

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

128721

BOSE-EINSTEIN YOĞUNLAŞMASI VE BAZI
UYGULAMALARI

Fizikçi Seçkin Dündar Günay

F.B.E Fizik Anabilimdalında
Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

Jüri Üyesi

Tez Danışmanı : Doç. Dr. Hasan Tatlıpınar

Doç. Dr. Gethin Tapsever

Jüri Üyesi

Prof. Dr. Bekir Karaoğlu

İSTANBUL, 2002

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iv
KISALTMA LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ.....	vi
ÇİZELGE LİSTESİ	vii
ÖNSÖZ.....	viii
ÖZET.....	ix
ABSTRACT	x
1. GİRİŞ	1
1.1 Bose-Einstein Yoğunlaşması Nedir?	1
1.2 Bose-Einstein Yoğunlaşması Nasıl Oluşturuldu?	2
2. BOSE-EİNSTEİN YOĞUNLAŞMASI DENEYİ	4
2.1 Laserle Soğutma ve Kapan Kurma	4
2.2 Manyetik Kapan ve Buharlaştırarak Soğutma	7
2.3 Bose-Einstein Yoğunlaşmasının Deneysel Sonuçları	9
3. BOSE-EİNSTEİN YOĞUNLAŞMASININ İSTATİSTİK FİZİĞE GÖRE AÇIKLANMASI	15
4. BOSE-EİNSTEİN YOĞUNLAŞMASININ KUANTUM MEKANİĞİNE GÖRE İNCELENMESİ	24
4.1 Biribiri ile Etkileşmeyen (İdeal) Bose Gazının Harmonik Kapandaki Yoğunlaşması	24
4.2 Birbiriyle Etkileşen Bose Gazının Harmonik Kapandaki Yoğunlaşması.....	26
5. ÜÇ BOYUTLU HARMONİK OSİLATÖR POTANSİYELİ İÇİN BOSE- EİNSTEİN YOĞUNLAŞMASININ SAYISAL OLARAK İNCELENMESİ	30
5.1 Üç Boyutlu Harmonik Osilatör	30
5.2 Klasik Parçacık Enerji Seviyelerinin İşgal Sayısı	32
5.3 Boson Enerji Seviyelerinin İşgal Sayısı	33
5.4 Bose-Einstein Yoğunlaşmasının Isı Kapasitesi	33
6. BOSE-EİNSTEİN YOĞUNLAŞMASI ve BAZI UYGULAMALARI	47
6.1 Kohorent Atom Optiği	47
6.2 Kuantum Durumlarının Karışımı Probleminin İncelenmesi.....	48
6.3 Atomik gazların Bose-Einstein Yoğunlaşması	48

7.	SONUÇLAR ve TARTIŞMA.....	52
	KAYNAKLAR	54
	ÖZGEÇMİŞ	58



SİMGE LİSTESİ

N_ε	ε enerjili bir durumun işgal edilme sayısı
$(n_\ell)_{\text{klasik}}$	ε_ℓ enerjili durumun klasik parçacıklarca işgal sayısı
$(n_\ell)_{BE}$	ε_ℓ enerjili durumun bozonlar ile işgal sayısı
Θ_m	$m\hbar\omega$ enerjili durumların toplam işgal sayısı
Ξ	Büyük kanonik bölüşüm fonksiyonu
$\langle n_0 \rangle$	Taban durumunu işgal eden ortalama parçacık sayısı
$\phi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_N)$	N tane etkileşmeyen bozonun taban durumu dalga fonksiyonu
$\phi(\vec{r}_i)$	i. Bozonun taban durumu dalga fonksiyonu
$\hat{\Psi}(\vec{r}, t)$	Alan operatörü
a_0	Harmonik osilatör uzunluğu
λ	de Broglie dalga boyu
Φ	Mertebe parametresi

KISALTMA LİSTESİ

MIT	Massachusetts Institute of Technology
BEC	Bose-Einstein Yoğunlaşması (Bose-Einstein Condensation)
MOT	Manyeto-Optik Kapan (Magneto-Optic Trap)
TOP	Zaman Yörüngeli Potansiyel (Time Orbiting Potential)
CCD düzeneği	TV kamerası
GP	Gross-Pitaevskii
EPR Paradoksu	Einstein, Podolsky ve Rosen Paradoksu



ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 2.1 Bose-Einstein Yoğunlaşması Kapan Hücresi	4
Şekil 2.2 Radyasyon Basınç Kuvveti.....	5
Şekil 2.3 Buhar Hücresi manyeto-optik kapanı ve atom dağılımı şeması.....	7
Şekil 2.4 Basit ve RF buharlaştırarak soğutma şeması.....	9
Şekil 2.5 Kapana kısırılmış bulutun sıcaklığın fonksiyonu cinsinden tepe yoğunluğu.....	11
Şekil 2.6 Yoğunlaşma fotoğrafının negatifleri.....	12
Şekil 2.7 Atomların hız-uzay'daki sayısal yoğunluğu	14
Şekil 3.1 İdeal bir gaz için taban durumunda yoğunlaşan ortalama parçacık miktarı	23
Şekil 4.1 Bose-Einstein Yoğunlaşmasının yoğunluk görünümü	29
Şekil 5.1 Klasik parçacıklar için enerji durumları işgal sayısı.....	36
Şekil 5.2.a $kT=30\hbar\omega$ sıcaklığında bosonların enerji durumları işgal sayısı.....	37
Şekil 5.2.b $kT=25\hbar\omega$ sıcaklığında bosonların enerji durumları işgal sayısı.....	38
Şekil 5.2.c $kT=24.8\hbar\omega$ sıcaklığında bosonların enerji durumları işgal sayısı.....	39
Şekil 5.2.d $kT=24\hbar\omega$ sıcaklığında bosonların enerji durumları işgal sayısı.....	40
Şekil 5.3 Bozonların taban durumu işgal sayısının teorik ve sayısal hesabının	
karşılaştırılması	41
Şekil 5.4 Parçacık başına düşen ortalama enerjinin sıcaklığa göre fonksiyonu	42
Şekil 5.5 Parçacık başına düşen ısı kapasitesinin sıcaklığa göre fonksiyonu.....	43
Şekil 5.6 Sayısal ve teorik enerji değerlerinin sıcaklığa göre fonksiyonu.....	44
Şekil 5.7 Sayısal ve teorik ısı kapasitesi değerlerinin sıcaklığa göre fonksiyonu	45
Şekil 5.8 Kimyasal potansiyelin sıcaklığa göre değişimi	46
Şekil 7.1 Kritik sıcaklık altında kimyasal potansiyelin sıcaklığa göre değişimi	53

ÇİZELGE LİSTESİ

	Sayfa
Çizelge 2.1 Bir enerji seviyesini işgal eden parçacık sayısı ve enerjinin elde edilmesi	31



ÖNSÖZ

Bose-Einstein Yoğunlaşması, çok düşük sıcaklıklara düşürülen bozonlardan oluşan bir gazın belli bir kritik sıcaklığın altında taban durumunda anormal olarak yığılması ve atomların yoğunlaşarak bir “süper atom” oluşturmalarıdır. 1925 yılında bu fikir ilk olarak Albert Einstein tarafından ortaya atılmıştır. Uzun bir zaman bu olay kimse tarafından ciddiye alınarak incelenmemiş, inceleyenler ise bunun istatistiksel olarak oluşmasının mümkün olmayacağı sonucuna varmışlardır. Ocak 1938’ de süper akışkanlığın keşfi ile Fritz London bu olayı, süper akışkanlığın oluşmasının sebebi olarak, ilk ele alan kişidir. 1980’li yıllarda geliştirilen laserle ve manyeto-optik kapanla soğutma teknikleri ile deneysel olarak gözleme şansı iyice artmış ve 1995 yılında Bose-Einstein Yoğunlaşmasını elde etmek ancak mümkün olmuştur.

Bu çalışmada Bose-Einstein Yoğunlaşmasının deneysel ve teorik gelişmesi ile gelecekteki kullanım amaç ve alanları ele alınmıştır. Bunlara ek olarak bozonların yoğunlaştığı kritik sıcaklık, taban durumu yoğunlaşma sayısı, enerjisi ve ısı kapasitesi bulunmuştur.

Bana bu bölümde yüksek lisans yapma olanağı sağlayan bölüm başkanımız Prof. Dr. Emel Çıngı Hanıma. Bu çalışmamda bana yardımcı olan arkadaşlarıma, değerli fikirlerinden dolayı Pennsylvania Bucknell Üniversitesi’nden Doç. Dr. Martin Ligare’e ve de tezimin danışmanlığını üstlenen ve yardımlarını esirgemeyen sayın Doç. Dr. Hasan Tatlıpınar’a teşekkür ederim.

ÖZET

Bose-Einstein Yoğunlaşmasıyla ilgili günümüze kadar gelen deneysel ve teorik bulgular derlenmiş ve daha önce yapılmış olan bir yöntemle yeni datalar elde edilmiştir.

Bose-Einstein Yoğunlaşmasının tarihsel gelişimi ve aşılmış olan zorluklar ile ilgili giriş yapılmıştır. Bose-Einstein Yoğunlaşmasını elde etmek üzere yapılan deneyin aşamalarına değinilmiştir.

Yoğunlaşmayı oluşturan Bose-Einstein Dağılımının yapısı üzerinde durulmuş ve bir potansiyel içinde bulunmayan ideal gazlar için taban durumunda yoğunlaşan parçacık sayısının sıcaklığa bağlı olan denklemi bulunmuştur.

Bose-Einstein Yoğunlaşması kuantum mekaniksel olarak incelenmiş ve birbiriyle etkileşen bozonlar için lineer olmayan Schrödinger (Gross-Pitaevskii) Eşitliğine değinilmiştir. 1995 yılında yapılmış olan deneyin dataları ile bu eşitlik sonucu bulunan yoğunluk-hız dağılımının karşılaştırılması yapılmıştır.

Mathematica 4.0 programı yardımıyla üç boyutlu harmonik osilatör potansiyel içine konulan ideal klasik parçacıklar ve bozonların, kritik sıcaklığın altında ve üstünde, enerji seviyelerinin işgal sayısı, sayısal olarak karşılaştırılmıştır. Yine aynı ortamdaki bozonların taban durumu işgal sayısının sayısal hesap sonuçları ile denklemden bulunan analitik hesap sonucunun karşılaştırılması yapılmıştır. Parçacık başına düşen enerji ve ısı kapasitesinin sıcaklığa göre değişimi incelenmiştir.

BEC'nin kullanım alanları üzerinde kısaca durulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Bose-Einstein Yoğunlaşması, Gross-Pitaevskii Denklemi, laser soğutma, manyetik kapan, buharlaştırarak soğutma.

ABSTRACT

The experimental and theoretical diagnoses about Bose-Einstein Condensation up to now are compiled and by using a method that was previously done we acquired new data.

The development of Bose-Einstein Condensation and the difficulties that have been exceeded are introduced chronologically in the introduction section. We mention about the stages of the experiments to obtain Bose-Einstein Condensation.

We investigate the structure of Bose-Einstein Distribution which caused the condensation and the equation of the particle number which condensate in the ground state versus temperature for the ideal gases which is not in a potential is obtained.

Bose-Einstein Condensation is examined quantum mechanically and we refer to the non-linear Schrödinger (Gross-Pitaevskii) Equation for interacting bosons. The density-velocity distribution that is found by this equation and experimental data which was done in 1995 are compared.

The occupation numbers of energy states above and below the critical temperature of classical particles and bosons in a three dimensional harmonic oscillator potential are compared numerically by the program Mathematica 4.0. Again in the same medium, results of numerical analysis and the analytical calculations that is found from the equation for the ground state occupation number are compared. The energy per particle and the heat capacity versus temperature are examined.

We briefly refer to what might be able to do about BEC in the future.

Keywords: Bose-Einstein Condensation, Gross-Pitaevskii Equation, laser cooling, magnetic trap, evaporative cooling.

1. GİRİŞ

1.1 Bose-Einstein Yoğunlaşması Nedir?

1920'lerin başında hintli fizikçi Satyendra Nath Bose yeni bir fikir olarak ortaya atılan ışığın küçük ayrı paketler halinde yayılması üzerinde çalışıyordu*. Bose siyah cisim spektrumunu foton istatistiği ile anlamaya çalışıyordu. Bunun için fotonlara parçacıklar olarak bakıp sayım kuralı ile Planck ışıma yasasını basitçe çıkardı. Bu yasa ile ışımanın spektrumunu doğru tahmin edebildi (Wieman, 1996). Bu yasalara şimdi Bose İstatistiği veya Bose-Einstein İstatistiği denmektedir. Bose bu fikirlerini yayımlatmakta zorluk çekince onları almanca metin halinde Einstein'a yolladı. Einstein'dan metni incelemesini ve ingilizce tercümesini yapıp, yayımlatmasını istedi. Einstein'da makaleyi yayımlattı. Ancak bununla da kalmadı, aynı kuralların atomlara da uygulanabileceğini tahmin etti. Bu yeni yasanın uygulanması halinde atomların gaz ortamında nasıl davranacağı üzerinde çalıştı. Şimdi bildiğimiz ideal gazlar için Bose-Einstein Dağılım formülünü bulmuş oldu (Bose, 1924; Einstein, 1924). Bulduğu şey aslında çok fazlada değişiklik olmayacağını söylüyordu. Yalnız çok düşük sıcaklıklarda çok garip bir durumla karşılaştı. Eğer atomlar yeterince soğutulursa büyük bir kısmı kaptaki mümkün en düşük enerji seviyesine yerleşmekteydi (Einstein, 1925). Fakat Einstein iki olayı göremedi. Birincisi tüm atomlar Bose-Einstein İstatistiğine uymaz. İkincisi ise kabın içindeki tüm atomlar bir seviyede toplanırsa bu atomlar tamamen aynı olacak ve bunları bir birinden ayırt edebilecek hiçbir ölçü olmayacaktır. Yani matematiksel olarak her birinin kendi dalga fonksiyonu (bu dalga fonksiyonu onun konumunu ve hızını belli eder) birleşerek bir diğerinden ayırt edilemez hale gelir. Bu olayı şöyle açıklayabiliriz, nasıl bir elektron atom çevresinde belli enerji seviyelerinde bulunabiliyor ise bir atomu da bir kutu içerisine koyduğumuz zaman ancak ve ancak belli bir enerji değerine sahip olabilir. Yani kap içerisinde istediği hızda gidemez. İzin verilmiş herhangi bir enerji değerini seçmek zorundadır. Bir kutuya bilye koyduğumuzda ona istediğimiz hızı verebileceğimizi düşünürüz. Fakat bu doğru değildir, enerji seviyeleri arasındaki fark o kadar azdır ki ($\approx 10^{-25}$ erg ≈ 1 nK) bizim bunları fark etmemiz imkansızdır. Oda sıcaklığında atomlar değişik enerji seviyelerinde bulunurlar (tabi ki atomlar bulundukları enerji seviyelerinde sabit olarak kalmazlar, enerji seviyelerini sürekli olarak değiştirirler). Çok düşük sıcaklıklarda ise en düşük enerji seviyesinde toplanırlar.

* bkz. http://www.colorado.edu/physics/2000/bec/what_is_it.html

Bu olaya Bose-Einstein Yoğunlaşması adını veriyoruz. En düşük enerji seviyesindeki atom biraz dağılmış şekilde, küçük buğulu bir top gibi durur. Eğer böyle birçok atomumuz varsa bunlar biribiri üzerinde durur. Böylelikle herbir atom kendi özelliklerini kaybederek yoğun bir halde birleşir.

Fakat Einstein'ın çok düşük sıcaklıklarda atomların mümkün en düşük enerji seviyesinde toplanması fikrini ortaya atması şimdiki büyük ilginin tersine çok az bir ilgi ile karşılanmıştır (Cornell ve Wieman, 1998). Bunun temel sebeplerinden biri gereksinim duyulan sıcaklığa ($\approx 10^{-9}$ K) erişmenin imkansız oluşuydu. Bunun çok zor olmasının başka bir kanıtı da uzayın en derin kısmının sıcaklığının 3 K civarında olması idi. Ayrıca bu sıcaklığa yaklaşmak mümkün olsa dahi katı hale gelmek isteyen atomlar gaz halinde nasıl tutulacaktı.

1.2 Bose-Einstein Yoğunlaşması Nasıl Oluşturuldu?

Bose-Einstein yoğunlaşmasını elde etmek için parçacıklar arası mesafenin de Broglie dalga boyundan küçük olması gereklidir. En uygun yaklaşım soğutulmuş atomlar (mesela birkaç kelvin) ile işe başlamak ve yoğunluğu arttırarak yoğunlaşmayı elde etmek olduğu düşünülür. Fakat hemen anlaşılır ki bu örneğin yoğunluğu katı madde yoğunluğuna yaklaşmaktadır. Ancak bizim örneğimizin gaz olarak kalması gereklidir. O halde bu yaklaşım uygun değildir. Atomların sıcaklıkları 100 nK civarında seyreltilmiş bir gaz olarak bulunması gereklidir. Fakat burada sorun, hiçbir atomun bu kadar düşük sıcaklıkta gaz olarak kalmak istememesidir. Özellikle bu tür deneylerde kullanılan rubidyum atomu için bu çok daha fazla geçerlidir çünkü oda sıcaklığında dahi katı bir halde bulunur. Bundan dolayı birçok kişi Bose-Einstein Yoğunlaşmasını elde etmenin imkansız olduğunu düşünmüştür.

Bununla beraber termodinamik kurallar doğru olarak uygulanırsa bunun üstesinden de gelinebilir. Bunun için öyle bir buhar örneği hazırlanabilir ki spin polarize bir gaz gibi kendi uygun ısısal dağılımında çabucak dengeye gelmesi sağlanır fakat gerçek denge durumuna gelmesi çok fazla zaman alır. Onun taban durumu denge hali küçük bir rubidyum buzu olacaktır ancak koşullar öyle şekilde hazırlanır ki (düşük sıcaklık ve düşük yoğunluk) böylece gaz, çoklu denge durumu ve süper doymuş buhar durumunda çok uzun zaman durur. Bu sırada yoğunlaşma oluşturulup üzerinde çalışılabilir.

Bose-Einstein Yoğunlaşmasının gazda elde edilmeye çalışılması, buzdolabı teknolojisinin 1970'lerin sonuna doğru olan ilerlemesine kadar başlamamıştır. M.I.T.'deki laboratuvar

Çalışanları, Amsterdam Üniversitesi, British Columbia Üniversitesi ve Cornell Üniversitesi ilk olarak çalışmalara başladı. 1980’lerin başında bir birilerinden bağımsız olarak doğan;

1) laser ışığı yardımıyla soğutma

2) manyetik alan ile kapan kurma ve buharlaştırma yoluyla soğutma

gibi iki ayrı yöntem hem bir soğutucu hem de termos kabı gibi kullanıldı. Laser soğutması ve kapanı yöntemi* Bose-Einstein Yoğunlaşması ile ilgili olmayan konularda kullanıldı. Aynı zamanda spin-polarize hidrojen gazında** BEC elde edilmeye çalışılıyordu. Burada ilk olarak geleneksel soğutma yöntemleri uygulandı. Bu yaklaşım başarısız olunca manyetik kapan ve soğutma yöntemi geliştirildi. 1989 yılında Carl E. Wieman bu iki teknolojiyi birleştirerek, önce laser soğutma ve kapanı sonrada manyetik kapan ve buharlaştırarak soğutmayı kullanarak BEC’yi elde etmeye çalıştı (Wieman, 1996).



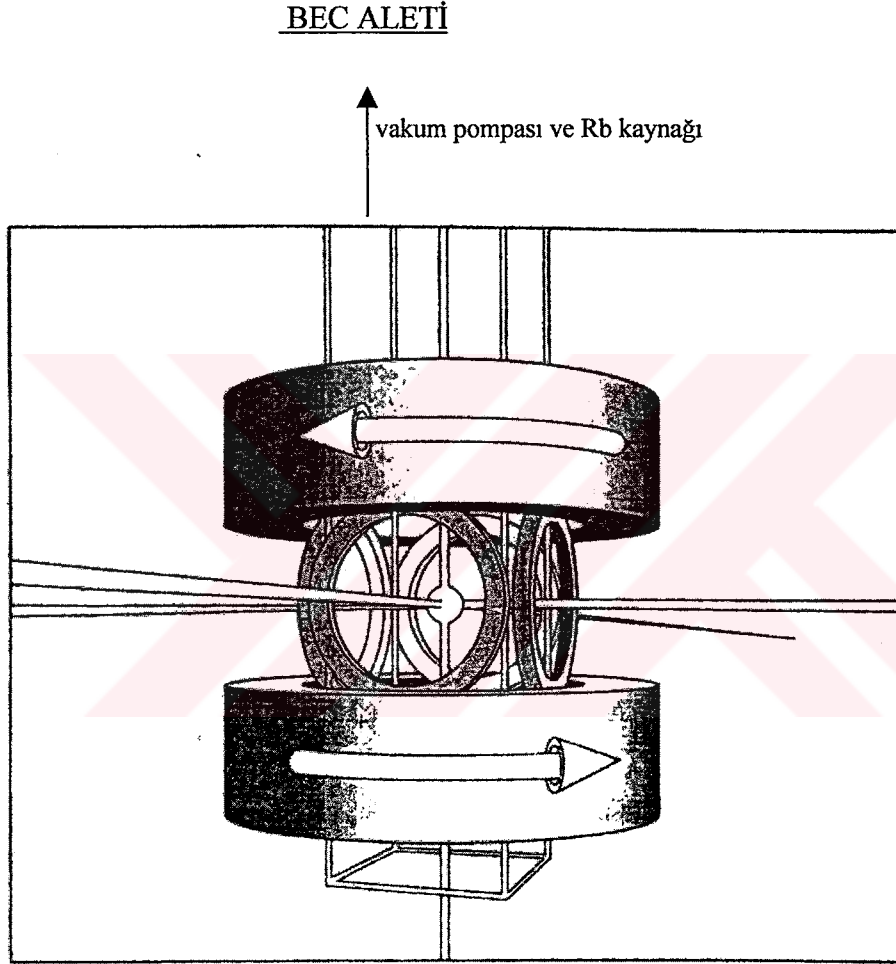
* Laser ile soğutma ve kapan ile ilgili detaylı bilgi için Newbury ve Wieman’ın (1996) (ayrıca, bu makale manyetik kapan üzerine çok geniş referans sağlar), Wieman ve Chu’nun (1989) ve Arimondo’nun (1992) makalelerine bakınız.

** Hidrojen alışması için Griffin vd.’nin (1995) alışmalarına bakınız.

2. BOSE-EINSTEIN YOĞUNLAŞMASI DENEYİ

2.1 Laserle Soğutma ve Kapan Kurma

Burada kullanılan aletler büyük karmaşık soğutucular, buzdolapları değildir. Çok basit ve ucuz olan aletler kullanılmıştır. Şekil 2.1'de gösterildiği gibi aletin ana kısmı küçük bir cam hücre ve etrafına sarılmış tel halkalardan oluşmuştur.

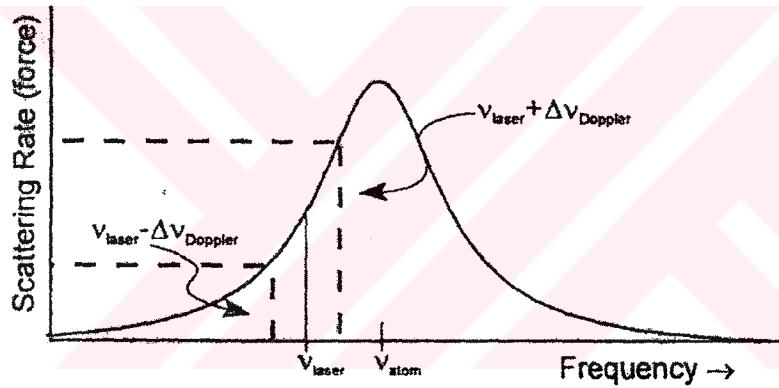
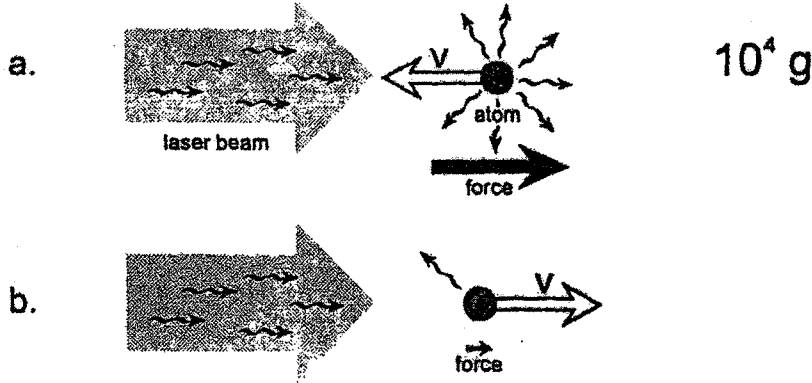


Şekil 2.1 Bose Einstein Yoğunlaşması kapan hücresi. Dikdörtgensel bir cam hücre (2.5 cm^2 'ye 10 cm yükseklikte) bir vakum pompasına ve rubidyum haznesine bağlı (burada gösterilmiyor) Laser ışınları hücrenin altı yüzünde geliyor. Manyetik alanlar iki büyük halka tarafından oluşturulmuştur. Bu halkalar içinde akımlar biri birine ters yönlü akmaktadır ve diğer dört küçük halkadaki akımlar zamanla değişmektedir. (Wieman, 1996)

Bu yöntem kullanıldığında yapılan ilk iş laser ışığı ile atomların soğutulması ve kapanla tutulmasıdır. Kullanılan temel kuvvet, bir rezonant (eşit frekanslı) laser ışığı atom üzerine tutulduğunda oluşan radyasyon-basınç kuvvetidir. Kullanılan laserle atom uyarılır ve sonrada atom ışık saçarak eski durumuna gelir. Bir atom her foton saçışında momentum transferinden dolayı bir itme hisseder. Tabi ki bu olay esnasında bir atom çok kısa bir zaman içinde pek çok

foton yayar. O halde bu saçılma kuvveti büyük bir ivmeye yol açar. Atomları soğutabilmek için bu kuvvetin sürtünmeye veya hıza bağımlı kısmı olmalıdır. Buda Doppler Kayması ve uygun laser frekansının ayarı ile oluşturulur. Şekil 2.2’de görüldüğü gibi eğer laser atomik rezonans çizgisinin kırmızı kısmına ayarlanırsa; diyelim ki atom lasere doğru gitsin,

Radyasyon Basınç Kuvveti



Şekil 2.2 Laser demeti atom üstüne foton yollayarak 10^4 mg’lik bir kuvvet uygular. Altaki şekilde atom-saçılma oranının (benzer olarak uyarılma oranının) laser frekansına bağlı olduğu görülüyor. Eğer laserin frekansı atomun rezonans frekansından küçükse a) Atom ışık ile zıt yönde hareket ediyorsa saçılma oranı ve kuvveti Doppler Kaymasından dolayı yüksektir. b) Atom ışıkla aynı yönde hareket ediyorsa doppler kayması ters yönde olur ve saçılma oranı daha az olur. (Wieman, 1996)

a) Atom laser ışığı ile zıt yönde giderse ışığı doppler kaymış olarak rezonansa daha yakın görür ve pek çok foton saçar. Böylece atomun hareketine karşı büyük bir kuvvet ortaya çıkar.

b) Eğer atom laser ışığı ile aynı yönde giderse doppler kaymış ışık rezonanstaki daha da uzaklaşır. Böylece atom üzerinde az bir kuvvet hisseder.

Bundan dolayı eğer bir atomu itmek için altı yönde laser demeti yollarırsa net etki, atomun gittiği yön fark etmeksizin, her zaman hızına ters yönde bir kuvvet hisseder ve bundan dolayı yavaşlar yani soğur. Atomları epeyce bir soğuttuktan sonra ($\leq 1\text{mK}$) artık daha karmaşık işlemler olan “Sisyphus” veya “sub-Doppler” soğutmasına başlanır. Bu, Doppler

etkisi sonucu meydana gelen soğutmayı daha da ilerletir. Bu soğutma atomların, duran dalga laser alanları ile oluşan potansiyel tepelerinde inip çıkarken potansiyel enerjileri ve durumları arasında yaptığı geçişler sonucu ortaya çıkar.

Laser ışığı sadece soğutma için değil aynı zamanda sıcak duvarlardan uzak tutmak için de kullanılır. Bu amaç için radyasyon basınç kuvvetini kullanmak istersek onu konuma bağlı kılmalıyız. Bu da homojen olmayan manyetik alan ile atomik seviyelerin Zeeman Kayması ile yapılır. Zeeman Kayması konuma bağlı olarak ışık-saçılma oranını (ve bundan dolayı radyasyon-basınç kuvvetini) kontrol eder. Bu da güçlü bir şekilde potansiyel yaratır. Atomlar potansiyelin dibinde dururlar ve bu sadece laser ışığı yüzündendir.

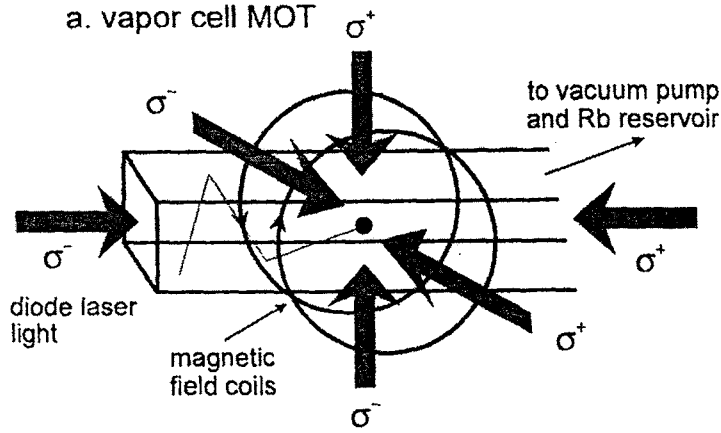
Laser soğutma ve kapanın en basit hali Şekil 2.3'de gösterilmektedir. Buna buhar hücresindeki MOT (Raab vd., 1987; Monroe vd., 1990) denir. Bu, fizik lisans laboratuvarlarında kurulabilecek kadar basit ve ucuz bir deneydir. Colorado Üniversitesinde uygulanmıştır.

Kapan, Maxwell-Boltzmann dağılımının düşük hız ucunda, yakalanan atomlar tarafından doldurulur. Yakalanabilen en hızlı atomlar laser demetinin genişliği ve şiddetine bağlıdır ve bu kapanın içine girebilecek atom oranını ve denge sayısını belirler.

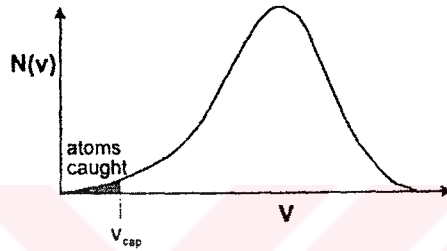
2.2 Manyetik Kapan ve Buharlaştırarak Soğutma

BEC elde etmek için yeterince büyük faz-uzay yoğunluğu olmalıdır. Laser kapanı için elde edilen durum bu amaca çok büyük katkıda bulunmuştur. Burada yaklaşık 10^7 atom toplanmıştır ve sıcaklıkları $10\mu K$ civarındadır. Bu basit adım oda sıcaklığındaki buhar yoğunluğunu 10^{16} kat daha fazlaştırmıştır, 10^5 kat daha gereklidir.

Carl E. Wieman ve grubu laser tuzaklarında yoğunluğu ve sıcaklığı neyin sınırladığını araştırdılar. Birkaç yıl araştırmadan sonra bununla ilgili birkaç süreç olduğunu gördüler ve bunların hepsi de fotonların varlığı ile ilgilidir (Sesko, 1989, 1991; Walker, 1990). İlk bakışta fotonların ortamda bulunmaları iyi olmakla beraber ortamda gereğinden fazla kalırlarsa zararlı hale gelmektedirler. Bu durumda bir foton kapandaki atomlardan art arda saçılarak ortamda gereğinden fazla kalmış olur. O halde fotonları yok etmek gerekmektedir bu da laser demetlerini durdurarak olur. Ancak bu seferde tabanına doğru düşmeye başlayacaklardır. İşte böyle bir durumdan kaçınmak için soğuk atomları “güvenlik ağında” tutmalıyız. Buna çoğunlukla “manyetik kapan” adı verilir (Monroe, 1990). Bu eski teknoloji herbir atomun



b. atom distribution



Şekil 2.3 a) Buhar-hücresi manyeto-optik kapanın şeması. Dikdörtgensel bir cam hücre, 2.5 cm^2 kadar, boşaltılır ve küçük bir miktar rubidyum (veya başka bir alkali) buharı içeri verilir. Altı dairesel polarize laser ışını hücre içinden geçirilir. Bu genelde çeyrek-dalga düzleminde kendileri üzerinden yansıtılan üç ışın demeti ile yapılır. Buradaki iki daire istenilen manyetik alan gradyentini oluşturabilmek için içlerinden ters yönlerde akım akan tel halkalardır. b) Hücre içinde oda sıcaklığındaki rubidyum atomlarının Maxwell-Boltzmann dağılımıdır. Atomlar hücre içinde V_{cap} hızından ($\approx 15 \text{ m/s}$) daha az bir hızla duvardan sekinceye kadar çarpışır ve laser demetinin içinden geçip giderler burada kapan tarafından yakalanmış olurlar. Çok az bir zaman sonra $\approx 10^7$ tane atom yakalanarak kapanın ortasında küçük bir bulut oluşturarak toplanırlar. Yakalanmış olan bu atomların sıcaklığı yaklaşık $10 \mu\text{K}$ kadardır (Wieman, 1996).

$\vec{\mu}$ gibi küçük bir manyetik momentine sahip olduğu gerçeğinden yola çıkılarak uygun olarak şekillendirilmiş homojen olmayan manyetik alanda $\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ etkileşmesi sonucu atomlar sınırlandırılmaktadır. Oda sıcaklığındaki ve hatta 1 K civarındaki atomları bu şekilde sınırlamak oldukça zordur çünkü çok büyük bir manyetik alan gerektirir. Ancak $10 \mu\text{K}$ 'e kadar laser ile soğutulmuş bu atomları çevirip sınırlamak oldukça kolaydır. MIT'den hidrojeninde BEC elde etmeye uğraşan grup manyetik alanla yakalanmış hidrojen atomlarının buharlaştırarak soğutulması ile çok ilginç sonuçlara ulaşmışlardır (Griffin vd., 1995). BEC elde etmeyi başaramadıysa da bu teknolojiyi kullanarak faz uzayı yoğunluğunda çok büyük

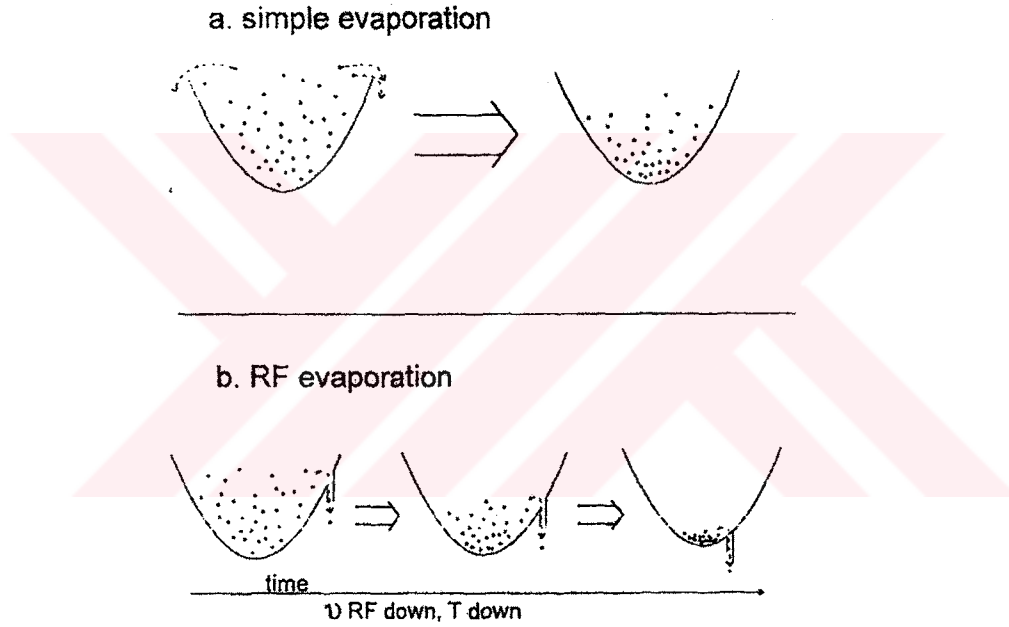
artışlar elde etmenin mümkün olduğunu gösterdiler. Bunu fark eden C. E. Wieman ve grubu bu tekniği alkali atomlarda kullanmayı denediler.

Daha önceden hidrojen ile yapılan çalışmalara bağlı olarak BEC'ye ulaşmanın mümkün olacağını gösteren kanıtlar vardı. Hidrojeninde olan dipol-dipol, spin-flip (spin-yöndeğiştirme) çarpışmalar atomların daha düşük enerji spin durumlarına gitmelerine sebep olur ve kapandan kaybolmalarına yol açar. Bunun sonucu olarak spin-polarize çoklu doymuş buhar oluşumu bastırılmış olur. Ağır alkalilerde hidrojen atomunun uğradığı istenmeyen çarpışmalara hemen hemen aynı oranda uğrar. Ancak buharlaştırarak soğutma için gerek duyulan kesit alanı ağır alkalilerde hidrojeninkinden daha uygundur. Alkali atomların kesit alanı daha büyük olduğundan iki parçacık elastik çarpışması sonucu gaz termalize olur ve buharlaştırarak soğutma yapılmış olur. Rubidyum ve hidrojenin atomik manyetik momentleri benzerdir ve ağır alkalilerin ki hafiflerden daha fazladır. Daha önce yapılmış tartışmalar ışığında çarpışma oranlarının karşılaştırılması bize, iki dengeye gelme zaman ölçeğindeki kritik farkın, gazın termalizasyonuna karşı çoklu durumu bastırma, alkalilerde hidrojenden daha fazla olduğunu gösterir. Fakat tüm bu fikirler sadece bir varsayım olabilirdi çünkü alkali atomlarla ilgili tüm oranlar atom içi potansiyelin tam şekline çok hassas olarak ortaya çıkar* ve 1990 yılında hiçbirini bilinmiyordu. Carl E. Wieman ve grubu altı yıl boyunca iyi ve kötü çarpışma oranlarını belirlemeye çalıştı. Bu grubun ve başkalarının çalışması sonucu orjinal varsayımların doğru olduğu ortaya çıktı. Bu da onlara BEC'yi buharlaştırarak soğutma ile elde etmek için ne tür koşullara gerek duyulduğunu gösterdi.

Buharlaştırarak soğutmanın başarıya ulaşabilmesi için manyetik olarak kapana sıkıştırılmış atomların arasında yeterince fazla elastik çarpışma oranı elde edilmesinin gerekli olduğu anlaşıldı. Şekil 2.4.a'da gösterildiği gibi buharlaştırarak soğutmanın en basit durumu atomları manyetik bir kapta sınırlamak ve en enerjik olanlarının kabın kenarından kaçmasını sağlamaktır. Bunu yaptıklarında ise kendilerine düşen enerjiden daha fazla enerji ile kaptan ayrılırlar ve bundan dolayı kalan atomlar daha soğurlar. Bu olay aynen kahvenin soğumasına benzer. En enerjik kahve molekülleri odanın içine kaptan buharlaşarak çıkarlar ve çok fazla enerji taşırlar. Bundan dolayı kapta kalan kahve soğur. Manyetik olarak yakalanmış gazın, buharlaşarak soğuması esnasında etkili bir şekilde işleme devam edebilmesi gereklidir. Bunun içinde atomlar kapandan çıktıktan sonra atomların bir daha uygun ısısal dağılımı oluşturmaları

* Süperakışkan helyuma ek olarak diğer iki örnek, süperiletkenlik ve excitonlardaki BEC'dir. Sondaki çalışma şu kaynakta da tartışıldı (Lin ve Wolfe, 1993). Birçok çeşit sistem için BEC'nin genişçe bir araştırması için Griffin vd. (1995) çalışmasını inceleyiniz.

için gereken zaman, kapan içindeki soğuk atomların ömründen daha kısa olmalıdır. Kapanın ömrü önceki hücre içindeki sıcak atomların çarpışmaları tarafından belirlenir. Bundan dolayıda hücre içinde iyi bir vakum olmalıdır. Termalizasyon (ısıl denge) zamanı elastik çarpışma oranı ile belirlenir. Bu da yoğunluk, kesit alanı ve bağıl hızın çarpımına eşittir. Bundan dolayı ağır alkali atomların büyük olan elastik saçılma tesir kesiti çok yaralı olmuştur. Tüm bunlara rağmen basit bir laser kapanla sınırlanmış ve manyetik alana nakledilmiş bulutun yardımıyla yoğunluğu arttırmak gereklidir. Bulutu manyetik bir kapana (Petrich vd., 1994) koymadan önce mümkün olduğu kadar yoğun ve soğuk yapabilmek için manyetik kapan içindeki yoğunluk artırılır ve en son olarak manyetik kapan kuvvetiyle bulut mümkün olduğu kadar çok sıkılır. BEC'ye ulaşabilmek için yeterince yüksek yoğunluk veren bu son adım Eric



Şekil 2.4 Manyetik alanla yakalanmış atomların buharlaştırarak soğutulmasının şeması. Atomlar manyetik bir kaptaki bulunmaktadır. a) Basit buharlaştırmalarda en çok enerjili atomlar kabin kenarından kaçarlar ve kalan atomlar soğurlar. b)Uygulanan rf alanı rezonans bir koşulu sağlayan özel bir manyetik alan değerinde atomların manyetik momentlerinin dönmesini sağlar. Buda manyetik alanın belli bir yerinde atomların kaçabileceği bir delik oluşturur. Deliğin konumu ve de buradaki atom dağılımının soğuma sürecinde üç değişik şekilde gösterilmiştir. (Wieman, 1996)

Cornell tarafından icad edilen yeni bir tip manyetik kapan (Petrich vd., 1995) verilen bir akım için büyük bir miktar “manyetik sıkma” oluşturur. Bu da TOP kapanı adını alır. Bu son işlemle beraber manyetik olarak kısırlanmış atomlar çok düşük sıcaklıklara buharlaştırarak soğutma yoluyla ulaşabilirler. Şekil 2.4.b’ de görüldüğü ve yukarıda anlatıldığı gibi sadece buharlaştırarak atomların kapanın üstünden kaçmasına izin verilmez. Burada ν frekansında

bir rf alanı uygulanır buda rezonans koşul olan $h\nu = (\Delta m)g\mu_B$ uygulandığında manyetik spinler ters dönerler. Kapandaki yüksek potansiyel enerji yüksek bir manyetik alan bölgesine karşılık gelir. Bu da ν frekansı uygulanmış olan kapandaki özel bir yere bir delik koymaya benzer. Bunun sayesinde enerjisi en fazla olan atomlar rf alanı kullanılarak ortamdaki çıkarılır. Kalan atomlar soğur. Kapanın alt taraflarına yerleşirler. Bunun üzerine rf alanı azaltılır ve en son elde edilen dağılımın üzerindeki atomları alınır. Soğutmaya mümkün en iyi duruma (optimum) (Petrich vd., 1994) (Pritchard vd., 1989) gelinceye kadar devam edilir. Gerçek soğutma evresinde rf frekansı elimizdeki örneğin son sıcaklığını belirleyen son değere kadar indirilir.

2.3 Bose-Einstein Yoğunlaşmasının Deneysel Sonuçları

Yukarıda anlatılan, oda sıcaklığındaki rubidyum atomlarından BEC elde etmek için soğutma işlemi şöyle gerçekleşir,

- 1) 10^7 tane rubidyum atomu oda sıcaklığındaki bir buhar halinde MOT' ye taşınır.
- 2) Manyetik alanı değiştirerek ve laser yollayarak, optik olarak, atomlar olabildiğince yoğun ve soğuk yapılır.
- 3) Tek ve dairesel polarize laser ışını kullanarak optik olarak tüm atomları $F=2$, $m=2$ spin durumuna itilir (manyetik alanda sınırlanmış durum).
- 4) Tüm laserleri kapatıp TOP kapanı için manyetik alan açılır.
- 5) Yoğunluğu ve elastik çarpışma oranını arttırmak ve manyetik olarak kısırlanmış örneği sıkılamak için manyetik alan artırılır.
- 6) Rf açılır ve buharlaştırarak soğutma amacıyla manyetik alan düşürülür.

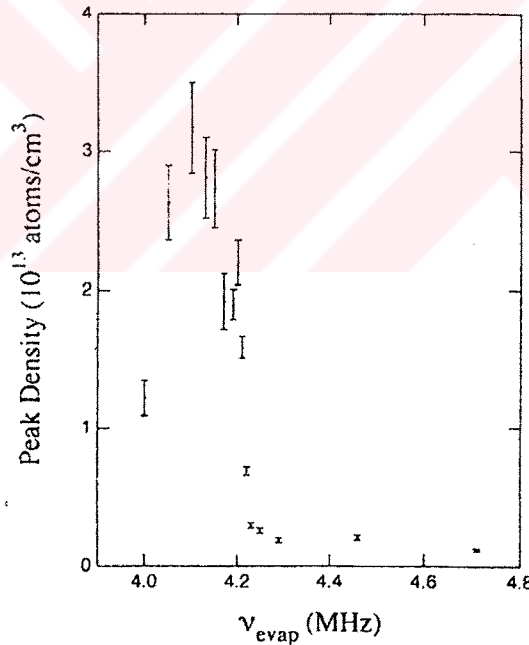
Soğutma sürecinin sonunda soğuk bir örnek elde edilir fakat karanlıkta olduğundan hakkında pek bir şey bilinmemektedir. Işık tekrar yakılıp bakılır*. Bulutun yeterince büyük olarak detaylıca görülebilmesi için manyetik kapanı kapatır ve atomların uçuşmasına izin verilir. Birkaç teknik sebepten ötürü bu yöntem, şekli lens ile büyütmekten iyidir. Atomlar 0.06 s dağıldıktan sonra bulut çok daha büyür ve onun “izdüşümsel fotoğrafı” (shadow snapshot) çekilir. Bu şekil atomların rezonans frekansına ayarlanmış çok kısa laser ışığı atması ile yayılmış bulutun aydınlatılması sonucu elde edilir. Atomlar ışığı saçarlar böylece ışıldayan laser demetinde gölge yaparlar ve gölge bir CCD düzeneğine yansıtılır. Bu gölge şekli

* Harmonik potansiyelin dibinde duran parçacıklar çok soğukturlar ve çok küçük olduklarından görülmeleri zordur.

manyetik kapandaki atomların orjinal bulutunun hız dağılımının iki boyutlu gösterimidir. Hız dağılımından sıcaklığı ve örneğin diğer çeşitli özellikleri özetlenebilir.

Şekil 2.7’de üç resim görünmektedir**. Bunlar deneyin üç kez tekrar edilmesi sonucu elde edilmiştir. Tek fark rf soğutma frekansıdır. En soldaki resimde atomlar 200nK sıcaklığına indirilmiş ve küresel bir tepe görülmüştür bu da bilinen Maxwell-Boltzmann hız dağılımına benzemektedir. Daha yüksek sıcaklıklarda (burada gösterilmiyor) bulut aynı şekile fakat daha büyük bir genişliğe sahiptir. Sıcaklık, ölçülen hızlardan çıkartılarak belirlenmiştir. Ortadaki resim atom bulutunun daha da soğutulmuş 100nK’e kadar indirildiğini göstermektedir. Dairesel tepenin üstünde sıfır hızında merkezli dar bir tepe ortaya çıkıyor. Eğer atomları daha da soğutursak (sağda) tepe tamamen kaybolarak yaklaşık 2000 atomlu dar bir kule kalır.

Hız dağılımına baktığımızda BEC’yi gördüğümüzü söyleyen bazı özellikler vardır. Birincisi kapana kısıtlanmış bulutun sıcaklığa bağlı tepe yoğunluğudur (Şekil 2.5). Harmonik kapana kullanmanın en iyi yanı kapana içindeki uygun titreşim frekansında hız dağılımını ölçerek

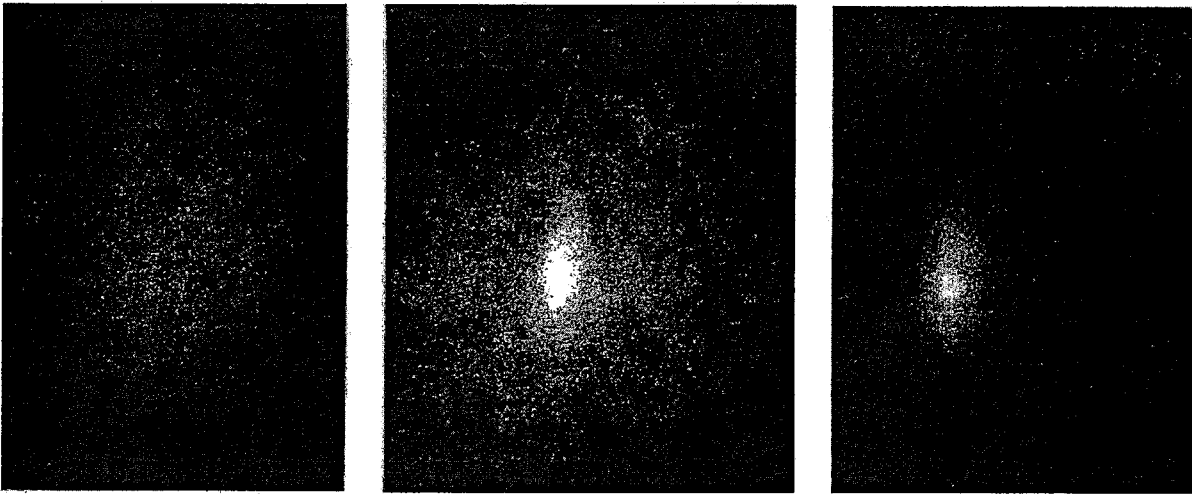


Şekil 2.5 Buharlaştırarak soğutmada kullanılan rf frekansının son değeri biriminde, kapana kısıtlanmış bulutun sıcaklığın fonksiyonu cinsinden tepe yoğunluğunun grafiğidir. 4.2 MHz’de yoğunluğun ani artışı 100nK sıcaklığına karşılık gelmektedir. En soldaki nokta düşüktür çünkü rf o kadar düşürülmüştür ki yoğunlaşmanın kendisini kesmeye başlamıştır. (Wieman, 1996)

** Şeklin değerleri (Anderson vd.,1995)’de anlatılan yöntemler ile elde edilmiştir.

yoğunluk dağılımı bu verilerden elde edilebilir. Şekil, tepe yoğunluğunun 100 nK'in altına düşünceye kadar sabit olduğunu bundan sonra ise yoğunluğun çok belirgin bir biçimde arttığını gösterir. Bu da bize, buharın suya yoğunlaşmasını andırır bir şekilde, faz geçişinin olduğunu kuvvetli bir kanıttır.

Veriler için başka ilginç görüş şekil 2.7'in tepelerine bakılarak şekil 2.6'de görüldüğü gibi ortaya kondu. Bu hız dağılımının izotropisini inceleme imkanı veriyor. Şekil 2.6.a'de yuvarlak tepenin dış çizgisi esasında daireseldir ve izotropik bir dağılım gösterir. Buda ısısal bir örnek için eşbölüşüm teorisinden dolayı tam olarak elde edilmesi gereken bir sonuçtur. Eşbölüşüm bize her bir yönde eşit miktarda kinetik enerjinin bulunduğunu söyler. Buna rağmen 2.6.b ve 2.6.c şekilleri tepenin dairesel olmadığını, tersine eliptik olduğunu söyler ve izotropik olmayan hız dağılımını anlatır. Bunun açıklaması şöyle olabilir; şekiller bize makroskopik kuantum dalga fonksiyonunu göstermektedir. Dalga fonksiyonunu bu şekilde görmemizin sebebi kapalı sistemdeki harmonik potansiyelin izotropik olmamasıdır. z yönündeki yay sabiti radyal (x-y düzlemi) yöndekinden sekiz kat daha fazladır. Üç boyutlu harmonik potansiyelde taban durumunun dalga fonksiyonunun basit kuantum mekaniksel hesabı bize dalga fonksiyonunun elipsoid şeklinde olduğunu söyler (z yönündeki kısmı, radyal yöndekinden daha dardır). Atomlar z yönünde daha fazla yerleşmektedir, bundan dolayı belirsizlik teorisinden (momentum uzayı dalga fonksiyonu hesaplanarak) bu öz durumdaki atomun z yönünde daha büyük bir hız yayılımı var olduğu görülür ve bu yüzden hız dağılımı eliptiktir.

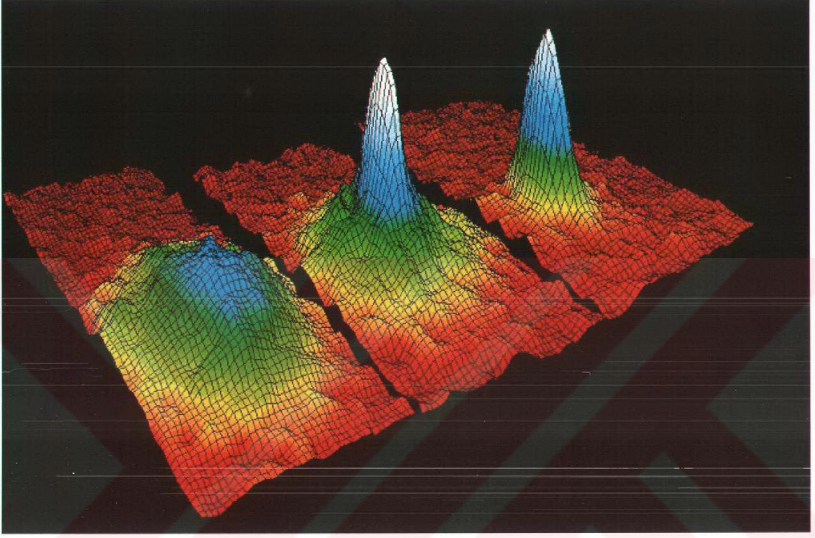


Şekil 2.6 Aynı örneklerin x ve z hız dağılımlarının çizimi şekil 2.7 de gösterilmiştir. Gösterilen şekiller ise gerçek verilerin negatifleridir yani ne kadar aydınlık iseler o kadar çok atoma karşılık gelirler (daha az ışığı geçirirler). Dairesel dağılım 200 nK'lık izotropik hız dağılımına karşılık gelir. Diğer şekiller yoğunlaşmada z yönündeki hız yayılımının x dekinden daha büyük olduğunu söyler (Wieman, 1996)

Harmonik osilatör dalga fonksiyonunun hesaplanması ve sayısal olarak verilerle karşılaştırılması sonucu görülür ki sonuçlarda bir uyumsuzluk vardır. Yaklaşık olarak %30 kadar bir fark vardır. Bunun üzerine M. Holland ve J. Cooper atomlar arasına bilinen küçük bir düzeltme terimi koydular (1996). Bu şekilde düzgün olarak hesaplanmış dalga fonksiyonları gösterdi ki; etkileşmeler sonucu bozulan dalga fonksiyonu şekli artık datalarla mükemmel bir şekilde uyuşur hale gelmiştir. Bu çok iyi bir sonuçtur çünkü böyle bir hesap yapmaktaki öncelikli hedef, mikroskopik etkileşmelerin makroskopik davranışı nasıl etkileyeceği idi ve bu ilk üç adım çok başarılı olmuştur.

Özetlersek; atomların, sınırlayıcı potansiyelin taban durumunda Bose-Einstein Yoğunlaşmasına girdiklerine dair üç net kanıt vardır. Birincisi hız dağılımının iki ayrı bileşeni vardır, geniş ısısal dağılım ve diğeri sıfırda merkezlenmiş dar bir tepe. İkincisi tepe yoğunluğu, sıcaklık azaltıldıkça çok ani bir artış gösterir. Üçüncüsü hız dağılımı dairesel olmaktan çok eliptiktir. Bundan dolayı BEC'nin oluştuğu artık bellidir.





Şekil 2.7 Yapılan üç ayrı deneydeki farklı büyüklükteki soğutmalar (farklı son verilen rf) için kısırılmış bulutun iki boyutlu hız dağılımı. x ve z eksenleri hızları ve y eksenini de hız-uzay hacmi başına düşen atomların sayısal yoğunluğudur. Bu yoğunluk gölgenin ölçülen optik kalınlığından çıkarılabilir. Soldaki dağılım hafif bir tepe şekli gösterir ve 200 nK civarında bir sıcaklığa karşılık gelir. Ortadaki resim 100 nK civarındadır ve yoğunlaşmamış arka plandaki tepe üzerindeki merkezci yoğunlaşmış kuleyi gösterir. Sağdaki resimde ise sadece yoğunlaşmış atomlar görülmektedir ve deneysel belirsizlikte dahil edilerek örneğin mutlak sıfırda olduğu görülmektedir. Görülen renkler her bir hızdaki atomların sayısını verir. Kırmızı en az, beyaz en fazla olduğu yeri gösterir (Pitaevskii vd., 1999).

3. BOSE-EINSTEIN YOĞUNLAŞMASININ İSTATİSTİK FİZİĞE GÖRE AÇIKLANMASI

Tamsayı spinli (0,1,2,...) parçacıklara bozonlar denir. Hepsi aynı bozonlardan oluşan bir topluluk ele alırsak istenilen sayıda bozon tek bir kuantum durumunu işgal edebilir. Bunun için bir limit yoktur. Bose ve Einstein T sıcaklığında ϵ enerjili bir durumun termal işgali için şu ifadeyi çıkardı.

$$N_{\epsilon} = \frac{1}{\left(\exp\left(\frac{\epsilon - \mu}{k_B T} \right) - 1 \right)} \quad (3.1)$$

burada k_B Boltzman sabiti ve μ kimyasal potansiyeldir. Parçacıklar arası etkileşmeler gerçek gazlarda çok önemli olmasına rağmen problemi basitleştirmek için incelenecek örnek şimdilik etkileşmeyen ideal gazlar olarak ele alınmıştır ve ayrıca durumların dejenere olmadığı farz edilmiştir. BEC teorisinde kimyasal potansiyelin yeri büyüktür. Kimyasal potansiyel, bir parçacık sisteme eklendiğinde sistemin iç enerjisindeki değişimin ölçüsüdür. Denge durumunda, homojen olmayan sistemlerde basınç ve yoğunluk değişken olmasına rağmen, kimyasal potansiyel değişmez. (BEC'in oluşmaya başladığı sıcaklığa kritik sıcaklık (T_c) diyecek olursak) $T \leq T_c$ değeri için sisteme parçacık eklendiğinde taban yani sıfır enerjili duruma gider ve buda iç enerjisinde bir artışa sebep olmaz ve $\mu = 0$ olur (Şekil 3.1). Kritik sıcaklık altında $\mu = 0$ olursa taban durumu enerjisinde sıfır olacağından $\langle n_0 \rangle$ değeri iraksıyormuş gibi görünmektedir. Halbuki $T=0$ değeri hariç $T \leq T_c$ sıcaklıklarında $\mu \approx 0$ olur ve μ değeri sıfıra yaklaştıkça $\langle n_0 \rangle$ değeri N toplam parçacık sayısına yaklaşır. Kimyasal potansiyel, her bir durumu işgal eden parçacık sayılarının toplamı N toplam parçacık sayısına eşit olması gerektiği düşünülerek belirlenir. (3.1) denkleminde $\mu \leq 0$ olmaktadır çünkü işgal sayısı pozitif olmalıdır. Düşük yoğunluk, yüksek sıcaklık limitindeki bir gaz için μ büyük ve negatiftir. BEC'nin oluşacağı kritik değere ulaşabilmek için sıcaklık azaltılarak veya yoğunluk artırılarak μ değeri sıfıra doğru götürülür. Maxwell-Boltzmann İstatistiğine uyan atomlardan oluşmuş bir gaz sisteminde enerji ve momentum durumları sürekliidir. Bu durumlar mikroskobik olarak işgal edilmişlerdir. Herhangi bir durumu işgal etmiş parçacıkların sayısı toplam parçacık sayısının çok küçük bir kesridir. Bu tür dağılımlarda sadece $T=0$ sıcaklığında $\epsilon=0$ taban durumu tüm parçacıklar tarafından makroskopik olarak işgal edilir. Bununla beraber Einstein bir birinin aynı bozonlardan oluşan gaz için taban durumunun makroskopik

olarak işgalinin (bu işgal gazdaki toplam parçacık sayısı ile karşılaştırılabilecek kadardır) sonlu, sıfırdan farklı bir sıcaklıkta olacağını söylemiştir. Bu da bir çeşit faz geçişini göstermektedir. Süreksiz bir faz geçişi vardır. Ancak diğer tüm faz geçişlerinin yanında BEC tektir. Çünkü tamamen kuantum mekaniksel olan tek faz geçişidir. Yani parçacıklar arası etkileşmeler olmasa dahi oluşabilen tek faz geçişidir. Bu olat tamamen Bose-Einstein denkleminin yapısından kaynaklanır. Bu faz geçişine BEC denir (Silvera, 1997).

Düzgün değişmeyen bir uzay için taban durumu işgal sayısını sıcaklığa bağlı olarak bulalım. Bu tür bir sistemi tanımlayan en genel durum için büyük bölüşüm fonksiyonu kullanılır,

$$\Xi = \sum_{\{n_k\}} e^{-\beta \sum_k (\epsilon_k n_k - \mu n_k)} \quad (3.2)$$

$$= \sum_{n_1, n_2, \dots} e^{\beta \sum_{k=1,2,\dots} (\mu - \epsilon_k) n_k} \quad (3.3)$$

burada $n = 0, 1, 2, \dots$ değerlerini alabileceğinden

$$= \sum_{n_1=0}^{\infty} \sum_{n_2=0}^{\infty} \dots e^{\beta [(\mu - \epsilon_1) n_1 + (\mu - \epsilon_2) n_2 + \dots]} \quad (3.4)$$

$$= \sum_{n_1=0}^{\infty} e^{\beta (\mu - \epsilon_1) n_1} \sum_{n_2=0}^{\infty} e^{\beta (\mu - \epsilon_2) n_2} \dots \quad (3.5)$$

Yukardaki ifade içindeki çarpanlardan her biri geometrik seriye benzerliğinden dolayı

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x} \text{ şeklinde yazılabilir. Benzer şekilde,}$$

$$= \frac{1}{1 - e^{\beta(\mu - \epsilon_1)}} \cdot \frac{1}{1 - e^{\beta(\mu - \epsilon_2)}} \cdot \dots \quad (3.6)$$

$$\Xi = \prod_k \frac{1}{1 - e^{\beta(\mu - \epsilon_k)}} \quad (3.7) \text{ İlk}$$

olarak, N toplam parçacık sayısını yazılırsa,

$$N = \left\langle \sum_k n_k \right\rangle \quad (3.8)$$

$$= \beta^{-1} \frac{\partial}{\partial \mu} \ln \Xi \quad (3.9)$$

$$= \beta^{-1} \frac{\partial}{\partial \mu} \left(- \sum_k \ln(1 - e^{-\beta(\varepsilon_k - \mu)}) \right) \quad (3.10)$$

$$= \sum_k \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon_k - \mu)} - 1} \quad (3.11)$$

elde edilir. Bir kutudaki periyodik sınır koşulları için $\vec{k} = \frac{2\pi}{L}(n_x \hat{x} + n_y \hat{y} + n_z \hat{z})$ şeklinde yazılır. Buradaki durumlar üzerinden toplamın aslında $n_x, n_y, n_z = 0, 1, 2, \dots$ üzerinden toplam olduğu açıktır. Bu toplam üç boyutlu uzayda sınırlanmıştır. Serbest parçacıkların durumları bir birine çok yakın olarak bulunduğundan yarı klasik yaklaşım yerine sürekli model kullanılabilir. Böylece toplam, integrale dönüştürülebilir.

$$= \int_0^\infty \frac{d^3 k}{\left(\frac{2\pi}{L}\right)^3} \cdot \frac{1}{e^{\beta(\varepsilon - \mu)} - 1} \quad (3.12)$$

Bu üç boyutlu integral yöne bağlı değildir sadece büyüklüğe bağlıdır. Açısal kısım 4π olacağından,

$$N = \frac{L^3}{2\pi^2} \int_0^\infty dk \cdot k^2 [e^{\beta(\varepsilon - \mu)} - 1]^{-1} \quad (3.13)$$

dir. Burada sayı yoğunluğu $n = \frac{N}{L^3}$ şeklinde yazılabileceğinden $z = e^{\beta\mu}$, $p = \hbar k$ ve $\varepsilon = \frac{p^2}{2m}$ eşitliklerinden,

$$n = \frac{4\pi}{h^3} \int_0^\infty dp \cdot p^2 \frac{1}{z^{-1} e^{\beta p^2 / 2m} - 1} \quad (3.14)$$

yazılabilir. Denklemden $x^2 = \frac{\beta p^2}{2m}$ dönüşümü yapılırsa

$$n = \frac{4}{\pi^{1/2} \lambda^3} \int_0^\infty dx \cdot x^2 \frac{1}{z^{-1} e^{x^2} - 1} \quad (3.15)$$

bağıntısı elde edilir. İkinci olarak

$$\frac{PV}{kT} = \log \Xi \quad (3.16)$$

eşitliğine benzer işlemler uygulanarak,

$$\frac{PV}{kT} = -L^3 \int_0^\infty \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \log(1 - e^{-\beta(\varepsilon - \mu)}) \quad (3.17)$$

$$\frac{P}{kT} = -\frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty dk \cdot k^2 \log(1 - e^{-\beta(\varepsilon - \mu)}) \quad (3.18)$$

bulunur. Yine $z = e^{\beta\mu}$, $p = \hbar k$ ve $\varepsilon = \frac{p^2}{2m}$ dönüşümleri ile

$$\frac{P}{kT} = -\frac{4\pi}{h^3} \int_0^\infty dp \cdot p^2 \log(1 - ze^{-\beta p^2/2m}) \quad (3.19)$$

Ayrıca $x^2 = \frac{\beta p^2}{2m}$ dönüşümü ile

$$\frac{P}{kT} = -\frac{4}{\sqrt{\pi} \lambda^3} \int_0^\infty dx \cdot x^2 \log(1 - ze^{-x^2}) \quad (3.20)$$

elde edilir. Buradaki $\lambda = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^3}{mkT}}$ de Broglie dalga boyudur.

$$g_{5/2}(z) \equiv -\frac{4}{\sqrt{\pi}} \int_0^\infty dx \cdot x^2 \log(1 - ze^{-x^2}) = \sum_{\ell=1}^\infty \frac{z^\ell}{\ell^{5/2}} \quad (3.21)$$

$$g_{3/2}(z) = z \frac{\partial}{\partial z} g_{5/2}(z) = \sum_{\ell=1}^\infty \frac{z^\ell}{\ell^{3/2}} \quad (3.22)$$

olarak yazılabilir (Huang, 1963). Yukardaki (3.21) ve (3.22) denklemleri

$$g_n(z) \equiv \sum_{\ell=1}^\infty \frac{z^\ell}{\ell^n}$$

denkleminin özel halleridir. Bu genel fonksiyon üzerinde çalışılmış (Robinson, 1951) ve cetvel haline getirilmiştir (London, 1954). Bunları (3.15) ve (3.20) denklemlerinde yerlerine yazarsak,

$$n = \frac{1}{\lambda^3} g_{3/2}(z) \quad (3.23)$$

$$\frac{P}{kT} = \frac{1}{\lambda^3} g_{5/2}(z) \quad (3.24)$$

elde edilir. Yukarda ki (3.23) ve (3.24) denklemlerine bir ekleme daha yapmalıyız çünkü (3.1) denkleminde eğer $\mu = 0$ olursa $\langle n_0 \rangle$, $E=0$ enerjili (dolayısıyla $\vec{k} = 0$) durumun ortalama parçacık sayısı ıraksar. Bu yüzden tüm durumlar üzerinden toplam alınırken bu terim ayrılır.

$$n = \frac{1}{V} \sum_{k \neq 0} \langle n_k \rangle + \frac{1}{V} \langle n_0 \rangle \quad (3.25)$$

$\varepsilon = 0$ ve de $z = e^{\beta\mu}$ durumunda $1/(e^{-\beta\mu} - 1)$ denklemi $z/(1-z)$ şeklinde yazılabilir. Yukarda ki (3.23) ve (3.24) denklemlerini bu terim ayrılırsa son hali şöyle olur.

$$n = \frac{1}{\lambda^3} g_{3/2}(z) + \frac{1}{V} \frac{z}{1-z} \quad (3.26)$$

$$\frac{P}{kT} = \frac{1}{\lambda^3} g_{5/2}(z) - \frac{1}{V} \log(1-z) \quad (3.27)$$

Bu ifadelerdeki $\langle n_0 \rangle = z/(1-z)$ terimine eşit olacaktır. $\langle n_0 \rangle/V$ terimi sonlu bir sayı iken (3.26) ve (3.27) formüllerine önemli katkılarda bulunur. Bu katkı $\varepsilon = 0$ olması durumunda gerçekleşir. Tüm parçacıkların sonlu bir kesri $\varepsilon = 0$ enerjili duruma dolmaya başlar. Bose-Einstein Yoğunlaşması böylece gerçekleşir.

(3.26) eşitliği V hacminde m kütleli N parçacıklı ideal Bose gazı için verilmiştir. Bu durumun denklemini daha iyi anlamak için (3.26) eşitliğini çözerek z terimini sıcaklığın ve özgül hacmin fonksiyonu şeklinde yazabiliriz. Bunu yapabilmek için önce $g_{3/2}(z)$ fonksiyonunun özelliklerini inceleyebiliriz. Açıkça görülür ki z , 0 ile 1 arasındaki gerçek değerler için $g_{3/2}(z)$ sınırlanmıştır, pozitifdir ve z 'nin monoton olarak artan fonksiyonudur. (3.26) denklemini sağlayabilmesi için $0 < z \leq 1$ olmalıdır. Küçük z değeri için $g_{3/2}(z)$ 'yi hesap etmenin pratik bir yolu seriye açmaktır.

$$g_{3/2}(z) = z + \frac{z^2}{2^{3/2}} + \frac{z^3}{3^{3/2}} + \dots \quad (3.28)$$

$z=1$ iken türevi ıraksar fakat değeri sonludur.

$$g_{3/2}(1) = \sum_{\ell=1}^{\infty} \frac{1}{\ell^{3/2}} = \zeta\left(\frac{3}{2}\right) = 2,612... \quad (3.29)$$

Burada $\zeta(x)$, x'in Reimann zeta fonksiyonudur. Bundan dolayı 0 ile 1 arasındaki tüm z için

$$g_{3/2}(z) \leq 2.612... \quad (3.30)$$

şeklindedir. $n = 1/v$ eşit olduğundan (3.9) eşitliğini başka şekilde yazabiliriz*.

$$\lambda^3 \frac{\langle n_0 \rangle}{V} = \frac{\lambda^3}{v} - g_{3/2}(z) \quad (3.31)$$

Buna göre sıcaklık ve özgül hacim

$$\frac{\lambda^3}{v} > g_{3/2}(1) = 2.612... \quad (3.32)$$

olduğu zaman $\langle n_0 \rangle / V > 0$ olur. Buda demektir ki parçacıkların sonlu bir kesri $\bar{p} = 0$ seviyesini işgal edecektir. Böylece Bose-Einstein yoğunlaşması oluşur. (3.32) koşulu Bose-Einstein yoğunlaşmasının geçiş uzayına karşılık gelen ideal Bose gazının termodinamik P-v-T uzayının bir alt uzayını tanımlar. Daha sonrada belirtileceği gibi bu alanda sistem iki termodinamik fazın karışımı olarak alınabilir. Bir faz $\bar{p} = 0$ olan parçacıklardan, diğer fazda $\bar{p} \neq 0$ olan parçacıklardan oluşur. (3.15) alanını yoğunlaşma alanı olarak ele alabiliriz. Buda kalan P-v-T uzayından iki boyutlu bir yüzey ile ayrılacaktır.

$$\frac{\lambda^3}{v} = g_{3/2}(1) \quad (3.33)$$

verilen bir v hacmi için (3.33) denklemi kritik sıcaklığı tanımlar. Kritik dalga boyu,

$$\lambda_c^3 = v g_{3/2}(1) \quad (3.34)$$

şeklindedir, kritik sıcaklıkta,

$$kT_c = \frac{2\pi\hbar^2/m}{(v g_{3/2})^{2/3}} \quad (3.35)$$

* v özgül hacimdir

şeklindedir. (3.34) denkleminde belirtildiği gibi T_c ısısal dalga boyu ile ortalama parçacıklar arası uzaklığın aynı büyüklükte olduğu sıcaklıktır. Verilen bir T sıcaklığı için (3.33) kritik hacmi v_c tanımlar,

$$v_c = \frac{\lambda^3}{g_{3/2}(1)} \quad (3.36)$$

T_c ve v_c değerlerine göre yoğunlaşma alanı $T < T_c$ veya $v < v_c$ dir. (3.26) denklemini bir daha ele alıp şu şekilde yazalım.

$$N = \frac{V}{\lambda^3} g_{3/2}(z) + \langle n_0 \rangle \quad (3.37)$$

$$\frac{\langle n_0 \rangle}{N} = 1 - \frac{1}{n \lambda^3} g_{3/2}(z) \quad (3.38)$$

$T < T_c$ değerinde iken $\langle n_0 \rangle \neq 0$ ve de $z=1$ olacaktır. (3.38) ifadesi

$$\frac{\langle n_0 \rangle}{N} = 1 - \frac{1}{n \lambda^3} g_{3/2}(1) \quad (3.39)$$

şeklinde olur. $T > T_c$ için $\langle n_0 \rangle = 0$ ve $T = T_c$ durumu içinde $\langle n_0 \rangle = 0$ ve $z=1$ dir. (3.37) denklemi

$$n = \frac{g_{3/2}(1)}{\lambda_c^3} \quad (3.40)$$

kritik sıcaklık anında (3.40) son halini alır. (3.40) denklemini (3.39)'de yerine yazarsak.

$$\frac{\langle n_0 \rangle}{N} = 1 - \left(\frac{\lambda_c}{\lambda} \right)^3 \quad (3.41)$$

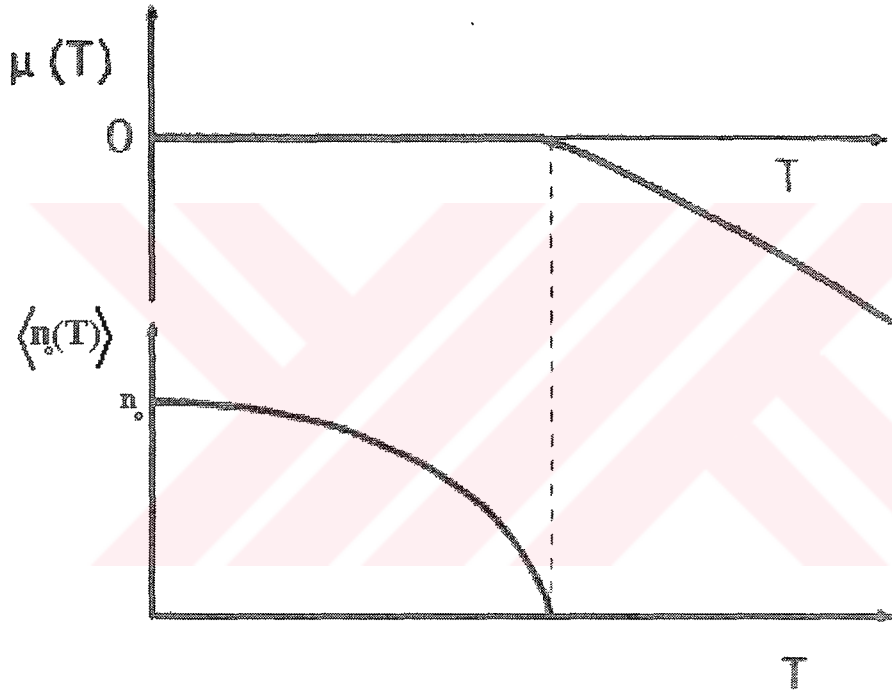
$$\frac{\langle n_0 \rangle}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^{3/2} \quad (3.42)$$

(3.42) formülü elde edilir.

Bose-Einstein yoğunlaşması bazen “momentum uzayında yoğunlaşma” olarak da tanımlanır. BEC'nin termodinamik geçişleri birinci dereceden faz geçişleridir. Hal eşitliğini araştırırsak Bose-Einstein yoğunlaşması ile sıradan gaz-sıvı yoğunlaşması arasında pek bir fark yoktur. Eğer ideal Bose gazının parçacıkları yerçekimine maruz kalırsa o zaman yoğunlaşma

bölgesinde, gaz-sıvı yoğunlaşmasında olduğu gibi, iki fazın uzaysal bir ayrımı olacaktır (Lamb ve Nordsieck, 1941). “Momentum-Uzay Yoğunlaşması” terimi sadece Bose-Einstein yoğunlaşmasının nedeninin dalga fonksiyonunun simetrisinde yattığını söylemek ve parçacıklar arası etkileşmeden dolayı oluşmadığını söylemek içindir.





Şekil 3.1 (3.42) eşitliğinden elde edilen, ideal bir gaz için taban durumunda yoğunlaşan ortalama parçacık miktarı $\langle n_0(T) \rangle$ ve μ kimyasal potansiyelinin sıcaklığa göre fonksiyonu. Görüldüğü gibi kimyasal potansiyel kritik sıcaklık altında sıfır oluyor (Silvera, 1997).

4. BOSE-EINSTEIN YOĞUNLAŞMASI'NIN KUANTUM MEKANIĞİNE GÖRE İNCELENMESİ

Rubidyum (Anderson vd., 1995), Lithyum (Bradley vd.,1995) ve Sodyum (Davis vd., 1995), ... vb. atomlar* kullanılarak Bose-Einstein yoğunlaşması elde edilmesi amacıyla, manyetik alkali-metal buhar kapalarında yapılan deneylerde yoğunlaşmanın uzaysal yayılımı farklı iki potansiyel sonucunda ortaya çıkar. Bu potansiyellerden biri, yatay düzlemi ele alırsak, iki boyutta eşit yay sabitli ve düşey doğrultuda sekiz kat daha fazla yay sabitine sahip, zaman ortalamalı harmonik sınırlayıcı potansiyel yaratan bir manyetik kapan kullanılarak elde edilmiştir. İkinci olarak ise taban durumu çarpışmalardan dolayı, özden, kendi aralarındaki etkileşmelerden dolayı oluşan etkin potansiyeldir. Konu sonunda, yapılmış olan bu deneyi, teorik verilerle karşılaştıracamız.

Burada birbirleriyle etkileşmeyen parçacıkların üç boyutlu harmonik osilatör potansiyelindeki Hamiltonyenin özdeğerleri, N tane etkileşmeyen parçacık için taban durumu dalga fonksiyonu, harmonik osilatör uzunluğu ve taban durumu işgal sayısı üzerinde durulacaktır. İkinci olarak etkileşme olması halinde lineer olmayan Schrödinger denklemi ve çözümü üzerinde durulacaktır.

4.1 Biribirleriyle Etkileşmeyen (İdeal) Bose Gazının Harmonik Kapandaki Yoğunlaşması

Alkali atomlara uygulanan manyetik kapanın en önemli özelliği sınırlayıcı potansiyelinin ikinci dereceden olan aşağıdaki denklem gibi yazılabilir olmasıdır

$$V(\vec{r}) = \frac{m}{2} (w_x^2 x^2 + w_y^2 y^2 + w_z^2 z^2) \quad (4.1)$$

Bu konu incelenirken, harmonik potansiyelde bulunan birbirinin aynı, nokta benzeri parçacıklar, görelili olmayan kuantum mekaniği konusu içinde incelenmiştir. İlk olarak atomlar arası etkileşmeler ihmal edilirse, tüm çözümler analitik ve basittir (Griffiths, 1995). Tek bir parçacık için Schrödinger denklemi şöyledir,

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \phi(\vec{r}) + V(\vec{r})\phi(\vec{r}) = \epsilon \phi(\vec{r}) \quad (4.2)$$

* Diğer atomlar için 6. Bölüme bakınız.

Çok parçacık hamiltonyeni, tek parçacık hamiltonyenlerinin toplamıdır. Tek parçacık hamiltonyeninin öz değeri

$$\varepsilon_{n_x n_y n_z} = \left(n_x + \frac{1}{2}\right)\hbar w_x + \left(n_y + \frac{1}{2}\right)\hbar w_y + \left(n_z + \frac{1}{2}\right)\hbar w_z \quad (4.3)$$

şeklindedir. Bağıntıdaki $\{n_x, n_y, n_z\}$ negatif olmayan tamsayılarıdır. (4.1) denklemindeki potansiyel ile sınırlanmış N tane etkileşmeyen bozonun taban durumu dalga fonksiyonu $\phi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n)$ tüm parçacıkları en düşük tek parçacık durumuna ($n_x = n_y = n_z = 0$) koyarak

$$\phi(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_n) = \prod_i \phi_0(\vec{r}_i) \quad (4.4)$$

bağıntısı çıkarılabilir. Buradaki $\phi_0(\vec{r})$,

$$\phi_0(\vec{r}) = \left(\frac{m w_{ho}}{\pi \hbar}\right)^{3/4} \exp\left[-\frac{m}{2\hbar}(w_x x^2 + w_y y^2 + w_z z^2)\right] \quad (4.5)$$

şeklindedir. Buradaki w_{ho} değeri osilatör frekansının geometrik ortalamasıdır.

$$w_{ho} = (w_x w_y w_z)^{1/3} \quad (4.6)$$

Yoğunluk dağılımı $n(\vec{r}) = N|\phi_0(\vec{r})|^2$ ile verilir ve değeri N sayısı ile büyür. Buna rağmen atom bulutunun büyüklüğü N'den bağımsızdır ve harmonik osilatör uzunluğu ile sabitlenmiştir.

$$a_{ho} = \left(\frac{\hbar}{m w_{ho}}\right)^{1/2} \quad (4.7)$$

bu da (4.5) formülündeki gaussyenin ortalama genişliğine karşılık gelir. Taban durumunda bulunan parçacık sayısının T sıcaklığına olan değişimi artık (3.42) formülünden farklı olarak

$$\frac{\langle n_0 \rangle}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^3 \quad (4.8)$$

formülü ile belirlenir. Çünkü yoğunlaşma üç boyutlu harmonik potansiyel etkisindedir. Fakat (3.42) formülü düzgün dağılmış Bose gazı için geçerlidir*.

* Ayrıntılı bilgi için Pitaevskii vd. (1999) makalesine bakınız.

4.2 Birbiriyle Etkileşen Bose Gazının Harmonik Kapandaki Yoğunlaşması

Yapılan deneylerde bozonlardan oluşan gazlar çok fazla seyreltilmiş olmalarına rağmen (atomlar arasındaki ortalama uzaklık, atomlar arası kuvvetlerden on kat daha fazladır) BEC ve harmonik kapan, atomlar arası etkileşimleri ölçülebilir değerlere kadar artırır. Mesela çok düşük sıcaklıklardaki etkileşen gazın merkezindeki yoğunluk aynı kapanda bulunan ideal gaz için tahmin edilen yoğunluktan bir veya iki kat daha az küçüktür. $V_{dış}$ potansiyel ile sınırlanmış N sayıda etkileşen bozonu tanımlayan çok parçacık hamiltonyeni ikinci kuantizasyonda şu şekilde verilir.

$$\hat{H} = \int d\vec{r} \hat{\Psi}^{\dagger}(\vec{r}) \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{dis}(\vec{r}) \right] \hat{\Psi}(\vec{r}) + \frac{1}{2} \int d\vec{r} d\vec{r}' \hat{\Psi}^{\dagger}(\vec{r}) \hat{\Psi}^{\dagger}(\vec{r}') V(\vec{r} - \vec{r}') \hat{\Psi}(\vec{r}') \hat{\Psi}(\vec{r}) \quad (4.9)$$

Burada $\hat{\Psi}(\vec{r})$ ve $\hat{\Psi}^{\dagger}(\vec{r})$, $\vec{r}$ noktasındaki bir parçacığı sırasıyla yok edip yaratan bozon alan operatörleridir ve $V(\vec{r} - \vec{r}')$ iki parçacık atomlar arası potansiyeldir. Sistemin taban durumu ve aynı zamanda termodinamik özellikleri (4.9) denklemindeki hamiltonyen ile bulunabilir. Bununla birlikte N değerinin çok büyük olması durumunda yapılan hesaplama pratik olmaktan çıkar. Ortalama alan yaklaşımı genelde, çok parçacık Schrödinger eşitliğinin çözümünü tam olarak bulabilmek için, iç etkileşmesi olan sistemler için geliştirilmiştir. Sayısal hesabı basitleştirmenin dışında, ortalama alan teorisi, çok açık fiziksel anlamlar taşıyan birkaç parametre cinsinden sistemin davranışının anlaşılmasını sağlar. Bu kapan içindeki bozonlar için özellikle geçerlidir.

Seyreltilmiş bir Bose gazının ortalama alan için en temel fikri Bogoliubov (Bogoliubov, 1947) tarafından ortaya atılmıştır. Fikrin anahtar kısmı, Bozonik alan operatöründeki yoğunlaşma katkısının ayrılmasıdır. Düzgün olmayan ve zamana bağlı yapı için Bogoliubov'un tanımlamasının en genel hali,

$$\hat{\Psi}(\vec{r}, t) = \Phi(\vec{r}, t) + \hat{\Psi}'(\vec{r}, t) \quad (4.10)$$

şeklindedir. Bu formüldeki $\hat{\Psi}'(\vec{r})$ alan operatörüdür.

$$\hat{\Psi}(\vec{r}) = \sum_{\alpha} \Psi_{\alpha}(\vec{r}) a_{\alpha} \quad (4.11)$$

şeklinde yazılabilir. $\Psi_{\alpha}(\vec{r})$ tek parçacık dalga fonksiyonudur ve a_{α} karşılık gelen yok etme operatörüdür. $\Phi(\vec{r}, t)$ fonksiyonu “mertebe parametresi” manasına gelen klasik bir alandır ve

de “yoğunlaşmanın dalga fonksiyonu” olarak adlandırılır. Kompleks bir fonksiyondur ve alan operatörünün beklenen değeri olarak adlandırılır.

$$\Phi(\vec{r}, t) \equiv \langle \hat{\Psi}(\vec{r}, t) \rangle \quad (4.12)$$

Bu fonksiyonun kendisinin eşleniği ile çarpımı yoğunlaşmanın, olasılık yoğunluğunun $n_0(\vec{r}, t) = |\Phi(\vec{r}, t)|^2$ şeklinde olduğunu gösterir. (4.10) formülündeki $\hat{\Psi}'$ küçük ise, mesela yoğunlaşmanın azalması küçükse, yararlıdır. O zaman mertebe parametresi için denklem, uniform gazlarda olduğu gibi, en düşük mertebelerde teoriyi açarak çıkarılabilir. En büyük fark $\Phi(\vec{r}, t)$ için ihmal edilemeyecek “sıfırıncı mertebeden” teoride elde edilebilir.

Yoğunlaşma dalga fonksiyonu $\Phi(\vec{r}, t)$ denklemini elde edebilmek için Heisenberg eşitliği ile çok parçacık hamiltonyenini kullanarak $\hat{\Psi}(\vec{r}, t)$ alan operatörünün zamanla değişimini yazmak gerekir.

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\Psi}(\vec{r}, t) = [\hat{\Psi}, \hat{H}] \quad (4.13)$$

$$= \left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{dis}(\vec{r}) + \int d\vec{r}' \hat{\Psi}^\dagger(\vec{r}', t) V(\vec{r}' - \vec{r}) \hat{\Psi}(\vec{r}', t) \right] \hat{\Psi}(\vec{r}, t) \quad (4.14)$$

Φ klasik alanı, $\hat{\Psi}$ operatörü yerine konur. $V(\vec{r}' - \vec{r})$ atom-atom etkileşmesinin bulunduğu integralde bu değişiklik, genelde, kısa etkileşmeler $(\vec{r}' - \vec{r})$ olduğunda yapılır. Yine de seyreltilmiş ve soğuk gazda etkileşme terimi için tam bir ifade elde edilebilir. Bu da çok düşük enerjilerde sadece çiftlerin çarpışması durumu ile ilgilidir ve bu çarpışmalar tek bir parametre ile ilgilidir, yani s-dalga saçılma uzunluğu, bu parametre iki parçacık potansiyelindeki detaylardan bağımsızdır. Bu da (4.14) denklemindeki $V(\vec{r}' - \vec{r})$ yerine etkin etkileşme terimini koymamıza izin verir,

$$V(\vec{r}' - \vec{r}) = g \delta(\vec{r}' - \vec{r}) \quad (4.15)$$

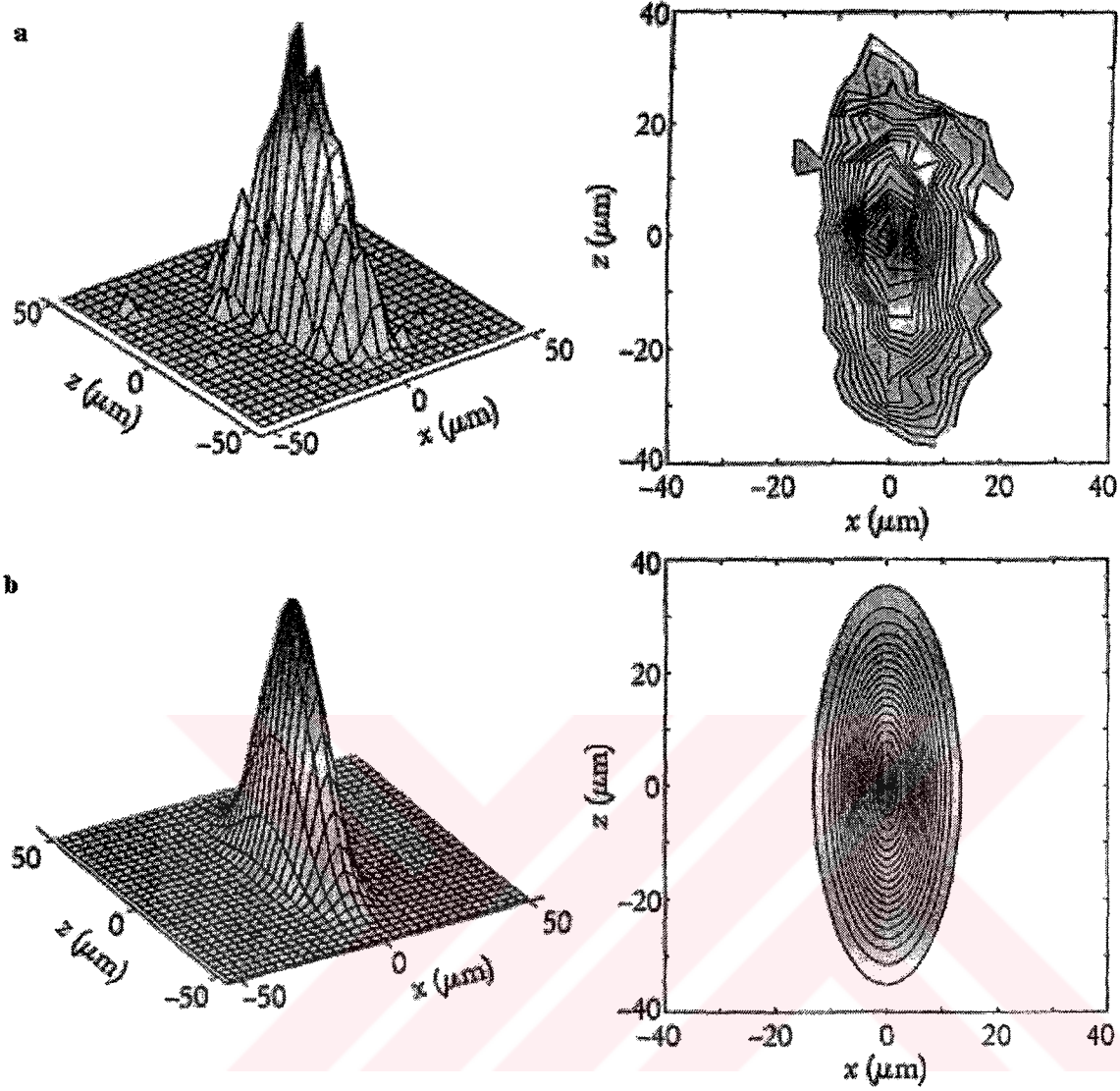
burada çiftlenme sabiti g , a saçılma uzunluğu ile ilişkilidir.

$$g = \frac{4\pi\hbar^2 a}{m} \quad (4.16)$$

(4.14) denkleminde (4.15)'deki etkin potansiyel $\hat{\Psi}$ yerine Φ yazılarak yapılan değişiklik ile tutarlıdır ve mertebe parametresi için aşığıdaki kapalı eşıtlığı verir.

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\vec{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{dis}(\vec{r}) + g|\Phi(\vec{r}, t)|^2 \right) \Phi(\vec{r}, t) \quad (4.17)$$

Bu eşıtlık Gross-Pitaevskii (GP) eşıtlığı olarak bilinir. Bu eşıtlık birbirlerinden bağımsız olarak Gross ve Pitaevskii (Gross, 1961,1963; Pitaevskii, 1961) tarafından bulunmuştur. Denklemin geçerli olması için s-dalga saçılmasının uzunluğu atomlar arası uzunluktan çok daha kısa ve yoğunlaşmadaki atomların sayısı 1'den çok daha büyük olması gerekir. GP eşıtlığı, atomlar arasındaki ortalama uzunluktan daha büyük uzunluklar üzerinden mertebe parametresinin değişimleri ile tanımlanarak, çok daha düşük sıcaklıklarda sistemin makroskobik davranışını keşfetmek için de kullanılabilir. GP eşıtlığı deneysel verilerle uyumluluk içerisinde. İlk olarak yoğunlaşmanın dinamiğini ele alalım. Deneycilerin oluşturduğu yoğunlaşmalarda saçılma uzunluğu pozitifdir ve atomlar birbirini iter. Kapan kaldırıldığında yoğunlaşma yayılmaya başlar. Deneyciler Eric Cornell, Carl Wieman ve JILA'daki arkadaşları yoğunlaşmanın daha rahat gözlenebilmesi için bu yayılımı kullanmışlardır (Anderson, 1995; Bradley, 1995; Davis, 1995). Bu bölümün başında özelliklerine değinilen deneyin modellemesini JILA teorikçilerinden Murray Holland ve John Cooper, GP eşıtlığını kullanarak yapmışlardır ve kapan kapatıldıktan sonra yoğunlaşmanın evrimini hesaplamışlardır (Holland ve Cooper, 1996). Şekil 4.1'de orjinal JILA deneyinde elde edilen yoğunluk profilinin şeklinin teorik olarak hesap edilmiş olan şekille karşılaştırmasını göstermektedir. Hata payı % 5'den daha azdır.



Şekil 4-1 Bose-Einstein yoğunlaşmasının yoğunluk görünümü

a)JILA'nın Bose-Einstein yoğunlaşmasının orjinal gözlemi, manyetik kapan kapatılmıştır, yoğunlaşma yayılmaya bırakılmıştır ve yoğunlaşmanın yoğunluk profili 60 ms sonra hesaplanmıştır.

b)Aynı koşullar için GP denklemiyle Murray Holland ve John Cooper'ın yaptığı tahmin (Burnett vd., 1999)

5. ÜÇ BOYUTLU HARMONİK OSİLATÖR POTANSİYELİ İÇİN BOSE-EINSTEIN YOĞUNLAŞMASININ SAYISAL OLARAK İNCELENMESİ

Bu bölümde üç boyutlu harmonik osilatör potansiyeli ile sınırlanmış sabit sayıdaki parçacığın oluşturduğu Bose-Einstein yoğunlaşması olayı istatistiksel kuantum mekaniği kullanılarak incelendi. Bu potansiyel alkali atomlarla yapılan deneydeki koşullara benzetildi. Daha önceden 10000 parçacık için hesap edilmiş olan bu değerler 20000 parçacık için tekrar yapıldı (Ligare, 1998).

Bose-Einstein Yoğunlaşması bir bozon sisteminin sıcaklığının belli bir T_c kritik sıcaklığının altına düştüğünde boson sisteminin taban durumunda oluşan yığılmadır. Aslında, parçacıklar ne olursa olsun, fermiyon, bozon veya klasik istatistiğe uyan parçacıklar, sıcaklık azaltıldıkça hepsinin taban durumunun ortalama işgal sayısı artar. Halbuki Bose-Einstein yoğunlaşması, klasik parçacıklardaki yoğunlaşmanın başladığı sıcaklığın ($T_c \approx 0$) çok üstünde, yoğunlaşan parçacıkların çok ani olarak artmasıdır. Bu yoğunlaşma tamamen Bose-Einstein Dağılımının kuantum istatistiğinden kaynaklanır ve ideal etkileşmeyen parçacıklarda da gözlenir. Kuantum istatistiği bu etkisini parçacıkların dalga fonksiyonu üst üste bindiği zaman gösterir veya başka bir deyişle bir gazda bulunan parçacıkların de Broglie dalga boyu, parçacıklar arası ayırımın büyüklüğü ile aynı büyüklük derecesinde olursa gerçekleşir.

Burada yapılan hesaplamalar bir paket yazılım olan Mathematica ile yapıldı. İlk olarak üç boyutlu harmonik osilatörünün enerji seviyelerine bakıldı. Klasik parçacıklar ve bozonların işgal sayılarının hesapları tartışıldı. Yapılan analizlerin sonuçları grafiklerle gösterildi. Gazın ısı kapasitesi tartışıldı.

5.1 Üç Boyutlu Harmonik Osilatör

Bir boyutlu kuantum harmonik osilatörünün enerji seviyeleri,

$$\varepsilon_{1D} = \left(j + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega \quad (5.1)$$

şeklinde. Burada ω klasik osilatörün açısal frekansıdır ve $j \geq 0$ bir tamsayıdır. Üç boyutlu harmonik potansiyel kuyusunda sınırlanmış parçacık için üç yöndeki hareketler birbirinden bağımsızdır böylece toplam enerji aynı yapıdaki üç terimin toplamıdır. Herbir boyut için j_i gibi birbirinden bağımsız kuantum sayılarına sahiptir. (4.3) formülüne benzer olarak,

$$\varepsilon_{3D} = \left(j_x + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_x + \left(j_y + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_y + \left(j_z + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_z \quad (5.2)$$

yazılabilir. Basitleştirmek için izotropik osilatör $\omega_x = \omega_y = \omega_z = \omega$ olduğu varsayıldı ve taban durumu enerji durumunda ($j_x = j_y = j_z = 0$) enerji skalası sıfıra eşit alındı. Bu basitleştirme ile,

$$\varepsilon_{3D} = (j_x + j_y + j_z)\hbar\omega \quad (5.3)$$

elde edildi.

m	J _x	J _y	J _z	(m+2)(m+1)/2 lineer bağımsız durum	Bir durumu işgal eden parçacık sayısı, $(\Theta_m)_{BE} = \frac{(m+2)(m+1)}{2(Be^{m\hbar\omega\beta} - 1)}$	Enerji $U_m = \Theta_m \varepsilon_m$ $= \Theta_m m\hbar\omega$
0	0	0	0	1	$\frac{1}{(B - 1)}$	0
1	1	0	0	3	$\frac{3}{(Be^{\hbar\omega\beta} - 1)}$	$\frac{3}{(Be^{\hbar\omega\beta} - 1)}\hbar\omega$
	0	1	0			
	0	0	1			
2	1	1	0	6	$\frac{6}{(Be^{2\hbar\omega\beta} - 1)}$	$\frac{6}{(Be^{2\hbar\omega\beta} - 1)}2\hbar\omega$
	1	0	1			
	0	1	1			
	2	0	0			
	0	2	0			
	0	0	2			
					$N = \Theta_1 + \Theta_2 + \dots$	$U = u_1 + u_2 + \dots$

Çizelge 5.1 Tablodan görüldüğü gibi $m\hbar\omega$ enerjili $(m+2)(m+1)/2$ lineer bağımsız durum vardır. Onun yanındaki sütunda $m\hbar\omega$ enerjili durumu işgal eden parçacık sayısı gösterilmektedir. Her sıcaklık değeri için parçacık sayısı toplamı $N=20000$ 'i buluncaya kadar toplama işlemine devam edilmekte ve bilinmeyen B ve μ sabiti bulunmaktadır.

Toplam enerji $\hbar\omega$ biriminin tamsayı katları şeklinde ifade edilmiş olur. Basit kombinasyon kurallarına göre $m\hbar\omega$ enerjili $(m+2)(m+1)/2$ lineer bağımsız durum olduğunu söyleyebiliriz. Mesela, $\hbar\omega$ toplam enerjili üç değişik durum, $2\hbar\omega$ toplam enerjili altı değişik durum vardır. Eğer aynı kapın içinde birden çok parçacık varsa toplam enerji (5.3) denklemi ile verilen her bir parçacık enerjilerinin toplamıdır. (Çizelge 5.1)

5.2 Klasik Parçacık Enerji Seviyelerinin İşgal Sayısı

Klasik istatistiğe uyduğu varsayılan parçacıklar için üç boyutlu kuantum harmonik osilatörünün enerji seviyelerinin işgal sayısının ifadesi elde edildi. Buradaki tüm hesaplamalarda N tane sabit sayılı etkileşmeyen parçacık olduğu ve T sıcaklığında bir ısı banyosu içinde tutulduğu varsayıldı. Parçacıklar, iç enerji durumları bulunmayan, şekilsiz, nokta parçacıklar gibi varsayıldı. Herhangi bir ϵ_i enerjili tek parçacık durumunu işgal eden klasik parçacıkların sayısı Boltzmann Dağılımı ile verildi,

$$(n_i)_{\text{klasik}} = \frac{1}{Ae^{\beta\epsilon_i}} \quad (5.4)$$

burada $\beta = 1/kT$ ve A sabiti kuyuda bulunan N tane toplam parçacık sayısı, tüm durumların işgal sayısının toplamına eşit olacak şekilde seçildi. (5.3) deki $m\hbar\omega$ enerjili durumların toplam işgal sayısı Θ_m şu şekilde verildi,

$$(\Theta_m)_{\text{klasik}} = \frac{(m+2)(m+1)}{2Ae^{m\hbar\omega\beta}} \quad (5.5)$$

burada A sabitini bulabilmek için

$$N = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(m+2)(m+1)}{2Ae^{m\hbar\omega\beta}} \quad (5.6)$$

koşulu kullanıldı. Buradan elde edilen A sabiti kullanılarak (5.5) denklemi ile verilen işgal sayısı bulundu. Yapılan programda $\hbar\omega$ değeri 1'e eşit alındı. Bilinmeyen A sabiti cinsinden dağılım denklemi yazıldı. İşgal sayıları toplandı ve normalizasyon sabiti bulundu. Normalizasyon sabiti kullanılarak tüm işgal sayılarının sayısal değeri bulundu. Taban durumu işgal sayısı bulundu ve işgal sayısı enerjinin fonksiyonu olarak çizildi (Şekil 5.1). Şekilde de görüldüğü gibi çeşitli enerji seviyelerinin işgal sayısı çizildi. $30\hbar\omega$ sıcaklığında eğri yayvan

bir haldedir. Sıcaklık $15\hbar\omega$ 'ye düşürüldüğünde işgal edilen enerji seviyeleri sayısı azalmış ve eğri toplanmaya başlamıştır. En son olarak $5\hbar\omega$ sıcaklığında ise işgal edilen enerji seviyeleri sayısı iyice azalmıştır. Yalnız hiçbirinde taban durumu işgal edilmemiştir.

5.3 Boson Enerji Seviyelerinin İşgal Sayısı

Kuantum parçacıklarının işgal sayısı klasik parçacıklardan farklıdır ve bu fark kendisini gazların çok yüksek yoğunluklarında ve çok düşük sıcaklıklarında enerji seviyelerinin işgal edilme sayısında gösterir. İstatistikler arasındaki fark kuantum parçacıklarının ayırt edilememesinden ve de bozonlar için olan dalga fonksiyonunun parçacık değişimi altında simetrik olmasından kaynaklanır. İşgal sayısının hesaplanmasında Bose-Einstein Dağılımı kullanılır,

$$(n_\ell)_{BE} = \frac{1}{Be^{\beta\epsilon_\ell} - 1} \quad (5.7)$$

B'de, A gibi normalizasyon sabitidir. $m\hbar\omega$ enerjisine sahip durumlardaki toplam işgal sayısı,

$$(\Theta_m)_{BE} = \frac{(m+2)(m+1)}{2(Be^{m\hbar\omega\beta} - 1)} \quad (5.8)$$

bağıntısı ile gösterildi. Şekil 5.2'de 20000 atom için (5.8) denklemi ile bulunan enerji seviyeleri işgal sayısı dört farklı sıcaklık değeri için çizildi. Yeterince yüksek sıcaklıklar için kuantum istatistiğinde enerji seviyeleri işgal sayısı için verilen sonuçlar ile (5.5) denkleminde çıkarılan sonuçlar hemen hemen aynı hale geldi. Bu Şekil 5.1 ve Şekil 5.2a'da görülen $kT = 30\hbar\omega$ değerleri için geçerliydi. Bu iki şekil birbirinden yaklaşık olarak $kT \leq 25\hbar\omega$ 'de ayrılmaya başladı. Şekil 5.2b, 5.2c, 5.2d'deki grafiklerde bu sıcaklığın altında taban durumundaki işgal sayısı hızlı bir yükseliş gösterdi. Şekil 5.3'de (4.8) formülünden elde edilen eğri ile sayısal hesaplama sonucu bosonlar için elde edilen iki eğrinin karşılaştırılması yapılmaktadır.

5.4 Bose-Einstein Yoğunlaşmasının Isı Kapasitesi

Bir gazın ortalama ısısal enerjisi ,

$$U = \sum_{m=0}^{\infty} \Theta_m \epsilon_m = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(m+2)(m+1)}{2(Be^{m\hbar\omega\beta} - 1)} m\hbar\omega \quad (5.9)$$

20000 parçacık için parçacık başına düşen ortalama enerjinin sıcaklığa göre olan fonksiyonu Şekil 5.4’de verilmiştir. Şekilde de görüldüğü gibi sağ taraftan belli bir düzen ile gelen eğri kritik sıcaklık anında ani bir değişikliğe uğrayıp hızlıca sıfıra doğru inmektedir. Gazın ısı kapasitesi,

$$C = \frac{dU}{dT} \quad (5.10)$$

olarak tanımlanmıştır. Isı kapasitesi hesabı hacimi ve ya basıncı sabit tutularak yapılmamıştır. Harmonik bir kapandaki parçacıklar için ikisi de geçerli değildir. Mesela, parçacık başına düşen enerji değiştikçe parçacıklar tarafından işgal edilen hacimde değişir. Hacim sabit kalmamış olur. Fakat yayılma olmasına rağmen iş de yapılmaz. Şekil 5.5’ de görüldüğü gibi eğri sağ taraftan sabit $3k$ klasik değeri ile gelirken ($3k/2$ kinetik enerji, $3k/2$ harmonik potansiyel enerjiden gelen katkıdır.), kritik sıcaklıkta eğri aniden yön değiştirip artmış ve hızlıca sıfıra doğru inmiştir.

Şekil 5.4 ve 5.5 ‘deki eğrilerin kritik sıcaklığın altında sayısal hesaplar yardımıyla davranışı incelendiğinde şekil 5.4’ deki parçacık başına düşen enerjinin sıcaklığa göre değişen eğrisinde, $u \sim T^4$ orantısı vardır. Şekil 5.5 de ise $C \sim T^3$ şeklinde bir orantı görülmektedir. Eğer durum yoğunluğumuz,

$$g(\varepsilon)d\varepsilon = \frac{\varepsilon^2}{2(\hbar\omega)^3} d\varepsilon \quad (5.11)$$

ise toplam enerji,

$$U = \int_0^{\infty} \varepsilon \bar{n}(\varepsilon) g(\varepsilon) d\varepsilon \quad (5.12)$$

hesabı sonucunda,

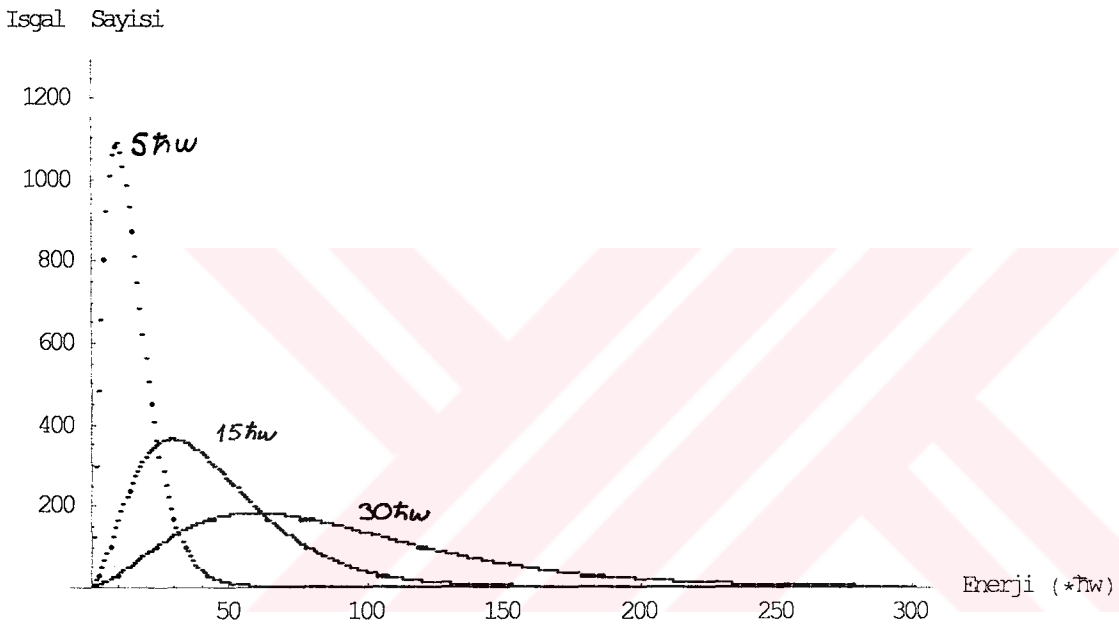
$$U = \left(3.247 \left(\frac{kT}{\hbar\omega} \right)^4 \right) \hbar\omega \quad (5.13)$$

elde edilen bu değerden “u” parçacık başına düşen enerji değeri bulunur. Bu değerın sıcaklığa göre türevi alınırsa,

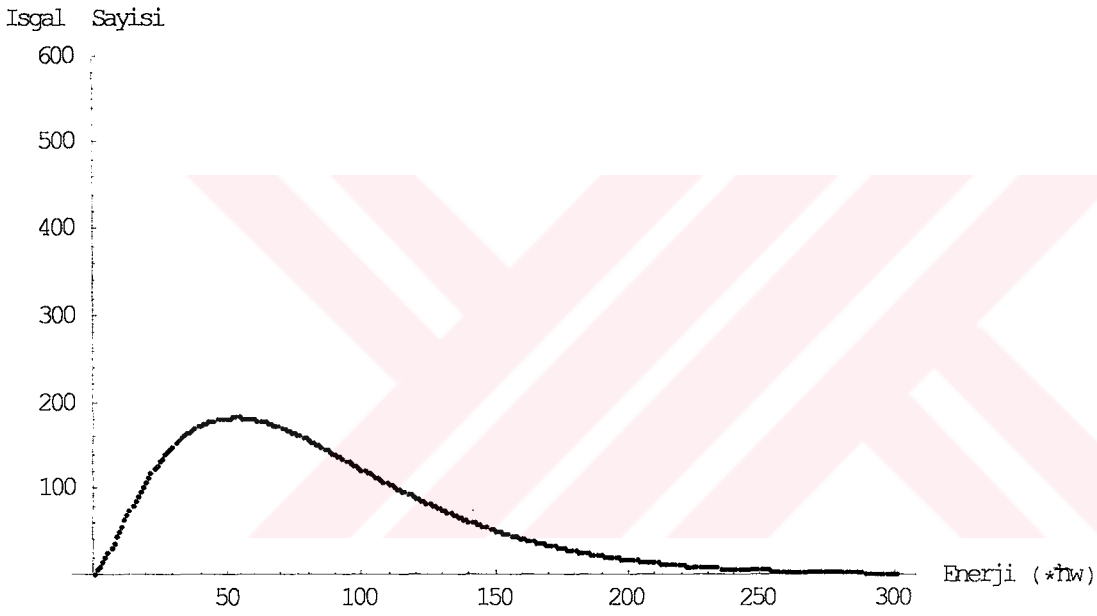
$$C = \left(6.494 * 10^{-4} \left(\frac{kT}{\hbar\omega} \right)^3 \right) k \quad (5.14)$$

sonucu çıkmaktadır. Yine bizim hesaplarınıza uygun bir orantı vermektedir. Şekil 5.6 ve 5.7’de sayısal yöntem ve (5.13) ve (5.14) denklemleri sonucu elde edilen eğrinin karşılaştırılması yapılmaktadır. Şekil 5.8’de kimyasal potansiyelin sıcaklığa göre olan değişimi verilmektedir. Kritik sıcaklık altında $\mu \approx 0$ olduğu görülmektedir.

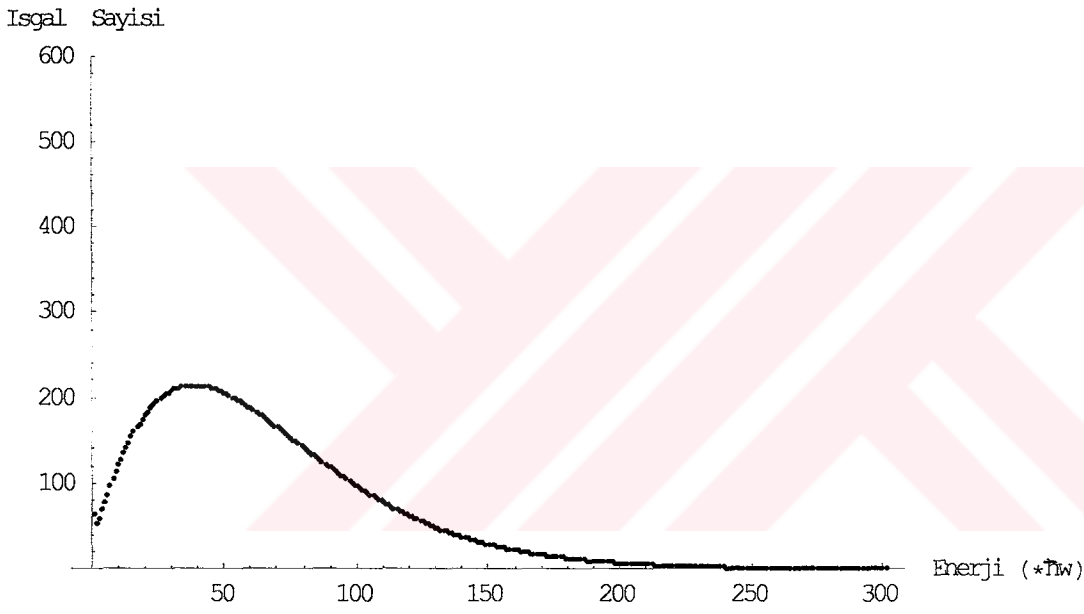




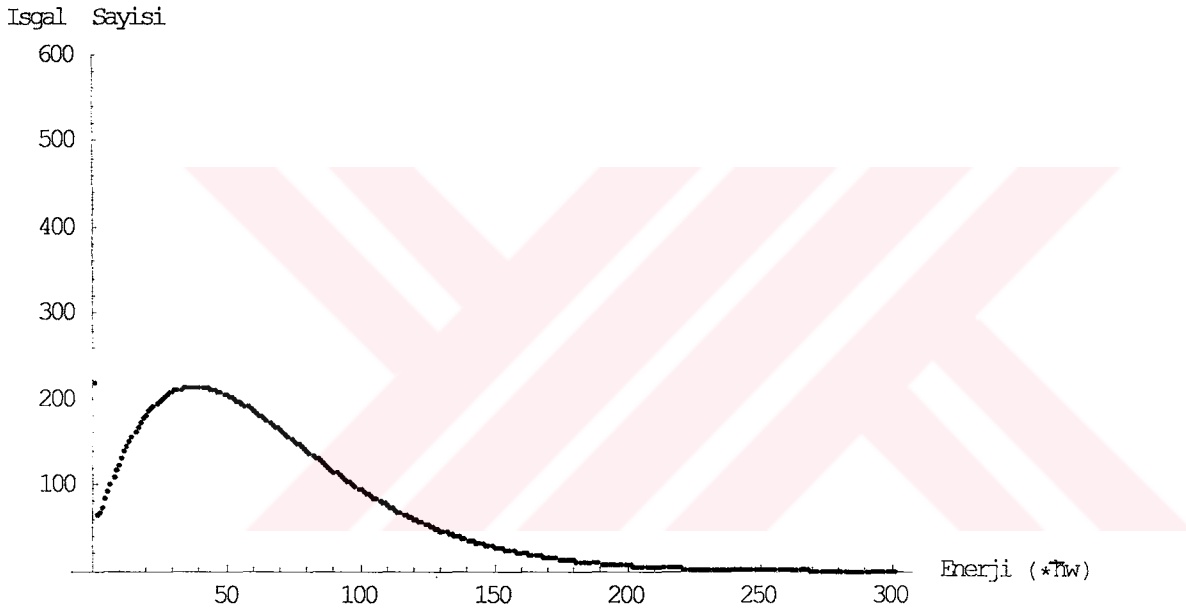
Şekil 5.1 Üç ayrı sıcaklık değeri için ($kT = 5\hbar\omega, 15\hbar\omega, 30\hbar\omega$) izotropik harmonik osilatör potansiyelinde bulunan 20000 klasik parçacık için enerji durumlarının işgal sayısı



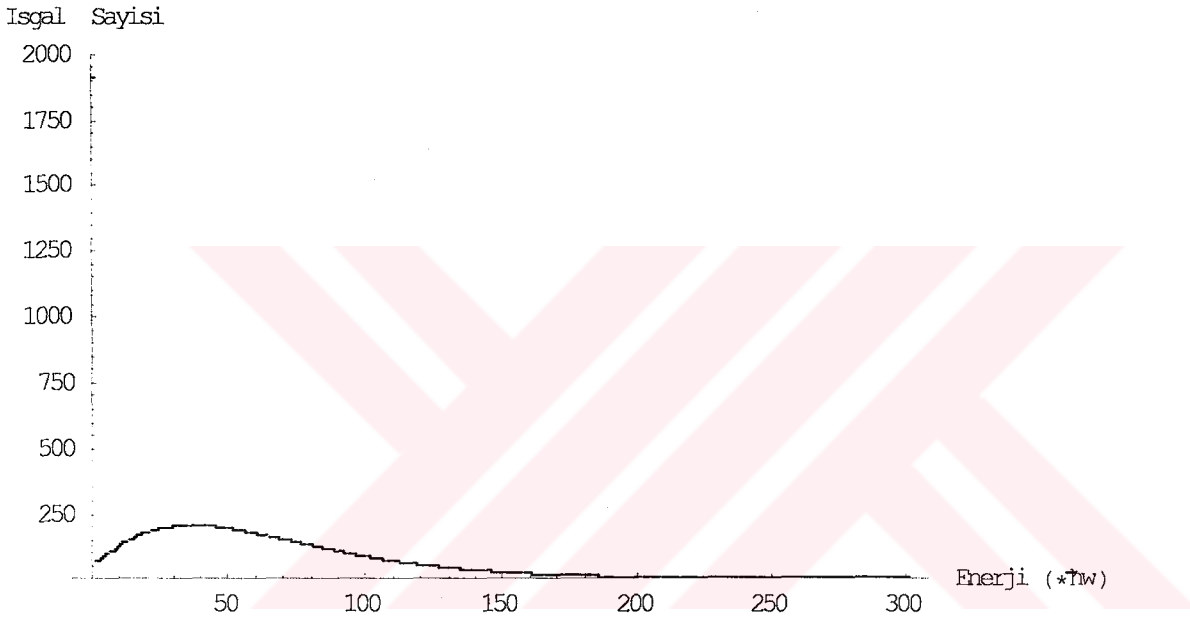
Şekil 5.2a $kT = 30\hbar\omega$ sıcaklığı için izotropik harmonik osilatör potansiyelindeki 20000 bozon için enerji durumları işgal sayısı; taban durumu işgal sayısı $N_0 = 1.76$ olduğu görülmektedir.



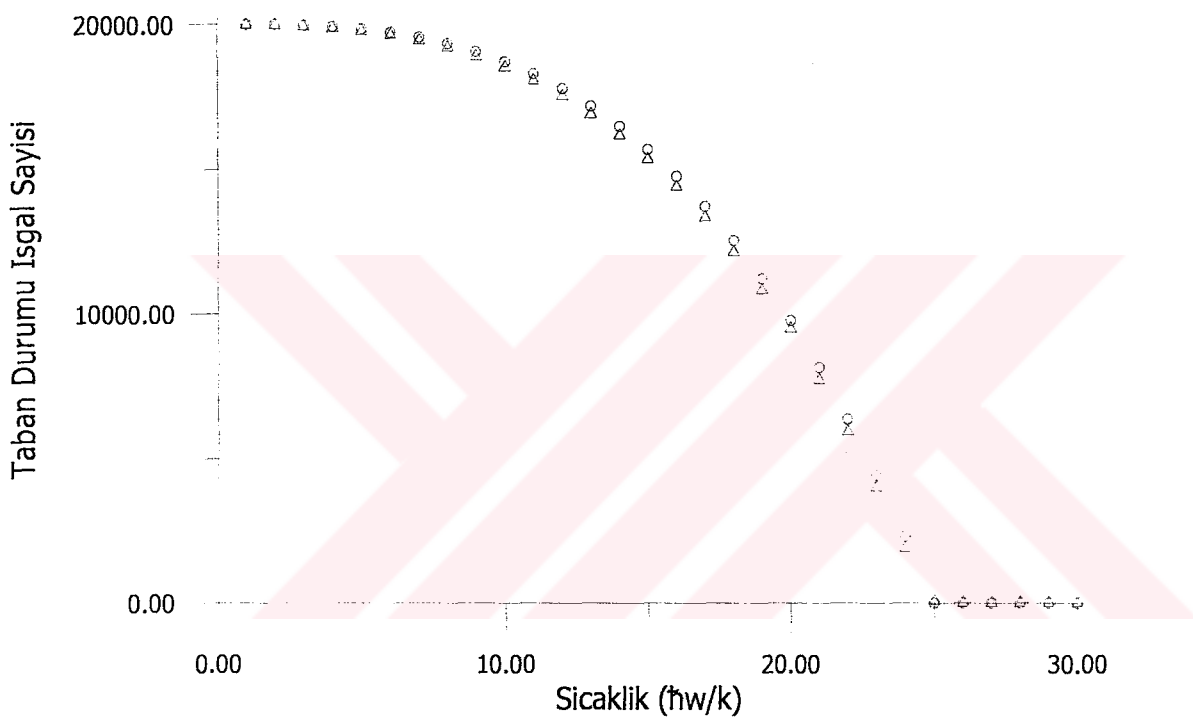
Şekil 5.2b $kT = 25\hbar\omega$ sıcaklığı için izotropik harmonik osilatör potansiyelindeki 20000 bozon için enerji durumları işgal sayısı; taban durumu işgal sayısı $N_0 = 64.79$ olduğu görülmektedir.



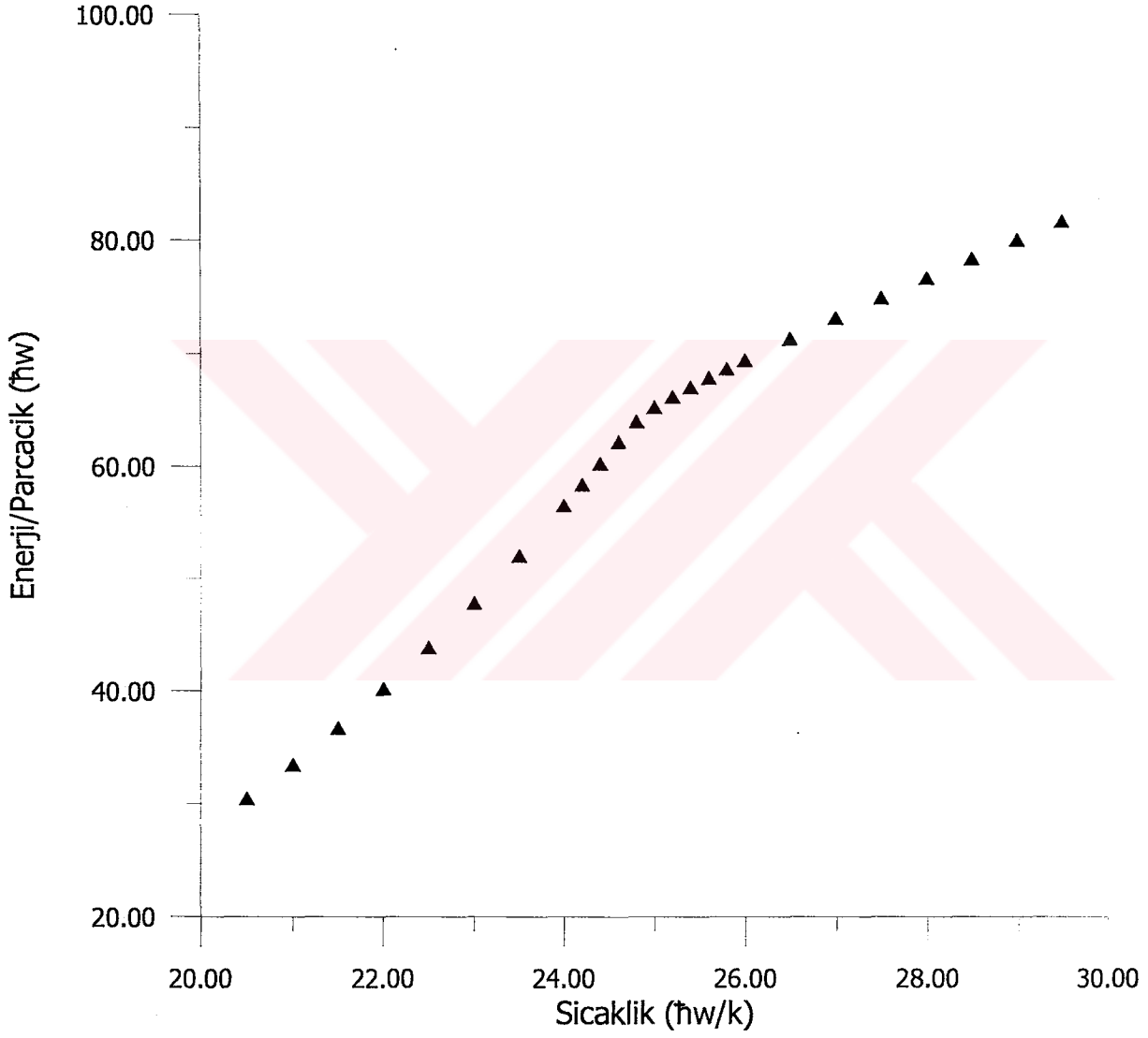
Şekil 5.2c $kT = 24.8\hbar\omega$ sıcaklığı için izotropik harmonik osilatör potansiyelindeki 20000 bozon için enerji durumları işgal sayısı; taban durumu işgal sayısı $N_0 = 217.46$ olduğu görülmektedir.



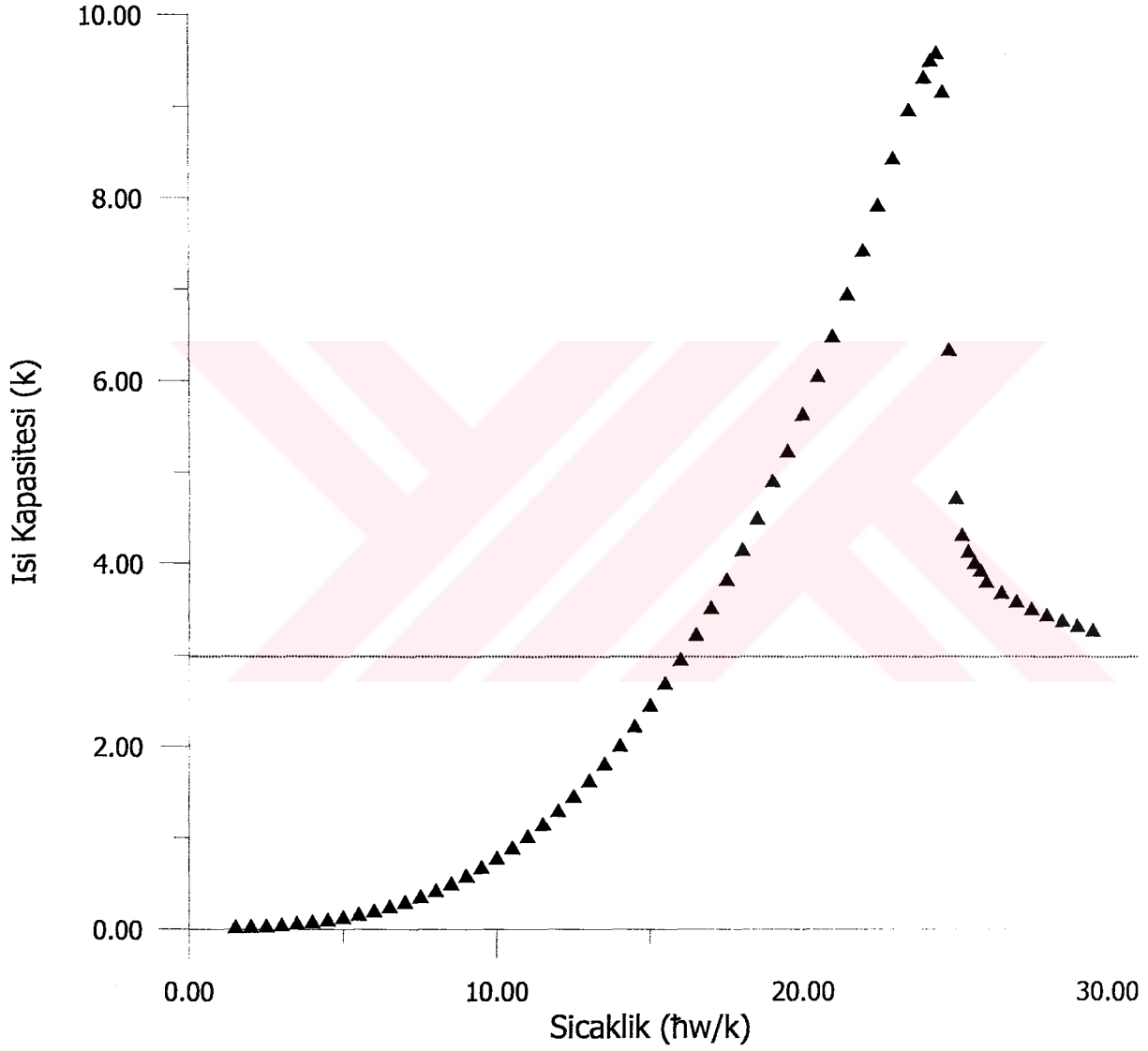
Şekil 5.2d $kT = 24\hbar\omega$ sıcaklığı için izotropik harmonik osilatör potansiyelindeki 20000 bozon için enerji durumları işgal sayısı; taban durumu işgal sayısı $N_0 = 1909.23$ olduğu görülmektedir.



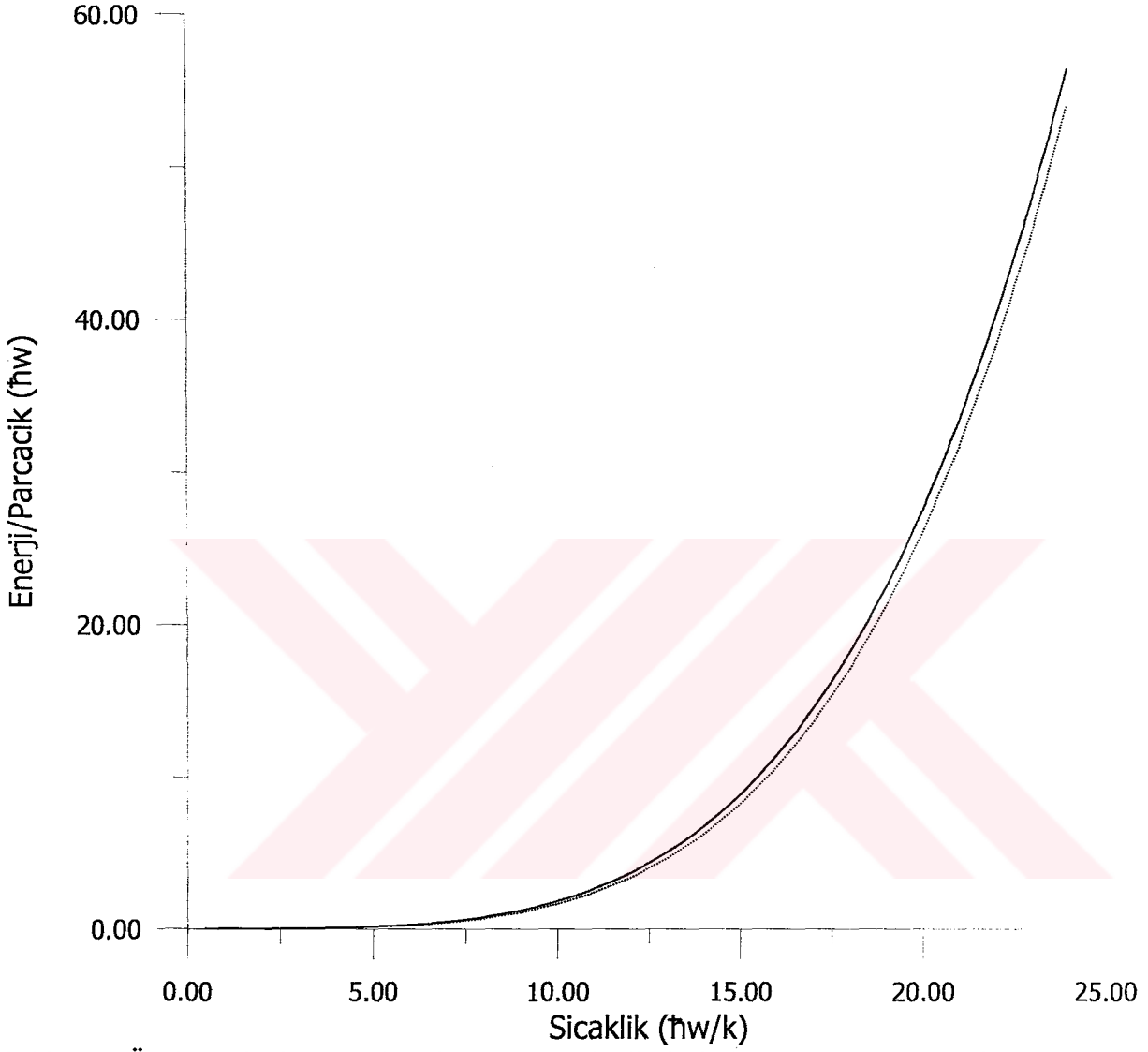
Şekil 5.3 İzotropik Harmonik Osilatör Potansiyelindeki 20000 bozon için $T_c = 25\hbar\omega/k$ alınarak (4.8) denklemini ile hesaplanan teorik değer (O) ile sayısal hesabın (Δ) karşılaştırılması.



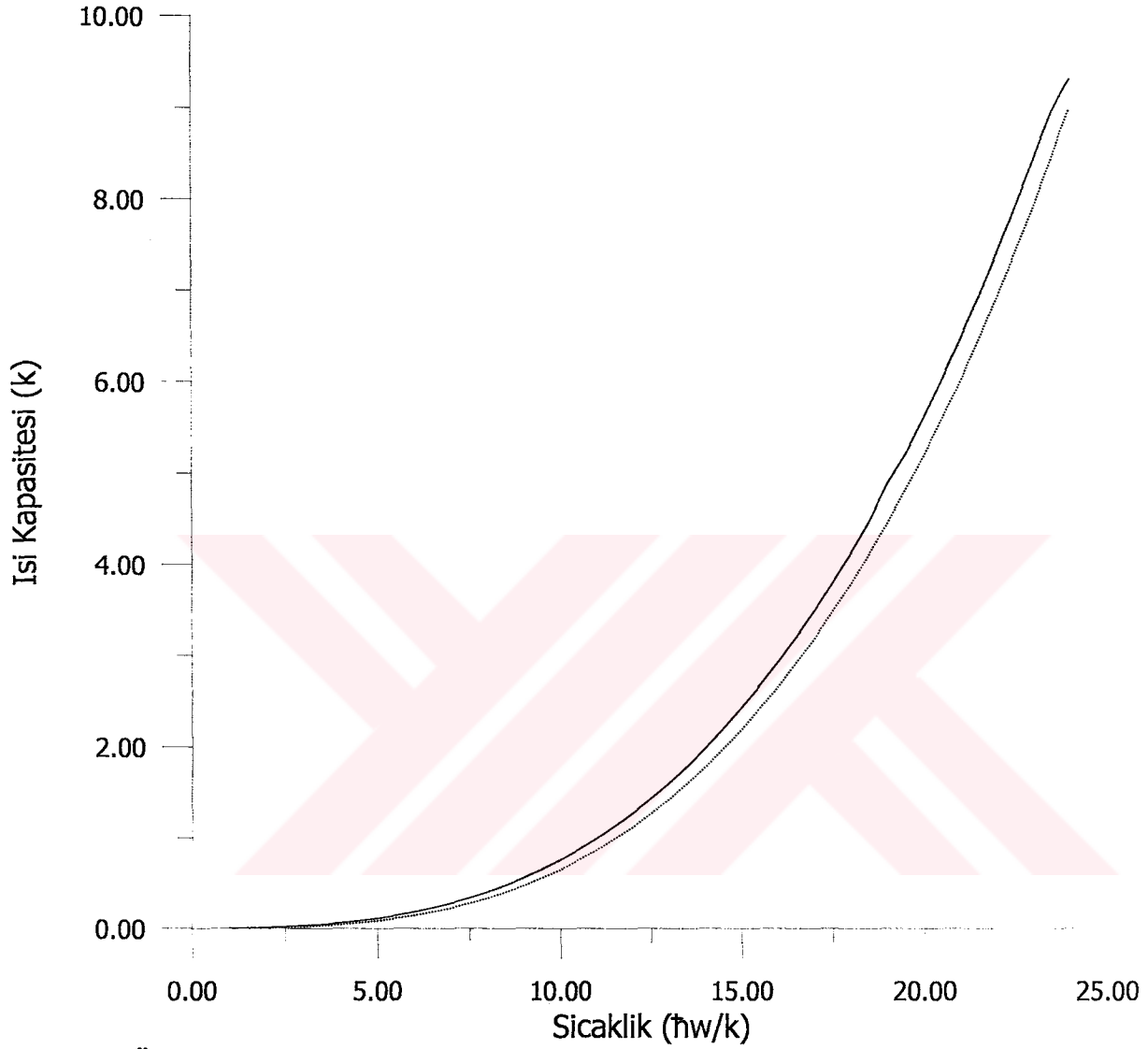
Şekil 5.4 İzotropik Harmonik Osilatör Potansiyelindeki 20000 parçacık için parçacık başına düşen ortalama enerjinin sıcaklığa göre fonksiyonu



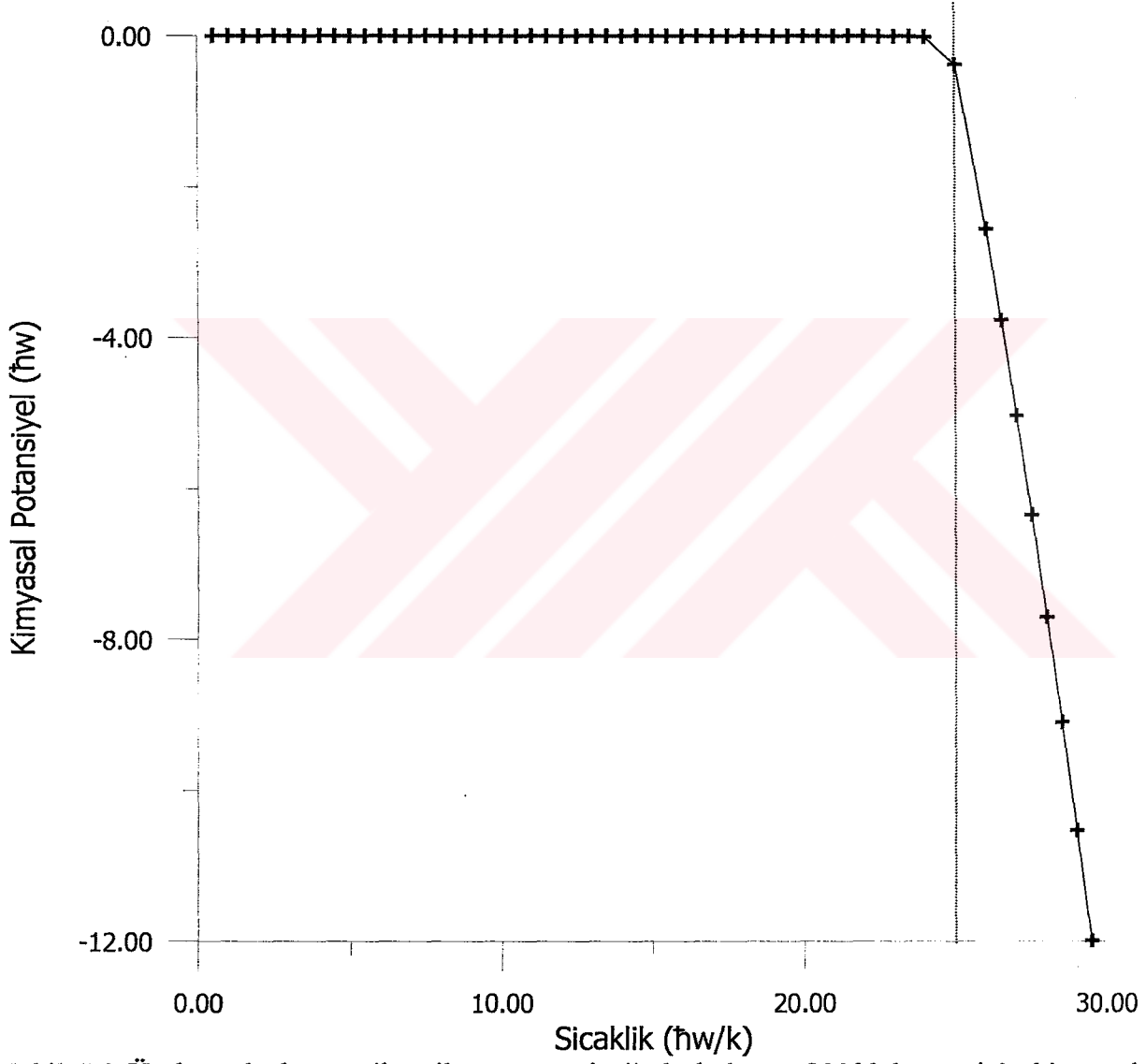
Şekil 5.5 İzotropik Harmonik Osilatör Potansiyelindeki 20000 atom için parçacık başına düşen ısı kapasitesinin sıcaklığa göre olan fonksiyonu. Kritik sıcaklıktaki ısı kapasitesinin ani değişimi faz geçişini ve yoğunlaşmanın oluştuğunu gösteriyor. Kritik sıcaklığın üstünde ısı kapasitesi klasik 3k değerine giderken, altında hızlıca sıfıra doğru iniyor.



Şekil 5.6 Üç boyutlu harmonik osilatör potansiyelinde bulunan 20000 boson için parçacık başına düşen enerji grafiği. (—) Sayısal Hesabı (---) (5.13) denklemi ile elde edilen değeri göstermektedir.



Şekil 5.7 Üç boyutlu harmonik osilatör potansiyelinde bulunan 20000 boson için parçacık başına düşen ısı kapasitesi grafiği. (—) Sayısal Hesabı (--) (5.14) denklemi ile elde edilen değeri göstermektedir.



Şekil 5.8 Üç boyutlu harmonik osilatör potansiyelinde bulunan 20000 boson için kimyasal potansiyelin sıcaklığa göre değişimi

6. BOSE-EİNSTEİN YOĞUNLAŞMASI ve BAZI UYGULAMALARI

6.1 Koherent Atom Optiği

Bilindiği gibi laser ışığı normal bir ampülden çıkan ışıktan farklıdır. Normal bir ışık kaynağından çıkan değişik dalgaboylarından dolayısı ile değişik frekanslardan oluşur ve bu ışık uzaya genişleyerek dağılır. Işık laserinde ise ışık koherenttir, yani tek dalga boyludur (tek frekanslı) ve uzayda yayılımı tek bir noktasal kaynaktan çıkıyormuş gibidir. Bu anlamda koherent atom alanındaki (BEC'deki) koherentlik ile ışık laserindeki koherentlik aynı anlamlıdır.

Işık laserini elektromanyetik alanın aynı modunda olan çok sayıda foton oluşturur. BEC'i ise aynı kuantum durumundaki birçok atom oluşturur. Atomlar arasındaki etkileşmenin ihmal edildiği durumda BEC'i oluşturan her atom aynı tek parçacık dalga fonksiyonuna sahiptir. Zayıf etkileşmelerin olduğu durumda ise ortalama alan yaklaşımı sonucu sistemi tanımlayan Hartree dalga fonksiyonu sistemi temsil eden iyi bir yaklaşımdır. BEC'i oluşturan kuantum fazı eş dağılımlıdır bu nedenle atomların oluşturduğu bu tek dalga fonksiyonlu eş dağılımlı durum laser ışığındaki tek dalga boylu koherent duruma karşılık gelir. Hartree yaklaşımının daha ileri bir aşaması ise daha önce anlatılan düzgün olmayan Schrödinger dalga denklemi olan Gross-Pitaevskii denkleminin çözümünden elde edilen dalga fonksiyonudur.

BEC yolu ile elde edilen atom laseri koherent atom optiğinde büyük ilgi uyandırdı. Çünkü termal atomlarla yapılamayan birçok deneyin atom laseri ile yapılabileceği savunulmaktadır. Işık laserinin elde edilmesi fotonik optiğinde uygulama alanlarını nasıl geliştirdi ise, BEC'in elde edilmesi de atom optiğinde uygulama alanlarını geliştireceği beklenmektedir. Bunlardan bazıları atom hologramı, atom interferometresi ve nanometre ölçeğindeki atom demeti elde etmek gibi uygulamalardır (Bloch vd., 2001).

Bu uygulamaların yapılabilmesi için koherent atom kaynaklarına ihtiyaç vardır. Termal atomların optik olarak kullanılması için konuma ve zamana bağlı potansiyeller oluşturabilen optik elemanlar mevcuttur. Fakat koherent atom akısı oluşturan kaynaklar henüz geliştirilme aşamasındadırlar. Bunlar daha önce anlatıldığı gibi çeşitli yöntemlerle BEC oluşturmaya da içeren aletler olmalıdırlar. Bu konuda yapılmış başarılı çalışmalardan biri Almanya ve MIT'deki iki grup tarafından geliştirilen BEC'nin bir yonga üzerinde oluşturulmasıdır (Anglin ve Ketterle, 2002). Bu yongada oluşturulan keskin ve yumuşak manyetik alan değişimleri sayesinde oluşturulan koherent atom akısı (BEC) ayrışmaya veya yönlendirilmeye

maruz kalabilmektedir. Bu tür yongalar, atom yongaları olarak da adlandırılmaya başlanmışlardır.

6.2 Kuantum Durumlarının Karışımı Probleminin İncelenmesi

Kuantum mekaniğinde kuantum durumlarının karışımı problemi gelecekte üzerinde çok çalışılacak konulardan biridir. Kuantum mekaniğinde iki karışmış sistemi iki sistemin basit çarpımı gibi yazamayız. Bu anlamda karışmış sistem ayrışamaz ve local değildir. Karışmış durumlarla ilgili ilk çalışma 1935 yılında Einstein, Podolsky ve Rosen (EPR) bir paradoks olarak ortaya attılar. EPR paradoksu daha sonraki yıllarda Bell gibi bilim adamları tarafından detaylı bir şekilde çalışıldı.

Kuantum karışımı problemi, kuantum durumlarının ayrışamazlık özelliği kuantum teleportasyon ve kuantum kodlama gibi yeni teknolojik alanların oluşmasına olanak sağlamaktadır. Günümüze kadar daha çok kuramsal olarak ve düşünce deneyleri ile oluşturulan bu yeni alanlar laboratuarlarda BEC'nin elde edilmesi ile deneysel olarak çalışma olanağı buldu (Julsgaard vd., 2001)

6.3 Atomik Gazların Bose-Einstein Yoğunlaşması Konusundaki Gelişmeler

Atomik gazlarda Bose-Einstein Yoğunlaşması konusu ilk gözlendiği tarih olan 1995'ten beri çok hızlı bir şekilde ilerlemiştir. 2. Bölümde anlatılan deneysel çalışmalar ve deney aletleri, 4. Bölümdeki teorik temellere ve yoğunlaşma yapılabilmüş atomlara ek olarak birçok deney yöntemleri bulunmuş, teorik düzeltmeler yapılmış ve birçok yeni atomla deneyler yapılmıştır. Kuantum dejenere gazlar ailesi içine çoklu denge durumlu ve fermiyonik atomlarda dahil edilmiştir. Yoğunlaşmalar, aşırı düşük sıcaklık laboratuvarları haline gelmiş ve atom optik, çarpışma fiziği, fononlar, süper akışkanlık, kuantize olmuş girdaplar, Josephson kavşakları ve kuantum faz geçişleri bu laboratuvarlarda kullanılmaya başlanmıştır (Anglin ve Ketterle, 2002).

Bose-Einstein Yoğunlaşması deneyinde, yoğunlaşma elde etmek üzere yapılan buharlaştırarak soğutma sırasındaki iyi çarpışmaların (termal dengeyi sağlayan elastik çarpışmalar) kötü çarpışmalara (atomların kapandan kurtulmalarını sağlayan veya molekül oluşmasına sebep veren çarpışma) oranının daha yüksek olması gerekir. Örnek olarak Cs atomunun (Guéry-Odelin vd., 1998) kuantum dejenereliğe ulaşmasını engelleyen bu şekildeki zayıf çarpışma oranlarıdır. Na ve Li'da (Görlitz vd., 2001) hem üst hem de alt ince yapı durumlarında ayrıca He (Robert vd., 2001; Pereira Dos Santos vd., 2001), ⁸⁵Rb (Cornish vd., 2000) ve K'da (Modugno vd., 2001) yoğunlaşma gerçekleştirilmiştir.

Manyetik kapan yerine, buharlaşmanın içinde iletildiği, CO₂ laser ışınlarından oluşan, (Barrett vd., 2001) optik dipol kapan kullanılarak, örnek tüm deney boyunca optik aletlerle soğutulmuştur. Bu sayede optik kapan, gazı daha yüksek bir yoğunlukta tutabilmekte ve artırılmış termalizasyon oranı ile daha etkin buharlaşma yapabilmekte, yoğunlaşmanın hızını arttırabilmektedir. Tamamen optiksel olan bu kapan ile manyetik momentleri manyetik kapan için çok küçük olan atomlarda da yoğunlaşma elde edilebilir.

Manyetik kapanlarda da ilerlemeler sağlanmıştır. Kapanın bir yonga üzerine yerleştirilmesi ile atomlar çok güçlü bir şekilde sıkılmış ve gereken güç miktarı düşürülmüştür (Ott vd. 2001; Hänsel vd., 2001). Bu yöndeki ilerlemeler sonucu koherent madde için dalga kılavuzu ve ışın ayırıcılar ve şimdiye kadar yapılanlardan daha da hassas durgun algılayıcıların yapımı sağlanabilir. Kısıtlı geometrilerdeki kuantum sıvılarının incelenmesi yapılabilir.

Keskin değişen manyetik alanlar atomları dalga kılavuzular içinde sınırlar, çarpışma özelliklerini ayarlayarak düzgün arka plan alanlar atom üstüne aşırı bir kontrol sağlar. Belli alan kuvvetlerinde (Feshbach Rezonans) bir molekülün durumunun enerjisi sıfır yapılabilir. Feshbach Rezonansı ilk olarak 1998 yılında gözlemlendi (Inouye vd., 1998; Courteille vd., 1998) ve bu sayede ⁸⁵Rb yoğunlaşması gözlemlenmiştir (Cornish vd., 2000)

İstenmeyen çarpışmaların yok edilmesinin bir başka yolu da, buharlaştırarak soğutulması çok kolay olan bir başka atomun sisteme eklenmesidir. Böyle bir “sempatik soğutma” ⁸⁵Rb’nin (Myatt vd., 1997) iki çok ince yapısı, iki Rb izotopu (Bloch vd., 2001) arasında yapıldı ve K’da, Rb atomlarıyla çarpıştırılıp soğutularak yoğunlaşma elde edildi (Modugno vd., 2001).

Yumuşak (Sempatik) soğutma dejenere fermiyonları soğutmak için çok önemlidir çünkü Pauli dışarılama kuralı, düşük sıcaklıklarda bulunan aynı yapıli fermiyonların çarpışmasını engeller. Fermi dejenereliğinin gözlemlendiği ilk örnek fermiyonik K’nın (De Marco ve Jin, 1999) iki aşırı ince yapısı ile soğutulunca gözlemlenmiştir. Son olarak ⁶Li’yi ⁷Li (Schreck vd., 2001; Truscott vd., 2001) ile veya Na (Hadzibabic vd., 2001) ile ve ⁶Li’nin iki çok ince yapısını (Granade, 2001) kullanarak gözlemlenebilir. Şimdiye kadar ki hiçbir deney Fermi sıcaklığının %25’inden aşağı inememiştir. Cooper çiftleri ve süper akışkanlık gibi olaylar gözlemlenmesi için daha da ileri gidilmelidir (Stoof ve Houbiers, 1999)

Yoğunlaşma, çok düşük yoğunluklu yoğun madde sistemi olarak ele alınır. Yoğunlaşma bir gaz olarak havadan 10⁵ kat daha fazla seyrektr. Buna rağmen sıcaklığı o kadar düşüktür ki atomlar arasındaki zayıf etkileşmeler bile faz geçişi, fononlar, süperakışkanlık ve Josephson titreşimleri gibi “geleneksel” yoğunlaşmış sistemlere benzer etkiler yaratır.

Bose-Einstein Yoğunlaşması'ndaki atomlar aslında ideal gazlar değildir. Yoğunlaşmadaki atomların sayısı arttırıldıkça atomlar kapan içindeki taban durumunun da üstüne çıkarlar. Bu etkileşmeler olmazsa BEC'nin özellikleri optik laserdeki fotonlar gibi ideal gazlara benzer. Etkileşmeler yoğunlaşmayı ses ve super akışkanlık gibi zengin özellikler taşıyan bir çok parçacık sistemi yapar.

Temel bir teori olarak zayıf etkileşen Bose gazı, 1940'ların sonundan 1960'ların başına kadar geliştirildi ve çift parçacık çarpışmalarının üç parçacık çarpışmalarından daha fazla olması gerektiği ortaya kondu. Bu koşul, atomlar arasındaki ayırım $n^{-1/3}$, s-dalgası saçılma uzunluğu olan a 'dan çok daha büyükse gerçekleşir. Buradaki değer $na^3 \ll 1$ olmalıdır. ($na^3 \approx 10^{-6}$). Saçılma uzunluğunun büyüklüğü atomlar arası kuvvetlerin etkin olduğu uzaklığı verir. Buda alkali atomlar için 1-5 nm arasındadır.

Gross-Pitaevskii'nin ortaya koyduğu makroskobik madde dalga alanını veren dalga denklemi ve Bogoliubov'un (Bogoliubov, 1947) koherent alan çevresindeki kuantum dalgalanmaları için ortaya attığı denklem ile anlattığı zayıf etkileşen koşullar, Gross-Pitaevskii-Bogoliubov teorisi ile çok iyi açıklanabilmektedir. Fakat bazı düzeltmelerde gerektirmektedirler. Orijinal teoriler atom sayısının korunumunu bozmaktadırlar, şimdi ise atom sayısının korunmasını sağlayan denklemler yazılmıştır (Gardiner, 1997; Castin ve Dum, 1998).

He sıvısındaki süperakışkanlık ilk olarak 1938 yılında gözlemlendi ve London hemen bu olayın sebebinin Bose-Einstein Yoğunlaşması olduğunu anladı. Ancak deneysel verilerin toplanıp ispat edilmesi çok zaman aldı. Bunun aksine seyreltilmiş gazlarda öncelikle yoğunlaşma gözlemlendi ancak bu gazlardaki süper akışkanlığın ortaya çıkarılması birkaç yıllarını aldı (Cataliotti vd., 2001).

Kuantum mekaniği ve maddenin dalga yapısı, parçacıkların açısal momentumu varken veya bir kuantum sistemi dönerken kendini çok ilginç bir şekilde gösterir. Bir kuantum mekaniksel parçacık bir çember boyunca dönerken dolaştığı yörünge de Broglie dalga boyunun tam katı olmalıdır. Bu kuantizasyon yasası bizi Bohr modeline ve hidrojen atomunun ayırık enerji seviyelerine götürür. Makroskobik bir dalga fonksiyonuyla tanımlanmış dönen bir sıvı için dönmenin kuantizasyonuna veya kuantize olmuş girdaplara bizi götürür. Bu da bir süperakışkanın katı bir cisim gibi dönmesini engeller. 1999 yılına kadar BEC'de oluşabilecek olan girdaplar fark edilmemiştir. Teorik bir önerme sonucu (Williams ve Holland, 1999) Colorado Üniversitesi Boulder'daki araştırmacılar iki bileşenli yoğunlaşmanın kuantize olmuş girdabının faz şeklini laser ve radyo frekansı alanları ile çıkartmışlardır (Matthews vd., 1999).

Farklı cinsten atomlar karıştırılıp kuantum dejenere hale gelinceye kadar soğutulması farklı yeni bir fizik dalı ortaya çıkarmıştır. Gelecekte bozon karışımları sonucu birbiri içine tamamen girmiş süper akışkanlar üzerine çalışmalar başlayabilir. Fermiyon ve bozon karışımları son zamanlarda deneysel olarak gerçekleştirilmiştir (Schreck vd., 2001; Truscott vd., 2001; Hadzibabic vd., 2001). ^3He - ^4He karışımları üzerinde yapılan çalışmalara da yakında başlanabilir.

BEC'nin iki veya tek boyuta indirilerek incelenmesi fizikte birçok yeni çalışma alanı oluşturacaktır. Bir sistemin boyutlarını düşürmek genelde kuantum özelliklerini artırır. Çok ünlü bir örnek olarak iki boyutlu elektron gazındaki kuantum Hall olayını gösterebiliriz. Atomik fizikteki birçok araçtan yararlanarak yoğunlaşma birçok şekilde oluşturulabilir. Son olarak bir ve iki boyutlu yoğunlaşmalar, germe gücü çok yüksek manyetik alanlar içinde ve elipsoid benzeri optik kapanlarda hazırlanmıştır (Görlitz vd., 2001).

Kuantum-dejenere gazlar günümüzde çok hızlı bir ilerleyişe sahne olmaktadır. Yeni atomik sistemler, çok soğuk fermiyonlar bunların arasında en yenileri ve gelecekte en fazla üzerinde durulacaklar arasındadır.

7. SONUÇLAR ve TARTIŞMA

Klasik parçacıklarla yapılan hesaplamalarımızda çok düşük sıcaklıklarda dahi taban durumu işgal sayısı çok azdır. Bozonlarda ise $0\hbar\omega$ sıcaklığının çok üstünde taban durumundaki yığılma aniden başlamaktadır. Bu da bize bir kritik sıcaklığın olması gerektiğini söyler. Kuantum istatistik fiziğine göre Bose-Einstein Yoğunlaşması, tamamen bozonlara ait dağılım denklemindeki farktan kaynaklanır. Parçacıkların etkileşmesinden kaynaklanmaz. Bu çalışmada 20000 parçacık için yapılan hesaplama sonucu kritik sıcaklık $kT_c \cong 25\hbar\omega$ elde edilmiştir. Kritik sıcaklığın,

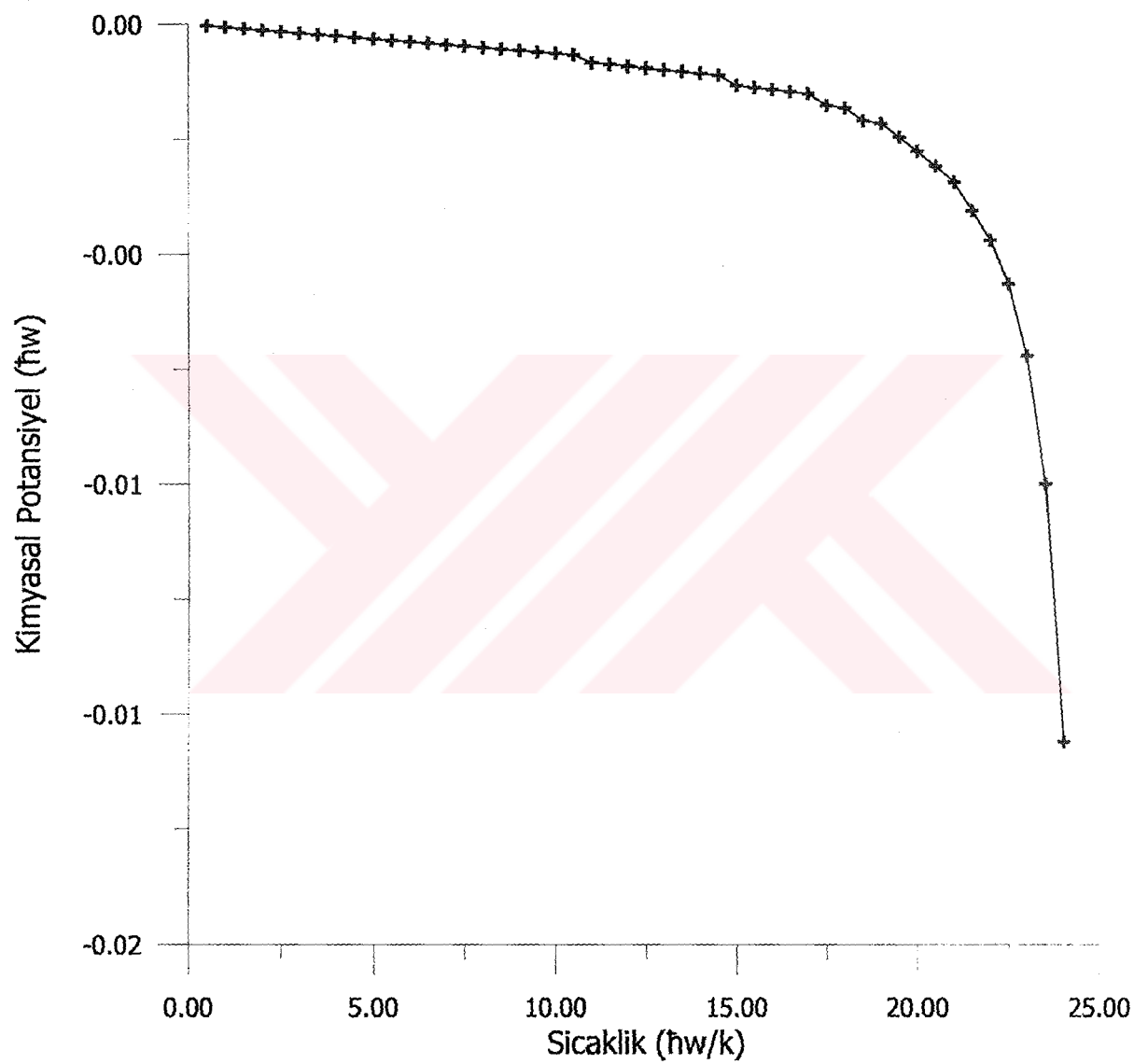
$$kT_c = \left(\frac{2N}{2.404} \right)^{1/3} \hbar\omega \quad (7.1)$$

olarak ortaya konduğu denklemde (Ligare, 1998) $kT_c \cong 25.53\hbar\omega$ olduğu bulunmuştur. Bu bulduğumuz değere yakın bir değerdir.

Şekil 5.6'daki grafikteki geçiş sıcaklığında parçacık başına düşen ısı kapasitesi karakteristik "lamda" şeklini verir ve daha yüksek sıcaklıklarda $3k$ klasik değerlerine ulaşır. Parçacıkların kinetik enerjisi ve harmonik osilatör potansiyelin, parçacık başına ısı kapasitesine $3k/2$ 'şer katkıda bulunur. Böylece parçacık başına toplam ısı kapasitesi $3k$ olur. Eğrinin sağ tarafına dikkat edilirse sabitlendiği değerdir (Şekil 5.5). Kritik sıcaklığın altında ısı kapasitesi sıfıra doğru azalma gösterir. Enerji ve ısı kapasitesi için elde ettiğimiz sayısal hesap ve denklemden elde edilen veriler uyum içinde bulunmaktadır. (Şekil 5.6-5.7)

Kimyasal potansiyelimiz kritik sıcaklığın altında sıfıra eşitmiş gibi görünsede (Şekil 5.8) aslında yakından bakıldığında sıfır değildir ve sıcaklık azaldıkça sıfıra doğru yaklaşır (Şekil 7.1). Kritik sıcaklık altında $\mu=0$ alınarak (4.8) denklemi hesap edilmiştir. Aslında kritik sıcaklık altında μ değeri sıcaklığa bağlıdır. Sıcaklığa bağlı denklemi bulunarak (4.8) denkleminde bir düzeltme terimi getirilebilir. Elde edilen yeni denklem yardımıyla, bu çalışmada yapılan karşılaştırmalar tekrar edilebilir.

Elde ettiğimiz sonuçlar deneylere benzer sonuçlar verir. Daha yakın sonuçlar elde etmek için deney benzeri koşullar kullanılmalıdır. Deneylere benzemesi açısından izotropik olmayan sınırlayıcı potansiyeller kullanılarak hesaplamalar yapılabilir. Bu potansiyellerin şiddetleri artırılarak sistemler tek ve iki boyutlu hale getirilebilirler (Ligare, 2001). Üzerinde deneyler yapılan fermiyonik atomlar için bu hesaplamalar tekrar edilebilir.



Şekil 7.1 Kritik sıcaklık altında $\mu(T)$ grafiği

KAYNAKLAR

Anderson, M.H., Ensher, J.R., Matthews, M.R., Wieman, C.E. ve Cornell, E.A. (1995), "Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor", *Science*, 269: 198-201.

Anglin, J.R., Ketterle, W. (2002), "Bose-Einstein Condensation of Atomic Gases", *Nature*, 416: 212-218.

Arimondo, E., Phillips, W. ve Strumia, F. (1992), "Proceedings, Enrico Fermi International Summer School on Laser Manipulation of Atoms and Ions", Varenna, Italy.

Barret, M.D., Sauer, J.A. ve Chapman, M.S. (2001), "All-Optical formation of an atomic Bose-Einstein Condensate", *Phys.Rev. Lett.*, 87: 010404-1-010404-4.

Bloch, I., Köhl, M., Greiner, M., Hänsch, T.W. ve Esslinger, T. "Optics with an Atom Laser Beam", *Phys. Rev. Lett.*, 87, 3: 30401

Bloch, I., Greiner, M., Hänsch, O.M.W. ve Esslinger, T. (2001), "Sympathetic Cooling of ^{85}Rb and ^{87}Rb ", *Phys. Rev. A* 64: 021402-1-021402-4.

Bogoliubov, N. (1947), *J. Phys. (Moscow)* 11: 23.

Bose, S. N. (1924), *Z. Phys.* 26: 178.

Bradley, C.C., Sackett, C.A. ,Tollett, J.J. ve Hulet, R.G. (1995), *Phys. Rev. Lett.*, 75: 1687.

Burnett, K., Edwards, M. ve Clark, W.C. (1999), "The Theory of Bose-Einstein Condensation of Dilute Gas", *Physics Today*, December 1999: 37-42.

Castin, Y. ve Dum, R. (1998), "Low-Temperature Bose-Einstein Condensates in Time Dependent Traps: Beyond the U(1) Symmetry-Breaking Approach", *Phys.Rev. A*, 57:3008-3021.

Cataliotti, F.S. vd. (2001), "Josephson Junction Arraya with Bose-Einstein Condensates", *Science*, 293: 843-846.

Cornell, E.A. ve Wieman, C.E. (1998), "The Bose-Einstein Condensate", *Scientific American*, March 1998: 26-31.

Cornish, S.L., Claussen, N.R., Roberts, J.L., Cornell, E.A. ve Wieman, C.E. (2000), "Stable ^{85}Rb Bose-Einstein Condensates with Widely Tunable Interactions", *Phys. Rev. Lett.*, 85: 1795-1798.

Courteille, P., Freeland, R.S., Heinzen, D.J., van Abeelen, F.A. ve Verhaar, B.J. (1998), "Observation of a Feshbach Resonance in Cold Atom Scattering", *Phys. Rev. Lett.*, 81: 69-72.

Davis, K.B., Mewes, M.O., Andrews, M.R., van Druten, N.J., Durfee, D.S., Kurn, D.M. ve Ketterle, W. (1995), *Phys. Rev. Lett.* 75: 3969.

De Marco, B. ve Jin, D.S. (1999), "Onset of Fermi Degeneracy in a Trapped Atomic Gas", *Science*, 285: 1703-1706.

Einstein, A. (1924), *Sitzber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.*, 261.

Einstein, A. (1925), *Sitzber. Kgl. Preuss. Akad. Wiss.*, 3.

Gardiner, C.W. (1997), "Particle-Number-Conserving Bogoliubov Method which Demonstrates the Validity of Time-Dependent Gross-Pitaevskii Equation for a Highly Condensed Bose Gas", *Phys. Rev. A*, 56:1414-1423.

Görlitz, A. vd. (2001), "Realization of Bose-Einstein Condensates in Lower Dimensions", *Phys. Rev. Lett.*, 87: 130402-4-130402-4.

Granade, S.R., Gehm, M.E., O'Hara, K.M. ve Thomas, J.E. (2001), "Preparation of Degenerate, Two Component Fermi Gas by Evaporation in a Single Beam Optical Trap", Preprint cond-mat/0111344 at <<http://xxx.lanl.gov>>.

Griffin, A., Snook, D. ve Stringari, S. (1995), "Bose-Einstein Condensation", Cambridge, U. P., Cambridge.

Griffiths, D.J., (1995), *Introduction to Quantum Mechanics*, Prentice-Hall, New Jersey.

Gross, E.P., (1961), *Nuovo Cimento*, 20: 454.

Gross, E.P., (1963), *J. Math. Phys.* 4: 195.

Guéry-Odelin, D., Söding, J., Desbiolles, P. ve Dalibard, J. (1998), "Is Bose-Einstein Condensation of Atomic Cesium Possible?", *Europhys. Lett.*, 44: 23-30.

Hadzibabic, Z. vd. (2001), "Two Species Mixture of Quantum Degenerate Bose and Fermi gases", Preprint cond-mat/0112425 at <<http://xxx.lanl.gov>>.

Hänsel, W., Hommelhoff, P., Hänsch, T.W. ve Reichel, J. (2001), "Bose-Einstein Condensation on a Microelectronic Chip", *Nature*, 413: 498-501.

Holland, M. ve Cooper, J. (1996), "Expansion of a Bose-Einstein Condensate in a Harmonic Potential", *Phys. Rev. A* 53: R1954-1957.

Huang, K. (1963), *Statistical Mechanics*, John Wiley & Sons, 1963, New York.

Inouye, S. vd. (1998), "Observation of Feshbach Resonances in a Bose-Einstein Condensate", *Nature*, 392: 151-154.

Julsgaard, B., Kozhekin, A. ve Poljick, E.S. (2001), "Experimental Long-Lived Entanglement of Two Macroscopic Objects", *Nature*, 413, 27: 400-403.

Lamb, W. ve Nordsieck, A. (1941), *Physical Review*, 59: 677.

Ligare, M. (1998), "Numerical Analysis of Bose-Einstein Condensation in a Three Dimensional Harmonic Oscillator Potential", *Am. J. Phys.* 66 (3): 185-190.

Ligare, M. (2001), "An Extension to Anisotropic Traps and Lower Dimensions", *Am. J. Phys.*, 70(1), 76-78.

Lin, J.L. ve Wolfe, J.P. (1993) "Bose-Einstein Condensation of Paraexcitons in Stressed Cu_2O ", *Phys. Rev. Lett.*, 71: 1222-1229.

London, F. (1954), *Superfluids*, Wiley, 1954, New York.

Matthews, M.R. vd. (1999), "Vortices in a Bose-Einstein Condensate", *Phys. Rev. Lett.*, 83: 2498-2501.

Modugno, G. vd. (2001), "Bose-Einstein Condensation of Potassium Atoms by Sympathetic Cooling", *Science*, 294: 1320-1322.

Monroe, C., Swann, W., Robinson, H., ve Wieman, C.E. (1990), "Very Cold Trapped Atoms in a Vapor Cell", *Phys. Rev. Lett.*, 65: 1571-1574.

Myatt, C.J., Burt, E.A., Ghrist, R.W., Cornell, E.A. ve Wieman, C.E. (1997), "Production of Two Overlapping Bose-Einstein Condensates by Sympathetic Cooling", *Phys. Rev. Lett.*, 78: 586-589.

Newbury, N.R. ve Wieman, C.E. (1996), "Resource Letter TNA-1: Trapping of neutral atoms" *Am. J. Phys.* 64: 18-20.

Ott, H., Fortagh, J., Schlotterbeck, G., Grossmann, A. ve Zimmermann, C. (2001), "Bose-Einstein Condensation in a Surface Microtrap", *Phys. Rev. Lett.* 87: 230401-1-230401-4.

Pereira Dos Santos, F. vd. (2001), "Bose-Einstein Condensation of Metastable Helium", *Phys. Rev. Lett.*, 86: 3459-3462.

Petrich, W., Anderson, M.H., Ensher, J.R. ve Cornell, E.A. (1994), "Behavior of Atoms in a Compressed Magneto-Optical Trap", *J. Opt. Soc. Am.*, B 11: 1332-1335.

Petrich, W., Anderson, M.H., Ensher, J.R. ve Cornell, E.A. (1995), "Stable Tightly Confining Magnetic Trap for Evaporative Cooling of Neutral Atoms" *Phys. Rev. Lett.*, 74: 3352-3355.

Pitaevskii, L.P. (1961), *Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 40: 646.

Pitaevskii, L.P., Stringari, S., Dalfovo, F. ve Giorgini, S. (1999), "Theory of Bose-Einstein Condensation in Trapped Gases", *Reviews of Modern Physics*, 71 (3): 463-509.

Pritchard, D.E., Helmerson, K. ve Martin, A.G., "Atom Traps", 11. International Progress in Atomic Physics Conference, World Scientific, 1989, Singapore: 179-197.

Raab, E., Prentiss, M., Cable, A., Chu, S. ve Pritchard, D.E. (1987), "Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure", *Phys. Rev. Lett.*, 59: 2631-2634.

Robert, A. vd. (2001), "A Bose-Einstein Condensate of Metastable Atoms", *Science*, 292: 461-464.

Robinson, J.E. (1951), Phys. Rev., 83: 678.

Schreck, F. vd. (2001), "Quasipure Bose-Einstein Condensate Immersed in a Fermi Sea", Phys. Rev. Lett., 87: 080403-1-080403-4.

Sesko, D., Walker, T., Monroe, C., Gallagher, A. ve Wieman, C.E. (1989), "Collisional Losses from a Light Force Atom Trap", Phys. Rev. Lett., 63: 961-964.

Sesko, D., Walker, T., ve Wieman, C.E. (1991), "Behavior of Neutral Atoms in a Spontaneous Force Trap", J. Opt. Soc. Am., B 8:946-958.

Silvera, I.F. (1997), "Bose-Einstein Condensation", Am. J. Phys. 65 (6): 570-574.

Stoof, H.T.C. ve Houbiers, M. (1999), Bose-Einstein Condensation in Atomic Gases, IOS Press, 1999, Amsterdam.

Truscott, A.G., Strecker, K.E., McAlexander, W.I., Partridge, G.B. ve Hulet, R.G. (2001), "Observation of Fermi Pressure in a Gas of Trapped Atoms", Science, 291:2570-2572.

Walker, T., Sesko, D. ve Wieman, C.E. (1990), "Collective Behavior of Optically Trapped Neutral Atoms", Phys. Rev. Lett., 64: 408-411.

Wieman, C.E. (1996), "The Richtmyer Memorial Lecture: Bose-Einstein Condensation in an Ultracold Gas", Am.J.Phys., 64(7): 847-855.

Wieman, C.E. ve Chu S. (1989), "Special Issue on Laser Trapping and Cooling", J.Opt.Am. B6(11).

Williams, J.E. ve Holland, M.J. (1999), "Preparing Topological States of a Bose-Einstein Condensate", Nature, 401: 568-572.

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	22.10.1976	
Doğum yeri	Türkoğlu, Kahramanmaraş	
Lise	1992-1995	Özel Toros Fen Lisesi
Lisans	1995-1999	Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Edebiyat Fak. Fizik Bölümü
Yüksek Lisans	1999-2002	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Fizik Bölümü

