

154494

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**KUVVETLİ ETKİLEŞMELERDE KİRAL SİMETRİNİN
BOZULUMU**

Fizikçi Mustafa ERKOVAN

**F.B.E Fizik Anabilim Dalı Fizik Programında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Emel ÇINGİ

Prof. Dr. Emel ÇINGİ

Prof. Dr. Selçuk ZEBİTAY

Doç. Dr. Çetin TAŞSEVEN

İSTANBUL, 2004

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iii
KISALTMA LİSTESİ	iv
ŞEKİL LİSTESİ	v
ÇİZELGE LİSTESİ	vi
ÖNSÖZ.....	vii
ÖZET.....	viii
ABSTRACT	ix
1 GİRİŞ	1
2 TEMEL TEORİ	2
2.1 Kuantum Alan Teorisinin Temelleri.....	2
2.2. Simetriler	6
2.2.1 Simetri Kırılma Durumları	8
2.2.2 Atom Fizikinde Simetri Kırınimleri	9
2.2.3 Nükleer Fizikte Simetri Kırınimleri.....	11
2.2.4 Global Simetri.....	12
2.2.5 Lokal Simetri	15
2.2.6 Kütleli Fermiyonlar	16
2.3 Kiral Simetrisinin Tarihçesi	19
2.3 Kiral Simetri ve PCAC	20
2.3.1 Kuvvetli Etkileşimlerin Kiral Simetrisi.....	20
2.3.2 Mezonların Kiral Dönüşümleri.....	22
2.3.3 Büyük Patlama ve Kiral Simetri Kırılması.....	24
2.3.4 Pion Bozulması ve PCAC.....	27
2.3.5 Golderberger-Treinman Bağntısı.....	28
2.3.5 Kiral Simetrisinin Kendiliğinden Bozulması	29
3 LINEER SİGMA MODEL.....	33
3.1 Kiral Limit	33
3.2 Açık Kiral Simetri Kırılması	38
4 SONUÇ ve ÖNERİLER.....	44
KAYNAKLAR.....	45
EKLER.....	46
Ek 1 Bazı önemli denklemlerin elde edilişi	46
ÖZGEÇMİŞ.....	55

SİMGE LİSTESİ

A_μ^a	Aksiyel akım
A_{fg}, B_{fg}	Birimsel dönüşüm matrisleri
$\vec{B}$	Magnetik alan
e	Elektron yükü
f_π	Orantısal sabit
f^{abc}	Renk sabiti
$F_{\mu\nu}^a$	Gluon alan şiddeti
g_a	Normalizasyon faktörü
$g_{\pi NN}$	Pion-Nükleon etkileşim sabiti
H	Hamilton operatörü
$\vec{I}$	Izospin vektörü
$\vec{J}$	Açısal momentum vektörü
J_μ	Akım
L	Langrange fonksiyonu
ℓ	Langrange yoğunluğu
m	Kuark veya elektron kütlesi
M_N	Nükleon kütlesi
q	Konum vektörü
Q	Yük
S	Fonksiyonel etkime(aksiyon)
T	Kinetik enerji
T_{ij}^a	Dönüşüm üretici matrisi
U^a	Dönüşüm operatörü
$U_a(\omega)$	Isospin uzayında üniter dönüşüm matrisi
V_μ^a	Vektör akım
V	Potansiyel enerji fonksiyonu
$X_x SS$	Açık kiral simetri kırılması
∂_μ	x_μ 'e göre kısmi türev operatörü
$\phi(x, t)$	Yüklü taneciğin alan fonksiyonu
$\delta\phi$	Alan fonksiyonunda sonsuz küçük değişme
$\pi(x)$	Kanonik momentum
$\vec{\mu}$	Magnetik moment vektörü
γ^μ	Dirac matrisi
τ^a	Pauli matrisi
ψ	Elektron veya kuark alanı
$\bar{\psi}$	Pozitron veya anti kuark alanı
Λ_A	Aksiyel dönüşüm
Λ_V	Vektör dönüşümü
ϵ	Simetri kırılma operatörü

KISALTMA LİSTESİ

GOR	Gell- Mann – Qakes – Rener Bağıntısı
PCAC	Kısmi Korunumlu Aksiyel Akım
QCD	Kuantum Renk Dinamiği
QFT	Kuantum Alan Teorisi
X_s SS	Açık kiral simetri kırılması



ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 Zeeman olayı.....	10
Şekil 2.2 Magnetik alan ve magnetik moment yönleri.....	10
Şekil 2.3 İzospin bozulması	12
Şekil 2.4 Potansiyel enerji vakum durumları	13
Şekil 2.5 Sol polarize up kuarkın gluonlarla etkileşimi	21
Şekil 2.6 Büyük patlamanın evreleri	25
Şekil 2.7 Kuarkların simetriye ilişkileri	26
Şekil 2.8 a) Kırılmamış simetri b)Kırılmış simetri	32
Şekil 3.1 Lineer sigma modeli potansiyeli	35
Şekil 3.2 Lineer sigma modeli potansiyeli açık simetri kırılması	40



ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 2.1 Simetri Kırınimleri tanımları.....	8
--	---



ÖNSÖZ

Öncelikle, Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik bölümü adına bu tez çalışmasını yapabilme fırsatını veren ve aynı zamanda danışman hocam Fizik bölüm başkanı Sayın Prof. Dr. Emel Çingir' ya yardımlarından dolayı şükranlarımı sunarım.

Lisans öğrenciliğimde bazı kitaplarını okuduğum ve lisansüstü dersleri aldığım ve her aşamada destek ve önerileri ile beni yönlendiren Sayın Prof. Dr Bekir Karaoğlu' na şükranlarımı sunarım.

Tez çalışmamın başından sonuna kadar her aşamada ikinci bir danışman gibi yardım ve desteklerini gördüğüm ve kendilerinden çok şeyler öğrendiğim Kocaeli Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi öğretim üyelerinden hocalarım Sayın Yrd. Doç. Dr Abdurrahman Andıç ve Sayın Yrd. Doç. Dr Oktay Cebecioğlu' na sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Son olarak tez çalışmalarım sırasında benim sürekli motivasyonumu sağlayan Aileme ve sevgili meslektaşım Diyadin Can' a teşekkürlerimle.

ÖZET

Erken evrende basınçlar ve sıcaklık, temel parçacıkların kalıcı bir oluşumunu engelledi. Hatta kuarklar ve leptonlar, evren, süper kütle çekimi (supergravity) fazının ötesine soğuyana kadar durağan nesneler oluşturamadılar.

Süper kütle çekim simetrisi kırılması esnasında evren, toplam kaosun Planck çağından uzay zaman köpüğü çağına geçti. Uzay-zaman, faz geçişi esnasında elde edildi. GUT (Grand Unified Theory/ Büyük Birleştirme Teorisi) simetri kırılması esnasında kütle ve uzay-zaman birbirinden ayrıldı ve parçacıklar meydana geldi.

GUT maddeyi teşkil ettikten sonra, GUT için bir sonraki faz maddenin kuark ve lepton maddelerine bozulumdur.

Zayıf ve elektromagnetik temel kuvvetleri, nispeten düşük sıcaklıkta bulunan şu anki evrende çok farklı görünmekte. Fakat evren geçmişte daha sıcak olduğunda, denge termal enerji 100 GeV' in üzerinde idi, bu kuvvetler gerçekte özdeş olarak görünmeliydiler-aynı bir birleşik "elektrozayıf" kuvvetlerin unsurları olark.

Nükleonlar,kendilerini teşkil eden kuarklardan yüz kat daha ağırdırlar. Kuarklar, dinamik bir kütle edinmeli. Bu kuvvetli etkileşimlerin Kiral simetrisinin kendiliğinden kırıldığını düşündürür.

Bu çalışma da Kiral simetrisinin ilk kavramlarına bir giriş yapıldı ve bu kavramlar gözden geçirildi.

Anahtar Kelimeler: Simetri, simetri kırılması, kiral simetri, kiral simetri kırılması

ABSTRACT

In the early Universe, pressures and temperature prevented the permanent establishment of elementary particles. Even quarks and leptons were unable to form stable objects until the Universe had cooled beyond the supergravity phase

At the supergravity symmetry breaking, the Universe passed from the Planck era of total chaos to the era of spacetime foam. Spacetime was acquired during the phase transition. During the GUT symmetry breaking, mass and spacetime separated and particles came into existence

After GUT matter forms, the next phase is for GUT matter to decay into lepton and quark matter

The weak and electromagnetic fundamental forces seem very different in the present relatively low temperature universe. But when the universe was much hotter so that the equilibrium thermal energy was on the order of 100 GeV, these forces may have appeared to be essentially identical - part of the same unified "electroweak" force

Nucleons are 100 times heavier than quarks they are made of. Quarks must get a dynamical mass, and that implies that chiral symmetry of strong interactions must be spontaneously broken.

In this study, the first concepts of the Chiral Symmetry were introduced and these concepts were briefly investigated.

Key words: Symmetry, symmetry breaking, chiral symmetry, chiral symmetry chiral breaking

1. GİRİŞ

Kiral simetri sıfıra yaklaşan kuark kütleleri için QCD (Kuantum Renk Dinamiği)'nin bir simetrisidir. Fakat şu an kuark kütleleri sıfırdan farklıdır. Hadronik boyutlarla karşılaştırıldığında en hafif iki kuarkın (up, down) kütleleri çok küçüktür ve bu yüzden kiral simetri güçlü etkileşimlerin bir simetrisi olarak alınabilir.

QCD'nin kuvvetli etkileşimlerin teorisi olduğuna inanılmadan çok önceleri, kiral simetrinin varlığının fenomenolojik (yani temel olmayan, tasvir edici) (Gürsey, 1981) işaretleri nükleer beta bozulmasından geldi.

Vektör ve aksiyel vektör hadronik akımlara ait zayıf çiftlenim sabitlerinin leptonik benzerlerinden farklı olduğu bulundu. Sonuç olarak zayıf vektör ve aksiyel vektör yüklerine ait kuvvetli etkileşimin radyoaktif düzeltmeleri ortadan kalktı. Benzer şekilde vektör ve aksiyel vektör yükünün (veya çok genel olarak akımlar) kuvvetli etkileşimlerin bazı simetrisi yüzünden korunmasını bekleriz. Vektör akım durumunda, temel simetri, kuvvetli etkileşimlerin tanınmış izospin simetrisidir ve böylece hadronik vektör akımı isospin akımı ile tanımlanır. Aksiyel akımın tanımlanması çok açık değildir. Bunun nedeni kuvvetli etkileşimin çok önemli ve ilginç özelliği yüzündendir, yani korunumlu aksiyel vektör akımına eşlik eden simetrinin kendiliğinden kırılmasıdır. Hamiltonyen simetriye sahip olmasına rağmen, temel durumu simetriye sahip değildir. (Crewther, 1995)

Kendiliğinden simetri kırılmasının en önemli sonucu kütesiz modunun (Goldstone bozonu denilen) varlığıdır. Bizim durumumuzda Goldstone bozonu piondur. Eğer kiral simetri QCD'nin mükemmel simetrisi olsaydı pion kütesiz olmalıydı. Kiral simetri yaklaşık simetri olduğundan, pionun sonlu fakat, bütün diğer hadronlarla kıyaslandığında küçük kütesinin olmasını bekleriz. Durum böyledir. (Weinberg, 1966)

Pionun Goldstone bozonu olması gerçeğinin büyük pratik önemi vardır. Düşük enerjili, sıcaklıklı süreçler pionlarla yürütülür ve böylece bütün gözlemler pionun kütesi ve momentumu cinsinden seri olarak ifade edilebilir. Bu sınırdaki, pion fiziğini tanımlamada çok başarılı olan kiral pertürbasyon teorisinin temel fikridir.

2. TEMEL TEORİ

2.1 Kuantum Alan Teorisinin Temelleri

Bu bölümde özetle kiral simetriyi anlamamız için gerekli olan QFT (Quantum Field Theory)'nin temellerini gözden geçireceğiz. Bir alan teorisi çoğunlukla Lagrange formülasyonuna göre yazılır. Bir noktasal tanecik için klasik mekanikten ne biliyorsak onunla başlayalım. Orada

$$S = \int_{t_1}^{t_2} dt L(q, \dot{q}, t) \text{ aksiyonun varyasyonu sıfır olduğunda Hamilton ilkesine göre hareket}$$

denklemleri elde edilir.(Brojken ve Drell, 1965)

$$\delta S = 0 \Rightarrow \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = 0 \quad (2.1)$$

Burada S aksiyondur ve $L=T-V$ de Lagrange fonksiyonudur. Örneğin $V(q)$ potansiyeline sahip bir parçacığın Newton hareket denklemleri aşağıdaki gibidir;

$$L = \frac{1}{2} m \dot{q}^2 - V(q) \quad (2.2)$$

$$\Rightarrow m \ddot{q} + \frac{\partial V}{\partial q} = 0 \Leftrightarrow m \ddot{q} = -\frac{\partial V}{\partial q} = F \quad (2.3)$$

Eğer alan teorilerine geçilirse 'q' koordinatları $\phi(x,t)$ alanları ile ve $\dot{q}$ hızları alanların türevleri ile değiştirilmiştir. Ayrıca, alanlar ve türevleri sonsuzda sıfıra gitmelidir.

$$q \rightarrow \phi(x,t) \quad (2.4)$$

$$\dot{q} \rightarrow \partial_\mu \phi(x,t) \equiv \frac{\partial \phi(x,t)}{\partial x^\mu} \quad (2.5)$$

Lagrange yoğunluğu üzerinde uzay integrali ile verilen Lagrange fonksiyonu , ℓ aşağıdaki gibi adlandırılır

$$L = \int d^3x \ell(\phi(x,t), \partial_\mu \phi(x,t), t) \quad (2.6)$$

$$S = \int_{t_1}^{t_2} dt L = \int d^4x \ell(\phi(x,t), \partial_\mu \phi(x,t), t) \quad (2.7)$$

Lorentz invaryansı, gösterirki S aksiyonunun ve dolayısıyla ℓ Lagrangenin in dönüşümünün, Lorentz skalerleri gibi olduğunu gösterir. Yine alanlar için de hareket denklemlerinin elde edilmesi S aksiyonunun sıfır olmasını gerektirir. Bu değişim alanların bir değişimiyle gerçekleştirilir.(Brojken ve Drell, 1965)

$$\phi \rightarrow \phi + \delta\phi \quad (2.8)$$

$$\partial_\mu \phi \rightarrow \partial_\mu \phi + \delta(\partial_\mu \phi) \quad (2.9)$$

$$\delta(\partial_\mu \phi) = \partial_\mu (\phi + \delta\phi) - \partial_\mu \phi = \partial_\mu (\delta\phi) \quad (2.10)$$

Ek olarak, klasik mekanikte olduğu gibi, sınırlardaki varyasyonun sıfır olması gerekir.

$$\delta\phi(t_1) = \delta\phi(t_2) = 0 \quad (2.11)$$

Sonuç olarak,

$$\begin{aligned} \delta S &= \int_{t_1}^{t_2} dt \int d^3x [\ell(\phi + \delta\phi, \partial_\mu \phi + \delta(\partial_\mu \phi)) - \ell(\phi, \partial_\mu \phi)] \\ &= \int_{t_1}^{t_2} dt \int d^3x \ell[(\phi + \partial_\mu \phi) + \frac{\partial \ell}{\partial \phi} \delta\phi + \frac{\partial \ell}{\partial(\partial_\mu \phi)} \delta(\partial_\mu \phi)] - \ell(\phi, \partial_\mu \phi) \\ &= \int_{t_1}^{t_2} dt \int d^3x \left(\frac{\partial \ell}{\partial \phi} \delta\phi + \frac{\partial \ell}{\partial(\partial_\mu \phi)} \partial_\mu (\delta\phi) \right) \end{aligned} \quad (2.12)$$

ve burada (2.10) denklemi de kullanılmıştır. ℓ 'nin alanlara göre türevleri, keza bunlara fonksiyonel türevler denir, tüm pratik amaçlarına rağmen sadece 'normal' türevler gibi davranırlar ki, ℓ , ϕ alanlarının bir fonksiyonu olarak düşünülür. (2.12) denkleminin kısmi integrali aşağıdaki eşitliği verir.

$$0 = \delta S = \int_{t_1}^{t_2} dt \int d^3x \left(\frac{\partial \ell}{\partial \phi} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \ell}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) \right) (\delta \phi) \quad (2.13)$$

$\delta \phi$ 'nin değişimi keyfi olduğu için aşağıdaki hareket denklemlerini elde ederiz.

$$\frac{\partial \ell}{\partial \phi} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \ell}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) = 0 \quad (2.14)$$

Üç farklı yük durumunun olduğu pionlar da ki gibi birden fazla alanla uğraşıyorsak, hareket denklemleri (2.14) denklemlerindeki form gibi olur, sadece alanlar, farklı alanlar olduklarını gösteren ek işaretler alırlar.

$$\frac{\partial \ell}{\partial \phi_i} - \partial_\mu \left(\frac{\partial \ell}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} \right) = 0 \quad (2.15)$$

Şuana kadar, sadece klasik alan teorisine değindik. Alanlar, $\phi(x)$ alanların

$$\Pi(x) = \frac{\partial \ell}{\partial (\partial \phi(x) / \partial t)} \quad (2.16)$$

ile verilen $\Pi(x)$ kanonik momentumları arasındaki eş zamanlı kanonik komütasyon bağıntıları ile kuantize edilir.

$$\begin{aligned} [\phi(x, t), \phi(x', t)] &= 0 \\ [\Pi(x, t), \Pi(x', t)] &= 0 \\ [\Pi(x, t), \phi(x', t)] &= -i\delta^3(x - x') \end{aligned} \quad (2.17)$$

Fermiyonlar durumunda, komütatörlerin, fermiyonların anti simetrizasyon özellikleri (Pauli prensibi) sebebiyle anti-komütatörlerle yer değiştirmeleri gerekir. Kuantumlanmanın bir sonucu olarak, alanlar şimdi verilen bir $|\phi\rangle$ kuantum durumuna etkiyen Hilbert uzayı operatörleridir. (Brojken ve Drell, 1965)

Bir örnek olarak sırasıyla bir serbest bozon ve fermiyon alanının Lagrange' ini düşünelim.

(i) m kütleli serbest bozonlar

$$\ell_{K.G} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \phi \partial^\mu \phi) - \frac{1}{2}m^2 \phi^2 \quad (2.18)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \ell}{\partial \phi} = -m^2 \phi \quad (2.19)$$

$$\Rightarrow \partial_\mu \left(\frac{\partial \ell}{\partial (\partial_\mu \phi)} \right) = \partial_\mu \partial^\mu \phi \quad (2.20)$$

böylece (2.15) denkleminde göre hareket denklemi

$$(\partial_\mu \partial^\mu + m^2)\phi = (\partial_i^2 - \nabla^2 + m^2)\phi = 0 \quad (2.21)$$

bu denklem de bir serbest bozon için bilinen Klein-Gordon denkleminde başkası değildir.

(ii) m kütleli serbest fermiyonlar

$$\ell_{F.D} = \bar{\psi}(i\gamma_\mu \partial^\mu - m)\psi \quad (2.22)$$

hareket denklemi (2.15) i $\bar{\psi}$ için kullanırsak

$$\Rightarrow \frac{\partial \ell}{\partial \bar{\psi}} = (i\gamma_\mu \partial^\mu - m)\psi \quad (2.23)$$

$$\Rightarrow \frac{\partial \ell}{\partial (\partial_\mu \bar{\psi})} = 0 \quad (2.24)$$

ψ için Dirac denklemini elde ederiz

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \quad (2.25)$$

burada ϕ_i için ψ ' yi (2.15)'e eklemekle eşlenik Dirac denklemini elde ederiz.

$$\bar{\psi}(i\gamma^\mu \overleftarrow{\partial}_\mu + m) = 0 \quad (2.26)$$

2.2 Simetriler

Lagrange formülasyonunun büyük avantajlarından birisi, Lagrangian'ın simetrilerinin korunan büyüklüklere (akımlara) yol açmasıdır. Klasik mekanikten biliyoruz ki Lagrange fonksiyonu simetrileri korunan büyüklükleri içerir. Örneğin, eğer Lagrange fonksiyonu uzaydan ve zamandan bağımsız ise, sırasıyla momentum ve enerji korunumludur. (Ramond, 1989)

L'nin alanların bir dönüşümü altında simetrik olduğunu varsayarsak

$$\phi \rightarrow \phi + \delta\phi \quad (2.27)$$

bu şu anlama gelir

$$\ell(\phi + \delta\phi) = \ell(\phi) \quad (2.28)$$

$$\Rightarrow 0 = \ell(\phi + \delta\phi) - \ell(\phi) = \frac{\partial \ell}{\partial \phi} \delta\phi + \frac{\partial \ell}{\partial (\partial_\mu \phi)} \delta(\partial_\mu \phi) \quad (2.29)$$

burada ilk terimi $\delta\phi$ 'nin içindeki düzene göre genişlettik. (2.10) denklemini ve hareket denklemi (2.14)'ü kullanarak

$$0 = \left(\partial_\mu \frac{\partial \ell}{\partial \phi} \right) \delta\phi + \frac{\partial \ell}{\partial (\partial_\mu \phi)} (\partial_\mu \delta\phi) \quad (2.30)$$

$$= \partial_\mu \left(\frac{\partial \ell}{\partial (\partial_\mu \phi)} \delta\phi \right)$$

elde ederiz. Böylece

$$J_\mu = \frac{\partial \ell}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} \delta\phi_i \quad (2.31)$$

$\partial^\mu J_\mu = 0$ şeklinde korunumlu bir akımdır. Son denklemde, olası farklı ϕ_i alanları için indisler ekledik.

Örnek olarak, pionlar arasındaki izospin dönmesi gibi, alanlardaki bir birim dönüşüm durumunu ele alalım. Belli sebeplerden dolayı birimsel dönüşümler en yaygın olanlarıdır ve ayrıca kiral simetri dönüşümleri de bu sınıfa aittir.

$$\phi_i \rightarrow \phi_i - i\theta^a T_{ij}^a \phi_j \quad (2.32)$$

Burada θ^a dönüş açısına karşılık düşer ve T_{ij}^a bir matristir ve genellikle dönüşümün üreticisi olarak isimlendirilir. a indisi ,simetri dönüşümleri ile ilişkili birden fazla üreticinin olabileceğini gösterir. (izospin dönmesi durumunda üç adet izospin matrisimiz vardır.) Denklem (2.32), genel dönüşümün çok küçük açılar için olan açılımına karşılık gelir.

$$\vec{\phi} \rightarrow \exp(-i\theta^a T^a) \vec{\phi} \quad (2.33)$$

Burada $\vec{\phi}$ üzerindeki vektör ϕ alanının π^+ , π^- ve π^0 gibi birkaç bileşenine işaret eder. Denklem (2.31) ve denklem (2.32)'den korunan akımlar için aşağıdaki ifadeyi buluruz

$$J_\mu^a = -i \frac{\partial \ell}{\partial (\partial_\mu \phi_j)} T_{jk}^a \phi_k \quad (2.34)$$

denklem (2.34) θ^a açısına bölünmüştür. Bu akımın varlığını ilk olarak E.Noether tarafından gösterildiği için Noether akımı olarak bilinir. (Ramond, 1989) Tabi ki korunumlu akım korunumlu yüke sebep olur.

$$Q = \int d^3x J_0(x) \quad \frac{d}{dt} Q = 0 \quad (2.35)$$

Son olarak; ℓ_0 ' ın verildiği simetri dönüşümlü alanlara göre simetrik olduğu ve ℓ_1 ' in

$$\ell = \ell_0 + \ell_1 \quad (2.36)$$

bu simetriyi kırdığı yerde biz Lagrangian 'a küçük simetriyi kıran terimi ekleyelim. Sonuç olarak, Lagrangian ℓ ' deki varyasyon daha önceki gibi kaybolmuyor ama bu şekilde ifade ediliyor.

$$\delta\ell = \delta\ell_1 \quad (2.37)$$

Yukarıdaki basamaklara mütakip, kendimizi Lagrangian' da ki varyasyonun halen birim dönüşümleri olan alanlara da denklem (2.31) veya denklem (2.34) ile verilen akımın diverjansı olarak ifade edilebilmesine ikna edilebiliriz. Böylece bizim

$$\delta\ell = \delta\ell_1 = \partial^\mu J_\mu \quad (2.38)$$

$\delta\ell_1 \neq 0$ olduğundan akım J_μ korunmamıştır. Yeni olarak bağıntı (2.38) Lagrangian' ın simetriyi kıran terimin akımın korunmamasıyla nasıl ilişkili olduğunu göstermektedir. Ayrıca bu daha sonra sonlu kuark kütlelerin sebep olduğu kiral simetrideki küçük kırılmanın tanımlanmasında yararlı olacaktır.

2.2.1 Simetri Kırılma Durumları

Gerçek simetri vakumu değişmez bırakır.

$$U(\alpha)|0\rangle = e^{-i\alpha Q}|0\rangle = |0\rangle \text{ eşdeğer olarak } Q|0\rangle = 0$$

Çizelge 2.1: Simetri Kırınımları Tanımları

Lagrangian Durumu	Vakum Durumu	Simetri Durumu
İnvaryant	İnvaryant	Tam simetri
İnvaryant	Non-İnvaryant	Kendiliğinden Simetri Kırınımı
Non-İnvaryant	Non-İnvaryant	Açık Simetri Kırınımı

Kendiliğinden simetri kırınımı : Vakum durumu invaryant değilken, Lagrangian invaryant ise bu simetri kırılması kendiliğinden simetri kırılması olarak adlandırılır.

Açık simetri kırınımı : Vakum durumu ve Lagrangian non invaryant olması durumuna açık simetri kırınımı denir.

Tam simetri : Vakum durumu ve Lagrangian'ın her ikisinin de invaryant olması durumuna tam simetri denir.(Das, 1994)

2.2.2 Örnek : Atom Fizikinde Simetri Kırınimleri

Magnetik alan yokluğunda parçacığın enerjisi, uzaydaki yöneliminden bağımsızdır.

$$[H_0, \vec{J}] = 0 \quad (2.39)$$

Eğer magnetik alan kurulursa, simetri kırılır.

$$\begin{aligned} H &= H_0 + H_{mag} \\ &= H_0 - \vec{\mu} \cdot \vec{B} \end{aligned} \quad (2.40)$$

$$\begin{aligned} [H, \vec{J}] &= [H_0 + H_{mag}, \vec{J}] \\ &= [H_0, \vec{J}] + [H_{mag}, \vec{J}] \end{aligned} \quad (2.41)$$

magnetik moment $\vec{\mu} = g \frac{e}{2mc} \vec{J}$ olduğundan.

$$\begin{aligned} [H_{mag}, \vec{J}] &= -[\vec{\mu} \cdot \vec{B}, \vec{J}] = -\frac{ge}{2mc} [(J_x B_x + J_y B_y + J_z B_z), \vec{J}] \\ &= -\frac{ge}{2mc} [B_x [J_x, \vec{J}] + B_y [J_y, \vec{J}] + B_z [J_z, \vec{J}]] \end{aligned} \quad (2.42)$$

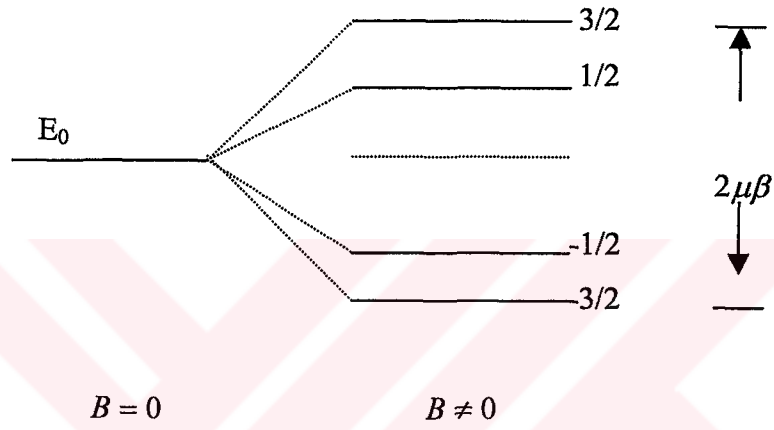
Halbuki,

$$\begin{aligned}
J_x J_y - J_y J_x &= i\hbar J_z \\
J_y J_z - J_z J_y &= i\hbar J_x \\
J_z J_x - J_x J_z &= i\hbar J_y
\end{aligned}
\tag{2.43}$$

olduğundan

$$[H_{mag}, \vec{J}] \neq 0 \tag{2.44}$$

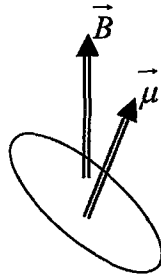
dır. Simetri kırıldığından dejenerelik ortadan kalkar



Şekil 2.1 Zeeman olayı

$$[H_0 + H_{mag}, J_z] = 0 \tag{2.45}$$

Sistem hala uygulanan dış alan yönü etrafında invaryanttır.



Şekil 2.2 Magnetik alan ve magnetik moment yönleri

2.2.3 Örnek : Nükleer Fizikteki Simetri Kırınimleri

Yük bağımsızlığı, hadronik kuvvetlerin proton ve nötron arasında ayırım yapmadığını söyler.

Sadece hadronik etkileşim söz konusu olduğu müddetçe, $\vec{I}$ isospin vektörü herhangi bir yönde olabilir. Diğer bir deyişle, isospin uzayında dönme invaryanslığı vardır.(Beiser,1995)

$$[H, \vec{I}] = 0 \quad (2.46)$$

Sadece H Hamiltonyeni varsa, I_3 ' ün farklı değerli $2I + 1$ durumu vardır. Bu durumlar aynı enerjilidir yani dejeneredir. Basitçe şöyle diyebiliriz, sadece hadronik etkileşim olduğunda nötron ve proton aynı kütlede-dir. Elektromagnetik etkileşim isospin uzayının eş yönlülüğünü bozar yani simetri kırılır.

$$[H_h + H_{em}, \vec{I}] \neq 0 \quad (2.47)$$

Fakat elektrik yük, H_{em} 'nin varlığında bile daima korunur.

$$[H_h + H_{em}, Q] = 0 \quad (2.48)$$

Q , q elektrik yüküne karşı gelen bir operatördür. Yükün I_3 ile $Q = e(I_3 + \frac{1}{2})$ şeklinde bağıntısı vardır.

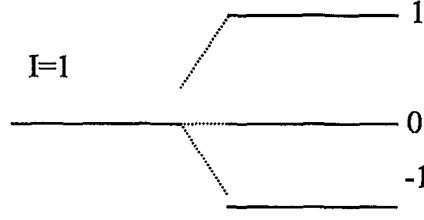
$$[H + H_{em}, eI_3 + e\frac{1}{2}] = 0 \quad (2.49)$$

$$[H + H_{em}, I_3] = 0$$

Izospinin I_3 bileşeni, elektromagnetik etkileşimde bile korunur. Elektrik yükü korunumuna yol açar.

$$[I_1, I_2] = iI_3 \quad , \quad [I_2, I_3] = iI_1 \quad , \quad [I_3, I_1] = iI_2 \quad (2.50)$$

$$H_{em} = 0 \qquad H_{em} \neq 0$$



Şekil 2.3: Isospinin bozulması

$\hat{\alpha}$ yönü civarında ω açısı ile isospin uzayında dönmeye ait birimsel operatör,

$$U_{\alpha}(\omega) = \exp(-i\omega \hat{\alpha} \cdot \vec{I}) \quad (2.51)$$

dır. U simetri operatörü hamiltoyenle sıra değiştirir.

$$[H, U_{\alpha}(\omega)] = 0 \quad (2.52)$$

Ortamda magnetik alan olduğunda simetri kırılır.

$$[H + H_{em}, U_{\alpha}(\omega)] \neq 0 \quad (2.53)$$

Demek ki simetri kırınımı için operatörün hamiltoyenle sıra değiştirip değiştirmediğine bakılır.

2.2.4 Global Simetri

Bir başlangıç örneği olarak, tek bir kompleks skaler ϕ alanı içeren bir basit skaler alan teorisi göz önüne alalım ve Lagrange yoğunluğu

$$\ell = \partial_{\mu} \phi^{\dagger} \partial^{\mu} \phi + m^2 \phi^{\dagger} \phi - \frac{\lambda}{2} (\phi^{\dagger} \phi)^2 \qquad \lambda, m^2 > 0 \quad (2.54)$$

şeklinde tanımlansın.

Kompleks alanlar eşdeğer olarak kimi zaman kullanışlı olan σ ve χ Hermityen alanları cinsinden ifade edilebilirler.

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma(x) + i\chi(x)) \quad (2.55)$$

$$\phi^+(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(\sigma(x) - i\chi(x)) \quad (2.56)$$

şeklinde tanımlayalım. Bu alanlar böyle tanımlandığında (2.54) Lagrange yoğunluğu aşağıdaki formu alır.

$$\ell = \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \frac{m^2}{2} (\sigma^2 + \chi^2) - \frac{\lambda}{8} (\sigma^2 + \chi^2)^2 \quad (2.57)$$

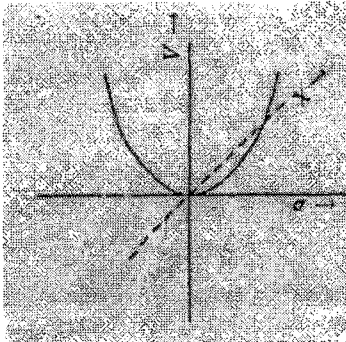
$L = T - V$ 'den

$$V = -\frac{m^2}{2} (\sigma^2 + \chi^2) + \frac{\lambda}{8} (\sigma^2 + \chi^2)^2 \quad (2.58)$$

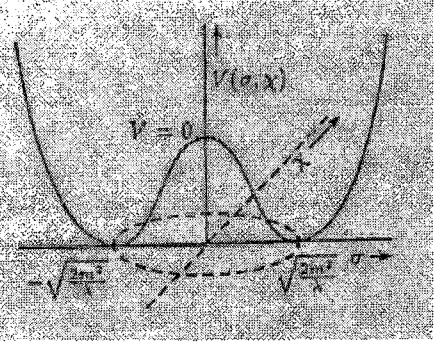
$$\frac{\partial V}{\partial \sigma} = 0, \quad \frac{\partial V}{\partial \chi} = 0 \quad (2.59)$$

$$\sigma = 0 = \chi \text{ veya } (\sigma^2 + \chi^2) = \frac{2m^2}{\lambda} \quad (2.60)$$

$m^2 < 0$



$m^2 > 0$



Şekil 2.4 Potansiyel enerji, vakum durumları (Das,1994)

Basitlik nedeniyle

$$\sigma = v = \sqrt{\frac{2m^2}{\lambda}} \text{ ve } \chi = 0 \quad (2.61)$$

bu bizim teorimizin minumum potansiyelidir. İlerde göreceğimiz gibi bu kuantum teoride temel duruma karşılık gelir,

$$\langle 0|\sigma|0\rangle = \langle \sigma \rangle = v \text{ ve } \langle 0|\chi|0\rangle = \langle \chi \rangle = 0 \quad (2.62)$$

sonuçta; $v = \sqrt{\frac{2m^2}{\lambda}}$ seçimi σ alanı vakum beklenen değeri olacaktır

$$\begin{aligned} \sigma &\rightarrow \sigma + v \\ \chi &\rightarrow \chi \end{aligned} \quad (2.63)$$

böylece yeni alanlar sıfır vakum beklenen değerine sahip olabilecektir ve bu, normal bir alan teorisi için beklediğimiz bir durumdur.(Das, 1994) Bu yeni tanımlama ile, (2.57) Lagrange yoğunluğu (2.64) halini alır.

$$\ell = \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \frac{m^2}{2} \sigma^2 - m^2 \sigma^2 + \frac{m^4}{2\lambda} - m \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \sigma (\sigma^2 + \chi^2) - \frac{\lambda}{8} (\sigma^2 + \chi^2)^2 \quad (2.64)$$

Bu, açık olarak şunu gösterir; χ -alanı kütsüz olurken, σ -alanı $\sqrt{2}m$ ' lik bir kütleyle ulaşır. Bu Goldstone bozonudur.

Alan değişkenlerinin sonlu bir değeri için ortaya çıkan potansiyelin gerçek minimumu, iki tür harekete izin verir. Kuyudaki küçük salınımlar açıktır ki harmoniktir ve kütleli taneciklere karşılık gelir. Öte yandan minimum vadisi boyunca olan hareket enerji gerektirmez ve böylece kütsüz taneciklere karşılık gelir.

2.2.5 Lokal Simetri

Geçen bölümdeki kompleks skaler alan teorisindeki kompleks alanlar, Abelyen gauge alanı ile etkileşir. (bu, sadece tartışmanın basitliği içindir.) lagrange yoğunluğu şimdi (2.65) formundadır.

$$\ell = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + (D_\mu\phi)^\dagger(D^\mu\phi) + m^2\phi^\dagger\phi - \frac{\lambda}{2}(\phi^\dagger\phi)^2 \quad (2.65)$$

burada kovaryant türev;

$$D_\mu\phi = \partial_\mu\phi - ieA_\mu\phi \quad (2.66)$$

burada A_μ Abelian gauge alanını tanımlamaktadır ve e çiftlenim sabiti yada etkileşim sabiti olarak adlandırılır. Bu model genellikle Abelian Higgs model olarak bilinir.

Lagrangian yoğunluğunu, σ ve χ bazları cinsinden aşağıdaki gibi yazılır;

$$\begin{aligned} \ell = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma + \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi + e(\chi\partial^\mu\sigma - \sigma\partial^\mu\chi)A_\mu + \frac{e^2}{2}(\sigma^2 + \chi^2)A_\mu A^\mu \\ & + \frac{m^2}{2}(\sigma^2 + \chi^2) - \frac{\lambda}{8}(\sigma^2 + \chi^2)^2 \end{aligned} \quad (2.67)$$

olarak buluruz.

Minimum potansiyel için aşağı da ki gibi bir seçim yapalım;

$$\sigma = v = \sqrt{\frac{2m^2}{\lambda}} \text{ ve } \chi = 0 \text{ alalım;}$$

bu seçimden sonra sürekli faz simetrisi kendiliğinden kırılır belirtilen vakum durumu etrafında, kuantum alan teorisinden beklediğimiz gibi, Lagrangian yoğunluğumuz yeni hali aşağıdaki gibi olur

$$\begin{aligned} \ell = & -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma + \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi - m^2\sigma^2 + \frac{m^4}{2\lambda} + \frac{e^2v^2}{2}A_\mu A^\mu - ev\partial_\mu\chi A^\mu \\ & + e(\chi\partial_\mu\sigma - \sigma\partial_\mu\chi)A^\mu + e^2v\sigma A_\mu A^\mu + \frac{e^2}{2}(\sigma^2 + \chi^2)A_\mu A^\mu - \frac{\lambda v}{2}\sigma(\sigma^2 + \chi^2) - \frac{\lambda}{8}(\sigma^2 + \chi^2)^2 \end{aligned} \quad (2.68)$$

(2.68) denklemi gerçekten ilginçtir zira Abelyen gauge alanı ve χ “Goldstone” alanı, simetri kırılması nedeniyle karışır. Teorinin spektrumunu görmek, (2.68) Lagrange yoğunluğunun sadece ikinci mertebeden kısmını göz önüne almayı gerektirir. Bu, denklem (2.68) şeklindedir. Bu, şöyle ilginç bir yapıya sahiptir;

$$\ell_{Kareli} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma + \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi - m^2\sigma^2 - e\nu\partial_\mu\chi A^\mu + \frac{e^2\nu^2}{2}A_\mu A^\mu \quad (2.69)$$

$$B_\mu = A_\mu - \frac{1}{e\nu}\partial_\mu\chi \quad (2.70)$$

eğer denklem (2.70) şeklinde yeni bir gauge alanı tanımlarsak denklem (2.69) ikinci mertebeden Lagrange yoğunluğu

$$\ell_{Qua} = -\frac{1}{4}(\partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu)(\partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu) + \frac{e^2\nu^2}{2}B_\mu B^\mu + \frac{1}{2}\partial_\mu\sigma\partial^\mu\sigma - m^2\sigma^2 \quad (2.71)$$

şeklinde yazılabilir. Şunu görüyoruz; denklem (2.70)’de yeniden tanımlama “Goldstone” alanı (kütlesiz χ alanı) teoride tamamen yok olur. (2.70)’de yeniden tanımlama, kesinlikle, hassas olarak gauge dönüşümü ile aynı forma sahiptir ve böylece açıktır ki χ alanı A_μ alanının serbestlik gauge derecesi içine yutulur. Ayrıca Abelyen gauge alanının

$$m_{\text{gauge}} = e\nu = e\sqrt{\frac{2m^2}{\lambda}} \quad (2.72)$$

kütlesi ile kütleli hale geldiğini görüyoruz. Böylece bu halde m_{gauge} kütleli bir gauge alanına ve $\sqrt{2}m$ kütleli bir skaler alana (σ) sahip olduğumuzu ve bundan başka da kütlesiz skaler alan olmadığını görüyoruz.. Genel bir kabul olarak, gauge alanı kütle kazanmak için “Goldstone” alanını yemiştir.(Das, 1994)

2.2.6 Örnek: Kütlesiz fermiyonlar

Noether akımına örnek olarak, kütlesiz fermiyonların iki çeşnili Lagrangian’ ni göz önüne alalım. Sadece fermiyonlar da ki dönüşümleri tartışacağımızdan dolayı, sonuçlar direkt olarak kütlesiz QCD’ lere uygulanabilecektir. Lagrangian aşağıdaki gibi verilir (denklem (2.22))

$$\ell = i \bar{\psi}_j \partial_\mu \gamma^\mu \psi_j \quad (2.73)$$

Bu denklemde 'j' iki farklı çeşniye karşılık gelmektedir, bunlara yukarı (up) ve aşağı (down) diyelim.

(i) Aşağıdaki dönüşümü göz önüne alalım,

$$\Lambda_V : \psi \rightarrow e^{-i \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{\theta}} \psi \cong (1 - i \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{\theta}) \psi \quad (2.74)$$

$\vec{\tau}$ Pauli-izospin-matrislerine karşılık gelir, ve bu denklemde fermiyonlar için bir izospinör notasyonuna dönüştürdük, $\psi(u, d)$. $\bar{\psi}$ konjuge alanı, Λ_V altında aşağıdaki gibi dönüşür.

$$\bar{\psi} \rightarrow e^{+i \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{\theta}} \bar{\psi} \cong (1 + i \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{\theta}) \bar{\psi} \quad (2.75)$$

ve bu nedenle Lagrangian Λ_V altında invaryanttır:

$$\begin{aligned} i \bar{\psi} \partial_\mu \gamma^\mu \psi &\rightarrow i \bar{\psi} \partial_\mu \gamma^\mu \psi - i \vec{\theta} \cdot \left(\bar{\psi} i \partial_\mu \gamma^\mu \frac{\vec{\tau}}{2} \psi - \bar{\psi} \frac{\vec{\tau}}{2} i \partial_\mu \gamma^\mu \psi \right) \\ &= i \bar{\psi} \partial_\mu \gamma^\mu \psi \end{aligned} \quad (2.76)$$

Belirtilen (2.34) denklemi, birleşmiş korunumlu akım;

$$V_\mu^a = \bar{\psi} \gamma_\mu \frac{\tau^a}{2} \psi \quad (2.77)$$

bulunur ve genellikle “vektör akım” olarak nitelendirilir.

ii) Şimdi şu dönüşümü inceleyelim.

$$\Lambda_A : \psi \rightarrow e^{-i \gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{\theta}} \psi = (1 - i \gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{\theta}) \psi \quad (2.78)$$

$$\Rightarrow \bar{\psi} \rightarrow e^{-i\gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \vec{\theta}} \bar{\psi} \cong (1 - i\gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \vec{\theta}) \bar{\psi} \quad (2.79)$$

Burada gama matrislerinin, anti-komütasyon bağıntılarını kullandık, bilhassa $\gamma_0 \gamma_5 = -\gamma_5 \gamma_0$.

Λ_A altında Lagrangian dönüşümü aşağıdaki gibidir.

$$i\bar{\psi} \partial_\mu \gamma^\mu \psi \rightarrow i\bar{\psi} \partial_\mu \gamma^\mu \psi - i\vec{\theta} \left(\bar{\psi} i\partial_\mu \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} \psi + \bar{\psi} \gamma_5 \frac{\vec{\tau}}{2} i\partial_\mu \gamma^\mu \psi \right) \quad (2.80)$$

$$= i\bar{\psi} \partial_\mu \gamma^\mu \psi \quad (2.81)$$

İkinci terim sıfırlanır, çünkü γ_5 ile γ_μ anti-komütedir. Böylece Lagrangian de korunumlu ‘aksiyel-vektör’ akımıyla birlikte Λ_A altında invaryant kalır.

$$A_\mu^a = \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \psi \quad (2.82)$$

Özet olarak, kütleli fermiyonların Lagrangianı, ve bu nedenle, kütleli QCD, her iki Λ_V ve Λ_A dönüşümü altında invaryant kalır. Bu simetri, kiral simetri ile kast edilen simetridir. Kiral simetri genelde kendisinin grup yapısı $SU(2)_V \times SU(2)_A$ simetrisi ile ilişkilendirilir.

Şimdi kütle terimini eklersek ne olacağını görelim,

$$\delta\ell = -m(\bar{\psi} \psi) \quad (2.83)$$

Yukarıda açık olarak görülüyor ki $\delta\ell$, Λ_V vektör dönüşümü altında invaryant kalır fakat Λ_A altında invaryant kalmaz.

$$\Lambda_A : m(\bar{\psi} \psi) \rightarrow m\bar{\psi} \psi - 2im\vec{\theta} \left(\bar{\psi} \frac{\vec{\tau}}{2} \gamma_5 \psi \right) \quad (2.84)$$

Böylece, eğer fermiyonların (kuarklar) sonlu kütlesi varsa Λ_A iyi bir simetri olmaz. Fakat madem ki kütleler teorisinin konu ile ilgili ölçeğine kıyasla küçüktür, biri iyi bir yaklaşıklıkla Λ_A gibi davranır, bu anlamda, simetri varsayımına dayalı varsayımlar gerçek sonuçlara makul bir şekilde yakın olmalıdır.

QCD durumunda biliyoruz ki hafif kuarkların kütleleri yaklaşık 5-10MeV iken mevzubahis enerji aralığı $\Lambda_{QCD} \sim 200\text{MeV}$ ile verilmesi dikkate değer biçimde daha büyüktür. Böylece Λ_A 'nın yaklaşık bir simetriye sahip olmasını bekleriz ve aksiyel akım yaklaşık olarak (kısmen) korunumlu olmalıdır. Kuark kütlelerinden kaynaklanan bu küçük simetri kırılması Kısmen Korunumlu Aksiyel Akım (PCAC) hipotezinin temelidir. Ayrıca simetri kırılması küçük olduğundan dolayı, bunun etkisinin bir pertürbasyon yaklaşımı ile açıklanabilmesi beklenilebilir. Bu kiral pertürbasyon teorisi çerçevesinde sistematik bir tarzda başarılmaktadır. (Koch, 1997)

2.2.7 Kiral Simetrinin Tarihçesi

Kuvvetli etkileşimlerin düşük enerji özellikleri kiral simetri ile kontrol edilir. Efektif alan teorileri fizikte sadece kuvvetli etkileşimlerde değil kuarklar elektrozayıf simetri kırılımı, spin modelleri, magnetizma v.v gibi diğer alanlarda da artan bir öneme sahiptir.

Kiral pertürbasyon teorisinin gelişimi 1960'lı yıllarda başladı. 1960 yılında, Nambu pionların gözlenen küçük kütlesini simetri temelinde açıklanabileceğini gösterdi. Sürekli simetritler kendiliğinden kırılabilir. Yaklaşık simetri durumlarında kendiliğinden kırılma yaklaşık kütlesiz parçacıklar meydana getirir. Nambu'ya göre pionlar hafifti çünkü onlar yaklaşık simetrinin Goldstone bozonlarıydılar.

Gell-Mann ve Ne'eman kuvvetli etkileşimlerin SU(3) grubu altında yaklaşık olarak invaryant olduğu kabul edilirse, baryonik ve mezonik durumların gözlenen modelinin anlaşılabilceğini gösterdiler.

1965-1966 yıllarında Adler ve Weisberger PCAC ve akım cebirinin ilk nicel sonuçlarını elde ettiler Weisberger hafif pionların herhangi bir sayıdaki yayılmasını tanımlayan genliğin ve $\pi\pi$ saçılma genliğinin düşük sıcaklık özelliklerinin bu çerçevede tahmin edilebileceğini gösterdi.

Bu sonuçları elde etmek için kullanılan metod aksiyel vektör akımlarının Green fonksiyonlarıyla ile sağlanan Ward özdeşliklerinin analizine dayanıyordu.

Kısa bir süre sonra Weisberger, Wess, Zumino, Schwinger, Chang, Gürsey, Lee ve diğerleri, aynı sonuçları efektif Lagrangian kullanarak daha basit bir biçimde bulunabileceğini gösterdiler. Bu tekniğin altında yatan genel iskelet Callan, Coleman, Wess ve Zumino tarafından analiz edildi. Efektif Lagranjian metodu cinsinden kesin formülasyon 1979 yılında Weinberg tarafından verildi.

QCD görünüşte aldatıcı bir basitliğe sahiptir. Gerçekten

$$L_{QCD} = \bar{q}(i\gamma_\mu \partial_\mu - m)q - \frac{1}{2} \text{tr} G_{\mu\nu} G^{\mu\nu} \quad (2.85)$$

zarif ve normalize edilebilir. Yüksek enerjilerde pertürbatif teknikler kullanılabilir. Düşük enerjilerde üç temel zorluk vardır;

1. Düşük enerji deneyleri hadronik bağlı durumları incelerken QCD hatalı serbest dereceli (kuarklar ve gluonlar) cinsinden yazılır.

2. Teori gloun'un kendisiyle etkileşimleri yüzünden non-lineerdir.

3. Teori $g^2 / 4\pi \approx 1$ kuvvetli küplaj sabitine sahiptir ve pertürbatif metodla pratik değildir.

Bu yüzden düşük enerjilerde kiral simetriyi kullanan efektif alan teorileri kullanılır.

2.3 Kiral simetri ve PCAC

2.3.1 Kuvvetli Etkileşimlerin Kiral Simetrisi

π ' mezonundan Uranyum ^{238}U elementine kadar kuvvetli etkileşimlerin tüm fiziği QCD Langranjiyeni ile açıklanır.

$$L = \sum_{f=1}^6 \bar{\psi}_f (i\gamma_\mu \nabla_\mu - m_f) \psi_f - \frac{1}{4g^2} F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a \quad (2.86)$$

$$\nabla_\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu} - iA_\mu^a t^a \quad a = 1, 2, \dots, 8 \quad (2.87)$$

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c \quad (2.88)$$

ψ_f : kuark alanı u,d,s,c,b,t

A_μ^a : gloun alanı

$F_{\mu\nu}^a$: gluon alan şiddeti

$$m_u \approx 4 \text{ MeV} , m_d \approx 7 \text{ MeV} , m_s \approx 150 \text{ MeV} \quad (2.89)$$

Kuarkların gluonlarla etkileşiminde, kuarkların helisitesi veya kiralitesi korunur. $m_u = m_d = m_s = 0$ ideal durumunda (kiral limit denir), sol-polarizeli u, d, s kuarklar daima sol polarizeli olarak kalırlar. Ek olarak u, d, s kuarkları kendi aralarında değişebilir.



Şekil 2.5: Sol polarize up kuarkın glounlarla etkileşimi

Matematik olarak, QCD Langranjian sol-ve sağ olarak polarize kuarkların $U(3)_L \times U(3)_R$ aynı dönüşümleri altında invaryanttır.

$$(\psi_L)_f \rightarrow A_{fg} (\psi_L)_g \quad (\psi_R)_f \rightarrow B_{fg} (\psi_R)_g$$

A ve B 18 parametrelili 3x3 birimsel matrislerdir. Bu kuvvetli etkileşimlerin kiral simetrisi olarak tanımlanır.

Eşdeğer olarak, QCD vektör ve aksiyel dönmeler altında invaryanttır.

$$\begin{aligned} \psi_f &\rightarrow e^{i\alpha} (e^{i\alpha^A \lambda^A})_{fg} \psi_g \\ \psi_f &\rightarrow e^{i\beta\gamma_5} (e^{i\beta^A \lambda^A \gamma_5})_{fg} \psi_g \end{aligned} \quad (2.90)$$

$$\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 \quad \text{tek pariteli} \quad (2.91)$$

QCD kiral simetri $\Rightarrow$ Zıt pariteli bütün durumlar eşit kütlelidir. (Satz, 1998)

2.3.2 Mezonların kiral dönüşümleri

Λ_V ve Λ_A simetri dönüşümlerinin anlamlarını daha iyi kavrayabilmek için, bu işlemler altında pionların ve rho-mezonların nasıl dönüştüklerini bulalım. Buraya kadar, mezonların kuantum sayılarını taşıdığı kabul edilen kuark alanların kombinasyonunu düşünelim. Bu bize doğru dönüşüm özelliklerini vermeli:

pion benzeri durum: $\vec{\pi} \equiv i\vec{\psi} \vec{\tau} \gamma_5 \psi$; sigma benzeri durum: $\sigma \equiv \bar{\psi} \psi$

rho benzeri durum: $\vec{\rho}_\mu \equiv \bar{\psi} \vec{\tau} \gamma_\mu \psi$; a_1 benzeri durum: $\vec{a}_{1\mu} \equiv \bar{\psi} \vec{\tau} \gamma_\mu \gamma_5 \psi$

Burada vektör yine mezonların pion ve rho gibi izo-vektör doğasını gösterir. Bu tanecikler izospin dönüşümlerde bir vektör gibi dönüştürler. Ayrıca, Lorentz dönüşümü altında vektörler gibi dönmüş taneciklerin fazladan bir μ Lorentz indisi vardır. Bunlar bir tanesinin toplam spinini taşıdığı vektör mezonları ρ ve a_1 'dirler.

i) Vektör dönüşümleri Λ_V , denklem (2.74) ve denklem (2.75)

$$\begin{aligned} \pi_i : \bar{\psi} \tau_i \gamma_5 \psi &\rightarrow \bar{\psi} \tau_i \gamma_5 \psi + \theta_j \left(\bar{\psi} \tau_i \gamma_5 \frac{\tau_j}{2} \psi - \bar{\psi} \frac{\tau_j}{2} \tau_i \gamma_5 \psi \right) \\ &= i \bar{\psi} \tau_i \gamma_5 \psi + i \theta_j \varepsilon_{ijk} \bar{\psi} \gamma_5 \tau_k \psi \end{aligned} \quad (2.92)$$

burada τ matrisleri arasındaki $[\tau_i, \tau_j] = 2i\varepsilon_{ijk} \tau_k$ komütasyon bağıntısını kullandık. Pionlar cinsinden bu, şu şekilde yazılabilir.

$$\vec{\pi} \rightarrow \vec{\pi} + \vec{\theta} \times \vec{\pi} \quad (2.93)$$

bu izospin rotasyonundan başka bir şey değildir, yani pionun izospin doğrultusu θ tarafından döndürülür. Aynı sonuç ρ -mezonu için de elde edilir;

$$\vec{\rho}_\mu \rightarrow \vec{\rho}_\mu + \vec{\theta} \times \vec{\rho}_\mu \quad (2.94)$$

Sonuçta Λ_V vektör dönüşümü izospin dönmeleri ve kuvvetli etkileşimlerle korunacağını bildiğimiz izospin akımlı korunumlu vektör akımıyla tanımlanabilir.

ii. Aksiyel dönüşümler Λ_A , denklem (2.78) ve (2.79),

$$\begin{aligned} \pi_i : i \bar{\psi} \tau_i \gamma_5 \psi &\rightarrow i \bar{\psi} \tau_i \gamma_5 \psi + \theta \left(\bar{\psi} \tau_i \gamma_5 \gamma_5 \frac{\tau_j}{2} \psi + \bar{\psi} \gamma_5 \frac{\tau_j}{2} \tau_i \gamma_5 \psi \right) \\ &= i \bar{\psi} \tau_i \gamma_5 \psi + \theta_i \bar{\psi} \psi \end{aligned} \quad (2.95)$$

burada τ matrislerinin $\{\tau_i, \tau_j\} = 2\delta_{ij}$ anti-komütasyon ilişkisini ve $\gamma_5 \gamma_5 = 1$ bağıntılarını kullandık. Mezonlara bağlı olarak şu şekilde olur.

$$\vec{\pi} \rightarrow \vec{\pi} + \vec{\theta} \sigma \quad (2.96)$$

ve σ mezon için de benzer şekilde

$$\sigma \rightarrow \sigma - \vec{\theta} \cdot \vec{\pi} \quad (2.97)$$

Pion ve sigma-mezon görülür biçimde Λ_A aksiyel dönüşümler altında birbirlerine doğru döndürülmektedir. Benzer şekilde rho' da a_1 içinde dönmektedir

$$\vec{\rho}_\mu \rightarrow \vec{\rho}_\mu + \vec{\theta} \times a_{1\mu} \quad (2.98)$$

Yukarı da Λ_A 'nın QCD Hamiltonian simetrisi olduğuna ikna olduk. Bu, şuna işaret eder; bu simetri işlemleriyle birbirlerine doğru döndürülen bu durumlar aynı özdeğerlere, yani aynı kütleye sahip olmalıdır. Bu açıktır ki $m_\rho = 770 \text{ MeV}$ ve $m_{a_1} = 1260 \text{ MeV}$ olması nedeniyle bu gerçek durum değildir. Kesinlikle bu yanılmadan, kuark kütlelerinin sonlu akımı nedeni ile oluşan küçük simetri kırılmasının sorumlu olduğunu beklemeliyiz. Bu, kendi kütleleriyle karşılaştırdığında küçük kütle farklılıklarına yol açmalı. ρ ve a_1 ele alındığı taktirde kütle farkı, ρ 'nun kütlesi ile aynı mertebededir. Bu problemin çözümü aksiyel simetrinin kendiliğinden kırılması olacaktır. Bununla neyi kastettiğimizi tartışmadan evvel, ilkin iyi bir yaklaşıklıkla aksiyel vektörün korunduğuna, neticede aksiyel simetrinin bir şekilde sunulması gerektiğine ikna olalım. (Weinberg, 1967)

2.3.3 Büyük Patlama ve Kiral Simetri Kırılması

Büyük patlama' dan sonra dört kuvvetten ilk ayrılanı kütle çekim kuvveti olmuştur. $10^{15} GeV$ enerjide kuvvetli etkileşim ayrılmıştır. $10^3 GeV$ enerjide kendiliğinden simetri kırılması ile (Higgs Mekanizması) elektromagnetik kuvvetle zayıf etkileşim ayrılmıştı. $1 GeV$ enerjilerde Kiral simetri kırılması ile kuark-gluon plazma fazından hadronik faza geçiş olmuştur. Ve böylece proton ve nötron gibi ilk çekirdekler oluşmuştur.

Etrafımızdaki maddenin çoğu (%90 dan fazlası) proton ve nötronlardan oluşmuştur. Proton ve nötronları oluşturan up (yukarı), down (aşağı) kuarkların kütlesi

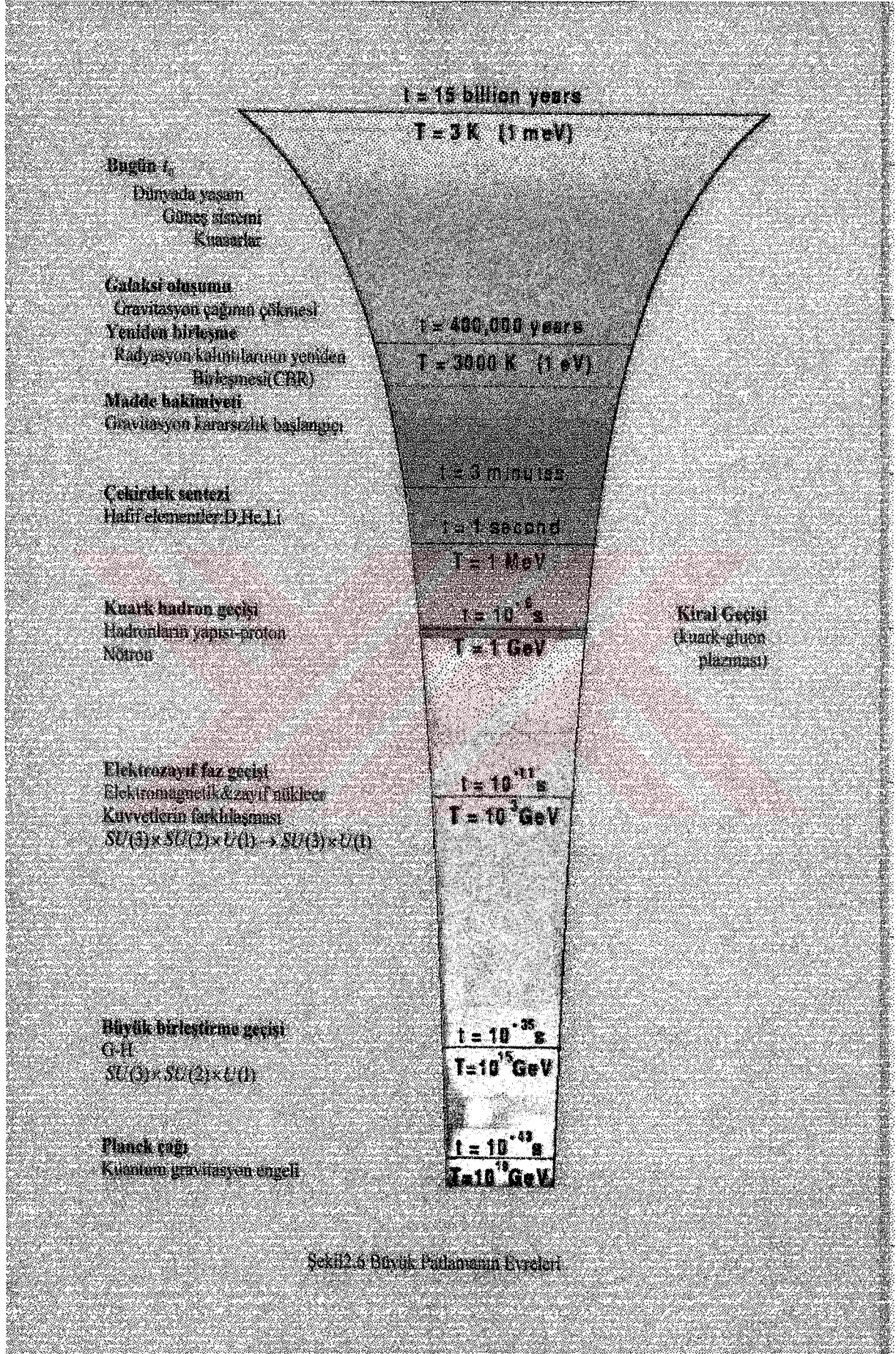
$$m_u \approx m_d \approx 0,004 \times m_{proton}$$

proton kütesinin binde dördünü oluşturur. Halbuki proton kütlesi yaklaşık $1 GeV/c^2$ olduğuna göre etrafımızdaki kütlelerin %90'u nereden geliyor. Bu QCD'deki büyük problemdir.

Bu problemin çözümü Kiral simetri kırınımı ile açıklanmaya çalışılmaktadır. Kiral simetri kırıldığında Kuarklar dinamik olarak ağırlaşır .(Satz., 1998)

Efektif alan teorisi kiral simetrinin temelidir.

$$QCD \xrightarrow{\text{Kiral simetri}} \text{Efektif Alan Teorisi}$$



QCD'de İki Faz Geçişi

- **Kiral Faz Geçişi**

Giydirilmiş Kuark

Çıplak Kuark

- **Hapsedilmemiş Faz Dönüşümü**

Renk Hapsi

Renk Serbestliği

Şekil 2.7: Kuarkların simetriyle olan ilişkileri

2.3.4 Pion bozulması ve PCAC

İlk olarak pionun zayıf bozunumunu düşünelim. Basit Fermi teorisinde zayıf etkileşim Hamiltonian'ı akım-akım tipindedir ve burada her iki akım da yukarıda tanımladığımız şekilde aksiyel ve vektör akımlarının bir toplamıdır. Parite 'den dolayı, pionun zayıf bozulması, pion ve vakum arasındaki $\langle 0|A_\mu|0 \rangle$ aksiyel akımın matris elemanı tarafından kontrol edilmektedir. Bu matris elemanı pionun momentumuyla orantılı olmalıdır, çünkü bu civardaki tek vektördür.

$$\langle 0|A_\mu^a(x)|\pi^b(q)\rangle = -if_\pi q_\mu \delta^{ab} e^{-iq \cdot x} \quad (2.99)$$

ve orantısız sabit $f_\pi = 93 \text{ MeV}$ deneyden belirlenmektedir. Burada, a ve b indisleri izospine karşılık gelmekteyken μ yine aksiyel akımın Lorentz vektör karakterini sembolize etmektedir.

Şimdi denklem (2.99)'un diverjansını alalım:

$$\langle 0|\partial^\mu A_\mu^a(x)|\pi^b(q)\rangle = -f_\pi q^2 \delta^{ab} e^{-iq \cdot x} = -f_\pi m_\pi^2 \delta^{ab} e^{-iq \cdot x} \quad (2.100)$$

Bu dereceye kadar, hadronik ölçülerle karşılaştırıldığında pionun kütlesi küçük iken aksiyel akım yaklaşık olarak korunmaktadır, diğer bir deyişle pion kütlesinin küçüklüğü direkt olarak aksiyel akımın kısmi korunumuyla, yani, gerçekte aksiyel dönüşüm QCD' nin yaklaşık bir simetrisiyle ilişkilidir. Literatürde yukarıdaki (2.100) bağıntısı genellikle PCAC bağıntısı olarak bilinir. Yukarıdaki bağıntılar (2.99) ve (2.100) aynı zamanda pion tarafından taşınan aksiyel akımın

$$A_{\mu,\text{pion}}^a = f_\pi \partial_\mu \phi^a(x) \quad (2.101)$$

olduğunu, veya aksiyel vektör akım diverjansı' nın pion alanıyla tanımlanabilir olduğunu öne sürer (bir sabite kadar). Burada $\phi^a(x)$ pion alanıdır. Bazen pion alanıyla aksiyel akım arasındaki bağıntı PCAC bağıntısı olarak da nitelendirilmektedir. (Koch, 1997)

2.3.5 Goldberger-Treiman bağıntısı

Aksiyel akımın korunumu için birçok delil vardır. Nükleonun aksiyel akımını düşünelim. Bu basitçe aşağıdaki gibi verilir

$$A_{\mu, \text{nükleon}}^a = g_a \bar{\psi}_N \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \psi_N \quad (2.102)$$

burada $\psi_N = (\text{proton}, \text{nötron})$ şimdi izospin proton ve nötronu göstermektedir. Faktör $g_a = 1.25$ 'dir, çünkü nükleonun aksiyel akımı nötronun zayıf beta bozulmasında görüldüğü gibi %25 oranında tekrar normalize etmektedir. Nükleonun büyük kütesinin M_N olması nedeniyle biz nükleonun aksiyel akımının korunmasını beklemiyoruz, ve gerçekten nükleon için serbest Dirac denklemini kullanarak şunu gösterebiliriz.

$$\partial^\mu A_{\mu, \text{nükleon}}^a = i g_a M_N \bar{\psi}_N \gamma_5 \tau^a \psi_N \neq 0 \quad (2.103)$$

Denklem (2.103), nükleon kütesinin kaybolduğu durum için sadece kaybolmaktadır. Biliyoruz ki, bununla birlikte, nükleon pionla kuvvetli etkileşim içindedir. Böylece, toplam aksiyel akımı nükleon ve pionun katkılarının toplamı olarak kabul ettik. PCAC bağıntısı (2.101) ve denklem (2.102)'i kullanarak bunu

$$A_\mu^a = g_a \bar{\psi}_N \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \psi_N + f_\pi \partial_\mu \phi^a \quad (2.104)$$

elde ettik. Eğer toplam akımın korunumuna gerek duyarsak $\partial^\mu A_\mu = 0$ denklem (2.103)'ü kullanarak aşağıdaki bağıntıyı elde ederiz.

$$\partial^\mu \partial_\mu \phi^a = -g_a i \frac{M_N}{f_\pi} \bar{\psi}_N \gamma_5 \tau^a \psi_N \quad (2.105)$$

Bu hiçbir şey, burada kütesiz bozon(pionlar) için Klein Gordon denklemi nükleonla birleştirildi. Toplam aksiyel akımın korunumunun gerekliliği bizim pionun kütesiz olmalı tahminini yapmamızı sağladı. Bu tam anlamıyla zayıf pion bozulumundan çıkardığımız sonuç. Eğer biz şimdi aksiyel akım farkının, PCAC sonucuyla tutarlı olması gerekliliğinin sonlu pion kütesine eşit olmasına bağlı olduğunu hesaba katarsak, denklem (2.107) ile pion-

nükleon çiftlenim sabitini de nükleonla birleştirilmiş pion için Klein Gordon denklemine ulaşmış oluruz.

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m_\pi^2)\phi = -g_A i \frac{M_N}{f_\pi} \bar{\psi}_N \gamma_5 \tau \psi_N \quad (2.106)$$

$$g_{\pi NN} = g_A \frac{M_N}{f_\pi} \cong 12.6 \quad (2.107)$$

Bu sonuç pion-nükleon saçılım deneyinden çıkan pion-nükleon çiftlenim değeriyle karşılaştırılır.

$$g_{\pi NN}^{\text{deney}} = 13.4 \quad (2.108)$$

Bu sonuç denklem (2.107)'nin g_a ve f_π olarak sembolize edilen zayıf etkileşiminden meydana çıkan değerlerle kuvvetli etkileşimli pion-nükleon etkileşim sabiti $g_{\pi NN}$ ile ilişki kurması, dikkate alındığında, çok yakın bir kabul ortaya çıkar. Tabi ki bunun ortaya çıkmasının nedeni kiral simetri olarak bilinen ve görünüşte fiziğin farklı parçalarının ilişki kurmasını sağlayan bazı simetrilerin rol oynamasıdır. Denklem (2.107) genellikle Goldberger-Treiman bağıntısı olarak bilinir. (Koch, 1997)

2.3.6 Kiral Simetrinin Kendiliğinden Bozulması

Burada bazı çelişkiler ortaya çıkar. Bir tarafta mezon kütle spekturumu aksiyel vektör simetrisini yansıtmazken, diğer taraftan zayıf pion bozulumu kısmi korunmuş aksiyel vektör akımıyla uyumlu görülür. Ayrıca Goldberger-Treiman bağıntısının başarısı aksiyel-vektör akımın korunduğunu, bundan böyle, aksiyel dönüşümün Λ_A , kuvvetli etkileşimlerin aksiyel simetrisi göstermektedir.

Bu bilmecenin çözümü aksiyel-vektör simetrisinin kendiliğinden kırılmasıdır. Bundan kasıt nedir? Eğer Hamiltonian simetrisi temel durumda bulunmazsa kendiliğinden kırılan simetriden bahsedilir.

Bu en iyi şekilde klasik mekanik de gösterilir. Şekil (2.8)' de bizim iki yönelimli sabit potansiyellerimiz var. Şekil (2.8 (a))' da temel durum ortanın sağında, ve potansiyel artı temel durum halen dönmelerde sabit. Şekil (2.8(b))' de, diğer taraftan, temel durum merkezden sonlu uzaklıktadır. Eğer biz ortaya küçük bir top koyarsak, herhangi bir yere yuvarlanacak ve

potansiyelin doğrudan minimumunu gösteren vadideki bir yerde kendi kendine temel durum bulacaktır. Bu vadiden bir noktanın çıkarılmasıyla (yani temel durum alınması), dönüşsel simetri belli ki kırılır. Potansiyel artı temel durum daha fazla simetrik kalmaz. Simetri kendiliğinden, temel durum olan yönünün seçilmesiyle kırılır. Bununla birlikte simetrinin etkileri halen mevcuttur. Vadideki topun çevresinde hareket etmesi (dönüşsel uyarım) enerji harcamaz, bunun aksine radyal uyarımlar enerji harcarlar.

Şimdi biz bu mekanik örneği kuvvetli etkileşimin aksiyel-vektör simetrisinin kendiliğinden bozulmasının ne demek olduğunu anlamak için kullandık. Farz edelim ki, 0° 'li sıcaklıkta etkili QCD-Hamiltonain'ın (x,y) koordinatlarının yerine $(\sigma, \vec{\pi})$ alanları yazıldığı şekil (2.8 (b))' de gösterilen forma benzer formu vardır. Özel dönüşümler $\vec{\pi}$ 'yi σ 'ya dönüştüren (denklem (2.78)) aksiyel vektör Λ_A dönüşümünün analogudur. (Koch,1997)

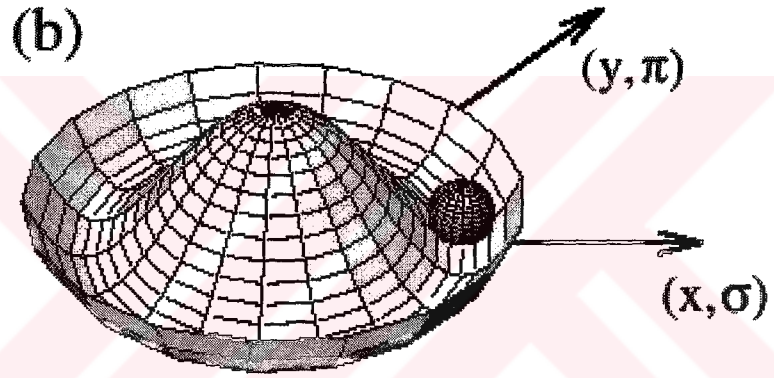
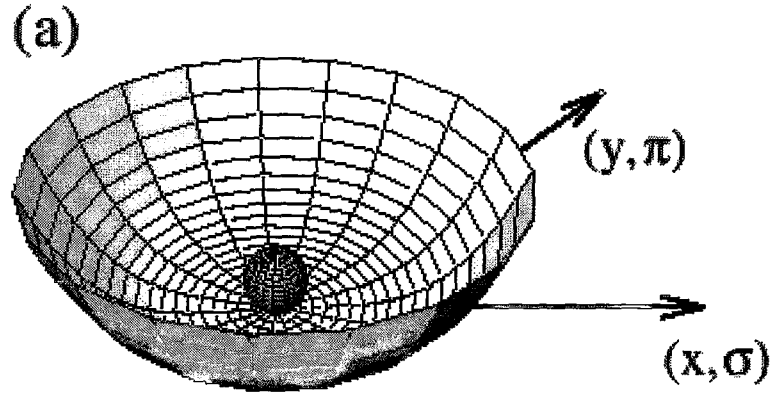
Temel durumun merkezde olmaması ama merkezden herhangi sonlu uzaklıkta olması dolayısıyla, alanlardan birinin sonlu beklenen değeri olacaktır. Bu sadece σ alanı olabilir, çünkü bu vakumun kuantum sayılarını taşır. Kuark dilinde, bu, bizim sonlu skaler kuark yoğunluk $\langle \bar{q} q \rangle \neq 0$ 'nin olduğunu beklediğimiz anlamına gelir. Bu resimde, pionik uyarım vadi boyunca enerji harcanmasının olmadığı temel durumdan küçük dönüşümler kadar uzaklığa karşılık gelmektedir. Sonuç olarak pionun kütlesi sıfır olmalıdır. Diğer bir deyişle, kiral simetrinin kendiliğinden bozulmasından dolayı, biz kaybolan pion kütlesini tahmin ederiz σ - yönündeki uyarımlar radyal uyarımlara karşılık gelir ve sonuç olarak bunlar kütlelidirler.

Bu senaryo yukarıda bulduğumuzla tam bir uyuşma göstermektedir. Aksiyel-vektör simetrisini kendiliğinden bozulması farklı kütleli pion ve sigma' ya sebep olur. Bununla birlikte kendisiyle olan etkileşimin halen simetrik oluşu pionları kütesizleştirir. PCAC bağıntısında da bulduğumuz bu sonuç bize aksiyel akımın tam olarak korunduğunu gösterir. Böylece de mezonik kütle spektrumu, PCAC ve Goldberger-Treiman bağıntısı aksiyel vektör simetrisinin Λ_A kendiliğinden yıkımıyla uyum gösterir. Pion etkileşimin simetrisinin sonucu olarak pion kütesiz mod (Goldstone bozon) olarak görülür.

Bir ara, aksiyel-vektör simetrisinin(Λ_A) kendiliğinden kırılması varsayımı, ρ ve a_1 mezonları arasındaki kütle farkını açıklar ve birisinin $m_{a_1} = \sqrt{2}m_\rho$ 'nin ölçülmüş kütleleriyle iyi bir uyum içinde olduğunu tahmin eder.

Yüksek sıcaklık ve yoğunluklarda skaler kuark yoğunluğunun sonlu tahmini değerinin eriyip uzaklaşması kiral simetrisinin kendiliğinden kırılmasının daha fazla olmadığı sistemi oluşturur. Burada genellikle söylendiği üzere, kiral şeklinde yeniden oluşturulan fazın pion/sigma, ρ/a_1 , eğer mevcutlarsa, bozulmalı ve pion Goldstone bozon da olduğu gibi kendi kimliğini gevşetir, yani kütleli olacaktır. Bu fazdaki etkili etkileşim şekil (2.8 (a))'da ki şekle benzer bir şekle sahip olmalı. Ultrarölativistik ağır iyon programının önemli amaçlarından biri laboratuvar da bu fazın makroskopik örneğini oluşturmak ve tanımlamaktır.(Koch,1997)

Bundan sonraki bölümde biz kiral sabit Lagrangian' ı, yani, 'lineer - sigma model' kiral simetrisinin kendiliğinden kırılma kavramını, basit modelin yapısında nasıl açıklandığını görmek için kuracağız. Ayrıca biz kiral simetrisinin açık kırılmasına sebep olan sonlu kuark kütlelerinin etkilerini nasıl birleştirebileceğimizi tartışacağız



Şekil 2.8:Etkin potansiyel.(a)Kırılmamış simetri .(b)Kırılmış simetri
(Koch,1997)

3 Lineer Sigma Model

3.1 Kiral Limit

Bu bölümde, adına linner sigma model diyeceğimiz, pionları ve nükleonları ihtiva eden basit bir kiral invaryant model kuracağız. Bu model, QCD'nin kuvvetli etkileşimlerin teorisi olduğunun bilinmesinden çok önceleri 1960' ta ilk olarak Gell-Mann ve Levy tarafından kurulmuştur. Böyle bir modeli kurmak için Lorentz-skaler ve vektör ve aksiyel vektör dönüşümlerinin, Λ_V ve Λ_A altında invaryant olan Lagrangian'i yazmak zorundayız. (Gellman ve Levy, 1960)

Bundan önceki bölümde, pionların Λ_V ve Λ_A altındaki dönüşümlerini gösterdik.

$$\Lambda_V : \pi_i \rightarrow \pi_i + \varepsilon_{ijk} \theta_j \pi_k \quad \Lambda_A : \pi_i \rightarrow \pi_i + \theta_i \sigma \quad (3.1)$$

Benzer şekilde σ – alanının aşağıdaki gibi dönüştüğü gösterilebilir.

$$\Lambda_V : \sigma \rightarrow \sigma \quad \Lambda_A : \sigma \rightarrow \sigma - \theta_i \pi_i \quad (3.2)$$

Λ_V 'nin basitçe bir izospin dönmesi olması dolayısıyla, bu dönüşüm altında alanların karesi invaryanttır.

$$\Lambda_V : \pi^2 \rightarrow \pi^2 \quad \sigma^2 \rightarrow \sigma^2 \quad (3.3)$$

bunun aksine Λ_A altında bunlar aşağıdaki gibi dönüşür.

$$\Lambda_A : \overset{\rightarrow^2}{\pi} \rightarrow \overset{\rightarrow^2}{\pi} + 2\sigma\theta_i\pi_i \quad \sigma^2 \rightarrow \sigma^2 - 2\sigma\theta_i\pi_i \quad (3.4)$$

Bununla birlikte her iki dönüşüm Λ_V ve Λ_A altında $\left(\overset{\rightarrow^2}{\pi} + \sigma^2 \right)$ kombinasyonu invaryanttır.

$$\left(\overset{\rightarrow^2}{\pi} + \sigma^2 \right)^{\Lambda_A, \Lambda_V} \rightarrow \left(\overset{\rightarrow^2}{\pi} + \sigma^2 \right) \quad (3.5)$$

Bu kombinasyonun Lorentz-skaler olması nedeniyle, bu yapı etrafında biz kiral invaryant Lagrangian' kurabiliriz:

- Pion nükleon etkileşimi:

Standart pion nükleon etkileşimi, pion alanıyla çarpılmış nükleon alanının psedo-skaler kombinasyonunu içerir.

$$g_{\pi}(i\bar{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\psi)\vec{\pi} \quad (3.6)$$

bu andan itibaren basitce pion –nükleon çiftlenim sabiti olarak g_{π} 'yi göstereceğiz. Kiral dönüşümler altında bu tam anlamıyla π^2 gibi dönüşür, nükleonu içeren terim, pion ile aynı kuantum sayılarına sahiptir. Denklem (3.5)' in invaryant bir yapısı olması için, kiral invaryans σ^2 gibi dönüşen bir başka terimin varlığını gerektirir . Bu teriminin en basit seçimi

$$g_{\pi}(\bar{\psi}\psi)\sigma \quad (3.7)$$

olur ve böylece nükleonlar ve mezonlar arasındaki etkileşim terimi

$$\delta\ell = -g_{\pi}\left[(i\bar{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\psi)\vec{\pi} + (\bar{\psi}\psi)\sigma\right] \quad (3.8)$$

dir.

- Nükleon kütle terimi.

Biliyoruz ki açık nükleon kütle terimi kiral invaryansı kırar (bakınız bölüm 2.2.3). Nükleonun kütlesi, denklem (2.100)'de PCAC bağıntısında yansıtıldığı gibi küçük açık kiral simetri kırılmasının basit bir sonucu olmak için çok büyüktür. Kiral simetriyi kırmaksızın nükleona bir kütle kazandırmak için en basit yol nükleonun, nükleon kütle terimi yapısına sahip olan σ – alanı denklem (3.7) ile olan çiftleniminden faydalanmaktır. Bununla birlikte bunun sigma σ – alanını ,sonlu vakum beklenen değeri olarak, ihtiyacı vardır.(Höller, 1983)

$$\langle\sigma\rangle=\sigma_0=f_{\pi} \quad (3.9)$$

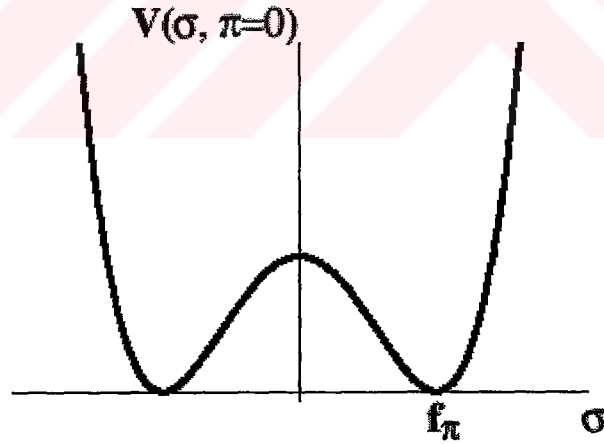
Burada $\sigma_0 = f_\pi$ seçimi $g_a = 1$ limitindeki Golderberg-Treiman bağıntısı denklem (2.89) tarafından sağlanır. σ –alanı için sonlu vakum beklenen değeri, en son bölümde de tartıştığımız gibi, kiral simetrisinin derhal kendiliğinden kırılmasını ima eder. Bizim modelimiz için böyle bir beklenen değer oluşturabilmek amacıyla sigma alanı içinde $\sigma = f_\pi$ ’de minimumu olan bir potansiyel tanımlamamız gerekir. Bu bize modelimizin bir sonraki parçasını verir.

• Pion-Sigma potansiyeli:

Sigma alanının vakum tahmini değerini ortaya çıkaran potansiyelin kiral invaryant olabilmesi için denklem (3.5) invaryant yapısının fonksiyonu olması gerekir. En basit seçim:

$$V = V(\pi^2 + \sigma^2) = \frac{\lambda}{4} \left((\pi^2 + \sigma^2) - f_\pi^2 \right)^2 \quad (3.10)$$

Şekil (3.1), (3 boyutlu bir görünüm için şekil 2.8 b), ‘de işaretlenmiş potansiyelin $\pi = 0$ için $\sigma = f_\pi$ de minimum değeri vardır. Şeklinden ötürü genellikle bu ‘Meksika –şapka-potansiyeli’ olarak nitelendirilir.



Şekil 3.1.:Lineer sigma modeli potansiyeli

- Kinetik Terim:

Son olarak sırasıyla $i\bar{\psi}\partial_{\mu}\gamma^{\mu}\psi$ ve $1/2(\partial_{\mu}\pi\partial^{\mu}\pi + \partial_{\mu}\sigma\partial^{\mu}\sigma)$, yapısında olan nükleonlar ve mezonlar için kinetik enerji terimlerini eklemek zorundayız. Her ikisi de kiral invaryanttır. İlk terim, invaryant olduğunu gösterdiğimiz, serbest, kütsüz fermiyonların Langrangienidir. İkinci teriminde yine invaryant bir yapısı vardır .

Herşeyi bir araya getirdiğimizde lineer sigma modelinin Lagrangiani şudur (şunu da hatırlayalım ki Lagrangian içine potansiyel V, eksi işaretiyle girer)(Gellmann ve Levy,1960)

$$\begin{aligned} \ell_{LS} = & i\bar{\psi}\partial_{\mu}\gamma^{\mu}\psi - g_{\pi}\left(i\bar{\psi}\gamma_5\vec{\tau}\psi\vec{\pi} + \bar{\psi}\psi\sigma\right) - \frac{\lambda}{4}\left((\pi^2 + \sigma^2) - f_{\pi}^2\right)^2 \\ & + \frac{1}{2}\partial_{\mu}\pi\partial^{\mu}\pi + \frac{1}{2}\partial_{\mu}\sigma\partial^{\mu}\sigma \end{aligned} \quad (3.11)$$

Bu modelin özellikleri nelerdir? Temel durumla işe başlayalım. Daha evvelde de bahsedildiği üzere, temel durumda da σ alanının sonlu beklenen değeri vardır, buna karşılık pionun parite nedeniyle hiç yoktur. Ayrıca nükleon, kütsüzünü sigma alanıyla olan etkileşimiyle elde eder. Peki, σ ve π mezonlarının kütleleri nedir? Lagrangian 'da σ ve π alanları için açık kütle terimleri yoktur denklem (3.11), ama nükleonda olduğu gibi kütle terimlerinin artışına sebebiyet veren sigma alanının beklenen değeriyle bazı çiftlenimleri olabilir. Potansiyelin yapısından ve kiral simetrisinin kendiliğinden kırılması tartışmamızdan pionun kütsüz ve σ - mezonun kütleli olmasını bekleriz. Bunu doğrulamak için temel durum etrafındaki küçük dalgalanmalar için potansiyeli denklem (3.10)'u genişletelim.

$$\sigma = \sigma_0 + (\delta\sigma) ; \quad \pi = (\delta\pi) \quad (3.12)$$

Ashnda bu dalgalanmalar $((\delta\sigma),(\delta\pi))$, gözlenmiş (σ ve π mezon) tanecikleriyle tanımlanmaktadır. Alanlarda bozonik kütle terimini ikinci mertebeden oluşu sebebiyle (Lagrangian (2.18) bakınız) potansiyeli $(\delta\sigma)(\delta\pi)$ dalgalanmalarında ikinci mertebeli düzeye kadar genişletelim. Bir minimum etrafındaki genişlemede , birinci mertebeden düzey sıfırlanır

$$V(\sigma,\pi) = \mathcal{f}_{\pi}^2(\delta\sigma)^2 + O(\delta^3) \quad (3.13)$$

yukardaki sonucu elde ederiz. Burada $\sigma_0 = f_\pi$ aldık. Serbest bozonun Lagrangianı ile karşılaştırdığımızda sigmanın kütesinin ($L=T-V$ olduğunu hatırlayarak)

$$m_\sigma^2 = 2\lambda f_\pi^2 \neq 0 \quad (3.14)$$

şeklinde tanımlarız.

Tahminimiz doğrultusunda pion için herhangi bir kütle terimi bulamadık, yani pion kendiliğinden kırılmış kiral simetrisinin kütesiz Goldstone bozonu olmalıdır.

Özet olarak, lineer sigma modelinin temel durumun özellikleri şunlardır:

$$\langle \sigma \rangle = \sigma_0 = f_\pi \quad (3.15)$$

$$\langle \pi \rangle = 0 \quad (3.16)$$

$$M_N = g_\pi \sigma_0 = g_\pi f_\pi \quad (3.17)$$

$$m_\sigma^2 = 2\lambda f_\pi^2 \neq 0 \quad (3.18)$$

$$m_\pi = 0 \quad (3.19)$$

Bu bölümü sonlandırmadan evvel, korunmuş aksiyel akımı hesaplayalım ve PCAC-bağıntısının modelimizde sağlanıp sağlanmadığını kontrol edelim. Nükleon, pion, ve sigma alanlarının sonsuz küçük aksiyel dönüşümleri için denklem (2.78), denklem (3.1), ve denklem (3.2) ' e bakınız

$$\psi \rightarrow \psi - i\gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \theta^a \psi \quad (3.20)$$

$$\pi^i \rightarrow \pi^i + \theta^a \delta^{i,a} \sigma \quad (3.21)$$

$$\sigma \rightarrow \sigma - \theta^a \pi^a \quad (3.22)$$

birim dönüşümler için genel formül (2.32) karşılaştırdığımızda, aksiyel dönüşümün T^a jeneratörünün alanlara aşağıdaki gibi etki ettiğini bulduk;

$$T^a \psi = \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \psi \quad (3.23)$$

$$T^a \pi^j = i \sigma \delta^{a,j} \quad (3.24)$$

$$T^a \sigma = -i \pi^a \quad (3.25)$$

Korunumlu akım için belirtilmiş tanımlamayı kullanarak denklem (2.34), korunumlu aksiyel akım

$$A_\mu^a = \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \psi - \pi^a \partial_\mu \sigma + \sigma \partial_\mu \pi^a \quad (3.26)$$

ile verilir.

PCAC-bağıntısını kontrol etmek için, tekrar alanları temel durum etrafında genişlettik denklem (3.12)' e bakınız.)

$$A_\mu^a = \bar{\psi} \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \psi - (\delta \pi^a) \partial_\mu (\delta \sigma) + (\delta \sigma) \partial_\mu (\delta \pi^a) + f_\pi \partial_\mu (\delta \pi^a) \quad (3.27)$$

Burada $\sigma_0 = f_\pi$ 'ı kullandık. PCAC-bağıntısı $\langle 0 | A_\mu^z | \pi^j \rangle$ matris elemanının denklem (3.27)' in sadece son terimi katkıda bulunur. Diğer terimler son ve başlangıç durumunda nükleonlar veya sigma-mezonları gerektirir . Böylece PCAC bağıntısı dikkate alınana kadar aksiyel akım PCAC denkleminin sonuçları ile uyumlu bir şekilde

$$A_\mu^a(x)_{PCAC} = f_\pi \partial_\mu \pi(x) \quad (3.28)$$

denklemine indirgenir.

3.2 Açık Kiral Simetri Kırılması

Şimdiye kadar aksiyel- vektör simetrisinin kuvvetli etkileşimler için mükemmel bir simetri olduğunu varsaydık. Kısım 2.2.6' daki tartışmamızdan biliyoruz ki, apaçık olarak yukarı ve aşağı kuarkın küçük ama sonlu akım kuarkı aksiyel-vektör simetrisini kırmaktadır. Bu simetrinin açık kırılması daha evvel bahsettiğimiz kendiliğinden bozulmayla

karıştırılmamalıdır. Simetrinin kendiliğinden bozulduğu durumda Hamiltonian halen simetriktir, buna karşılık açık kırılma olayında Hamiltonian zaten simetrik değildir.

Hamiltonian halen simetrik değilken, kendiliğinden simetri kırılmasının bütün kavramlarının anlamlı olup olmadığı merak edebilir. Bu yanıt yine içerdiği ölçülere bağlıdır. Eğer açık simetri kırılması küçükse, yani eğer kuark kütleleri QCD' nin uygun enerji düzeyiyle karşılaştırıldığında küçükse, ki böyle olduğuna inanıyoruz, o zaman bunu kendiliğinden kırılan simetri kavramına uygulamak makul olacaktır. Bunu örneklerle açıklamak için daha önceki bölümde geliştirdiğimiz küçük mekanik örneğimizden faydalanalım. Açık bir simetri kırılması, rotasyon altında şekil (2.8)' in her iki potansiyelinin de sabit olmadığını gösterebilir. Bu, onları x-yönü diyeceğimiz tarafa hafifçe eğerek başarılabilirdi. Sonuçta şekil (2.8 a) potansiyelinin temel düzeyi dahi merkezden ($x, y = 0$) uzaktır. Ama yer değiştirmesi kendiliğinden kırılması nedeni ile karşılaştırıldığında küçüktür. Ayrıca potansiyellerin hafif eğilmesi süresince potansiyel Şekil (2.8.b) de ki döngüsel uyarım (pionlar) halen radyallardan (sigma-mezonlar) önemli oranda daha yumuşaklardır (softer). Madem ki açık kırılma küçüktür, böylece bir anlamda kiral simetrinin kendiliğinden kırılması nedeni dinamiklere hakim olmasını üstün gelmesini bekleriz. Lineer sigma-modelinde, kendiliğinden kırılmanın ortaya çıkardığı kütle derecesi nükleon kütesidir, buna karşılık açık kırılmanın ortaya çıkardığı ise göstereceğimiz gibi pion kütlesi olacaktır. Böylece, aslında açık kırılma küçüktür, ve resmimiz, mükemmel aksiyel-vektör simetrisinin varlığı altında, açık kırılmaya girişi çok güzel bir yaklaşıma kadar sunacaktır.

Bu tartışmalardan sonra, simetri kırılma terimini lineer sigma-modeline uygulayalım. QCD de, biliyoruz ki simetri, bir kuark kütle terimi tarafından açık olarak kırılmaktadır.

$$\delta \ell_{X_{SB}} = -mq \bar{q} \quad (3.29)$$

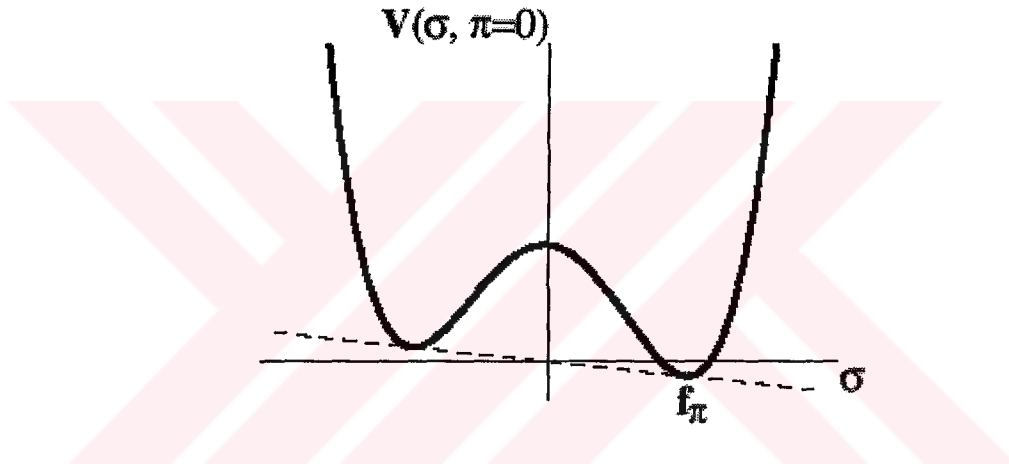
X_{SB} açık kiral simetri kırılmasına karşılık gelir. Eğer, daha önce de yaptığımız gibi, qq skaler kuark alanının sigma alanıyla kombinasyonu aşağıdaki simetri kırılma terimini sigma-modelinde önerebilir.

$$\delta \ell_{SB} = \epsilon \sigma \quad (3.30)$$

' ε ' simetri kırılma parametresidir. Açıktır ki bu terim, aksiyel dönüşüm Λ_A altında invaryant değildir ama vektör simetrisini Λ_V korur. Bu terimi içeren potansiyel V şimdi bu forma sahiptir.

$$V(\sigma, \pi) = \frac{\lambda}{4} ((\pi^2 + \sigma^2) - v_0^2)^2 - \varepsilon \sigma \quad (3.31)$$

Burada denklem (3.10)'daki f_π 'nin yerine, $\varepsilon \rightarrow 0$ limitinde f_π ye gidecek olan, genel bir v_0 parametresi koyduk. Simetri kırılma teriminin etkisi potansiyeli hafifce pozitif sigma yönüne doğru eğri, ve böylece simetriyi kırar. (Şekil-3.2)



Şekil 3.2 Lineer sigma modeli potansiyeli açık simetri kırılması

Eklenen bu terimin sonuçları nelerdir? İlk, minimum hafifce kaymıştır. Eğer Golderberg-Treiman bağıntısını korumak için yeni minumum değerin halen f_π olmasına ihtiyacımız varsa, v_0 parametresi için ε 'nada yol açıcı

$$v_0 = f_\pi - \frac{\varepsilon}{2\lambda f_\pi^2} \quad (3.32)$$

buluruz. Ayrıca sigmanın kütlesi hafifce değişmiştir.

$$m_{\sigma}^2 = \left. \frac{\partial^2 V}{\partial \sigma^2} \right|_{\sigma_0} = 2\lambda f_{\pi}^2 + \frac{\varepsilon}{f_{\pi}} \quad (3.33)$$

Ama en önemlisi, pionun şimdi sonlu kütleye sahip olmasıdır.

$$m_{\pi}^2 = \left. \frac{\partial^2 V}{\partial \pi^2} \right|_{\sigma_0} = \frac{\varepsilon}{f_{\pi}} \neq 0 \quad (3.34)$$

ki bu ifade ε parametresini sabit tutar.

$$\varepsilon = f_{\pi} m_{\pi}^2 \quad (3.35)$$

Böylece, daha evvelki tartışmamızda da beklediğimiz üzere, pion kütlesinin karesi ε simetri kırılma terimiyle doğrudan orantılıdır.

Tercihimizden $\sigma_0 = f_{\pi}$ olması nedeni ile nükleon kütlesi değişmedi. Bu açık simetri kırılmasından nükleon kütlesine katkı olmadığı anlamına gelmez. Eğer nükleon kütlesini potansiyelin simetrik bölümünün ($\approx \nu_0$) ve simetri kırılma teriminin ($\approx \varepsilon$) katkıları şeklinde parçalara ayırırsak

$$M_N = g_{\pi} \sigma_0 = g_0 \left(\nu_0 + \frac{\varepsilon}{2\lambda f_{\pi}^2} \right) \quad (3.36)$$

genellikle pion-nükleon sigma terimi olarak bilinen simetrik kırılmanın katkısını şu şekilde buluruz

$$\Sigma_{\pi N} = \delta M_N^{K_{rSB}} = g_{\pi} \frac{\varepsilon}{2\lambda f_{\pi}^2} \cong g_{\pi} f_{\pi} \frac{m_{\pi}^2}{m_{\sigma}^2} \quad (3.37)$$

Aşağıda göreceğimiz üzere, pion-nükleon sigma-terimi pion-nükleon saçılım deneylerinde ölçülebilir ve şuan bunun $\Sigma_{\pi N} = 35 \pm 5 \text{ MeV}$ olduğuna inanılır. (Höller, 1983)

Kiral simetrinin açık şekilde kırılmasından dolayı artık, aksiyel-vektör akımı daha fazla korunamaz. Simetrik durumda olduğu gibi aksiyel akımın fonksiyonel formu aynıdır denklem

(3.26), çünkü simetri kırılma terimi türevler içirmemektedir. Diverjansı, bölüm 2.2'nin sonunda gösterildiği gibi Lagrangian' da ki simetri kırılma teriminin varyasyonu ile alakalıdır.

$$\partial^\mu A_\mu^a = \varepsilon \delta(\sigma) = -f_\pi m_\pi^2 \pi^a \quad (3.38)$$

Yukarıdaki denklem doğrudan denklem (2.100)'e PCAC bağıntısına götürür. Burada $\delta(\sigma)$ sigma alanını aksiyel –vektör dönüşümüne göre olan varyasyonunu simgeler. Temel düzey civarındaki dalgalanmaları denklem (2.34) de olduğu gibi θ^a açısına bölünmüştür. Açık kiral simetri kırılmasının ana etkisi piona kütle vermesidir. Ama simetri kırılmasından skaler kuark operatörünün $\bar{q}q$ beklenen değerleri ile f_π, m_π ve $\sum_{\pi N}$ gibi ölçülebilir değerler arasındaki bazı yararlı bağıntılar çıkarmaktan öte yararlanabiliriz. (Höller, 1983)

Modelimize simetri kırılma terimini uyguladığımızda, bizim bunun QCD-simetri kırılma teriminde olduğu gibi kiral dönüşümler altında aynı özelliklere sahip olmasına ihtiyaç duyardık. Simetri kırılma terimin toplam kuvvetini ε temel durum özelliklerini, yani pion kütlelerini, yeniden oluşturmak için düzenledik. Sonuç olarak, QCD deki (3.28) ve etkili modeldeki denklem (3.29) 'da ki simetri kırılma terimlerinin tahmini vakum değerlerinin aynı olmasını beklemek mantıklı görülmektedir.

$$\langle 0 | \varepsilon \sigma | 0 \rangle = \langle 0 | -m \bar{q} q | 0 \rangle \quad (3.39)$$

Eğer $\varepsilon = m_\pi^2 f_\pi$ yerleştirir ve $\langle 0 | \sigma | 0 \rangle = f_\pi$ kullanırsak Gell-Mann- Oakes-Renner (GOR) bağıntısına ulaşmış oluruz.

$$m_\pi^2 f_\pi^2 = -\frac{m_u + m_d}{2} \langle 0 | \bar{u}u + \bar{d}d | 0 \rangle \quad (3.40)$$

Burada biz açıkça ortalama kuark kütlesi için, m , ve kuark operatörü için de $\bar{q}q$ yazdık. GOR bağıntısı kuark yoğunluğunu f_π ve/veya pion kütlelerini akım kuark kütlesi ile ilişkilendirdiği için gayet kullanışlıdır .

Benzer ama daha az yaygın $\Sigma_{\pi N}$ kiral simetri kırılması nedeni ile nükleona ilave edilen kütle $\delta H_{\chi_{\chi SB}} = -\ell_{\chi_{\chi SB}}$, Hamiltonyen simetri kırılmasının beklenen değeri tartışılabilir. Bu QCD değişkenlerine göre pion-nükleon sigma teriminin tam olarak ifade edilmesini sağlar.

$$\Sigma_{\pi N} = \frac{m_u + m_d}{2} \langle N | \bar{u}u + \bar{d}d | N \rangle \quad (3.41)$$

Bu bağıntı sonlu yoğunlukta kiral yoğunluk değişimini hesaplamakta kullanılmaktadır.

4. SONUÇ ve ÖNERİLER

Kiral simetrik modeller, sigma modelleri olarak bilinir. Lineer sigma model ve nonlinear sigma model olarak iki türüdür.

Lineer sigma model kütleli nükleonların mezonlarla etkileşiminin teorisidir. Nonlinear sigma model, kütleli nükleonlarla sahip kiral invaryant teoridir.

Lineer ve nonlinear sigma modelleri düşük enerjilerde hafif mezonlar ile nükleon etkileşimini anlamada faydalıdır.

Lineer sigma model nükleonların incelenmesi için kullanılacaksa, fermiyonların kütle kazanması gerekir. Bu ise kendiliğinden simetri kırılması mekanizması ile yapılır. Simetri vakum tarafından kırılır ve fermiyon kütle kazanır.

Nükleonların kütlelerinin %90' ının nereden geldiği sorunu şu anda aktif araştırma konularındandır. Kiral simetri bu soruna çözüm verebilir. Bu konunun araştırılmasını öneririz.

KAYNAKLAR

- Beiser A. (1995), Concepts of Modern Physics ,Mc Graw Hill,New York
- Bjorken J.D and Drell S.D, (1965)Relativistik Quantm Fields, Mc Graw Hill, New York,
- Commins E.D and Bucksbaum P.H,(1993), Weak Interactions of Leptons and Quarks, Cambridge University Press, Cambridge, U.K.,
- Crewther R.J. (1995) Introduction to Quantum Field Theory arXiv hep-th/9505152
- Das A.(1994), Finite Temperature Field Theory ,World Scientific,New York
- Gasser and Leutwyler H., (1982) ,”Soft Pions” Phys. Rep.77 -87
- Gell-Mann M. and Levy, (1960),” Linear Sigma Model” Nuovo Cimento 16 -53.
- Gürsey F. (1981) Temel Parçacıkların Alanları ve Simetrileri ,Doğa Bilim Dergisi
- Honley E.W (1997) Subatomic Physics Practice , Hall ,New Yory
- Höller H., (1983) Nucleon Scattering volume 9, Springer Berlin,.
- Koch V.(1997) ,”Aspects of Chiral Symmetry ” arXiv nuc-th/9706075
- Ramond P.,(1989) Field Theory, Addison-Wesley, New York,
- Satz. A, (1998), ”QCD Langrangians” ,Nuclear Physics A 642 (98) 130
- Weinberg S. (1979), “Phenomenological Langrangians” , Physica 96A 327-340
- Weinberg S. (1967), “Precise Realitions Between The Spectra of Vector and Axial Vector Mesons” ,Physical Rewiew Letters

INTERNET KAYNAKLARI

[1]www.damtp.cam.ac.uk

[2]www.nordita.dk

EKLER**1)Denklem (2.64)' ün elde edilmesi;**

$$\sigma \rightarrow \sigma + \nu \quad \text{ve} \quad \nu = \sqrt{\frac{2m^2}{\lambda}} \text{ olarak seçelim;}$$

$$\chi \rightarrow \chi$$

bu tanımlamalardan sonra denklem (2.57)' in son halini bulalım;

$$\ell = \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \frac{m^2}{2} (\sigma^2 + \chi^2) - \frac{\lambda}{8} (\sigma^2 + \chi^2)^2$$

$$\ell = \underbrace{\frac{1}{2} \partial_\mu (\sigma + \nu) \partial^\mu (\sigma + \nu)}_A + \underbrace{\frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi}_B + \underbrace{\frac{m^2}{2} ((\sigma + \nu)^2 + \chi^2)}_C - \underbrace{\frac{\lambda}{8} ((\sigma + \nu)^2 + \chi^2)^2}_D$$

$$A = \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma \text{ ' olarak bulunur.. } \partial_\mu \nu \partial^\mu \nu = 0 \text{ ' dir.}$$

$$B = \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi \text{ olarak bulunur.}$$

$$C = \frac{m^2}{2} (\sigma^2 + 2\sigma\nu + \nu^2 + \chi^2) = \frac{m^2}{2} \sigma^2 + m^2 \sigma \sqrt{\frac{2m^2}{\lambda}} + \frac{m^2}{2} \left(\frac{2m^2}{\lambda}\right) + \frac{\chi^2 m^2}{2}$$

$$C = \frac{m^2}{2} \sigma^2 + \frac{m^4}{\lambda} + m^2 \sigma \sqrt{\frac{2m^2}{\lambda}} + \frac{\chi^2 m^2}{2} \text{ olarak bulunur.}$$

$$D = -\frac{\lambda}{8} (\sigma^2 + 2\sigma\nu + \nu^2 + \chi^2)^2 = (\sigma^4 + 4\nu\sigma^3 + 2\sigma^2\nu^2 + 2\sigma^2\chi^2 + 4\nu^3\sigma + 4\nu\sigma\chi^2 + 2\nu^2\chi^2 + 4\nu^2\sigma^2 + \nu^4 + \chi^4)$$

$$D = -\frac{\lambda}{8} (\sigma^2 + \chi^2)^2 - \frac{\lambda}{2} \sqrt{\frac{2m^2}{\lambda}} \sigma (\sigma^2 + \chi^2) - \frac{3\lambda}{4} \left(\sigma^2 \left(\frac{2m^2}{\lambda}\right)\right) - \frac{\lambda\chi^2}{4} \left(\frac{2m^2}{\lambda}\right) - \frac{\lambda}{2} \sigma \left(\frac{2m^2}{\lambda}\right) \sqrt{\frac{2m^2}{\lambda}} - \frac{\lambda}{8} \left(\frac{4m^4}{\lambda^2}\right)$$

$$D = -\frac{\lambda}{8} (\sigma^2 + \chi^2)^2 - m \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \sigma (\sigma^2 + \chi^2) - \frac{3}{2} m^2 \sigma^2 - \frac{m^2}{2} \chi^2 - \sqrt{\frac{2m^2}{\lambda}} m^2 \sigma - \frac{m^4}{2\lambda} \text{ olarak bulunur.}$$

A,B,C,D yerlerine yazılırsa;

$$\begin{aligned} \ell = & \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \frac{m^2}{2} \sigma^2 + \frac{m^4}{\lambda} + m^2 \sigma \sqrt{\frac{2m^2}{\lambda}} + \frac{\chi^2 m^2}{2} - \frac{\lambda}{8} (\sigma^2 + \chi^2)^2 \\ & - m \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \sigma (\sigma^2 + \chi^2) - \frac{3}{2} m^2 \sigma^2 - \frac{m^2}{2} \chi^2 - \sqrt{\frac{2m^2}{\lambda}} m^2 \sigma - \frac{m^4}{2\lambda} \end{aligned}$$

$$\ell = \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + \frac{m^2}{2} \sigma^2 - m^2 \sigma^2 + \frac{m^4}{2\lambda} - m \sqrt{\frac{\lambda}{2}} \sigma (\sigma^2 + \chi^2) - \frac{\lambda}{8} (\sigma^2 + \chi^2)^2$$

olarak elde edilir.

2)Denklem (2.67)' in elde edilmesi;

$$\ell = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) + m^2 \phi^\dagger \phi - \frac{\lambda}{2} (\phi^\dagger \phi)^2$$

burada kovaryant türev;

$$D_\mu \phi = \partial_\mu \phi - ie A_\mu \phi$$

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sigma(x) + i\chi(x)) \text{ ve } \phi^\dagger(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sigma(x) - i\chi(x)) \text{ olarak tanımlayalım;}$$

$$\ell = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \underbrace{(D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi)}_A + \underbrace{m^2 \phi^\dagger \phi}_B - \underbrace{\frac{\lambda}{2} (\phi^\dagger \phi)^2}_C$$

$$A = (D_\mu \phi)^\dagger (D^\mu \phi) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \partial_\mu [\sigma(x) - i\chi(x)] + ie A_\mu [\sigma(x) - i\chi(x)] \right)$$

$$\cdot \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \partial^\mu [\sigma(x) + i\chi(x)] + ie A^\mu [\sigma(x) + i\chi(x)] \right)$$

$$\begin{aligned} A = & \frac{1}{2} \left[\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + i \partial_\mu \sigma \partial^\mu \chi - ie \sigma A^\mu \partial_\mu \sigma + e \chi A^\mu \partial_\mu \sigma \right] \\ & + \frac{1}{2} \left[-i \partial_\mu \chi \partial^\mu \sigma + \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi - e \sigma A^\mu \partial_\mu \chi - ie \chi A^\mu \partial_\mu \chi \right] \\ & + \frac{1}{2} \left[ie \sigma A^\mu \partial_\mu \sigma - e \sigma A_\mu \partial^\mu \chi + e^2 \sigma^2 A_\mu A^\mu + ie^2 \sigma \chi A_\mu A^\mu \right] \\ & + \frac{1}{2} \left[e \chi A^\mu \partial_\mu \sigma + ie \chi A_\mu \partial^\mu \chi - ie^2 \sigma \chi A_\mu A^\mu + e^2 \chi^2 A_\mu A^\mu \right] \end{aligned}$$

$$A = \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + e(\chi \partial^\mu \sigma - \sigma \partial^\mu \chi) A_\mu + \frac{e^2}{2} (\sigma^2 + \chi^2) A_\mu A^\mu \text{ olarak bulunur.}$$

$$B = m^2 \phi^+ \phi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sigma(x) + i\chi(x)) \frac{1}{\sqrt{2}} (\sigma(x) - i\chi(x))$$

$$= \frac{m^2}{2} (\sigma^2 + \chi^2)$$

olarak bulunur.

$$C = -\frac{\lambda}{2} (\phi^+ \phi)^2 = -\frac{\lambda}{2} \left(\frac{1}{2} (\sigma^2 + \chi^2) \right)^2 = -\frac{\lambda}{8} (\sigma^2 + \chi^2)^2 \text{ olarak bulunur.}$$

A,B,C yi biraraya getirdiğimizde yeni langrange yoğunluğumuz;

$$\ell = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu} F^{\mu\nu} + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma + \frac{1}{2} \partial_\mu \chi \partial^\mu \chi + e(\chi \partial^\mu \sigma - \sigma \partial^\mu \chi) A_\mu + \frac{e^2}{2} (\sigma^2 + \chi^2) A_\mu A^\mu$$

$$+ \frac{m^2}{2} (\sigma^2 + \chi^2) - \frac{\lambda}{8} (\sigma^2 + \chi^2)^2$$

olarak bulunur.

3)Denklem (2.93)' in elde edilmesi

π_i için vektör dönüşümü;

$$\Lambda_\nu \rightarrow \psi : e^{-i\vec{\tau} \cdot \vec{\theta}} \psi \cong (1 - i\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{\theta}) \psi \quad ; \quad \Lambda_\nu \rightarrow \bar{\psi} : e^{-i\vec{\tau} \cdot \vec{\theta}} \bar{\psi} \cong (1 + i\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{\theta}) \bar{\psi}$$

$$\vec{\pi} \rightarrow i\bar{\psi} \tau \gamma_5 \psi$$

$$\rightarrow i(1 + i\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{\theta}) \bar{\psi} \tau \gamma_5 (1 - i\frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{\theta}) \psi$$

$$\rightarrow i(\bar{\psi} \tau_i \gamma_5 \psi - i\bar{\psi} \tau_i \gamma_5 \frac{\tau_j}{2} \theta \psi + i\frac{\tau_j}{2} \theta \bar{\psi} \tau_i \gamma_5 \psi + O(\theta^2))$$

$$\rightarrow i\bar{\psi} \tau_i \gamma_5 \psi + \bar{\psi} \tau_i \gamma \frac{\tau_j}{2} \theta \psi - \frac{\tau_j}{2} \theta \bar{\psi} \tau_i \gamma_5 \psi$$

$$\rightarrow i\bar{\psi} \tau_i \gamma_5 \psi + \theta (\bar{\psi} \tau_i \gamma_5 \frac{\tau_j}{2} - \frac{\tau_j}{2} \bar{\psi} \tau_i \gamma_5 \psi)$$

$$[\tau_i, \tau_j] = 2i\epsilon_{ijk} \tau_k$$

$$= \underbrace{i\bar{\psi} \tau_i \gamma_5 \psi}_\pi + \underbrace{\theta 2i\epsilon_{ijk} \bar{\psi} \gamma_5 \tau_k \psi}_\theta$$

Λ_ν vektör dönüşümü altında $\vec{\pi}$ 'nin dönüşümü

$$\vec{\pi} \xrightarrow{\Lambda_\nu} \vec{\pi} + \vec{\theta} \times \vec{\pi} \text{ şeklinde olur.}$$

4)Denklem (2.94)' ün elde edilmesi

$\vec{\rho}_\mu$ 'nin vektör dönüşümü;

$$\vec{\rho}_\mu \equiv \bar{\psi} \vec{\tau} \gamma_\mu \psi$$

$$\rightarrow (1 + i \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{\theta}) \bar{\psi} \vec{\tau} \gamma_\mu (1 - i \frac{\vec{\tau}}{2} \cdot \vec{\theta}) \psi$$

$$\rightarrow (1 + i \frac{\tau_j}{2} \theta_j) \bar{\psi} \tau_i \gamma_\mu (1 - i \frac{\tau_j}{2} \theta_j) \psi$$

$$\rightarrow \bar{\psi} \tau_i \gamma_\mu \psi - i \bar{\psi} \tau_i \gamma_\mu \frac{\tau_j}{2} \theta_j \psi + i \frac{\tau_j}{2} \theta_j \bar{\psi} \tau_i \gamma_\mu \psi + O(\theta_i^2)$$

$$\rightarrow \bar{\psi} \tau_i \gamma_\mu \psi - i \theta_j (\bar{\psi} \tau_i \gamma_\mu \frac{\tau_j}{2} \psi - \bar{\psi} \frac{\tau_j}{2} \gamma_\mu \tau_i \psi)$$

$$\rightarrow \bar{\psi} \tau_i \gamma_\mu \psi - i \theta_j (2i \epsilon_{ijk} \bar{\psi} \frac{\tau_k}{2} \gamma_\mu \psi)$$

$$\rightarrow \underbrace{\bar{\psi} \tau_i \gamma_\mu \psi}_{\vec{\rho}_\mu} + \underbrace{\theta_j (\epsilon_{ijk} \bar{\psi} \tau_k \gamma_\mu \psi)}_{\vec{\theta} \times \vec{\rho}_\mu}$$

$$\vec{\rho}_\mu = \vec{\rho}_\mu + \vec{\theta} \times \vec{\rho}_\mu$$

5)Denklem (2.105)' ün elde edilmesi

Pion Bozulması ve PCAC

$$\partial^\mu A_\mu = -c\pi$$

$$\langle 0 | A_\mu^a(0) | \pi^b(p) \rangle = i \delta^{ab} f_\pi p_\mu$$

diverjansını alalım;

$$\langle 0 | \partial^\mu A_\mu^a(0) | \pi^b(p) \rangle = \delta^{ab} f_\pi m_\pi^2 = -c \langle 0 | \pi^a(0) | \pi^b(p) \rangle$$

$$-c = f_\pi m_\pi^2$$

$$\partial^\mu A_\mu^a = f_\pi m_\pi^2 \pi^a$$

$$\langle 0 | \partial^\mu A_\mu^a(x) | \pi^b(q) \rangle = -f_\pi q^2 \delta^{ab} e^{-iq \cdot x} = -f_\pi m_\pi^2 \delta^{ab} e^{-iq \cdot x}$$

yukarıdaki bağıntı PCAC bağıntısı olarak adlandırılır.

$$\langle 0 | A_\mu^a(x) | \pi^b(q) \rangle = -i f_\pi q_\mu \delta^{ab} e^{-iq \cdot x} \text{ ise}$$

$$A_{\mu, pion}^a = f_\pi \partial_\mu \phi^a(x) \quad \phi^a(x) : \text{pion alanı}$$

Pion için aksiyel akımını bulmuş oluruz. Bu bağıntı daha sonra Goldberger-Treiman bağıntısı çıkarılırken kullanılacaktır.

$$A_{\mu, \text{nükleon}}^a = g_a \bar{\psi}_N \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \psi_N \text{ için } A_{\mu, \text{nükleon}}^a = ig_a M_N \bar{\psi}_N \gamma_5 \tau^a \psi_N \neq 0 \text{ olduğunu gösterelim;}$$

Dirac denklemini kullanalım;

$$\begin{aligned} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi &= 0 & i\gamma^\mu \partial_\mu \psi &= m\psi & \gamma^\mu \partial_\mu \psi &= -im\psi \\ \bar{\psi}(i\gamma^\mu \overleftarrow{\partial}_\mu + m) &= 0 & \bar{\psi} i\gamma^\mu \overleftarrow{\partial}_\mu &= -m\bar{\psi} & \bar{\psi} \gamma^\mu \overleftarrow{\partial}_\mu &= im\bar{\psi} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \partial^\mu A_{\mu, \text{nükleon}}^a &= g_a \bar{\psi}_N \overleftarrow{\partial}_\mu \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \psi_N + g_a \bar{\psi}_N \gamma_\mu \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \partial_\mu \psi_N \\ &= ig_a M_N \bar{\psi}_N \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} - g_a \bar{\psi}_N \gamma_5 \gamma_\mu \frac{\tau^a}{2} \partial_\mu \psi_N \\ &= ig_a M_N \bar{\psi}_N \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} + ig_a M_N \bar{\psi}_N \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \psi_N \quad [\gamma_\mu, \tau_a] = 0 \\ &= ig_a M_N \bar{\psi}_N \gamma_5 \tau_a \psi_N \end{aligned}$$

$\gamma_\mu \gamma_5 = -\gamma_5 \gamma_\mu$ kullandık;

olarak bulunur.

6)Denklem (2.107)' ın elde edilmesi

Goldberger-Treiman Bağıntısı

Pion ve nükleon için toplam aksiyel akım aşağıdaki bağıntıyla verilir;

$$A_\mu^a = A_{\mu, \text{nükleon}}^a + A_{\mu, \text{pion}}^a$$

toplam akımın korunmasından dolayı $\partial^\mu A_\mu = 0$ olmalı, şimdi yukardaki ifadenin diverjansını alalım;

$$\partial^\mu A_\mu^a = \partial^\mu A_{\mu, \text{nükleon}}^a + \partial^\mu A_{\mu, \text{pion}}^a = 0$$

$$\partial^\mu A_{\mu, \text{nükleon}}^a = ig_a M_N \bar{\psi}_N \gamma_5 \tau_a \psi_N$$

$$\partial^\mu A_{\mu, \text{pion}}^a = f_\pi \partial^\mu \partial_\mu \phi^a(x)$$

$$(\partial^\mu \partial_\mu) \phi^a = -ig_a \frac{M_N}{f_\pi} \bar{\psi}_N \gamma_5 \tau_a \psi_N$$

$$(\partial^\mu \partial_\mu + m_\pi^2) \phi^a = -ig_a \frac{M_N}{f_\pi} \bar{\psi}_N \gamma_5 \tau_a \psi_N$$

pion-nükleon çiftlenim sabiti; aşağıdaki bağıntıyla verilir;

$$g_{\pi NN} = g_a \frac{M_N}{f_\pi} \approx 12,6$$

burada $g_a = 1,25$, $M_N = 937 MeV$, $f_\pi = 93 MeV$ olarak alınmıştır. Yukardaki bağıntı Goldberger-Treiman bağıntısı olarak adlandırılır.

7)Denklem (3.10)' un elde edilmesi

$V = V(\pi^2 + \sigma^2) = \frac{\lambda}{4}((\pi^2 + \sigma^2) - f_\pi^2)^2$ 'nin $\sigma = \sigma_0 + (\delta\sigma); \pi = (\delta\pi)$ dönüşümleri altında yeni şeklini bulalım;

$$\begin{aligned} V &= \frac{\lambda}{4} [\pi^4 + \sigma^4 + 2\pi^2 \sigma^2 + f_\pi^4 - 2f_\pi^2 (\pi^2 + \sigma^2)] \\ &= \frac{\lambda}{4} [(\delta\pi)^4 + (\sigma_0 + \delta\sigma)^4 + 2(\delta\pi)^2 (\sigma_0 + \delta\sigma)^2 + f_\pi^4 - 2f_\pi^2 ((\delta\pi)^2 + (\sigma_0 + \delta\sigma)^2)] \\ (\delta\pi)^4 &= 0 \text{ ve } \sigma_0^2 = f_\pi^2 \\ &= \frac{\lambda}{4} \left[2(\delta\pi)^2 (f_\pi^2 + 2\sigma_0 \delta\sigma + (\delta\sigma)^2) + f_\pi^4 - 2f_\pi^2 (\delta\pi)^2 - 2f_\pi^2 f_\pi^2 - 2f_\pi^2 (\delta\sigma)^2 - 4f_\pi^2 \sigma_0 \delta\sigma \right] \\ &= \frac{\lambda}{4} \left[2(\delta\pi)^2 f_\pi^2 + 4(\delta\pi)^2 \sigma_0 (\delta\sigma) + 2(\delta\pi)^2 (\delta\sigma)^2 + f_\pi^4 - 2f_\pi^2 (\delta\pi)^2 - 2f_\pi^4 - 2f_\pi^2 (\delta\sigma)^2 \right. \\ &\quad \left. - 4f_\pi^3 (\delta\sigma) + (\sigma_0 + \delta\sigma)^4 \right] \\ &= \frac{\lambda}{4} [-f_\pi^4 - 2f_\pi^2 (\delta\sigma)^2 - 4f_\pi^3 (\delta\sigma) + (\sigma_0 + \delta\sigma)^4] \\ (\sigma_0 + \delta\sigma)^4 &= \sigma_0^4 + 4\sigma_0^3 \delta\sigma + 6\sigma_0^2 \delta\sigma^2 + O(\delta\sigma)^3 \quad \sigma_0 = f_\pi \\ &= f_\pi^4 + 6f_\pi^2 (\delta\sigma)^2 + 2f_\pi^3 (\delta\sigma) + 2f_\pi^3 \delta\sigma \end{aligned}$$

$$V = \frac{\lambda}{4} [f_\pi^4 + 6f_\pi^2 (\delta\sigma)^2 + 2f_\pi^3 (\delta\sigma) + 2f_\pi^3 \delta\sigma - 2f_\pi^2 (\delta\sigma)^2 - 4f_\pi^2 (\delta\sigma)^2 - f_\pi^4]$$

$$V = \frac{\lambda}{4} [4f_\pi^2 (\delta\sigma)^2 + O(\delta^3)] \text{ olarak buluruz.}$$

8)Denklem (3.11) 'in invaryanlığının gösterilmesi

Λ_A aksiyel dönüşümü altında

$$\frac{1}{2} \partial_\mu \pi \partial^\mu \pi + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma \text{ nin invaryanlığını gösterelim;}$$

$$\sigma = \bar{\psi} \psi \text{ 'nin aksiyel dönüşümü } \sigma \rightarrow \sigma - \theta_i \pi_i$$

$$\vec{\pi} = i \bar{\psi} \vec{\tau} \gamma_5 \psi \text{ 'nin aksiyel dönüşümü } \pi_i \rightarrow \pi_i + \theta_i \sigma$$

$$\begin{aligned}
\partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma &\rightarrow \partial_\mu \sigma' \partial^\mu \sigma' = \partial_\mu (\sigma - \theta_i \pi_i) \partial^\mu (\sigma - \theta_i \pi_i) \\
&= (\partial_\mu \sigma - \theta_i \partial_\mu \pi_i) (\partial^\mu \sigma - \theta_i \partial^\mu \pi_i) \\
&= (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \sigma) - \theta_i (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \pi_i) - \theta_i (\partial_\mu \pi_i) (\partial^\mu \sigma) + O(\theta_i^2) \\
&= (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \sigma) - \theta_i (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \pi_i) - \theta_i g_{\mu\nu} \partial^\nu \pi_i \partial^\mu \sigma \quad g_{\mu\nu} = g_{\nu\mu} \\
&= (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \sigma) - \theta_i (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \pi_i) - \theta_i \partial^\nu \pi_i \partial_\nu \sigma \quad \nu \rightarrow \mu \\
&= (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \sigma) - 2\theta_i (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \pi_i)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\partial_\mu \pi \partial^\mu \pi &\rightarrow \partial_\mu \pi' \partial^\mu \pi' = \partial_\mu (\pi_i + \theta_i \sigma) \partial^\mu (\pi_i + \theta_i \sigma) \\
&= (\partial_\mu \pi_i + \theta_i \partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \pi_i + \theta_i \partial^\mu \sigma) = (\partial_\mu \pi_i) (\partial^\mu \pi_i) + \theta_i (\partial_\mu \pi_i) (\partial^\mu \sigma) \\
&\quad + \theta_i \partial_\mu \sigma \partial^\mu \pi_i + O(\theta_i^2) \\
&= (\partial_\mu \pi_i) (\partial^\mu \pi_i) + \theta_i g_{\mu\nu} (\partial^\nu \pi_i) (\partial^\mu \sigma) + \theta_i (\partial_\mu \pi_i) (\partial^\mu \sigma) \\
&= (\partial_\mu \pi_i) (\partial^\mu \pi_i) + 2\theta_i (\partial_\mu \pi_i) (\partial^\mu \sigma) \quad \nu \rightarrow \mu
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ell' &= \frac{1}{2} \partial_\mu \pi_i' \partial^\mu \pi_i' + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma' \partial^\mu \sigma' \\
&= \frac{1}{2} ((\partial_\mu \pi_i) (\partial^\mu \pi_i) + 2\theta_i (\partial_\mu \pi_i) (\partial^\mu \sigma) + (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \sigma) - 2\theta_i (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \pi_i))
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\ell' &= \frac{1}{2} ((\partial_\mu \pi_i) (\partial^\mu \pi_i) + (\partial_\mu \sigma) (\partial^\mu \sigma)) \\
\ell' &= \ell \text{ invaryanttır.}
\end{aligned}$$

9)Denklem (3.26)' ın elde edilmesi

$T^a \sigma = -i\pi^a$ için aksiyel akımının bulunması;

$$\phi_i \rightarrow \phi_i - i\theta^a T^a_{ij} \phi_j$$

Aksiyel dönüşüm aşağıdaki gibi tanımlanır;

$$\psi \rightarrow \psi - i\gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \theta^a \psi$$

$$-i\theta^a T^a_{ij} \psi_j = -i\gamma_5 \theta^a \frac{\tau^a}{2} \theta^a \psi$$

$$T^a \psi = \gamma_5 \frac{\tau^a}{2} \psi$$

$$\pi^j \rightarrow \pi^j + \theta_j \sigma \Rightarrow -i\theta^a T^a_{ij} \pi_j = \theta_j \sigma : \theta^a \delta^{a,j} \sigma \Rightarrow T^a x^i = i\sigma \delta^{a,j} \Rightarrow T^a x^a = i\sigma$$

$$\sigma \rightarrow \sigma - \theta^a \pi^a \Rightarrow -i\theta^a T^a_{ij} \sigma = -\theta^a \pi^a \quad T^a \sigma = -i\pi^a$$

$$J_\mu^a = -i \frac{\partial \ell}{\partial (\partial_\mu \phi_j)} T_{jk}^a \phi_k \quad \ell = i \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi$$

$$J_\mu^a = -i(\bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\tau_a}{2} \psi) = \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\tau_a}{2} \psi$$

$$A_\mu^a = \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\tau_a}{2} \psi$$

$$\ell_{L.S} = i\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - g_\pi (i\bar{\psi} \gamma_5 \vec{\tau} \psi \vec{\pi} + \bar{\psi} \psi \sigma) - \frac{\lambda}{4} ((\pi^2 + \sigma^2) - f_\pi^2)^2 + \frac{1}{2} \partial_\mu \pi \partial^\mu \pi + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma$$

$$J_\mu^a = -i \frac{\partial \ell_{L.S}}{\partial (\partial_\mu \pi)} T_{jk}^a \pi^a = -\frac{1}{2} i \partial^\mu \pi^a i \sigma - \frac{1}{2} i \partial_\mu \pi^a \sigma = \sigma \partial_\mu \pi^a$$

$$J_\mu^a = -i \frac{\partial \ell_{L.S}}{\partial (\partial_\mu \sigma)} T_{jk}^a \sigma = -\frac{1}{2} i \partial^\mu \sigma (-i) \pi^a - \frac{1}{2} i \partial_\mu \sigma (-i) \pi^a = -\pi^a \partial_\mu \sigma$$

$\ell_{L.S}$ için aksiyel akım;

$$A_\mu^a = \bar{\psi} \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\tau_a}{2} \psi + \sigma \partial_\mu \pi^a - \pi^a \partial_\mu \sigma \text{ bulunur.}$$

10)Denklem (3.33)' ün elde edilmesi

$$m_\sigma^2 = \left. \frac{\partial^2 V}{\partial \sigma^2} \right|_{\sigma_0} = 2\lambda f_\pi^2 + \frac{\epsilon}{f_\pi} \text{ olduğunu gösterelim;}$$

$$\begin{aligned} V(\sigma, \pi) &= \frac{\lambda}{4} ((\pi^2 + \sigma^2) - V_0^2)^2 - \epsilon \sigma \\ &= \frac{\lambda}{4} [(\pi^2 + \sigma^2)^2 - V_0^4 - 2V_0^2(\pi^2 + \sigma^2) - \epsilon \sigma] \\ &= \frac{\lambda}{4} [\pi^4 + 2\pi^2 \sigma^2 + \sigma^4 - V_0^4 - 2V_0^2 \pi^2 - 2V_0^2 \sigma^2 - \epsilon \sigma] \end{aligned}$$

$$\frac{\partial V}{\partial \sigma} = \frac{\lambda}{4} [4\pi^2 \sigma + 4\sigma^3 - 4V_0^2 \sigma - \epsilon]$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \sigma^2} = \frac{\lambda}{4} [4\pi^2 + 12\sigma^2 - 4V_0^2] \quad \left. \frac{\partial^2 V}{\partial \sigma^2} \right|_{\sigma_0} = \frac{\lambda}{4} [4\pi^2 + 12\sigma_0^2 - 4V_0^2]$$

$$V_0 \text{ yerine } V_0 = (f_\pi - \frac{\epsilon}{2\lambda f_\pi^2}) \text{ yazalım;}$$

$$\begin{aligned}
\left. \frac{\partial^2 V}{\partial \sigma^2} \right|_{\sigma_0} &= \frac{\lambda}{4} \left[4\pi^2 + 12\sigma_0^2 - 4\left(f_\pi - \frac{\epsilon}{2\lambda f_\pi^2}\right)^2 \right] \\
&= \frac{\lambda}{4} \left[4\pi^2 + 12\sigma_0^2 - 4\left(f_\pi^2 - \frac{\epsilon}{\lambda f_\pi} + \frac{\epsilon^2}{4\lambda^2 f_\pi^4}\right) \right] \\
\epsilon^2 &= 0 \\
&= \lambda\pi^2 + 2\lambda f_\pi^2 + \frac{\epsilon}{f_\pi}
\end{aligned}$$

$\pi = 0$ için $\sigma = f_\pi$ alırsak;

$$m_\sigma^2 = \left. \frac{\partial^2 V}{\partial \sigma^2} \right|_{\sigma_0} = 2\lambda f_\pi^2 + \frac{\epsilon}{f_\pi} \text{ olarak bulunur.}$$

11)Denklem (3.34)' ün elde edilmesi

$$m_\pi^2 = \left. \frac{\partial^2 V}{\partial \pi^2} \right|_{\sigma_0} = \frac{\epsilon}{f_\pi} \text{ olduğunu gösterelim;}$$

$$V(\sigma, \pi) = \frac{\lambda}{4} [\pi^4 + 2\pi^2\sigma^2 + \sigma^4 - V_0^4 - 2V_0^2\pi^2 - 2V_0^2\sigma^2 - \epsilon\sigma]$$

$$\frac{\partial V}{\partial \pi} = \frac{\lambda}{4} [4\pi^3 + 4\pi\sigma^2 - 4V_0^2\pi]$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \pi^2} = \frac{\lambda}{4} [12\pi^2 + 4\sigma^2 - 4V_0^2] = \frac{\lambda}{4} \left[12\pi^2 + 4\sigma^2 - 4\left(f_\pi - \frac{\epsilon}{2\lambda f_\pi^2}\right)^2 \right]$$

$$= \frac{\lambda}{4} \left[12\pi^2 + 4\sigma^2 - 4f_\pi^2 + \frac{4\epsilon}{\lambda f_\pi} - \frac{\epsilon^2}{4\lambda^2 f_\pi^4} \right] \quad \epsilon^2 = 0$$

$$\left. \frac{\partial^2 V}{\partial \pi^2} \right|_{\sigma_0} = \frac{\lambda}{4} \left[12\pi^2 + 4\sigma_0^2 - 4f_\pi^2 + \frac{4\epsilon}{\lambda f_\pi} \right] \quad \pi = 0 \text{ için } \sigma_0 = f_\pi$$

$$= \lambda\sigma_0^2 - \lambda f_\pi^2 + \frac{\epsilon}{f_\pi} \quad \sigma_0 = f_\pi$$

$$m_\pi^2 = \left. \frac{\partial^2 V}{\partial \pi^2} \right|_{\sigma_0} = \frac{\epsilon}{f_\pi} \text{ olarak bulunur.}$$

ÖZGEÇMİŞ

Doğum Tarihi	23.04.1976
Doğum Yeri	İstanbul
Lise	Haydarpasa E.M.L (Elektronik Bölümü)
Lisans	Kocaeli Üniversitesi Fen Edebiyat Fak. Fizik Bölümü

Çalıştığı Kurumlar

1991-1993 Teletaş

1993-1994 Siemens

2000-2001 Kazım Karabekir İlk.Öğrtm.Ok.

2001-2003 Byt Leyden Eğitim Danışmanlık Hizmetleri

