

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**BİR ve İKİ BOYUTTA ETKİN ALAN TEORİSİ ile
DİNAMİK SPİN-1 BLUME-CAPEL MODELİNİN
İNCELENMESİ**

Mehmet Kubilay YILDIZ

**F.B.E. Fizik Anabilim Dalı Fizik Programında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı: Doç. Dr. Tuncer KAYA (YTÜ)

İSTANBUL, 2010

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	iii
KISALTMA LİSTESİ.....	iv
ŞEKİL LİSTESİ.....	iv
ÖNSÖZ.....	vi
ÖZET.....	vii
ABSTRACT.....	viii
1. GİRİŞ.....	1
2 GLAUBER DİNAMİĞİ VE BLUME-CAPEL MODELİ.....	3
2.1 Master Denklem.....	3
2.2 Glauber Dinamiği.....	3
2.3 Blume-Capel Modeli.....	4
3. BİR BOYUT İÇİN EFEKTİF ALAN YAKLAŞIMI.....	14
3.2 Nümerik Çözümler.....	18
4. İKİ BOYUT İÇİN EFEKTİF ALAN YAKLAŞIMI.....	25
4.2 NümerikÇözümler.....	31
5. SONUÇLAR.....	36
KAYNAKLAR.....	37
ÖZGEÇMİŞ.....	38

SİMGE LİSTESİ

D	Kristal alan etkileşim parametresi ya da tek iyon anizotropisi
d	İndirgenmiş kristal alan etkileşim parametresi
ε_{ij}	Örgü Noktasına Bağlı değiş-tokuş etkileşim parametresi
h	Zamana bağlı salınan dış manyetik alan
h_0	Zamana bağlı salınan dış manyetik alan genliği
h_{0r}	İndirgenmiş manyetik alan
J	Değiş-tokuş etkileşim parametresi
k_B	Boltzman Sabiti
m	Manyetizasyon
M	Ortalama manyetizasyon
T	İndirgenmiş sıcaklık
z	Koordinat sayısı
τ	Durulma (rölaksasyon) süresi
Ω	İndirgenmiş açısal frekans
ξ	İndirgenmiş zaman

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil	3.2.1	$h_{0_r} = 0.7$, $d = 0.25$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = \mp 1$ başlangıç değerlerinde $T = 0.2$ ve $T = 0.4$ için manyetizasyonun zamanla değişiminin ortalama alan çözümlerinin eğrileri.....	18
Şekil	3.2.2	$h_{0_r} = 0.7$, $d = 0.25$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = \mp 1$ başlangıç değerlerinde $T = 0.2$ ve $T = 0.4$ için manyetizasyonun zamanla değişiminin efektif alan çözümlerinin eğrileri.....	19
Şekil	3.2.3	$h_{0_r} = 0.7$, $d = 0.25$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = 0$ başlangıç değerlerinde $T = 0.2$ için manyetizasyonun zamanla değişiminin efektif alan çözümlerinin eğrileri.....	19
Şekil	3.2.4	$h_{0_r} = 0.7$, $d = 0.25$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ başlangıç değerlerinde ortalama manyetizasyonun efektif ve ortalama alan çözümlerinden elde edilen eğriler.....	20
Şekil	3.2.5	$h_{0_r} = 0.4$, $d = 0.25$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ başlangıç değerlerinde ortalama manyetizasyonun efektif ve ortalama alan çözümlerinden elde edilen eğriler.....	20
Şekil	3.2.6	$h_{0_r} = 0.2$, $d = -0.525$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ başlangıç değerlerinde ortalama manyetizasyonun efektif ve ortalama alan çözümlerinden elde edilen eğriler.....	21
Şekil	3.2.7	$h_{0_r} = 0.6$, $d = -0.525$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ başlangıç değerlerinde ortalama manyetizasyonun efektif ve ortalama alan çözümlerinden elde edilen eğriler.....	21
Şekil	3.2.8	$h_{0_r} = 0.3$, $d = 0.725$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ başlangıç değerlerinde ortalama manyetizasyonun efektif ve ortalama alan çözümlerinden elde edilen eğriler.....	21
Şekil	3.2.9	$h_{0_r} = 0.8$, $d = 0.725$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ başlangıç değerlerinde ortalama manyetizasyonun efektif ve ortalama alan çözümlerinden elde edilen eğriler.....	22
Şekil	3.2.10	$h_{0_r} = 0.8$, $d = -0.725$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ başlangıç değerlerinde ortalama manyetizasyonun efektif ve ortalama alan çözümlerinden elde edilen eğriler.....	22
Şekil	3.2.11	$h_{0_r} = 0.3$, $d = 0.125$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ başlangıç değerlerinde ortalama manyetizasyonun efektif ve ortalama alan çözümlerinden elde edilen eğriler.....	22
Şekil	3.2.12	$h_{0_r} = 0.3$, $d = -0.125$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ başlangıç değerlerinde ortalama manyetizasyonun efektif ve ortalama alan çözümlerinden elde edilen eğriler.....	23

Şekil	4.2.1	$h_{0_r} = 0.3$, $d = 0.25$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = \mp 1$ başlangıç değerlerinde $T = 0.2$ ve $T = 0.4$ için manyetizasyonun zamanla değişiminin ortalama alan çözümlerinin eğrileri.....	31
Şekil	4.2.2	$h_{0_r} = 0.3$, $d = 0.25$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = \mp 1$ başlangıç değerlerinde $T = 0.2$ ve $T = 0.4$ için manyetizasyonun zamanla değişiminin efektif alan çözümlerinin eğrileri.....	31
Şekil	4.2.3	$h_{0_r} = 0.3$, $d = 0.25$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ başlangıç değerlerinde ortalama manyetizasyonun efektif ve ortalama alan çözümlerinden elde edilen eğriler.....	32
Şekil	4.2.4	$h_{0_r} = 0.7$, $d = 0.25$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ başlangıç değerlerinde ortalama manyetizasyonun efektif ve ortalama alan çözümlerinden elde edilen eğriler.....	32
Şekil	4.2.5	$h_{0_r} = 0.7$, $d = -0.25$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ başlangıç değerlerinde ortalama manyetizasyonun efektif ve ortalama alan çözümlerinden elde edilen eğriler.....	33
Şekil	4.2.6	$h_{0_r} = 0.3$, $d = -0.25$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ başlangıç değerlerinde ortalama manyetizasyonun efektif ve ortalama alan çözümlerinden elde edilen eğriler.....	33
Şekil	4.2.7	$h_{0_r} = 0.3$, $d = 0.525$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ başlangıç değerlerinde ortalama manyetizasyonun efektif ve ortalama alan çözümlerinden elde edilen eğriler.....	33
Şekil	4.2.8	$h_{0_r} = 0.3$, $d = -0.525$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ başlangıç değerlerinde ortalama manyetizasyonun efektif ve ortalama alan çözümlerinden elde edilen eğriler.....	34
Şekil	4.2.9	$h_{0_r} = 0.85$, $d = -0.525$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ başlangıç değerlerinde ortalama manyetizasyonun efektif ve ortalama alan çözümlerinden elde edilen eğriler.....	34
Şekil	4.2.10	$h_{0_r} = 0.4$, $d = 0.125$, $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ başlangıç değerlerinde ortalama manyetizasyonun efektif ve ortalama alan çözümlerinden elde edilen eğriler.....	34

ÖNSÖZ

Tez çalışmam süresince yardımlarını esirgemeyen değerli danışman hocam Doç. Dr Tuncer KAYA'ya ve doktora öğrencisi Melek YAVUZ'a teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca beni her zaman tüm imkanları ile destekleyen aileme de teşekkürlerimi iletirim.

BİR ve İKİ BOYUTTA DİNAMİK SPİN-1 BLUME-CAPEL MODELİNİN EFEKTİF ALAN TEORİSİ

Mehmet Kubilay YILDIZ

Fizik, Yüksek Lisans Tezi

Ferromanyetizmayı açıklamak için ilk olarak Ernest Ising'in oluşturmuş olduğu sistem, Ising tarafından statik durumlar için ele alınmıştır. Zaman içerisinde denge durumundaki spin sistemleri için Ising model birçok yönden incelenmiştir. Bunun ardından Glauber, dinamik spin sistemlerinin incelenmesi için ilk modellerden birisini oluşturmuştur. Bu modelde spinlerin zaman içerisindeki davranışları Glauber tarafından birim zaman içerisinde tek spin değişimi olarak ele alınmıştır. Bu süre, durulma süresinin tersi olarak elde edilir. Bu spin değişimleri altında sistem hakkındaki bilgi, master denklem tarafından ayrıntılı denge şartı ile birlikte elde edilir.

Bu çalışmada dinamik spin-1 Blume-Capel modelinin harmonik bir dış manyetik alan altında ortalama ve efektif alan yaklaşımı ile elde edilen çözümler incelenmiştir. Sistemin kinetiği oluşturulurken Glauber dinamiği kullanılmıştır. Yapılan yaklaşımlarla elde edilen manyetizasyonun zamana bağlı denklemi belirli nümerik yöntemlerle çözülüp faz diagramları elde edilmiştir. Efektif alan vasıtasıyla elde edilen düzen parametresi ortalama alan yaklaşımı ile hesaplanan sonuçlardan oldukça farklılık göstermektedir. Bir boyut sonuçlarında ortalama alan yaklaşımı ile elde edilen birinci tür faz geçişi, efektif alan yaklaşımında görülmemiştir. Ancak iki boyut çözümlerinde, ortalama alan sonuçları belirli parametreler için efektif alan sonuçları ile oldukça benzerlik göstererek birinci ve ikinci tür faz geçişlerinin olduğu parametrelerin varlığı saptanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Glauber dinamiği, Blume-Capel model, efektif alan yaklaşımı, ortalama alan yaklaşımı

EFFECTIVE FIELD THEORY FOR 1D and 2D DYNAMIC SPIN-1 BLUME-CAPEL MODEL

Mehmet Kubilay YILDIZ

Physics, M.S Thesis

In order to explain the ferromagnetism, first attempt was made by Ernest Ising for the static systems. Nearly half century, Ising type static spin systems were investigated with a lot of different approximations. Then Glauber introduced the dynamic spin systems. This model suggest spin transition rate as a single spin flip at each unit time which is inverse of the relaxation time. With these dynamic spin transitions we obtain the information about the system from the master equation and detailed balance condition.

In this research the kinetic spin-1 Blume-Capel model under an oscilating external magnetic field within an effective field approach was investigated for both 1D and 2D systems. Glauber dynamics is used to build up the system. After committing approximations required, time dependent magnetization is solved with certain numerical methods. As a conclusion, phase diagrams are plotted. Calculated order parameter and magnetization within effective field approximation are considerably different than mean field approximation. The first order phase transition which is seen by the mean field approximation can not be seen after effective field approximation applied for 1D solutions. But for 2D solutions with some parameters, first and second order phase transitions are seen for both effective and mean field approximations.

Keywords: Glauber dynamics, Blume-Capel model, effective field approximation, mean field approximation

1.GİRİŞ

Ferromanyetizma, malzemedeki atomların spinlerinin belirli bir kısmının kendiliğinden polarize olarak ortak bir yöne yönelmesi sonucu malzemenin makroskopik bir mıknatıslanma oluşturması olarak adlandırılır. Bu durum sıcaklığın, ancak karakteristik bir sıcaklık olarak tanımlanan Curie sıcaklığının altında olması durumunda gerçekleşir. Bu sıcaklığın üzerinde ise spinler rasgele yönelimdedirler ve net bir manyetizasyona sahip olmazlar. İstatistik mekaniğin en ilgi çekici konularından birisi olan ferromanyetizma olayını açıklamak için ilk önemli adımı atmış kişi Ernst Ising'dir (Huang, 1963).

Ernst Ising, hocası Wilhelm Lenz'in tavsiyesi üzerine 1924 yılında doktorasını, sadece en yakın komşu etkileşmelerinin olduğu ve örgü noktalarındaki spinlerin yalnızca yukarı ya da aşağı durumlarda bulunabildiği, manyetik momentlerden oluşan lineer bir örgü üzerine çalışmıştır. Oluşturduğu bu modele Ising model adını vermiştir.

Ernst Ising kendi geliştirmiş olduğu modelin bir boyutta çözümünü analitik olarak yaparak faz geçişinin mutlak sıfır haricinde gerçekleşmediğini göstermiştir. Sistemin çok daha karmaşık olan iki boyutlu analitik çözümünü ise 1944 yılında Lars Onsager, dış manyetik alanın olmadığı durumlar için yapmıştır. Ancak Onsager, bir boyutlu çözümün aksine iki boyutlu sistemin çözümlerinde faz geçişini gösterebilmiştir. Fakat Ising modelinin henüz üç boyut için analitik olarak bir çözümü bulunamamıştır.

Bu modelde sistemin hamiltoniyeni H aşağıdaki ifade ile verilir,

$$H = - \sum_{\langle ij \rangle} \epsilon_{ij} S_i S_j - h \sum_{i=1}^N S_i \quad (1.1)$$

Bu ifadedeki S_i örgü noktalarındaki spinleri, ϵ_{ij} spinler arası değiş-tokuş parametresini, h sistemin içinde bulunduğu dış manyetik alanı ve $\langle ij \rangle$ ise en yakın komşular üzerinden alınacak toplamı ifade etmektedir. İfadedeki ϵ_{ij} 'nin sıfırdan büyük olması durumunda sistem ferromanyetik, ϵ_{ij} 'nin sıfırdan küçük olması durumunda sistem antiferromanyetik, ve $\epsilon_{ij} = 0$ olması durumunda ise etkileşimsiz spinli sistemlere karşılık gelmektedir [1].

Ising model ilk başta dengedeki sistemleri açıklamak için geliştirilmiş bir modeldi. Bu modelde sistemin zamana bağlı herhangi bir evinimi göz önüne alınmamaktadır. Sistemi zamanla değişir hale getirmek istediğimiz takdirde hamilyoniyendeki ifadelerin zamana

bağılılığı olması gerekmektedir. Bu durumu ilk olarak ele alan kişi ise Glauber olmuştur. Glauber, kinetik Ising sisteminini, tek spin değişimi ile denge durumuna kadar olan durulması (relaxation) olarak ele almıştır. Daha sonra ise Kawasaki spin değişimi ile durulma sürecinde manyetizasyonun korunumu üzerine çalışmıştır. Ardından Kadanoff ve Swift diğer korunum yasalarını öne sürmüş ve kinetik Ising model oldukça çok çalışılan bir model haline gelmiştir. Kinetik Ising modelinin önemi, analitik ve nümerik çalışmalara uygun olmasından ve kritik üstellerle evrenselliğin doğrulanabilmesinden dolayı daha da artmıştır (Privman, 1997).

1980'lere gelindiğinde ise denge durumundaki sistemlerin faz geçişleri ile ilgili soruların azalması ile birlikte denge durumunda olmayan sistemler daha çok ilgi görmeye başlamıştır (Buendo, Machato, 1998). Denge durumunda olmayan sistemler için temel bir yaklaşım bulunmadığından dolayı, bu durum geleneksel yöntem ele alınarak araştırılmaya başlanmaktadır. Bunun için, durumu tanımlayabilecek belirleyici bir denklem oluşturmak, sonuçların güvenilirliğini belirlemek ve dalgalanma yapabilecek gürültü etkileri katmak gerekmektedir.

Bu tezde Ising modelinin özel bir hali olan Blume-Capel modelinin, Glauber tipi dinamik ile bir ve iki boyutta etkin alan çözümleri araştırılmıştır ve bu çözümlerden çıkan sonuçlar, aynı sistem için yapılmış olan ortalama alan çözümleri ile karşılaştırılmıştır.

2. GLAUBER DİNAMİĞİ ve BLUME-CAPEL MODELİ

2.1 Master Denklem

İstatistik mekaniğinin en önemli denklemlerinden birisi neredeyse her duruma uygulanabilirliğe sahip olmasından ötürü master denklemdir. Bu denklem sistemin stokastik değişkenlerinin zaman içerisinde bir durumdan diğerine geçiş olasılıklarını içermektedir. Master denklem en genel hali ile aşağıdaki şekildedir.

$$\frac{d}{dt}P(n;t) = \sum_n [W(n|n')P(n';t) - W(n'|n)P(n;t)] \quad (2.1.1)$$

Bu denklemde görülen $P(n;t)$ sistemin herhangi bir t anında n durumunda bulunma *olasılık yoğunluğudur*. $W(n'|n)$ ise sistemin birim zamanda n durumundan n' durumuna *geçiş olasılığını* vermektedir. Ve ayrıca olasılık teoremine göre sistemin girebileceği tüm durumların olasılığının toplamının bire eşit olması *normalizasyon şartı* olarak isimlendirilir.

$$\sum_n P(n,t) = 1 \quad (2.1.2)$$

Sistemin herhangi bir n durumunda bulunma olasılığını aynı zamanda bu durumun beklenen değeri olarak adlandırılır ve aşağıdaki şekilde ifade edilir;

$$q(n) = \sum_n S_n(t)P(n;t) \quad (2.1.3)$$

$W(n'|n)$ geçiş olasılığı ise aşağıdaki şekilde ifade edilmektedir:

$$\frac{W(n'|n)}{W(n|n')} = \frac{P(n',t)}{P(n,t)} \quad (2.1.4)$$

2.2 Glauber Dinamiği

1960'larda ikinci mertebeden geçiş noktaları gibi dinamik kritik olayları açıklamada oldukça önemli ilerlemeler kaydedilmiştir. Glauber, Ising sistemini kinetik yani zaman içerisinde değişen hale getirmek için, N spinden oluşmuş sistemdeki spinleri zamanın fonksiyonu olarak ele almıştır(Glauber, 1963). Spinlerdeki değişim stokastik, yani rastgeledir. Glauber

dinamiğinde düzen parametresinin zaman içerisindeki değişimi tek spin değişimli bir Markov süreci vasıtasıyla belirlenmektedir. Markov süreci belirli bir anda sistemin bir durumdan diğer bir duruma geçişinin sistemin önceki durumundan bağımsız, şimdiki durumu ile ilişkili olduğu süreçtir[2].

Sistemi bir ısı banyosunda düşünelim. Isı banyosu sistemi, spin değişimleri ile dengeye getirmeye çalışır. Ayrıca spinler ısı banyosu ile etkileştiği gibi komşu spinlerle ve eğer varsa dış bir manyetik alanla da etkileşim yapabilmektedirler. Komşu spinlerin etkileşimi sistemi ele alışımızla ilgilidir ve korelasyon olarak isimlendirilmektedir. Rastgele gerçekleşen bu spin değişimlerinin birim zamanda $1/\tau$ sıklığında gerçekleştiğini düşünelim. τ burada durulma (relaxation) süresi olarak isimlendirilmektedir.

2.3 Blume-Capel Modeli

Blume-Capel modeli, Blume ve Capel tarafından bağımsız bir şekilde kristal alan etkileşimli spin-1 Ising sistemleri için ortaya atılmıştır (Blume, Capel, 1966). Model, multikritik olayları açıklamasındaki başarısından dolayı oldukça ilgi çekmiş ve denge durumu özellikleri birçok yönde araştırıldığı gibi dengede olmayan durumları da araştırılmıştır (Figg, Gorman, Rivvold, Novotny, 1994; Manzo, Oliviera, 2001; Keskin, Canko, Temizer, 2005).

Blume-Capel modelinin hamilyoniyeni aşağıdaki şekildedir;

$$H = -J \sum_{\langle ij \rangle} S_i S_j - D \sum_i S_i^2 - h \sum_i S_i \quad (2.3.1)$$

Hamiltoniyende görülen S_i ifadesi örgü noktalarında bulunan spinlere karşılık gelir ve ∓ 1 ve 0 değerleri alabilmektedir. $\langle ij \rangle$ ifadesi, alınacak toplamın yalnızca en yakın komşular üzerinden yapılacağını belirtmektedir.

J: Spin-spin etkileşmesi ta da değiş-tokuş parametresi

D: Kristal alan etkileşmesi

h: Sistemin içinde bulunduğu zamana bağlı dış manyetik alandır ve şu şekilde ele alınmıştır;

$$h(t) = h_o \cos(\omega t)$$

Bu sistemde incelenecek stokastik değişken $S_i(t) = \mp 1, 0$ değerlerini alabilen örgü noktalarındaki spinlerdir. Daha önce sistemin girebileceği durumlar olarak ifade etmiş

olduğumuz n burada $\{S\} \equiv \{..., S_i, S_{i+1}, ...\}$ şeklinde ifade edilen spin sisteminin konfigürasyonudur. Ayrıca ifadedeki manyetik alan, $\omega = 2\pi\nu$ açısal frekansı ile salınım yapmaktadır. Bu hamiltoniyene bağlı ve Glauber tipi dinamik ile zaman içerisinde değişen sistemi incelemek için master denklemi tekrar yazalım.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} P(S_1, S_2, \dots, S_N; t) = & - \sum_i \left[\sum_{S_i \neq S_i'} W_i(S_i \rightarrow S_i') \right] P(S_1, S_2, \dots, S_i, \dots, S_N; t) \\ & + \sum_i \left[\sum_{S_i \neq S_i'} W_i(S_i' \rightarrow S_i) P(S_1, S_2, \dots, S_i', \dots, S_N; t) \right] \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

Bu sürecin gerçekleşme oranı yani her bir S_i spininin S_i' ne değişimi detaylı denge şartı (detailed balance condition) ile belirlenmektedir.

$$\frac{W_i(S_i \rightarrow S_i')}{W_i(S_i' \rightarrow S_i)} = \frac{P(S_1, \dots, S_i', \dots, S_N)}{P(S_1, \dots, S_i, \dots, S_N)} \quad (\text{detaylı denge şartı}) \quad (2.3.3)$$

$P(S_1, \dots, S_i, \dots, S_N)$ denge durumu olasılık dağılımıdır ve Boltzman dağılımına uymaktadır.

$$P_{E_i} = \frac{e^{-\beta E_i}}{\sum_i e^{-\beta E_i}} \quad (2.3.4)$$

Bu ifade, E_i enerjili bir durumun sistemde hangi ağırlıkta bulunabileceğini vermektedir. Bu bağıntılardan yola çıkarak ve Glauber'in önerdiği şekilde her bir geçişin $1/\tau$ sıklığında olduğunu kabul ederek, bir S_i durumundan S_i' durumuna geçiş olasılığını aşağıdaki şekilde ifade edilebiliriz;

$$W_i(S_i \rightarrow S_i') = \frac{1}{\tau} \frac{\text{Exp}[-\beta \Delta E(S_i \rightarrow S_i')]}{\sum_{S_i} \text{Exp}[-\beta \Delta E(S_i \rightarrow S_i')]} \quad (2.3.5)$$

İfadede görülen β değişkeni istatistik mekanikte sıkça kullanılan $\frac{1}{k_B T}$ değerine sahiptir ve k_B Boltzman sabitidir. Bu durumda örgü noktalarındaki spinlerin üç farklı değeri için bu değişimlerin oluşturacağı enerji farkı ΔE 'yi, Blume-Capel hamiltoniyeninden hesaplamamız gerekir.

$$\Delta E(S_i \rightarrow S_i') = H_{S_i'} - H_{S_i} = -(S_i' - S_i)(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h) - D(S_i'^2 - S_i^2) \quad (2.3.6)$$

Mümkün olan bütün geçişler için oluşacak enerji farkları;

$$\begin{aligned} 1. \quad \Delta E(1 \rightarrow 0) &= -(0 - 1)(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + H) - D(0^2 - 1^2) = J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h + D \\ 2. \quad \Delta E(-1 \rightarrow 0) &= -(0 - (-1))(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + H) - D(0^2 - (-1)^2) = -J \sum_{\langle i \rangle} S_i - h + D \\ 3. \quad \Delta E(1 \rightarrow -1) &= -(-1 - 1)(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + H) - D((-1)^2 - 1^2) = 2J \sum_{\langle i \rangle} S_i + 2h \\ 4. \quad \Delta E(0 \rightarrow 1) &= -(1 - 0)(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + H) - D(1^2 - 0^2) = -J \sum_{\langle i \rangle} S_i - h - D \\ 5. \quad \Delta E(-1 \rightarrow 1) &= -(1 - (-1))(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + H) - D(1^2 - (-1)^2) = -2J \sum_{\langle i \rangle} S_i - 2h \\ 6. \quad \Delta E(0 \rightarrow -1) &= -(-1 - 0)(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + H) - D((-1)^2 - 0^2) = J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h - D \end{aligned} \quad (2.3.7)$$

Geçiş olasılıklarının mümkün olan S_i değerleri için sonuçlarını aşağıdaki gibi bulabiliriz;

$$1. \quad S_i = 1 \rightarrow S_i' = 0 \text{ geçişi;}$$

$$\begin{aligned} W_i(1 \rightarrow 0) &= \frac{1}{\tau} \frac{\text{Exp}[-\beta \Delta E(1 \rightarrow 0)]}{\text{Exp}[-\beta \Delta E(1 \rightarrow 0)] + \text{Exp}[-\beta \Delta E(1 \rightarrow -1)] + \text{Exp}[-\beta \Delta E(1 \rightarrow 1)]} \\ &= \frac{1}{\tau} \frac{\text{Exp}\left[-\beta(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h) - \beta D\right]}{\text{Exp}\left[-\beta(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h) - \beta D\right] + \text{Exp}\left[-2\beta(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h)\right] + \text{Exp}[0]} \end{aligned} \quad (2.3.8)$$

$\Gamma = \sum_{\langle i \rangle} S_i + H$ dönüşümünü, ifadelerde sıkça karşılaşacağımız için yapmak faydalı olacaktır.

Buradaki toplam, S_i 'nin z en yakın komşu sayısı üzerinden toplamını ifade etmektedir.

$$W_i(1 \rightarrow 0) = \frac{1}{\tau} \frac{e^{-\beta\Gamma} e^{-\beta D}}{e^{-\beta\Gamma} e^{-\beta D} + e^{-2\beta\Gamma} + 1} = \frac{1}{\tau} \frac{e^{-\beta D}}{e^{-\beta\Gamma} + e^{\beta\Gamma} + e^{-\beta D}}$$

$\cosh \alpha = \frac{e^{-\alpha} + e^{\alpha}}{2}$ olan hiperbolik fonksiyonların üsttel eşitliğinden yararlanarak ifadeyi

tekrar yazabilir ve sonuç olarak örgü noktasındaki i . spinin $S_i = 1$ den $S_i' = 0$ 'a geçiş olasılığını aşağıdaki gibi elde ederiz;

$$W_i(1 \rightarrow 0) = \frac{1}{\tau} \frac{e^{-\beta D}}{2 \cosh(\beta\Gamma) + e^{-\beta D}} \quad (2.3.9)$$

2. $S_i = -1 \rightarrow S_i' = 0$ geçişi;

$$\begin{aligned} W_i(-1 \rightarrow 0) &= \frac{1}{\tau} \frac{\text{Exp}[-\beta \Delta E(-1 \rightarrow 0)]}{\text{Exp}[-\beta \Delta E(-1 \rightarrow 0)] + \text{Exp}[-\beta \Delta E(-1 \rightarrow -1)] + \text{Exp}[-\beta \Delta E(-1 \rightarrow 1)]} \\ &= \frac{1}{\tau} \frac{\text{Exp}\left[\beta(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h) - \beta D\right]}{\text{Exp}\left[\beta(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h) - \beta D\right] + \text{Exp}[0] + \text{Exp}\left[2\beta(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h)\right]} \\ &= \frac{1}{\tau} \frac{e^{-\beta D}}{e^{-\beta D} + e^{-\beta\Gamma} + e^{\beta\Gamma}} \end{aligned} \quad (2.3.10)$$

$$W_i(-1 \rightarrow 0) = \frac{1}{\tau} \frac{e^{-\beta D}}{2 \cosh(\beta\Gamma) + e^{-\beta D}} \quad (2.3.11)$$

3. $S_i = 1 \rightarrow S_i' = -1$ geçişi;

$$W_i(1 \rightarrow -1) = \frac{1}{\tau} \frac{\text{Exp}[-\beta \Delta E(1 \rightarrow -1)]}{\text{Exp}[-\beta \Delta E(1 \rightarrow -1)] + \text{Exp}[-\beta \Delta E(-1 \rightarrow 0)] + \text{Exp}[-\beta \Delta E(1 \rightarrow 1)]}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{\tau} \frac{\text{Exp}\left[-2\beta(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h)\right]}{\text{Exp}\left[-\beta(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h) - \beta D\right] + \text{Exp}\left[-2\beta(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h)\right] + \text{Exp}[0]} \\
&= \frac{1}{\tau} \frac{e^{-2\beta\Gamma}}{e^{-\beta\Gamma} e^{-\beta D} + e^{-2\beta\Gamma} + 1} = \frac{1}{\tau} \frac{e^{-2\beta\Gamma}}{e^{-\beta\Gamma} (e^{-\beta D} + e^{-\beta\Gamma} + e^{\beta\Gamma})}
\end{aligned} \tag{2.3.12}$$

Bu ifadeden de geiş olasılığını řu şekilde buluruz;

$$W_i(1 \rightarrow -1) = \frac{1}{\tau} \frac{e^{-\beta\Gamma}}{2 \cosh(\beta\Gamma) + e^{-\beta D}} \tag{2.3.13}$$

4. $S_i = 0 \rightarrow S'_i = 1$ geiři;

$$\begin{aligned}
W_i(0 \rightarrow 1) &= \frac{1}{\tau} \frac{\text{Exp}[-\beta\Delta E(0 \rightarrow 1)]}{\text{Exp}[-\beta\Delta E(0 \rightarrow -1)] + \text{Exp}[-\beta\Delta E(0 \rightarrow 0)] + \text{Exp}[-\beta\Delta E(0 \rightarrow 1)]} \\
&= \frac{1}{\tau} \frac{\text{Exp}\left[\beta(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h) + \beta D\right]}{\text{Exp}\left[\beta(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h) + \beta D\right] + \text{Exp}[0] + \text{Exp}\left[-\beta(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h) + \beta D\right]} \\
&= \frac{1}{\tau} \frac{e^{\beta\Gamma} e^{\beta D}}{e^{\beta D} (e^{\beta\Gamma} + e^{-\beta\Gamma} + e^{-\beta D})}
\end{aligned} \tag{2.3.14}$$

$$W_i(0 \rightarrow 1) = \frac{1}{\tau} \frac{e^{\beta\Gamma}}{2 \cosh(\beta\Gamma) + e^{-\beta D}} \tag{2.3.15}$$

olarak bulunur.

5. $S_i = -1 \rightarrow S'_i = 1$ geiři;

$$\begin{aligned}
W_i(-1 \rightarrow 1) &= \frac{1}{\tau} \frac{\text{Exp}[-\beta\Delta E(-1 \rightarrow 1)]}{\text{Exp}[-\beta\Delta E(-1 \rightarrow 1)] + \text{Exp}[-\beta\Delta E(-1 \rightarrow 0)] + \text{Exp}[-\beta\Delta E(-1 \rightarrow -1)]} \\
&= \frac{1}{\tau} \frac{\text{Exp}\left[2\beta(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h)\right]}{\text{Exp}\left[2\beta(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h)\right] + \text{Exp}[0] + \text{Exp}\left[\beta(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h) - \beta D\right]} \\
&= \frac{1}{\tau} \frac{e^{2\beta\Gamma}}{e^{\beta\Gamma}(e^{\beta\Gamma} + e^{-\beta\Gamma} + e^{-\beta D})}
\end{aligned} \tag{2.3.16}$$

$$W_i(-1 \rightarrow 1) = \frac{1}{\tau} \frac{e^{\beta\Gamma}}{2 \cosh(\beta\Gamma) + e^{-\beta D}} \tag{2.3.17}$$

şeklinde bulunur.

6. $S_i = 0 \rightarrow S_i' = -1$ geçişi;

$$\begin{aligned}
W_i(0 \rightarrow -1) &= \frac{1}{\tau} \frac{\text{Exp}[-\beta\Delta E(0 \rightarrow -1)]}{\text{Exp}[-\beta\Delta E(0 \rightarrow 1)] + \text{Exp}[-\beta\Delta E(0 \rightarrow 0)] + \text{Exp}[-\beta\Delta E(0 \rightarrow -1)]} \\
&= \frac{1}{\tau} \frac{\text{Exp}\left[-\beta(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h) + \beta D\right]}{\text{Exp}\left[\beta(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h) + \beta D\right] + \text{Exp}[0] + \text{Exp}\left[-\beta(J \sum_{\langle i \rangle} S_i + h) + \beta D\right]} \\
&= \frac{1}{\tau} \frac{e^{-\beta\Gamma} e^{\beta D}}{e^{\beta D}(e^{\beta\Gamma} + e^{-\beta\Gamma} + e^{-\beta D})} \\
W_i(0 \rightarrow -1) &= \frac{1}{\tau} \frac{e^{-\beta\Gamma}}{2 \cosh(\beta\Gamma) + e^{-\beta D}}
\end{aligned} \tag{2.3.18}$$

Bu sonuçlara baktığımızda

1. $W_i(0 \rightarrow -1) = W_i(1 \rightarrow -1)$
2. $W_i(0 \rightarrow 1) = W_i(-1 \rightarrow 1)$

$$3. \quad W_i(-1 \rightarrow 0) = W_i(1 \rightarrow 0) \quad (2.3.19)$$

geçişlerinin eşit olasılığa sahip olduğunu görüyoruz ki bu da sistemin girebileceği durumların önceki durumlardan bağımsızlığını açıkça ifade etmektedir. Sistemin belirli bir duruma girme olasılığı sadece son durum ile ilgilidir. Dolayısıyla,

$$W_i(S_i \rightarrow S_i') \equiv W_i(S_i')$$

şeklinde ifade edebiliriz.

Spin fonksiyonumuz $S_k(t)$ 'nin ortalaması q_k ismini verdiğimiz bir değere sahip olsun. Bu ortalama aşağıdaki bağıntıdan hesaplanabilir.

$$q_k = \langle S_k(t) \rangle = \sum_{\{S\}} S_k P(\{S\}; t) \quad (2.3.20)$$

Bu ifade ile master denklemini tekrar yazalım;

$$\frac{d}{dt} P(\{S\}; t) = \sum_i \sum_{S_i} -W_i(S_i \rightarrow S_i') P(\{S\}; t) + W_i(S_i' \rightarrow S_i) P(\{S_{j \neq i}\}, S_i; t) \quad (2.3.21)$$

$$\frac{d}{dt} q_k(t) = \frac{d}{dt} \sum_{\{S\}} S_k P(\{S\}; t) \quad (2.3.22)$$

$$= \frac{d}{dt} \sum_{\{S\}} \sum_i \sum_{S_i} \left[-S_k W_i(S_i \rightarrow S_i') P(\{S\}; t) + S_k W_i(S_i' \rightarrow S_i) P(\{S_{j \neq i}\}, S_i; t) \right] \quad (2.3.23)$$

Bu ifadedeki $\sum_i$ toplamını $\sum_{i \neq k}$ ve $\sum_k$ şeklinde iki toplam halinde yazalım.

$$\begin{aligned} &= \sum_{\{S\}} S_k \sum_{i \neq k} \sum_{S_i} \left[-W_i(S_i \rightarrow S_i') P(\{S\}; t) + W_i(S_i' \rightarrow S_i) P(\{S_{j \neq i}\}, S_i; t) \right] \\ &+ \sum_{\{S\}} \sum_{S_k} \left[-S_k W_k(S_k \rightarrow S_k') P(\{S\}; t) + S_k W_k(S_k' \rightarrow S_k) P(\{S_{j \neq i}\}, S_k; t) \right] \end{aligned} \quad (2.3.24)$$

(2.3.24) ifadesindeki ilk terimi (*) ile gösterecek olursak ve bu terimdeki toplamını $\sum_{S_i}$ ve $\sum_{S_{j \neq i}}$ şeklinde iki toplam halinde ifade edersek;

$$* = \sum_{S_{j \neq i}} S_k \sum_{l \neq k} \left(- \sum_{S_l S_i} W_i(S_i \rightarrow S_i') P(\{S\}; t) + \sum_{S_l S_i} W_i(S_i' \rightarrow S_i) P(\{S_{j \neq i}\}, S_i'; t) \right) \quad (2.3.25)$$

sıfıra eşit olur çünkü;

$$\sum_{S_l S_i} W_i(S_i \rightarrow S_i') = \sum_{S_l S_i} W_i(S_i' \rightarrow S_i) \quad (2.3.26)$$

geçiş olasılıkları birbirine eşittir. (2.3.24) ifadesini tekrar yazacak olursak;

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} q_k(t) &= \sum_{\{S\}} \sum_{S_k} \left[- S_k W_k(S_k \rightarrow S_k') P(\{S\}; t) + S_k W_k(S_k' \rightarrow S_k) P(\{S_{j \neq k}\}, S_k'; t) \right] \\ &= - \sum_{\{S\}} S_k \left(\sum_{S_k} W_k(S_k \rightarrow S_k') \right) P(\{S\}; t) + \sum_{S_1 \dots S_k S_k' \dots S_N} S_k W_k(S_k' \rightarrow S_k) P(\{S_{j \neq k}\}, S_k'; t) \end{aligned} \quad (2.3.27)$$

Bu ifadede bulunan $\sum_{S_k} W_k(S_k \rightarrow S_k')$ terimi normalizasyon şartı gereği bire eşittir. Aynı

zamanda $\sum_{S_1 \dots S_k S_k' \dots S_N} S_k W_k(S_k' \rightarrow S_k)$ toplamını da $\sum_{S_1 \dots S_k S_k' \dots S_N} S_k' W_k(S_k \rightarrow S_k')$ şeklinde ifade

ettiğimizde eşitliğimiz aşağıdaki hali alır;

$$\frac{d}{dt} q_k(t) = - \sum_{\{S\}} S_k P(\{S\}; t) + \sum_{S_k} S_k' W_k(S_k \rightarrow S_k') P(\{S_{j \neq k}\}, S_k; t) \quad (2.3.28)$$

(2.3.20) eşitliğini kullanarak ifadenin sağ tarafındaki ilk terimi de tekrar yazarsak;

$$\frac{d}{dt} q_k(t) = -q_k(t) + \sum_{\{S\}} \sum_{S_k} (S_k' W_k(S_k \rightarrow S_k')) P(\{S\}; t) \quad (2.3.29)$$

ifadesine ulaşırız.

Master denklemimizi tekrar spin fonksiyonlarını ortalama değeri olarak yazalım;

$$\tau \frac{d}{dt} \langle S_k \rangle = -\langle S_k \rangle + \sum_{\{S\}} \sum_{S_k = \mp 1, 0} S_k' W_k(S_k \rightarrow S_k') P(\{S\}; t) \quad (2.3.30)$$

Bu ifadede bulunan $\sum_{S_k = \mp 1, 0} S_k' W_k(S_k \rightarrow S_k')$ terimini açarsak;

$$= -\langle S_k \rangle + \sum_{\{S\}} \left[\begin{aligned} &1 \times W_k(0 \rightarrow 1) + 1 \times W_k(1 \rightarrow 1) + 1 \times W_k(-1 \rightarrow 1) \\ &+ 0 \times W_k(0 \rightarrow 0) + 0 \times W_k(1 \rightarrow 0) + 0 \times W_k(-1 \rightarrow 0) \\ &+ (-1) \times W_k(0 \rightarrow -1) + (-1) \times W_k(1 \rightarrow -1) + (-1) \times W_k(-1 \rightarrow -1) \end{aligned} \right] P(\{S\}; t) \quad (2.3.31)$$

$$W_k(0 \rightarrow 0) = W_k(1 \rightarrow 1) = W_k(-1 \rightarrow -1) = 0 \quad (2.3.32)$$

olduğundan ifade son haliyle aşağıdaki şekli alır;

$$= -\langle S_k \rangle + \sum_{\{S\}} [W_k(0 \rightarrow 1) + W_k(-1 \rightarrow 1) - W_k(0 \rightarrow -1) - W_k(1 \rightarrow -1)] P(\{S\}; t) \quad (2.3.33)$$

(2.3.33) ifadesindeki $\sum_{\{S\}} [W_k(-1 \rightarrow 1) - W_k(1 \rightarrow -1)]$ terimlerinin toplamı sıfıra eşittir.

$$\tau \frac{d}{dt} \langle S \rangle = -\langle S \rangle + \sum_{\{S\}} \frac{\text{Exp}(-\beta\Gamma) - \text{Exp}(\beta\Gamma)}{2 \cosh(\beta\Gamma) + \text{Exp}(-\beta D)} P(\{S\}; t)$$

$$\tau \frac{d}{dt} \langle S \rangle = -\langle S \rangle + \sum_{\{S\}} \frac{2 \sinh(\beta\Gamma)}{2 \cosh(\beta\Gamma) + \text{Exp}(-\beta D)} P(\{S\}; t) \quad (2.3.34)$$

(2.3.34) ifadesinde bulunan $\Gamma = J \sum_{\langle i,j \rangle} S_i + h$ ifadesi S_i spininin z en yakın komşusu üzerinden

alınacak toplamı belirtmektedir. (2.3.20) bağıntısı yardımıyla (2.3.34) ifademiz aşağıdaki hali alır.

$$\tau \frac{d}{dt} \langle S \rangle = -\langle S \rangle + \left\langle \frac{2 \sinh(\beta\Gamma)}{2 \cosh(\beta\Gamma) + \text{Exp}(-\beta D)} \right\rangle \quad (2.3.35)$$

(2.3.35) eşitliğindeki $\langle \dots \rangle$ topluluk üzerinden alınacak ortalamaı ifade etmektedir. Ortalama alan yaklaşımından yararlanarak Γ ifadesini $\Gamma = Jz \langle S \rangle + h$ ile yerdeğişterebiliriz. Bu yaklaşımla ifademiz;

$$\tau \frac{d}{dt} \langle S \rangle = -\langle S \rangle + \frac{2 \sinh(\beta(Jz \langle S \rangle + h))}{2 \cosh(\beta(Jz \langle S \rangle + h)) + \text{Exp}(-\beta D)} \quad (2.3.36)$$

halini alır.

(2.3.36) ifadesi, dış bir manyetik alan altında ortalama spin değerinin zaman içerisindeki değişiminin, ortalama alan yaklaşımı ile elde edilmiş halidir. Bu denklemi boyutsuz parametreler cinsinden bir diferansiyel denklem haline getirmek için aşağıdaki dönüşümleri yapmamız uygun olacaktır. Ayrıca sistemdeki spinin ortalama değeri de manyetizasyon olarak adlandırılmaktadır.

$$m = \langle S \rangle \quad \Omega = \tau \omega \quad \xi = t\omega \quad T = \frac{1}{\beta Jz} \quad h_0 = \frac{h_0}{Jz} \quad d = \frac{D}{Jz}$$

Bu dönüřümler altında (2.3.36) ifadesi;

$$\Omega \frac{d}{d\xi} m = -m + \frac{2 \sinh\left[\frac{1}{T}(m + h_0 \cos(\xi))\right]}{2 \cosh\left[\frac{1}{T}(m + h_0 \cos(\xi))\right] + \text{Exp}(-d/T)} \quad (2.3.37)$$

halinde yazılabilir.

3. BİR BOYUT İÇİN EFEKTİF ALAN YAKLAŞIMI

Dinamik faz geçişlerini incelemek için birinci mertebe yaklaşım türü olan ortalama alan yaklaşımı oldukça fazla ihmal içermektedir. Dolayısıyla topluluk ortalamasını daha az ihmal içeren bir yaklaşımla ele almak önemli bir ayrıntıdır (Lines, 1974, Shi, Wei, Li, 2008). Dolayısıyla (2.3.35) denkleminin sağ tarafındaki ikinci terimde topluluk ortalaması alınırken efektif alan yaklaşımı kullanılacaktır. Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki matematiksel bağıntıları kullanmamız gerekir.

$$e^{aS_k} = S_k^2 \cosh(a) + S_k \sinh(a) + (1 - S_k^2) \quad (3.1)$$

$$\text{Exp}(b\nabla)F(x) = F(x + b) \quad (3.2)$$

(3.2) ifadesindeki $\nabla = \frac{\partial}{\partial x}$ türev operatörüdür.

$$F(x + \beta h(t)) = \frac{2 \sinh(x + \beta h(t))}{2 \cosh(x + \beta h(t)) + \text{Exp}(-\beta D)} \quad (3.3)$$

ifadesinde $x = \beta J(S_{k-1} + S_{k+1})$ olarak en yakın komşu etkileşimleri üzerinden ele aldığımızda (3.2) dönüşümü ile birlikte ifademiz şu şekli alır;

$$\langle F(x + \beta h(t)) \rangle = \langle \text{Exp}(\beta J(S_{k-1} + S_{k+1})\nabla)F(x + \beta h(t))|_{x=0} \rangle \quad (3.4)$$

Bu ifadede $\text{Exp}(\beta J(S_{k-1} + S_{k+1})\nabla)$ ifadesine (3.1) dönüşümünü uyguladığımızda:

$$\langle F(x + \beta h(t)) \rangle = \langle [S_{k-1}^2 \cosh(\beta \nabla) + S_{k-1} \sinh(\beta \nabla) + (1 - S_{k-1}^2)] [S_{k+1}^2 \cosh(\beta \nabla) + S_{k+1} \sinh(\beta \nabla) + (1 - S_{k+1}^2)] F(x + \beta h(t))|_{x=0} \rangle \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} \langle F(x + \beta h(t)) \rangle = & \langle (S_{k-1}^2 S_{k+1}^2 \cosh^2(\beta \nabla) + S_{k-1}^2 S_{k+1} \sinh(\beta \nabla) \cosh(\beta \nabla) + S_{k-1}^2 \cosh(\beta \nabla) \\ & - S_{k-1}^2 S_{k+1}^2 \cosh(\beta \nabla) + S_{k-1}^2 S_{k+1}^2 \cosh(\beta \nabla) + S_{k-1} S_{k+1}^2 \sinh(\beta \nabla) \cosh(\beta \nabla) \\ & + S_{k-1} S_{k+1} \sinh^2(\beta \nabla) + S_{k-1} \sinh(\beta \nabla) - S_{k-1} S_{k+1}^2 \sinh(\beta \nabla) + S_{k+1}^2 \cosh(\beta \nabla) \\ & + S_{k+1} \sinh(\beta \nabla) + 1 - S_{k+1}^2 - S_{k-1}^2 S_{k+1}^2 \cosh(\beta \nabla) - S_{k-1}^2 S_{k+1} \sinh(\beta \nabla) - S_{k-1}^2 \\ & + S_{k-1}^2 S_{k+1}^2) F(x + \beta h(t))|_{x=0} \rangle \end{aligned} \quad (3.6)$$

Bu ifadede spinlerin ve tüm kuvvetlerinin ve çarpımlarının ortalaması, manyetizasyon ve kuvvetlerine yaklaşık eşit olduğu göz önüne alınıp;

$$\begin{aligned}
\langle S_{k-1}^2 \rangle &= \langle S_{k+1}^2 \rangle = m^2 \\
\langle S_{k-1} S_{k+1} \rangle &\cong m^2 \\
\langle S_{k-1}^2 S_{k+1} \rangle &= \langle S_{k-1} S_{k+1}^2 \rangle \cong m^3 \\
\langle S_{k-1}^2 S_{k+1}^2 \rangle &\cong m^4
\end{aligned} \tag{3.7}$$

ifademizi m 'nin kuvvetlerine göre tekrar düzenleyecek olursak;

$$\begin{aligned}
\langle F(x + \beta h(t)) \rangle &= m^4 [\cosh^2(\beta J \nabla) - 2 \cosh(\beta J \nabla) + 1] F(\beta h(t)) \\
&\quad + 2m^3 [\sinh(\beta J \nabla) \cosh(\beta J \nabla) - \sinh(\beta J \nabla)] F(\beta h(t)) \\
&\quad + 2m^2 \left[\frac{1}{2} \sinh(\beta J \nabla) + \cosh(\beta J \nabla) - 1 \right] F(\beta h(t)) \\
&\quad + 2m [\sinh(\beta J \nabla)] F(\beta h(t)) + F(\beta h(t))
\end{aligned} \tag{3.8}$$

Burada uygun atamaları saptayarak denklemi manyetizasyonun kuvvetleri cinsinden tekrar yazalım.

$$c_1 = F(\beta h(t)) \tag{3.9}$$

$$a_0 = \sinh(\beta J \nabla) F(\beta h(t)) = \left(\frac{e^{\beta J \nabla} - e^{-\beta J \nabla}}{2} \right) F(\beta h(t))$$

Efektif alan yaklaşımındaki (3.2) eşitliğinden tekrar yararlanarak

$$a_0 = \frac{1}{2} [F(\beta(J + h(t))) - F(\beta(-J + h(t)))] \tag{3.10}$$

olarak bulunur. Benzeri şekilde diğer katsayılar;

$$a_1 = \cosh(\beta J \nabla) F(\beta h(t)) = \left(\frac{e^{\beta J \nabla} + e^{-\beta J \nabla}}{2} \right) F(\beta h(t))$$

$$a_1 = \frac{1}{2} [F(\beta(J + h(t))) + F(\beta(-J + h(t)))] \tag{3.11}$$

$$a_2 = \cosh^2(\beta J \nabla) F(\beta h(t)) = \frac{1}{4} (e^{2\beta J \nabla} + e^{-2\beta J \nabla} + 2) F(\beta h(t))$$

$$a_2 = \frac{1}{4} [F(\beta(2J + h(t))) + F(\beta(-2J + h(t))) + 2F(\beta h(t))] \quad (3.12)$$

$$a_3 = \sinh^2(\beta J \nabla) F(\beta h(t)) = \frac{1}{4} (e^{2\beta J \nabla} + e^{-2\beta J \nabla} - 2) F(\beta h(t))$$

$$a_3 = \frac{1}{4} [F(\beta(2J + h(t))) + F(\beta(-2J + h(t))) - 2F(\beta h(t))] \quad (3.13)$$

$$a_4 = \sinh(\beta J \nabla) \cosh(\beta J \nabla) F(\beta h(t)) = \frac{1}{4} (e^{2\beta J \nabla} - e^{-2\beta J \nabla}) F(\beta h(t))$$

$$a_4 = \frac{1}{4} [F(\beta(2J + h(t))) - F(\beta(-2J + h(t)))] \quad (3.14)$$

Seçmiş olduğumuz katsayılarla dönüşüm uyguladığımız ifade şu şekildedir;

$$\langle F(x + \beta h(t)) \rangle = m^4 (c_1 - 2a_1 + a_2) + 2m^3 (a_4 - a_0) + 2m^2 (\frac{1}{2} a_3 + a_1 - c_1) + 2ma_0 + c_1 \quad (3.15)$$

Efektif alan dönüşümündeki (3.3) denklemin tekrar yazacak olursak;

$$F(\beta h(t)) = \frac{2 \sinh(\beta h(t))}{2 \cosh(\beta h(t)) + \text{Exp}(-\beta D)}$$

Ve elde ettiğimiz bütün a katsayılarını bu dönüşüm altında tekrar yazdığımızda;

$$a_0 = \frac{1}{2} \left[\frac{2 \sinh(\beta(J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta D)} - \frac{2 \sinh(\beta(-J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(-J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta D)} \right]$$

$$\sinh(x) \neq \sinh(-x)$$

$$\cosh(x) = \cosh(-x)$$

$$a_0 = \left(\frac{\sinh(\beta(J + h(t))) - \sinh(\beta(-J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta D)} \right) \quad (3.16)$$

Benzeri şekilde a_1 katsayısını;

$$a_1 = \left(\frac{\sinh(\beta(J + h(t))) + \sinh(\beta(-J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta D)} \right) \quad (3.17)$$

$$a_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{2 \sinh(\beta(2J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(2J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta D)} + \frac{2 \sinh(\beta(-2J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(-2J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta D)} \right. \\ \left. + \frac{4 \sinh(\beta h(t))}{2 \cosh(\beta h(t)) + \text{Exp}(-\beta D)} \right) \quad (3.18)$$

$$a_3 = \frac{1}{4} \left(\frac{2 \sinh(\beta(2J + h(t))) + 2 \sinh(\beta(-2J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(2J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta D)} - \frac{4 \sinh(\beta h(t))}{2 \cosh(\beta h(t)) + \text{Exp}(-\beta D)} \right) \\ a_4 = \frac{1}{2} \left(\frac{\sinh(\beta(2J + h(t))) - \sinh(\beta(-2J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(2J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta D)} \right) \quad (3.19)$$

olarak buluruz.

Master denkleminin son hali ise bu katsayılarla;

$$\Omega \frac{d}{d\xi} m = c_1 + 2m(2a_0 - 1) + m^2(-c_2 + 2a_1 + a_3) + m^3(-2a_0 + 2a_4) + m^4(c_1 - 2a_1 + a_2) \quad (3.20)$$

şeklindedir.

Bu denklemin analitik olarak çözümü bulunmamaktadır (Acharyya, 1996). Bu sebeple çözümü nümerik yollardan aramamız gerekmektedir. Nümerik olarak elde edilecek sonuçlar ile (2.3.37) denklemindeki ortalama alan yaklaşımı ile (3.20) denklemindeki efektif alan sonuçlarının karşılaştırılmasında kullanılacaktır.

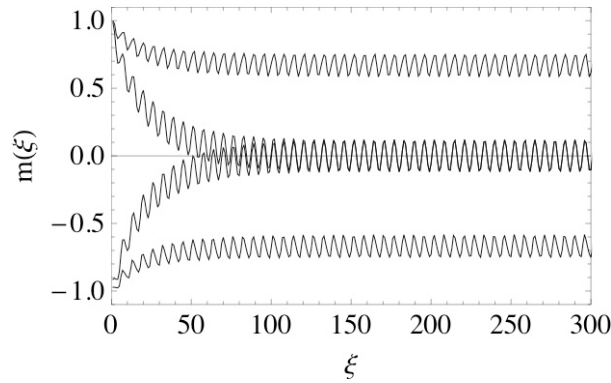
3.2. Nümerik Çözümler

Bu bölümde ilk olarak topluluk ortalaması üzerinden elde edilen anlık manyetizasyon $m(\xi)$ 'nin ortalama alan ve efektif alan sonuçları incelenmiştir. Anlık manyetizasyon $m(\xi)$ 'nin zaman ortalaması olarak tanımlanan dinamik düzen parametresi M , indirgenmiş zaman ξ 'nin bir periyodu üzerinden farklı sistem parametreleri için her iki yaklaşımda da hesaplanmıştır.

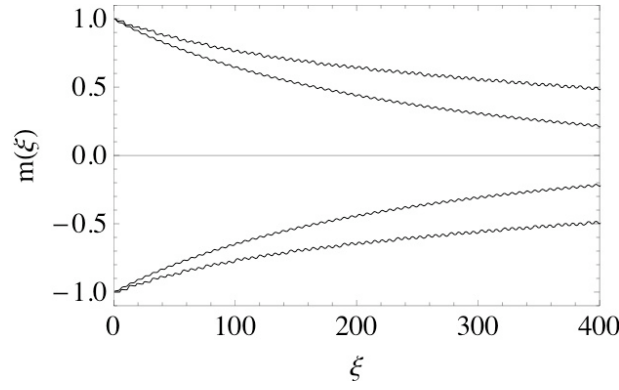
Düzen parametresi vasıtasıyla dinamik faz geçiş noktaları aranmıştır. Esas olarak incelenen konu ise efektif alan yaklaşımının ortalama manyetizasyon eğrilerinin faz diagramı üzerine olan etkisi olmuştur.

Şek.3.2.1'de anlık manyetizasyonun, ortalama alan çözümlerinin $h_{0_r} = 0.7$, $d = 0.25$, $T = 0.2$ ve $T = 0.6$ değerleri için sonuçları görülmektedir. Manyetizasyonun başlangıç değerleri ise $m(\xi = 0) = \mp 1$ olarak alınmıştır. Grafiklerden de görüleceği üzere çözümler, $m(\xi = 0)$ başlangıç değerine bağlıdır. Ayrıca denklem (2.3.37)'nin durağan sonuçları ξ 'nin 2π periyotlu fonksiyonudur, yani $m(\xi) = m(\xi + 2\pi)$.

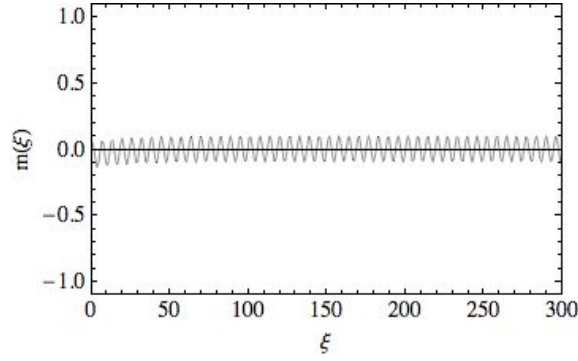
Grafiklerden açıkça görüldüğü gibi indirgenmiş sıcaklığın değeri arttırıldı zaman eğriler oldukça keskin bir şekilde manyetizasyonun bir değerine yakınsamaktadır. Şek.3.2.2'de ise anlık manyetizasyonun nümerik efektif alan çözümleri, aynı sistem parametreleri için çizilmiştir. Eğrilerin karakteristiğinin benzerlikleri kolayca görülebilmektedir. Ancak dış manyetik alan kaynaklı dalgalanmalar, ortalama alan yaklaşımında daha az belirgindir.



Şek.3.2.1 Bir boyut için anlık manyetizasyon $m(\xi)$ 'nin $h_{0_r} = 0.7$, $d = 0.25$, $\tau = 1$ ve başlangıç değerleri $\langle m(\xi = 0) \rangle = \mp 1$ ortalama alan çözümleri. İndirgenmiş sıcaklık başlangıç değeri T ise 0.2 ve 0.4 alınmıştır.



Şek.3.2.2 Bir boyut için anlık manyetizasyon $m(\xi)$ 'nin $h_{0_r} = 0.7$, $d = 0.25$, $\tau = 1$ ve başlangıç değerleri $\langle m(\xi = 0) \rangle = \mp 1$ efektif alan çözümleri. İndirgenmiş sıcaklık başlangıç değeri T ise 0.2 ve 0.4 alınmıştır.



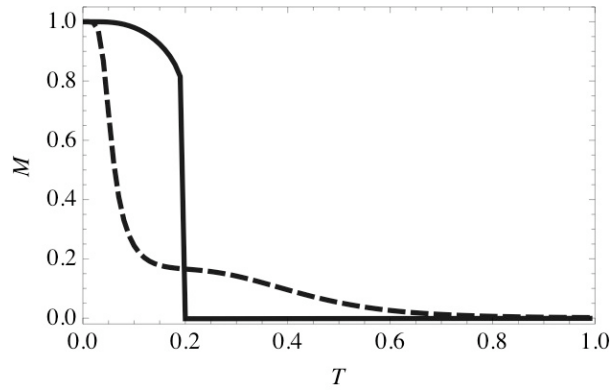
Şek.3.2.3 Bir boyut için anlık manyetizasyon $m(\xi)$ 'nin $h_{0_r} = 0.7$, $d = 0.25$, $\tau = 1$ ve başlangıç değerleri $\langle m(\xi = 0) \rangle = 0$ efektif alan ve ortalama alan çözümleri. İndirgenmiş sıcaklık değeri T ise 0.2 alınmıştır.

Faz geçişi karakteristiğini inceleyebilmemiz için Şek.3.2.1 ve Şek.3.2.2 ya da Şek.3.2.3 gerekli bilgiyi içermemektedir. Manyetizasyonun bu şekilde zamana bağlı değişimi sırasında oluşabilecek fazları görmemiz mümkün değildir. Faz geçişleri hakkında bilgi sahibi olmak için ortalama manyetizasyonu incelememiz gerekir. Bunun için ise seçilecek olan bir ξ_0 indirgenmiş başlangıç zamanından itibaren belirli bir süre salınım yapmış olan manyetizasyonun zaman ortalamasını tanımlamamız gerekmektedir. Alınacak bu ortalama için seçilen ξ_0 indirgenmiş zamanından itibaren, manyetizasyonun sonlu bir değere yakınsamış olması gerekmektedir.

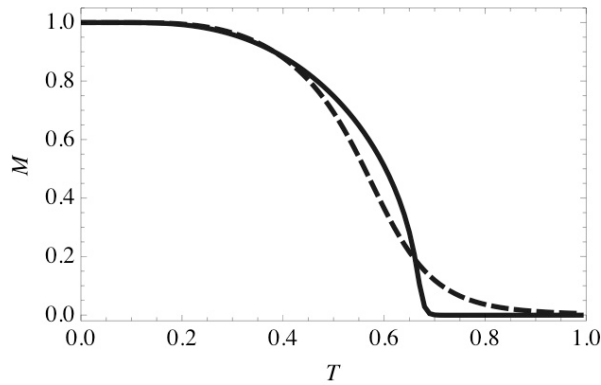
$$M = \frac{1}{2\pi} \int_{\xi_0}^{\xi_0+2\pi} m(\xi) d\xi \quad (3.2.1)$$

Şek.3.2.4'ten itibaren ortalama manyetizasyon M 'nin sıcaklığa bağlı değerlerini farklı sistem parametreleri ile görmekteyiz. Tüm bu şekillerde kesikli çizgi efektif alan, kesiksiz çizgi ise ortalama alan sonuçlarına karşılık gelmektedir.

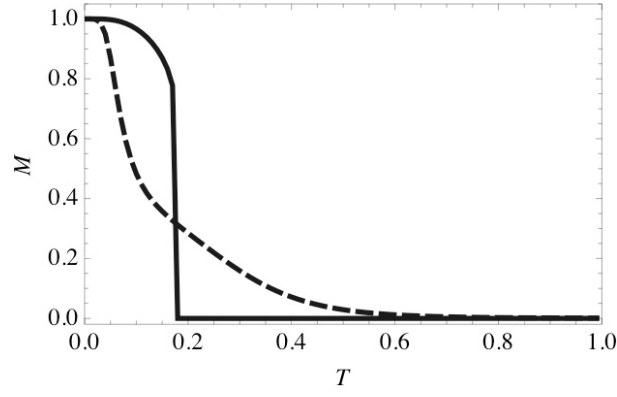
Şek.3.2.4'de $h_{0_r} = 0.7$, $d = 0.25$, $\tau = 1$ ve ortalama manyetizasyonun başlangıç değeri $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ için çizilmiştir. Bu grafikten görülebileceği gibi ortalama alan yaklaşımı $T \approx 0.2$ civarında birinci türden bir faz geçisi ortaya koymaktadır. Fakat efektif alan çözümlerine karşılık gelen kesikli çizgi, ortalama manyetizasyonun yavaş bir eğimle $T \approx 0.7$ civarında sifıra yakınsadığını göstermektedir. Dolayısıyla efektif alan çözümlerinin herhangi bir faz geçisi vermediği ortaya çıkmaktadır.



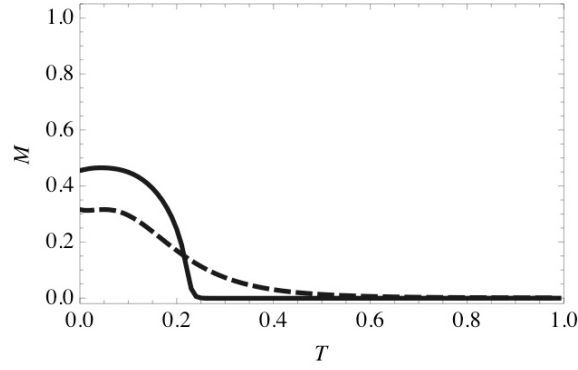
Şek.3.2.4 Ortalama manyetizasyon M eğrisi $h_{0_r} = 0.7$, $d = 0.25$, $\tau = 1$ ve $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ değerleri için görülmektedir. Kesikli çizgi efektif alan yaklaşımını, kesiksiz çizgi ise ortalama alan yaklaşımını temsil etmektedir.



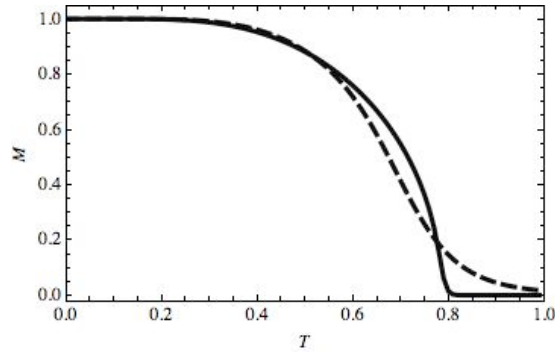
Şek.3.2.5 Ortalama manyetizasyon M eğrisi $h_{0_r} = 0.4$, $d = 0.25$, $\tau = 1$ ve $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ değerleri için görülmektedir. Kesikli çizgi efektif alan yaklaşımını, kesiksiz çizgi ise ortalama alan yaklaşımını temsil etmektedir.



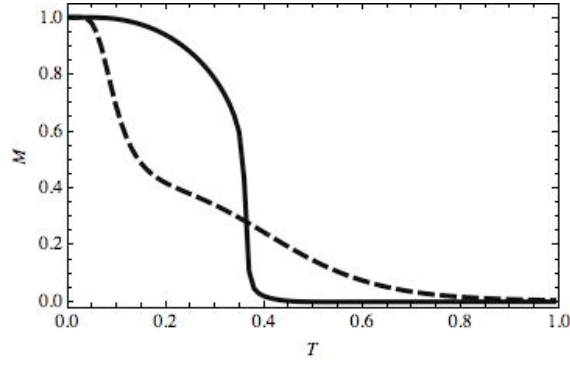
Şek.3.2.6 Ortalama manyetizasyon M eğrisi $h_{0r} = 0.2$, $d = -0.525$, $\tau = 1$ ve $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ değerleri için görülmektedir. Kesikli çizgi efektif alan yaklaşımını, kesiksiz çizgi ise ortalama alan yaklaşımını temsil etmektedir.



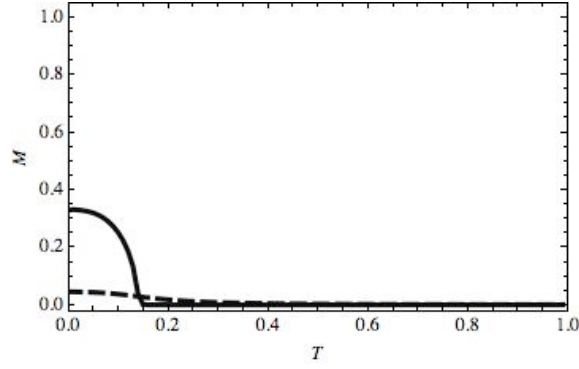
Şek.3.2.7 Ortalama manyetizasyon M eğrisi $h_{0r} = 0.6$, $d = -0.525$, $\tau = 1$ ve $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ değerleri için görülmektedir. Kesikli çizgi efektif alan yaklaşımını, kesiksiz çizgi ise ortalama alan yaklaşımını temsil etmektedir.



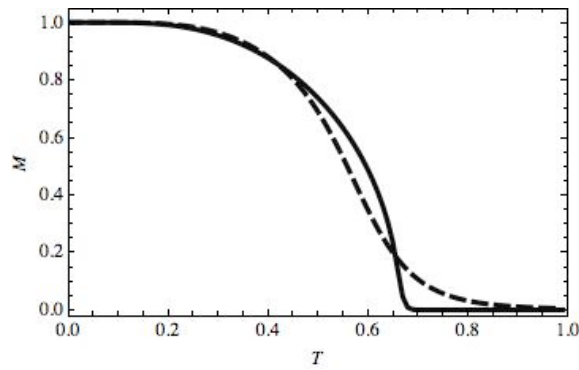
Şek.3.2.8 Ortalama manyetizasyon M eğrisi $h_{0r} = 0.3$, $d = 0.725$, $\tau = 1$ ve $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ değerleri için görülmektedir. Kesikli çizgi efektif alan yaklaşımını, kesiksiz çizgi ise ortalama alan yaklaşımını temsil etmektedir.



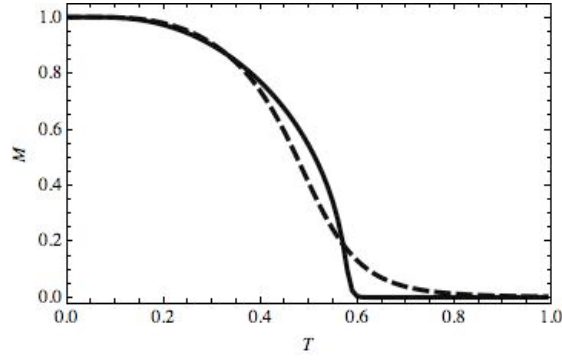
Şek.3.2.9 Ortalama manyetizasyon M eğrisi $h_{0_r} = 0.8$, $d = 0.725$, $\tau = 1$ ve $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ değerleri için görülmektedir. Kesikli çizgi efektif alan yaklaşımını, kesiksiz çizgi ise ortalama alan yaklaşımını temsil etmektedir.



Şek.3.2.10 Ortalama manyetizasyon M eğrisi $h_{0_r} = 0.8$, $d = -0.725$, $\tau = 1$ ve $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ değerleri için görülmektedir. Kesikli çizgi efektif alan yaklaşımını, kesiksiz çizgi ise ortalama alan yaklaşımını temsil etmektedir.



Şek.3.2.11 Ortalama manyetizasyon M eğrisi $h_{0_r} = 0.3$, $d = 0.125$, $\tau = 1$ ve $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ değerleri için görülmektedir. Kesikli çizgi efektif alan yaklaşımını, kesiksiz çizgi ise ortalama alan yaklaşımını temsil etmektedir.



Şek.3.2.12 Ortalama manyetizasyon M eğrisi $h_{0_r} = 0.3$, $d = -0.125$, $\tau = 1$ ve $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ değerleri için görülmektedir. Kesikli çizgi efektif alan yaklaşımını, kesiksiz çizgi ise ortalama alan yaklaşımını temsil etmektedir.

Şek.3.2.5’de $h_{0_r} = 0.4$, $d = 0.25$, $\tau = 1$ ve ortalama manyetizasyonun başlangıç değeri $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ grafiği görülmüyor. Burada da ortalama alan çözümlerini temsil eden kesiksiz çizginin, $T = 0.67$ değerinde ikinci türden faz geçişi verdiğini görüyoruz. Ancak efektif alan çözümleri tekrar herhangi bir faz geçişi önermemektedir.

Şek.3.2.6’da ise $h_{0_r} = 0.2$, $d = -0.525$, $\tau = 1$ ve ortalama manyetizasyonun başlangıç değeri $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ grafiği görülmüyor. Bu parametrelerle de ortalama alan yaklaşımı indirgenmiş sıcaklığın 0.18 değeri için birinci türden faz geçişi önermekle birlikte efektif alan yaklaşımı herhangi bir faz geçişi göstermemektedir. Benzeri şekilde Şek.3.2.7’de sistem değişkenleri $h_{0_r} = 0.6$, $d = -0.525$, $\tau = 1$ ve ortalama manyetizasyonun başlangıç değeri $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ iken ortalama alan yaklaşımının $T = 0.22$ civarında ikinci türden faz geçişi gösterdiğini ancak efektif alan yaklaşımının tekrar bir faz geçişi vermediğini görüyoruz.

Şekil 3.2.8’de ise $h_{0_r} = 0.3$, $d = 0.725$, $\tau = 1$ ve ortalama manyetizasyonun başlangıç değeri $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ grafiği görülmüyor. Bu değerlere sahip sistemde ortalama alan yaklaşımının $T = 0.8$ değerinde ikinci türden faz geçişi görülürken, efektif alan yaklaşımında bir faz geçişi görülmemektedir.

Şekil 3.2.9’da $h_{0_r} = 0.8$, $d = 0.725$, $\tau = 1$ ve ortalama manyetizasyonun başlangıç değeri $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ grafiği görülmüyor. Burada sistemin manyetik alan genliğinin değiştirildiği takdirde ortalama alan çözümlerinin hem faz geçişi sıcaklığının $T = 0.39$ değerine indiğini hem de ikinci türden olan faz geçişinin birinci türe dönüştüğünü görüyoruz.

Şekil 3.2.10'da $h_{0_r} = 0.8$, $d = -0.725$, $\tau = 1$ ve ortalama manyetizasyonun başlangıç değeri $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ grafiği görülüyor. Sistemin sadece kristal alan parametresi olan d değerini değiştirdiğimizde faz geçişinin $T = 0.15$ değerine değiştiğini görebiliriz.

Şekil 3.2.11 ise bize $h_{0_r} = 0.3$, $d = 0.125$, $\tau = 1$ ve ortalama manyetizasyonun başlangıç değeri $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ değerlerinin sonucunu göstermektedir. Bu parametrelerle ortalama alan $T = 0.67$ değerinde ikinci türden faz geçişi gösterirken efektif alan çözümleri herhangi bir faz geçişi önermemektedir.

Şekil 3.2.12'de $h_{0_r} = 0.3$, $d = -0.125$, $\tau = 1$ ve ortalama manyetizasyonun başlangıç değeri $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ grafiği görülüyor. Bu durumda ortalama alan çözümlerinin faz geçişi sıcaklığı $T = 0.59$ değerinde ikinci türden oluşurken efektif alan çözümlerinde faz geçişi görülmemektedir.

4. İKİ BOYUT İÇİN EFEKTİF ALAN YAKLAŞIMI

Bu bölümde daha önce tek boyutlu sistem için yapılan efektif alan yaklaşımını iki boyutlu sisteme uygulayacağız. Bunun için yaklaşımdaki (3.1) ve (3.2) bağıntılarını tekrar düzenlememiz gerekir. Sistemi kare örgü olarak ele aldığımızda bir spinin etrafında 4 komşu spin olacaktır. Komşu spinlerin y doğrultusunda bulunanlara l indisini ve x doğrultusunda bulunanlara da k indisini verecek olursak bağıntılarımız aşağıdaki gibi olacaktır.

$$e^{aS_k} = S_k^2 \cosh(a) + S_k \sinh(a) + (1 - S_k^2)$$

$$\text{Exp}(b\nabla)F(x) = F(x + b)$$

(3.2) bağıntısındaki x ifadesi bir boyut işlemlerinde $x = \beta J(S_{k-1} + S_{k+1})$ iken, iki boyut için $x = \beta J(S_{k-1} + S_{k+1} + S_{l-1} + S_{l+1})$ olarak ele alınmalıdır. Dolayısıyla manyetizasyon hesaplarımız için dönüşümü uygulayacağımız (3.3) denklemini aşağıdaki şekilde işleme alınır;

$$\langle F(x + \beta h(t)) \rangle = \langle \text{Exp}(\beta J(S_{k-1} + S_{k+1} + S_{l-1} + S_{l+1})\nabla) F(x + \beta h(t))|_{x=0} \rangle \quad (4.1)$$

Bu ifadedeki her $\text{Exp}(\beta JS_{k-1}\nabla)$ terimine (3.1) dönüşümünü uyguladığımızda ifademiz şu şekilde olur:

$$\begin{aligned} \langle F(x + \beta h(t)) \rangle &= \langle (S_{k-1}^2 \cosh(\beta J\nabla) + S_{k-1} \sinh(\beta J\nabla) + (1 - S_{k-1}^2))(S_{k+1}^2 \cosh(\beta J\nabla) \\ &\quad + S_{k+1} \sinh(\beta J\nabla) + (1 - S_{k+1}^2))(S_{l-1}^2 \cosh(\beta J\nabla) + S_{l-1} \sinh(\beta J\nabla) \\ &\quad + (1 - S_{l-1}^2))(S_{l+1}^2 \cosh(\beta J\nabla) + S_{l+1} \sinh(\beta J\nabla) + (1 - S_{l+1}^2)) F(\beta h(t)) \rangle \end{aligned} \quad (4.2)$$

Eşitlikteki çarpımları yaptıktan sonra gelecek olan tüm S spin çarpımların ortalamalarının manyetizasyonun kuvvetlerine eşit olduğu yaklaşımını yapalım:

$$\langle S_{k-1} \rangle = \langle S_{k+1} \rangle = \langle S_{l-1} \rangle = \langle S_{l+1} \rangle = m$$

$$\langle S_{k-1} S_{k+1} \rangle = \langle S_{l-1} S_{l+1} \rangle = \langle S_{l-1} S_{k+1} \rangle = \langle S_{l+1} S_{k-1} \rangle \cong m^2$$

$$\langle S_{k-1}^2 S_{k+1} \rangle = \langle S_{l-1} S_{l+1}^2 \rangle = \langle S_{l-1}^2 S_{k+1} \rangle = \langle S_{l-1} S_{k-1} S_{k+1} \rangle \cong m^3$$

$$\langle S_{l+1}^2 S_{l-1}^2 \rangle = \langle S_{k+1}^2 S_{k-1}^2 \rangle = \langle S_{k+1}^2 S_{k-1} S_{l+1} \rangle = \langle S_{k+1} S_{k-1} S_{l+1} S_{l-1} \rangle \cong m^4$$

$$\langle S_{k+1}^2 S_{k-1} S_{l+1} S_{l-1} \rangle = \langle S_{l+1}^2 S_{l-1}^2 S_{k+1} \rangle \cong m^5$$

$$\begin{aligned}
\langle S_{k+1}^2 S_{k-1}^2 S_{l+1}^2 \rangle &= \langle S_{l+1}^2 S_{k-1}^2 S_{l-1} S_{k+1} \rangle \cong m^6 \\
\langle S_{k+1}^2 S_{k-1}^2 S_{l+1}^2 S_{l-1} \rangle &\cong m^7 \\
\langle S_{k+1}^2 S_{k-1}^2 S_{l+1}^2 S_{l-1}^2 \rangle &\cong m^8
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Yukarıdaki yaklaşıklıklarla (4.2) denkleminin manyetizasyonun kuvvetleri şeklinde açılmış hali şu şekildedir:

$$\begin{aligned}
\langle F(x + \beta h(t)) \rangle &= \int m^8 \left(1 - 4 \cosh(\beta \mathcal{N}) + 6 \cosh^2(\beta \mathcal{N}) - 4 \cosh^3(\beta \mathcal{N}) + \cosh^4(\beta \mathcal{N}) \right) \\
&\quad + m^7 \left(-4 \sinh(\beta \mathcal{N}) + 12 \cosh(\beta \mathcal{N}) \sinh(\beta \mathcal{N}) - 12 \cosh^2(\beta \mathcal{N}) \sinh(\beta \mathcal{N}) \right. \\
&\quad \left. + 4 \cosh^3(\beta \mathcal{N}) \sinh(\beta \mathcal{N}) \right) \\
&\quad + m^6 \left(-4 + 12 \cosh(\beta \mathcal{N}) - 12 \cosh^2(\beta \mathcal{N}) + 4 \cosh^3(\beta \mathcal{N}) + 6 \sinh^2(\beta \mathcal{N}) \right. \\
&\quad \left. - 12 \cosh(\beta \mathcal{N}) \sinh^2(\beta \mathcal{N}) + 6 \cosh^2(\beta \mathcal{N}) \sinh^2(\beta \mathcal{N}) \right) \\
&\quad + m^5 \left(12 \sinh(\beta \mathcal{N}) - 24 \cosh(\beta \mathcal{N}) \sinh(\beta \mathcal{N}) + 12 \cosh^2(\beta \mathcal{N}) \sinh(\beta \mathcal{N}) \right. \\
&\quad \left. - 4 \sinh^3(\beta \mathcal{N}) + 4 \cosh(\beta \mathcal{N}) \sinh^2(\beta \mathcal{N}) \right) \\
&\quad + m^4 \left(6 - 12 \cosh(\beta \mathcal{N}) + 6 \cosh^2(\beta \mathcal{N}) - 12 \sinh^2(\beta \mathcal{N}) \right. \\
&\quad \left. + 12 \cosh(\beta \mathcal{N}) \sinh^2(\beta \mathcal{N}) + \sinh^4(\beta \mathcal{N}) \right) \\
&\quad + m^3 \left(-12 \sinh(\beta \mathcal{N}) - 12 \cosh(\beta \mathcal{N}) \sinh(\beta \mathcal{N}) + 4 \sinh^3(\beta \mathcal{N}) \right) \\
&\quad + m^2 \left(-4 + 4 \cosh(\beta \mathcal{N}) + 6 \sinh^2(\beta \mathcal{N}) \right) \\
&\quad + m \left(4 \sinh(\beta \mathcal{N}) \right) + 1 \int F(\beta h(t))
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Bir boyuttaki işlemlere benzer şekilde manyetizasyon katsayılarındaki hiperbolik fonksiyonlara uygun atamalar aşağıdaki şekilde yapılabilir:

$$c_1 = F(\beta h(t))$$

(3.1) dönüşümü ile (4.5) ifadesi şu şekilde yazılır:

$$c_1 = \frac{2 \sinh(\beta(h(t)))}{2 \cosh(\beta(h(t))) + \text{Exp}(-\beta D)} \tag{4.5}$$

$$a_0 = \sinh(\beta \mathcal{N}) F(\beta h(t)) = \left(\frac{e^{\beta \mathcal{N}} - e^{-\beta \mathcal{N}}}{2} \right) F(\beta h(t))$$

Efektif alan yaklaşımındaki (3.2) ve (3.1) dönüşümünden tekrar yararlanarak

$$a_0 = \frac{1}{2} \{F(\beta(J + h(t))) - F(\beta(-J + h(t)))\}$$

$$a_0 = \left(\frac{\sinh(\beta(J + h(t))) - \sinh(\beta(-J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right) \quad (4.6)$$

olarak bulunur. Benzeri şekilde diğer a katsayıları da hesaplanır;

$$a_1 = \cosh(\beta \mathcal{N}) F(\beta h(t)) = \left(\frac{e^{\beta \mathcal{N}} + e^{-\beta \mathcal{N}}}{2} \right) F(\beta h(t))$$

$$a_1 = \frac{1}{2} \{F(\beta(J + h(t))) + F(\beta(-J + h(t)))\}$$

$$a_1 = \left(\frac{\sinh(\beta(J + h(t))) + \sinh(\beta(-J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right) \quad (4.7)$$

$$a_2 = \cosh^2(\beta \mathcal{N}) F(\beta h(t)) = \frac{1}{4} (e^{2\beta \mathcal{N}} + e^{-2\beta \mathcal{N}} + 2) F(\beta h(t))$$

$$a_2 = \frac{1}{4} \{F(\beta(2J + h(t))) + F(\beta(-2J + h(t))) + 2F(\beta h(t))\}$$

$$a_2 = \frac{1}{4} \left(\frac{2 \sinh(\beta(2J + h(t))) + 2 \sinh(\beta(-2J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(2J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} + \frac{4 \sinh(\beta h(t))}{2 \cosh(\beta h(t)) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right) \quad (4.8)$$

$$a_3 = \sinh^2(\beta \mathcal{N}) F(\beta h(t)) = \frac{1}{4} (e^{2\beta \mathcal{N}} + e^{-2\beta \mathcal{N}} - 2) F(\beta h(t))$$

$$a_3 = \frac{1}{4} \{F(\beta(2J + h(t))) + F(\beta(-2J + h(t))) - 2F(\beta h(t))\}$$

$$a_3 = \frac{1}{4} \left(\frac{2 \sinh(\beta(2J + h(t))) + 2 \sinh(\beta(-2J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(2J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} - \frac{4 \sinh(\beta h(t))}{2 \cosh(\beta h(t)) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right) \quad (4.9)$$

$$a_4 = \sinh(\beta \mathcal{N}) \cosh(\beta \mathcal{N}) F(\beta h(t)) = \frac{1}{4} (e^{2\beta \mathcal{N}} - e^{-2\beta \mathcal{N}}) F(\beta h(t))$$

$$a_4 = \frac{1}{4} \{F(\beta(2J + h(t))) - F(\beta(-2J + h(t)))\}$$

$$a_4 = \frac{1}{2} \left(\frac{\sinh(\beta(2J + h(t))) - \sinh(\beta(-2J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(2J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right) \quad (4.10)$$

$$\begin{aligned} a_5 &= \cosh^4(\beta \mathcal{N}) F(\beta h(t)) = \frac{1}{16} (e^{4\beta \mathcal{N}} + 4e^{-2\beta \mathcal{N}} + 4e^{2\beta \mathcal{N}} + e^{-4\beta \mathcal{N}} + 6) F(\beta h(t)) \\ a_5 &= \frac{1}{16} \{ F(\beta(4J + h(t))) + 4F(\beta(-2J + h(t))) + 4F(\beta(2J + h(t))) + F(\beta(-4J + h(t))) \\ &\quad + 6F(\beta h(t)) \} \\ a_5 &= \frac{1}{16} \left(\frac{2 \sinh(\beta(4J + h(t))) + 2 \sinh(\beta(-4J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(4J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right. \\ &\quad \left. + \frac{8 \sinh(\beta(2J + h(t))) + 8 \sinh(\beta(-2J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(2J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} + \frac{12 \sinh(\beta h(t))}{2 \cosh(\beta h(t)) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right) \quad (4.11) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_6 &= \cosh^3(\beta \mathcal{N}) F(\beta h(t)) = \frac{1}{8} (e^{3\beta \mathcal{N}} + e^{-3\beta \mathcal{N}} + 3e^{\beta \mathcal{N}} + 3e^{-\beta \mathcal{N}}) F(\beta h(t)) \\ a_6 &= \frac{1}{8} \{ F(\beta(3J + h(t))) + F(\beta(-3J + h(t))) + 3F(\beta(J + h(t))) + 3F(\beta(-J + h(t))) \} \\ a_6 &= \frac{1}{8} \left(\frac{2 \sinh(\beta(3J + h(t))) + 2 \sinh(\beta(-3J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(3J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right. \\ &\quad \left. + \frac{6 \sinh(\beta(J + h(t))) + 6 \sinh(\beta(-J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right) \quad (4.12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_7 &= \cosh^3(\beta \mathcal{N}) \sinh(\beta \mathcal{N}) F(\beta h(t)) = \frac{1}{16} (e^{4\beta \mathcal{N}} - e^{-4\beta \mathcal{N}} + 2e^{2\beta \mathcal{N}} - 2e^{-2\beta \mathcal{N}}) F(\beta h(t)) \\ a_7 &= \frac{1}{16} \{ F(\beta(4J + h(t))) - F(\beta(-4J + h(t))) + 2F(\beta(2J + h(t))) - 2F(\beta(-2J + h(t))) \} \\ a_7 &= \frac{1}{16} \left(\frac{2 \sinh(\beta(4J + h(t))) - 2 \sinh(\beta(-4J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(4J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right. \\ &\quad \left. + \frac{4 \sinh(\beta(2J + h(t))) - 4 \sinh(\beta(-2J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(2J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right) \quad (4.13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_8 &= \cosh^2(\beta \mathcal{N}) \sinh(\beta \mathcal{N}) F(\beta h(t)) = \frac{1}{8} (e^{3\beta \mathcal{N}} - e^{-3\beta \mathcal{N}} + e^{\beta \mathcal{N}} - e^{-\beta \mathcal{N}}) F(\beta h(t)) \\ a_8 &= \frac{1}{8} \{ F(\beta(3J + h(t))) - F(\beta(-3J + h(t))) + F(\beta(J + h(t))) - F(\beta(-J + h(t))) \} \end{aligned}$$

$$a_8 = \frac{1}{8} \left(\frac{2 \sinh(\beta(3J + h(t))) - 2 \sinh(\beta(-3J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(3J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} + \frac{2 \sinh(\beta(J + h(t))) - 2 \sinh(\beta(-J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right) \quad (4.14)$$

$$a_9 = \cosh^2(\beta \mathcal{N}) \sinh^2(\beta \mathcal{N}) F(\beta h(t)) = \frac{1}{16} (e^{4\beta \mathcal{N}} + e^{-4\beta \mathcal{N}} + 2) F(\beta h(t))$$

$$a_9 = \frac{1}{16} \{F(\beta(4J + h(t))) + F(\beta(-4J + h(t))) + 2F(\beta h(t))\}$$

$$a_9 = \frac{1}{16} \left(\frac{2 \sinh(\beta(4J + h(t))) + 2 \sinh(\beta(-4J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(4J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} + \frac{4 \sinh(\beta h(t))}{2 \cosh(\beta h(t)) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right) \quad (4.15)$$

$$a_{10} = \cosh(\beta \mathcal{N}) \sinh^2(\beta \mathcal{N}) F(\beta h(t)) = \frac{1}{8} (e^{3\beta \mathcal{N}} + e^{-3\beta \mathcal{N}} - e^{\beta \mathcal{N}} - e^{-\beta \mathcal{N}}) F(\beta h(t))$$

$$a_{10} = \frac{1}{8} \{F(\beta(3J + h(t))) + F(\beta(-3J + h(t))) - F(\beta(J + h(t))) - F(\beta(-J + h(t)))\}$$

$$a_{10} = \frac{1}{8} \left(\frac{2 \sinh(\beta(3J + h(t))) + 2 \sinh(\beta(-3J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(3J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} - \frac{2 \sinh(\beta(J + h(t))) + 2 \sinh(\beta(-J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right) \quad (4.16)$$

$$a_{11} = \cosh(\beta \mathcal{N}) \sinh^3(\beta \mathcal{N}) F(\beta h(t)) = \frac{1}{16} (e^{4\beta \mathcal{N}} - e^{-4\beta \mathcal{N}} + 2e^{-2\beta \mathcal{N}} - 2e^{2\beta \mathcal{N}}) F(\beta h(t))$$

$$a_{11} = \frac{1}{16} \{F(\beta(4J + h(t))) - F(\beta(-4J + h(t))) + 2F(\beta(-2J + h(t))) - 2F(\beta(2J + h(t)))\}$$

$$a_{11} = \frac{1}{16} \left(\frac{2 \sinh(\beta(4J + h(t))) - 2 \sinh(\beta(-4J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(4J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} + \frac{4 \sinh(\beta(-2J + h(t))) - 4 \sinh(\beta(2J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(2J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right) \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned}
a_{12} &= \sinh^3(\beta \mathcal{N}) F(\beta h(t)) = \frac{1}{8} \left(e^{3\beta \mathcal{N}} - e^{-3\beta \mathcal{N}} + 3e^{-\beta \mathcal{N}} - 3e^{\beta \mathcal{N}} \right) F(\beta h(t)) \\
a_{12} &= \frac{1}{8} \left\{ F(\beta(3J + h(t))) - F(\beta(-3J + h(t))) + 3F(\beta(-J + h(t))) - 3F(\beta(J + h(t))) \right\} \\
a_{12} &= \frac{1}{8} \left(\frac{2 \sinh(\beta(3J + h(t))) - 2 \sinh(\beta(-3J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(3J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right. \\
&\quad \left. + \frac{6 \sinh(\beta(-J + h(t))) - 6 \sinh(\beta(J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right) \quad (4.18)
\end{aligned}$$

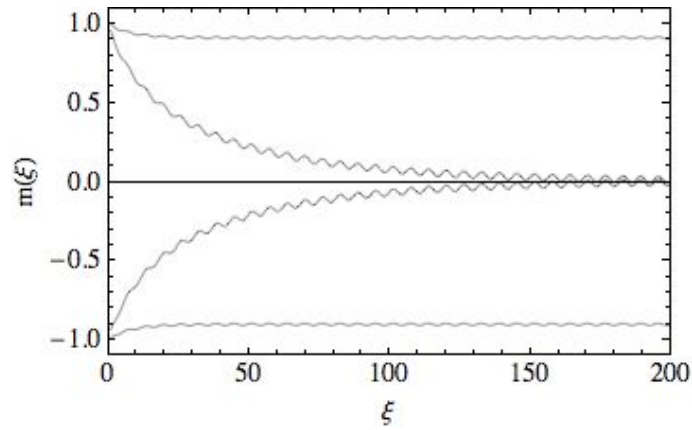
$$\begin{aligned}
a_{13} &= \sinh^4(\beta \mathcal{N}) F(\beta h(t)) = \frac{1}{16} \left(e^{4\beta \mathcal{N}} + e^{-4\beta \mathcal{N}} - 4e^{-2\beta \mathcal{N}} - 4e^{2\beta \mathcal{N}} + 6 \right) F(\beta h(t)) \\
a_{13} &= \frac{1}{16} \left\{ F(\beta(4J + h(t))) + F(\beta(-4J + h(t))) - 4F(\beta(-2J + h(t))) - 4F(\beta(2J + h(t))) \right. \\
&\quad \left. + 6F(\beta h(t)) \right\} \\
a_{13} &= \frac{1}{16} \left(\frac{2 \sinh(\beta(4J + h(t))) + 2 \sinh(\beta(-4J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(4J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right. \\
&\quad \left. - \frac{8 \sinh(\beta(-2J + h(t))) + 8 \sinh(\beta(2J + h(t)))}{2 \cosh(\beta(2J + h(t))) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} + \frac{12 \sinh(\beta h(t))}{2 \cosh(\beta h(t)) + \text{Exp}(-\beta \mathbf{D})} \right) \quad (4.19)
\end{aligned}$$

Bu atamaları yaptıktan sonra manyetizasyonun zamana bağlı ifadesi aşağıdaki şekli alır:

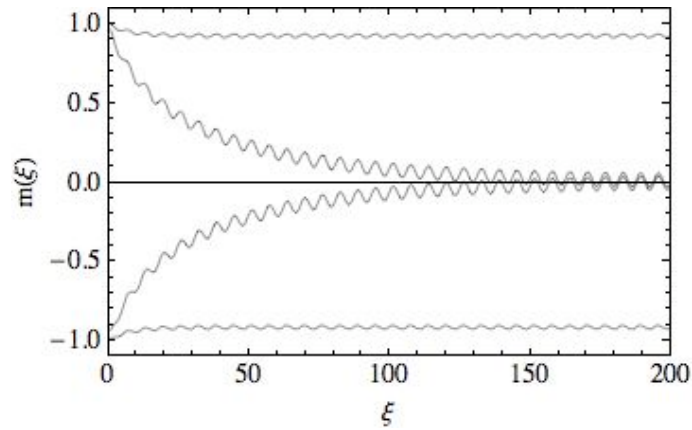
$$\begin{aligned}
\Omega \frac{dm}{d\xi} &= c_1 + 4ma_0 + m^2(-4c_1 + 4a_1 + 6a_3) + m^3(-12a_0 + 12a_4 + 4a_{12}) \\
&\quad + m^4(6c_1 - 12a_1 + 6a_2 - 12a_3 + 12a_{10} + a_{13}) \\
&\quad + m^5(12a_0 - 24a_4 + 12a_8 - 4a_{12} + 4a_{11}) \\
&\quad + m^6(-4c_1 + 12a_1 - 12a_2 + 4a_6 + 6a_3 - 12a_{10} + 6a_9) \\
&\quad + m^7(-4a_0 + 12a_4 - 12a_8 + 4a_7) \\
&\quad + m^8(c_1 - 4a_1 + 6a_2 - 4a_6 + a_5) \quad (4.20)
\end{aligned}$$

4.2 Nümerik Çözümler

Bu bölümde sonuçlar tek boyut işlemlerine benzer olarak bilgisayar vasıtasıyla nümerik olarak elde edilmiştir. İlk olarak elde edilen manyetizasyonun zamana bağlı sonuçlarından belirli bir periyotta ortalaması alınarak elde edilen ortalama manyetizasyon sonuçları hem efektif alan yaklaşımıyla hem de ortalama alan yaklaşımıyla incelenmiştir.

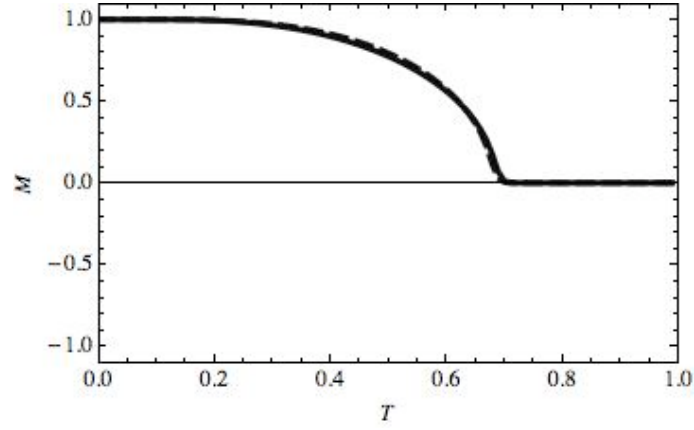


Şek.4.2.1 İki boyut için anlık manyetizasyon $m(\xi)$ 'nin $h_{0_r} = 0.3$, $d = 0.25$, $\tau = 1$ ve başlangıç değerleri $\langle m(\xi = 0) \rangle = \mp 1$ ortalama alan çözümleri. İndirgenmiş sıcaklık başlangıç değeri T ise 0.2 ve 0.4 alınmıştır.



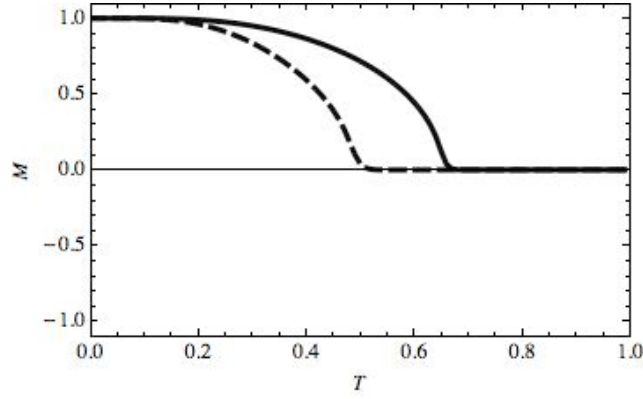
Şek.4.2.2 İki boyut için anlık manyetizasyon $m(\xi)$ 'nin $h_{0_r} = 0.3$, $d = 0.25$, $\tau = 1$ ve başlangıç değerleri $\langle m(\xi = 0) \rangle = \mp 1$ ortalama alan çözümleri. İndirgenmiş sıcaklık başlangıç değeri T ise 0.2 ve 0.4 alınmıştır.

Faz geçişlerini inceleyebilmemiz için tekrar manyetizasyonun belirli bir periyotta ortalamasını alarak ortalama manyetizasyon grafiklerini elde etmemiz gerekmektedir. Aşağıda birçok farklı parametre için ortalama manyetizasyonun efektif alan ve ortalama alan sonuçları üst üste bindirilmiştir.

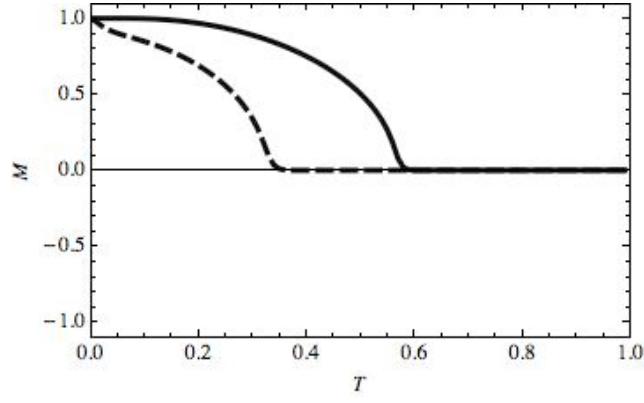


Şek.4.2.3 Ortalama manyetizasyon M eğrisi $h_{0_r} = 0.3$, $d = 0.25$, $\tau = 1$ ve $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ değerleri için görülmektedir. Kesikli çizgi efektif alan yaklaşımını, kesiksiz çizgi ise ortalama alan yaklaşımını temsil etmektedir.

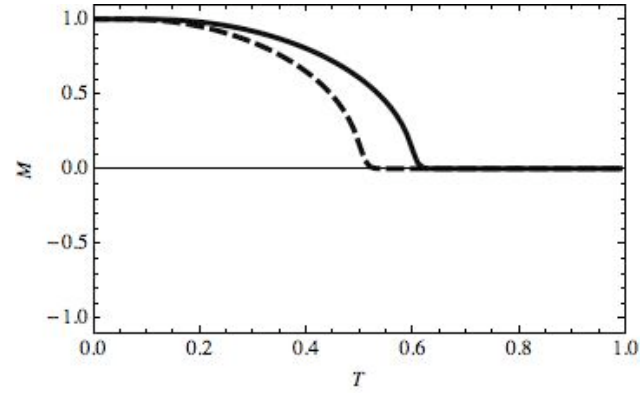
Şekil 4.2.3’de $h_{0_r} = 0.3$, $d = 0.25$ ve $\tau = 1$ ve ortalama manyetizasyonun başlangıç değeri $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ grafiği görülmüyor. Düz çizgi ile temsi edilen ortalama alan çözümü ve neredeyse tamamen altında kalan kesikli çizgi ile temsil edilmiş efektif alan çözümü $T = 0.7$ değerinde ikinci tür faz geçişini göstermektedir.



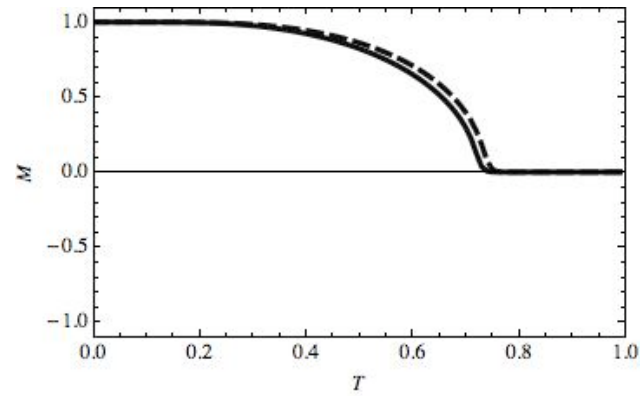
Şek.4.2.4 Ortalama manyetizasyon M eğrisi $h_{0_r} = 0.7$, $d = 0.25$, $\tau = 1$ ve $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ değerleri için görülmektedir. Kesikli çizgi efektif alan yaklaşımını, kesiksiz çizgi ise ortalama alan yaklaşımını temsil etmektedir.



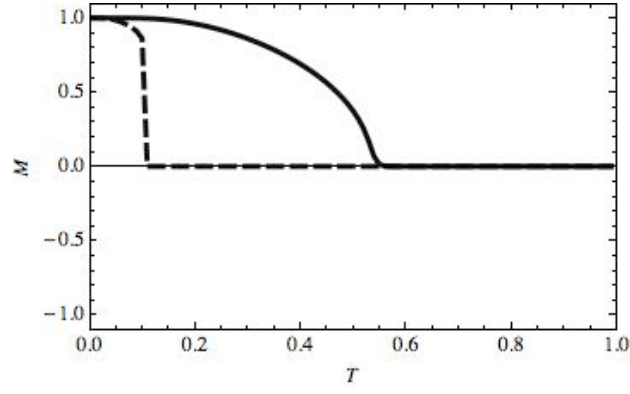
Şek.4.2.5 Ortalama manyetizasyon M eğrisi $h_{0_r} = 0.7$, $d = -0.25$, $\tau = 1$ ve $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ değerleri için görülmektedir. Kesikli çizgi efektif alan yaklaşımını, kesiksiz çizgi ise ortalama alan yaklaşımını temsil etmektedir.



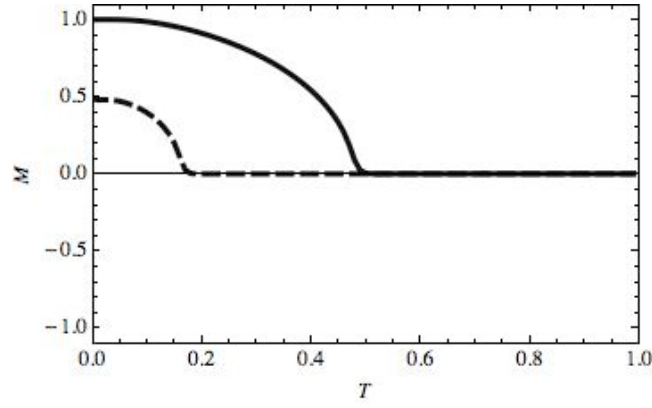
Şek.4.2.6 Ortalama manyetizasyon M eğrisi $h_{0_r} = 0.3$, $d = -0.25$, $\tau = 1$ ve $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ değerleri için görülmektedir. Kesikli çizgi efektif alan yaklaşımını, kesiksiz çizgi ise ortalama alan yaklaşımını temsil etmektedir.



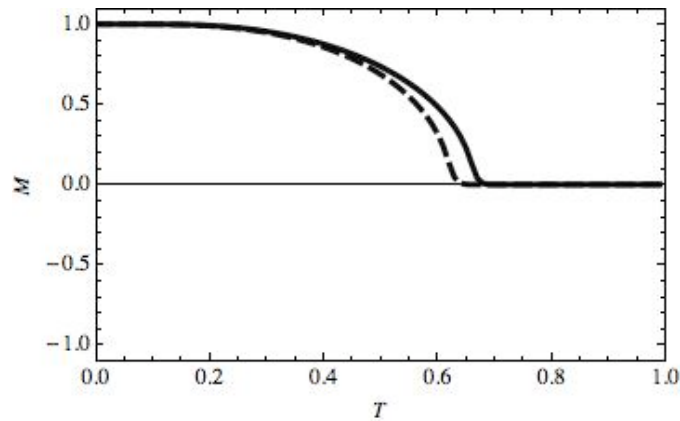
Şek.4.2.7 Ortalama manyetizasyon M eğrisi $h_{0_r} = 0.3$, $d = 0.525$, $\tau = 1$ ve $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ değerleri için görülmektedir. Kesikli çizgi efektif alan yaklaşımını, kesiksiz çizgi ise ortalama alan yaklaşımını temsil etmektedir.



Şek.4.2.8 Ortalama manyetizasyon M eğrisi $h_{0_r} = 0.3$, $d = -0.525$, $\tau = 1$ ve $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ değerleri için görülmektedir. Kesikli çizgi efektif alan yaklaşımını, kesiksiz çizgi ise ortalama alan yaklaşımını temsil etmektedir.



Şek.4.2.9 Ortalama manyetizasyon M eğrisi $h_{0_r} = 0.85$, $d = -0.525$, $\tau = 1$ ve $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ değerleri için görülmektedir. Kesikli çizgi efektif alan yaklaşımını, kesiksiz çizgi ise ortalama alan yaklaşımını temsil etmektedir.



Şek.4.2.10 Ortalama manyetizasyon M eğrisi $h_{0_r} = 0.4$, $d = 0.125$, $\tau = 1$ ve $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ değerleri için görülmektedir. Kesikli çizgi efektif alan yaklaşımını, kesiksiz çizgi ise ortalama alan yaklaşımını temsil etmektedir.

Şekil 4.2.4’de $h_{0_r} = 0.7$, $d = 0.25$ ve $\tau = 1$ ve ortalama manyetizasyonun başlangıç değeri $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ grafiği görülüyor. Efektif alan çözümleri bu parametrelerle $T = 0.5$ değerinde ikinci türden faz geçişi gösterirken ortalama alan çözümleri ise $T = 0.65$ seviyesinde ikinci türden faz geçişi vermektedir.

Şekil 4.2.5’de $h_{0_r} = 0.7$, $d = -0.25$ ve $\tau = 1$ ve ortalama manyetizasyonun başlangıç değeri $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ grafiği görülüyor. Bu grafikte ise efektif alan çözümleri $T = 0.33$, ortalama alan çözümleri ise $T = 0.6$ seviyesinde ikinci tür faz geçişi göstermiştir.

Şekil 4.2.6’de $h_{0_r} = 0.3$, $d = -0.25$ ve $\tau = 1$ ve ortalama manyetizasyonun başlangıç değeri $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ grafiği görülüyor. Efektif alan çözümleri $T = 0.52$ ’de ikinci tür faz geçişi gösterirken ortalama alan çözümleri $T = 0.62$ seviyesinde bu geçişi vermiştir.

Şekil 4.2.7’de $h_{0_r} = 0.3$, $d = 0.525$ ve $\tau = 1$ ve ortalama manyetizasyonun başlangıç değeri $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ grafiği görülüyor. Bu parametreler sonucunda her iki yaklaşım yöntemi birbirine oldukça yakın sonuçlar vermiştir. Efektif alan $T = 0.75$ ve ortalama alan sonuçları da $T = 0.73$ seviyesinde ikinci tür faz geçişi göstermiştir.

Şekil 4.2.8’de $h_{0_r} = 0.3$, $d = -0.525$ ve $\tau = 1$ ve ortalama manyetizasyonun başlangıç değeri $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ grafiği görülüyor. Bu grafikte kesikli çizgi ile gösterilmiş olan efektif alan çözümü $T = 0.11$ değerinde birinci türden bir faz geçişi göstermektedir ancak kesiksiz çizgi ile gösterilmiş olan ortalama alan çözümü $T = 0.58$ değerinde ikinci tür faz geçişi göstermiştir.

Şekil 4.2.9’de $h_{0_r} = 0.85$, $d = -0.525$ ve $\tau = 1$ ve ortalama manyetizasyonun başlangıç değeri $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ grafiği görülüyor. Bu değerlerle efektif alan $T = 0.17$ seviyesinde ikinci tür faz geçişi verirken ortalama alan faz geçişini $T = 0.55$ seviyesinde vermektedir.

Şekil 4.2.10’de $h_{0_r} = 0.4$, $d = 0.125$ ve $\tau = 1$ ve ortalama manyetizasyonun başlangıç değeri $\langle m(\xi = 0) \rangle = 1$ grafiği görülüyor. Kesikli çizgi ile gösterilen efektif alan sonuçlar ikinci tür faz geçişini $T = 0.64$ seviyesinde, ortalama alan ise $T = 0.68$ seviyesinde göstermiştir.

5. SONUÇLAR

Bu çalışmada periyodik bir dış manyetik alan altında, Glauber tipi dinamiğe sahip spin-1 Blume-Capel modelinin, hem ortalama alan yaklaşımı ile hem de efektif alan yaklaşımı ile bir boyut ve iki boyut çözümleri incelenmiştir. Bir boyutlu sistemin sonuçlarında, düzen parametresi olarak adlandırılan ortalama manyetizasyonun, sistemin çözümüne yaklaşımımız olan efektif alan yaklaşımı ile oldukça alakalı olduğunu gördük. Ayrıca ortalama alan yaklaşımının aksine efektif alan yaklaşımında, herhangi bir anda ferromanyetik paramanyetik fazın bulunduğu bir bölge ve de trikritik nokta (tricritical point) gözlemlenememiştir. Efektif alan yaklaşımını uygularken korelasyon için $\langle S_{k-1} S_{k+1} \rangle \approx m^2$, $\langle S_{k-1} S_{k+1}^2 \rangle = m^3$, $\langle S_{k-1}^2 S_{k+1}^2 \rangle = m^4$ yaklaşımları yapılmıştır. Bu terimler mutlaka efektif alan yaklaşımının hassasiyetini düşürmektedir ancak ortalama alan yaklaşımının hiçbir korelasyon katkısını almadığını düşünürsek, efektif alan yaklaşımının daha hassas bir yaklaşım olduğunu düşünebiliriz.

İki boyutlu sistemin sonuçları ise bir boyutlu sistemin sonuçlarından oldukça farklılaşmıştır. Bir boyutlu sistemde, efektif alan yaklaşımında faz geçişinin görülmediği parametrelerde faz geçişi görülmüştür ve bazı parametreler için de faz geçiş türleri ve indirgenmiş sıcaklık değerleri ortalama alan çözümlerine oldukça yakın çıkmıştır. Ancak iki boyut işlemlerinde yapılan $\langle S_k^2 S_{k+1} \rangle \approx m^3$, $\langle S_k^2 S_l^2 \rangle \approx m^4$, $\langle S_k^2 S_{k+1}^2 S_l \rangle \approx m^5$, $\langle S_k^2 S_{k+1}^2 S_l^2 \rangle = m^6$, $\langle S_k^2 S_{k+1}^2 S_l^2 S_{l+1} \rangle \approx m^7$ ve $\langle S_k^2 S_{k+1}^2 S_l^2 S_{l+1}^2 \rangle \approx m^8$ yaklaşıklıkları, elde edilen çözümlerin hassasiyetini daha da düşürmektedir. Sonuç olarak incelenen sistemin boyutu arttıkça yapılacak olan yaklaşıklıkların artması sebebiyle efektif alan yaklaşımının ortalama alan yaklaşımı sonuçlarıyla benzerlik gösterdiği görülmüştür.

KAYNAKLAR

- Acharyya, M., (1996), "Nonequilibrium Phase Transition in the Kinetic Ising model: Critical Slowing Down and the Specific-Heat Singularity", Phys. Rev. E, 56:2407
- Blume, M., (1966), "Theory of the First-Order Magnetic Phase Change in UO_2 ", Phys. Rev, 141:517
- Buendi, G., M., Machado, E., (1998), "Kinetics of a Mixed Ising Ferrimagnetic System", Phys. Rev. E, 58:1260
- Capel, H., W., (1966), "On the Possibility of First-Order Phase Transitions in Ising Systems of Triplet Ions with Zero-Field Splitting", Physica, 32:966
- Fiig, T., Gorman, B.M., Rivold, P.A., Novotny, M.A., "Numerical Transfer-Matrix Study of a Model with Competing Metastable States", Phys. Rev. E, 50:1930
- Glauber, R.J., (1963), "Time Dependent Statics of the Ising model", Journal of Mathematical Physics, 4:294
- Huang, K., (1963), "Statistical Mechanics", John Wiley and Sons
- Keskin, M., (2005), "Dynamic Phase Transition in the Kinetic Spin-1 Blume-Capel Model Under a Time-Dependent Oscillating External Field", Phys. Rev. E, 72:036125
- Lines, M., E. (1974), "Many-Body Theory of Magnetism for Ions With Complicated Level Structure", Phys. Rev. B, 9:3927-3931
- Manzo, F., Oliviera, E., (1990), "Dynamic Phase Transition in the Kinetic Ising Model Under a Time-Dependent Oscillating Field", Phys. Rev. A, 41:4251
- Privman, V., (1997), "Nonequilibrium Statistical Mechanics in One Dimension", Cambridge University Press
- Shi, X., Wei, G., Li, L., (2008), "Effective-Field Theory on the Kinetic Ising Model", Phys. Rev. A, 77:052102

İNTERNET KAYNAKLARI

- [1] http://en.wikipedia.org/wiki/Ising_model
- [2] http://en.wikipedia.org/wiki/Markov_process

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 10.01.1983

Doğum yeri	Ankara	
Lise	1998-2001	İzmir Çakabey Lisesi
Lisans	2001-2006	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Edebiyat Fak. Fizik Bölümü
Yüksek Lisans	2008-Devam Ediyor	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Ens. Fizik Bölümü