

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ANTİMETRİK YÜKLÜ SİĞ KÜRESEL KABUKLARIN
GEOMETRİK DOĞRUSAL OLMAYAN ANALİZİ**

İnşaat Yük. Müh. Murat ALTEKİN

**FBE İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Mekanik Programında
Hazırlanan**

DOKTORA TEZİ

Tez Savunma Tarihi : 15 Aralık 2005

Tez Danışmanı : Prof. Dr. R. Faruk YÜKSELER (YTÜ)

Jüri Üyeleri : Prof. Dr. Surkay AKBAROV (YTÜ)

: Prof. Dr. Reha ARTAN (İTÜ)

: Prof. Dr. Uğur GÜVEN (YTÜ)

: Prof. Dr. Mehmet Hakkı OMURTAG (İTÜ)

İSTANBUL, 2005

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iv
KISALTMA LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
ÇİZELGE LİSTESİ	viii
ÖNSÖZ	ix
ÖZET	x
ABSTRACT	xi
1. GİRİŞ	1
2. GEOMETRİK DOĞRUSAL OLMAYAN SIĞ KÜRESEL KABUKLAR İÇİN TEMEL BAĞINTILAR	6
2.1 Varsayımlar	6
2.2 Kabuk geometrisi	6
2.3 Sınır koşulları	7
2.4 Denge denklemleri	8
2.5 Kesit tesiri-şekil değiştirme bağıntıları	9
2.6 Şekil değiştirme-yer değiştirme bağıntıları	10
3. GEOMETRİK DOĞRUSAL OLMAYAN SIĞ KÜRESEL KABUK DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ	11
3.1 Boyutsuzlaştırma	11
3.2 Kusursuz kabuk için boyutsuz formdaki denklemler	12
3.3 Kantorovich yöntemi	13
3.3.1 Kantorovich yöntemi hakkında genel bilgi	13
3.3.2 Kantorovich yönteminin uygulanması	14
3.4 Sonlu farklar yöntemi	16
3.5 Newton-Raphson yöntemi	17
3.6 Kesit tesirleri	19
4. DÖNEL SİMETRİK DÜZGÜN YAYILI YÜK ETKİSİNDEKİ SIĞ KÜRESEL KABUKLARIN GEOMETRİK DOĞRUSAL OLMAYAN ANALİZİ	25
4.1 Yükleme durumu	25
4.2 Kritik yük değerleri	25
4.3 Yer değiştirme grafikleri	26
4.4 Kesit tesirleri	28
4.5 Sonuçların yorumlanması	29

5.	ANTİMETRİK YÜKLÜ SİĞ KÜRESEL KABUKLARIN GEOMETRİK DOĞRUSAL OLMAYAN ANALİZİ	31
5.1	Yükleme durumu	31
5.2	Kritik yük değerleri	31
5.3	Yer değiştirme grafikleri	34
5.4	Kesit tesirleri.....	40
5.5	Sonuçların yorumlanması	44
6.	ANTİMETRİK YÜKLÜ İLKE KUSURLU SİĞ KÜRESEL KABUKLARIN GEOMETRİK DOĞRUSAL OLMAYAN ANALİZİ	46
6.1	Simetrik ilke kusur durumu	46
6.1.1	Kritik yük değerleri	46
6.1.2	Kesit tesirleri.....	59
6.1.3	Sonuçların değerlendirilmesi	64
6.2	Asimetrik ilke kusur durumu	65
6.2.1	Kritik yük değerleri	66
6.2.2	Kesit tesirleri.....	78
6.2.3	Sonuçların değerlendirilmesi	83
7.	SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME	85
	KAYNAKLAR.....	90
	ÖZGEÇMİŞ.....	92

SİMGE LİSTESİ

a	kabuk taban yarıçapı
D	eğilme rijitliği
E	elastisite modülü
h	sayısal türevde kullanılan adım uzunluğu
H	tepe noktasında orta yüzeyin yüksekliği
H^*	tepe noktasında orta yüzeyin yüksekliğinin kabuk kalınlığına oranı
M_r	meridyenel moment
M_θ	paralel çemberel moment
$M_{r\theta}$	burulma momenti
$N_r, N_\theta, N_{r\theta}$	mambran kuvvetler
q	düşey dış yük
q^*	boyutsuz dış yük
q_1	dış yükün aldığı en büyük değer
q_k	boyutsuz kritik yük
Q_r, Q_θ	enine kesme kuvvetleri
r	radyal koordinat
R	kabuğun yarıçapı
t	kabuk kalınlığı
u	radyal doğrultudaki yer değiştirme bileşeni
u^*	radyal doğrultudaki boyutsuz yer değiştirme bileşeni
v	teğetsel doğrultudaki yer değiştirme bileşeni
v^*	teğetsel doğrultudaki boyutsuz yer değiştirme bileşeni
w	düşey yer değiştirme bileşeni (z-doğrultusu)
w^*	boyutsuz düşey yer değiştirme bileşeni (z-doğrultusu)
z	orta yüzeyin düşey koordinatı
β	meridyen teğetinin dönmesi
β^*	boyutsuz meridyen teğetinin dönmesi
θ	enine koordinat
ξ	boyutsuz radyal koordinat
η	basıklık parametresi
η_y	simetrik ilkel kusur parametresi
μ	asimetrik ilkel kusur parametresi
ν	Poisson oranı
ξ	boyutsuz radyal koordinat
$\varepsilon_r, \varepsilon_\theta, \gamma_{r\theta}$	şekil değiştirme bileşenleri
$\kappa_r, \kappa_\theta, \kappa_{r\theta}$	şekil değiştirme bileşenleri

KISALTMA LİSTESİ

AKK	Asimetrik Kusurlu Kabuk
AY	Antimetrik Yükleme
DSY	Dönel Simetrik Yükleme
KK	Kusursuz Kabuk
SKK	Simetrik Kusurlu Kabuk

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1	Vurgu tipi stabilite problemine ait dış yük-yer değiştirme grafiği.....	4
Şekil 2.1	Kabuk geometrisi	6
Şekil 2.2	Kesit tesirleri ve yer değiştirme bileşenleri (Huang, 1964).....	8
Şekil 2.3	Enine koordinat (Huang, 1964).....	9
Şekil 3.1	Radyal doğrultuda sonlu fark ağı (Kabuğun yandan görünüşü).....	17
Şekil 4.1	$w^* - q^*$ grafiği	27
Şekil 4.2	Nokta no- w^* grafiği	27
Şekil 4.3	Nokta no- u^* grafiği.....	28
Şekil 4.4	Nokta no- β^* grafiği.....	28
Şekil 4.5	Kesit tesirleri	29
Şekil 4.6	Kesit tesirleri	29
Şekil 4.7	İterasyon sayıları	30
Şekil 5.1	$\eta - q_k$ grafiği	33
Şekil 5.2	$H^* - q_k$ grafiği	33
Şekil 5.3	Tepe noktasının çok yakınında $\theta=0, 90, 180, 270$ derece için $w^* - q^*$ diyagramı	34
Şekil 5.4	Tepe noktasının çok yakınında $\theta=0, 90, 180, 270$ derece için $u^* - q^*$ diyagramı	35
Şekil 5.5	Tepe noktasının çok yakınında $\theta=0, 90, 180, 270$ derece için $\beta^* - q^*$ diyagramı	35
Şekil 5.6	Tepe noktasının çok yakınında $\theta=0, 90, 180, 270$ derece için $v^* - q^*$ diyagramı	36
Şekil 5.7	w^* ile u^* yerdeğiştirme bileşenlerinin aldığı değerler	36
Şekil 5.8	β^* ile v^* yerdeğiştirme bileşenlerinin aldığı değerler	37
Şekil 5.9	w^* ile u^* yerdeğiştirme bileşenlerinin aldığı değerler	37
Şekil 5.10	β^* ile v^* yerdeğiştirme bileşenlerinin aldığı değerler	38
Şekil 5.11	w^* ile u^* yerdeğiştirme bileşenlerinin dört farklı θ için 26. noktadaki değerleri ...	39
Şekil 5.12	β^* ile v^* yerdeğiştirme bileşenlerinin dört farklı θ için 26. noktadaki değerleri	39
Şekil 5.13	w^* ile u^* yerdeğiştirme bileşenlerinin dört farklı θ için 46. noktadaki değerleri ...	40
Şekil 5.14	β^* ile v^* yerdeğiştirme bileşenlerinin dört farklı θ için 46. noktadaki değerleri	40
Şekil 5.15	N_r, N_θ diyagramı ($\theta=0$ için)	41
Şekil 5.16	$N_{r\theta}$ diyagramı ($\theta=90$ için)	41
Şekil 5.17	N_r, N_θ diyagramı ($\theta=180$ için)	42
Şekil 5.18	$N_{r\theta}$ diyagramı ($\theta=270$ için)	42
Şekil 5.19	M_r, M_θ diyagramı ($\theta=0$ için)	43
Şekil 5.20	$M_{r\theta}$ diyagramı ($\theta=90$ için)	43
Şekil 5.21	M_r, M_θ diyagramı ($\theta=180$ için)	44
Şekil 5.22	$M_{r\theta}$ diyagramı ($\theta=270$ için)	44
Şekil 5.23	İterasyon sayıları	45
Şekil 6.1	Kusursuz/simetrik kusurlu kabuk geometrisi	46
Şekil 6.2	$\eta - q_k$ grafiği	50
Şekil 6.3	$\eta - q_k$ grafiği	50
Şekil 6.4	$\eta - q_k$ grafiği	51
Şekil 6.5	$\eta - q_k$ grafiği	51
Şekil 6.6	$\eta - q_k$ grafiği	52
Şekil 6.7	$\eta - q_k$ grafiği	52
Şekil 6.8	$\eta - q_k$ grafiği	53
Şekil 6.9	$H^* - q_k$ grafiği	53
Şekil 6.10	$H^* - q_k$ grafiği	54
Şekil 6.11	$H^* - q_k$ grafiği	54
Şekil 6.12	$H^* - q_k$ grafiği	55
Şekil 6.13	$H^* - q_k$ grafiği	55
Şekil 6.14	$H^* - q_k$ grafiği	56

Şekil 6.15 H^*-q_k grafiği	56
Şekil 6.16 η_y-q_k grafiği	57
Şekil 6.17 η_y-q_k grafiği	57
Şekil 6.18 η_y-q_k grafiği	58
Şekil 6.19 η_y-q_k grafiği	58
Şekil 6.20 η_y-q_k grafiği	59
Şekil 6.21 η_y-q_k grafiği	59
Şekil 6.22 Kesit tesirleri	60
Şekil 6.23 Kesit tesirleri	61
Şekil 6.24 Kesit tesirleri	61
Şekil 6.25 Kesit tesirleri	62
Şekil 6.26 Kesit tesirleri	62
Şekil 6.27 Kesit tesirleri	63
Şekil 6.28 Kesit tesirleri	63
Şekil 6.29 Kesit tesirleri	64
Şekil 6.30 İterasyon sayıları	65
Şekil 6.31 Kusursuz/asimetrik kusurlu kabuk geometrisi	66
Şekil 6.32 $\eta-q_k$ grafiği	69
Şekil 6.33 $\eta-q_k$ grafiği	69
Şekil 6.34 $\eta-q_k$ grafiği	70
Şekil 6.35 $\eta-q_k$ grafiği	70
Şekil 6.36 $\eta-q_k$ grafiği	71
Şekil 6.37 $\eta-q_k$ grafiği	71
Şekil 6.38 $\eta-q_k$ grafiği	72
Şekil 6.39 H^*-q_k grafiği	72
Şekil 6.40 H^*-q_k grafiği	73
Şekil 6.41 H^*-q_k grafiği	73
Şekil 6.42 H^*-q_k grafiği	74
Şekil 6.43 H^*-q_k grafiği	74
Şekil 6.44 H^*-q_k grafiği	75
Şekil 6.45 H^*-q_k grafiği	75
Şekil 6.46 $\mu-q_k$ grafiği	76
Şekil 6.47 $\mu-q_k$ grafiği	76
Şekil 6.48 $\mu-q_k$ grafiği	77
Şekil 6.49 $\mu-q_k$ grafiği	77
Şekil 6.50 $\mu-q_k$ grafiği	78
Şekil 6.51 $\mu-q_k$ grafiği	78
Şekil 6.52 Kesit tesirleri	79
Şekil 6.53 Kesit tesirleri	80
Şekil 6.54 Kesit tesirleri	80
Şekil 6.55 Kesit tesirleri	81
Şekil 6.56 Kesit tesirleri	81
Şekil 6.57 Kesit tesirleri	82
Şekil 6.58 Kesit tesirleri	82
Şekil 6.59 Kesit tesirleri	83
Şekil 6.60 İterasyon sayıları	84

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 1.1	Vurgu tipi stabilite problemine ait denge konumları.....	4
Çizelge 3.1	Boyutlu/boyutsuz değişkenler	12
Çizelge 3.2	İleri fark tablosu	16
Çizelge 3.3	Geri fark tablosu.....	16
Çizelge 3.4	Kesit tesirlerine ait grafiklerde yeralan büyüklükler	24
Çizelge 4.1	KK için q_k değerleri (DSY).....	25
Çizelge 5.1	KK için q_k değerleri (AY).....	32
Çizelge 6.1	SKK için q_k değerleri (AY).....	47
Çizelge 6.2	AKK için q_k değerleri (AY).....	66
Çizelge 7.1	Sonuçlar (AY - KK)	87
Çizelge 7.2	Sonuçlar (AY - SKK)	87
Çizelge 7.3	Sonuçlar (AY - AKK)	87
Çizelge 7.4	Semboller	88
Çizelge 7.5	Sonuçlar (AY - KK)	88
Çizelge 7.6	Sonuçlar (AY - SKK)	88
Çizelge 7.7	Sonuçlar (AY - AKK)	89

ÖNSÖZ

Destegini her zaman hissettiğim, gelişimimde önemli rol oynayan değerli hocam Prof. Dr. R. Faruk Yükseler'e minnetarlığımı belirtir, kendisine çok şey borçlu olduğumu ifade ederim. Gösterdiği anlayış ve bilgece tavsiyeleri için kendisine teşekkür ederim.

Sıkışık anlarımda teknik destek veren ve tüm meşguliyetine rağmen çeşitli şekillerde büyük yardımlarda bulunan değerli arkadaşım Dr. Ersun Yalçın'a (YTÜ, Makine Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü) çok teşekkür ederim.

Yoğun çalışmam süresince yaptıkları dolaylı katkılar için değerli arkadaşım ve meslektaşım Dr. Nuri Özhendekçi'ye (YTÜ İnşaat Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü Yapı Bilim Dalı) ve YTÜ İnşaat Fakültesi İnşaat Mühendisliği Mekanik Bilim Dalı akademik personeline teşekkür ederim.

Beni daima destekleyen sevgili anneme ve babama da teşekkür eder, bu çalışmayı onlara armağan ederim.

ÖZET

Bu çalışmada, ankastre mesnetli sığ küresel kabukların düşey olarak etkiyen ve yükseklikle değişen bir antimetrik yayılı yük etkisinde doğrusal olmayan analizi yapılmıştır. Kabuk problemlerinin çoğunda olduğu gibi doğrusal olmayan yapıdaki kısmi diferansiyel denklem takımının çözümünde sayısal yöntemler kullanılmıştır. İlk olarak, Kantorovich yöntemi ile kısmi diferansiyel kabuk denklemleri sıradan diferansiyel denklemlere dönüştürülmüştür. Ardından; sonlu farklar yöntemiyle sıradan diferansiyel denklemler, cebirsel denklemler haline getirilmiştir. Son olarak, Newton-Raphson yöntemiyle doğrusal olmayan cebirsel denklem takımı çözülmüştür. Simetrik ve asimetrik ilkel kusurun etkisi de dikkate alınarak çeşitli parametrelere göre kabuğun taşıyabileceği kritik dış yük değerleri bulunmuştur. Kesit tesirleri ile dış yük-yer değiştirme grafikleri çizilmiş ve sayısal karşılaştırmalar yapılmıştır.

Anahtar kelimeler: Sığ küresel kabuklar, sonlu farklar yöntemi, Newton yöntemi, doğrusal olmayan denklemler.

ABSTRACT

The present study deals with the non-linear analysis of clamped shallow spherical shells subjected to antisymmetrical distributed load acting vertically downward and changing with height. In our case, -like most of the shell problems- numerical methods have been employed in solving the set of partial differential equations which are in strongly non-linear form. First, the partial differential shell equations have been converted to ordinary differential equations by Kantorovich method. Next, the ordinary differential equations have been transformed to algebraic equations with the help of finite difference method. Finally, the set of non-linear algebraic equations have been solved by Newton-Raphson method. The critical load is determined for various parameters for perfect and imperfect shells including both symmetrical and antisymmetrical initial imperfections. The diagrams of stress resultants and load-displacement graphs have been sketched and numerical comparisons have been carried out.

Keywords: Shallow spherical shells, finite difference method, Newton method, non-linear equations.

1. GİRİŞ

Yüzeysel taşıyıcı sistemler arasında geometrisine bağlı olarak; çözümü göreceli olarak kapsamlı ve zaman alıcı olan kabuklar, uygulama alanı açısından sadece inşaat mühendisliğiyle sınırlı kalmamakta, gemi inşaatı, havacılık ve uzay teknolojileri ile biyomekanik gibi farklı disiplinlerin de kapsama alanına girmektedir. Sığ küresel kabukların analizi güncelliğini koruyan bir konu olup, araştırmacıların özellikle doğrusal olmayan analiz üzerine, ilgili alana yapılabilecekleri çok yönlü katkılar bulunmaktadır (örneğin Odeh (2003), Li (2003), Chen (2004), Wang (2004), Btchut (2005), Luiz (2004), Sze (2004) gibi).

Bu çalışmada, antimetrik yayılı dış yük altında sonlu yer değiştirme yapan ankastre mesnete oturan, sığ küresel kabukların doğrusal olmayan statik analizi yapılmıştır. Dönel kabuk, önemli bir yapısal eleman olup, bu konuda farklı araştırmacılarca yapılmış çok sayıda kaynağa rastlanmaktadır (örneğin; Kalnins (1964), Girkmann (1965), Flügge (1967), Başar (1974), Dikmen (1982), Goldberg (1984) gibi). Deneysel ve teorik olarak iki ana başlık altında toplanan bu çalışmaların göreceli olarak küçük bir bölümü doğrusal olmayan analize ayrılmıştır. Büyük elastik şekil değiştirmelerle ilgili yapılmış olan çalışmalar son yirmi yılda ortaya çıkmış olup, çoğu göreceli olarak yeni ve yeterince test edilmemiş doğrusal olmayan kabuk teorilerini kullanmıştır (Taber, 1989).

Thurston (1961), kabuk yüzeyine daima dik olarak etkiyen düzgün yayılı basınca maruz ankastre mesnetli sığ küresel kabukların dönel simetrik eğilmesini bir varyasyon yöntemiyle incelemiştir. Yazar, deneysel ve teorik burkulma basınçlarını karşılaştırıp, kusursuz bir kabuğun dönel simetrik şekil değiştirmesi için kullanılan sonlu çökme teorisinin burkulmayı tahmin etmede yetersiz kaldığını belirtmiştir.

Huang (1964), düzgün yayılı dış basınca maruz ince sığ küresel kabukların asimetrik burkulmasını bir varyasyon yöntemi kullanarak incelemiştir. Burkulma basıncının belirlenmesinde, deneysel ve teorik çalışmalar arasında görülen farklılık, Huang'ın çalışmasıyla azalmıştır. Huang; ilkel kusurun bu farklılıkta önemli rol oynadığını belirtmiştir.

Kalnins (1964), ince, elastik dönel kabukların simetrik veya simetrik olmayan yükleme durumlarındaki analizini, integrasyon ve sonlu farklar yöntemlerini birlikte kullanarak yapmıştır. Başlangıç değer problemi olarak ele aldığı çalışmada gerilme ve yer değiştirmeleri hesaplamıştır.

Famili (1965); sığ küresel kabukların sonlu asimetrik şekil değiştirmesini incelemiştir.

Marguerre kabuk modelini baz aldığı çalışmada düzgün yayılı basınç altında burkulma sonrası davranışı sonlu farklar yöntemini kullanarak incelemiştir.

Yamada (1983), yaptığı deneysel çalışmada düzgün yayılı basınca maruz ankastre mesnetli sığ ince küresel kabukların burkulmasını araştırmıştır. Ulaştığı sonuçlar, ilkel kusursuz kabuklar için Huang'ın teorisini destekler niteliktedir. Yamada; simetrik ilkel kusur parametresinin, sığ küresel kabukların burkulmasını belirleyen önemli bir kriter olduğunu ifade etmiştir.

Yamada (1985), Marguerre'in sığ küresel kabuk denklemlerini kullandığı çalışmasında yarısı yüklü sığ küresel kabukların burkulma ve burkulma sonrası davranışını Galerkin yöntemi ile incelemiştir. Yarısı yüklü sığ küresel kabuğa ilkel kusurun etkisinin, düzgün yayılı yük etkisindeki sığ küresel kabuğa etkisinden daha büyük olmadığını vurguladığı çalışmasında ayrıca, kabuk geometrisine bağlı bir parametrenin belirli bir değerden küçük olması durumunda burkulmanın gerçekleşmediğini de rapor etmiştir.

Brodland (1987), tepe noktasına etkiyen tekil yüke maruz basit mesnetli küresel başlıkların sonlu dönel simetrik yer değiştirmelerini ve vurgu tipi stabilitesini incelemiştir. Problemi stasyoner potansiyel enerji prensibiyle formüle etmiş ve sayısal olarak çözmüştür. Çok sığ kabuktan tam yarı küresel kabuğa kadar olan aralıktaki geometrileri gözönüne aldığı çalışmasında, burkulma sonrası davranışı da incelemiştir.

Zhiming (1998), tepesinde dairesel boşluk olan ankastre mesnetli sığ küresel kabukların doğrusal olmayan analizinde sembolik hesaplamalara olanak veren bilgisayar paket programlarını kullanarak bir ardışık yaklaşım yöntemiyle analitik çözüm yapmıştır.

Nie (2001), doğrusal olmayan elastik zemine oturan kusurlu sığ küresel kabukların asimtotik burkulma analizini yapmıştır. Pertürbasyon tekniğine benzeyen asimtotik ardışık yaklaşım yöntemiyle, doğrusal olmayan Winkler zeminine oturan elastik mesnetli küresel kabukları incelemiş ve literatürdeki sonuçlarla uyumlu değerler elde etmiştir.

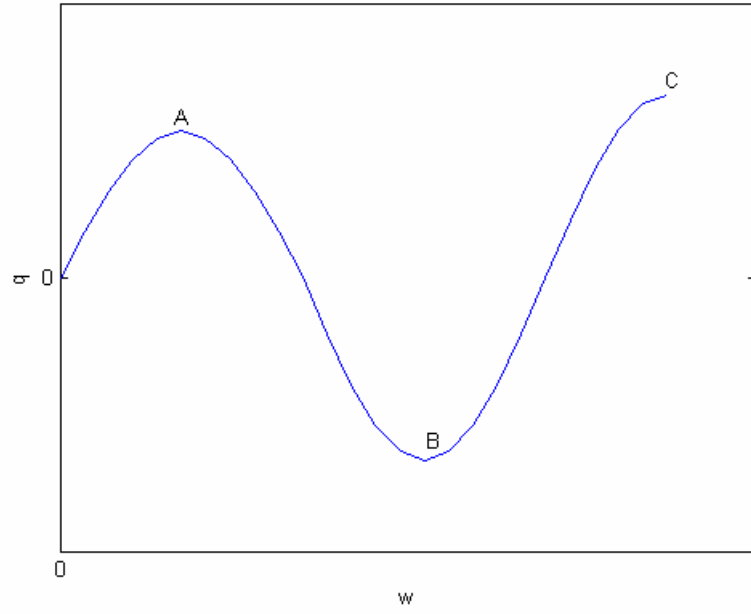
Akkaş (2001), dönel simetrik yatay çembersel yüke maruz dönel simetrik kabukların çeşitli kabuk parametreleri ve sınır koşulları için vurgu tipi stabilitesini incelemiş ve daha önceden rapor edilmemiş sonuçlar elde etmiştir. Sığ küresel kapsüller için vurgu tipi stabilite durumunun, bir kabuk parametresinin sadece çok dar bir aralıkta olması durumunda mümkün olduğunu sayısal olarak gözlemlemiştir. Lineer elastik malzeme kullandığı çalışmasında, bulunduğu bazı sonuçlar beklenenin tersine çıkmıştır.

Grigolyuk (2003), düzgün yayılı basınca maruz ankastre mesnetli elastik sığ küresel kabuğun burkulma sonrası davranışını incelemiştir. Marguerre denklemlerine Rayleigh-Ritz yöntemini uyguladığı çalışmada; yerdeğiştirmeler, paralel çember doğrultusunda Fourier serileri, radyal doğrultuda da Bessel fonksiyonları ile ifade edilmiştir. Doğrusal olmayan cebirsel denklemler, prolongasyon yöntemleriyle çözülmüştür.

Li (2003); düzgün yayılı yüke maruz sığ küresel kabukların burkulmasını incelediği çalışmasında, enine kayma şekil değiştirmesinin etkilerini de dikkate almıştır. Güncellenmiş bir ardışık yaklaşım yöntemi kullanarak ankastre mesnetli bir sığ küresel kabuğun doğrusal olmayan stabilitesi için bir analitik çözüm elde etmiştir.

Düşey olarak etkiyen antimetrik yüke maruz sığ küresel kabukların geometrik doğrusal olmayan statik analizinin yapıldığı bu çalışmada, çeşitli parametreler için ilkel kusurun etkisi de dikkate alınarak, taşınabilecek kritik dış yük değerleri belirlenmiş ve ilgili literatürde bulunmayan bu yükleme durumunda kesit tesiri grafikleri de çizilmiştir. Yer değiştirme-dış yük, yer değiştirme-konum grafikleri de çizilerek ilkel kusurun sonuçlar üzerindeki etkisi yorumlanmıştır.

Yapılan çalışmada; iki bağımsız değişken içeren kısmi türevli diferansiyel denklemler, Kantorovich ve sonlu farklar yöntemleriyle cebirsel forma getirilmiştir. Hesaplarda, dış yük “bilinen” olarak düşünülmüş ve dış yükün belirli bir değerinden sonra yakınsamama durumuyla karşılaşılmıştır. Aynı dış yük değerine birden fazla denge konumunun (dolayısıyla birden fazla yer değiştirme değerinin) karşı gelmesi durumu olarak özetlenebilen vurgu tipi stabilite problemlerinde karşılaşılan bu durum, dış yük-yer değiştirme grafiğinde tepe noktasına yeterince yaklaşıldığına işaret etmektedir. Şekil 1.1’de vurgu tipi stabilite durumuna özgü dış yük-yer değiştirme grafiği görülmektedir. Bu grafiğe ait denge konumlarının kararlılıkları Çizelge 1.1’de irdelenmektedir (İnan, 1970):



Şekil 1.1 Vurgu tipi stabilite problemine ait dış yük-yer değiştirme grafiği

Çizelge 1.1 Vurgu tipi stabilite problemine ait denge konumları

Bölge	Denge konumu
OA	kararlı
AB	kararsız
BC	kararlı

Şekil 1.1’deki eğride A dan C ye ani bir geçiş söz konusu olup fiziksel olarak aradaki davranış yaşanmamaktadır. Grafiğin A noktasına karşı gelen dış yük değeri, “kritik yük” olarak adlandırılmaktadır.

Tezin ikinci bölümünde geometrik doğrusal olmayan sığ küresel kabuklar için temel bağıntılar verilmiş, üçüncü bölümde ise çözüm aşamasında kullanılan yöntemler açıklanmıştır. Dönel simetrik düzgün yayılı yüke maruz sığ küresel kabukların doğrusal olmayan analizini içeren dördüncü bölümde, farklı parametrelere göre kritik yük değerleri belirlenmiş, yerdeğiştirme ve kesit tesiri gaffikleri de çizilmiştir. Çalışmanın beşinci bölümünde antimetrik yüklü sığ küresel kabukların geometrik doğrusal olmayan analizi

yapılarak, basıklık ve yükseklik parametrelerinin kritik yük üzerindeki etkisi irdelenmiştir. Altıncı bölüm, antimetrik yüklü ilkel kusurlu sığ küresel kabukların geometrik doğrusal olmayan analizine ayrılmıştır. İlkel kusur parametrelerinin, kritik yük ve kesit tesirleri üzerindeki rolü mercek altına alınmıştır. Genel değerlendirmenin yapıldığı son bölümde, tez çalışması boyunca elde edilen bulgular harmanlanarak genel ifadelerle sunulmuş, bulunan sonuçları etkileyen kriterler belirtilerek ilgili yorumlar yapılmıştır.

2. GEOMETRİK DOĞRUSAL OLMAYAN SIĞ KÜRESEL KABUKLAR İÇİN TEMEL BAĞINTILAR

2.1 Varsayımlar

Çalışmada geçerli olan varsayımlar aşağıda belirtilmiştir:

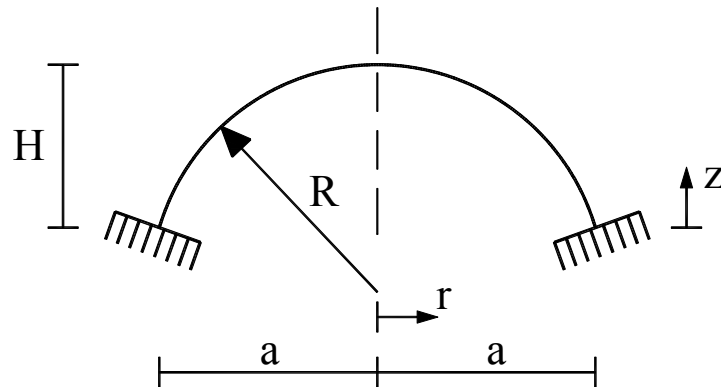
- Kabuk kalınlığı, kabuğun diğer boyutlarına göre küçüktür.
- Yerdeğiştirmeler büyüktür, dolayısıyla problem geometrik olarak nonlineerdir.
- Gerilme-şekil değiştirme davranışı lineer elastiktir.
- Şekil değişiminden önce ortalama yüzeye dik bir doğru üzerinde bulunan noktalar, şekil değişiminden sonra da şekil değiştirmiş kabuğun ortalama yüzeyine dik olan doğru üzerinde kalır.
- Ortalama yüzeye dik doğrultuda etki eden normal gerilmeler, ihmal edilebilecek kadar küçüktür.
- Malzeme homojen ve izotropdur.

2.2 Kabuk geometrisi

İncelenen kabuk, bir sığ küresel kabuktur ve basıklık derecesi,

$$\eta = \frac{H}{2a} \quad (2.1)$$

ile tanımlanan bir parametre olan “ η ” ile belirtilmektedir. Şekil 2.1’de görüldüğü gibi “H” tepe noktasında orta yüzeyin yüksekliğini, “a” ise kabuk taban yarıçapını göstermektedir. Literatürde, bir küresel kabuğun “sığ” olarak kabul edilmesi için “ $\eta \leq \frac{1}{8}$ ” koşulunun sağlanması gerektiği belirtilmektedir (Huang, 1964). Kabuk, kenarı boyunca ankastredir. Kabuk kalınlığı “t” sabittir.



Şekil 2.1 Kabuk geometrisi

Bir sıg küresel kabuğun orta yüzeyi “z” ile belirtilen bir paraboloid ile tanımlanabilir:

$$z = H \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right] \quad (2.2)$$

Radyal koordinata karşı gelen “r” nin tanım aralığı aşağıdaki gibidir ve Şekil 2.1’de görülebilir:

$$0 \leq r \leq a$$

Kabuğun yarıçapı “R” ile ifade edilir ve

$$R = \frac{a^2}{2H} \quad (2.3)$$

şeklindedir (Huang, 1964).

2.3 Sınır koşulları

Kabuk kenarı boyunca ankastre mesnetli olduğundan, mesnet boyunca yer değiştirmeler ve meridyen teğetinin dönmesi sıfıra eşittir:

$$w = 0, \quad (2.4)$$

$$u = 0, \quad (2.5)$$

$$v = 0, \quad (2.6)$$

$$\beta = 0. \quad (2.7)$$

Burada, “w” ve “β”, sırasıyla orta yüzeyin düşey yerdeğiştirmesini ve meridyen teğetinin dönmesini göstermektedir ve

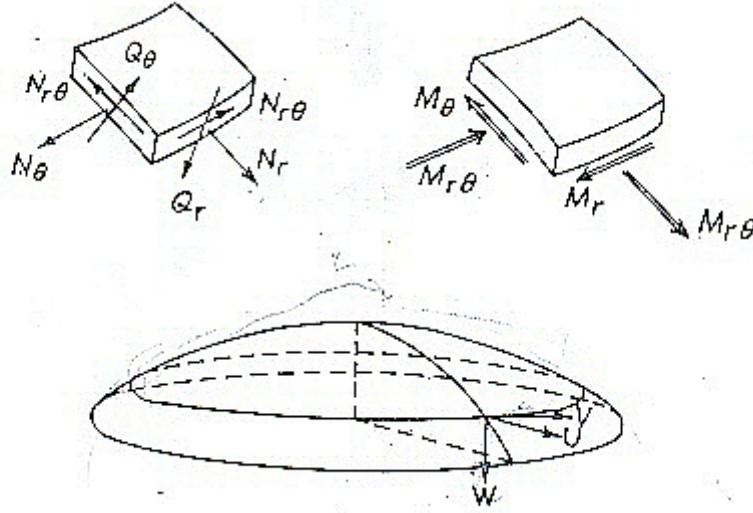
$$w' - \beta = 0 \quad (2.8)$$

eşitliği geçerlidir. Burada ve bundan sonra, denklemlerde görülen ()' sembolü aşağıda tanımlandığı gibi “r” ye göre kısmi türev anlamındadır:

$$()' = \frac{\partial}{\partial r} ()$$

2.4 Denge denklemleri

Kabuğun karşılaştırma yüzeyi olarak kabuğun orta yüzeyi alınmıştır. Kabuğun karşılaştırma yüzeyinin şekil değiştirmemiş her birim uzunluğuna etkiyen kesit tesirleri N_r , N_θ , $N_{r\theta}$ (mambran kuvvetler), Q_r , Q_θ (enine kesme kuvvetleri), M_r , M_θ , $M_{r\theta}$ (sırasıyla meridyenel, paralel çemberel, burulma momentleri) şeklindedir. Belirtilen kesit tesirleri Şekil 2.2’de gösterilmektedir.



Şekil 2.2 Kesit tesirleri ve yer değiştirme bileşenleri (Huang, 1964)

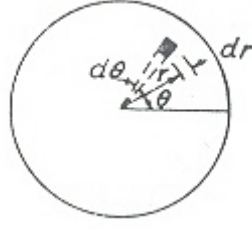
Eksenlere göre moment denge denklemleri

$$(rM_r)' + \dot{M}_{r\theta} - M_\theta - rQ_r = 0, \quad (2.9)$$

$$(rM_{r\theta})' + \dot{M}_\theta + M_{r\theta} - rQ_\theta = 0 \quad (2.10)$$

şeklindedir (Huang, 1964). Burada ve bundan sonra, denklemlerde görülen $()^\bullet$ sembolü aşağıda tanımlandığı gibi “ θ ” ya göre kısmi türev anlamındadır ve enine koordinat olan “ θ ” Şekil 2.3’de gösterilmektedir.

$$()^\bullet = \frac{\partial}{\partial \theta} ()$$



Şekil 2.3 Enine koordinat (Huang, 1964)

Kesit kuvvetlerinin dengesi

$$(rN_r)' + \dot{N}_{r\theta} - N_\theta = 0, \quad (2.11)$$

$$(rN_{r\theta})' + \dot{N}_\theta + N_{r\theta} = 0, \quad (2.12)$$

$$\left[rN_r (w-z)' + N_{r\theta} \left(\overbrace{w-z}^{\dot{}} \right) + rQ_r \right]' + \left[\frac{1}{r} N_\theta \left(\overbrace{w-z}^{\dot{}} \right) + N_{r\theta} (w-z)' + Q_\theta \right] + rq = 0 \quad (2.13)$$

şeklindedir (Huang, 1964).

2.5 Kesit tesiri-şekil değiştirme bağıntıları

Şekil değiştirmelerle kesit tesirleri arasındaki ilişkiler

$$\varepsilon_r = \frac{1}{tE} (N_r - \nu N_\theta), \quad (2.14)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{tE} (N_\theta - \nu N_r), \quad (2.15)$$

$$\gamma_{r\theta} = \frac{2(1+\nu)}{tE} N_{r\theta}, \quad (2.16)$$

$$M_r = D(K_r + \nu K_\theta), \quad (2.17)$$

$$M_\theta = D(K_\theta + \nu K_r), \quad (2.18)$$

$$M_{r\theta} = DK_{r\theta}(1-\nu) \quad (2.19)$$

şeklindedir. Burada,

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2.20)$$

eğilme rijitliğini göstermektedir (Huang, 1964).

2.6 Şekil değiştirme-yer değiştirme bağıntıları

Şekil değiştirme-yer değiştirme bağıntıları

$$\varepsilon_r = u' - z'w' + \frac{1}{2}(w')^2, \quad (2.21)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{1}{r}u + \frac{1}{r}\dot{v} - \frac{1}{r^2}\dot{z}\dot{w} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{r}\dot{w}\right)^2, \quad (2.22)$$

$$\gamma_{r\theta} = \frac{1}{r}\dot{u} - \frac{1}{r}\dot{v} + v' - \frac{1}{r}\dot{z}\dot{w}' - \frac{1}{r}z'\dot{w} + \frac{1}{r}\dot{w}w', \quad (2.23)$$

$$K_r = -w'', \quad (2.24)$$

$$K_\theta = -\frac{1}{r^2}\ddot{w} - \frac{1}{r}\dot{w}', \quad (2.25)$$

$$K_{r\theta} = -\left(\frac{1}{r}\dot{w}\right)' \quad (2.26)$$

şeklindedir. “u”, “v”, “w” da sırasıyla yatay radyal, yatay teğetsel ve düşey yer değiştirme bileşenleridir (Huang, 1964). Yer değiştirme bileşenleri Şekil 2.2’de gösterilmektedir.

3. GEOMETRİK DOĞRUSAL OLMAYAN SIĞ KÜRESEL KABUK DENKLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ

Denge denklemleri, kinematik denklemler ve bünye denklemleri yardımıyla esas değişkenler olarak seçilen yer değiştirme bileşenleri “u”, “v”, “w”, “β” cinsinden ifade edilebilmektedir. Q_r ve Q_θ (2.9-2.10) denklemlerinden elimine edilip (2.13) denkleminde yerine yazılıp, bazı ihmallere de yapılırsa

$$\begin{aligned} & \left[(rM_r)' + \dot{M}_{r\theta} - M_\theta \right]' + \frac{1}{r} \left[\overbrace{(rM_{r\theta})' + \dot{M}_\theta + M_{r\theta}}^{\cdot} \right] + rN_r (w-z)'' + N_\theta \left[\frac{1}{r} \left(\overbrace{w-z}^{\ddot{\cdot}} \right) + (w-z)' \right] \\ & + 2N_{r\theta} \left[\left(\overbrace{w-z}^{\dot{\cdot}} \right)' - \frac{1}{r} \left(\overbrace{w-z}^{\dot{\cdot}} \right) \right] + qr = 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

elde edilir (Huang, 1964).

Elde edilen doğrusal olmayan kısmi türevli diferansiyel denklemlerin analitik çözümü varolmadığından, sayısal yöntemlere başvurulmuştur. İlk olarak, (2.8, 2.11, 2.12, 3.1) denklemleri boyutsuz şekle getirilmiştir. Boyutsuz formdaki denklemlere “değişkenlerin ayrılması tekniklerinden” biri olan Kantorovich yöntemi uygulanmıştır. Bu işlemin ardından, “θ” içeren türevler yokolmuş ve kısmi türevli diferansiyel denklemler, sıradan diferansiyel denklemlere dönüşmüştür. Fakat bu durum, iki terimli test fonksiyonu seçilmesi nedeniyle, hem çözülmesi gereken denklem sayısının, hem de hesaplanacak bilinmeyen sayısının artmasına neden olmuştur. Sonraki aşamada, sıradan diferansiyel denklemler, sonlu farklar yöntemiyle, doğrusal olmayan yapıda cebirsel denklemler haline getirilmiştir. Son olarak, elde edilmiş olan doğrusal olmayan cebirsel denklem takımı, “Newton-Raphson” yöntemiyle çözülmüştür.

3.1 Boyutsuzlaştırma

(2.8, 2.11, 2.12, 3.1) numaralı denklemler, Çizelge 3.1’de tanımlanan boyutsuz parametreler yardımıyla boyutsuz duruma getirilmeye çalışılacaktır.

Çizelge 3.1 Boyutlu/boyutsuz değişkenler

değişkenler	boyutlu	w	u	β	v	H	r	q
	boyutsuz	w^*	u^*	β^*	v^*	H^*	ξ	q^*

Boyutsuzlaştırma aşağıdaki gibi yapılmıştır:

$$\xi = \frac{r}{a}, \quad (3.2)$$

$$H^* = \frac{H}{t}, \quad (3.3)$$

$$w^* = \frac{w}{t}, \quad (3.4)$$

$$u^* = \frac{2\eta}{H^*} \frac{a}{t^2} u, \quad (3.5)$$

$$\beta^* = \frac{2\eta}{H^*} \frac{a}{t} \beta, \quad (3.6)$$

$$v^* = \frac{a}{t^2} v, \quad (3.7)$$

$$q^* = \frac{\sqrt{3}}{8(H^*)^2} \frac{(1-\nu^2)}{E} \frac{a^4}{t^4} q \quad (3.8)$$

3.2 Kusursuz kabuk için boyutsuz formdaki denklemler

(2.8, 2.11, 2.12, 3.1) denklemleri boyutsuz hale getirilince

$$L_1 = \frac{\partial w^*}{\partial \xi} - \frac{2\eta}{H^*} \beta^* = 0 \quad (3.9)$$

$$\begin{aligned} L_2 = & \frac{2\eta}{H^*} \frac{\partial u^*}{\partial \xi} + 4\xi\eta(2-\nu)\beta^* + \frac{2\eta^2}{(H^*)^2} (1-\nu)(\beta^*)^2 - \frac{(1+\nu)}{2\xi^2} \left(\frac{\partial w^*}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{2\xi\eta}{H^*} \frac{\partial^2 u^*}{\partial \xi^2} + \\ & 2\xi^2 H^* \frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi^2} + \frac{2\xi\eta}{H^*} \beta^* \frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi^2} + \frac{(1+\nu)}{2} \frac{\partial^2 v^*}{\partial \xi \partial \theta} + \frac{\eta(1+\nu)}{\xi H^*} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \frac{\partial \beta^*}{\partial \theta} + \frac{\eta(1-\nu)}{\xi H^*} \frac{\partial^2 u^*}{\partial \theta^2} - \\ & \frac{(3-\nu)}{2\xi} \frac{\partial v^*}{\partial \theta} + H^*(1-\nu) \frac{\partial^2 w^*}{\partial \theta^2} + \frac{\eta(1-\nu)}{\xi H^*} \beta^* \frac{\partial^2 w^*}{\partial \theta^2} - \frac{2\eta}{\xi H^*} u^* = 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned}
L_3 = & -\frac{\eta}{3H^*} \frac{\partial^2 \beta^*}{\partial \xi^2} - \frac{1}{3\xi^3} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \theta^2} + \frac{\eta}{3\xi^2 H^*} \frac{\partial^2 \beta^*}{\partial \theta^2} - \frac{\xi}{12} \frac{\partial^4 w^*}{\partial \xi^4} - \frac{1}{6\xi} \frac{\partial^4 w^*}{\partial \xi^2 \partial \theta^2} + \\
& \frac{2\eta}{H^*} \left[4(1+\nu)(\xi H^*)^2 - \frac{1}{12\xi^2} \right] \beta^* + \frac{1}{12\xi} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi^2} - \frac{1}{12\xi^3} \frac{\partial^4 w^*}{\partial \theta^4} + \frac{2\xi\eta}{H^*} \frac{\partial u^*}{\partial \xi} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi^2} + \\
& 4\xi\eta(1+\nu) \frac{\partial u^*}{\partial \xi} + 4\xi^2\eta\beta^* \frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi^2} + \frac{2\xi\eta^2}{(H^*)^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi^2} (\beta^*)^2 + \frac{4\xi\eta^2}{H^*} (1+3\nu)(\beta^*)^2 + \\
& \frac{2\eta\nu}{H^*} u^* \frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi^2} + 4\eta(1+\nu)u^* + \nu \frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi^2} \frac{\partial v^*}{\partial \theta} + 2H^*(1+\nu) \frac{\partial v^*}{\partial \theta} + \frac{\eta\nu}{\xi H^*} \frac{\partial \beta^*}{\partial \xi} \left(\frac{\partial w^*}{\partial \theta} \right)^2 - \\
& \frac{H^*(1-3\nu)}{\xi} \left(\frac{\partial w^*}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{2\eta}{\xi^2 H^*} u^* \frac{\partial^2 w^*}{\partial \theta^2} + \frac{4\eta^2}{\xi(H^*)^2} u^* \beta^* + \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial v^*}{\partial \theta} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \theta^2} + \frac{2\eta}{\xi H^*} \beta^* \frac{\partial v^*}{\partial \theta} + \\
& \frac{1}{2\xi^3} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \theta^2} \left(\frac{\partial w^*}{\partial \theta} \right)^2 - \frac{\eta(1-2\nu)}{\xi^2 H^*} \beta^* \left(\frac{\partial w^*}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{2\eta\nu}{\xi H^*} \frac{\partial u^*}{\partial \xi} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \theta^2} + \frac{4\eta^2\nu}{(H^*)^2} \beta^* \frac{\partial u^*}{\partial \xi} + \\
& 4\nu\eta\beta^* \frac{\partial^2 w^*}{\partial \theta^2} + \frac{2\eta^2\nu}{\xi(H^*)^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \theta^2} (\beta^*)^2 + \frac{4\eta^3\nu}{(H^*)^3} (\beta^*)^3 + \frac{4\eta^2(1-\nu)}{\xi(H^*)^2} \frac{\partial u^*}{\partial \theta} \frac{\partial \beta^*}{\partial \theta} - \\
& \frac{2\eta(1-\nu)}{\xi^2 H^*} \frac{\partial u^*}{\partial \theta} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} - \frac{2\eta(1-\nu)}{\xi H^*} v^* \frac{\partial \beta^*}{\partial \theta} + \frac{(1-\nu)}{\xi^2} v^* \frac{\partial w^*}{\partial \theta} + \frac{2\eta(1-\nu)}{H^*} \frac{\partial v^*}{\partial \xi} \frac{\partial \beta^*}{\partial \theta} - \\
& \frac{(1-\nu)}{\xi} \frac{\partial v^*}{\partial \xi} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} + 4\eta(1-\nu) \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \frac{\partial \beta^*}{\partial \theta} + \frac{4\eta^2(1-\nu)}{\xi(H^*)^2} \beta^* \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \frac{\partial \beta^*}{\partial \theta} + \xi \frac{\sqrt{3}}{8(H^*)^2} q^* = 0
\end{aligned} \tag{3.11}$$

$$\begin{aligned}
L_4 = & \frac{2\eta(1+\nu)}{H^*} \frac{\partial^2 u^*}{\partial \xi \partial \theta} + \xi(1-\nu) \frac{\partial^2 v^*}{\partial \xi^2} + 4H^*(1-\nu) \frac{\partial w^*}{\partial \theta} + 4\xi\eta(1+\nu) \frac{\partial \beta^*}{\partial \theta} + \\
& \frac{2\eta(1+\nu)}{H^*} \frac{\partial \beta^*}{\partial \theta} \frac{\partial w^*}{\partial \xi} + \frac{2\eta(1-\nu)}{H^*} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \frac{\partial \beta^*}{\partial \xi} + \frac{2\eta(3-\nu)}{\xi H^*} \frac{\partial u^*}{\partial \theta} + \frac{2}{\xi} \frac{\partial^2 v^*}{\partial \theta^2} + \frac{2}{\xi^2} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \theta^2} - \\
& \frac{(1-\nu)}{\xi} v^* + (1-\nu) \frac{\partial v^*}{\partial \xi} + \frac{2\eta(1-\nu)}{\xi H^*} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \beta^* = 0
\end{aligned} \tag{3.12}$$

elde edilmektedir. L_1 , L_2 , L_3 , L_4 kısmi diferansiyel operatörleri, 3.3.2 alt bölümünde anlatım kolaylığı sağlamak için kullanılmaktadır.

3.3 Kantorovich yöntemi

3.3.1 Kantorovich yöntemi hakkında genel bilgi

Ritz ve ağırlıklı artıklar yöntemlerinde sıradan veya kısmi türevli diferansiyel denklem bilinmeyen katsayılar içeren cebirsel denklemlere indirgenirken, Kantorovich yönteminde kısmi türevli diferansiyel denklem sıradan diferansiyel denkleme dönüştürülür. Bu durum genellikle sıradan diferansiyel denklemin daha hassas çözümüne olanak verir. Kantorovich yöntemi Ritz yönteminin genelleştirilmiş bir hali olup, ağırlıklı artıklar yöntemlerinin özel bir

durumudur. Değişkenlerin ayrılması tekniklerinden biri olan bu yöntem, Ritz yönteminden farklı olarak sadece iki veya daha fazla bağımsız değişken içeren problemlere uygulanabilir (Pinsky, 1991).

Kantorovich yöntemi bir varyasyon yöntemi olarak ele alınabilmekle birlikte herhangi bir kısmi türevli diferansiyel denkleme de uygulanabilmektedir.

$$u = u(x, y)$$

olsun ve

$$\tilde{u}(x, y) = \sum_{k=1}^n u_k(x) m_k(x, y) \quad (3.13)$$

şeklinde yaklaşık bir çözümü aransın. Burada; $m_k(x, y)$ ($k=1, 2, \dots, n$), $u(x, y)$ ilgili problemin sınır koşullarını sağlayacak şekilde seçilen fonksiyonlar, $u_k(x)$ ($k=1, 2, \dots, n$) fonksiyonları ise bilinmeyen fonksiyonlardır. $E(u)$ bir varyasyon probleminin sıfıra eşit Euler denklemi (Hildebrand, 1965) ise

$$\int_{y_0}^{y_1} E(\tilde{u}) m_k(x, y) dy = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (3.14)$$

denklemlerinin uygulanmasıyla söz konusu varyasyon probleminin çözümüne karşı gelen sıradan diferansiyel denklemler elde edilmektedir (Öztürk, 2005).

$$L(u) = 0$$

herhangi bir kısmi diferansiyel denklem olsun.

$$\int_{y_0}^{y_1} L(u) m_k(x, y) dy = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (3.15)$$

ile kısmi diferansiyel denkleminin çözümü, bir sıradan diferansiyel denklem takımının çözümüne indirgenebilmektedir. Dikkat edilirse, ikinci yaklaşımda varyasyon hesabı ile hiçbir ilişki kurulmamıştır ve geneldir (Kantorovich ve Krylov, 1964).

3.3.2 Kantorovich yönteminin uygulanması

Boyutsuz yer değiştirme bileşenleri için

$$w^* = \sum_{j=0}^{m=1} w_j \cos(j\theta), \quad (3.16)$$

$$u^* = \sum_{j=0}^{m=1} u_j \cos(j\theta), \quad (3.17)$$

$$\beta^* = \sum_{j=0}^{m=1} \beta_j \cos(j\theta), \quad (3.18)$$

$$v^* = \sum_{j=0}^{m=1} v_j \sin(j\theta) \quad (3.19)$$

tanımları yapıp, (3.9-3.12) denklemlerinde w^* , u^* , β^* , v^* değişkenlerinin yerine sırasıyla (3.16-3.19) eşitliklerinin sağ tarafları konularak, Kantorovich yönteminin uygulanmasına geçilebilir. Yer değiştirme bileşenlerinin toplam sayısı, (3.16-3.19) denklemlerinde tanımlanan iki terimli test fonksiyonunun kullanılmasıyla, “ $4(m+1)-1$ ” değerine ulaşır. (3.9-3.12) eşitliklerinde “ ξ ” ve “ θ ” ya bağlı türevler içeren L_1, L_2, L_3, L_4 ile belirtilen dört adet kısmi diferansiyel operatör, Kantorovich yönteminin uygulanmasının ardından sadece “ ξ ” ye bağlı türevler içeren “ $4(m+1)-1$ ” adet sıradan diferansiyel denkleme dönüşür. Bu dönüştürme işlemi aşağıda özetlenmektedir:

$$\int_0^{2\pi} L_1 \cos(j\theta) d\theta = 0, \quad (3.20)$$

$$\int_0^{2\pi} L_2 \cos(j\theta) d\theta = 0, \quad (3.21)$$

$$\int_0^{2\pi} L_3 \cos(j\theta) d\theta = 0, \quad (3.22)$$

$$\int_0^{2\pi} L_4 \sin(j\theta) d\theta = 0. \quad (3.23)$$

Burada; “ j ” bir doğal sayıdır ve Kantorovich yönteminde kullanılan test fonksiyonunun terim sayısına göre

$$j=0, 1, \dots, m$$

$$m=1$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

3.4 Sonlu farklar yöntemi

Mesnetten başlayıp tepe noktasına doğru ilerleyen bir rota izlenerek $O(h^2)$ mertebesindeki ileri ve geri fark tabloları kullanılarak yöntem uygulanır. Burada, “O”, sayısal türev alırken yapılan hatanın mertebesini göstermektedir. “h” ile de sayısal türev hesabında kullanılan adım uzunluğu belirtilmektedir. Tüm türevlerde aynı hata mertebesi kullanılarak, sayısal türev alma işleminde meydana gelecek hatada tutarlılık hedeflenmiştir. Yöntemin uygulanmasında kullanılan ileri ve geri fark tabloları Çizelge 3.2 ve 3.3’de verilmektedir (Mathews, 1992).

Çizelge 3.2 İleri fark tablosu

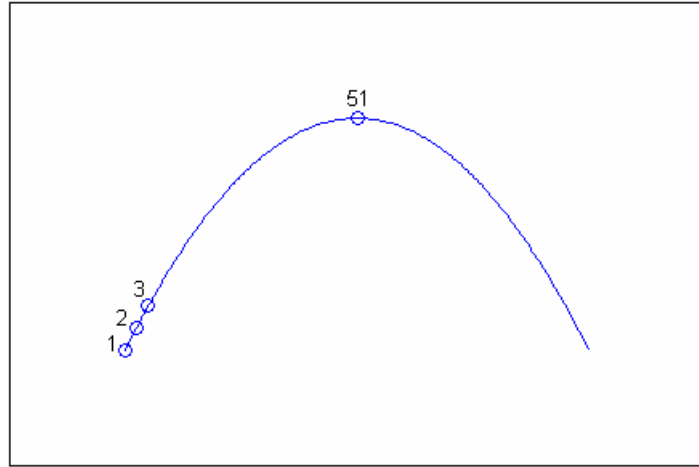
türev no	katsayı	çarpan					
		i	i+1	i+2	i+3	i+4	i+5
1	$1/(2h)$	-3	4	-1	0	0	0
2	$1/(h^2)$	2	-5	4	-1	0	0
3	$1/(2h^3)$	-5	18	-24	14	-3	0
4	$1/(h^4)$	3	-14	26	-24	11	-2

Çizelge 3.3 Geri fark tablosu

türev no	katsayı	çarpan					
		i-5	i-4	i-3	i-2	i-1	i
1	$1/(2h)$	0	0	0	1	-4	3
2	$1/(h^2)$	0	0	-1	4	-5	2
3	$1/(2h^3)$	0	3	-14	24	-18	5
4	$1/(h^4)$	-2	11	-24	26	-14	3

Radyal doğrultuda sonlu farklar yöntemi uygulanırken, kabuk üzerinde radyal doğrultuda eşit aralıklı 51 nokta belirlenmiştir. Nokta sayısı belirlenirken birbiriyle çelişen iki kısıt arasında optimum bir çözüme gidilmiştir. Nokta sayısı çoğaldıkça, sonuçların hassaslığı da artmakta, fakat aynı zamanda bilgisayar hafıza gereksinimi de büyümektedir ki bu durum birim zamanda yapılan işlem yüzdesinin azalması gibi sakıncaları da beraberinde getirmektedir. Farklı nokta sayıları için hesap yapılmış ve bulunan sonuçlar karşılaştırılarak bilgisayar kapasitesi ve bilgisayar çalışma süresi bakımından kabul edilebilir, sonucun doğruluğu açısından da yeterince hassas olması kriterlerini birlikte sağlayan çözüm, nokta sayısı olarak belirlenmiştir.

İlk nokta mesnet, son nokta da kabuğun tepe noktası olmak üzere noktaların dağılımı Şekil 3.1’de görülmektedir. Sonlu farklar yöntemi uygulanırken, 1. noktadan başlayıp 51. noktayı geçmeyene kadar ileri farklar, sonrasında da geri farklar kullanılması şeklinde özetlenebilen bir strateji izlenmiştir.



Şekil 3.1 Radyal doğrultuda sonlu fark ağı (Kabuğun yandan görünüşü)

3.5 Newton-Raphson yöntemi

$$f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \quad (3.24)$$

$$f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0, \quad (3.25)$$

..

$$f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0 \quad (3.26)$$

şeklinde n adet denklemden oluşan n adet bağımsız değişken içeren doğrusal olmayan bir denklem takımının çözümü için kullanılan, ardışık iterasyonlarla sonuca ulaşan bir yöntemdir.

Matematiksel model olarak

$$x_{k+1} = x_k + dx_k \quad (3.27)$$

$$J_k dx_k = -f(x_k) \quad (3.28)$$

şeklinde ifade edilir. Burada; k, x_k , dx_k , J_k ve $f(x_k)$ sırasıyla iterasyon numarası, değişkenlerin değerini gösteren vektör, düzeltme vektörü, Jakobyen matrisi ve sağ taraf vektörüdür (Maron, 1991).

Jakobyen matrisi

$$J_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3.29)$$

olarak tanımlanan $n \times n$ boyutlarında bir kare matristir. dx_k düzeltme vektörü ise

$$dx_k = \begin{Bmatrix} dx_1 \\ dx_2 \\ \dots \\ dx_n \end{Bmatrix} \quad (3.30)$$

şeklinde ifade edilen $n \times 1$ boyutlarında bir vektördür. $f(x_k)$ sağ taraf vektörü ise

$$f(x_k) = \begin{Bmatrix} f_1(x_k) \\ f_2(x_k) \\ \dots \\ f_n(x_k) \end{Bmatrix} \quad (3.31)$$

olarak tanımlanan $n \times 1$ boyutlarında bir vektördür.

Newton yöntemi olarak da isimlendirilen bu yöntemde, değişkene atfedilen ilk tahmin değeri ile ardışık iterasyona başlanır. İlk tahminin ardından

$$\{dx_k\} = [J_k]^{-1} \{-f(x_k)\} \quad (3.32)$$

şeklinde hesaplanan düzeltme vektörüyle sonuca adım adım gidilir. Yeterli yakınsama sağlanınca iterasyonlara son verilir. “Yeterli yakınsama” ifadesi, kullanıcı tarafından matematiksel olarak tanımlanan bir kavram olup, yapılan çözümde amaçlanan hassasiyete bağlı olarak değişebilmektedir. Bu çalışmada, Newton-Raphson yönteminde;

- maksimum iterasyon sayısı = 80, hata = 1×10^{-8} ,
- ardışık olarak ıraksayan maksimum iterasyon sayısı = 3

olarak belirlenmiştir. Buna göre;

- 80 iterasyon tamamlanmış olmasına rağmen sağ taraf vektörünün normunun $1e-8$ değerinden küçük olmaması,
- sayısal çözümün ardışık olarak 4 kere ıraksaması

koşullarından herhangi biri gerçekleştiğinde, iterasyona son verilir ve hesaplanan değerler için yeterli yakınsamanın oluşmadığı kabul edilir.

3.6 Kesit tesirleri

(2.14-2.26) denklemlerinde (3.2-3.8) eşitlikleri kullanılınc,

$$N_r^* = \left(\frac{\partial u^*}{\partial \xi} + 2\xi H^* \beta^* + \frac{1}{2} (\beta^*)^2 + \frac{\nu}{\xi} u^* + \frac{\nu}{\xi} \frac{\partial v^*}{\partial \theta} + \frac{\nu}{2\xi^2} \left(\frac{\partial w^*}{\partial \theta} \right)^2 \right), \quad (3.33)$$

$$N_\theta^* = \left(\frac{1}{\xi} u^* + \frac{1}{\xi} \frac{\partial v^*}{\partial \theta} + \frac{1}{2\xi^2} \left(\frac{\partial w^*}{\partial \theta} \right)^2 + \nu \frac{\partial u^*}{\partial \xi} + 2\xi \nu H^* \beta^* + \frac{\nu}{2} (\beta^*)^2 \right), \quad (3.34)$$

$$N_{r\theta}^* = \left[\frac{1}{\xi} \frac{\partial u^*}{\partial \theta} - \frac{1}{\xi} v^* + \frac{\partial v^*}{\partial \xi} + 2H^* \frac{\partial w^*}{\partial \theta} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} \beta^* \right], \quad (3.35)$$

$$M_r^* = \left[\frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi^2} + \frac{\nu}{\xi^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \theta^2} + \frac{\nu}{\xi} \beta^* \right], \quad (3.36)$$

$$M_{\theta}^* = \left[\frac{1}{\xi^2} \frac{\partial^2 w^*}{\partial \theta^2} + \frac{1}{\xi} \beta^* + \nu \frac{\partial^2 w^*}{\partial \xi^2} \right], \quad (3.37)$$

$$M_{r\theta}^* = \left[\frac{1}{\xi^2} \frac{\partial w^*}{\partial \theta} - \frac{1}{\xi} \frac{\partial \beta^*}{\partial \theta} \right] \quad (3.38)$$

elde edilebilir. Burada; N_r^* , N_{θ}^* , $N_{r\theta}^*$, M_r^* , M_{θ}^* , $M_{r\theta}^*$ boyutsuz kesit tesirleridir ve boyutlu kesit tesirleri N_r , N_{θ} , $N_{r\theta}$, M_r , M_{θ} , $M_{r\theta}$ cinsinden

$$N_r^* = \frac{a^2(1-\nu^2)}{Et^3} N_r, \quad (3.39)$$

$$N_{\theta}^* = \frac{a^2(1-\nu^2)}{Et^3} N_{\theta}, \quad (3.40)$$

$$N_{r\theta}^* = \frac{2a^2(1+\nu)}{Et^3} N_{r\theta}, \quad (3.41)$$

$$M_r^* = -\frac{12a^2(1-\nu^2)}{Et^4} M_r, \quad (3.42)$$

$$M_{\theta}^* = -\frac{12a^2(1-\nu^2)}{Et^4} M_{\theta}, \quad (3.43)$$

$$M_{r\theta}^* = \frac{12a^2(1+\nu)}{Et^4} M_{r\theta} \quad (3.44)$$

şeklinde ifade edilmektedir. (3.9-3.12) denklemlerinin elde edilmesine benzer olarak, kesit tesirlerinin hesabında da, hatayı minimize etmek için Kantorovich yöntemi kullanılmıştır. İlk olarak yer değiştirme bileşenlerinin hesabında izlenen stratejiye paralel olarak, kesit tesirlerine ait bileşenler

$$N_r^{\oplus*} = \sum_{k=0}^{m=1} N_{rk}^* \cos(k\theta), \quad (3.45)$$

$$N_{\theta}^{\oplus*} = \sum_{k=0}^{m=1} N_{\theta k}^* \cos(k\theta), \quad (3.46)$$

$$N_{r\theta}^{\oplus*} = \sum_{k=0}^{m=1} N_{r\theta k}^* \sin(k\theta), \quad (3.47)$$

$$M_r^{\oplus*} = \sum_{k=0}^{m=1} M_{rk}^* \cos(k\theta), \quad (3.48)$$

$$M_\theta^{\oplus*} = \sum_{k=0}^{m=1} M_{\theta k}^* \cos(k\theta), \quad (3.49)$$

$$M_{r\theta}^{\oplus*} = \sum_{k=0}^{m=1} M_{r\theta k}^* \sin(k\theta) \quad (3.50)$$

şeklinde ifade edilir ve $T_1, T_2, T_3, T_4, T_5, T_6$ diferansiyel operatörleri

$$T_1 = N_r^{\oplus*} - N_r^*, \quad (3.51)$$

$$T_2 = N_\theta^{\oplus*} - N_\theta^*, \quad (3.52)$$

$$T_3 = N_{r\theta}^{\oplus*} - N_{r\theta}^*, \quad (3.53)$$

$$T_4 = M_r^{\oplus*} - M_r^*, \quad (3.54)$$

$$T_5 = M_\theta^{\oplus*} - M_\theta^*, \quad (3.55)$$

$$T_6 = M_{r\theta}^{\oplus*} - M_{r\theta}^* \quad (3.56)$$

olarak tanımlanarak Kantorovich yönteminin uygulanmasına geçilebilir:

$$\int_0^{2\pi} T_1 d\theta = 0, \quad (3.57)$$

$$\int_0^{2\pi} T_1 \cos \theta d\theta = 0, \quad (3.58)$$

$$\int_0^{2\pi} T_2 d\theta = 0, \quad (3.59)$$

$$\int_0^{2\pi} T_2 \cos \theta d\theta = 0, \quad (3.60)$$

$$\int_0^{2\pi} T_3 \sin \theta d\theta = 0, \quad (3.61)$$

$$\int_0^{2\pi} T_4 d\theta = 0, \quad (3.62)$$

$$\int_0^{2\pi} T_4 \cos \theta d\theta = 0, \quad (3.63)$$

$$\int_0^{2\pi} T_5 d\theta = 0, \quad (3.64)$$

$$\int_0^{2\pi} T_5 \cos \theta d\theta = 0, \quad (3.65)$$

$$\int_0^{2\pi} T_6 \sin \theta d\theta = 0 \quad (3.66)$$

Burada; $N_{r0}^*, N_{r1}^*, N_{\theta0}^*, N_{\theta1}^*, N_{r\theta1}^*, M_{r0}^*, M_{r1}^*, M_{\theta0}^*, M_{\theta1}^*, M_{r\theta1}^*$ boyutsuzdur ve

$$N_{r0}^* = \frac{a^2(1-\nu^2)}{Et^3} N_{r0}, \quad (3.67)$$

$$N_{r1}^* = \frac{a^2(1-\nu^2)}{Et^3} N_{r1}, \quad (3.68)$$

$$N_{\theta0}^* = \frac{a^2(1-\nu^2)}{Et^3} N_{\theta0}, \quad (3.69)$$

$$N_{\theta1}^* = \frac{a^2(1-\nu^2)}{Et^3} N_{\theta1}, \quad (3.70)$$

$$N_{r\theta1}^* = -\frac{2a^2(1+\nu)}{Et^3} N_{r\theta1}, \quad (3.71)$$

$$M_{r0}^* = -\frac{12a^2(1-\nu^2)}{Et^4} M_{r0}, \quad (3.72)$$

$$M_{r1}^* = -\frac{12a^2(1-\nu^2)}{Et^4} M_{r1}, \quad (3.73)$$

$$M_{\theta0}^* = -\frac{12a^2(1-\nu^2)}{Et^4} M_{\theta0}, \quad (3.74)$$

$$M_{\theta 1}^* = -\frac{12a^2(1-\nu^2)}{Et^4} M_{\theta 1}, \quad (3.75)$$

$$M_{r\theta 1}^* = -\frac{12a^2(1+\nu)}{Et^4} M_{r\theta 1} \quad (3.76)$$

şeklinde tanımlanmaktadır.

(3.57-3.66) denklemlerinde (3.51-3.56), (3.33-3.38), (3.16-3.19) ve (3.45-3.50) eşitlikleri kullanılınc,

$$N_r^{\oplus*} = \left[\begin{aligned} & \frac{\partial u_0^*}{\partial \xi} + 2\xi H^* \beta_0^* + \frac{1}{2}(\beta_0^*)^2 + \frac{1}{4}(\beta_1^*)^2 + \frac{\nu}{\xi} u_0^* + \frac{\nu}{4\xi^2} (w_1^*)^2 + \\ & \left(\frac{\partial u_1^*}{\partial \xi} + 2\xi H^* \beta_1^* + \beta_0^* \beta_1^* + \frac{\nu}{\xi} u_1^* + \frac{\nu}{\xi} v_1^* \right) \cos \theta \end{aligned} \right], \quad (3.77)$$

$$N_\theta^{\oplus*} = \left[\begin{aligned} & \frac{1}{\xi} u_0^* + \frac{1}{4\xi^2} (w_1^*)^2 + \nu \frac{\partial u_0^*}{\partial \xi} + 2\xi \nu H^* \beta_0^* + \frac{\nu}{2} (\beta_0^*)^2 + \frac{\nu}{4} (\beta_1^*)^2 + \\ & \left(\frac{1}{\xi} u_1^* + \frac{1}{\xi} (v_1^*)^2 + \nu \frac{\partial u_1^*}{\partial \xi} + 2\xi \nu H^* \beta_1^* + \nu \beta_0^* \beta_1^* \right) \cos \theta \end{aligned} \right], \quad (3.78)$$

$$N_{r\theta}^{\oplus*} = \left[\frac{1}{\xi} u_1^* + \frac{1}{\xi} v_1^* - \frac{\partial v_1^*}{\partial \xi} + 2H^* w_1^* + \frac{1}{\xi} w_1^* \beta_0^* \right] \sin \theta, \quad (3.79)$$

$$M_r^{\oplus*} = \left[\frac{\partial^2 w_0^*}{\partial \xi^2} + \frac{\nu}{\xi} \beta_0^* + \left(\frac{\partial^2 w_1^*}{\partial \xi^2} - \frac{\nu}{\xi^2} w_1^* + \frac{\nu}{\xi} \beta_1^* \right) \cos \theta \right], \quad (3.80)$$

$$M_\theta^{\oplus*} = \left[\frac{1}{\xi} \beta_0^* + \nu \frac{\partial^2 w_0^*}{\partial \xi^2} + \left(-\frac{1}{\xi^2} w_1^* + \frac{1}{\xi} \beta_1^* + \nu \frac{\partial^2 w_1^*}{\partial \xi^2} \right) \cos \theta \right], \quad (3.81)$$

$$M_{r\theta}^{\oplus*} = \left[\frac{1}{\xi^2} w_1^* - \frac{1}{\xi} \beta_1^* \right] \sin \theta \quad (3.82)$$

şeklindedir. Çizelge 3.4'de farklı yükleme durumları için grafikleri çizilen boyutsuz formdaki kesit tesirleri görülmektedir.

Çizelge 3.4 Kesit tesirlerine ait grafiklerde yeralan büyüklükler

kesit tesirleri	grafikleri çizilen kesit tesirleri	
	yükleme durumu	
	dönel simetrik	antimetrik
N_r	N_r^*	$N_r^{\oplus*}$
N_θ	N_θ^*	$N_\theta^{\oplus*}$
$N_{r\theta}$	$N_{r\theta}^*$	$N_{r\theta}^{\oplus*}$
M_r	M_r^*	$M_r^{\oplus*}$
M_θ	M_θ^*	$M_\theta^{\oplus*}$
$M_{r\theta}$	$M_{r\theta}^*$	$M_{r\theta}^{\oplus*}$

4. DÖNEL SİMETRİK DÜZGÜN YAYILI YÜK ETKİSİNDEKİ SIĞ KÜRESEL KABUKLARIN GEOMETRİK DOĞRUSAL OLMAYAN ANALİZİ

4.1 Yükleme durumu

Antimetrik yükleme durumunu incelemeyden önce, hem algoritmanın güvenilirliğinin sınanması, hem de basıklık ve yükseklik parametrelerinin farklı bir yükleme durumundaki etkisini görebilmek amacıyla; “ q^* ” ile tanımlanan ve düşey olarak etkiyen dönel simetrik düzgün yayılı yük etkisindeki sıg küresel kabukların geometrik doğrusal olmayan analizi yapılmıştır.

4.2 Kritik yük değerleri

Antimetrik yüklü durumda dikkate alınacak olan H^* ve η değerlerine sadık alınarak Çizelge 4.1 oluşturulmuştur. Çizelge 4.1’in oluşturulmasında, vurgu tipi stabilite problemlerinde rastlanan ve bir örneği Şekil 1.1’de görülen olası davranışı görebilmek için, yer değiştirme bileşenlerinden birinin değeri verilerek, bilinmeyenler arasına yerleştirilen “ q^* ” hesaplanmıştır. w^*-q^* grafiğinin ilk tepe noktasına karşı gelen dış yük değerleri, Çizelge 4.1’de “ q_k ” olarak belirtilmiştir. Tüm hesaplarda Poisson oranı $\nu=0.3$ olarak alınmıştır.

Çizelge 4.1 KK için q_k değerleri (DSY)

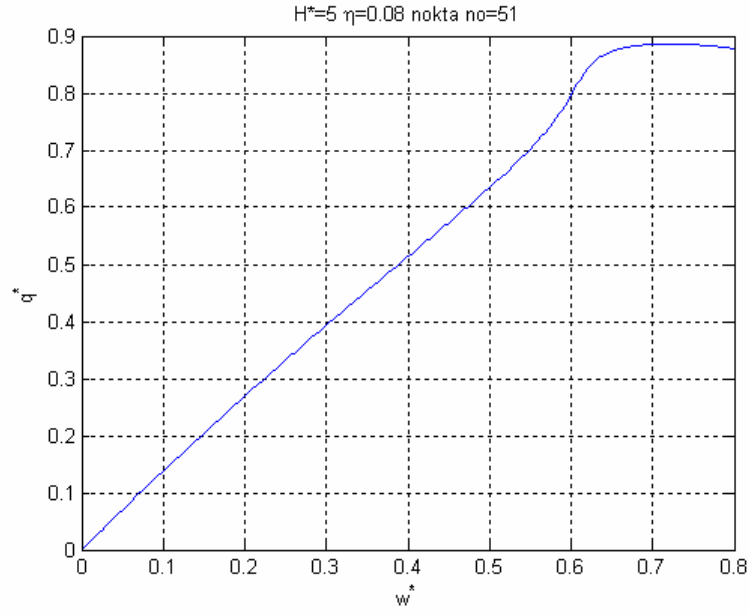
q_k	H^*	η
0.7621	20	0.10
0.7621	20	0.08
0.7621	20	0.05
0.7528	18	0.10
0.7528	18	0.08
0.7528	18	0.05
0.7856	15	0.10
0.7856	15	0.08

0.7856	15	0.05
0.9642	12	0.10
0.9642	12	0.08
0.9642	12	0.05
1.0515	10	0.10
1.0573	10	0.08
1.0573	10	0.05
1.0138	8	0.10
1.0138	8	0.08
1.0138	8	0.05
0.8863	5	0.10
0.8863	5	0.08
0.8863	5	0.05

Çizelge 4.1’de görüldüğü gibi dönel simetrik yükleme durumunda kritik yükün belirlenmesinde H^* , η ya göre çok daha etkindir.

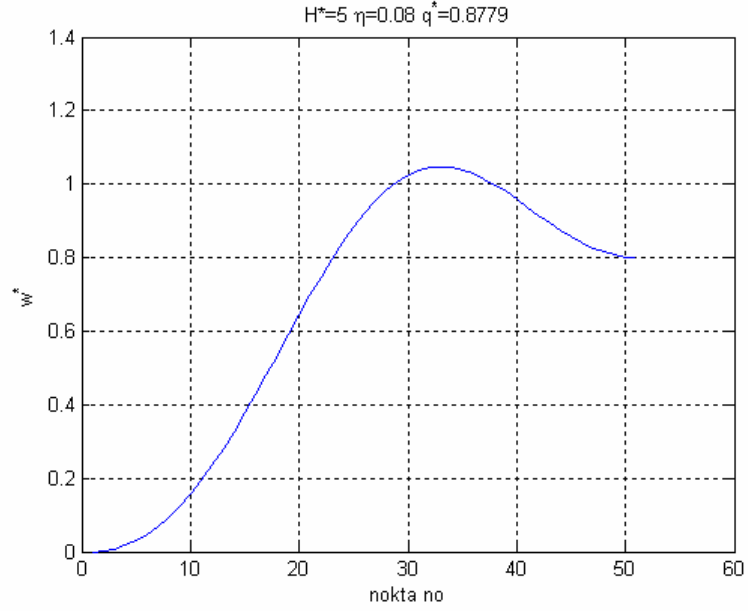
4.3 Yer değiştirme grafikleri

Dönel simetrik düzgün yayılı yük etkisindeki bir sıg küresel kabuğun tepe noktasındaki w^*-q^* grafiği, Şekil 4.1’de görülmektedir. Vurgu tipi stabilite problemlerinde karşılaşılan bir davranışa tanıklık edilen bu grafikte, “w” nun sürekli olarak artmasına karşılık, “q” belirli bir değerden sonra azalma eğilimindedir.

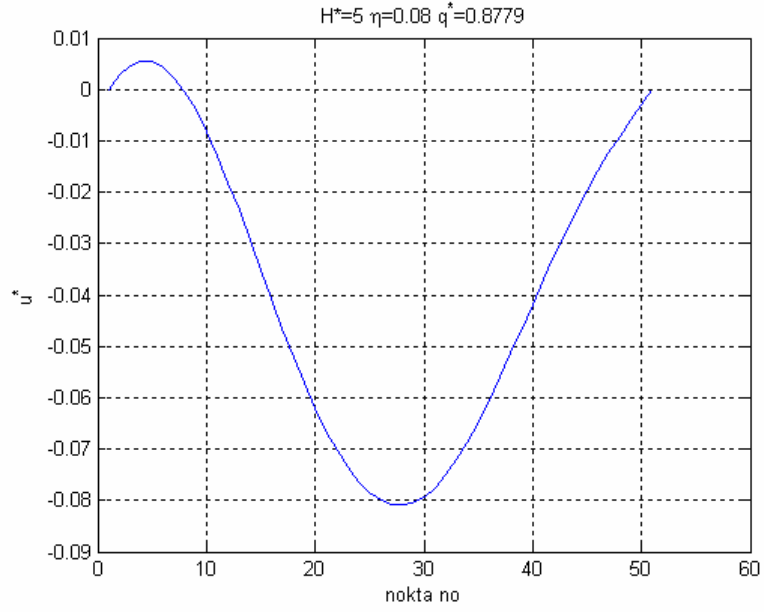


Şekil 4.1 w^* - q^* grafiği

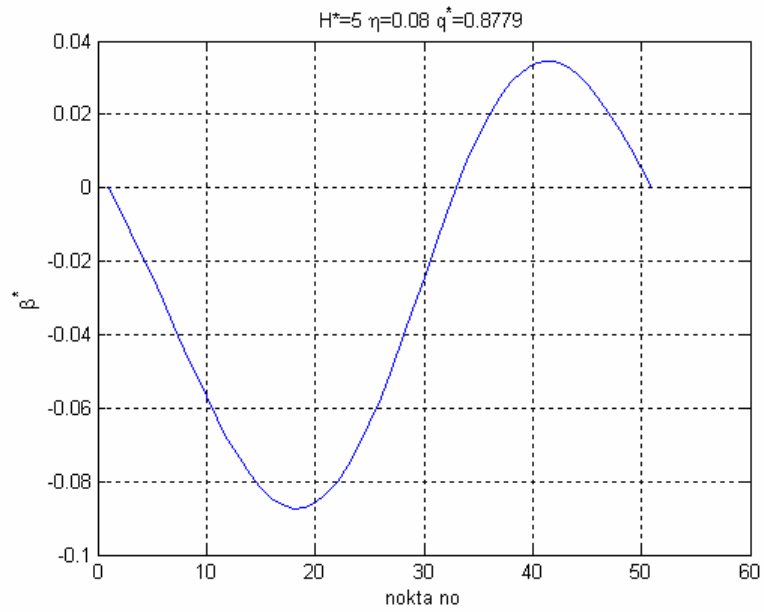
Şekil 4.2-4.4’de ise keyfi olarak belirlenmiş bir “ q ” değeri için radyal doğrultuda mesnetten tepe noktasına doğru yerdeğiştirme bileşenlerinin değişimi gösterilmektedir.



Şekil 4.2 Nokta no- w^* grafiği



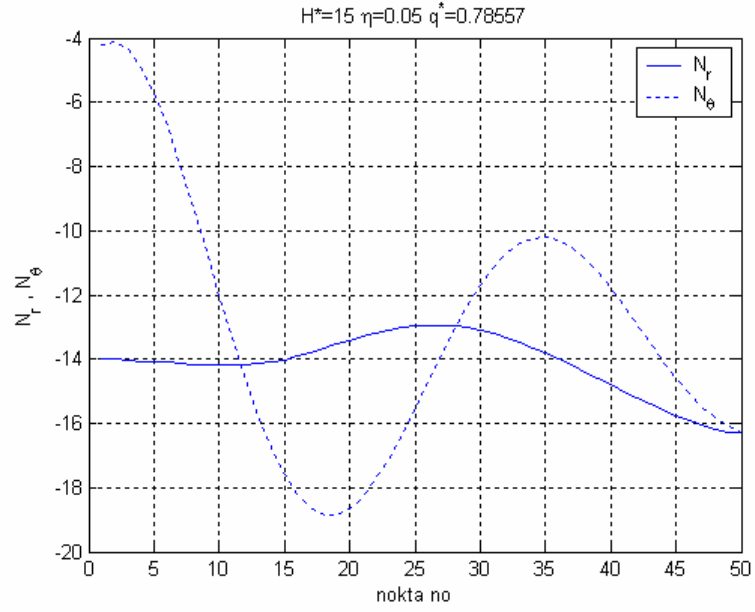
Şekil 4.3 Nokta no- u^* grafiği



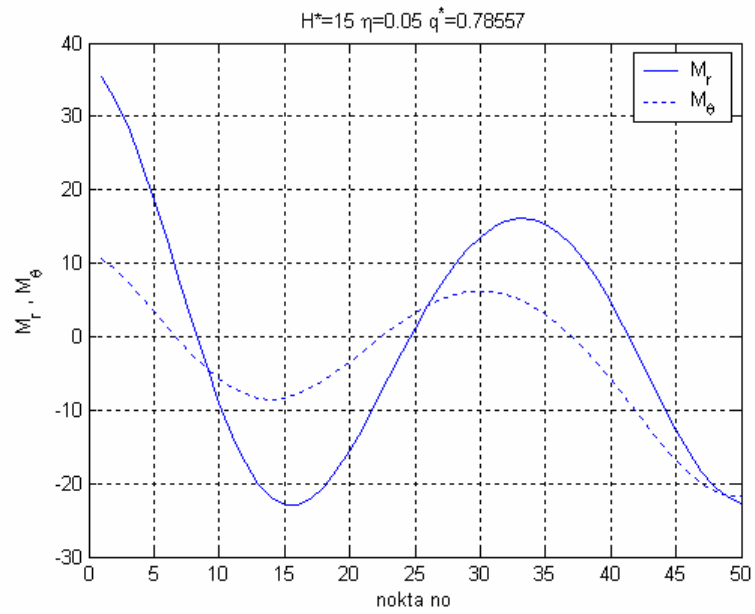
Şekil 4.4 Nokta no- β^* grafiği

4.4 Kesit tesirleri

Keyfi olarak seçilmiş bir “ q ” değeri için normal kuvvet ve eğilme momentlerinin, radyal doğrultuda mesnetten tepe noktasına doğru değişimi Şekil 4.5-4.6’da görülmektedir.



Şekil 4.5 Kesit tesirleri



Şekil 4.6 Kesit tesirleri

4.5 Sonuçların yorumlanması

Dönel simetrik yükleme durumunda, dış yük de bilinmeyenler arasına yerleştirildiğinden, w - q grafiğinin ilk tepe noktasına karşı gelen “ q_k ” değerinin bulunması mümkün olmuştur.

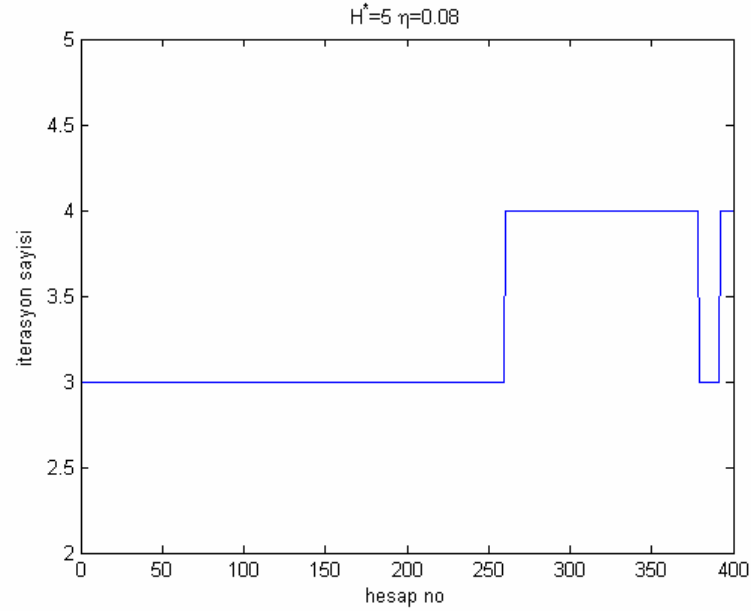
Algoritmanın sınanması amacıyla, kabuğun tepe noktasında yüklemeye bağlı olarak

gerçekleşmesi gereken

- $u = 0$,
- $\beta = 0$,
- $N_r = N_\theta$,
- $M_r = M_\theta$

koşulları da sırasıyla Şekil 4.3-4.6’da test edilmiştir.

Çözüm süresini, antimetrik yüklemeyle karşılaştırabilmek için Çizelge 4.1’de görülen “q_k” değerlerinden birinin elde edilmesi için gerekli iterasyon sayıları Şekil 4.7’de sunulmuştur.



Şekil 4.7 İterasyon sayıları

5. ANTİMETRİK YÜKLÜ SIĞ KÜRESEL KABUKLARIN GEOMETRİK DOĞRUSAL OLMAYAN ANALİZİ

5.1 Yükleme durumu

Kabuk; düşey olarak etkiyen, “ ξ ” ye bağlı olarak değişen antimetrik yayılı yük q^* etkisindedir. Yükün şiddeti ve doğrultusu “ θ ” açısına bağlı olarak aşağıdaki gibi değişmektedir:

$$q^* = \xi q_1^* \cos(\theta) \quad (5.1)$$

Burada; ξ , θ ve q^*

$$0 \leq \xi \leq 1$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$-q_1^* \leq q^* \leq q_1^*$$

aralığındadır. Çizelgelerin oluşturulması ve dolayısıyla kritik yükün belirlenmesinde q_1^* değeri sıfırdan başlayarak, sabit artımlarla büyütülmüştür. Belirli bir q_1^* değerinden sonra yakınsamama durumu ortaya çıkmış ve bu algoritmanın işlerliği ortadan kalkmıştır. Yakınsama sağlayarak işlem gören en büyük q_1^* değeri, “kritik yük” olarak belirlenmiştir. Yakınsama olmamasının nedeni dış yük-çökme grafiğinde tepe noktasına yeterince yaklaşarak, mevcut algoritmanın işlerliğinin ortadan kalkmasıdır.

5.2 Kritik yük değerleri

η ve H^* parametrelerinin farklı değerlerine göre kritik yükün aldığı değerler Çizelge 5.1’de gösterilmektedir.

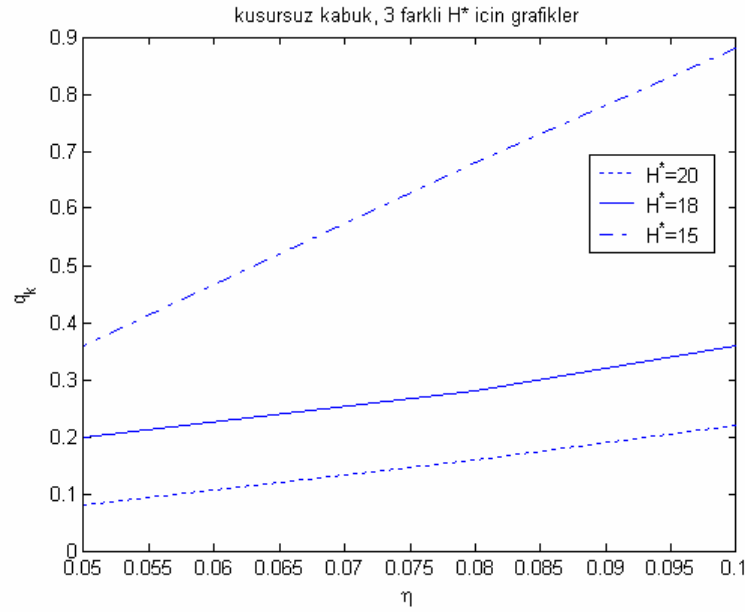
Çizelge 5.1 KK için q_k değerleri (AY)

q_k		H^*	η
Artım			
1×10^{-2}	2×10^{-2}		
0.28	0.22	20	0.10
0.21	0.16	20	0.08
0.11	0.08	20	0.05
0.47	0.36	18	0.10
0.35	0.28	18	0.08
0.19	0.20	18	0.05
1.13	0.88	15	0.10
0.84	0.68	15	0.08
0.45	0.36	15	0.05
	1.40+	10	0.10
	2.40+	10	0.08
	1.80+	10	0.05

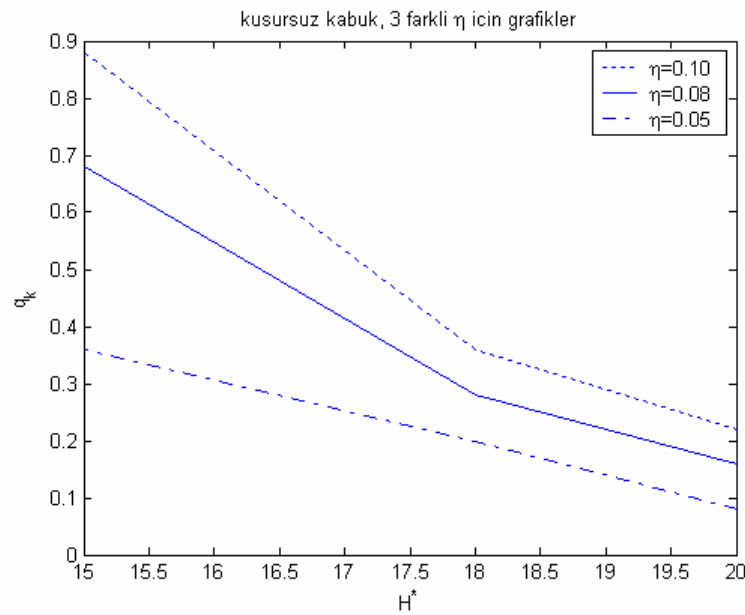
Çizelge 5.1’de görüldüğü gibi artım değeri küçüldükçe, hem sonuçların hassasiyeti artmakta hem de daha büyük kritik yük değeri bulabilmek mümkün olabilmektedir. Bununla birlikte, artım değerinin küçülmesi, bilgisayarın çalışma süresini arttırmaktadır ki, tekrarlanan çok sayıda işlem için bu süre artımı, kabul edilebilir sınırları zorlamaktadır. Kusursuz kabuğun incelendiği Çizelge 5.1, içerdiği iki farklı artım miktarı için bulunan sonuçlarıyla, ilkel kusurlu sığ küresel kabukların geometrik doğrusal olmayan analizinde kullanılacak dış yük artım değeri için belirleyici olma özelliğindedir. Çizelge 5.1’de görüldüğü gibi; dış yük artım miktarı azaldıkça, genel olarak daha büyük “ q_k ” değeri bulunabilmekle birlikte, basıklık ve yükseklik parametrelerine göre “ q_k ” değişimi benzer davranış sergilemektedir. Bu yüzden,

ilkel kusur durumlarının incelendiği analizlerde, dış yük artım değeri olarak “ 2×10^{-2} ” seçilmiştir. Tüm grafiklerde tutarlılık hedeflenerek, kusursuz durumun incelendiği Şekil 5.1-5.2 için de “ 2×10^{-2} ” lik artım değeri baz alınmıştır.

Çizelge 5.2’den yararlanarak çizilen Şekil 5.1 ve 5.2’de, H^* ve η parametrelerinin kritik yük üzerindeki etkisi görülebilmektedir.



Şekil 5.1 η - q_k grafiği



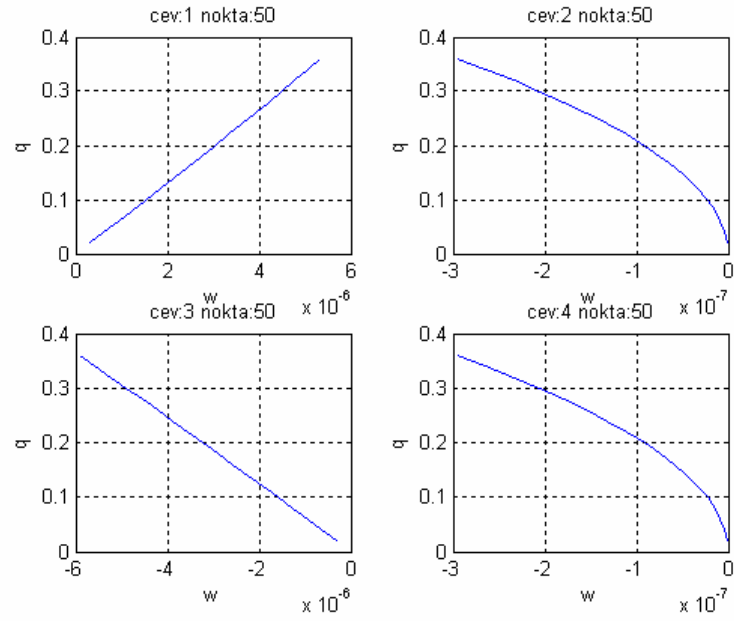
Şekil 5.2 H^* - q_k grafiği

Şekil 5.1 ve 5.2'den elde edilen sonuçlar aşağıdaki gibidir:

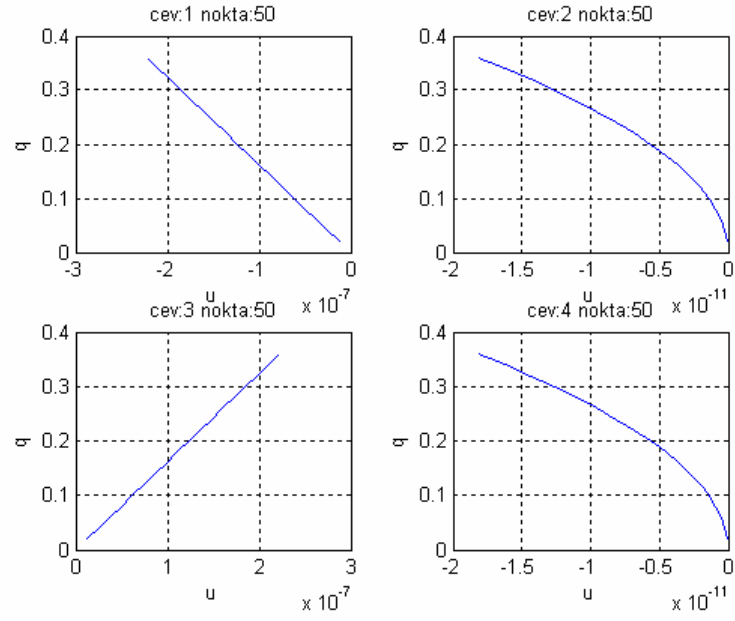
- H^* sabitken, η arttıkça kritik yük de artmaktadır.
- η sabitken, H^* arttıkça kritik yük azalmaktadır.
- $H^* = 10$ için burkulma olmamakta ve grafiğin tepe noktası bulunmamaktadır.

5.3 Yer değiştirme grafikleri

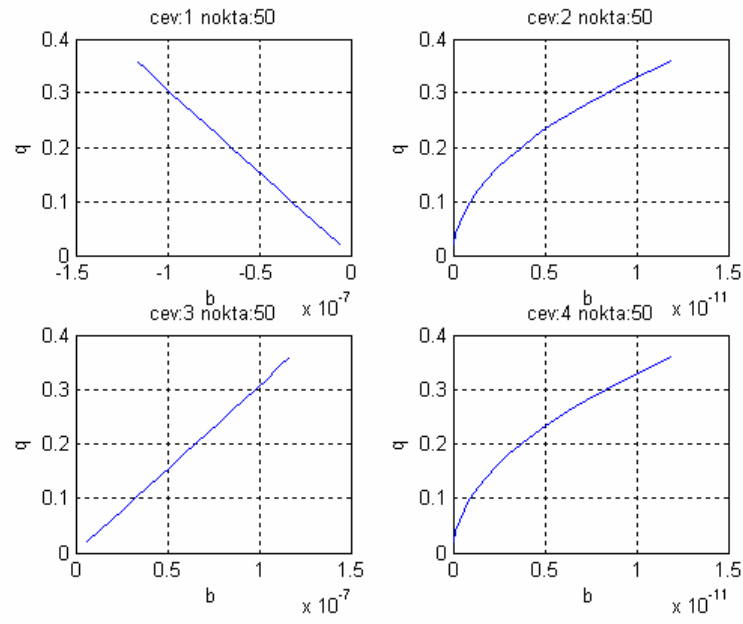
Şekil 5.3-5.6'da görülen dış yük-yer değiştirme grafikleri $H^*=15$, $\eta=0.05$ için kusursuz kabuğa aittir.



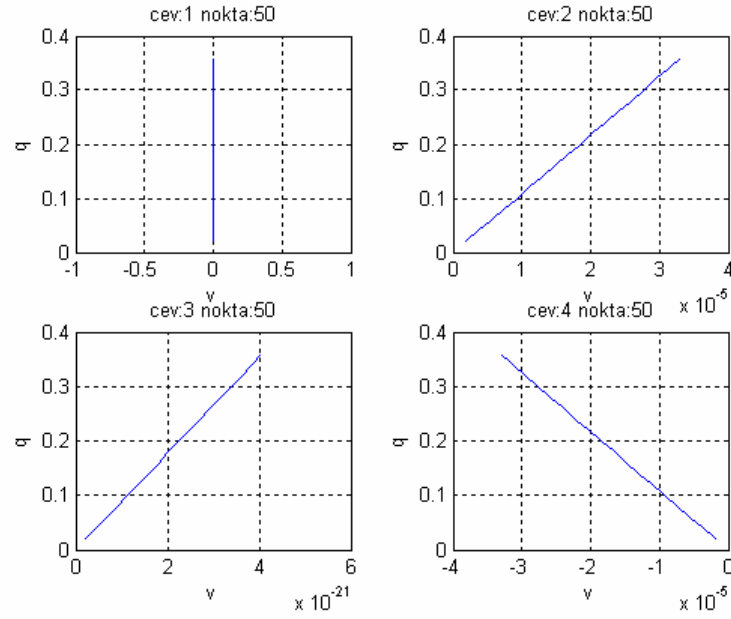
Şekil 5.3 Tepe noktasının çok yakınında $\theta=0, 90, 180, 270$ derece için w^*-q^* diyagramı



Şekil 5.4 Tepe noktasının çok yakınında $\theta=0, 90, 180, 270$ derece için u^*-q^* diyagramı

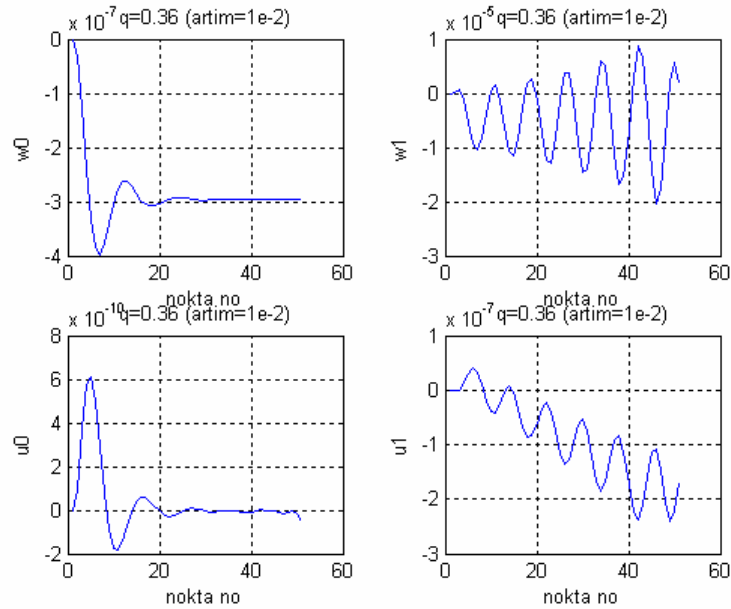


Şekil 5.5 Tepe noktasının çok yakınında $\theta=0, 90, 180, 270$ derece için β^*-q^* diyagramı

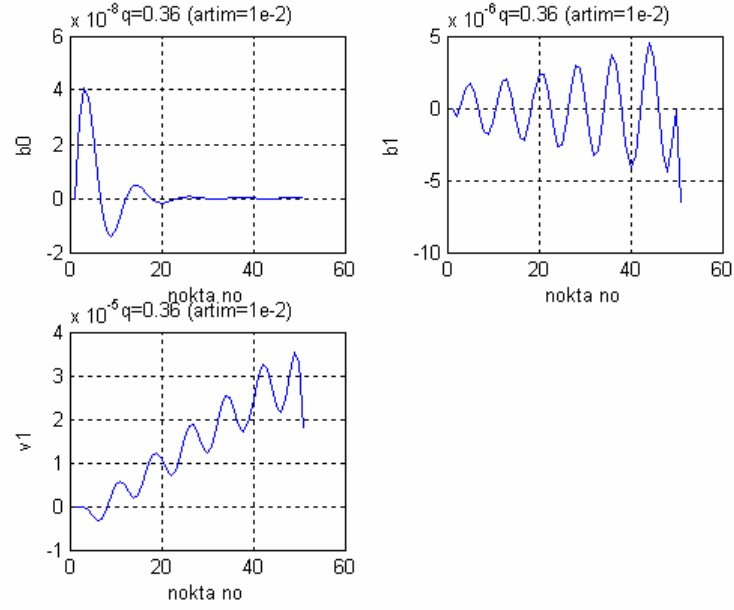


Şekil 5.6 Tepe noktasının çok yakınında $\theta=0, 90, 180, 270$ derece için $v^* - q^*$ diyagramı

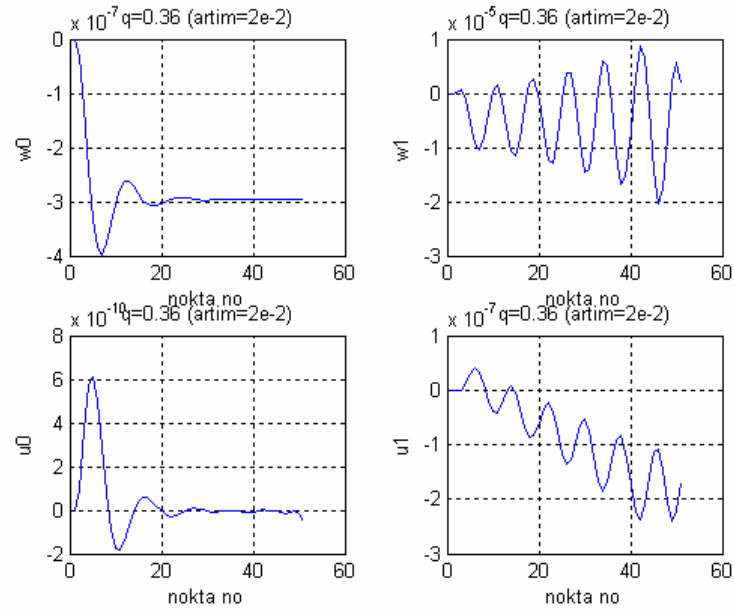
Artım değerinin, yer değiştirme bileşenleri üzerindeki etkisini incelemek amacıyla; $q_1^* = 0.36$ için $H^*=15$ ve $\eta=0.05$ iken iki farklı artım miktarı için yer değiştirme bileşenlerinin değişimi Şekil 5.7-5.10'da görülmektedir.



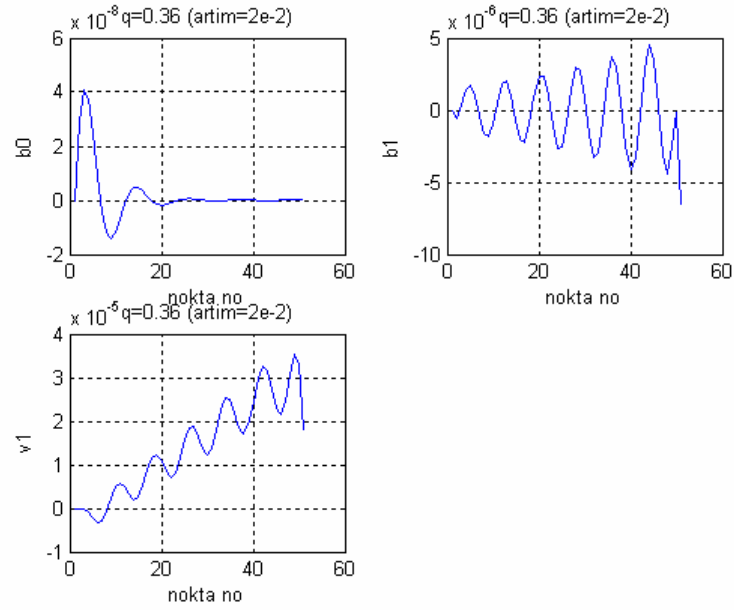
Şekil 5.7 w^* ile u^* yerdeğiştirme bileşenlerinin aldığı değerler



Şekil 5 8 β^* ile v^* yerdeğiştirme bileşenlerinin aldığı değerler



Şekil 5 9 w^* ile u^* yerdeğiştirme bileşenlerinin aldığı değerler

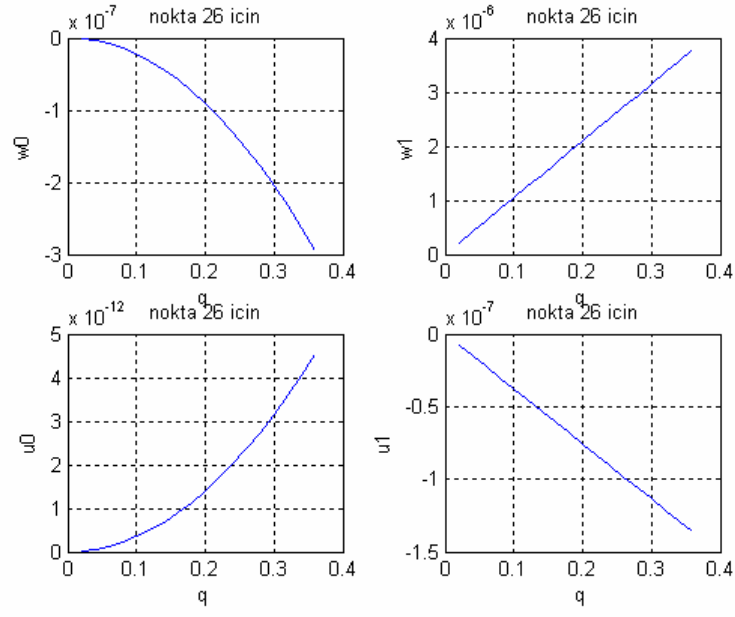


Şekil 5.10 β^* ile v^* yerdeğiştirme bileşenlerinin aldığı değerler

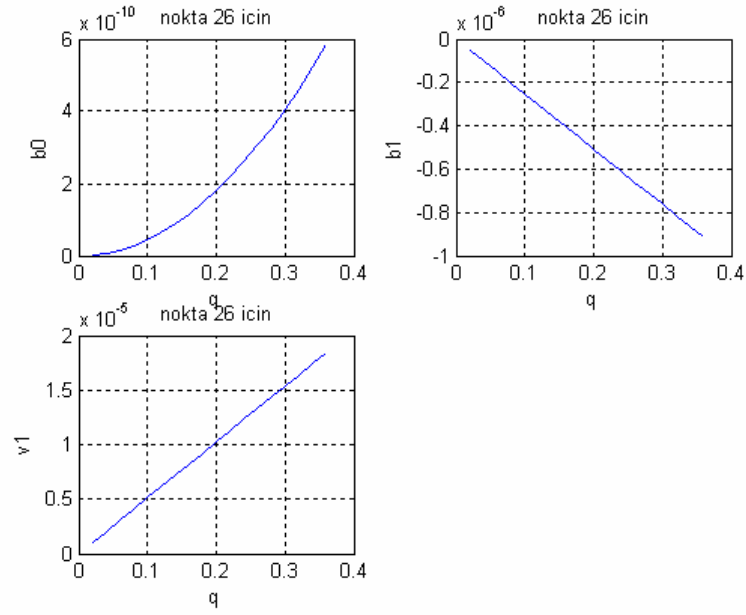
Şekil 5.7-5.10'dan varılabilecek yargılar:

- “1” indisli yer değiştirme bileşenlerinin, “0” indisliyle göre oldukça baskın olduğu,
- dış yük artım miktarı olarak “ 2×10^{-2} ” değerinin alınmasıyla, pratik amaçların (sonuçlarda yeterli hassasiyet ve zaman tasarrufu) gerçekteştiği

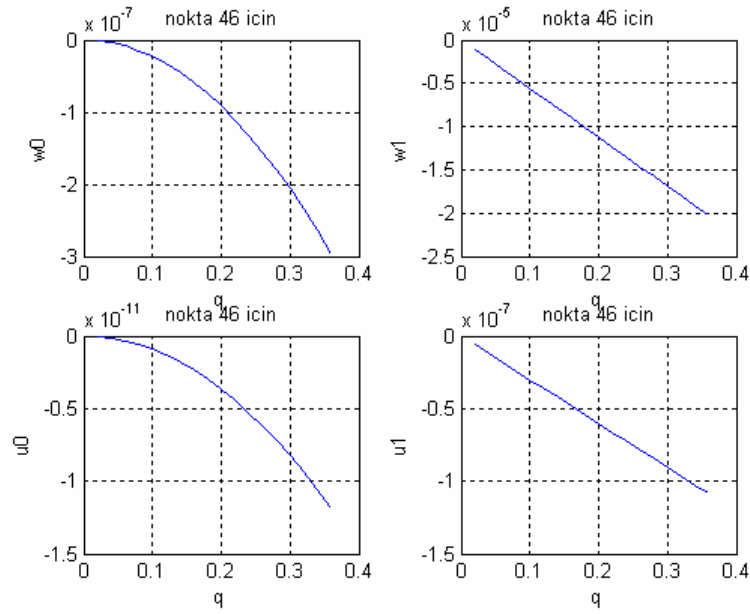
şeklindedir. Aynı dış yük için keyfi olarak belirlenmiş iki noktada yer değiştirme bileşenlerinin değişimi ise Şekil 5.11-5.14'de görölmektedir. 26 ve 46 nolu noktalardaki farklar dikkat çekicidir.



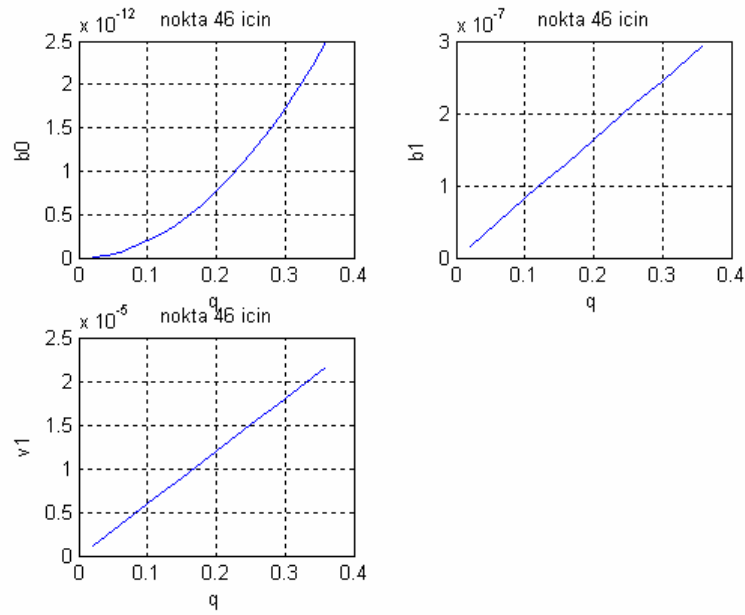
Şekil 5.11 w^* ile u^* yerdeğiştirme bileşenlerinin dört farklı θ için 26. noktadaki değerleri



Şekil 5.12 β^* ile v^* yerdeğiştirme bileşenlerinin dört farklı θ için 26. noktadaki değerleri



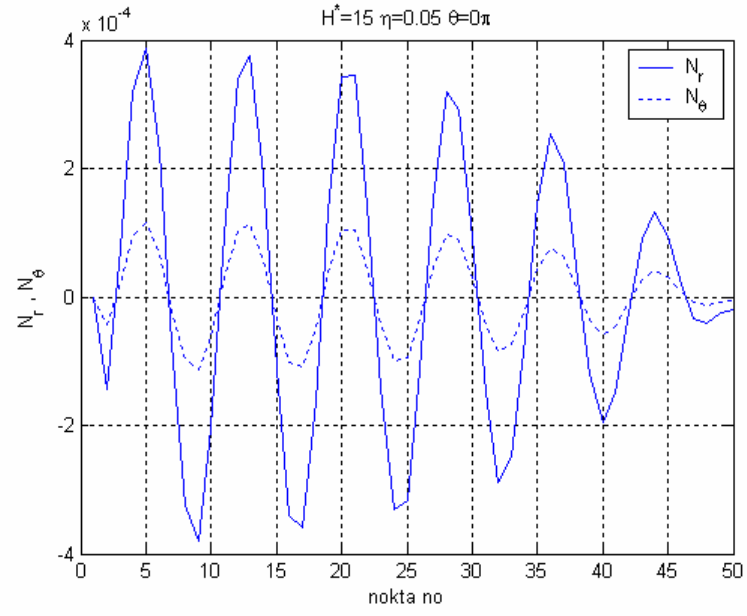
Şekil 5.13 w^* ile u^* yerdeğiştirme bileşenlerinin dört farklı θ için 46. noktadaki değerleri



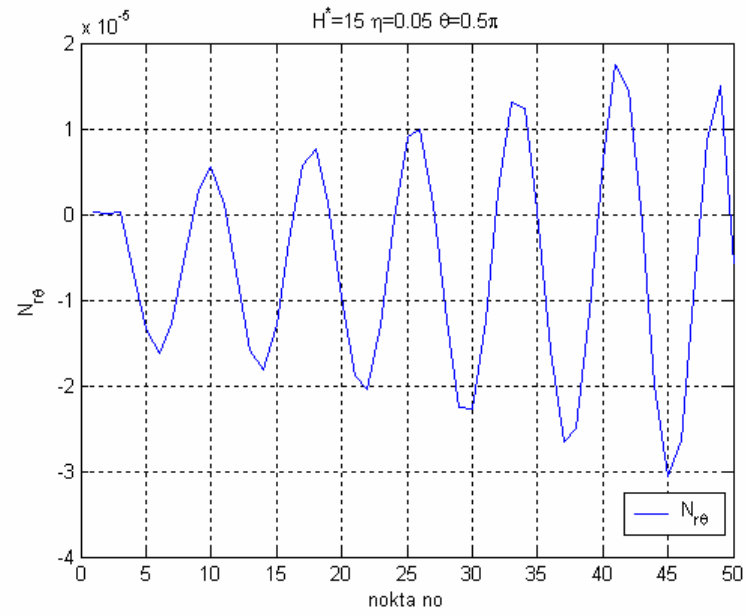
Şekil 5.14 β^* ile v^* yerdeğiştirme bileşenlerinin dört farklı θ için 46. noktadaki değerleri

5.4 Kesit tesirleri

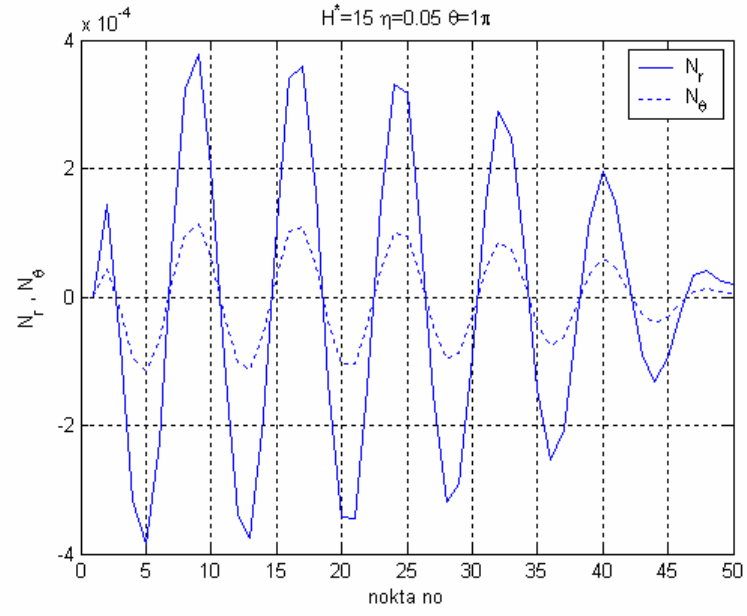
Şekil 5.15-5.22’de $H^*=15$, $\eta=0.05$ için kusursuz kabuktaki kesit tesirleri görülmektedir. Bu değerler $q_1^* = 0.2$ için hesaplanmıştır. Grafiklerde yatay eksen mesnetten tepe noktasına doğru artan sıradadır. Tüm çizimler dört farklı θ açısı için yapılmıştır.



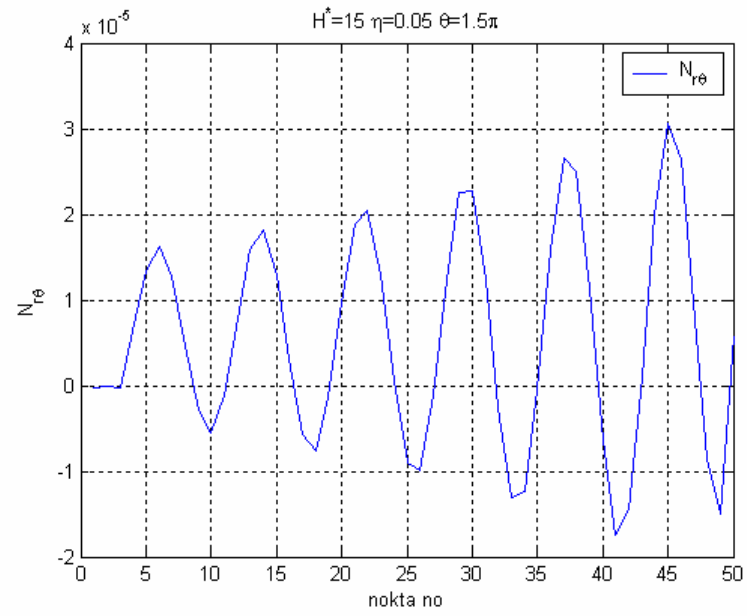
Şekil 5.15 N_r , N_θ diyagramı ($\theta=0$ için)



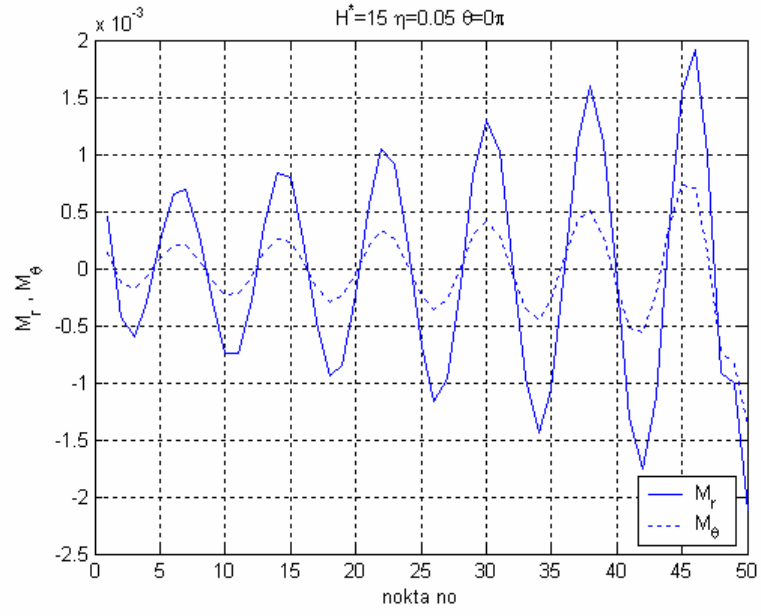
Şekil 5.16 $N_{r\theta}$ diyagramı ($\theta=90$ için)



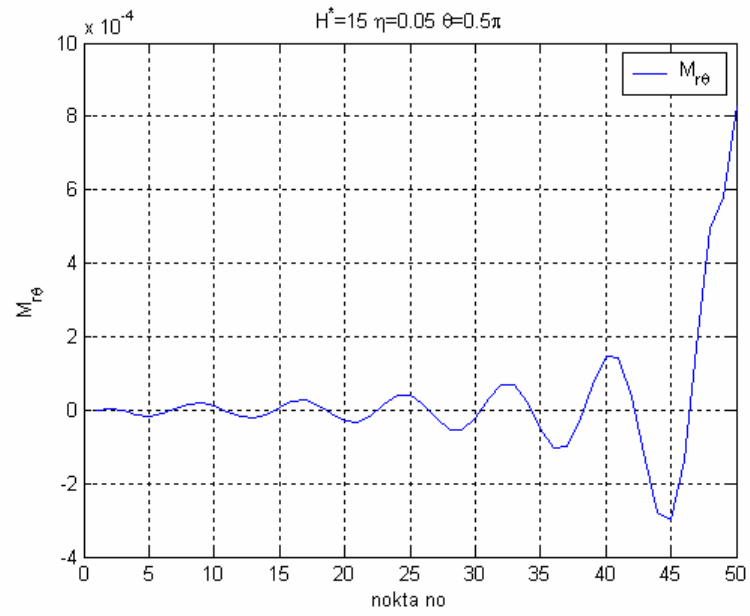
Şekil 5.17 N_r, N_θ diyagramı ($\theta=180$ için)



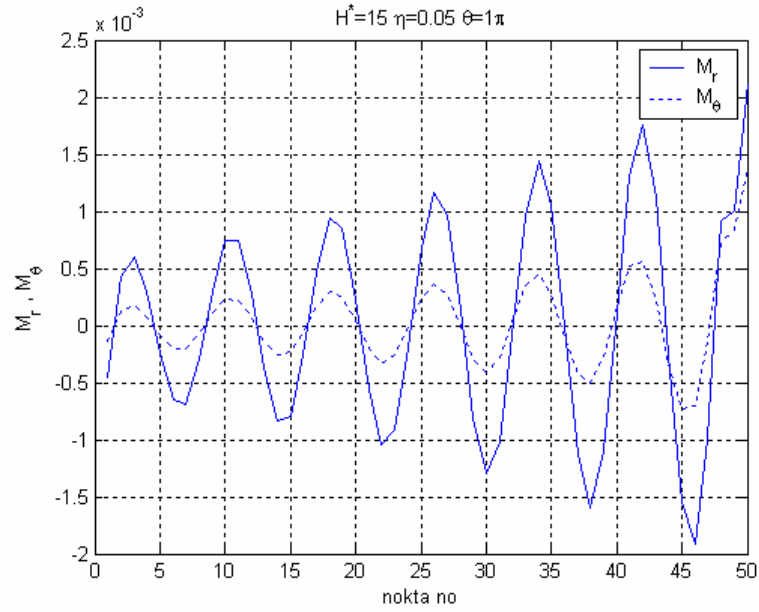
Şekil 5.18 N_{re} diyagramı ($\theta=270$ için)



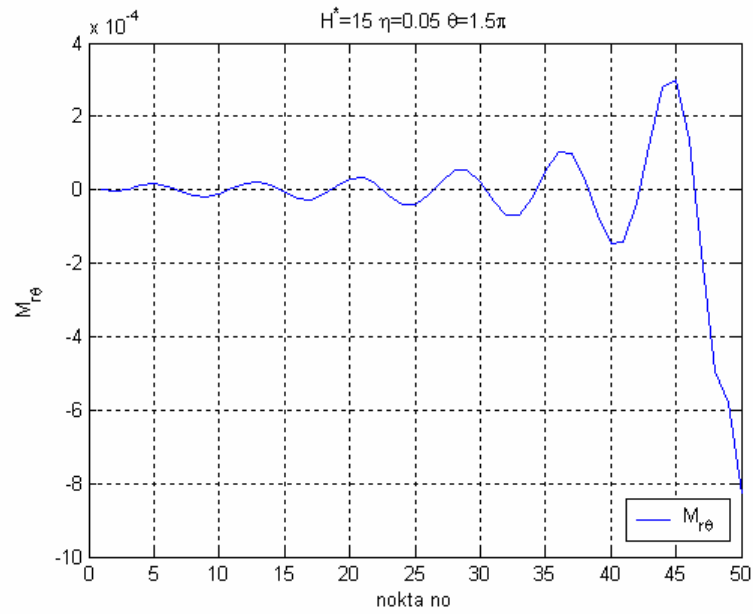
Şekil 5.19 M_r, M_θ diyagramı ($\theta=0$ için)



Şekil 5.20 M_{r0} diyagramı ($\theta=90$ için)



Şekil 5.21 M_r, M_θ diyagramı ($\theta=180$ için)



Şekil 5.22 $M_{r\theta}$ diyagramı ($\theta=270$ için)

5.5 Sonuçların yorumlanması

Çizelge 5.1’de görüldüğü gibi, kritik yükün belirlenmesinde “ H^* ” ve “ η ” parametreleri etkin rol oynamaktadır. Dış yük-çökme grafiklerinden elde edilen önemli bir sonuç da “ H^* ” ın belirli bir değerden küçük olması durumunda grafiğin bir tepe noktasından geçmeyip, yer değiştirmenin sürekli artan bir eğilimde olduğudur. Şaşırtıcı olmayan bu sonuç, diğer

araştırmacıların farklı yükleme durumlarını incelediği çalışmalarda açıkladığı bulgularla paralellik taşımaktadır.

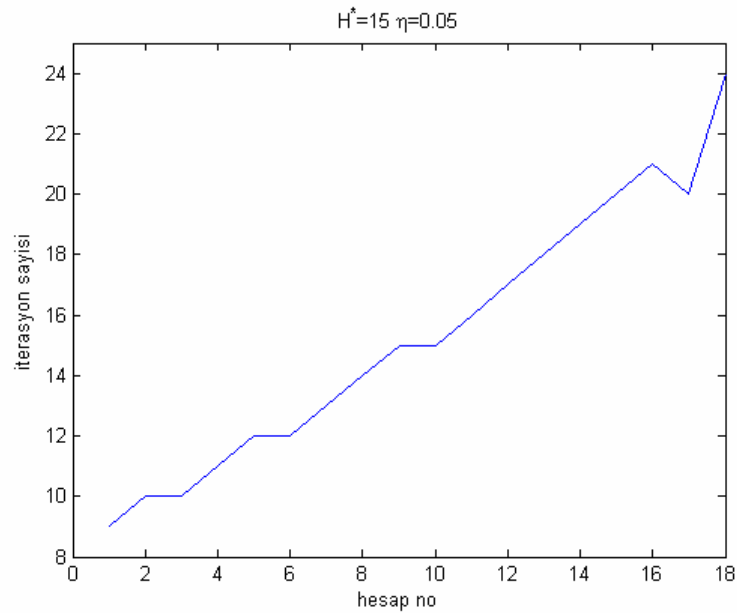
iki terimli test fonksiyonu için “1” indisliilerin, “0” indisliilere göre daha baskın olduğu Şekil 5.7-5.10’da görülmektedir.

Yapılan çözümü, yaklaşık olarak da olsa doğrulayabilmek için antimetrik yükleme durumunda, kabuğun tepe noktasında

- $w = 0$,
- normal kuvvet = 0 ,
- eğilme momenti = 0

eşitlikleri sırasıyla Şekil 5.7, 5.15, 5.19’da test edilmiştir.

Dönel simetrik yükleme durumunda Şekil 4.7’de görüldüğü gibi oldukça dar bir aralıkta değiştiği gözlenen iterasyon sayıları, antimetrik yüklemede ortalama 14 civarında olup, Şekil 5.23’de görüldüğü gibi dış yük arttıkça daha da artma eğilimindedir.



Şekil 5.23 İterasyon sayıları

6. ANTİMETRİK YÜKLÜ İLCEL KUSURLU SIĞ KÜRESEL KABUKLARIN GEOMETRİK DOĞRUSAL OLMAYAN ANALİZİ

6.1 Simetrik ilkel kusur durumu

Dönel simetrik ilkel kusur durumunda z - ξ ifadesi

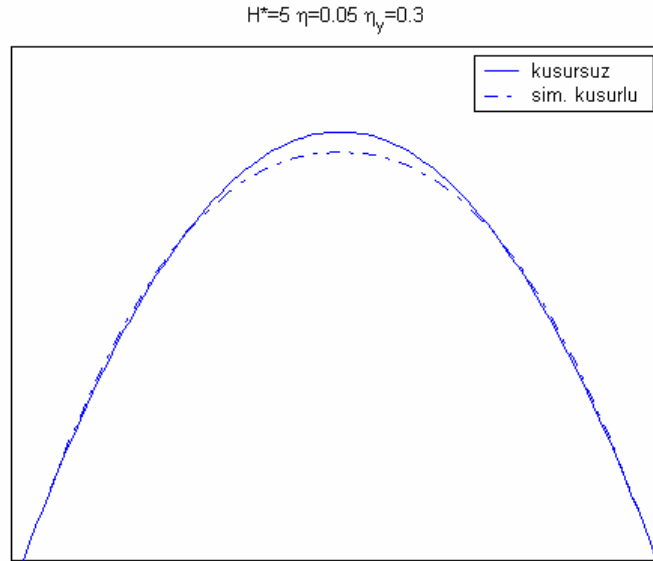
$$z = H(1 - \xi^2) - \eta_y t(1 - 4\xi^2)(1 - \xi^2)^2 \quad (6.1)$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Yamada, 1985). Burada η_y simetrik kusurun şiddetinin bir ölçüsü olarak kullanılmaktadır. Dönel simetrik ilkel kusur parametresi “ η_y ” nin tanım aralığı

$$0.3 \geq \eta_y \geq -0.3$$

olarak seçilmiştir (Yamada, 1985).

$\eta_y = 0$ iken (6.1) ifadesi, kusursuz duruma karşı gelmektedir. Simetrik ilkel kusurun temsili gösterimi Şekil 6.1’de görülmektedir.



Şekil 6.1 Kusursuz/simetrik kusurlu kabuk geometrisi

6.1.1 Kritik yük değerleri

η , H^* ve η_y parametrelerinin farklı değerlerine göre kritik yükün aldığı değerler Çizelge 6.1’de gösterilmektedir.

Çizelge 6.1 SKK için q_k değerleri (AY)

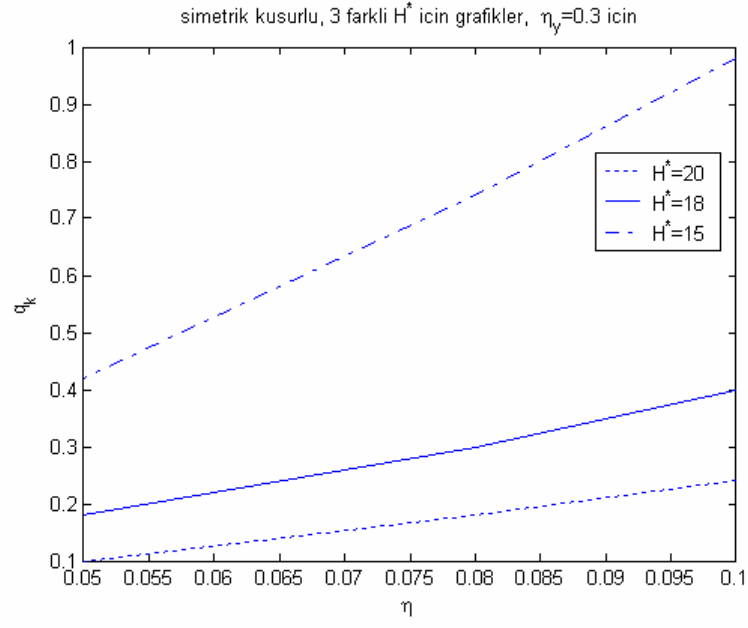
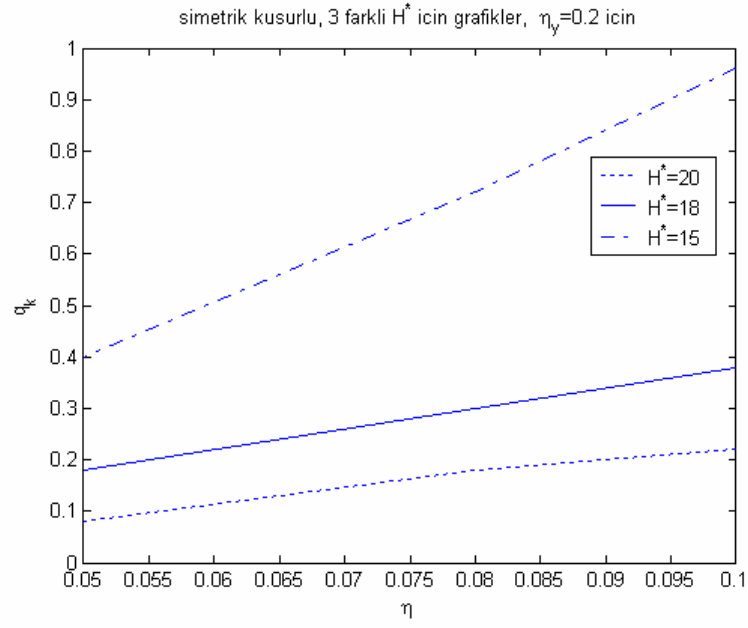
q_k	H^*	η	η_y
0.24	20	0.10	0.3
0.18	20	0.08	0.3
0.10	20	0.05	0.3
0.22	20	0.10	0.2
0.18	20	0.08	0.2
0.08	20	0.05	0.2
0.22	20	0.10	0.1
0.16	20	0.08	0.1
0.08	20	0.05	0.1
0.20	20	0.10	-0.1
0.16	20	0.08	-0.1
0.08	20	0.05	-0.1
0.20	20	0.10	-0.2
0.16	20	0.08	-0.2
0.08	20	0.05	-0.2
0.20	20	0.10	-0.3
0.14	20	0.08	-0.3
0.08	20	0.05	-0.3
0.40	18	0.10	0.3
0.30	18	0.08	0.3
0.18	18	0.05	0.3

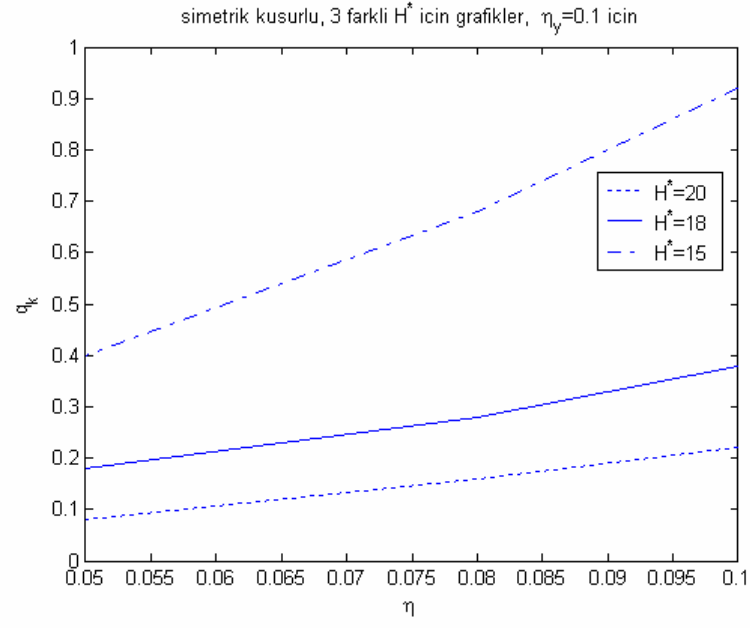
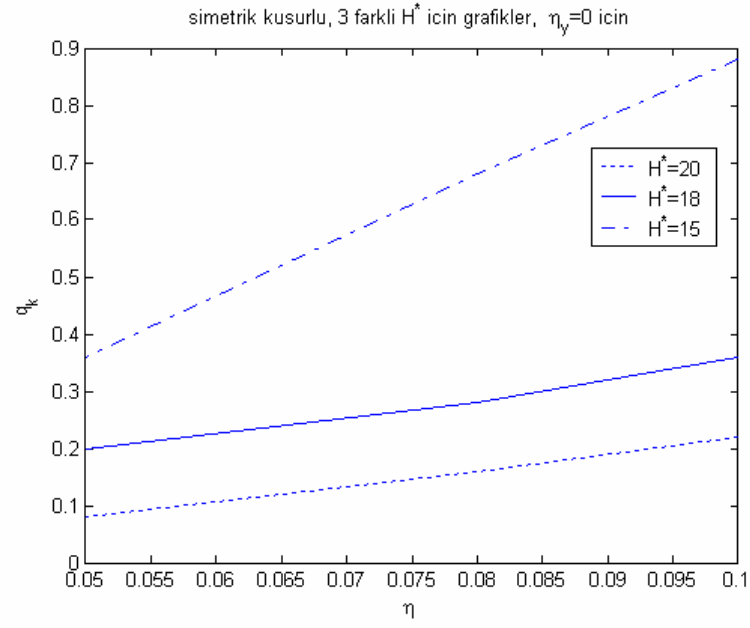
0.38	18	0.10	0.2
0.30	18	0.08	0.2
0.18	18	0.05	0.2
0.38	18	0.10	0.1
0.28	18	0.08	0.1
0.18	18	0.05	0.1
0.36	18	0.10	-0.1
0.26	18	0.08	-0.1
0.18	18	0.05	-0.1
0.34	18	0.10	-0.2
0.26	18	0.08	-0.2
0.16	18	0.05	-0.2
0.34	18	0.10	-0.3
0.24	18	0.08	-0.3
0.14	18	0.05	-0.3
0.98	15	0.10	0.3
0.74	15	0.08	0.3
0.42	15	0.05	0.3
0.96	15	0.10	0.2
0.72	15	0.08	0.2
0.40	15	0.05	0.2
0.92	15	0.10	0.1
0.68	15	0.08	0.1

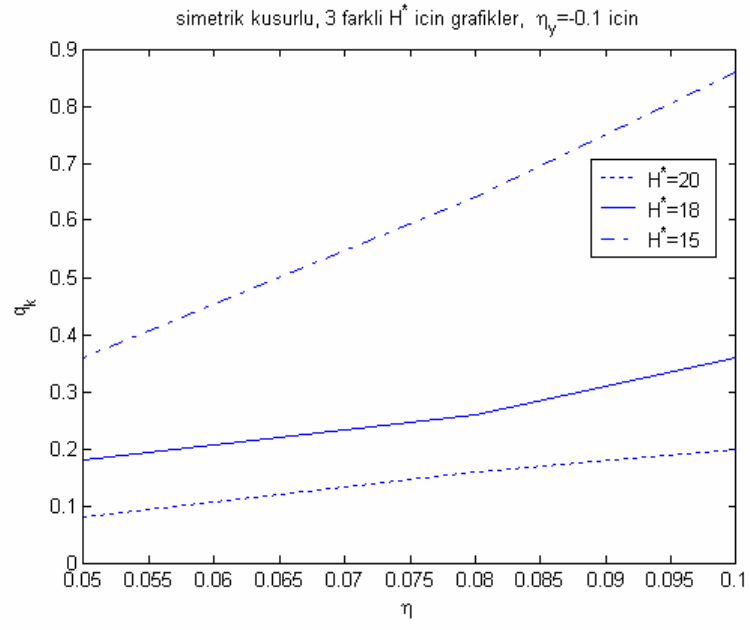
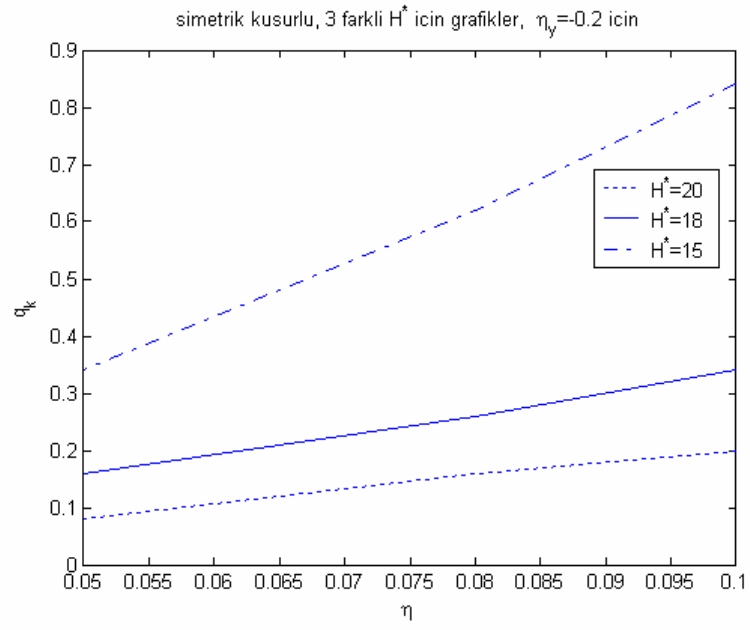
0.40	15	0.05	0.1
0.86	15	0.10	-0.1
0.64	15	0.08	-0.1
0.36	15	0.05	-0.1
0.84	15	0.10	-0.2
0.62	15	0.08	-0.2
0.34	15	0.05	-0.2
0.80	15	0.10	-0.3
0.60	15	0.08	-0.3
0.32	15	0.05	-0.3
1.40+	10	0.10	0.3

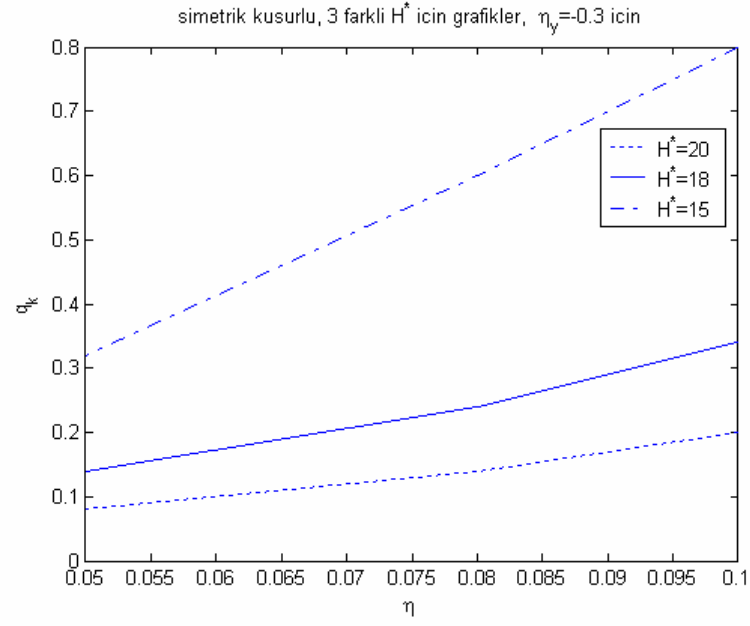
Çizelge 6.1'den yararlanarak çizilen grafikler (Şekil 6.1-6.20); H^* , η , η_y parametrelerinin kritik yük üzerindeki etkisini ortaya koymaktadır.

Şekil 6.2-6.8'de; H^* ve η_y sabit tutularak, η - q_k grafiği çizilmiştir.

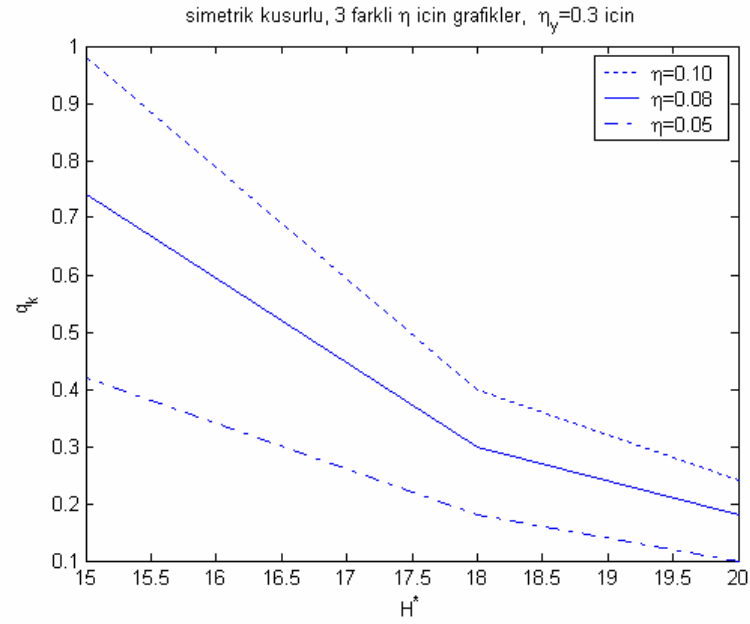
Şekil 6.2 η - q_k grafiğiŞekil 6.3 η - q_k grafiği

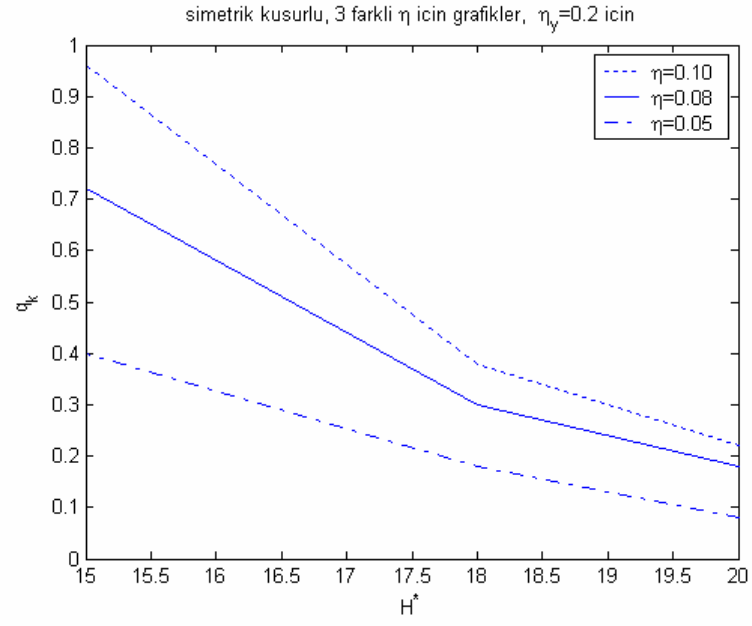
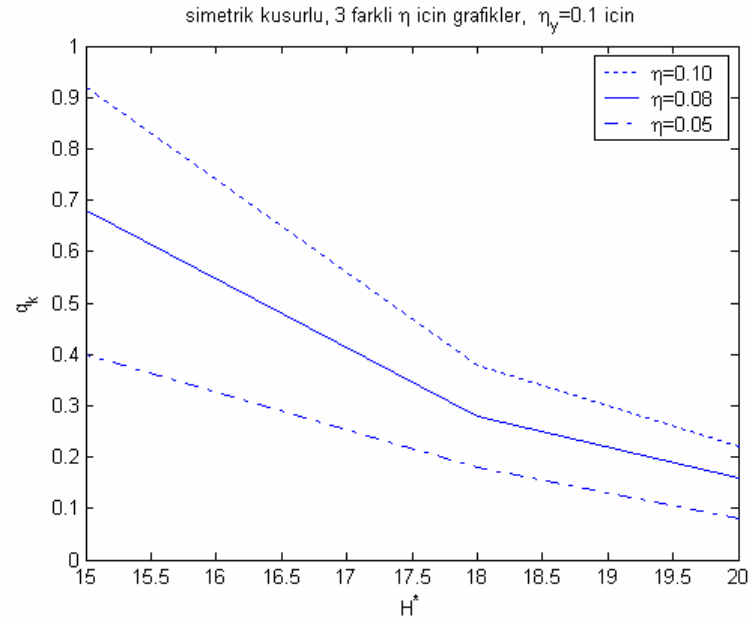
Şekil 6.4 η - q_k grafiğiŞekil 6.5 η - q_k grafiği

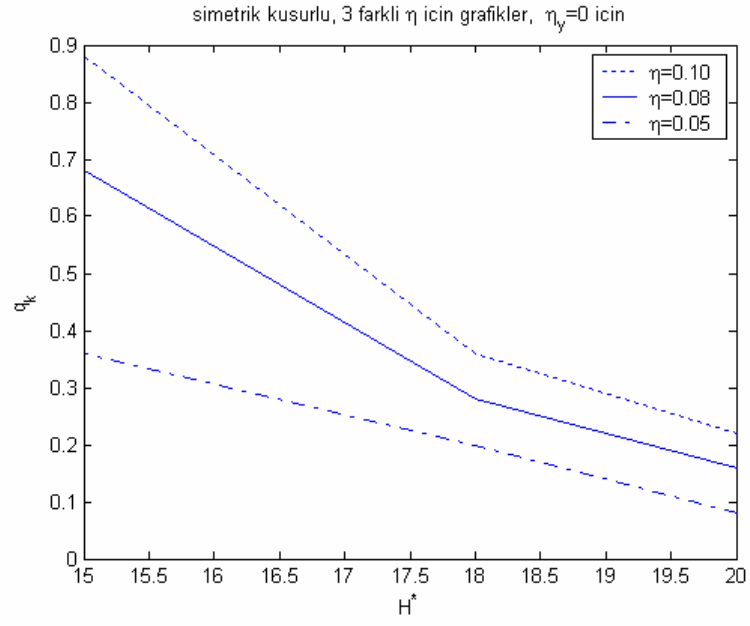
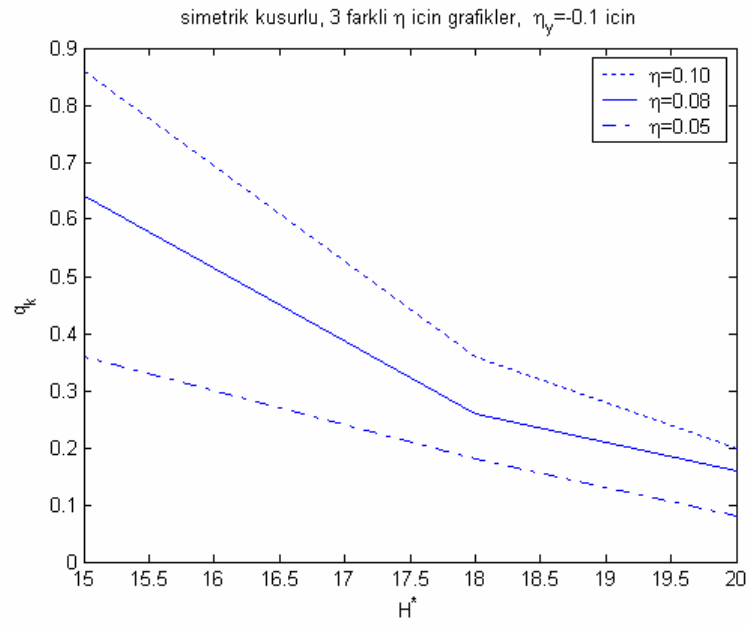
Şekil 6.6 η - q_k grafiğiŞekil 6.7 η - q_k grafiği

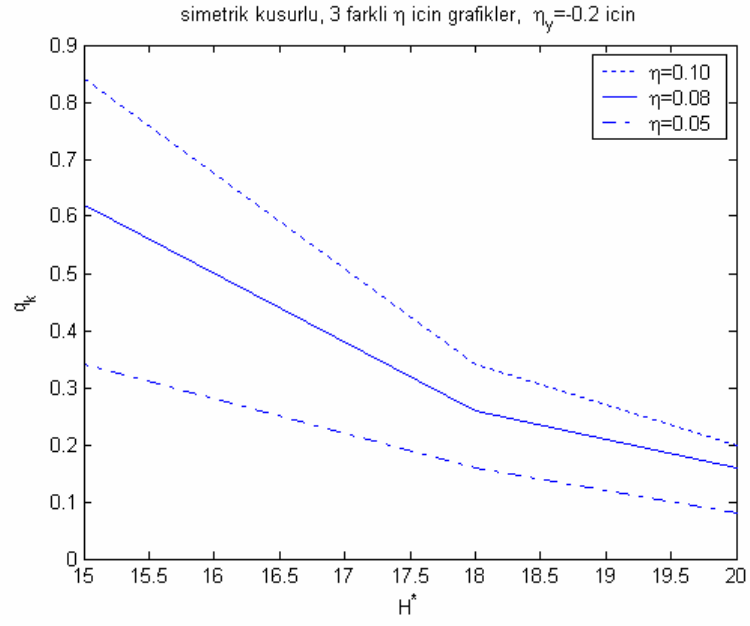
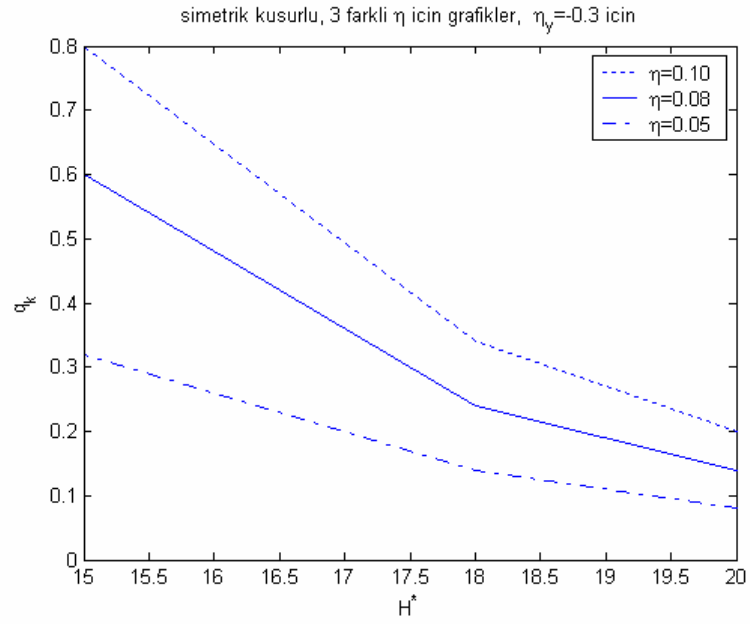
Şekil 6.8 η - q_k grafiği

Şekil 6.9-6.15; η ve η_y sabitken, H^* - q_k değişimini göstermektedir.

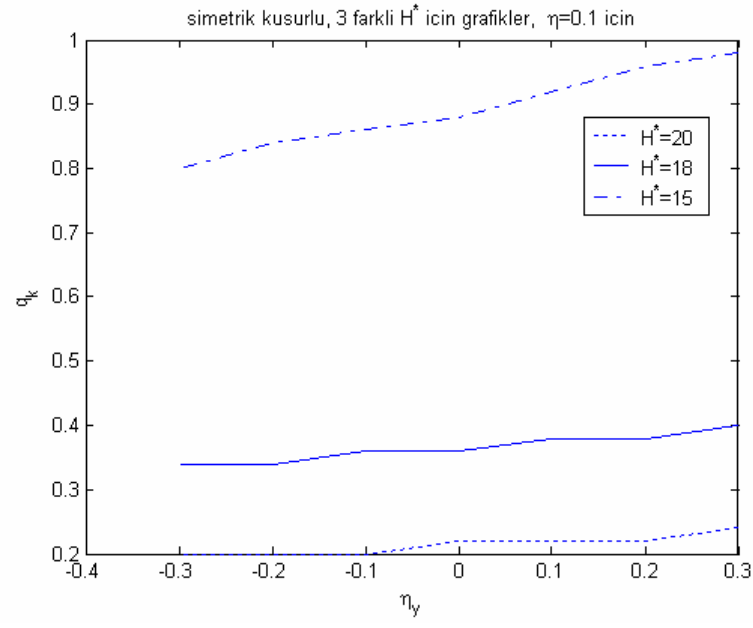
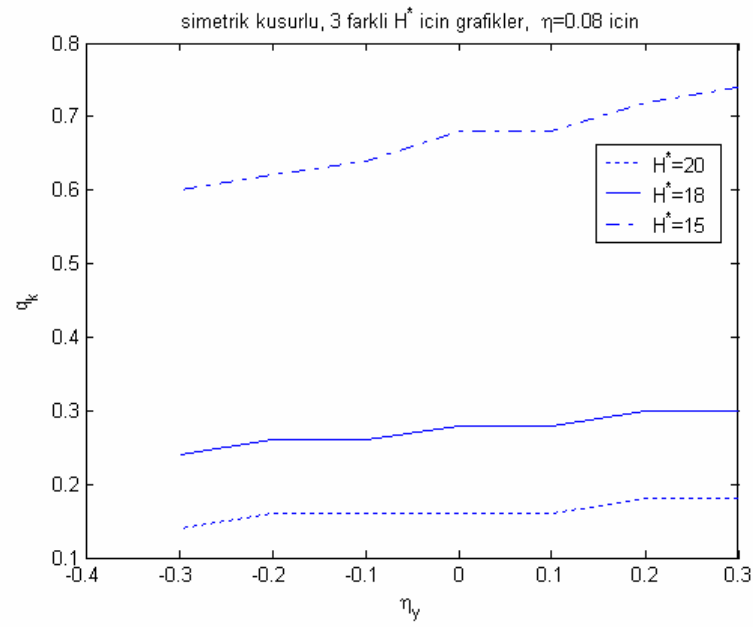
Şekil 6.9 H^* - q_k grafiği

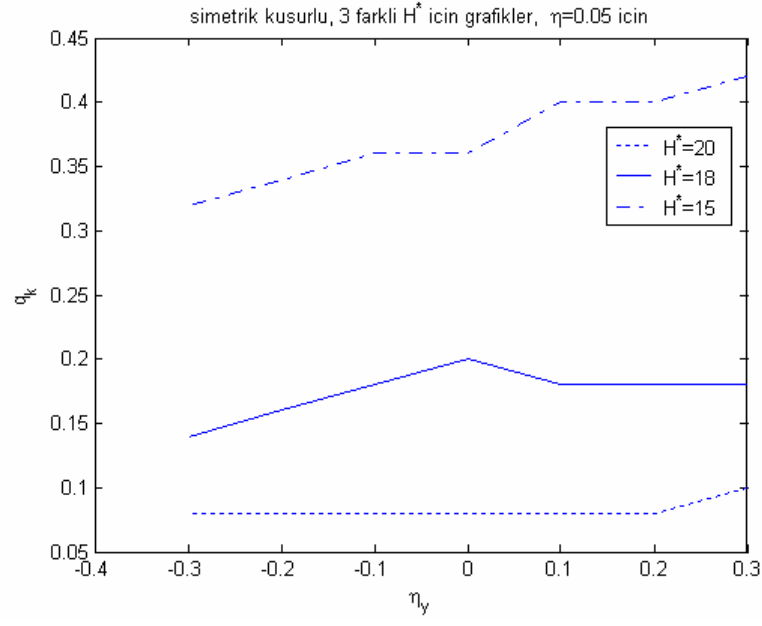
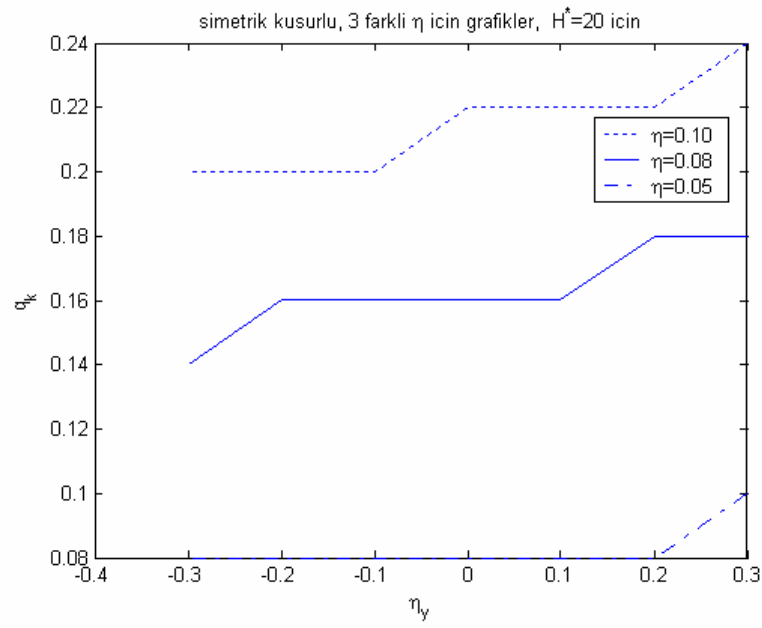
Şekil 6.10 H^* - q_k grafiğiŞekil 6.11 H^* - q_k grafiği

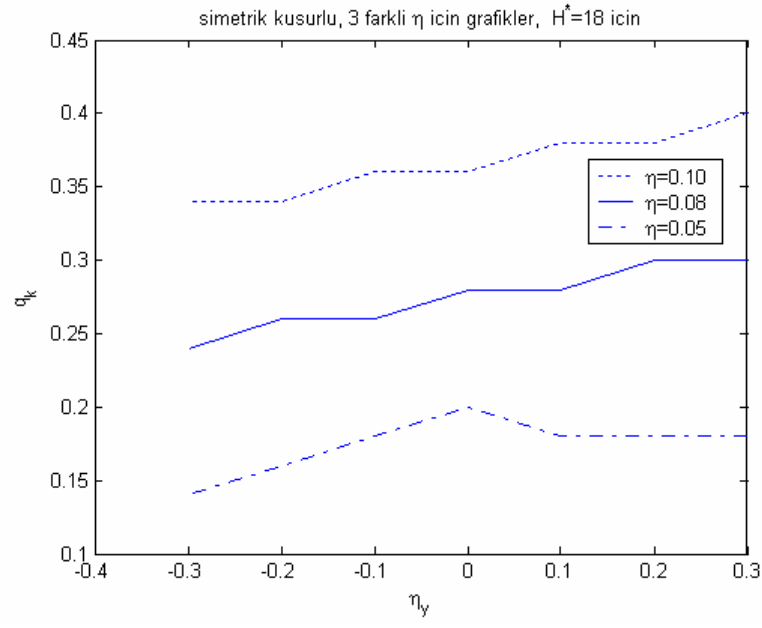
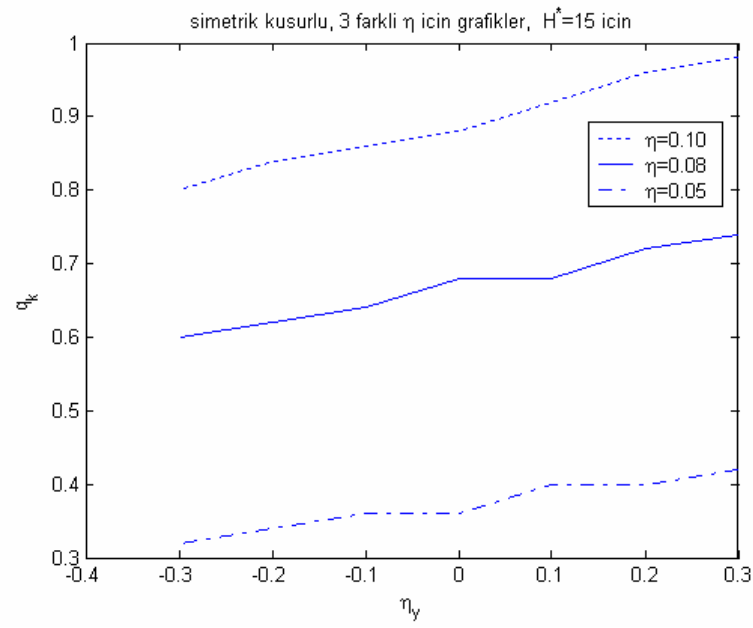
Şekil 6.12 H^* - q_k grafiğiŞekil 6.13 H^* - q_k grafiği

Şekil 6.14 H^* - q_k grafiğiŞekil 6.15 H^* - q_k grafiği

Şekil 6.16-6.21’de ise, η ve H^* sabit tutulup, η_y - q_k grafiği çizilmiştir.

Şekil 6.16 η_y - q_k grafiğiŞekil 6.17 η_y - q_k grafiği

Şekil 6.18 η_y - q_k grafiğiŞekil 6.19 η_y - q_k grafiği

Şekil 6.20 η_y - q_k grafiğiŞekil 6.21 η_y - q_k grafiği

6.1.2 Kesit tesirleri

Simetrik ilkel kusur durumunda (3.77-3.79) denklemlerinde görülen boyutsuz normal kuvvet ifadeleri sırasıyla

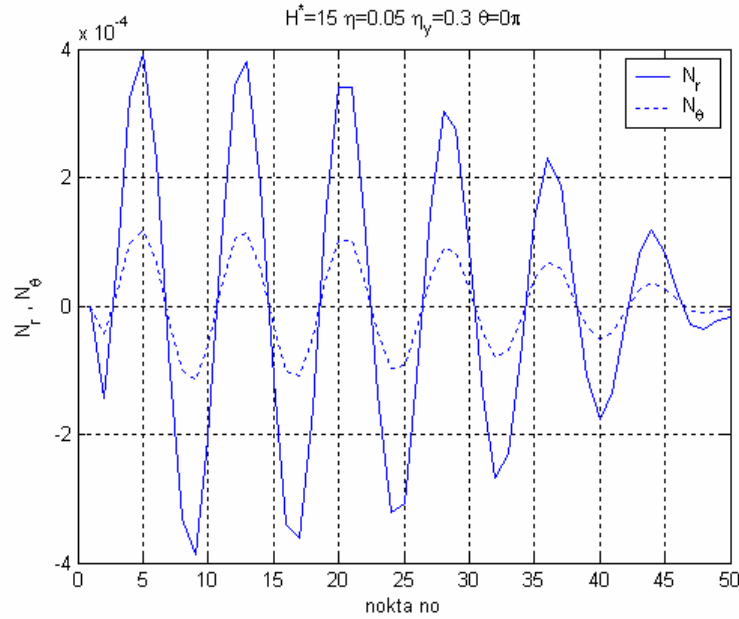
$$N_r^{\oplus*} = \left[\begin{aligned} & \frac{\partial u_0^*}{\partial \xi} + [2\xi H^* - 12\eta_y \xi(1-\xi^2)(1-2\xi^2)] \beta_0^* + \frac{1}{2}(\beta_0^*)^2 + \frac{1}{4}(\beta_1^*)^2 + \\ & \frac{\nu}{\xi} u_0^* + \frac{\nu}{4\xi^2} (w_1^*)^2 + \\ & \left(\frac{\partial u_1^*}{\partial \xi} + [2\xi H^* - 12\eta_y \xi(1-\xi^2)(1-2\xi^2)] \beta_1^* + \beta_0^* \beta_1^* + \frac{\nu}{\xi} u_1^* + \frac{\nu}{\xi} v_1^* \right) \cos \theta \end{aligned} \right], \quad (6.2)$$

$$N_\theta^{\oplus*} = \left[\begin{aligned} & \frac{1}{\xi} u_0^* + \frac{1}{4\xi^2} (w_1^*)^2 + \nu \frac{\partial u_0^*}{\partial \xi} + \nu [2\xi H^* - 12\eta_y \xi(1-\xi^2)(1-2\xi^2)] \beta_0^* + \\ & \frac{\nu}{2} (\beta_0^*)^2 + \frac{\nu}{4} (\beta_1^*)^2 + \\ & \left(\frac{1}{\xi} u_1^* + \frac{1}{\xi} (v_1^*)^2 + \nu \frac{\partial u_1^*}{\partial \xi} + \nu [2\xi H^* - 12\eta_y \xi(1-\xi^2)(1-2\xi^2)] \beta_1^* + \nu \beta_0^* \beta_1^* \right) \cos \theta \end{aligned} \right], \quad (6.3)$$

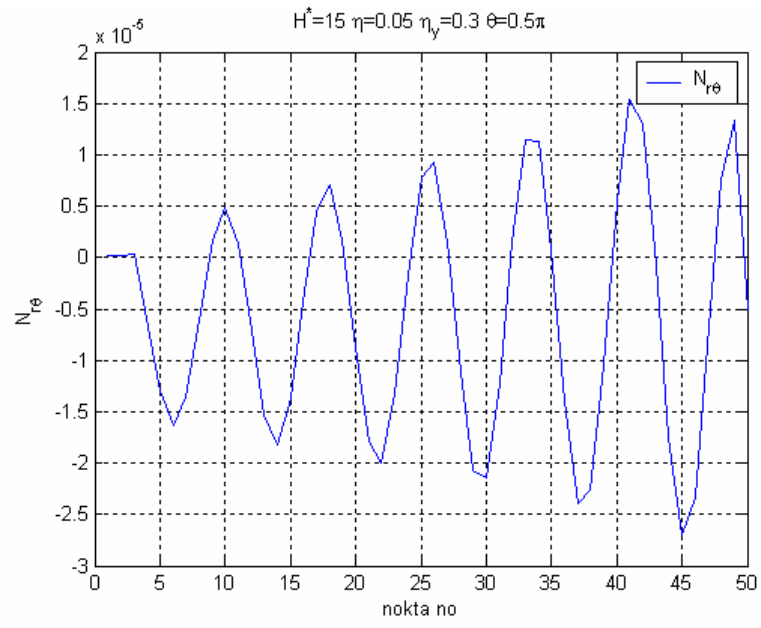
$$N_{r\theta}^{\oplus*} = \left[\frac{1}{\xi} u_1^* + \frac{1}{\xi} v_1^* - \frac{\partial v_1^*}{\partial \xi} + [2H^* - 12\eta_y \xi(1-\xi^2)(1-2\xi^2)] w_1^* + \frac{1}{\xi} w_1^* \beta_0^* \right] \sin \theta \quad (6.4)$$

olmaktadır. (3.80-3.82) eşitlikleri ise değişikliğe uğramamaktadır.

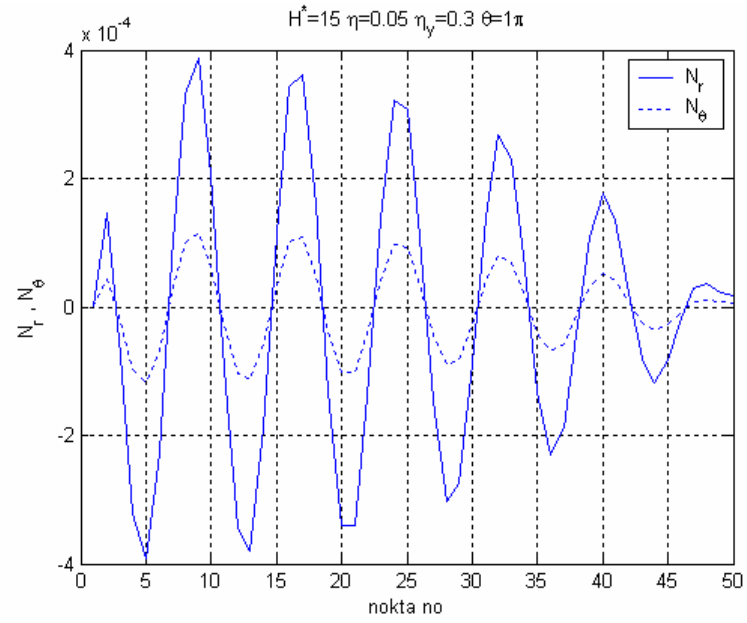
Şekil 6.22-6.29'de $H^*=15$, $\eta=0.05$ için simetrik ilkel kusurlu kabuktaki kesit tesirleri görülmektedir. Bu değerler, $q_1^*=0.2$ için hesaplanmıştır. Grafiklerde yatay eksen mesnetten tepe noktasına doğru artan sıradadır. Tüm çizimler dört farklı θ açısı için yapılmıştır.



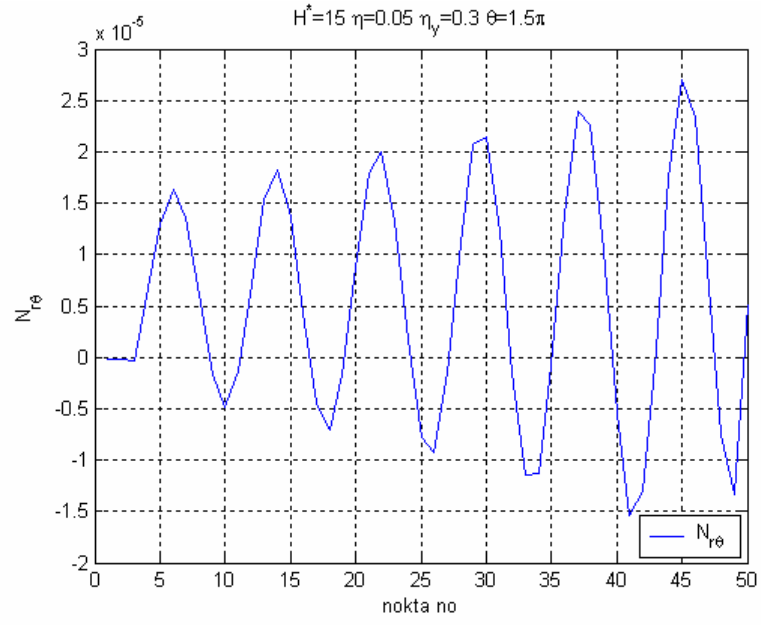
Şekil 6.22 Kesit tesirleri



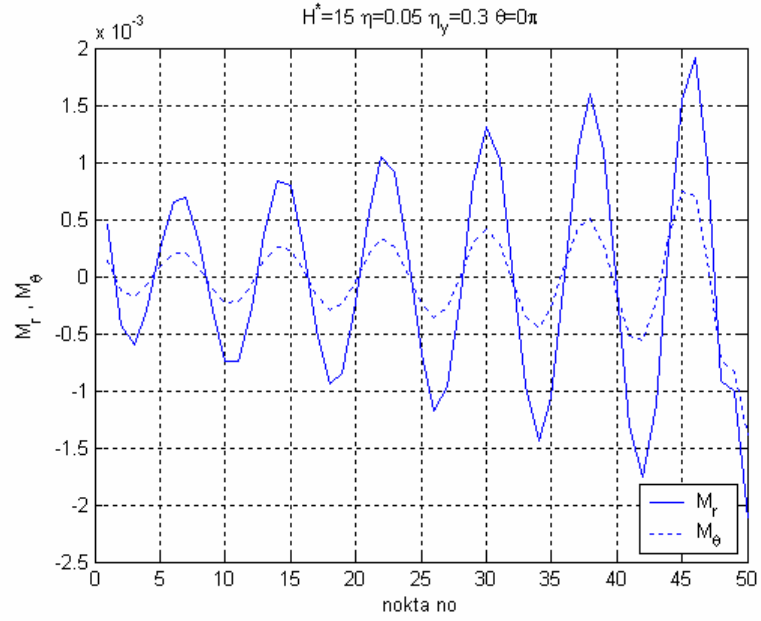
Şekil 6.23 Kesit tesirleri



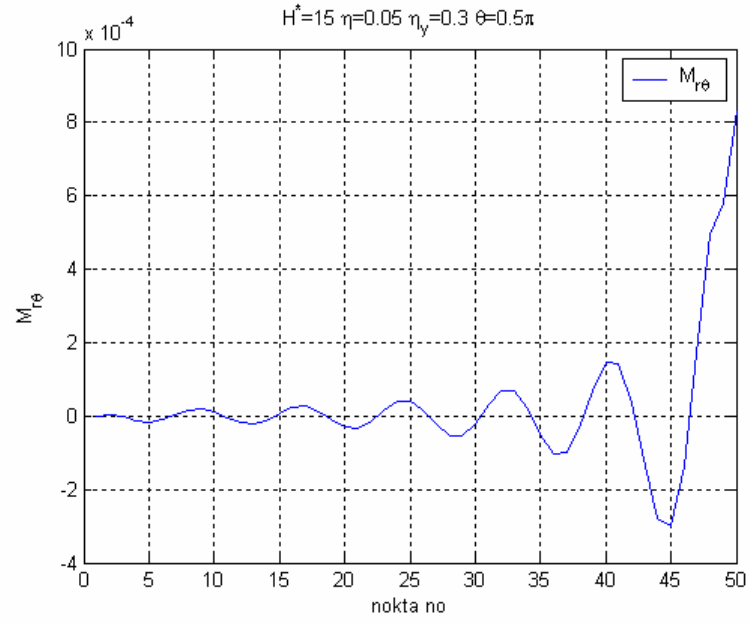
Şekil 6.24 Kesit tesirleri



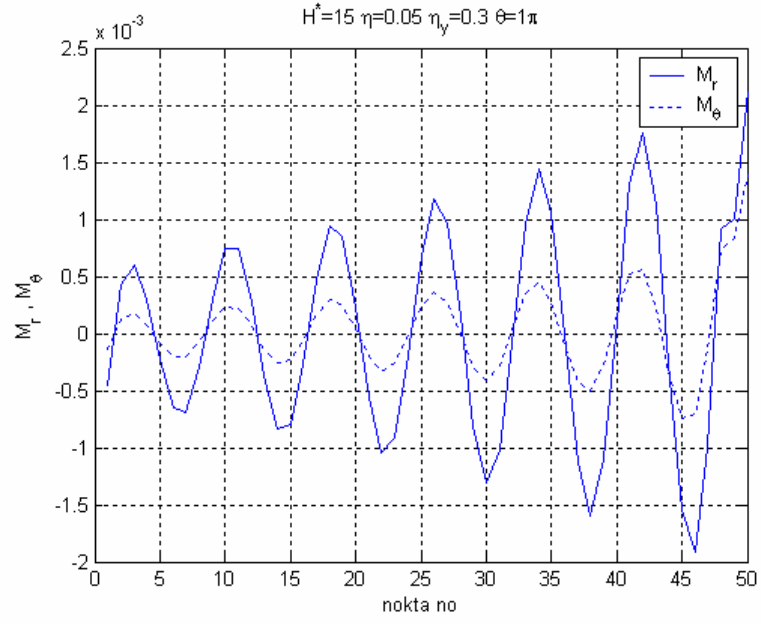
Şekil 6.25 Kesit tesirleri



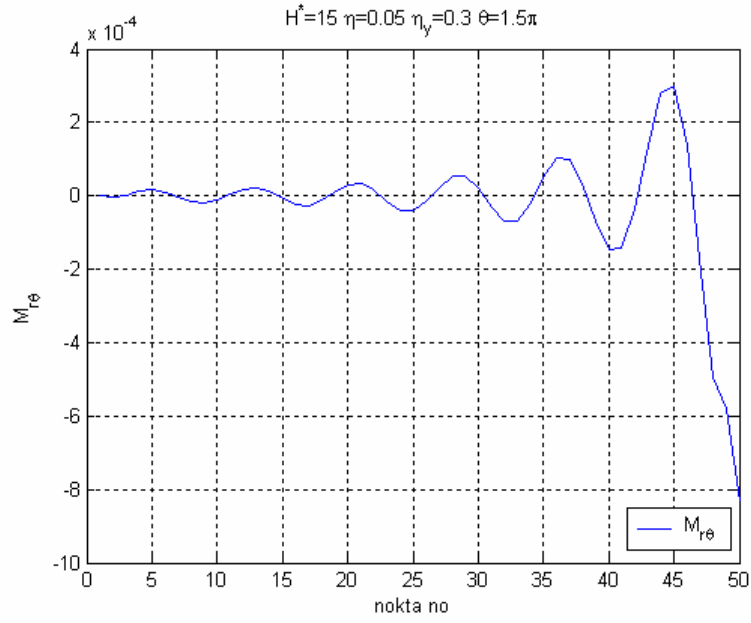
Şekil 6.26 Kesit tesirleri



Şekil 6.27 Kesit tesirleri



Şekil 6.28 Kesit tesirleri



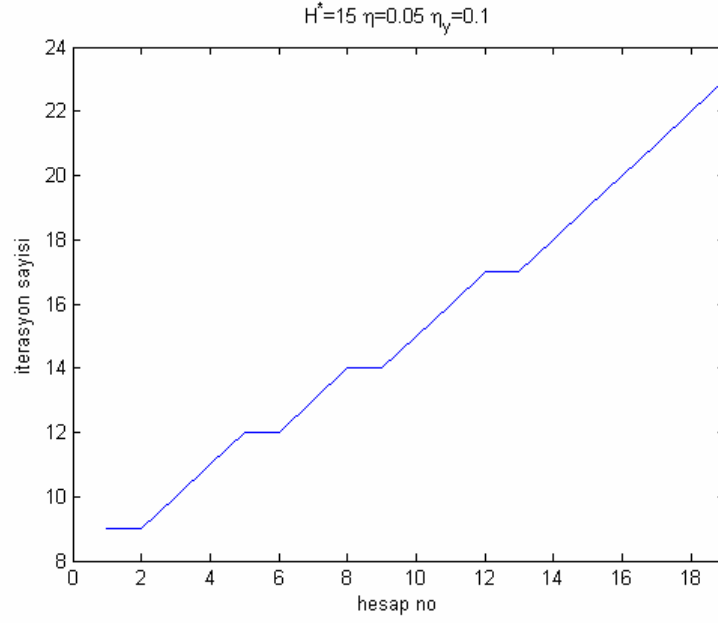
Şekil 6.29 Kesit tesirleri

6.1.3 Sonuçların değerlendirilmesi

Şekil 6.2-6.21 yardımıyla, simetrik ilkel kusurlu kabuk için aşağıdaki yargılara varılabilir:

- η ve η_y sabitken, H^* azaldıkça kritik yük artmaktadır.
- H^* ve η_y sabitken, η azaldıkça kritik yük de azalmaktadır.
- H^* ve η sabitken, η_y azaldıkça kritik yük de azalmaktadır.

Simetrik ilkel kusurun, Şekil 5.23’de görülen kusursuz duruma göre iterasyon sayılarını arttırdığı Şekil 6.30’da görülmektedir.



Şekil 6.30 İterasyon sayıları

6.2 Asimetrik ilkel kusur durumu

Asimetrik ilkel kusur durumunda z - ξ ifadesi

$$z = H(1 - \xi^2) - \mu C_{11}^0 t \xi (1 - \xi^2)^2 \cos \theta \quad (6.5)$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Yamada, 1985). Burada μ asimetrik ilkel kusur çarpanıdır.

Asimetrik ilkel kusur parametresi “ μ ” nün tanım aralığı:

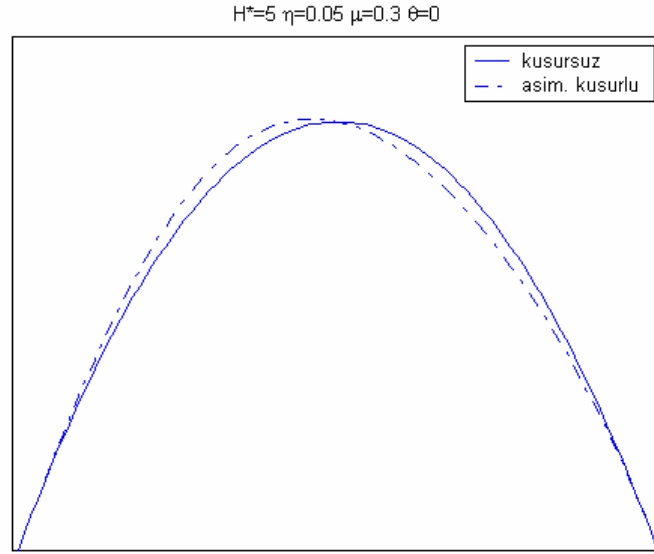
$$0.3 \geq \mu \geq -0.3$$

şeklinde seçilmiştir (Yamada, 1985).

$\mu = 0$ iken (6.5) ifadesi, kusursuz duruma karşı gelmektedir. Asimetrik ilkel kusur durumunda ortaya çıkan skaler sabit

$$C_{11}^0 = \frac{25}{16} \sqrt{5} \quad (6.6)$$

olarak verilmiştir (Yamada, 1985). Asimetrik ilkel kusurun temsili gösterimi Şekil 6.31’de görülmektedir.



Şekil 6.31 Kusursuz/asimetrik kusurlu kabuk geometrisi

6.2.1 Kritik yük değerleri

η , H^* ve μ parametrelerinin farklı değerlerine göre kritik yükün aldığı değerler Çizelge 6.2’de gösterilmektedir.

Çizelge 6.2 AKK için q_k değerleri (AY)

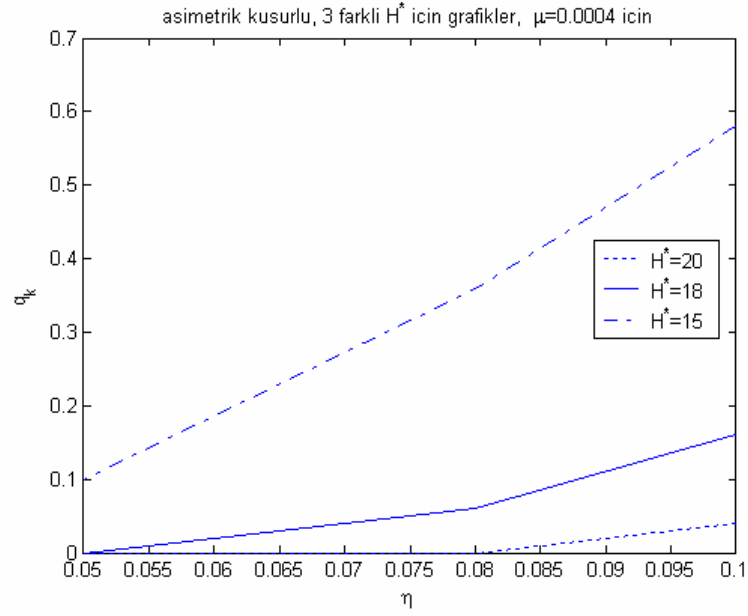
q_k	H^*	η	μ
0.04	20	0.10	0.0004
0.00	20	0.08	0.0004
0.00	20	0.05	0.0004
0.08	20	0.10	0.0003
0.02	20	0.08	0.0003
0.00	20	0.05	0.0003
0.12	20	0.10	0.0002
0.06	20	0.08	0.0002

0.00	20	0.05	0.0002
0.36	20	0.10	-0.0002
0.26	20	0.08	-0.0002
0.16	20	0.05	-0.0002
0.40	20	0.10	-0.0003
0.30	20	0.08	-0.0003
0.20	20	0.05	-0.0003
0.42	20	0.10	-0.0004
0.34	20	0.08	-0.0004
0.24	20	0.05	-0.0004
0.16	18	0.10	0.0004
0.06	18	0.08	0.0004
0.00	18	0.05	0.0004
0.20	18	0.10	0.0003
0.12	18	0.08	0.0003
0.00	18	0.05	0.0003
0.24	18	0.10	0.0002
0.16	18	0.08	0.0002
0.02	18	0.05	0.0002
0.50	18	0.10	-0.0002
0.46	18	0.08	-0.0002
0.24	18	0.05	-0.0002
0.60	18	0.10	-0.0003

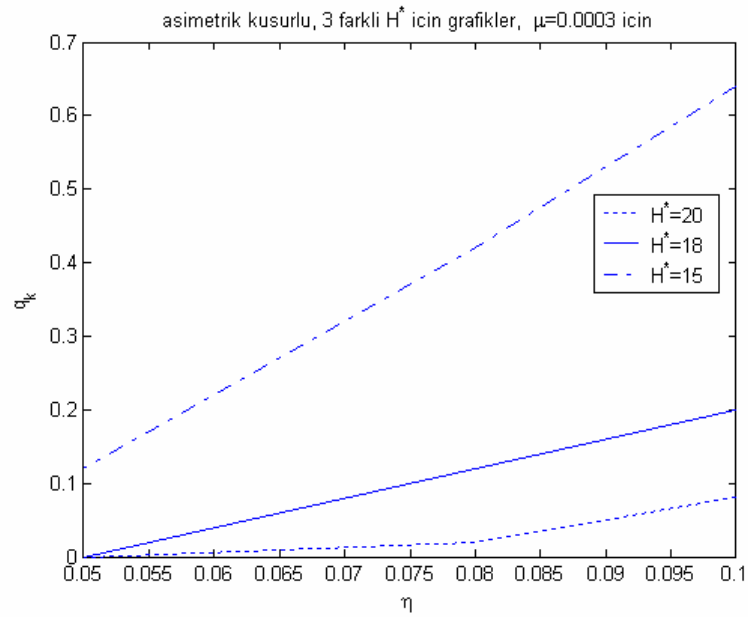
0.50	18	0.08	-0.0003
0.30	18	0.05	-0.0003
0.70	18	0.10	-0.0004
0.52	18	0.08	-0.0004
0.34	18	0.05	-0.0004
0.58	15	0.10	0.0004
0.36	15	0.08	0.0004
0.10	15	0.05	0.0004
0.64	15	0.10	0.0003
0.42	15	0.08	0.0003
0.12	15	0.05	0.0003
0.72	15	0.10	0.0002
0.50	15	0.08	0.0002
0.20	15	0.05	0.0002
1.08	15	0.10	-0.0002
0.86	15	0.08	-0.0002
0.60	15	0.05	-0.0002
1.16	15	0.10	-0.0003
0.96	15	0.08	-0.0003
0.64	15	0.05	-0.0003
1.28	15	0.10	-0.0004
1.08	15	0.08	-0.0004
0.70	15	0.05	-0.0004

Çizelge 6.2'den yararlanarak çizilen grafikler (Şekil 6.32-6.51); H^* , η , μ parametrelerinin kritik yük üzerindeki etkisini ortaya koymaktadır.

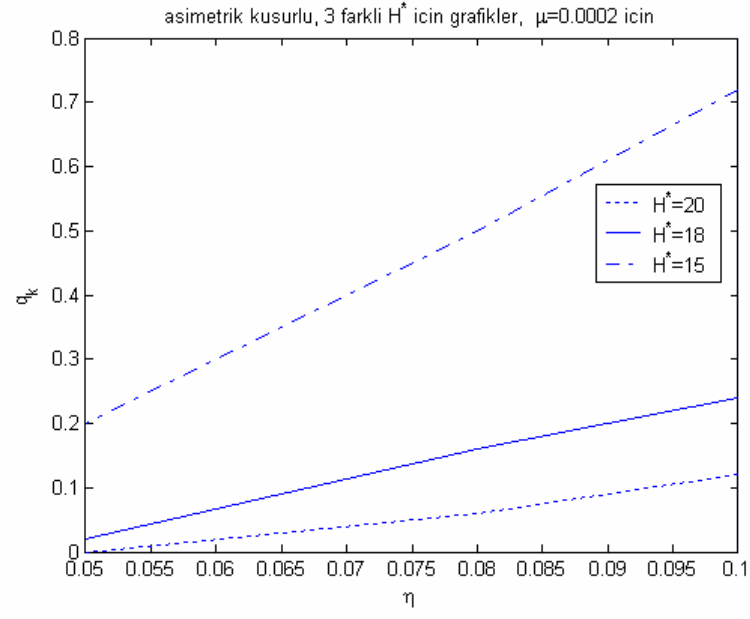
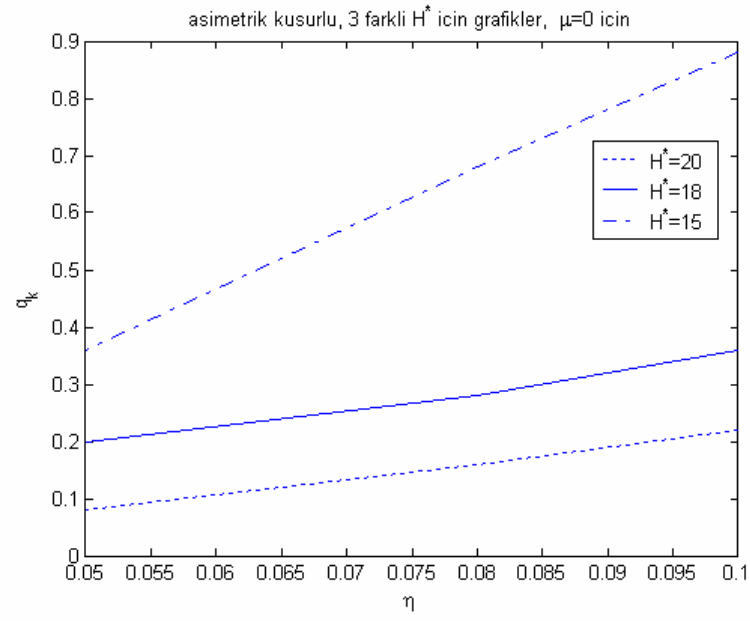
Şekil 6.32-6.38'de; H^* ve μ sabit tutularak, η - q_k grafiği çizilmiştir.

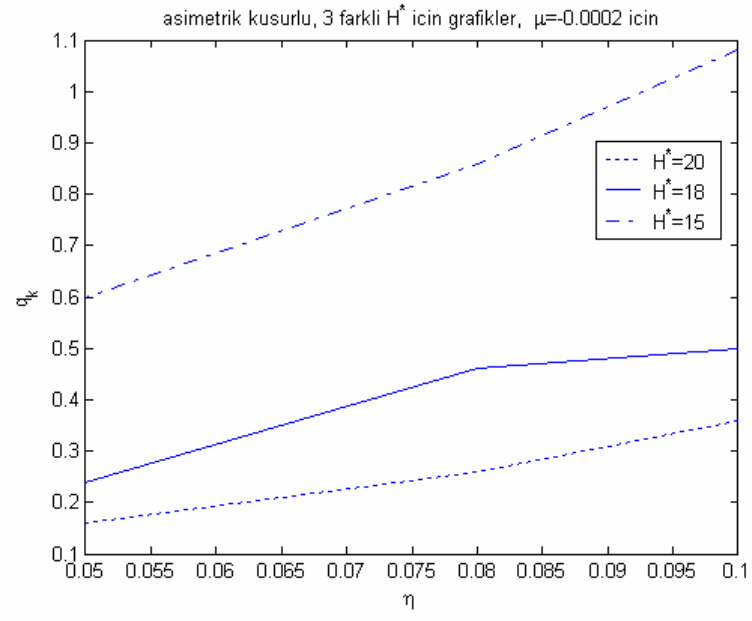
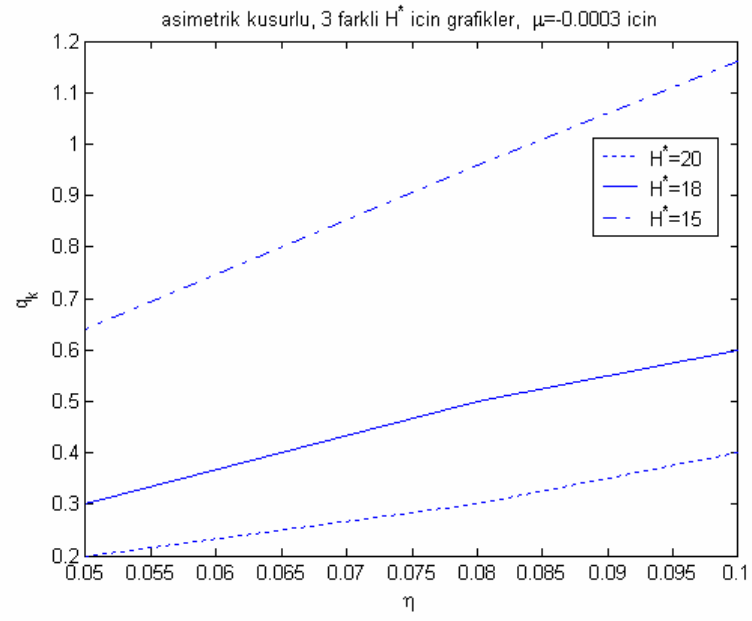


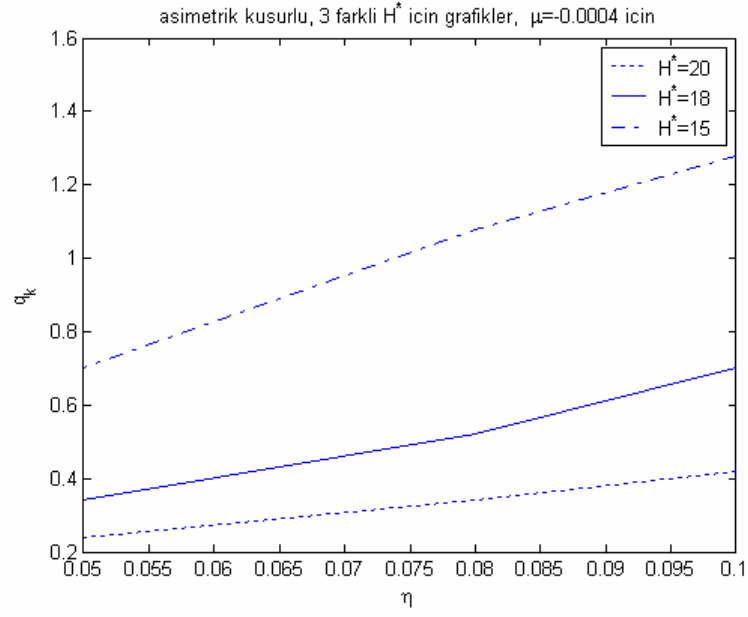
Şekil 6.32 η - q_k grafiği



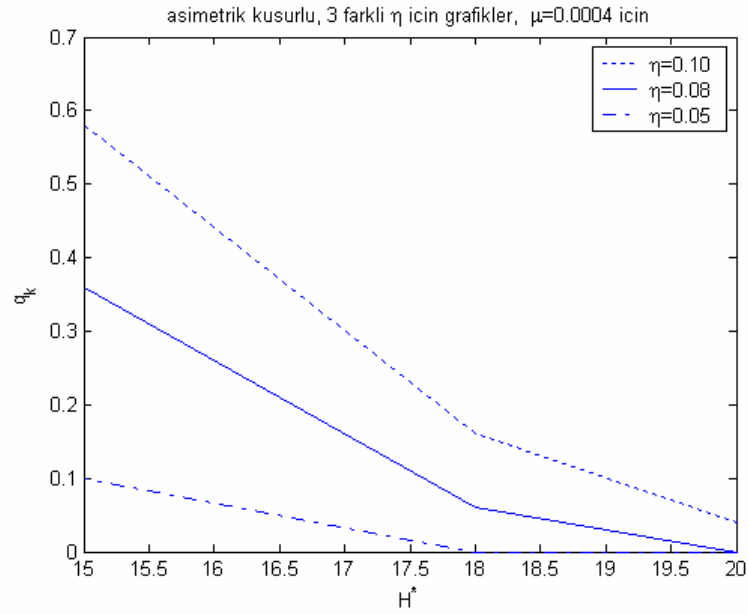
Şekil 6.33 η - q_k grafiği

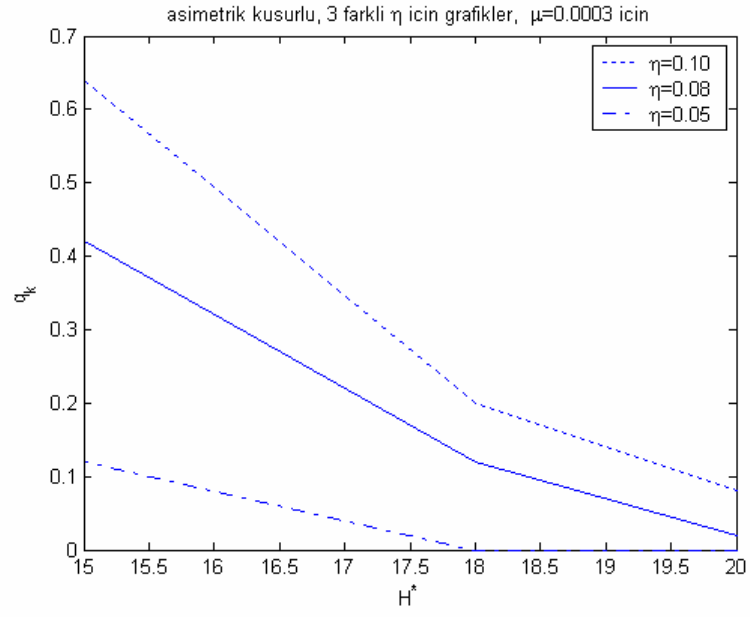
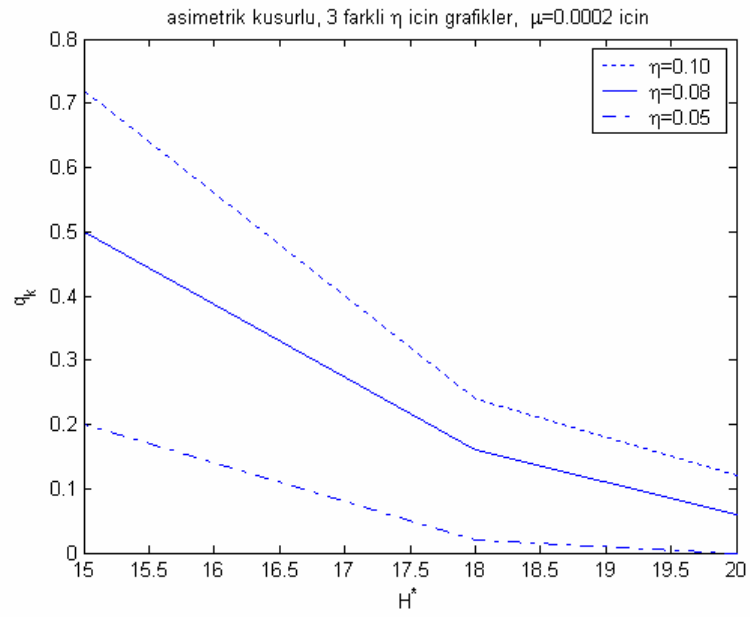
Şekil 6.34 η - q_k grafiğiŞekil 6.35 η - q_k grafiği

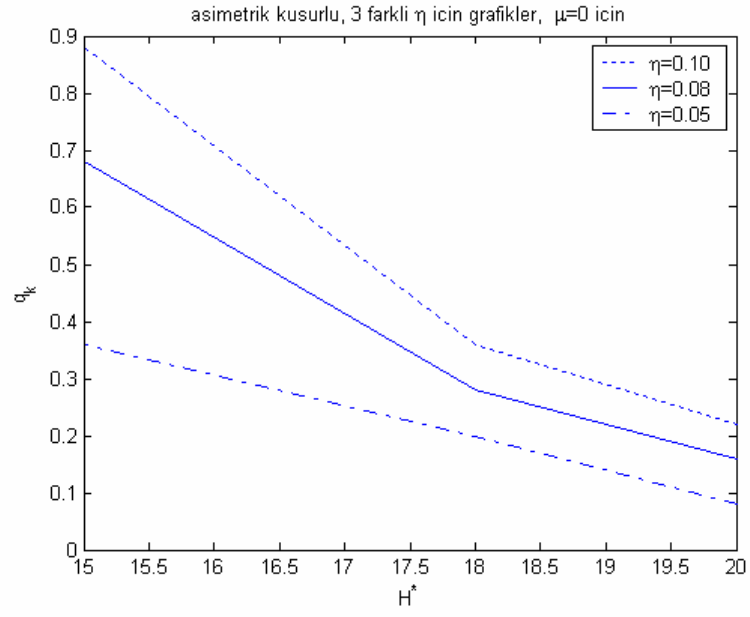
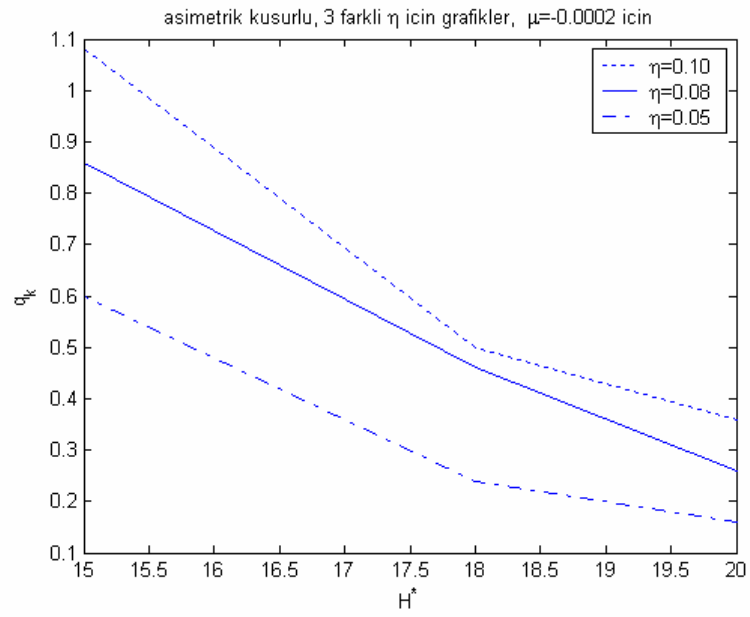
Şekil 6.36 η - q_k grafiğiŞekil 6.37 η - q_k grafiği

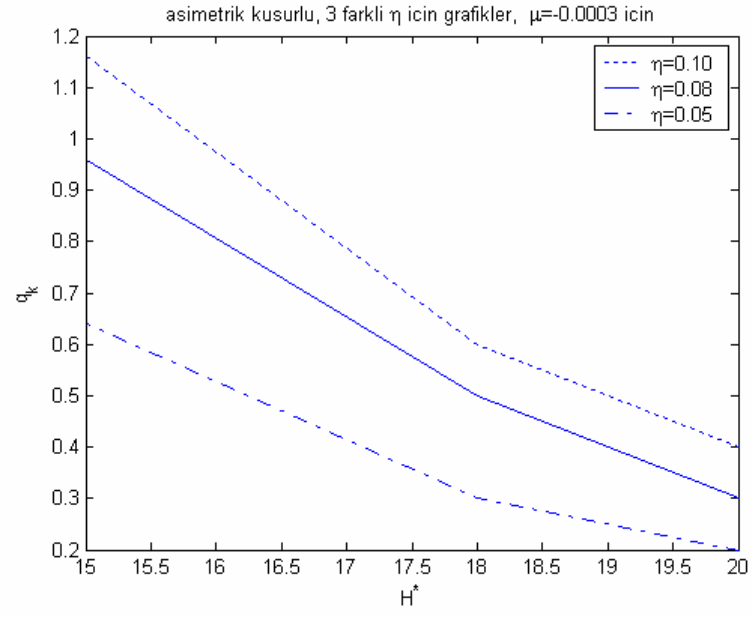
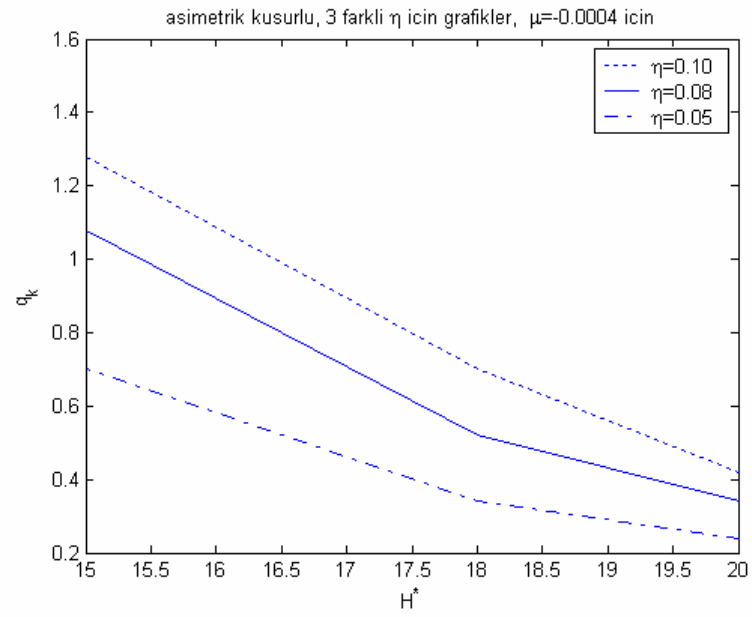
Şekil 6.38 η - q_k grafiği

Şekil 6.39-6.45; η ve μ sabitken, H^* - q_k değişimini göstermektedir.

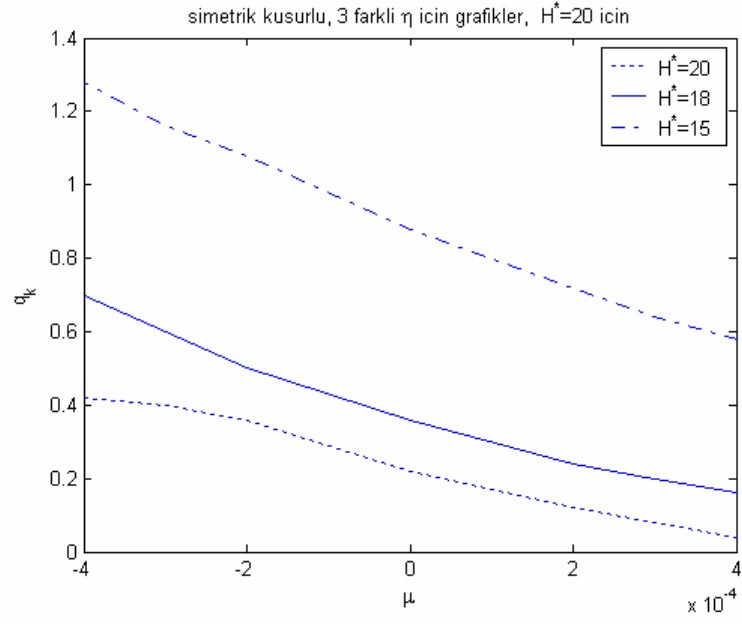
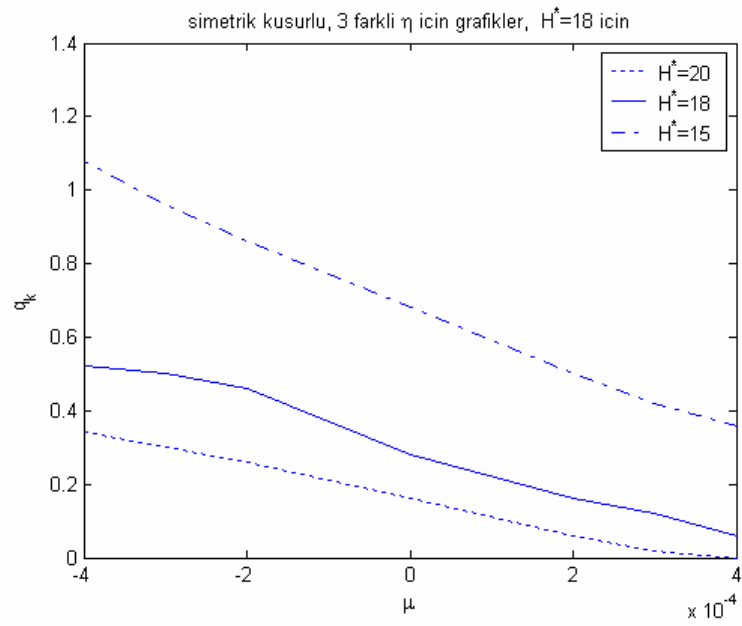
Şekil 6.39 H^* - q_k grafiği

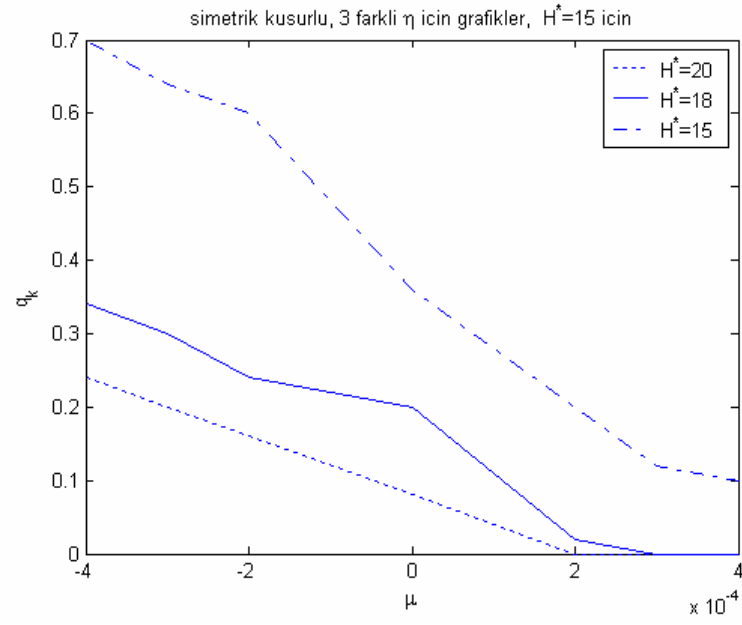
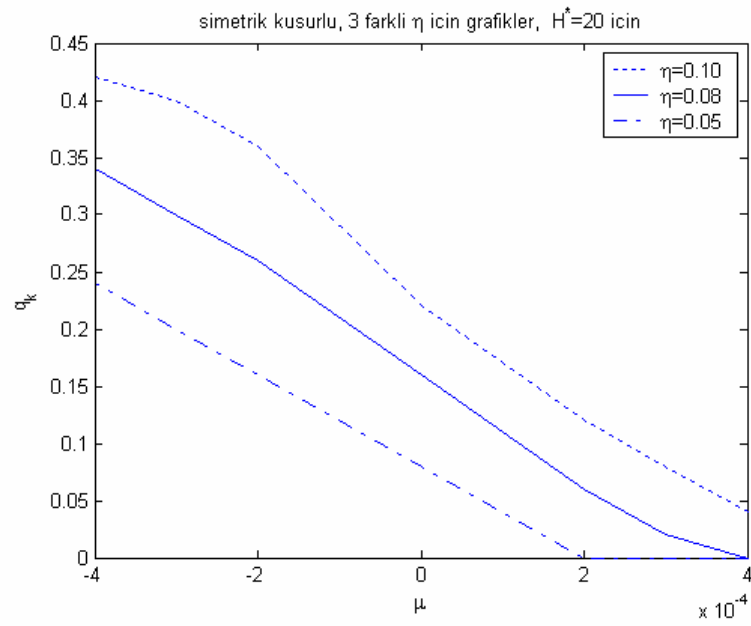
Şekil 6.40 H^* - q_k grafiğiŞekil 6.41 H^* - q_k grafiği

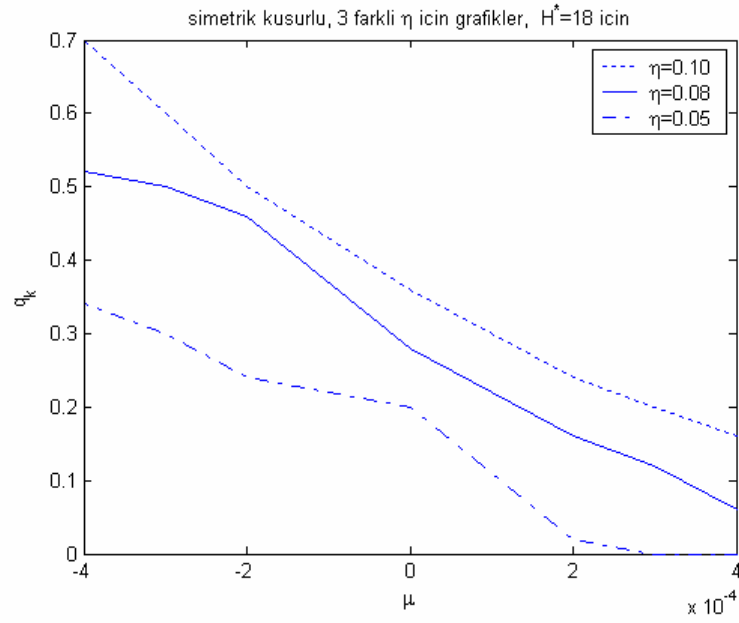
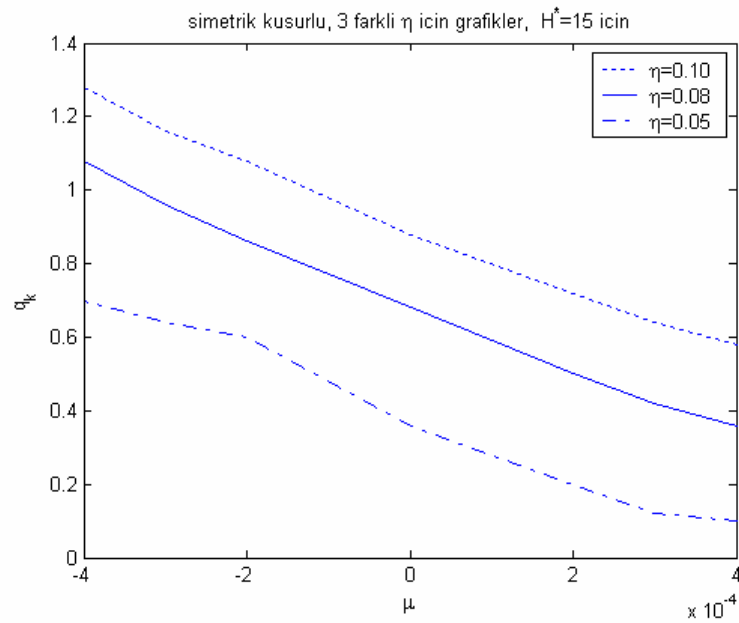
Şekil 6.42 H^* - q_k grafiğiŞekil 6.43 H^* - q_k grafiği

Şekil 6.44 H^* - q_k grafiğiŞekil 6.45 H^* - q_k grafiği

Şekil 6.46-6.51’de ise, η ve H^* sabit tutulup, μ - q_k grafiği çizilmiştir.

Şekil 6.46 μ - q_k grafiğiŞekil 6.47 μ - q_k grafiği

Şekil 6.48 μ - q_k grafiğiŞekil 6.49 μ - q_k grafiği

Şekil 6.50 μ - q_k grafiğiŞekil 6.51 μ - q_k grafiği

6.2.2 Kesit tesirleri

Asimetrik ilkel kusur durumunda (3.77-3.79) denklemlerinde görülen boyutsuz normal kuvvet ifadeleri sırasıyla

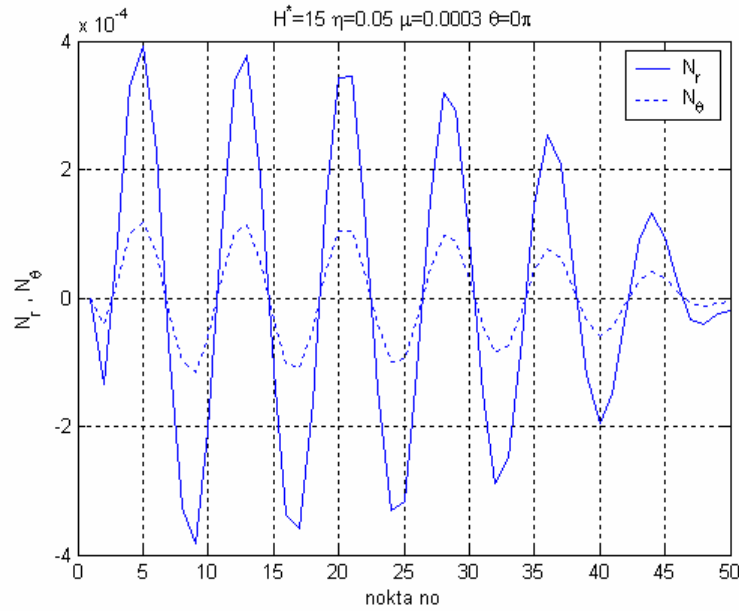
$$N_r^{\oplus*} = \left[\begin{aligned} & \frac{\partial u_0^*}{\partial \xi} + 2\xi H^* \beta_0^* + \frac{1}{2} \mu C_{11}^0 (1 - \xi^2)(1 - 5\xi^2) \beta_1^* + \frac{1}{2} (\beta_0^*)^2 + \frac{1}{4} (\beta_1^*)^2 + \\ & \frac{\nu}{\xi} u_0^* + \frac{\nu}{2\xi} \mu C_{11}^0 (1 - \xi^2)^2 w_1^* + \frac{\nu}{4\xi^2} (w_1^*)^2 + \\ & \left(\frac{\partial u_1^*}{\partial \xi} + 2\xi H^* \beta_1^* + \mu C_{11}^0 (1 - \xi^2)(1 - 5\xi^2) \beta_0^* + \beta_0^* \beta_1^* + \frac{\nu}{\xi} u_1^* + \frac{\nu}{\xi} v_1^* \right) \cos \theta \end{aligned} \right], \quad (6.7)$$

$$N_\theta^{\oplus*} = \left[\begin{aligned} & \frac{1}{\xi} u_0^* + \frac{1}{2\xi} \mu C_{11}^0 (1 - \xi^2)^2 w_1^* + \frac{1}{4\xi^2} (w_1^*)^2 + \nu \frac{\partial u_0^*}{\partial \xi} + 2\nu \xi H^* \beta_0^* + \\ & \frac{\nu}{2} \mu C_{11}^0 (1 - \xi^2)(1 - 5\xi^2) \beta_1^* + \frac{\nu}{2} (\beta_0^*)^2 + \frac{\nu}{4} (\beta_1^*)^2 + \\ & \left(\frac{1}{\xi} u_1^* + \frac{1}{\xi} (v_1^*)^2 + \nu \frac{\partial u_1^*}{\partial \xi} + 2\nu \xi H^* \beta_1^* + \nu \mu C_{11}^0 (1 - \xi^2)(1 - 5\xi^2) \beta_0^* + \nu \beta_0^* \beta_1^* \right) \cos \theta \end{aligned} \right], \quad (6.8)$$

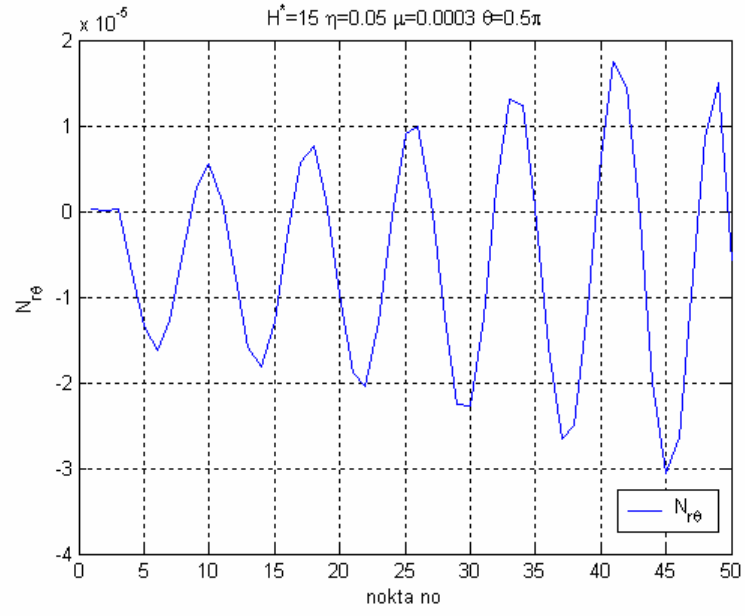
$$N_{r\theta}^{\oplus*} = \left[\frac{1}{\xi} u_1^* + \frac{1}{\xi} v_1^* - \frac{\partial v_1^*}{\partial \xi} - \mu C_{11}^0 (1 - \xi^2)^2 \beta_0^* + 2H^* w_1^* + \frac{1}{\xi} w_1^* \beta_0^* \right] \sin \theta \quad (6.9)$$

olmaktadır. (3.80-3.82) eşitlikleri ise değişikliğe uğramamaktadır.

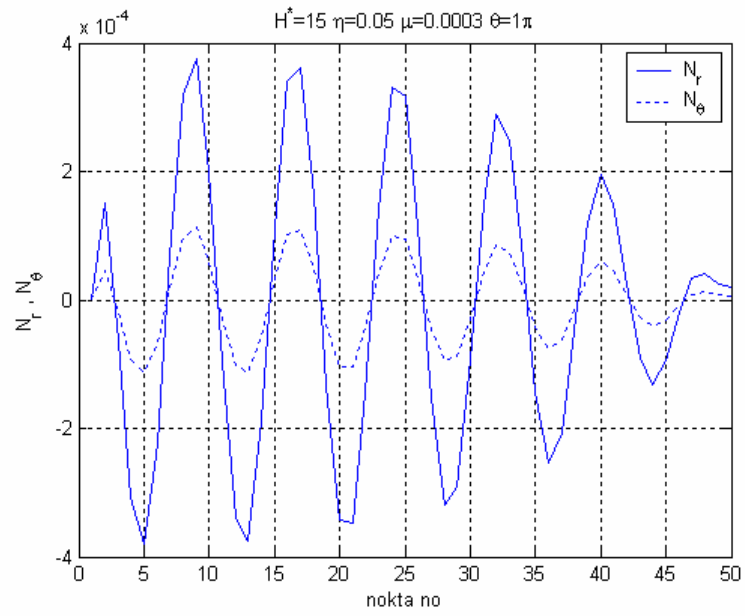
Şekil 6.52-6.59'de $H^*=15$, $\eta=0.05$ için asimetrik ilkel kusurlu kabuktaki kesit tesirleri görülmektedir. Bu değerler, $q_1^*=0.2$ için hesaplanmıştır. Grafiklerde yatay eksen mesnetten tepe noktasına doğru artan sıradadır. Tüm çizimler dört farklı θ açısı için yapılmıştır.



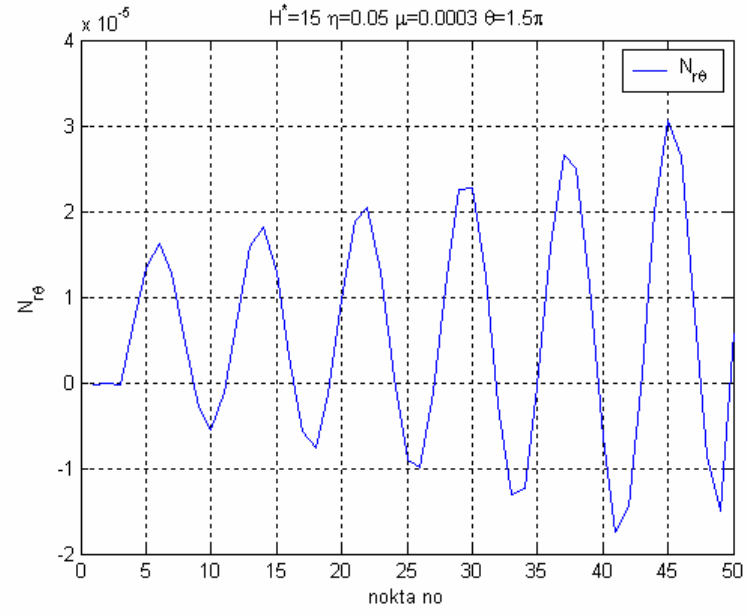
Şekil 6.52 Kesit tesirleri



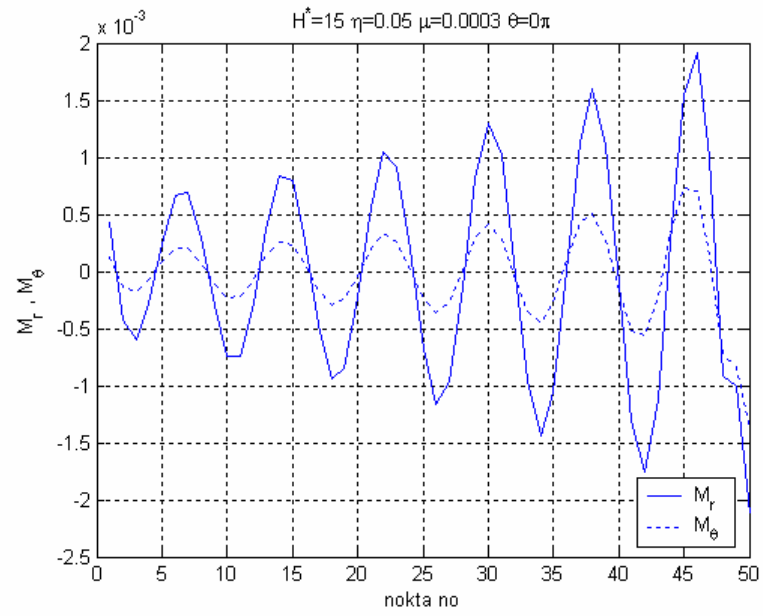
Şekil 6.53 Kesit tesirleri



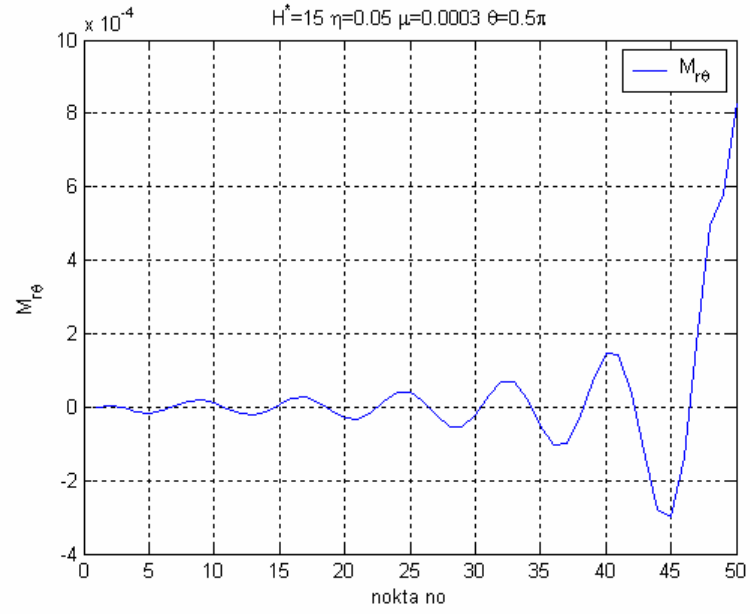
Şekil 6.54 Kesit tesirleri



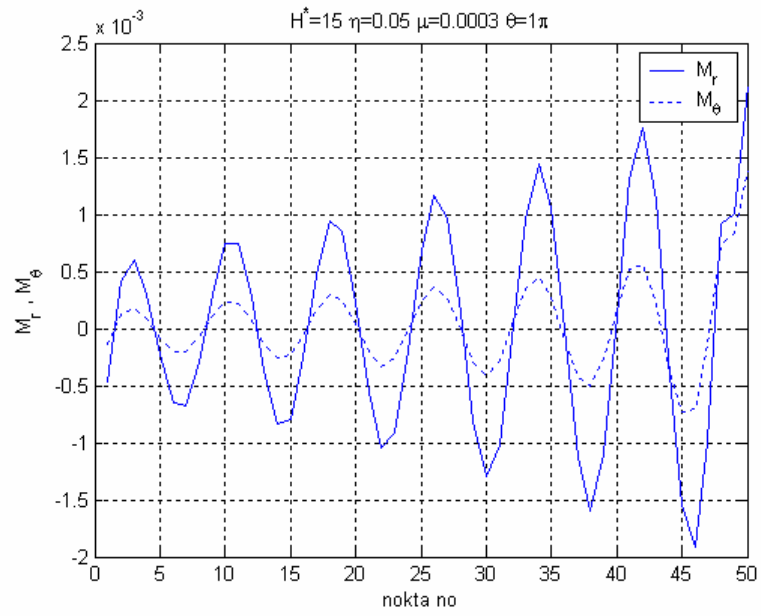
Şekil 6.55 Kesit tesirleri



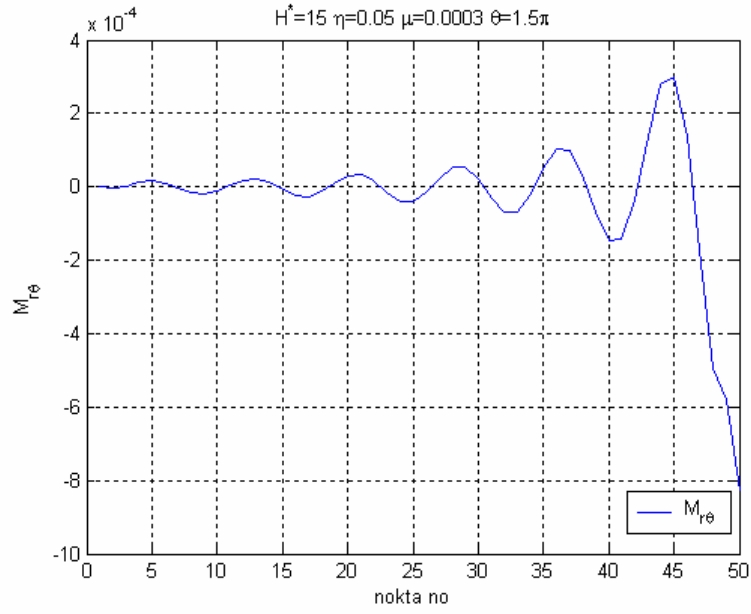
Şekil 6.56 Kesit tesirleri



Şekil 6.57 Kesit tesirleri



Şekil 6.58 Kesit tesirleri



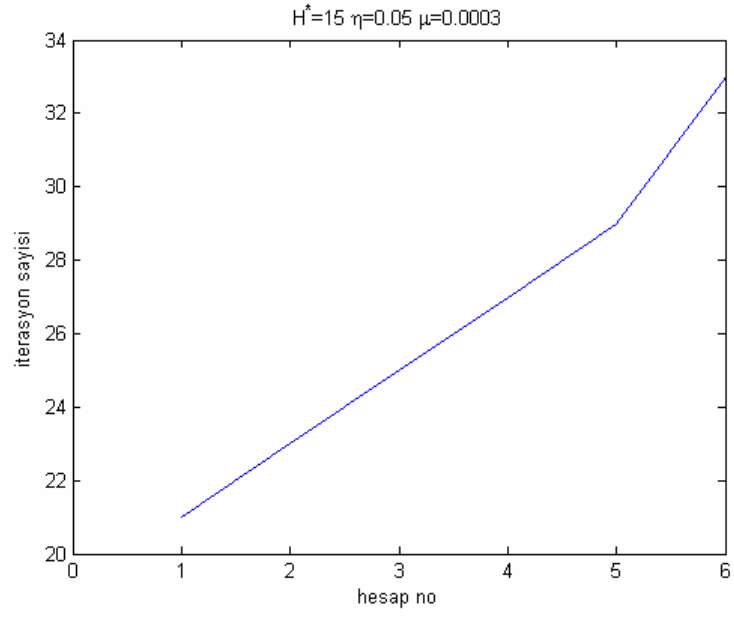
Şekil 6.59 Kesit tesirleri

6.2.3 Sonuçların değerlendirilmesi

Şekil 6.32-6.51 yardımıyla, asimetrik ilkel kusurlu kabuk için aşağıdaki yargılara varılabilir:

- η ve μ sabitken, H^* azaldıkça kritik yük artmaktadır.
- H^* ve μ sabitken, η azaldıkça kritik yük de azalmaktadır.
- H^* ve η sabitken, μ azaldıkça kritik yük artmaktadır.

Şekil 6.60'da görüldüğü gibi asimetrik kusur durumunda iterasyon sayıları, Şekil 6.30'da görülen simetrik kusurlu duruma göre daha da artmaktadır.



Şekil 6.60 İterasyon sayıları

7. SONUÇLAR VE DEĞERLENDİRME

Yükseklikle değişen antimetrik yayılı yük etkisindeki sıg küresel kabukların çeşitli parametrelerin değişimine göre karşılaştırmalı olarak geometrik doğrusal olmayan analizinin yapıldığı bu çalışmada; kullanılan kısmi türevli diferansiyel denklemlerin analitik çözümü bulunmadığından, ilgili alanda yapılmış çalışmalarda olduğu gibi, bu çalışmada da sayısal yöntemlere başvurulmuştur. Saatler süren bilgisayar çalışma süresi ve bilgisayar hafıza problemleri, zaten oldukça karmaşık yapıda olan problemi daha da girift bir şekle sokmuştur. Çalışma boyunca bir yandan, optimum hassaslıkta sonuç elde edilmeye çalışılmış, diğer yandan da bulunan değerlerin sağlıklı olarak yorumlanması amaçlanmıştır. Çalışmada, sonucun hassaslığını etkileyen kriterler aşağıda özetlenmektedir:

- Kantorovich yönteminde seçilen test fonksiyonu
- sonlu fark yöntemi kullanılan doğrultuda seçilen nokta sayısı
- Newton yönteminde kabul edilen hata değeri
- dış yük için seçilen artım miktarı
- bilgisayar kapasitesi ve çalışma süresi

Çözüm aşamasında, θ ya göre olan türevlerin ortadan kaldırılmasında iki terimli Kantorovich yöntemi kullanılmıştır. Elde edilmiş olan sıradan diferansiyel denklemler, sonlu farklar yöntemiyle cebirsel denklemlere dönüştürülmüştür. Şekil 3.1’de görüldüğü gibi radyal doğrultuda ilk nokta mesnet, son nokta da tepe noktası olmak üzere eşit adım aralığında toplam 51 nokta belirlenmiştir. Nokta sayısı belirlenirken, yeterli hassaslıktan mümkün olduğunca taviz vermeksizin bilgisayar kapasitesinin elverdiği sınırlar içinde optimum sayı hedeflenmiştir. Non-linear formdaki cebirsel denklemlerin çözümünde iteratif bir yöntem olan Newton-Raphson yöntemi kullanılmıştır. Ardışık 4 iterasyon sonunda sayısal çözümün ıraksaması durumunda işleme son verilmiş ve yakınsayarak bulunan en büyük q değeri tabloya işlenmiştir. Her noktada yer değiştirme bileşenleri hesaplanmış ve dış yük-yer değiştirme grafikleri çizilmiştir.

İlk olarak kalınlık ve basıklık parametrelerinin (sırasıyla H^* ve η) kritik yüke olan etkisi incelenmiştir. Burada, yükün dönel simetrik düzgün yayılı veya antimetrik olması durumlarında, ilgili parametrelerin etkileri hakkında fikir sahibi olmak amaçlanmıştır. Sözü edilen iki farklı yükleme durumuna ait çözümde izlenen düşünce, aynı olmamakla birlikte genel anlamda farklılığı ortaya koymak açısından faydalı bir girişim olarak görülmektedir. Daha açık ifade edersek;

i) dönel simetrik düzgün yayılı yüklü durumda, yer değiştirme bileşenlerinden biri dışarıdan verilmiş ve dış yük bilinmeyenler arasına konularak hesaplanmıştır. Bunun doğal sonucu

olarak iki avantaj elde edilmiştir:

- 1) w-q grafiklerinde tipik vurgu stabilitesi durumuna karşı gelen eğriler elde edilmiş ve eğrinin ilk tepe noktasına karşı gelen q değerleri tabloda kritik yük olarak belirtilmiştir.
- 2) w-q eğrisinin ilk ekstremum yaptığı yerin bulunmasında ender olarak yakınsama problemiyle karşılaşmıştır. Bu durum, burkulma sonrası davranışın da incelenemesine olanak tanır niteliktedir. Çözümde ulaşmada gereken iterasyon sayısının, antimetrik yükleme durumuna göre oldukça az olması da dikkat çekici bir özelliktir.

Dönel simetrik düzgün yayılı yüklü sığ küresel kabukta maksimum çökmenin yeri kalınlık ve basıklık parametrelerinin aldığı değere göre değişmiştir. Bu sonuç, literatürdeki bulgularla paralellik taşımaktadır (Huang, 1964).

ii) antimetrik yükleme durumunda ise, dış yük dışardan verilmiş ve yakınsayarak bulunan en büyük q değeri kritik yük olarak tabloya işlenmiştir. Dolayısıyla, w-q eğrisinin tepe noktasına tam olarak ulaşamamış fakat yeterince yakinken ortaya çıkması beklenen yakınsamama durumuyla karşılaşınca işlem durdurulmuştur. Yakınsama hızının çok düşük olmasından ve sadece tek bir q değerinin bulunması için günler geçmesi gerektiğinden, dış yükün bilinmeyenler arasına konması düşüncesi tamamen teknik nedenler yüzünden işlerlik kazanamamıştır.

Antimetrik yükleme durumu için kusurlu veya kusursuz kabuklar için boyutsuz dış yük değeri sıfırdan itibaren 2×10^{-2} lik artımlarla büyütülmüş ve yeterli yakınsama sağlayarak işlem gören en büyük q^* değeri kritik yük olarak belirlenmiştir. Yerdeğiştirme ve kesit tesiri grafikleri $\theta=0$, $\theta=90$, $\theta=180$, $\theta=270$ derece olmak üzere dört farklı açı için hesaplanmıştır.

İlkel kusurun etkisini de dikkate alarak, yükseklik ve basıklık parametrelerinin aldığı çeşitli değerler için kritik yükün değişimi grafik olarak gösterilmiştir. Dönel simetrik ve asimetrik ilkel kusurun kritik yükü ne yönde etkilediği de çizelgelerle belirtilmiştir.

Çizelge 5.1, 6.1 ve 6.2'den elde edilebilecek sonuçlar aşağıda özetlenebilir:

i) Kusursuz kabuk için

- η sabitken, H^* azaldıkça kritik yük artmaktadır.
- H^* sabitken, η azaldıkça kritik yük de azalmaktadır.
- $H^* = 10$ için burkulma olmamakta ve grafiğin tepe noktası bulunmamaktadır.

ii) Simetrik ilkel kusurlu kabuk için

- η ve η_y sabitken, H^* azaldıkça kritik yük artmaktadır.

- H^* ve η_y sabitken, η azaldıkça kritik yük de azalmaktadır.
- H^* ve η sabitken, η_y azaldıkça kritik yük de azalmaktadır.

iii) Asimetrik ilkel kusurlu kabuk için

- η ve μ sabitken, H^* azaldıkça kritik yük artmaktadır.
- H^* ve μ sabitken, η azaldıkça kritik yük de azalmaktadır.
- H^* ve η sabitken, μ azaldıkça kritik yük artmaktadır.

Elde edilen sonuçlar, ek olarak Çizelge 7.1-7.3’de toplu olarak sunulmaktadır.

Çizelge 7.1 Sonuçlar (AY - KK)

η	H^*	q_k
$\leftrightarrow$	$\downarrow$	$\uparrow$
$\downarrow$	$\leftrightarrow$	$\downarrow$

Çizelge 7.2 Sonuçlar (AY - SKK)

η_y	η	H^*	q_k
$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\downarrow$	$\uparrow$
$\leftrightarrow$	$\downarrow$	$\leftrightarrow$	$\downarrow$
$\downarrow$	$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\downarrow$

Çizelge 7.3 Sonuçlar (AY - AKK)

μ	η	H^*	q_k
$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\downarrow$	$\uparrow$
$\leftrightarrow$	$\downarrow$	$\leftrightarrow$	$\downarrow$
$\downarrow$	$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\uparrow$

Çizelge 7.1-7.3’de görülen semboller, Çizelge 7.4’de açıklanmaktadır:

Çizelge 7.4 Semboller

↑	↓	↔
artma	azalma	sabit

Çizelge 5.1, 6.1 ve 6.2'den elde edilebilecek sonuçların boyutlu değişkenlere uyarlanmış şekli ise aşağıda özetlenebilir:

i) Kusursuz kabuk için

- H ve a sabitken, t arttıkça kritik yük de artmaktadır.
- H ve t sabitken, a arttıkça kritik yük azalmaktadır.

ii) Simetrik ilkel kusurlu kabuk için

- H, a ve η_y sabitken, t arttıkça kritik yük de artmaktadır.
- H, t ve η_y sabitken, a arttıkça kritik yük azalmaktadır.
- H, a ve t sabitken, η_y azaldıkça kritik yük de azalmaktadır.

iii) Asimetrik ilkel kusurlu kabuk için

- H, a ve μ sabitken, t arttıkça kritik yük de artmaktadır.
- H, t ve μ sabitken, a arttıkça kritik yük azalmaktadır.
- H, a ve t sabitken, μ azaldıkça kritik yük artmaktadır.

Elde edilen sonuçlar, ek olarak Çizelge 7.5-7.7'de toplu olarak sunulmaktadır.

Çizelge 7.5 Sonuçlar (AY - KK)

H	a	t	q_k
↔	↔	↑	↑
↔	↑	↔	↓

Çizelge 7.6 Sonuçlar (AY - SKK)

H	a	t	η_y	q_k
↔	↔	↑	↔	↑
↔	↑	↔	↔	↓
↔	↔	↔	↓	↓

Çizelge 7.7 Sonuçlar (AY - AKK)

H	a	t	μ	q_k
$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\uparrow$	$\leftrightarrow$	$\uparrow$
$\leftrightarrow$	$\uparrow$	$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\downarrow$
$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\leftrightarrow$	$\downarrow$	$\uparrow$

KAYNAKLAR

- Akkaş N., Odeh G., (2001), "A Novel Snap-through Buckling Behaviour of Axisymmetric Shallow Shells with Possible Application in Transducer Design", *Computers and Structures*, 79: 2579-2585
- Başar Y., (1974), *Die Numerische Behandlung der Lineare und der Nichtlinearen Biegetheorie von Rotationsschalen*, Institut für Konstruktiven Ingenierbau Ruhr-Universitaet, Bochum.
- Brodland G. W., Cohen H., (1987), "Deflection and Snapping of Spherical Caps", *Int. J. of Solids and Structures*, Vol. 23, No. 10: 1341-1356.
- Btachut J, (2005), "Buckling of Shallow Spherical Caps Subjected to External Pressure", *J. of Applied Mechanics – Transactions of the ASME*, Vol. 72, No. 5: 803-806.
- Chen S. L., LiQ. Z. (2004), "Free-Parameter Perturbation Method Solutions of the Nonlinear Stability of Shallow Spherical Shells", *Applied Mathematics and Mechanics – English Edition*, Vol. 25, No. 9: 963-970.
- Dikmen M., (1982), *Theory of Thin Elastic Shells*, Pitman, Boston.
- Famili J., Archeri R. R., (1965), "Finite Asymmetric Deformation of Shallow Spherical Shells", *AIAA Journal*, Vol. 3, No. 2: 506-510.
- Flügge W., (1967), *Stresses in Shells*, Springer, New York.
- Girkmann K., (1965), *Yüzeysel Taşıyıcı Sistemler*, Matbaa Teknisyenleri Basımevi, İstanbul.
- Goldberg J. E., Pathak D. V., (1984), "Natural Draught Cooling Towers", *Proceedings of the 2. International Symposium*, Ruhr-Universitaet, Bochum.
- Grigolyuk E. I., Lopanitsyn Ye. A., (2003), "The Non-Axisymmetric Postbuckling Behavior of Shallow Spherical Domes", *J. Of Applied Mechanics*, Vol. 67, No. 6: 809-818.
- Hildebrand F. B., (1965), *Methods of Applied Mathematics*, Prentice Hall, Inc., New Jersey.
- Huang, N., (1964), "Unsymmetrical Buckling of Thin Shallow Spherical Shells", *J. Of Applied Mechanics*, September: 447-457.
- İnan M., (1970), *Cisimlerin Mukavemeti*, Ofset Matbaacılık LTD., İstanbul.
- Kalnins A., (1964), "Analysis of Shells of Revolution Subjected to Symmetrical and Nonsymmetrical Loads", *Transactions of the ASME*, September: 467-476.
- Kantorovich L. V., Krylov V. I., (1964), *Approximate Methods of Higher Analysis*, Interscience Publishers, Inc., New York.
- Li Q. S., J. Liu, J. Tang, (2003), "Buckling of Shallow Spherical Shells Including the Effects of Transverse Shear Deformation", *Int. J. of Mechanical Sciences*, 45(9): 1519-1529.
- Luiz A. D. F., Armando M. A., (2004), "Geometrically Nonlinear Static and Dynamic Analysis of Shells and Plates Using the Eight-Node Hexahedralelement with One-Point Quadrature", *Finite Element Analysis and Design*, 40: 1297-1315.
- Maron M. J., Lopez R. J., (1991), *Numerical Analysis: A Practical Approach*, Wadsworth Publishing Company, California, 207-210.

- Mathews J. H., (1992), Numerical Methods for Mathematics, Science and Engineering, Prentice-Hall International Inc., USA.
- Nie G. H., “Asymptotic Buckling Analysis of Imperfect Shallow Spherical Shells on Non-linear Elastic Foundation”, *Int. J. of Mechanical Sciences*, 43: 543-555.
- Odeh G., (2003), “Nonlinear Dynamics of Shallow Spherical Caps Subjected to Peripheral Loading”, *Nonlinear Dynamics*, 33(2): 155-164.
- Öztürk C., (2005), Kantorovich Yönteminin Bazı Plak Problemlerine Uygulanması, Yüksek Lisans Tezi, YTÜ-Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Pinsky M. A., (1991), Partial Differential Equations and Boundary-Value Problems with Applications, Mc-Graw Hill International Editions, Singapore.
- Sze K. Y., Liu X. H., Lo S. H., (2004), “Popular Benchmark Problems for Geometrical Nonlinear Analysis of Shells”, *Finite Element Analysis and Design*, 40: 1551-1569.
- Szilar R., (1974), Theory and Analysis of Plates, Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- Taber L. A., (1989), “Comparison of Elasticity and Shell Theory Results for Large Deformation of Rubberlike Shells”, *Int. J. of Non-linear Mechanics*, Vol. 24, No. 3: 237-249.
- Thurston, G.A., (1961), “A Numerical Solution of The Nonlinear Equations for Axisymmetric Bending of Shallow Spherical Shells, *J. Of Applied Mechanics*, December: 557-562.
- Wang Y. G., Dai S. L. (2004), “Thermoelastically Coupled Axisymmetric Vibration of Shallow Spherical and Conical Shells”, *Applied Mathematics and Mechanics – English Edition*, Vol. 25, No. 4: 430-439.
- Yamada, S., Uchiyama, K., Yamada, M., (1983), “Experimental Investigation of The Buckling of Shallow Spherical Shells”, *Int. J. Non-Linear Mechanics*, Vol. 18, No. 1: 37-54.
- Yamada, S., Yamada, M., (1985), “Buckling and Postbuckling Behavior of Half-Loaded Shallow Spherical Shells”, *Int. J. Non-Linear Mechanics*, Vol. 20, No. 4: 239-248.
- Zhiming Ye, Jianming Lu, (1998), “Iterative Analytical Solution of Nonlinear Analysis of Shallow Spherical Shell with Computer Algebra Systems -MapleV”, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 163: 383-394.

ÖZGEÇMİŞ

Lisans	1990-1995	Yıldız Teknik Üniversitesi İnşaat Fak. İnşaat Müh. Bölümü
Yüksek Lisans	1995-1998	Yıldız Teknik Üniversitesi FBE İnşaat Müh. Anabilim Dalı, Yapı Programı
Doktora	1998-2005	Yıldız Teknik Üniversitesi FBE İnşaat Müh. Anabilim Dalı, Mekanik Programı
Çalıştığı kurumlar	1996-..	Yıldız Teknik Üniversitesi İnşaat Fak. İnşaat Müh. Bölümü Araştırma Görevlisi