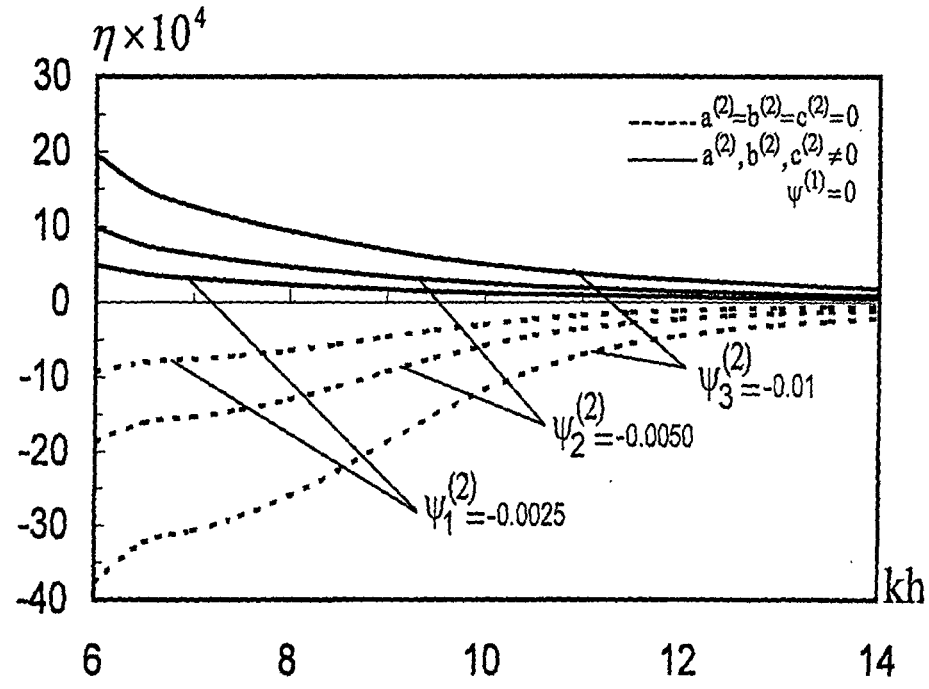
$\alpha=I, II, III$) olarak $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumundaki genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının hızını göstermektedir. Bu durumda η ile kh arasındaki bağıntıları gösteren grafikler I., II. ve III. çift malzemeler için Şekil 4.5-Şekil 4.7 ile verilmektedir.



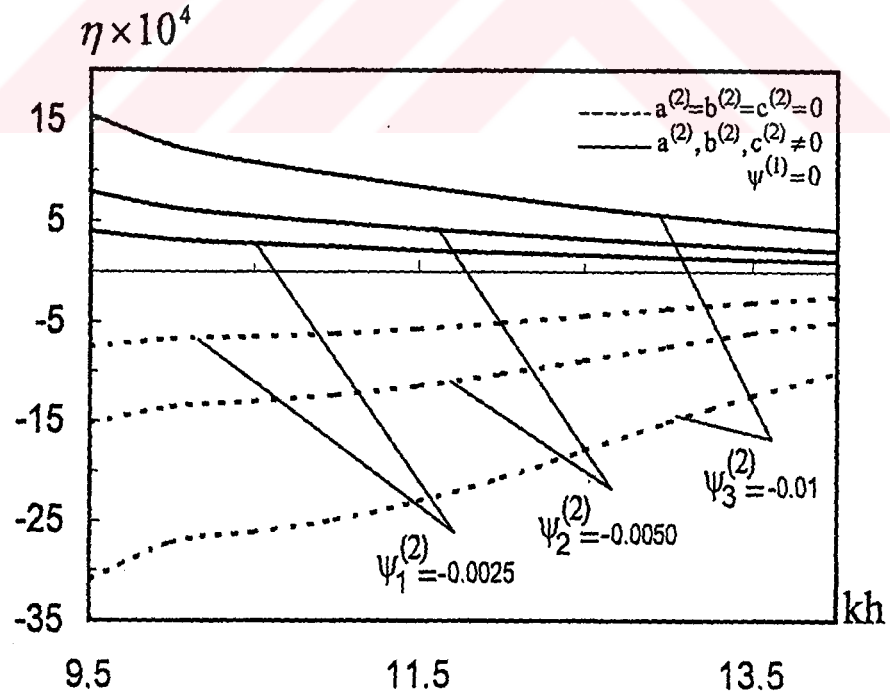
Şekil 4.5a Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



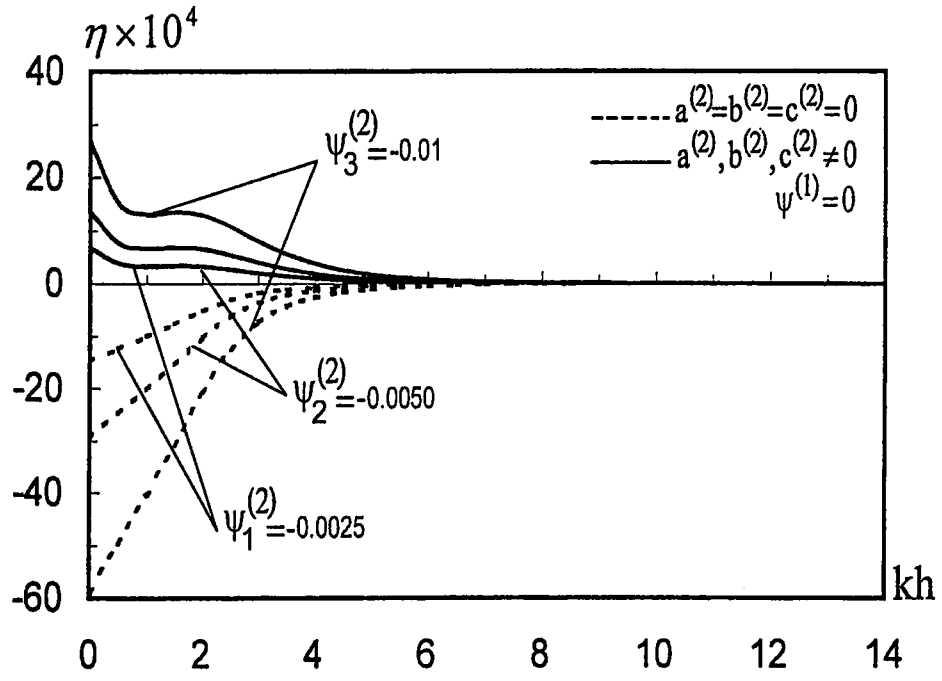
Şekil 4.5b Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



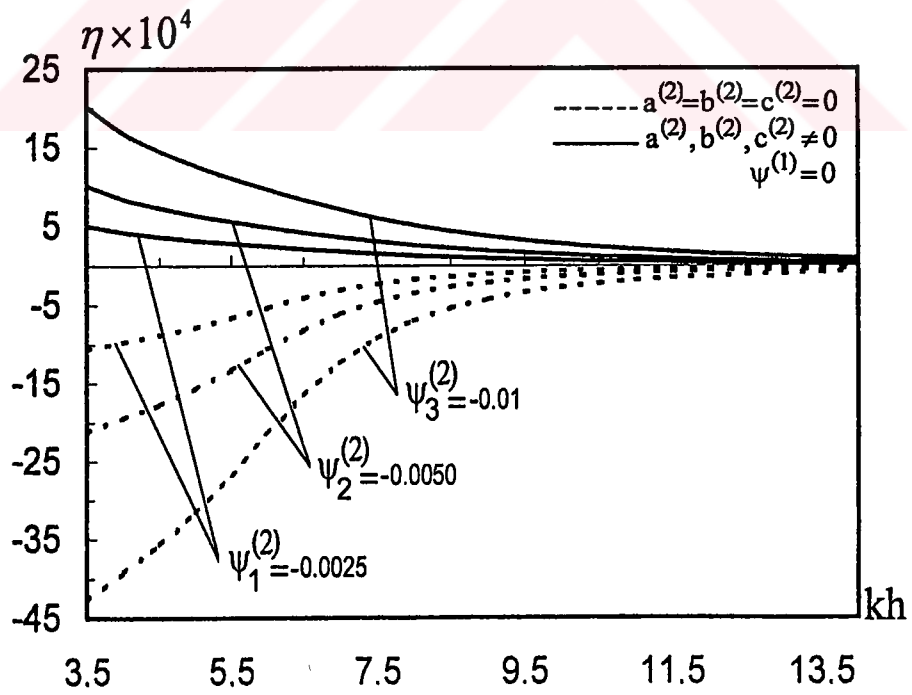
Şekil 4.5c Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



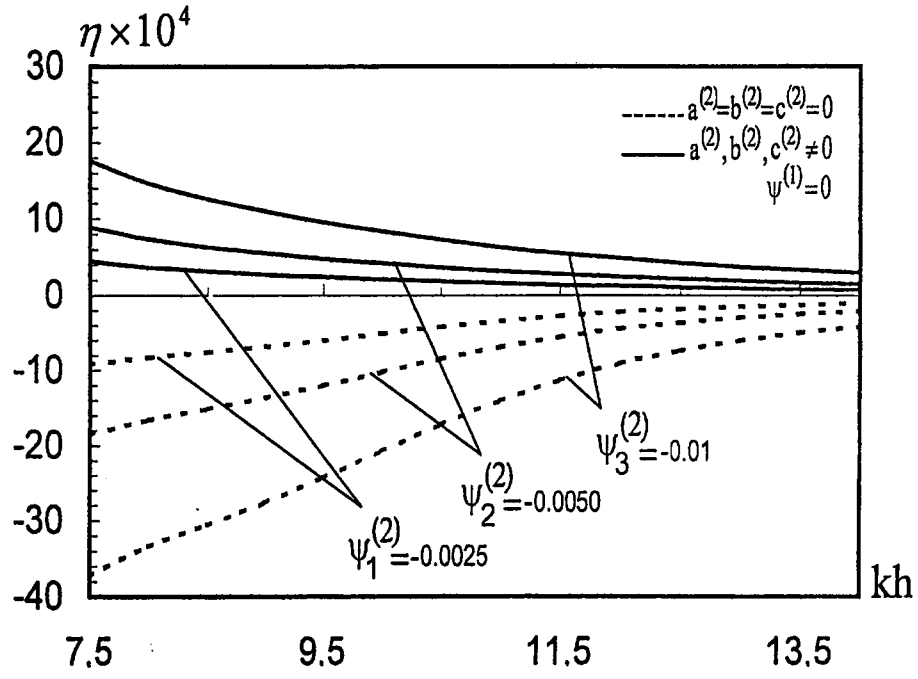
Şekil 4.5d Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



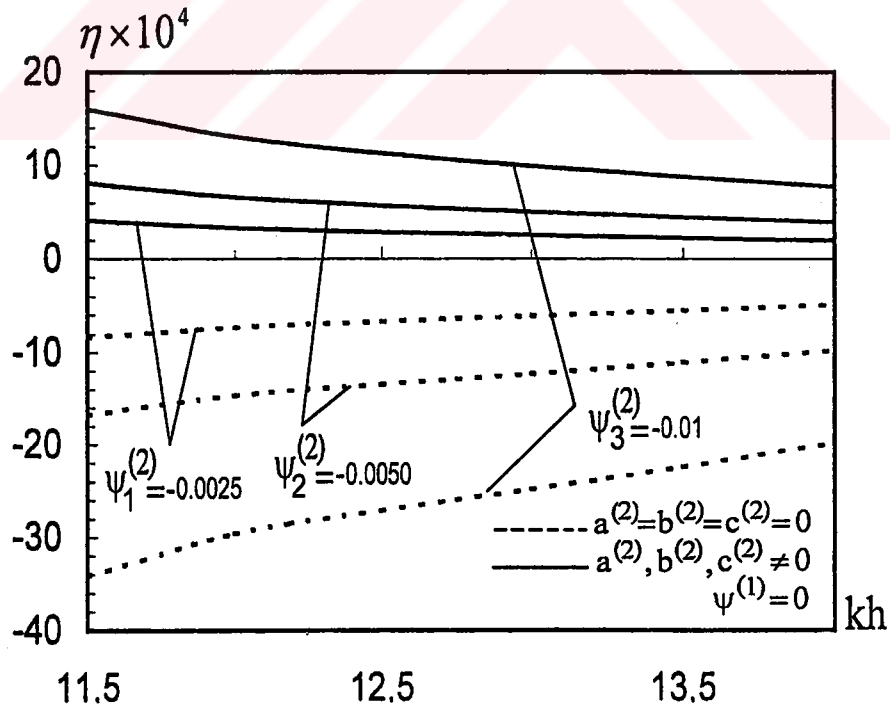
Şekil 4.6a Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



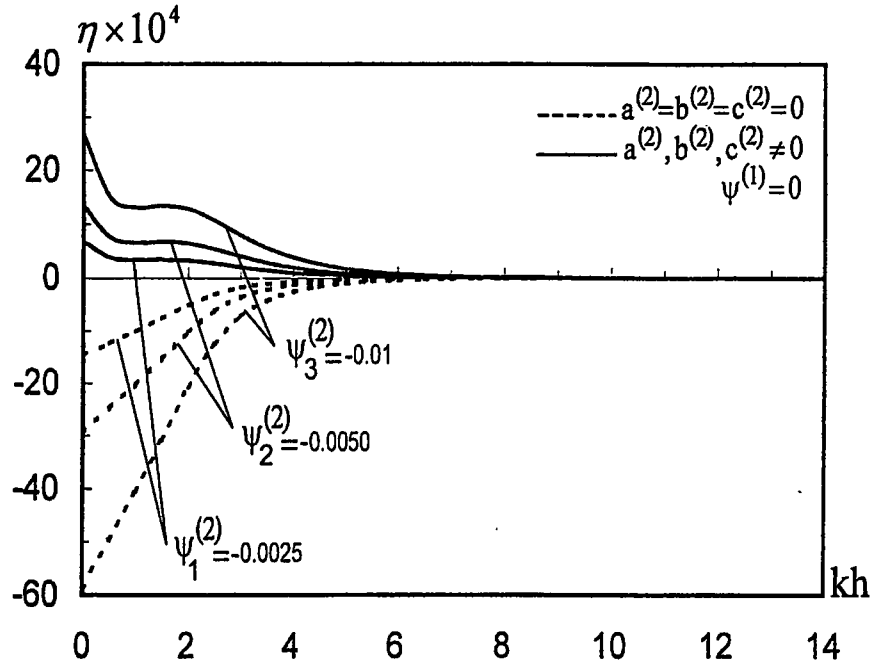
Şekil 4.6b Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



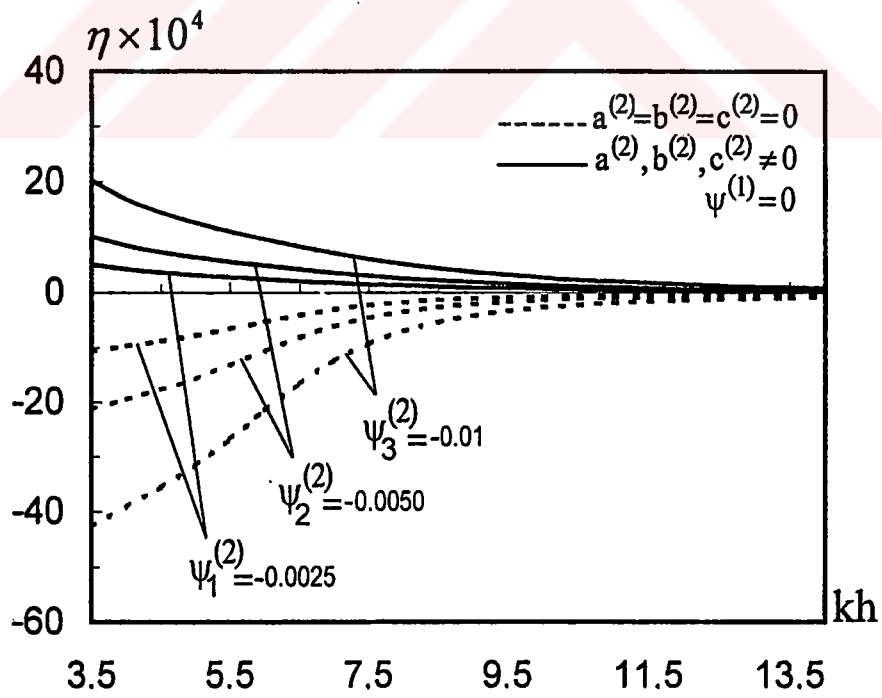
Şekil 4.6c Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



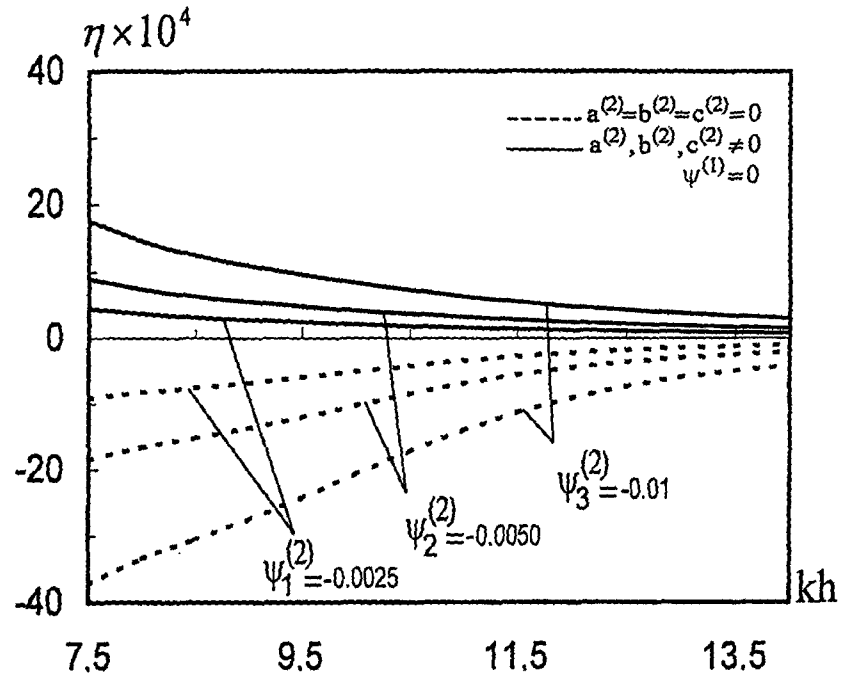
Şekil 4.6d Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



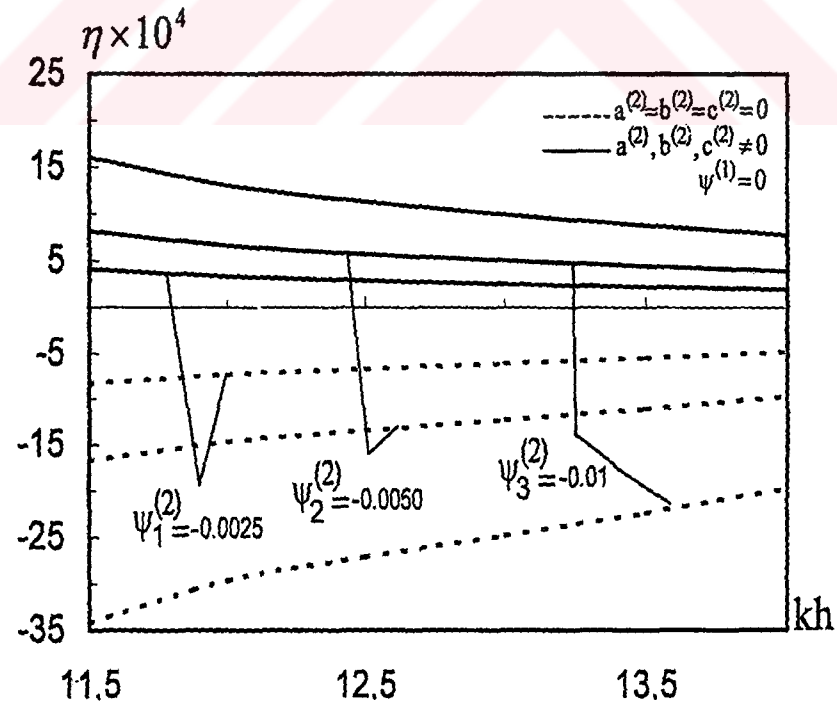
Şekil 4.7a Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



Şekil 4.7b Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



Şekil 4.7c Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



Şekil 4.7d Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri

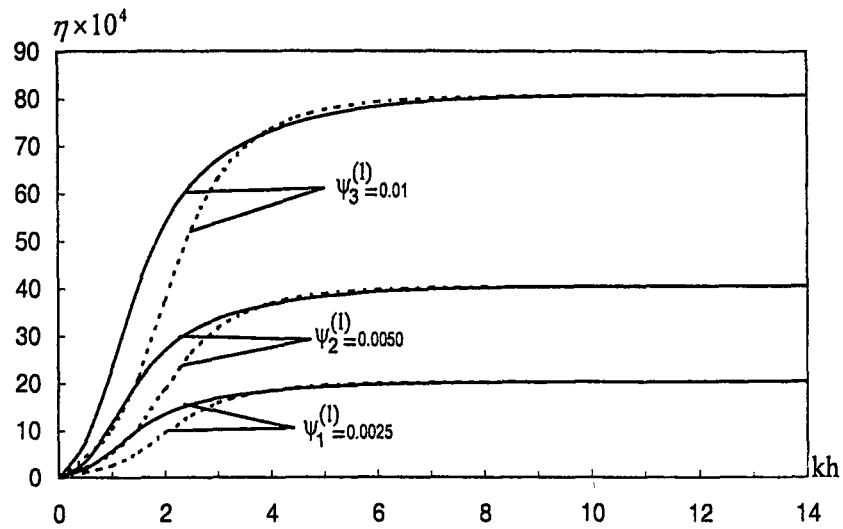
Bu şekillerden görüldüğü gibi tabaka malzemesinin farklı olması bu eğrilerin karakterine nicelik bakımından hiçbir etki göstermemektedir. Bütün ele alınan malzeme çiftleri için

$$\bar{c}_{0\alpha} - c_{\alpha} < 0 ; \bar{c}_{1\alpha} - c_{\alpha} > 0 ; \alpha = I, II, III \quad (4.40)$$

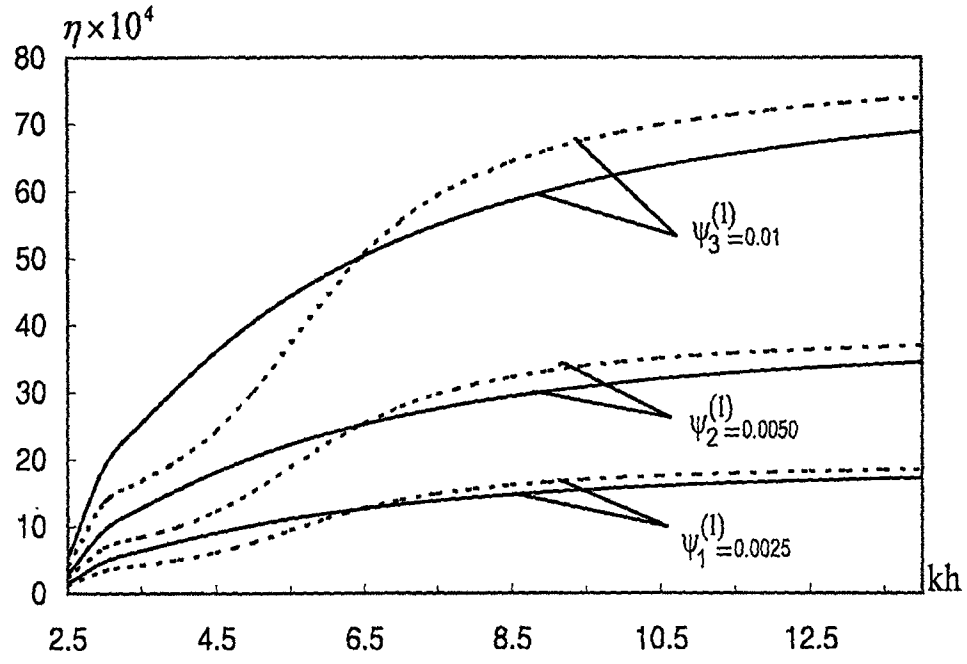
eşitsizlikleri geçerlidir.

Bundan başka bu şekillerden $|\bar{c}_{m\alpha} - c_{\alpha}|$ değerlerinin $|\psi^{(2)}|$ 'nin artmasıyla monoton olarak artmakta olduğu görülmektedir. Şekil 4.5-Şekil 4.7'den birinci dalın birinci modu için verilen (yani M_{11} 'ler için verilen) grafiklerden gözüktüğü gibi $kh \rightarrow 0$ 'da ($kh \rightarrow \infty$ 'da) genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının hızı yarı düzlem malzemesinin (tabaka malzemesinin) adi Rayleigh dalgalarının hızına yaklaşmaktadır. Bu ise bilinen fiziksel ve matematiksel görüşlerle çakışmaktadır.

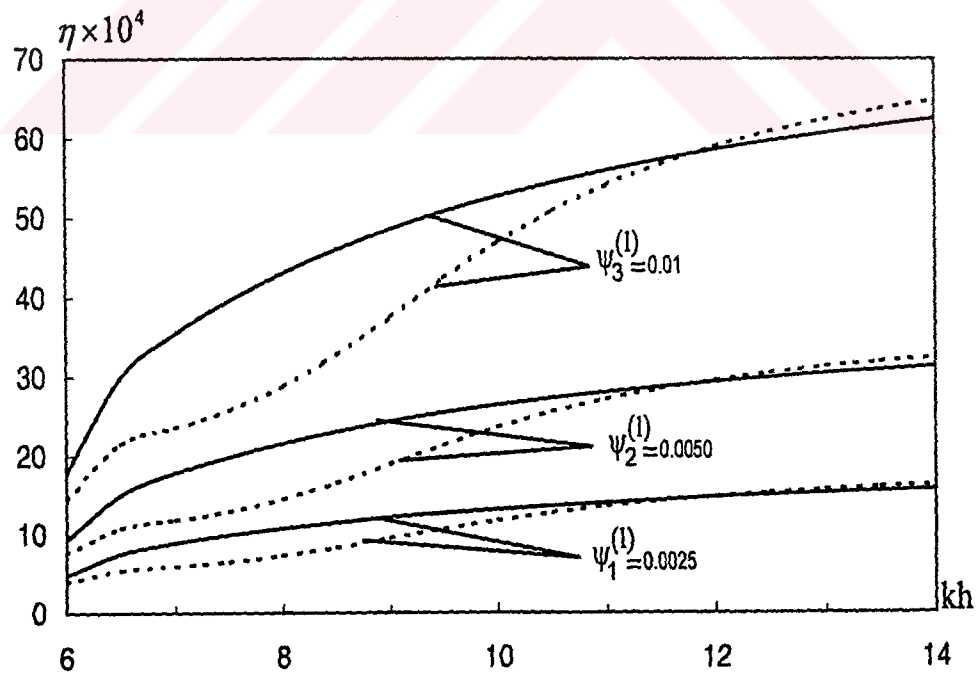
Bu kısımda yukarıda incelenen sonuçların hepsi temas koşullarının ideal olması (4.4) çerçevesinde incelenmiştir. Şimdi ise yarı düzlemde basınç ön gerilmesinin ($\psi^{(2)} < 0 = \text{sabit}$), tabakada ise çekme ön gerilmesinin ($\psi^{(1)} > 0$) olduğu durumda ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde elde edilen sonuçları gösteren grafikleri inceleyelim. Bu grafikler I. çift malzemeler için Şekil 4.8-Şekil 4.11, II. çift malzemeler için Şekil 4.12-Şekil 4.15'de verilmektedir. Bundan başka Şekil 4.16 ile III. çift malzemeler için sadece temas koşullarının ideal olmamasının dispersiyon eğrilerine etkisini gösteren grafikler de verilmiştir.



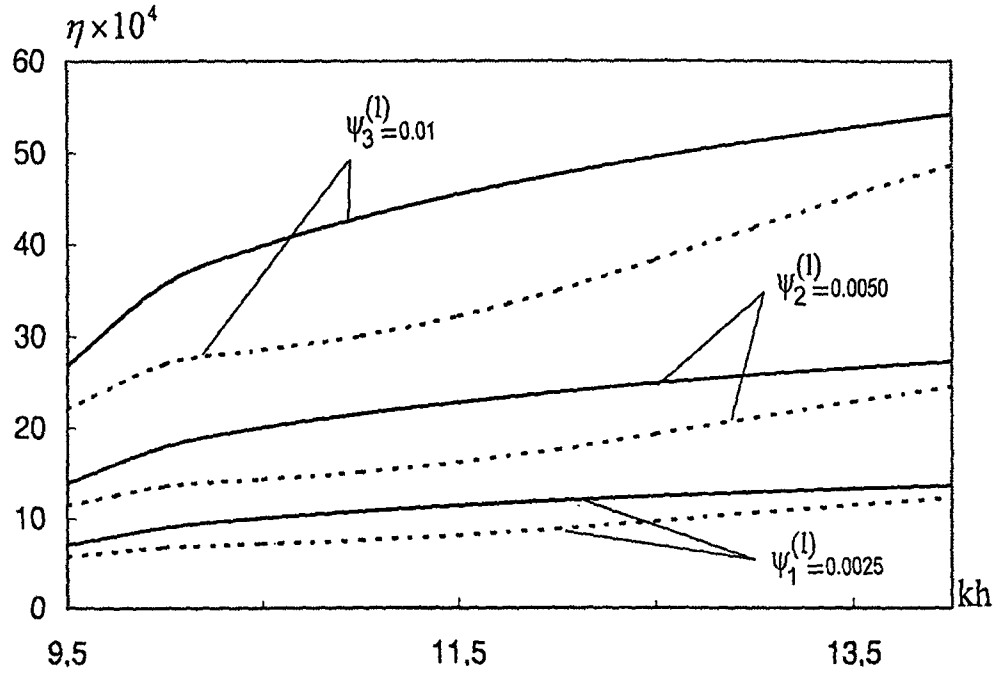
Şekil 4.8a Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



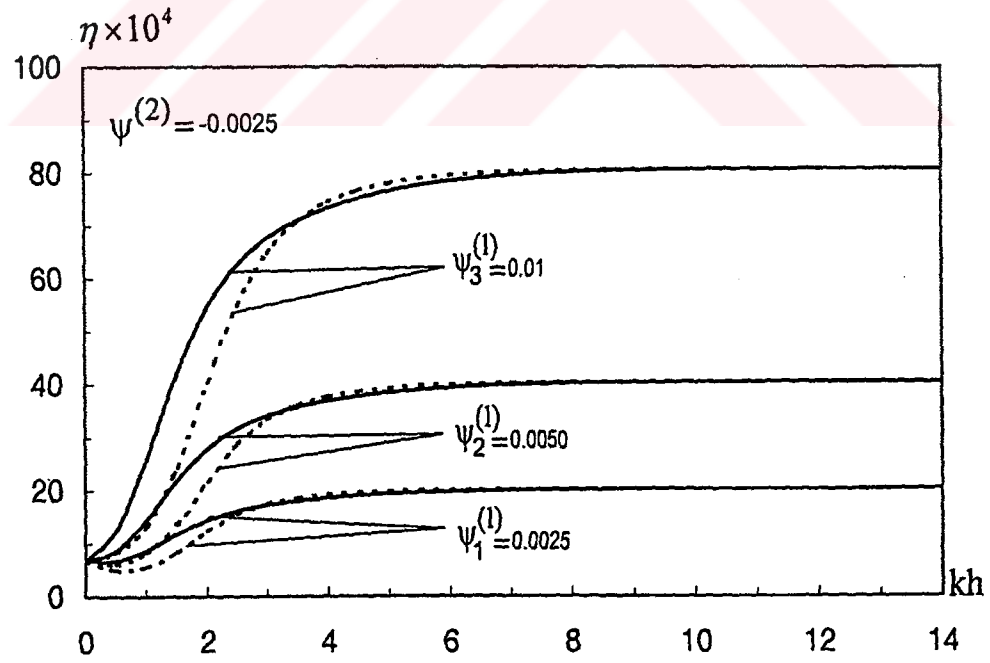
Şekil 4.8b Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



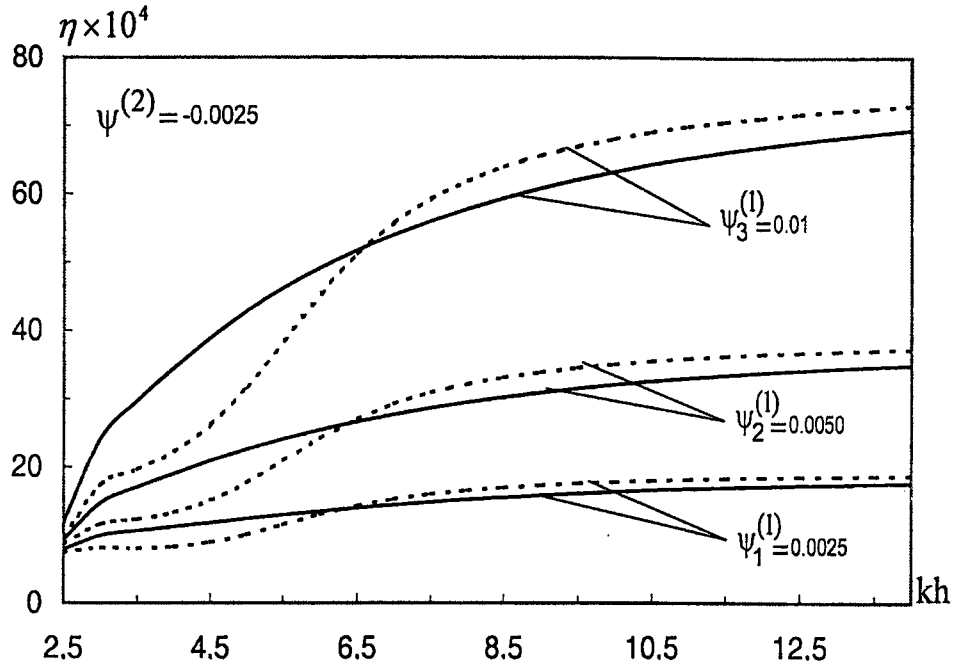
Şekil 4.8c Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



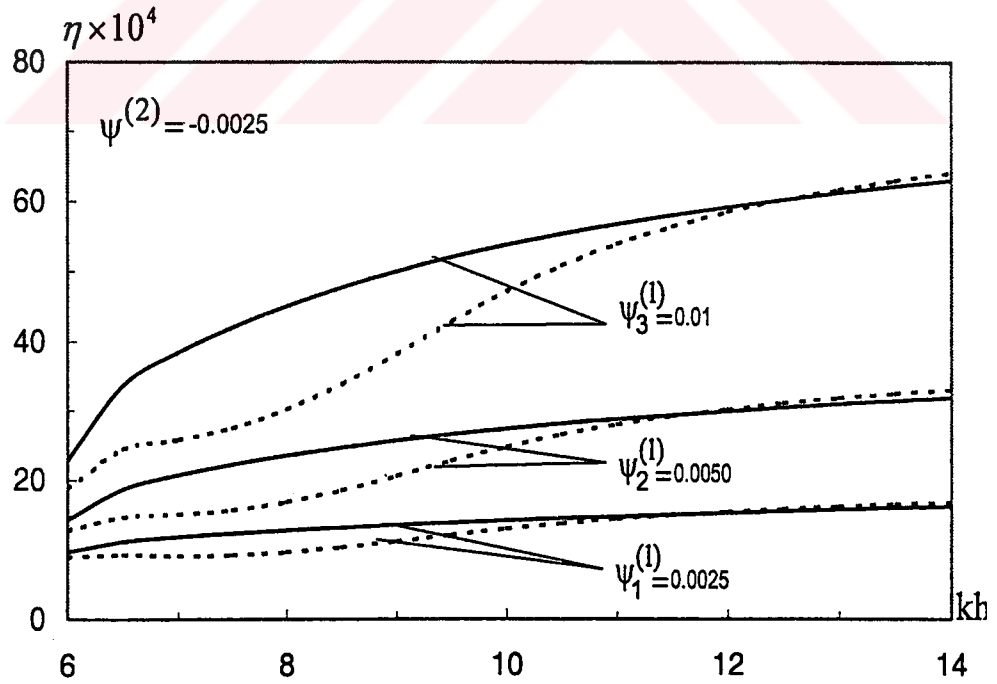
Şekil 4.8d Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



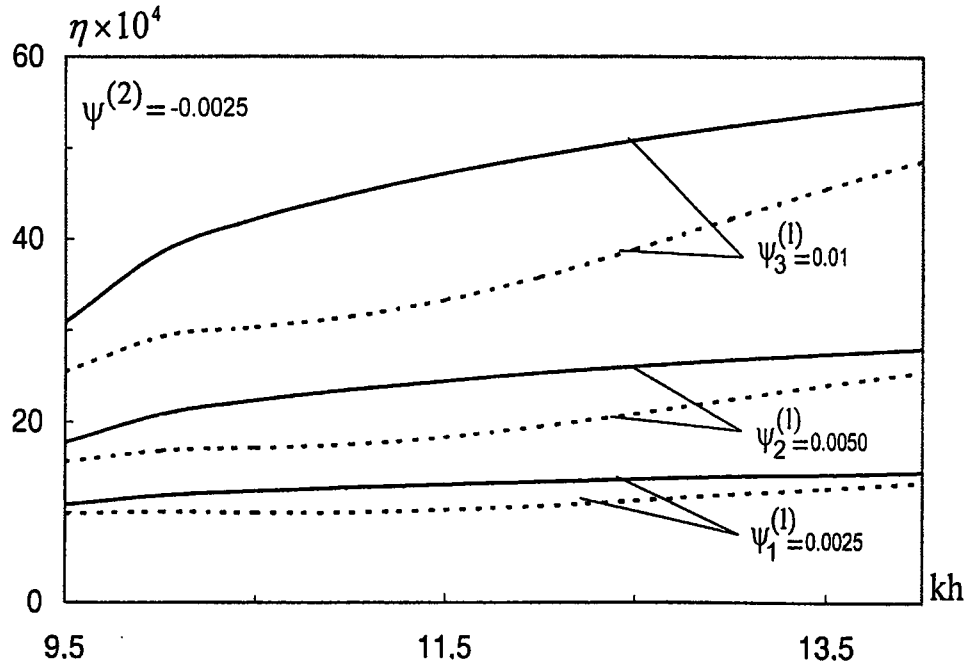
Şekil 4.9a Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0025$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



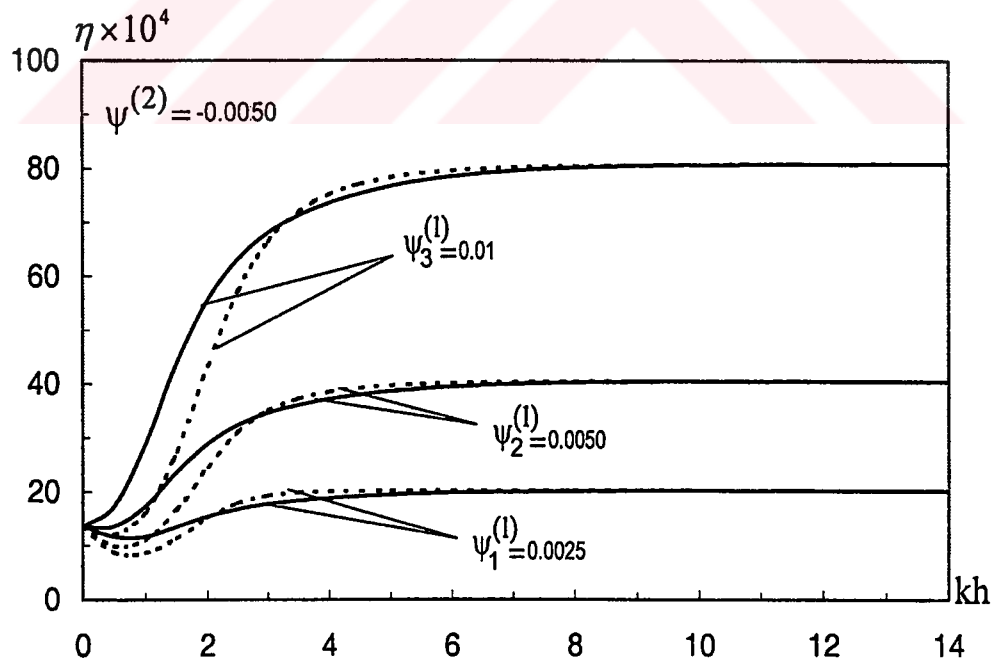
Şekil 4.9b Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0025$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



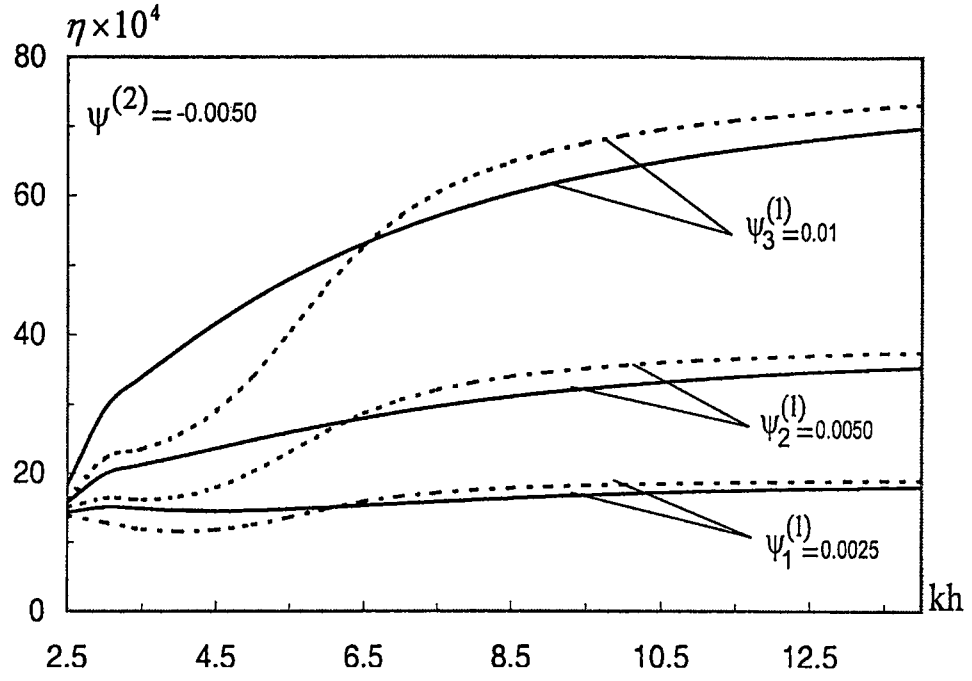
Şekil 4.9c Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0025$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



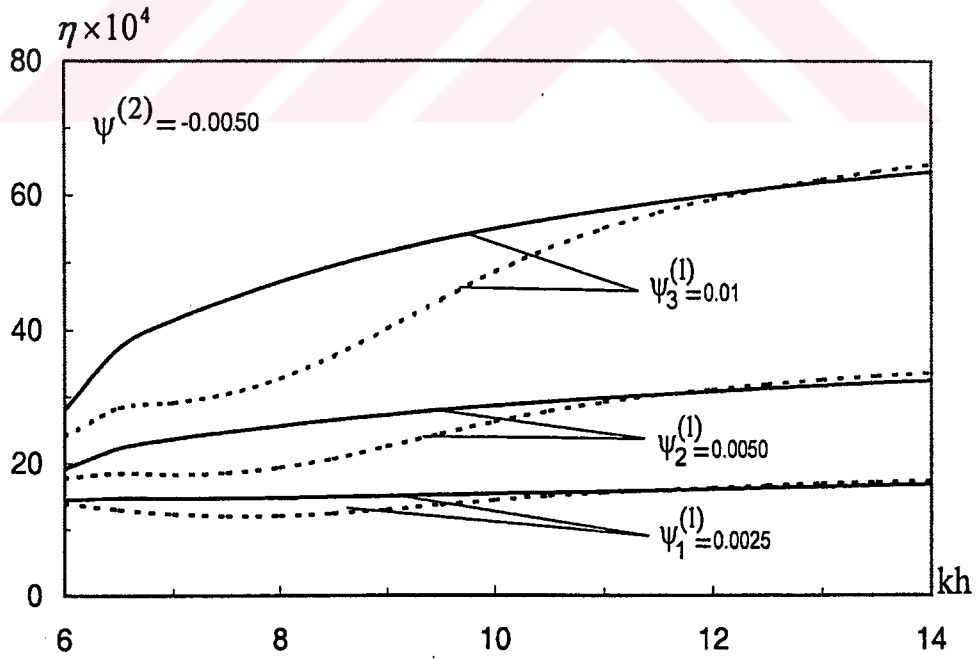
Şekil 4.9d Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0025$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



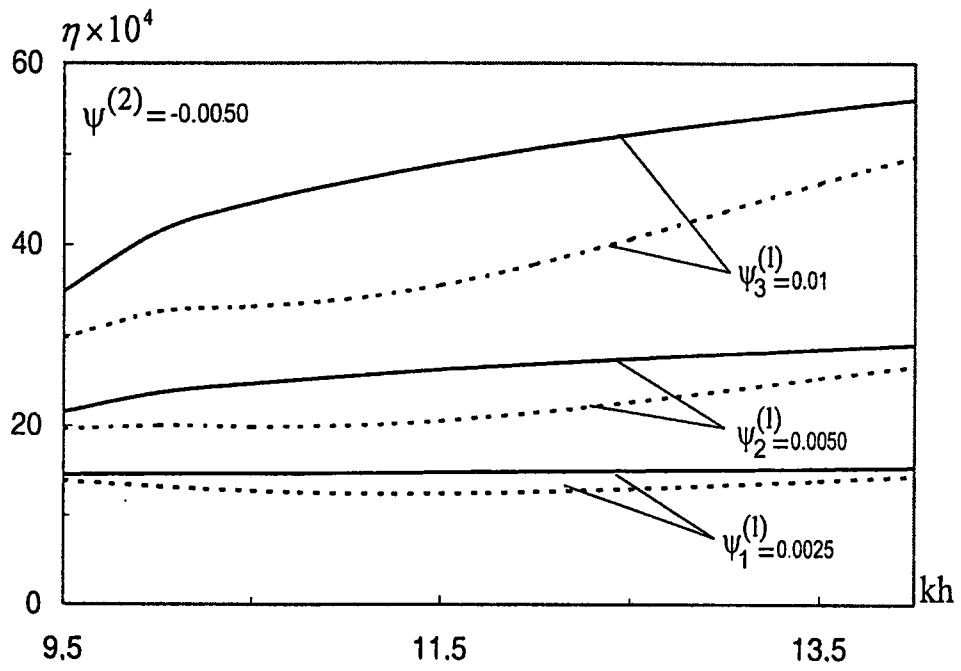
Şekil 4.10a Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0050$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



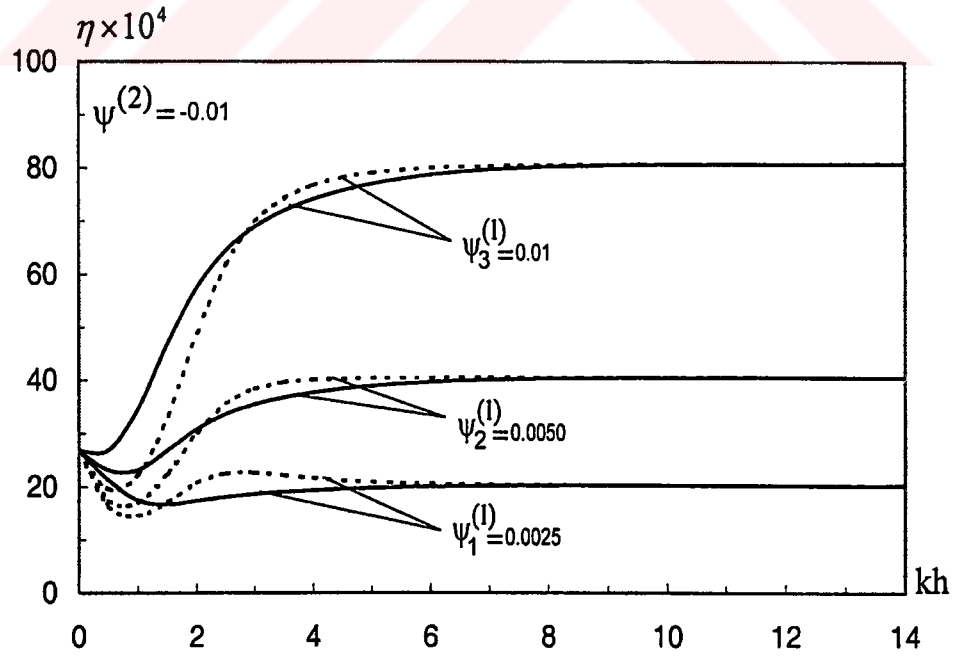
Şekil 4.10b Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0050$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



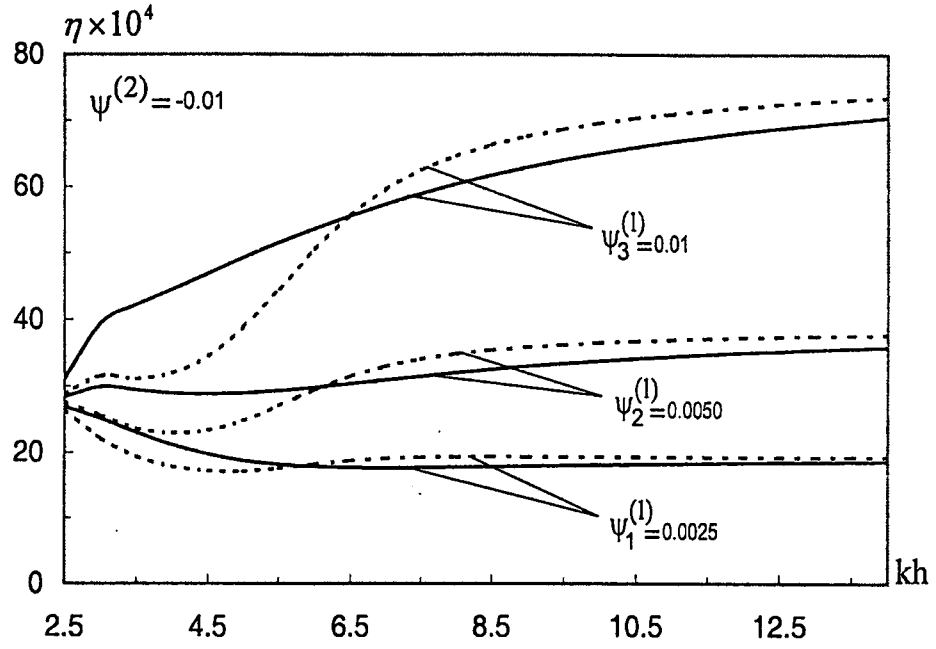
Şekil 4.10c Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0050$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



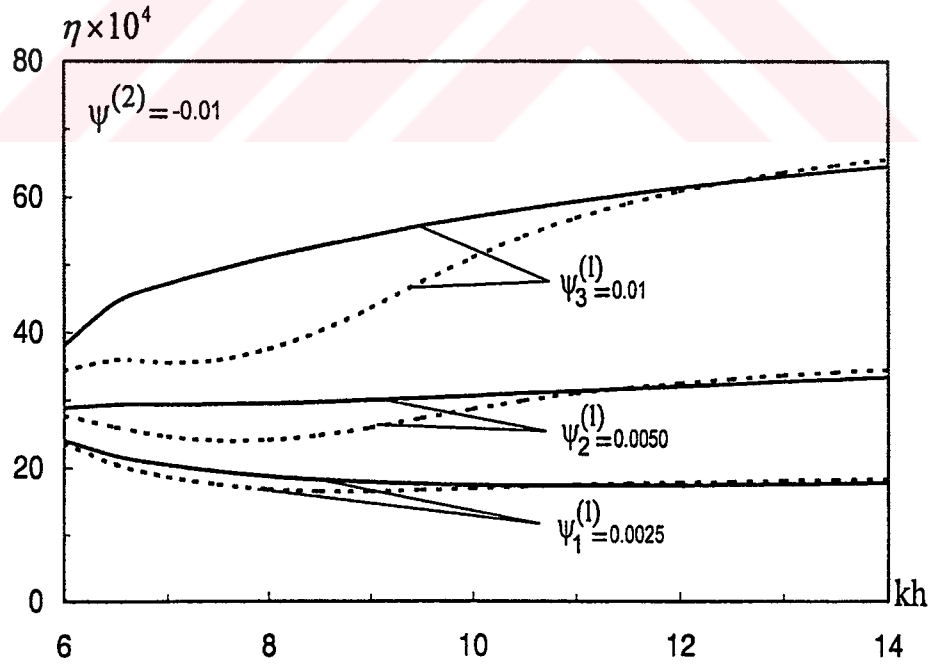
Şekil 4.10d Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0050$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



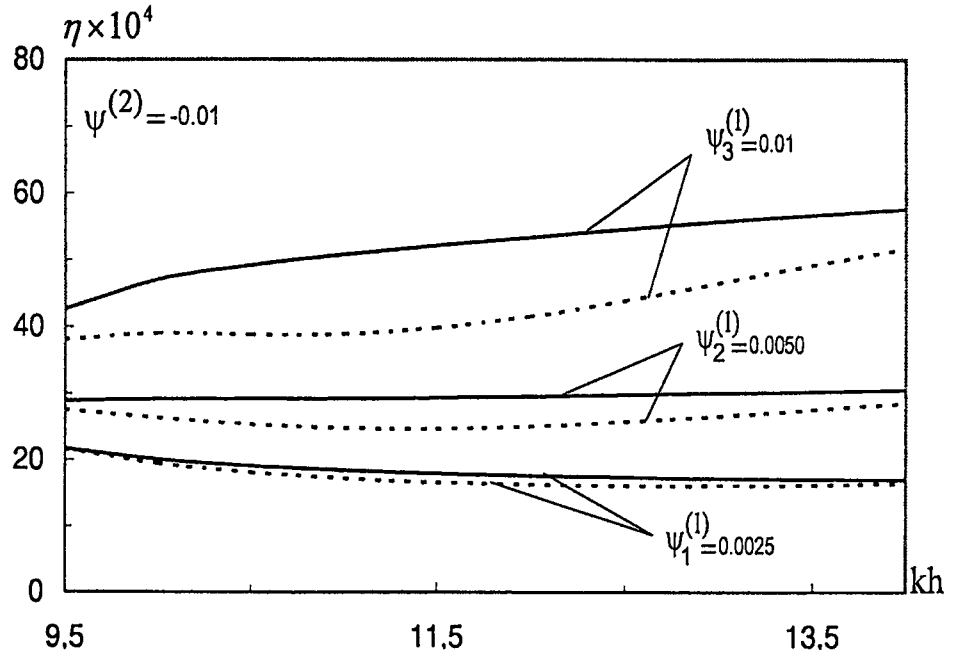
Şekil 4.11a Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.010$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



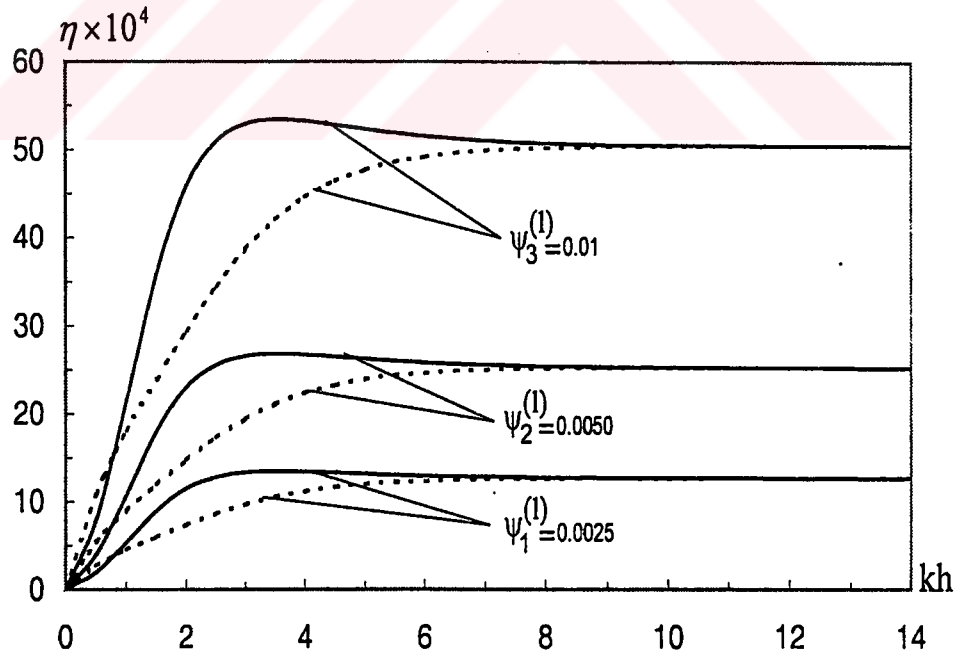
Şekil 4.11b Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.010$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



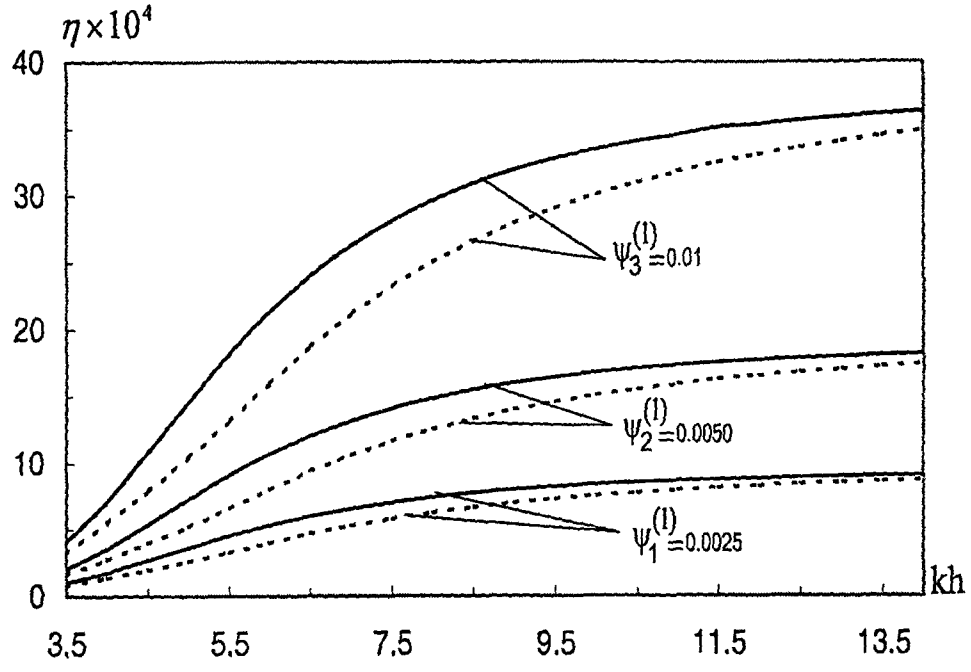
Şekil 4.11c Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.010$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



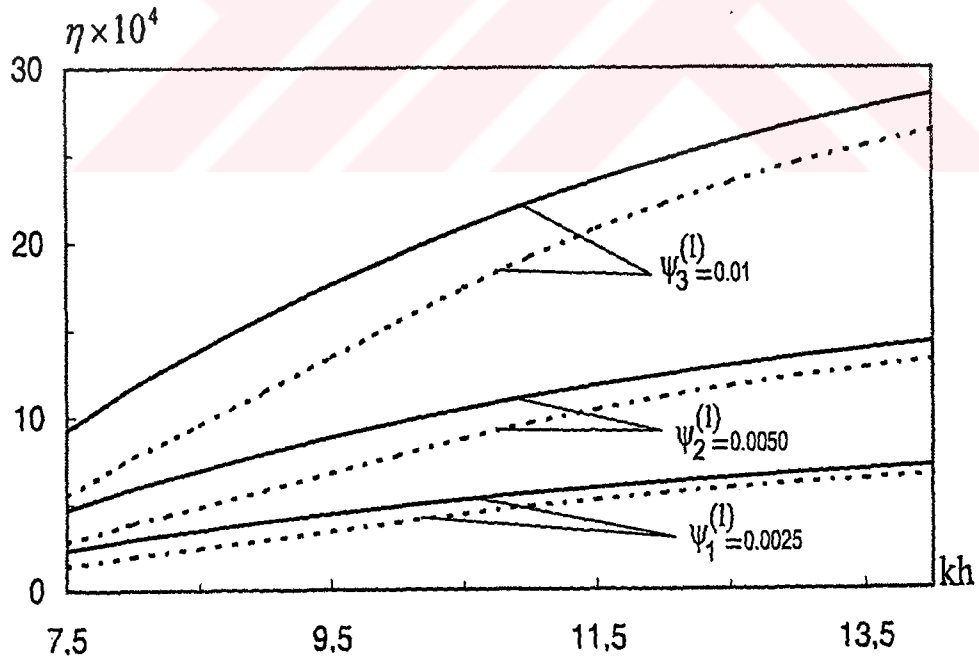
Şekil 4.11d Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.010$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



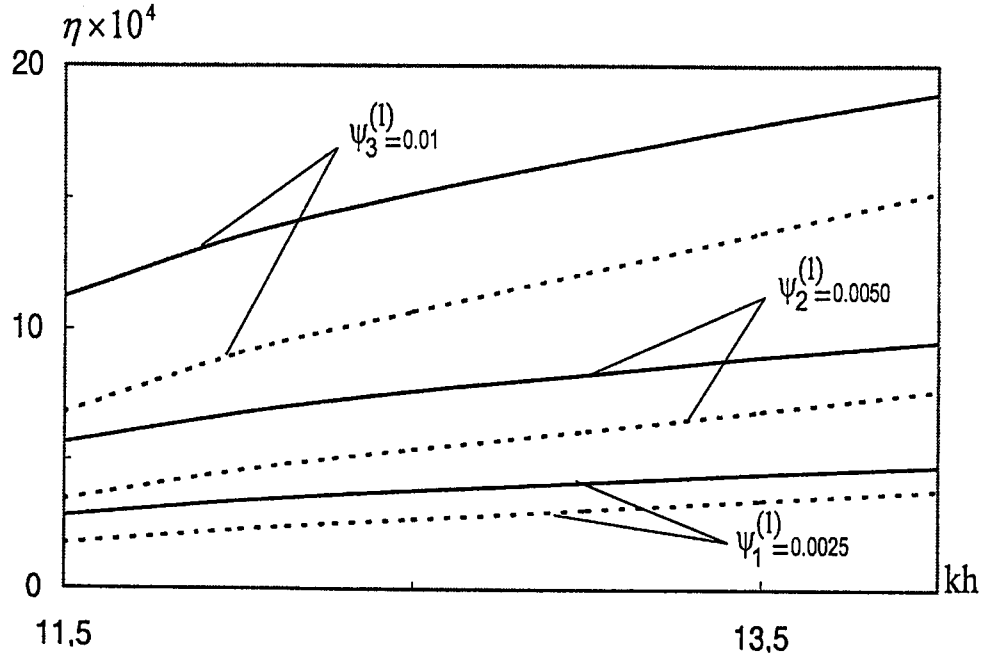
Şekil 4.12a Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(i)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



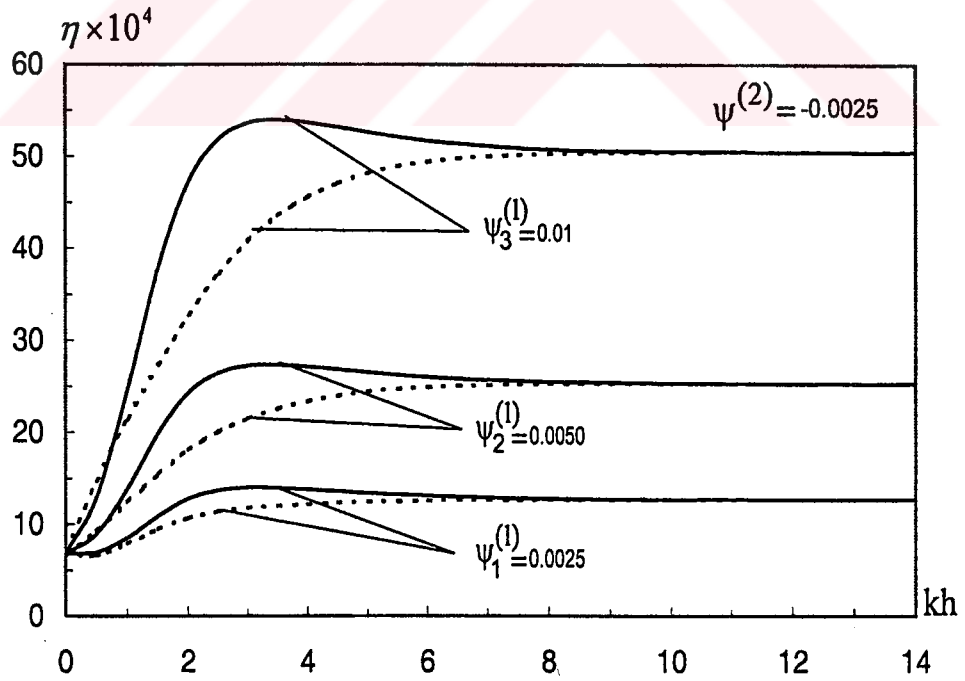
Şekil 4.12b Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



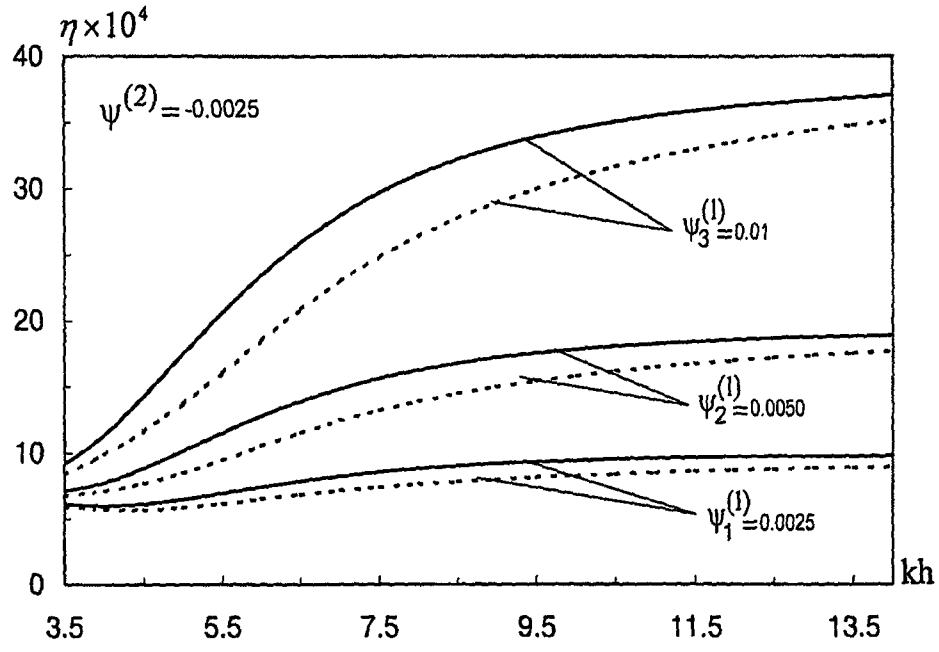
Şekil 4.12c Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



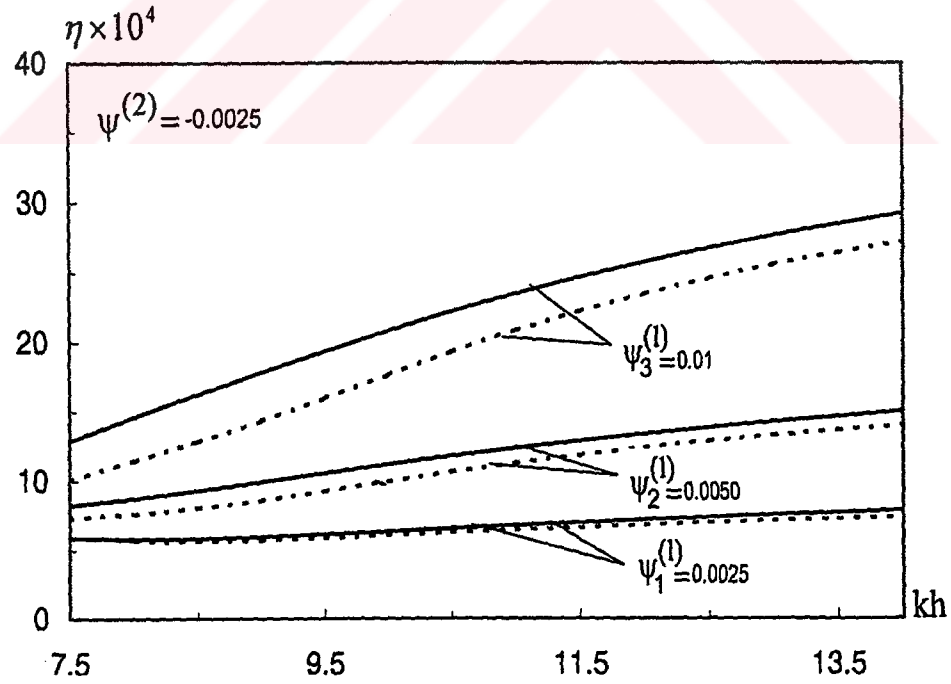
Şekil 4.12d Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



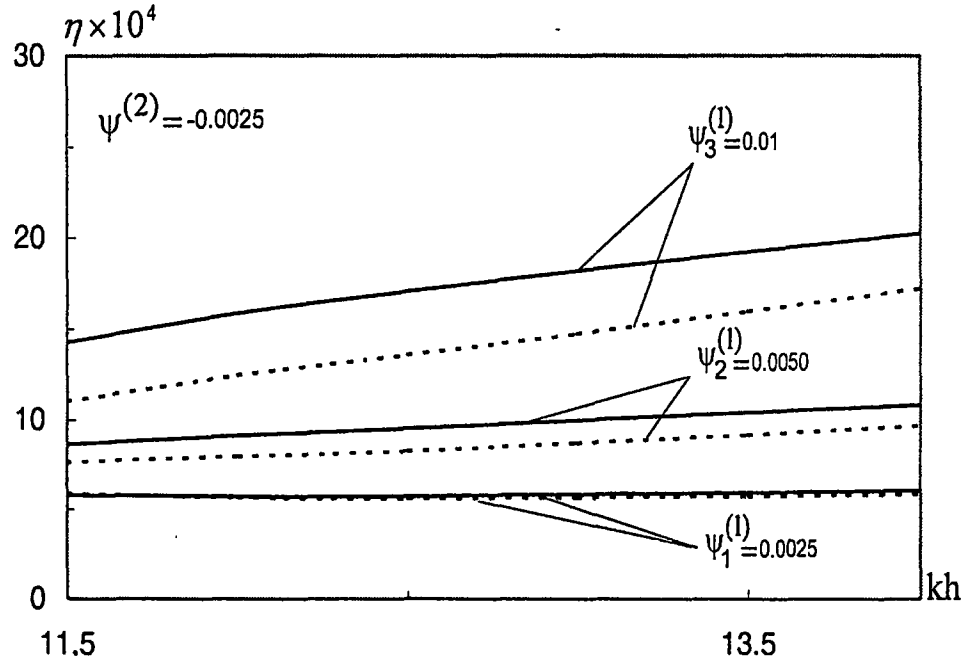
Şekil 4.13a Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0025$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



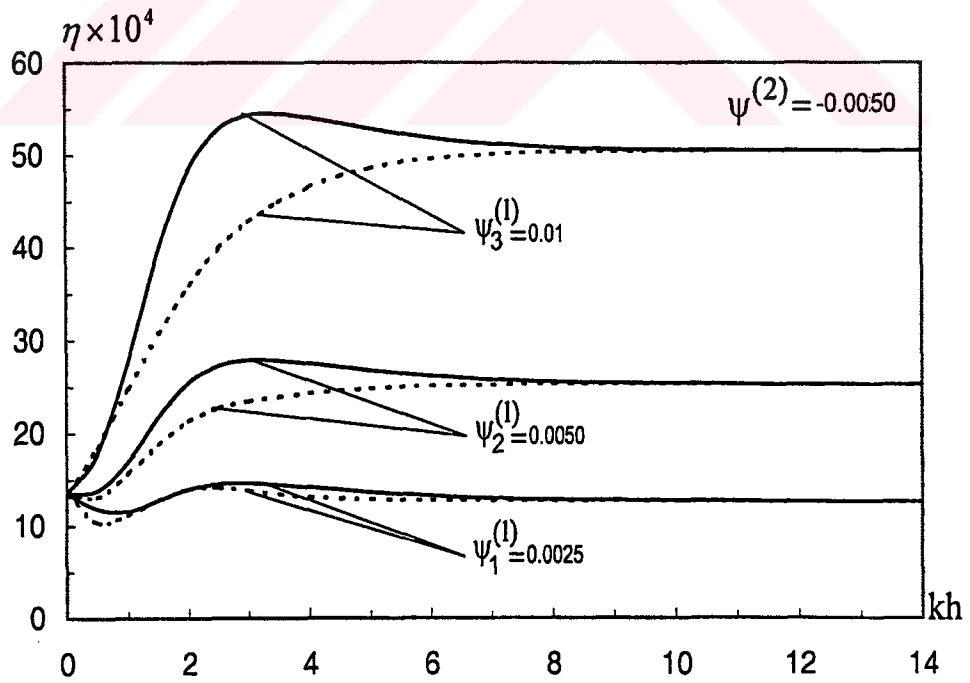
Şekil 4.13b Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0025$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



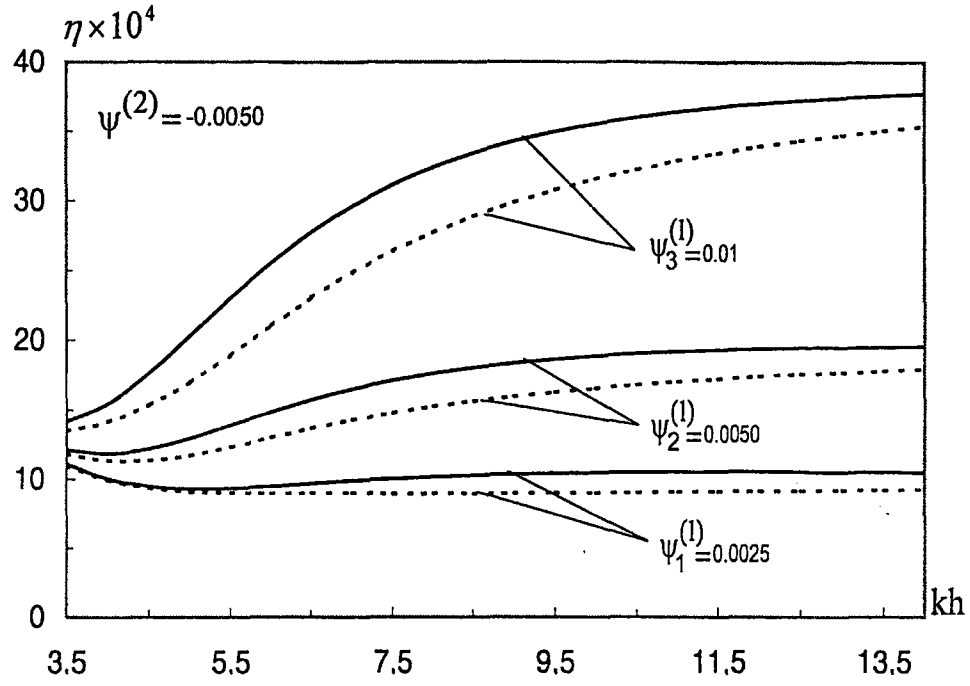
Şekil 4.13c Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0025$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



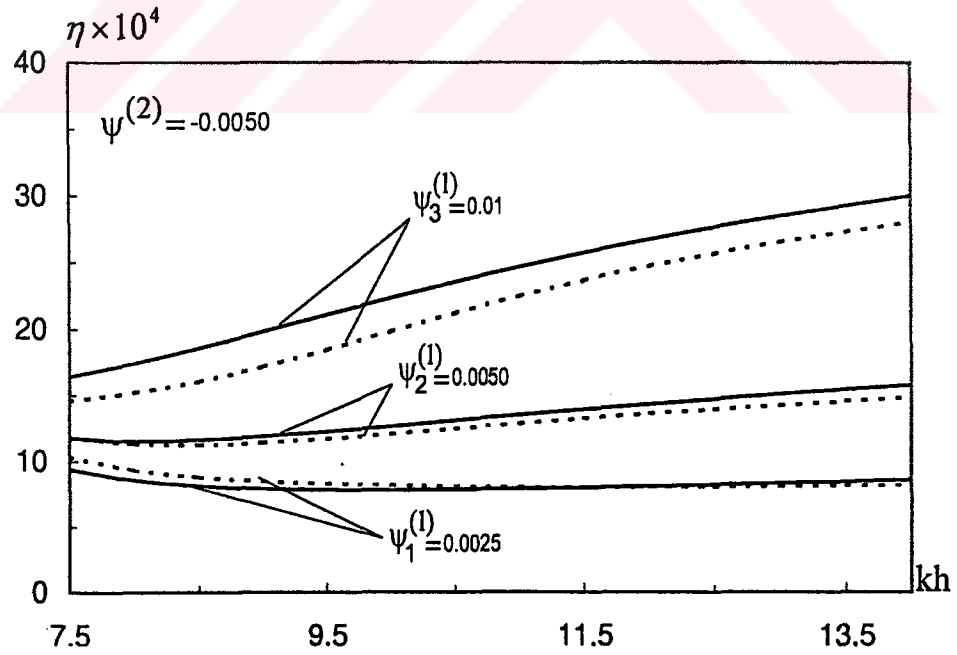
Şekil 4.13d Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0025$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



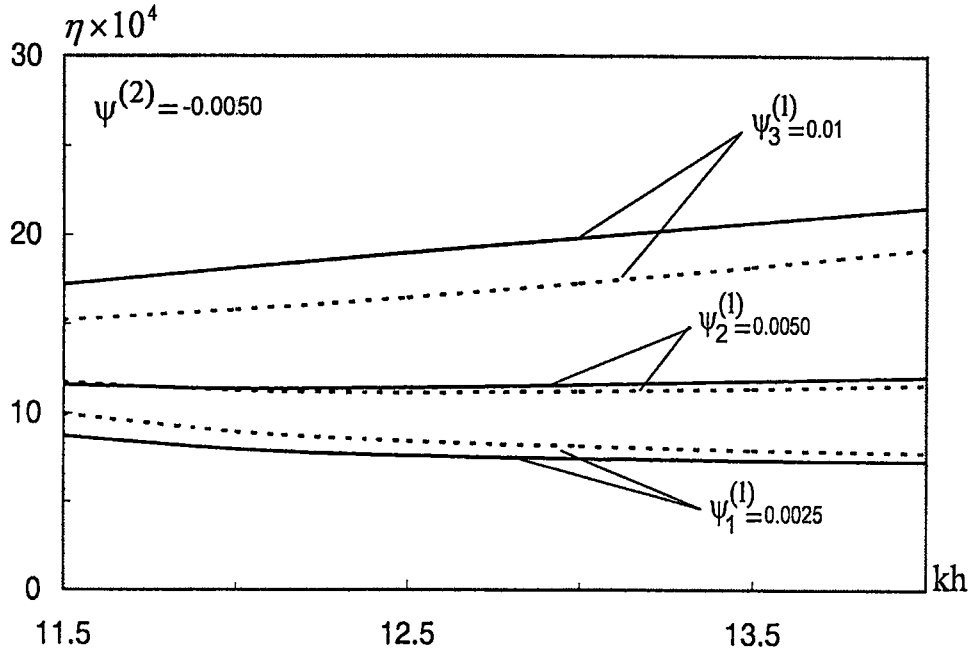
Şekil 4.14a Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0050$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



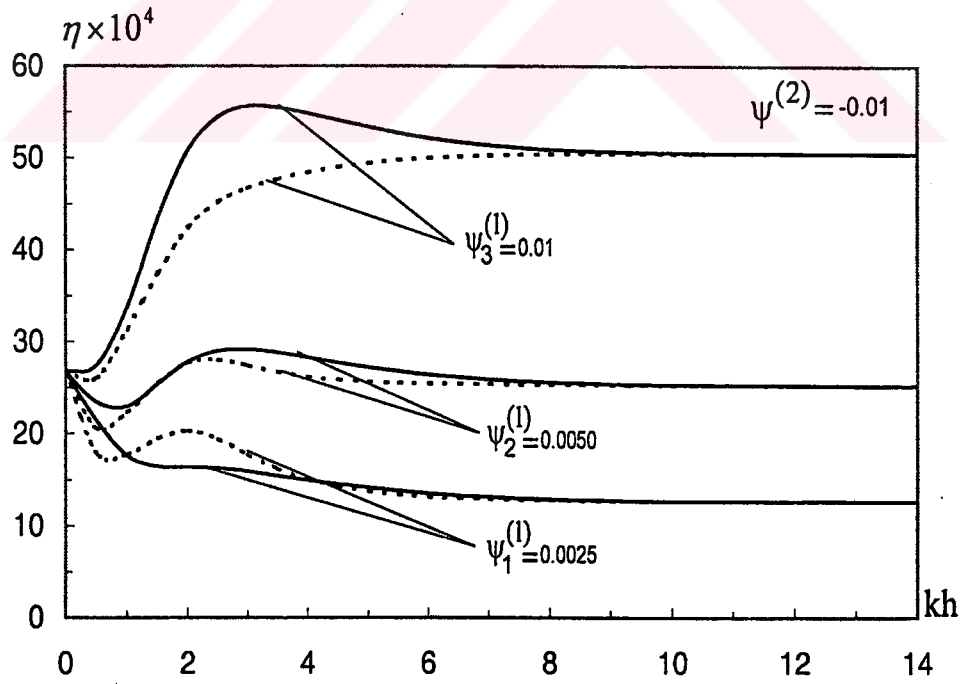
Şekil 4.14b Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0050$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



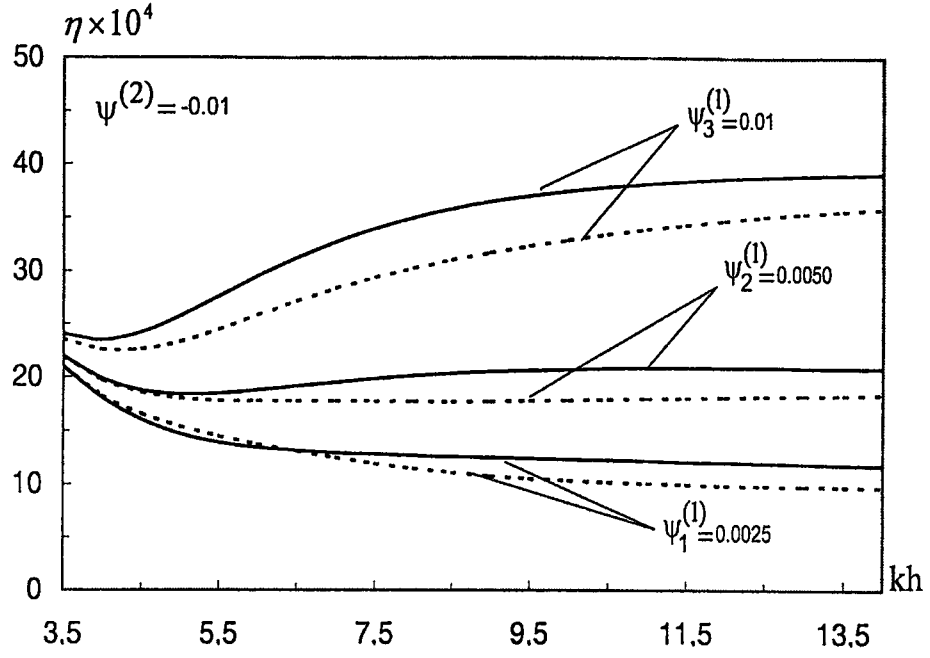
Şekil 4.14c Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0050$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



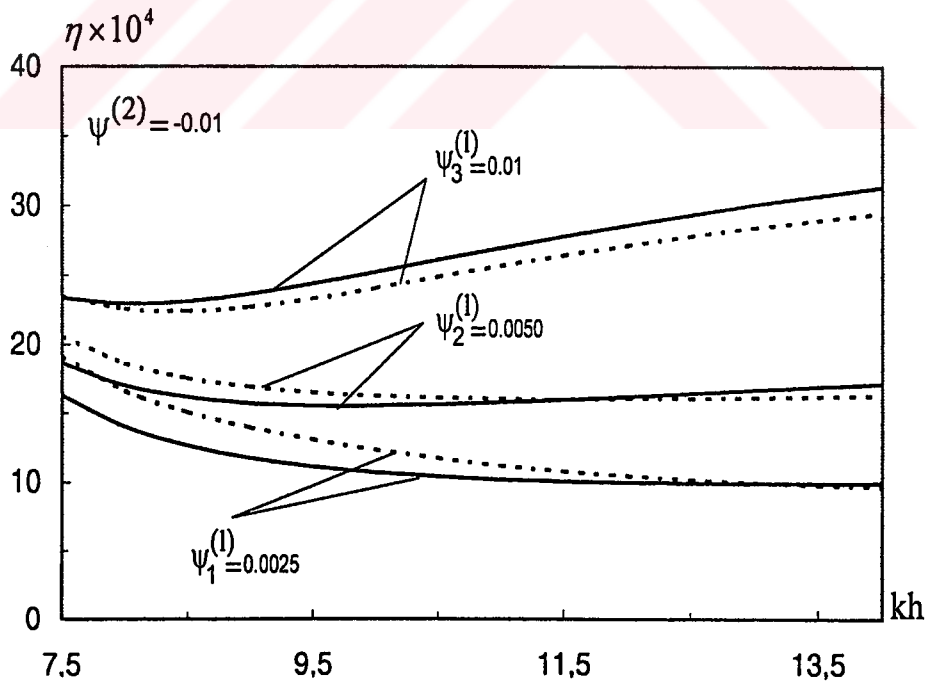
Şekil 4.14d Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.0050$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



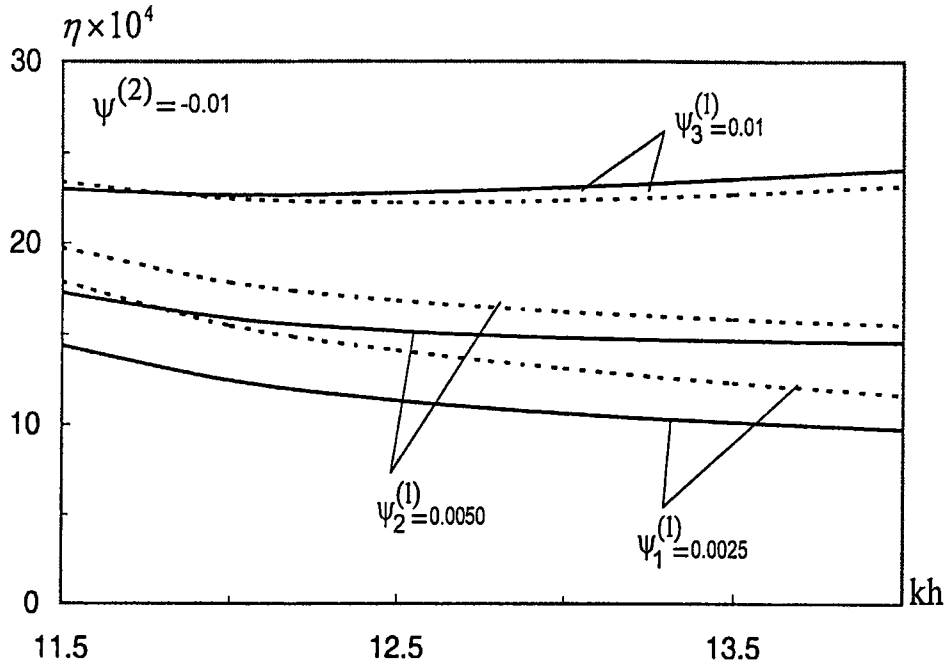
Şekil 4.15a Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.010$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



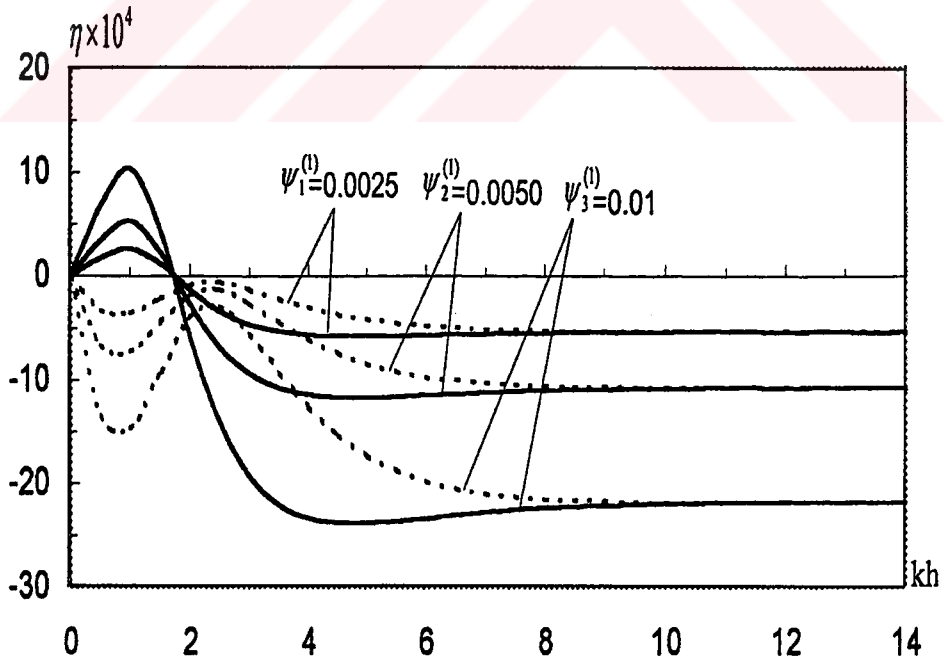
Şekil 4.15b PIRINÇ59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.010$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



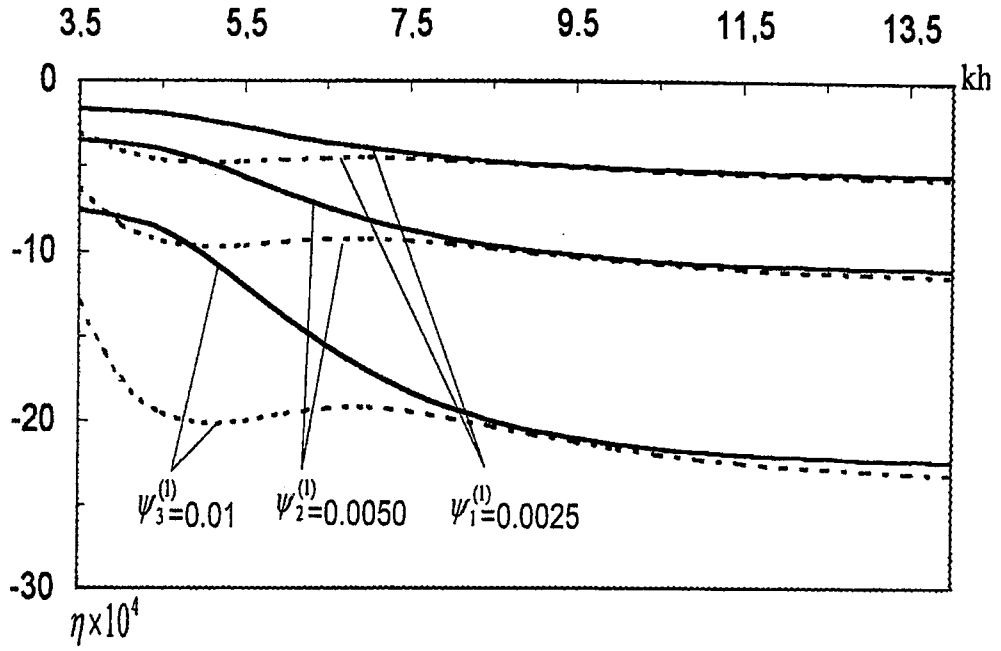
Şekil 4.15c PIRINÇ59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.010$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



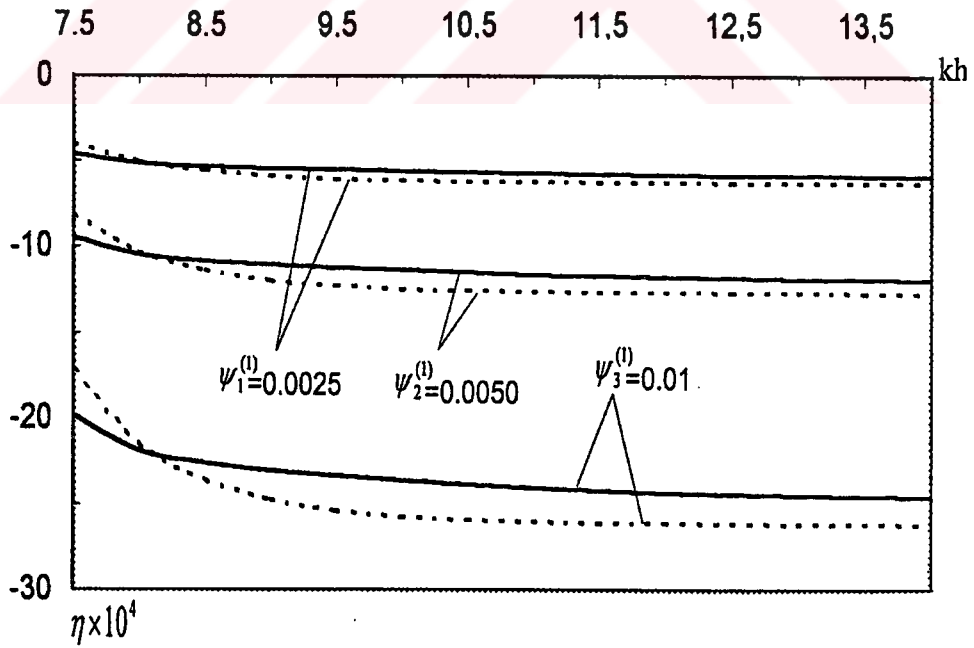
Şekil 4.15d Piriñ59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = -0.010$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



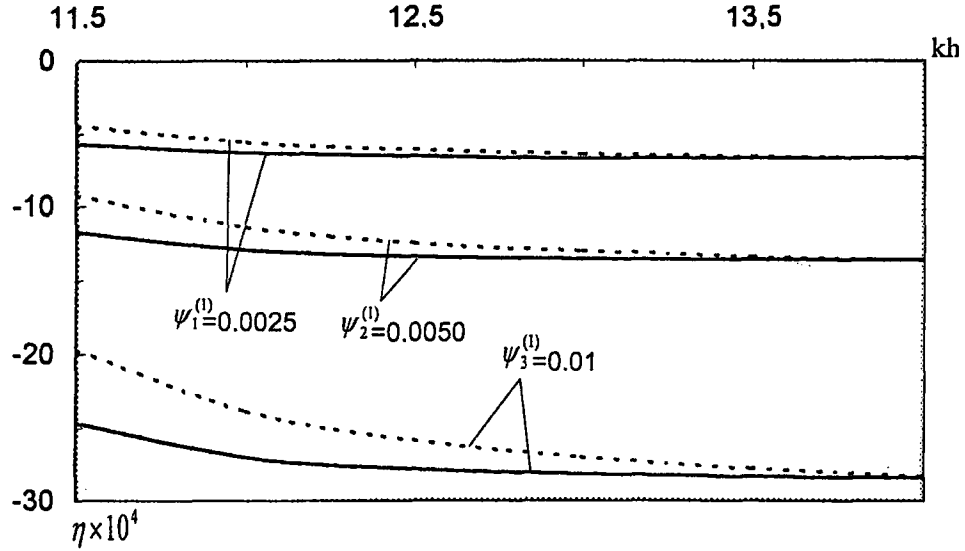
Şekil 4.16a Piriñ62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



Şekil 4.16b Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



Şekil 4.16c Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



Şekil 4.16d Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} > 0$, $\psi^{(2)} = 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri

Bu şekiller de bir önceki kısımlarda olduğu gibi $\eta = \frac{\bar{c}_{m\alpha} - c_{m\alpha}}{c_{m\alpha}}$ ile kh arasındaki bağıntıları göstermektedir. Burada $m=0,1$ ve $\alpha=I,II$ ve III “değerlerini” almaktadır. $\bar{c}_{0\alpha}$ ($\bar{c}_{1\alpha}$) ön gerilmeli durumda ideal (ideal olmayan) temas koşulları çerçevesinde elde edilen genelleştirilmiş Rayleigh dalga hızını, $c_{0\alpha}$ ($c_{1\alpha}$) ise ön gerilmemiş durumda ideal (ideal olmayan) temas koşulları çerçevesinde elde edilen genelleştirilmiş Rayleigh dalga hızını göstermektedir. Bir önceki kısımda olduğu gibi bu şekillerdeki a, b, c ve d kısımları sırasıyla M_{11} , M_{21} , M_{12} ve M_{22} dal ve modlarına karşılık gelmektedir. $\psi^{(1)}$ ve $\psi^{(2)}$ parametrelerinin değerleri ise şekiller üzerinde gösterilmiştir.

Elde edilen sayısal sonuçlara göre düzenlenen şekillerden gözüktüğü gibi temas koşullarının ideal olmaması I. ve II. çift malzemeler için sadece nitelik bakımından dispersiyon eğrilerine etki göstermektedir denilebilir. Çoğu durumlarda bu etki kh değerlerine bağlıdır. Yani I. ve II. çift malzemeler için temas koşullarının ideal olmaması kh 'ın $kh < (kh)'$ değerlerinde dalga hızının yayılım hızını arttırmakta, $kh > (kh)'$ değerlerinde ise dalga hızının yayılım hızını azaltmaktadır. Buradaki $(kh)'$ değerleri farklı dal ve modlar için farklıdır. $kh \rightarrow 0$ 'da ($kh \rightarrow \infty$ 'da) $\psi^{(2)} = 0$ durumunda (Şekil 4.8, Şekil 4.12) I. ve II. çift malzemelerin M_{11} dal ve modu için elde edilen sonuçlardan gözüktüğü gibi $\eta \rightarrow 0$ ($\eta \rightarrow \eta'$) değerlerine

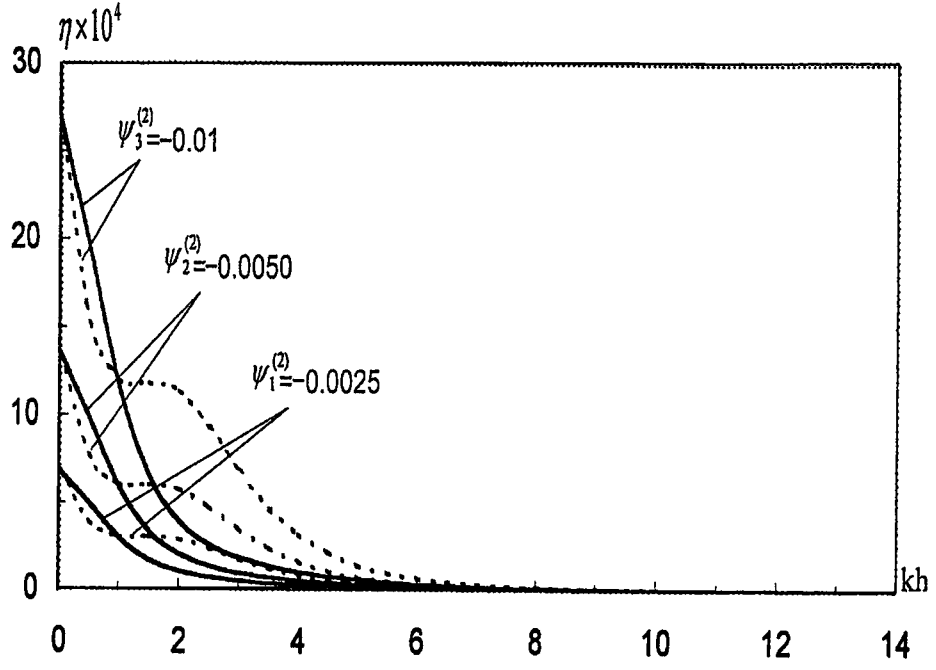
yaklaşmaktadır. Burada η' ön gerilmeli tabaka malzemesindeki adi Rayleigh dalgaları hızını ifade etmektedir. $\psi^{(2)} < 0$ durumlarında elde edilen sonuçlardan ise aşağıdakileri söylemek mümkündür. (Şekil 4.9-Şekil 4.11 I. çift malzemeler için, Şekil 4.13-Şekil 4.15 II. çift malzemeler için):

$kh \rightarrow 0$ 'da ($kh \rightarrow \infty$ 'da) $\eta \rightarrow \eta^*$ ($\eta \rightarrow \eta'$) olmaktadır. Burada η^* ön gerilmeli yarı düzlem malzemesindeki adi Rayleigh dalgaları hızına karşılık gelmektedir. η' ise yukarıda verildiği gibidir. Bu sonuç uygun fiziksel görüşlerle çakışmakta olup elde edilen sonuçların doğruluğunu kanıtlamaktadır. Elde edilen sonuçların karşılaştırılmasından I. ve II. çift malzemeler için yarı düzlemde basınç ön gerilmesinin olması genelleştirilmiş Rayleigh dalgaları hızını artırmaktadır. Bu artım $|\psi^{(2)}|$ büyüdükçe monoton olarak büyümektedir denilebilir. Şekil 4.16' da verilen sonuçlar yarı düzlemde ön gerilme olmadığı durumda III. çift malzeme için temas koşullarının ideal olmamasının dispersiyon eğrilerine olan etkisini göstermektedir. Bu şekildeki sonuçlardan gözüktüğü gibi M_{11} dal ve modu için temas koşullarının ideal olmaması elde edilen dispersiyon eğrilerine sadece nitelik bakımından değil aynı zamanda nicelik bakımından da etki göstermektedir. I. ve II. çift malzemeler için söylenen uygun sonuçlar bazı istisnalar dışında III. çift malzemeler için de geçerlidir denilebilir.

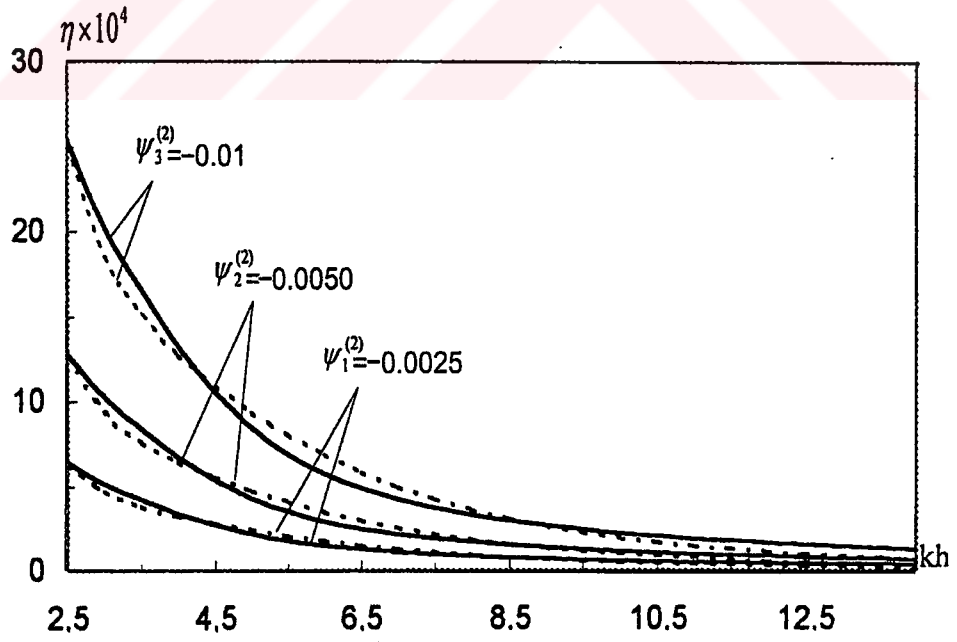
Şimdi tabakada ön gerilmenin olmadığı ($\psi^{(1)} = 0$), yarı düzlemde ise basınç ön gerilmesinin olduğu ($\psi^{(2)} < 0$) durumu ele alalım. Bu duruma karşılık gelen grafikler Şekil 4.17-Şekil 4.19 ile sırasıyla I., II. ve III. çift malzemeler için verilmektedir. I., II. ve III. çift malzemeler için Şekil 4.17-Şekil 4.19'un M_{11} dal ve modu için elde edilen sonuçlardan gözüktüğü gibi $kh \rightarrow 0$ 'da η değerleri $\eta^* \neq 0$ değerlerine yaklaşmaktadır. Burada η^* ön gerilmeli yarı düzlem malzemesindeki adi Rayleigh dalgalarının hızını göstermektedir.

Bütün durumlarda $kh \rightarrow \infty$ 'da bakılan her bir dal ve mod için elde edilen sonuçlardan $\eta \rightarrow 0$ olmaktadır. Bu ise η 'nın tanımından ve tabakada ön gerilmenin olmamasından kaynaklanmaktadır. Dolayısıyla Şekil 4.17-Şekil 4.19'da elde edilen sayısal sonuçlar da uygun fiziksel görüşlerle çakışmaktadır.

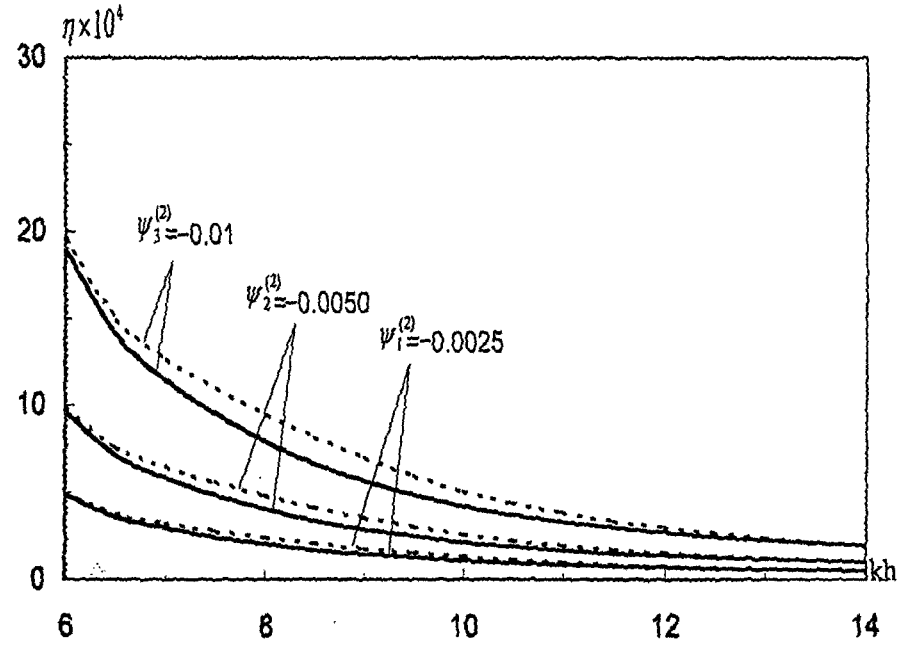
Bunlardan başka bu sonuçlar temas koşullarının ideal olmasının ve olmamasının dispersiyon eğrilerine nitelik ve nicelik bakımından nasıl bir etkisinin olduğunu da göstermektedir.



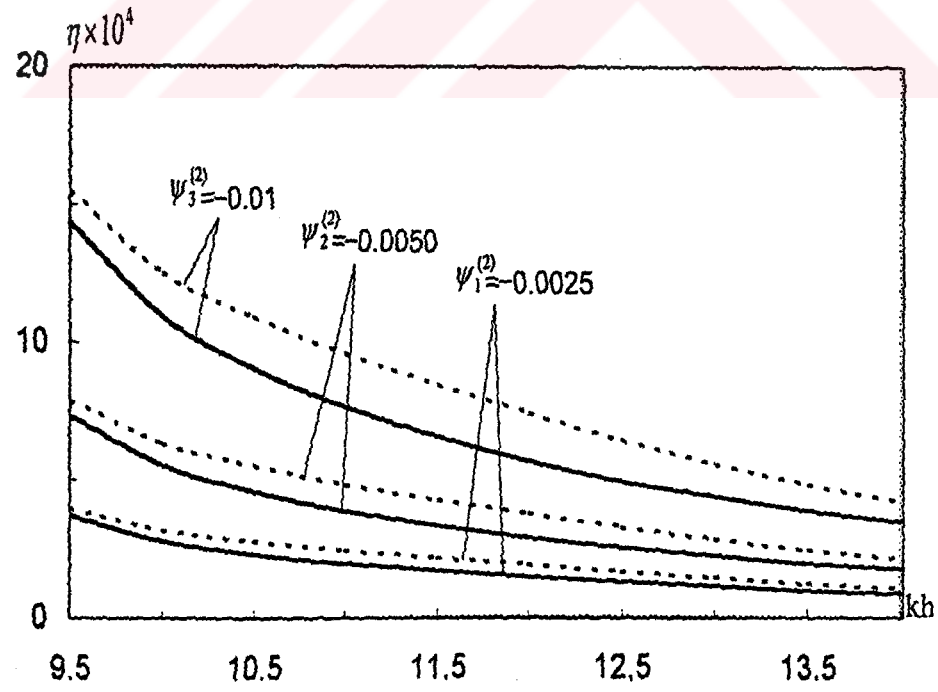
Şekil 4.17a Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



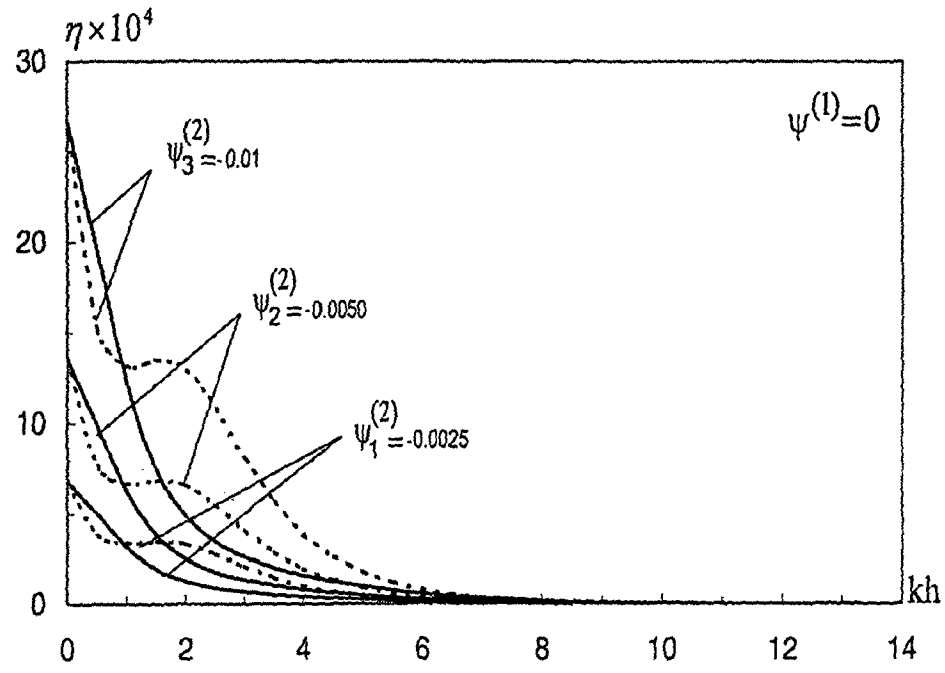
Şekil 4.17b Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



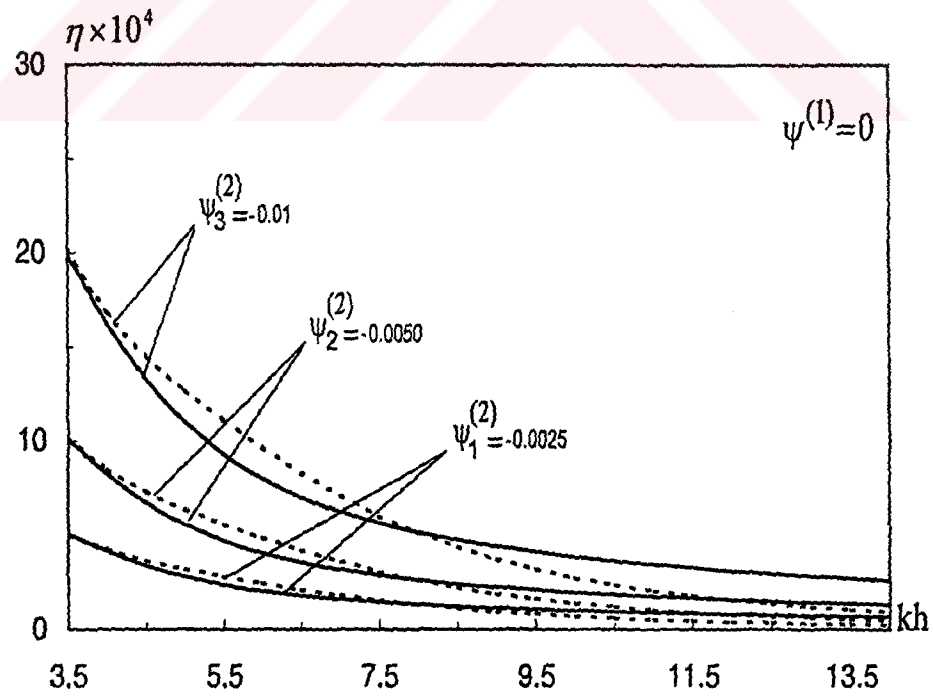
Şekil 4.17c Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



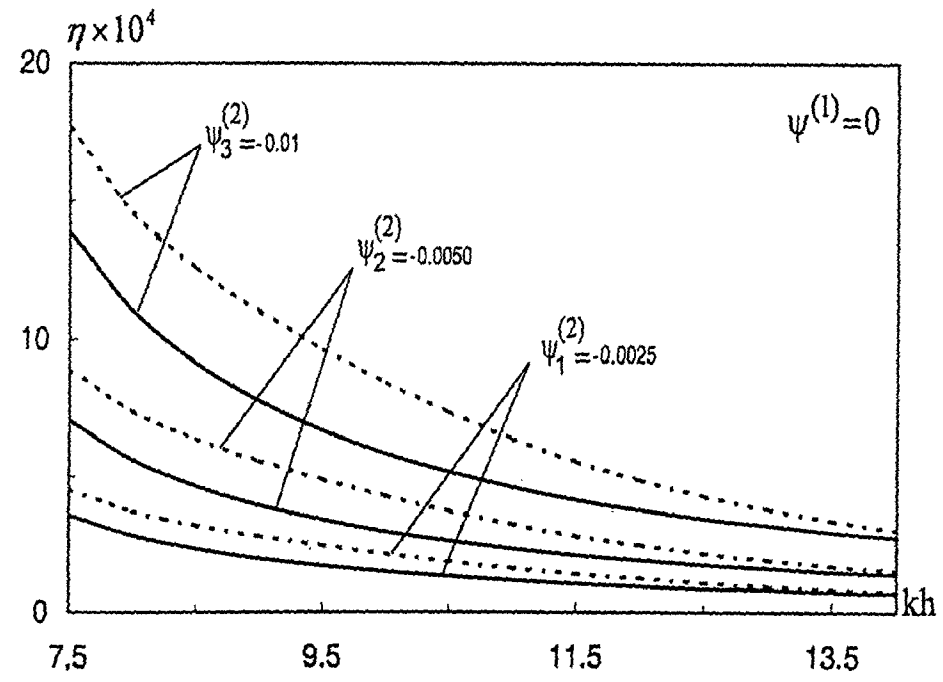
Şekil 4.17d Bronz-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



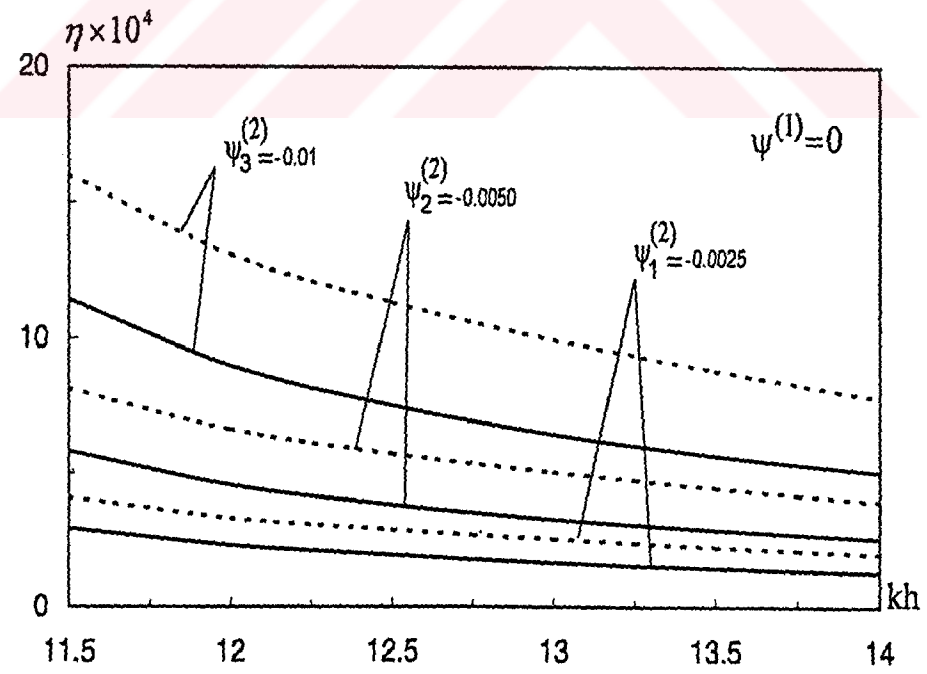
Şekil 4.18a Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



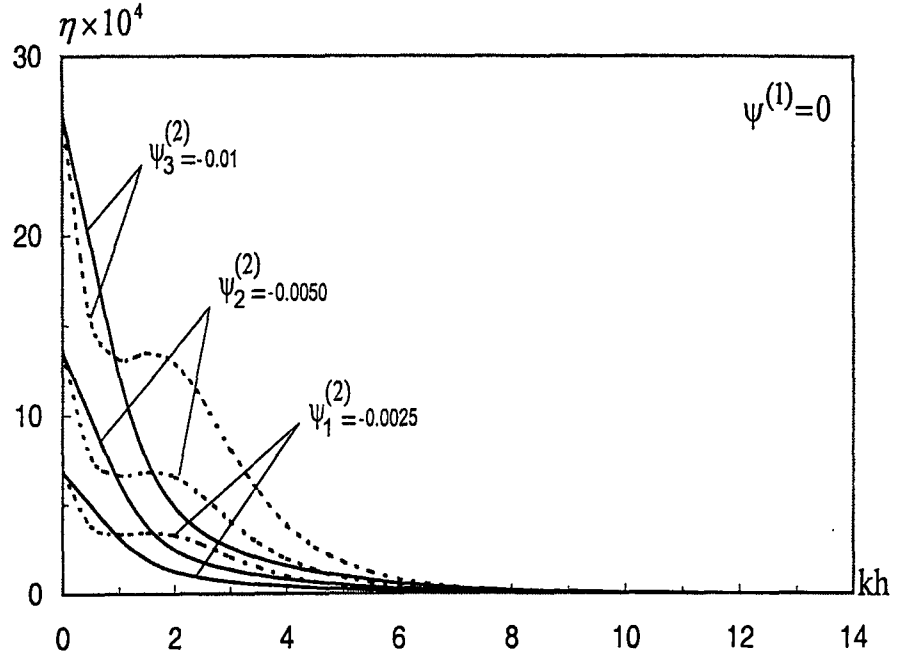
Şekil 4.18b Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



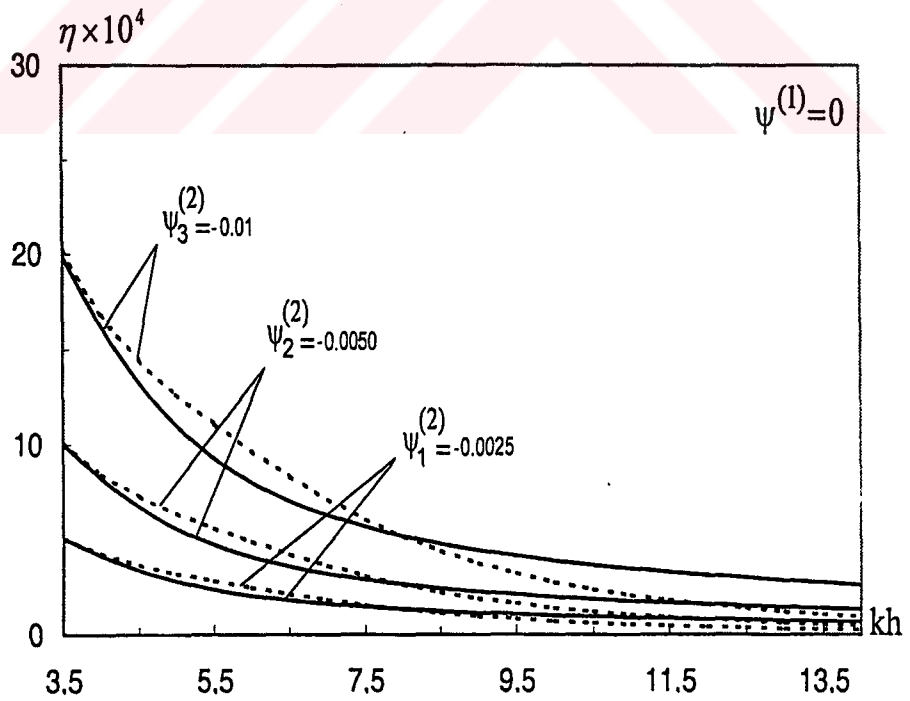
Şekil 4.18c Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



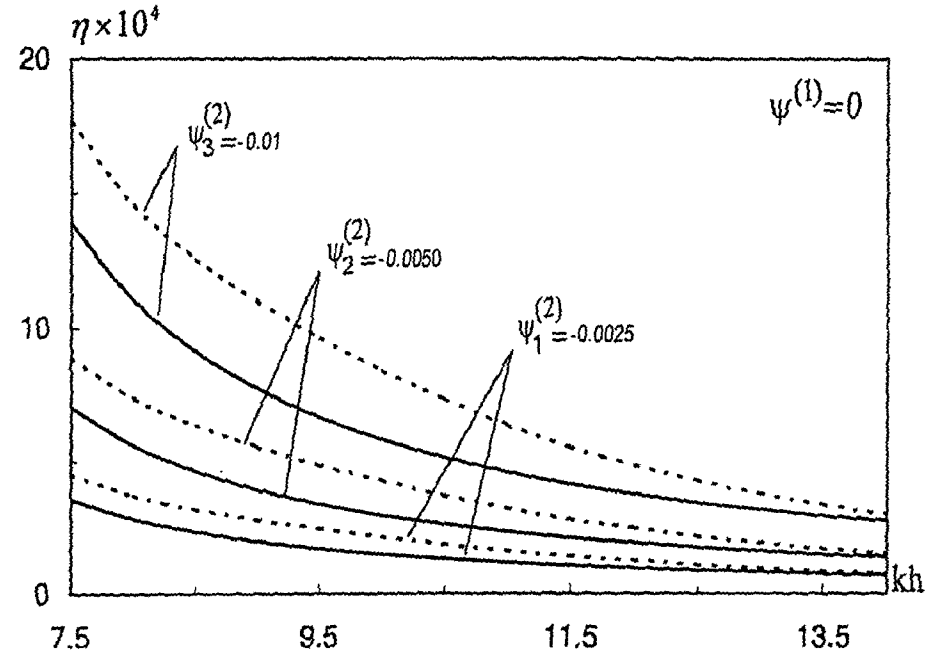
Şekil 4.18d Pirinç59-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



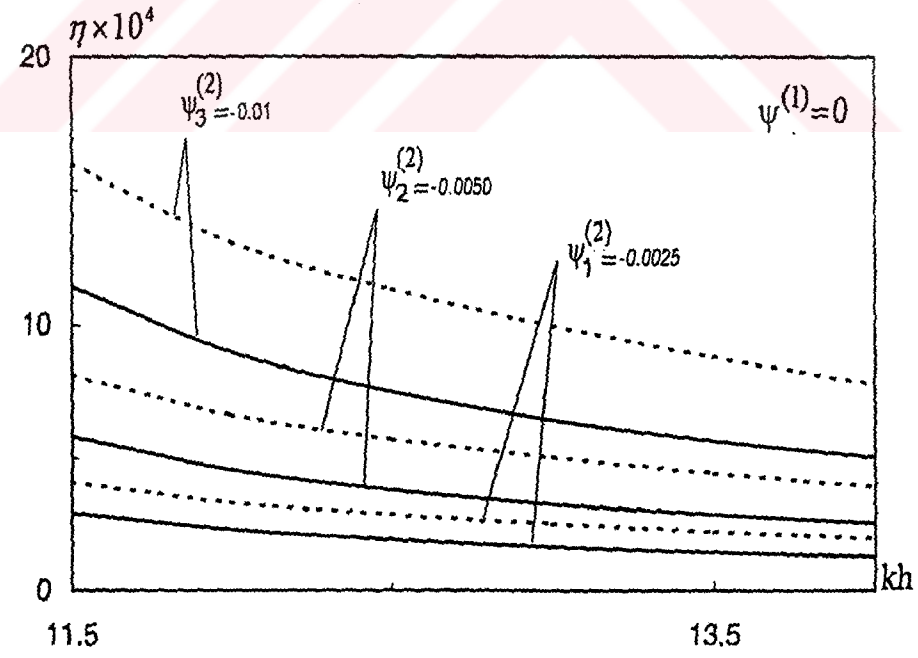
Şekil 4.19a Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



Şekil 4.19b Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal birinci moda ait dispersiyon eğrileri



Şekil 4.19c Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen birinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri



Şekil 4.19d Pirinç62-Çelik malzeme çifti için $\psi^{(1)} = 0$, $\psi^{(2)} < 0$ durumunda elde edilen ikinci dal ikinci moda ait dispersiyon eğrileri

5. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRİLMESİ

Tezde yapılan araştırmalardan elde edilen sonuçları aşağıdaki gibi özetleyebiliriz:

1. Parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde üç boyutlu doğrusallaştırılmış dalga teorisi denklemleri uygulanarak lineer elastik malzemeden oluşmuş ön gerilmeli tabaka ile örtülü lineer elastik malzemeden oluşmuş ön gerilmeli yarı düzlemde genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının dispersiyonuna karşılık gelen matematiksel problemin ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde formülasyonu yapılmış ve uygun analitik çözümler elde edilmiştir. Bu çözümler uygulanarak ideal ve ideal olmayan temas koşulları için uygun dispersiyon denklemleri elde edilmiştir.
2. Parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde üç boyutlu doğrusallaştırılmış dalga teorisi denklemleri uygulanarak Murnaghan Potansiyeli ile belirlenen lineer olmayan elastik malzemeden oluşturulmuş ön gerilmeli tabaka ile örtülü, Murnaghan Potansiyeli ile belirlenen lineer olmayan elastik malzemeden oluşturulmuş ön gerilmeli yarı düzlemde genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının yayılımına ait matematiksel problemin ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde formülasyonu yapılmıştır. Bu problemlerin analitik çözümleri elde edilmiş ve uygun dispersiyon denklemleri elde edilmiştir.
3. 1. ve 2.'de gösterilen durumlarda dispersiyon denklemlerinin sayısal çözümü için uygun algoritmalar geliştirilmiş ve Fortran programlama dili kullanılarak PC aracılığıyla incelemeler yapılmıştır.
4. Sayısal incelemeler farklı malzeme çiftleri için farklı problem parametrelerinin farklı değerlerinde yapılmış ve 1.'de gösterilen durumun özel hali olarak yani ön gerilmesiz durum olarak klasik lineer elastisite teorisi uygulanarak tabaka ile örtülü yarı düzlemdeki genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının dispersiyonuna ait Tolstoy ve Usdin (1953), Achenbach ve Epstein'in (1967) elde ettiği sonuçlar ideal ve ideal olmayan temas koşulları çerçevesinde farklı lineer elastik malzeme çiftleri için elde edilmiştir.
5. Sayısal incelemelerin yapıldığı malzeme çiftlerinin mekanik özellikleri Çizelge 2.1 ve Çizelge 4.1'de verilmektedir. Bu malzeme çiftleri için elde edilen sayısal sonuçlar grafikler halinde verilmiştir. Bu sonuçlardan yararlanarak aşağıdakileri söyleyebiliriz:
 - Lineer elastik malzeme çiftleri için tabaka ve yarı düzlemde çekme ön gerilmesinin olması malzeme çiftlerinin seçiminden bağımsız olarak genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının hızını artırmakta, ön gerilmelerin basınç ön gerilmesi olması ise genelleştirilmiş Rayleigh

dalgalarının hızını düşürmektedir.

- Bünye denklemleri Murnaghan potansiyeli ile verilen lineer olmayan elastik malzeme çiftleri için ise ön gerilmelerin genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının hızına etkisi seçilmiş malzeme çiftlerine bağlıdır. Örneğin bronz-çelik, pirinç59-çelik malzeme çiftleri için bronz ve pirinç59 malzemesinden oluşmuş tabakada çekme ön gerilmesinin olması genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının hızını artırmakta, pirinç62-çelik malzeme çifti için pirinç62 tabakadaki çekme ön gerilmesinin olması genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının hızını düşürmektedir. Aynı tür malzeme çiftleri için elde edilen bu sonuçlar Murnaghan potansiyelinin uygulanmasında oluşturulan üçüncü mertebeden elastik sabitlerin varlığı ile açıklanabilmektedir.

Söylenenlerden başka tezde elde edilen sayısal sonuçların yorumları yapılmış ve bu sonuçların özel durumlarda bilinen fiziksel görüşlerle çakıştığı da gösterilmiştir.

Tezde elde edilen sayısal sonuçların değerlendirilmesinden aşağıdakileri söyleyebiliriz:

- I. İlk kez parçalı homojen cisim modeli çerçevesinde ön gerilmeli lineer ve lineer olmayan elastik malzemeden oluşmuş tabaka ile örtülü ön gerilmeli lineer ve lineer olmayan başka bir elastik malzemeden oluşmuş yarı düzlemde genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının dispersiyonu incelenmiş ve bu dispersiyona ön gerilmelerin etkisi belirlenmiştir.
- II. Yukarıda gösterilen teorik incelemelerin yapılması için uygun matematiksel yöntemler geliştirilmiş ve çoğul sayıda sayısal sonuçlar elde edilmiştir.
- III. Elde edilen sayısal sonuçlardan yararlanılarak ön gerilmelerin, problem parametrelerinin ve özellikle üçüncü mertebeden olan elastisite sabitlerinin genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının yayılım hızına etkisi detaylı bir biçimde gösterilmiştir.
- IV. Çekme ve basınç ön gerilmelerinin genelleştirilmiş Rayleigh dalgalarının hızına nicelik bakımından olan etkisinin üçüncü mertebeden elastisite sabitlerine bağlı olduğu ilk kez gösterilmiştir.

Kanaatimizce elde edilen sayısal sonuçlardan çok katlı yapı elemanlarında tahribatsız gerilme durumunun belirlenmesinde önemli bir biçimde yararlanılıp uygulanabilir.

KAYNAKLAR

- Achenbach, J.D. ve Epstein, H.I. (1967), "Dynamic Interaction of a Layer and a Half-Space" I. Eng. Mech. Div. Proc. Amer. Soc. Civ. Eng. 93, EM5, 24-42
- Akbarov, S. D. ve Ozaydin, O. (2001a) "The Effect of Initial Stresses on Harmonic Stress Fields within the Stratified Half Plane", Eur. J. Mech. A / Solids 20,385-396
- Akbarov, S. D. ve Ozaydin, O. (2001b), "On the Lamb's Problem for a Pre-Stressed Stratified Half-Plane", Int. Appl. Mech. 37(10), 138-142
- Akbarov, S. D. ve Ozisik, M. (2003), "The Influence of the Third Order Elastic Constants to the Generalized Rayleigh Wave Dispersion in a Pre-Stressed Stratified Half-Plane", Int. Journal of Engineering Science, (basımda)
- Babich, S. Yu. (1975), "To the Influence of an Initial Stress to the Velocity of the Propagation of the Surface Wave in Cylinder", Dokl AN Ukr. SSR, Ser A N 10, 887-889 (Rusça)
- Babich, S. Yu. (1976a), "On the Propagation of Surface Wave in the Prestressed Cylinder", Prikl. Mech. 12 (6),123-126 (Rusça)
- Babich, S. Yu. (1976b), "On the Propagation of Surface Wave in the Prestressed Sphere", Dokl AN Ukr. SSR, Ser A 12 (8), 709-712 (Rusça)
- Barnett, D. M. ve Lothe, J., Gavazza, S. D. ve Musgrave, M. J. P. (1985), "Consideration of the Existence of Interfacial, Stoneley Waves in Bounded Anisotropic Elastic Half-Spaces", Por. R. Soc. Lond, A402, 153-166
- Benson, R.W. ve Raelson. V.J. (1959), "From Ultrasonics a New Stress-Analysis Technique. Acoustoelasticity", Prog. Engng.,30, 56-59
- Belward, I. A. (1976), "The Propagation of Small Amplitude Waves in Prestressed Incompressible Elastic Cylinder", Int. J. Eng. Sci., 14 (8), 647-659.
- Chadwick, P. ve Jarvis, D. A. (1979a), "Interfacial Waves in a Prestrained Neo-Hookean Body. 1. Biaxial States of Strain", Quart. J. Mech. And Appl. Math.,32 (4), 337-399
- Chadwick, P. ve Jarvis, D. A. (1979b), "Interfacial Waves in a Prestrained Neo-Hookean Body. 2. Triaxial States of Strain", Quart. J. Mech. And Appl. Math., 32 (4), 401-418
- Chattopadhyay, A.ve Kar, B. K. (1981), "Love Waves Due to a Point Source in an Isotropic Elastic Medium Under Initial Stress", Int. J. Non-Linear Mech., 16 (¾.), 247-258
- Demiray, H. ve Suhubi, E.S. (1970), "Small Torsional Oscillations in Initially Twisted Circular Subber Cylinder", Int. J. Eng. Sci., 8 (1).
- Dey, S. ve Addy, S. K. (1977), "Reflection of Plane Waves Under Initial Stressess at a Free Surface", Int. J. Non-Linear Mech., 12 (6), 371-381
- Dowaikh, M. A. ve Ogdem, R. W. (1991), "Interfacial Waves and Deformations in a Pre-Stressed Elastic Media", IMA Y. Appl. Math., A443, 313 – 328
- Eringen, A.C. ve E., S. Suhubi (1975a), "Elastodynamics , Volume I, Linear Theory", Academic Press New York, 1-340
- Eringen, A.C. ve E., S. Suhubi (1975b), "Elastodynamics , Volume II, Linear Theory",– Academic Press New York, 343-1001

- Green, A.E. (1961), "Torsional Vibrations of an Initially Stressed Circular Cylinder in "Problems of Continuum Mechanics (Muskhelishvili anniv. vol)' ", Society for Industrial and Appl. Math. , Philadelphia, Pennsylvania, 148-154
- Green, A.E., Rivlin, R.S. ve Shield, R.T. (1952), "General Theory of Small Elastic Deformations Superposed on Finite Elastic Deformations", Proc. Roy. Soc. Ser A., 211 (1104), 128-154
- Guz, A.N., Makhort, F.G. ve Gusha, O.I. (1974), "Lebedev V.K., Foundation of Ultrasonic non-Destructive Method for Determination of the Stress in the Solid Body", K. Naukova Dumka, 106 sayfa
- Guz, A.N., Zuk, A.P., Makhort, F.G. (1974), "On the Axisymmetrical Wave Propagation in the Layer with Initial Stresses", Prikl. Mecm., V.10, N.7, 23-27 (Rusça)
- Guz, A.N., Zuk, A.P., Makhort, F.G. (1976), "Propagation of the Deformation Wave in the Layer with Initial Stresses", Acoustic Journal, V.22, N.4, 512-516 (Rusça)
- Guz, A.N. (1978), "On the Love Wave in the Prestressed Body", Dokl AN Ukr. SSR, Ser A., N 12, 1092-1095
- Guz, A.N. (1986a), Elastic Waves in the Body with Initial Stresses. I.General Theory, Kiev; Naukova Dumka , 375 sayfa (Rusça)
- Guz, A.N. (1986b), Elastic Waves in the Body with Initial Stresses. II. Propagation Regularities, Kiev Naukova Dumka, 563 sayfa (Rusça)
- Guz, A.N. (1992), "Elastic Waves in Compressible Materials with Initial Stresses and Non-Destructive Ultrasonic Method of Determinations of two Axial Residual Stresses", Abstracts of XVIII International Congress of Theoretical and Applied Mechanics Halfa Israel August 22-28,68
- Guz, A.N. (1995a), "Elastic waves in Laminated Periodic Bodies with Initial (Residual) Stresses", Book of Abstracts of ICIAM 95 Hamburg 3-7 Temmuz, 173
- Guz, A.N. (1995b), "Surface Waves Along Planar and Curvilinear Surfaces in Bodies with Initial Stresses", Book of Abstracts of ICIAM 95 Hamburg 3-7 temmuz, 296
- Guz, A.N. (1996a), "Surface Waves in Bodies with Initial Stresses and Ultrasonic Non-Destructive Method of Determination of Stresses in Near-the-Surface Layers of Bodies", Abstracts of XIX International Congress of Theoretical and Applied Mechanics Kyoto Japonya, 25-31 Ağustos, 647
- Guz, A.N. (1996b), "Elastic Waves in a Layer with Initial (Residual) Stresses ", ACUSTICA – acta acustica. 82 Suppl. 1, .205
- Guz, A.N. (1999), Fundamentals of the Three-Dimensional Theory of Stability of Deformable Bodies, Berlin:Springer-Verlag, 555 sayfa
- Guz, A.N. (2001), "On Foundation of Non-Destructive Method of Determination of Three-Axial Stresses in Solids", Inter. Appl. Mech. 37 (7), 899-905
- Guz, A.N. (2002), "Elastic Waves in Bodies with Initial (Residual) Stresses", Int. Appl. Mech. 38 (1), 35-78
- Guz, A.N. ve Makhort, F.G. (2000), "Physical Principles of Ultrasonic Non-Destructive

Method of Determination of Stresses in Rigid Solids", *Int. Appl. Mech.* 36 (9), 3-34

Guz, A.N ve Koshman, V.P. (1980), "Non Stationary Problem of Theory of Elasticity for Incompressible Half-Plane with Initial Stresses", *Dokl. AN. Ukr., Ser. A.* 8, 39-43.(Rusça)

Hayes, K. ve Rivlin, R.S. (1961), "Surface Waves in Deformed Materials", *Arch. Rat. Mech. And Anal.* 8 (5), 358 – 380

Hirao Masahito, Fukioka, Hidekazu. ve Horo, Korei. (1980), "Rayleigh Waves Dispersion Due to Applied Stress", 15th Inter. Congr. Teor. And appl. Mech.: Abstracts. – Toronto. – 1980, s. 1. – P. 300

Husson D., Bannett, S.D., Kino, G.S. (1984), "Rayleigh Wave Measurement of Surface Residual Stressess.", *Rev. Progr. Quant. Nondestruct. Eval. Proc.* 10, *Annu. Rev.*, Santa Cruz, Calif., Aug. 7-12, V.38.-New York, London, 1293-1303.

Husson D., Bannett, S.D., Kino, G.S.(1985), "Measurement of Stress with Surface Waves", *Mat. Eval.*, 43, N 1, 92-100.

Jassby K., Rishoni, D. (1983), "Experimental Technique for Measurement of Stress-Acoustic Coefficients of Rayleigh Waves.", *Exp. Mech.*, 23, N 1, 74-80.

Kalinchuk, V. V, Polyakova, I. B (1982), "On the Vibration of the Stamp of the Prestressed Half-Plane Surface. ", *Prikl. Mech.*, V.18, N 6, 22-27 (Rusça)

Kino, G.S., Hunter, J.B., Johnson, G.C. (1979), "Selfringe A.R., Barnett D.M., Hermann, Steele C.R. Acoustoelastic Imaging of Stress Field", *J. Appl. Physc.*, 50, 2607-2613.

Krener, E. (1965), *General Continual Theory of Dislocation and Own Stresses*, M.:Mir, 104 sayfa. (Rusça)

Koshman, V.P. (1980a), "On the Dynamical Problem of an Incompressible Half-Plane with Initial Stresses.", *Prikl. Mech.* , V. 16(9), 98-103. (Rusça)

Koshman, V.P. (1980b), "Plain Lamb's Problem for Compressible Half-Plane with Initial Stresses. ", *Prikl. Mech.*, V. 16(10), 94-100. (Rusça)

Le Minh, Khanh. (1976), "Wave Propagation Along the Layers in the Layered Incompressible Materials with Initial Stresses", *Prikl. Mech.*, V12(12), 69-72

Le Minh, Khanh. (1981), "Propagation of Floquet Waves an Elastic Media with Initial Homogeneous Deformations", *Rev. Roum. Sci. Techn., Ser.mech.appl.*, 26(2), 233-247

Love, A.E.H.(1944), *Mathematical Theory of Elasticity*, 4th Ed., Cambridge University Press. (reprinted by Dover Publications, New York)

Makhort, F.G. (1975), "To the Surface Wave Propagation in the Elastic Body with Initial Deformation.", *Prikl Mech.*, V 7(2) , 34-40. (Rusça)

Mase, G.T. (1987), "Rayleigh Wave Speeds in Transversely Isotropic Materials", *J. Acoust. Soc. Am.*, 81(5), 1441-1445.

Mase, G.T., Johnson G.C.(1987), "An Acoustoelastic Theory for Surface Waves in Anisotropic Media", *ASME J. Appl. Mech.* 54, 127-130.

Murnaghan, F.D. (1951), *Finite Deformation of an Elastic Solid.*, Ed. By J. Willey and Sons. New York, 140 sayfa.

- Nurjumayev, O. (1982), "Rayleigh Wave Propagation in the Prestressed Elastic Medium.", *Mech. Of Deformable Solid Body Alma-Ata*, .22-28. (Rusça)
- Özışık, M. ve Akbarov, S.D. (2001), "Longitudinal Wave Propagation in Half-Plane Covered with Pre-Stressed Layer", *Eighth Annual International Conference on Composites Engineering*, August 5-11, Tenerife, Canary Islands, Spain, 707-708.
- Özışık, M. ve Akbarov, S.D. (2001), "Ön Gerilmeli Tabaka ile Örtülmüş Yarı Düzlemde Boyuna Dalga Yayılması", *XII. Ulusal Mekanik Kongresi*, 10-14 Eylül, Konya,
- Özışık, M. ve Akbarov, S.D. (2002), "Rayleigh Wave Propagation in Half-Plane Covered with a Prestressed Layer Under Complete and Noncomplete Interfacial Contact", *Mechanics of Composite Materials*, June 9-13, Riga-Latvia, 140
- Özışık, M. ve Akbarov, S.D. (2003), "Rayleigh Wave Propagation in Half-Plane Covered with Pre-Stressed Layer Under Complete and Noncomplete Interface Contact", *Mechanics of Composite Materials*, 39(2), 177-182
- Payton, R.G. (1969), "Two Dimensional Wave Front Shape Induced in a Homogeneously Strained Elastic Body by a Point Perturbing Body Force", *Arch. Rat. Mech. And Anal.*, 32(4), 311-330.
- Rogerson, G. A. , Sandiford, K. J. (2000), "The Effect of Finite Primary Deformations on Harmonic Waves in Layered Elastic Media.", *Int. J. Solid Structures* , 37(14), 2059-2087
- Smith, R.T. (1965), "Stress Induced Anisotropy in Solids the Acoustoelastic Effect", *Ultrasonics*, 1 (3), 135-147.
- Smith, R.T., Stern R., Stephens R.W. (1966), "Third-Order Elastic Moduli of Polycrystalline Metals from Ultrasonics Velocity Measurements", *J. Acoust. Soc. Am.*, 49(5), 1002-1008.
- Stroh, A.N. (1962), "Steady State Problems in Anisotropic Elasticity", *J. Math. Phys.*, 41, 77 - 103.
- Suhubi, E.S. (1965), "Small Longitudinal Vibration of a n Initially Stressed Circular Cylinder", *Int. J. Eng. Sci.* , 2(5), 509-515.
- Thurston, R.N., Brugger K. (1964), "Third-Order Elastic Constants and the Velocity of Small Amplitude Elastic Wave in Homogeneously Stressed Media", *Phys. Rev.*, 153(6A), 1604-1610.
- Tolstoy, I. and Usdin, E. (1953), "Dispersive Properties of Stratified Elastic and Liquid Media. A ray theory.", *Geophysics*, 18, 844-870
- Viktorov, I. A. (1966), *Physical Foundation of the Application of the Ultrasound Rayleigh and Lamb Wave in Thecnique*, M.: Nauka, 168 sayfa (Rusça)
- Wagh, D.K. (1969), "Longitudinal Waves in an Elastic Cylinder Having Cauchy's Initial Stress", *J. Indian Math. Soc.*, 33(214), 165-175.
- Wagh, D.K. (1970), "Rayleigh Waves in an Elastic Half-Space with Cauchy's Initial Stress", *Gerlands Beitr. Geophys.*, 79(4), 289-294.
- Wagh, D.K. (1972a), "Propagation of SH-Waves in an Infinite Elastic Plate with Cauchy's Initial Transverse Stress", *Pure and Appl. Geophys.*, 99(7), 49-54.
- Wagh, D.K. (1972b), "Torsional Waves in an Elastic Cylinder with Cauchy's Initial Stress",

Gerlands Beitr. Geophys., 81(6), 489-493.

Wagh, D.K. (1974), "Effect of Constant Initial Stress on the Love Wave Propagation", Acta Geophys., 22(1), 3-9.

Willson, A.J.(1973a),"Sh Waves in Stressed Elastic Plates", Pure and Appl. Geophys. ,110 (9),1977-1981

Willson, A.J. (1973b), "Surface Waves in Restricted Hadamard Materials", Pure and Appl. Geophys. , 110(9), 1967-1976.

Wilson, A.J. (1975), "Love Waves and Primary Stress", Bull. Seismol. Soc. Amer., 65(5), 481-1486.

Zuk, A.P.(1975), "Propagation of SH and Torsional Wave in the Infinite Layer with Initial Stresses", Prikl. Mech., V.13, N 12., 17-21. (Rusça)

Zuk, A.P.(1977), "Asimptotical Expression of Lamb's Wave Velocity in the Predeformed Layer", Prikl. Mech., V.13, N 12., 114-117. (Rusça)

Zuk, A.P. (1980), "Stoneley Wave in the Prestressed Medium", Prikl. Mech., 16(1) , 113-116 (Rusça)



ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	05.07.1969	
Doğum yeri	Ayancık/Sinop	
Lise	1982-1983	Haydarpaşa Endüstri Meslek Lisesi (Metal İşleri)
Lise	1983-1988	Haydarpaşa Teknik Lisesi (Elektronik Bölümü)
Lisans	1988-1992	Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Matematik Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	1992-1994	İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Sistem Analizi Programı
Yüksek Lisans	1994-1996	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Mühendisliği Bölümü
Doktora	1996-2003	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik Mühendisliği Bölümü
Çalıştığı kurum(lar)	1992-1994	Çağ-Pazarlama A.Ş..
	1994-Devam ediyor	YTÜ Matematik Mühendisliği Araştırma Görevlisi