

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ŞAFT LAYN HESAPLARININ SONLU ELEMANLAR
YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ**

Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisi Hasan Kayhan KAYADELEN

**FBE Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği Anabilim Dalında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Fuat ALARÇİN

İSTANBUL, 2009

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ŞAFT LAYN HESAPLARININ SONLU ELEMANLAR
YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ**

Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisi Hasan Kayhan KAYADELEN

**FBE Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği Anabilim Dalında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Fuat ALARÇİN

İSTANBUL, 2009

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ.....	iv
KISALTMA LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ.....	vi
ÇİZELGE LİSTESİ	vii
ÖNSÖZ	viii
ÖZET	ix
ABSTRACT.....	x
1. GİRİŞ	1
1.1. Şaft Malzemeleri.....	1
2. GEMİ ŞAFT DİZAYNINDA YAPILMASI GEREKEN KONTROLLER	2
2.1. Mukavemet kontrolü	2
2.1.1. Boyutlandırma	3
2.1.2. Kontrol Hesabı	3
2.1.3. Yaklaşık Hesap Yöntemi	5
2.2. Şekil Değiştirme Kontrolü	5
2.2.1. Eğilme Şekil Değiştirmesi	5
2.2.2. Burulma Şekil Değiştirmesi.....	6
2.3. Titreşim Kontrolü	7
2.3.1. Eğilme Titreşimleri (Yanal Titreşimler)	7
2.3.2. Burulma Titreşimleri (Açısal titreşimler)	7
2.4. Türk Loydu'na Göre Gemi Şaftının Boyutlandırılması.....	8
3. ŞAFT LAYN OPERASYONU	11
3.1. Kaplinler	15
3.2. Layn Toleransları	15

3.3. Layn Aletleri ve Metotları	15
3.3.1. Komperatör Metotları	16
3.3.2. Optik Veya Lazerli Layn Metodu	19
3.4. Layn Hedeflerinin Belirlenmesi.....	20
4. HİPERSTATİK BİR ŞAFT SİSTEMİNİN MODELLENMESİ VE LAYN HESAPLARININ YAPILMASI.....	23
4.1 Şaft Sisteminin Modellenmesi	24
4.1.1 Analitik Çözümde Kullanılacak Matematik Model	24
4.1.2 Sonlu Elemanlar Çözümünde Kullanılacak Sonlu Elemanlar Modeli	26
4.1.2.1 Sonlu Elemanlar Programı LUSAS'ın Ürettiği Sonlu Elemanlar Model Çıktısı	26
4.2. Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Yatak Yüklerinin Bulunması	27
4.3. Analitik Yöntem İle Yatak Yüklerinin Bulunması	27
4.3.1 Hiperstatik Sistemler Hakkında Genel Bilgiler	27
4.3.2 Kullanılacak Hesap Yönteminin Belirlenmesi ve Yöntem Hakkında Genel Bilgiler	27
4.3.2.1 Kuvvet Yöntemi ile İlgili Tanımlar	28
4.3.2.2. Kuvvet Yönteminin Prensibi	28
4.3.2.2.1 Süperpozisyon Prensibi.....	28
4.3.2.2.2 Süperpozisyon Denklemleri.....	29
4.3.2.2.3 Geometrik Uygunluk Koşulları (Süreklilik Denklemleri)	29
4.3.3 Sistemin Yatak Yüklerinin Kuvvet Yöntemi İle Bulunması	34
4.3. Sonlu Elemanlar Metodundan Elde Edilen Tesir Katsayısı Matrisi	45
5. SONUÇ	46
KAYNAKLAR	47
EKLER.....	49
ÖZGEÇMİŞ	50

SİMGE LİSTESİ

δ	Statik çökme, yatay yerdeğiştirme
φ	Açısal yerdeğiştirme
X	Hiperstatik bilinmeyen kuvvet
M	Eğilme momenti
N	Normal Kuvvet
T	Kesme Kuvveti
E	Elastisite modülü
G	Kayma modülü
L	Boy
F	Fahrenheit
C	Celcius
I	Atalet momenti
d	Çap
P	Güç
σ	Çekme gerilme
τ	Kayma gerilmesi
s	Emniyet katsayısı
ρ	Eğrilik
ω	Açısal frekans
F	Kuvvet
K	Rijitlik
m	Kütle
r	Yarıçap
Δ_L	Boy değişimi
ε	Şekildeğiştirme

KISALTMA LİSTESİ

IES	İzostatik esas sistem
kW	Kilowatt
m	Metre
mm	Milimetre
N	Newton

ŞEKİL LİSTESİ

- Şekil 2.1 Burulma titreşimleri ve ölçümleri
- Şekil 3.1 Mükemmel layn hali.
- Şekil 3.2 Layn kaçıklığından kaynaklanan kaplin arızası.
- Şekil 3.3 Açısal layn kaçıklığı
- Şekil 3.4 Paralel layn kaçıklığı
- Şekil 3.5 Kombine layn kaçıklığı
- Şekil 3.6 Layn hatasından kaynaklanan şaft bükülmesi
- Şekil 3.7 Gözle görülür bir layn kaçıklığı durumu.
- Şekil 3.8 Layn kaçıklığı nedeniyle kaplinde oluşmuş aşınma
- Şekil 3.9 Layna yanlış alınmış bir motor-pompa sisteminin 2 ay sürekli çalışmasının sonucu aşınan kaplin altında birikmiş kauçuk tozu.
- Şekil 3.10 Komperatör
- Şekil 3.11 Çift ters komperatör metodunda tipik komperatör sabitlemesi.
- Şekil 3.12 Kenar-yüz metodunda komperatörlerin tipik konumlandırılması.
- Şekil 3.13 Genel dik üçgen ve basitleştirilmiş layn ölçme aleti
- Şekil 3.14 “Rise” (kot farkı) ve “run” (ötelenme) kavramları
- Şekil 3.15 Sabit açıda rise/run ölçümleri
- Şekil 3.16 Tipik bir optik (lazerli) layn sistemi
- Şekil 4.1 Kiriş sistem olarak modellenecek örnek bir şaft sistemi.
- Şekil 4.2 Şekil 4.1’de gösterilen şaftın kiriş sistem modeli.
- Şekil 4.3 Şaftın analiz için çıkarılmış sonlu elemanlar modeli.
- Şekil 4.4 Hiperstatik kiriş sistemin elastik eğri ve sonlu elemanlar analizinden elde edilen mesnet tepkisi değerleri
- Şekil 4.5 Virtüel şekildeğiştirme durumu ve yükleme durumu
- Şekil 4.6 Süperpozisyon prensibi
- Şekil 4.7 A mesnetindeki dönme ve B mesnetindeki yatay hareket.
- Şekil 4.8 Dış yük, $X_1=1$ ve $X_2=1$ durumları.
- Şekil 4.9 İzostatik esas sistem ve hiperstatik bilinmeyen kuvvet “ X_1 ”
- Şekil 4.10 İzostatik esas sistem üzerine yapılan “sıfır yükleme”.
- Şekil 4.11 Sıfır yüklemesine ait mesnet tepkileri.
- Şekil 4.12 Sadeleştirilmiş sıfır yükleme
- Şekil 4.13 Sadeleştirilmiş izostatik esas sistem
- Şekil 4.14 Sadeleştirilmiş izostatik esas sisteme ait mesnet tepkileri

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 2.1	Genel imalat çelikleri
Çizelge 2.2	Ky yüzey pürüzlülük çizelgesi
Çizelge 2.3	Boyut faktörü çizelgesi
Çizelge 3.1	Layn toleransları
Çizelge 3.2	Makine aksamında sık kullanılan bazı malzemelerin lineer genleşme faktörleri
Çizelge 4.1	Sonlu elemanlar modelini oluşturmak ve analitik çözüm için kullanılan kullanılacak bazı veriler
Çizelge 4.2	Sonlu Elemanlar ve Analitik Yöntem Sonuçları

ÖNSÖZ

Bu tez çalışması süresince bana destek olan, yardımlarını eksik etmeyen

Prof. Dr. Bahri Şahin'e ve Prof. Dr. Hüseyin YILMAZ'a, iyi bir gemi mühendisi ve daha da önemlisi iyi bir insan olabilmem için öğrencileri olduğum süre boyunca beni eğittikleri için; **Yrd. Doç. Dr. Fuat ALARÇİN'e**, bu tez çalışmasını layıkıyla yapma fırsatını tanıdığı için ; **Yard. Doç. Dr. Sema Noyan ALACALI'ya** ayrıca her zaman her konuda kıymetli vaktini ayırdığı ve çok kritik noktalarda yaptığı kritik yardımları için; **Prof. Dr. Mesut GÜNER'e**, ve **Prof. Necati TAHRALI'ya** bitirme projemi hazırlayabilecek olgunluğa erişmemdeki süreçte bana disiplin, mücadele ve çalışma azmini aşılıp hiçbir konuda desteklerini esirgemedikleri ve bizler için hep daha iyisini yapma isteğindeki samimiyetleri için; **Prof. Dr. Tamer YILMAZ'a**, derslerinde kazandırdığı teknik bilgiler, ders dışındaki samimi, dostça tavırları ve güler yüzlülüğü ile her ihtiyacım olduğunda moral vermesi sayesinde mesleğimi daha çok sevmemdeki katkıları için; **Dr. M. Ali BAYKAL'a ve Sn. Yavuz KAYIHAN'a** eğitimim ve tezim için verdiği izinler, hoşgörü ve anlayışı ile beni destekledikleri için; **Mak. Müh. Şeref TÜYLÜCE'ye** mesleki tecrübelerini esirgemeyip bana devamlı cesaret verdiği için; **Dr. İbrahim ÇAĞLAYAN'a**, başlangıçtaki yardımları ve yönlendirmeleri için; **Arkadaşım Cüneyt ŞAHİN'e** tüm yoğunluğuna rağmen hiçbir konuda desteğini esirgemediği, çok uzaklarda olmasına rağmen dostluğu ve fedakârlığı ile her zaman yanımda olduğu için; **Arkadaşım Güven GONCA'ya**, faydalı fikir ve yönlendirmeleri ile yardımcı olduğu, çalışma azmi konusunda yalnız olmadığımı hissettirip kuvvet verdiği için; ve **Aileme**, çok teşekkür ederim...

ÖZET

Dünya çapında endüstriyel alanda layn (hizalama) kaçıklıkları nedeniyle milyarlarca dolar kaybedilmektedir. Layn konusu, dönel makine aksamına ilişkin endüstriyel her operasyonun kalbi ve ruhu sayılabilecek, dönel aksamı çalışma düzeninde tutabilecek en önemli faktördür.

Layn operasyonunun temel amacı dönel makine aksamının operasyon ömrünü uzatmaktır. Bu amaca yönelik olarak arızalanmaya en meyilli, hassas parçalar tasarım limitleri içinde çalıştırılmalıdır. Bu parçalar yataklar, contalar, kaplinler ve şaftlardır. Layn işlemi başarıyla gerçekleşmiş bir sistemde yataklardaki eksenel ve radyal kuvvetler kontrol altına alındığından dolayı yatak ömrü uzamış, dinamik operasyon durumlarında stabilite sağlanmış olmaktadır. Hassas layn işlemi kaplinlerdeki aşınmayı, şaftın yorulmadan ileri gelen arızalanma ihtimalini, güç iletiminden ileri gelen eğilmeleri önemli ölçüde azaltacak, dönel makine içinde parçalar arasında olması gereken açıklıkların düzgün ve homojen bir biçimde kalmasını sağlayacaktır.

Şaftı hizalama (layna alma) işlemi titreşim ve gürültü limitlerinin aşılmaması gereken teknelerde (özellikle askeri tekneler) daha büyük bir öneme sahiptir. Buradan yola çıkılarak dinamik hesaplar tezin amaç kapsamı dışında kalmasına rağmen, bir bütünlük oluşturabilmek adına tasarımda önemli bir yeri olan titreşim kontrolü konusuna da kısaca değinilmiştir.

Gelişen teknoloji daha ufak ve daha hızlı makinelerle daha yüksek güçler elde edebilmeyi mümkün kıldığından ilerleyen zaman içinde şaft layn işlemlerinin daha da önem kazanacağı açıktır.

Anahtar Kelimeler : Şaft, şaft layn operasyonları, layn hesapları, hiperstatik kirişler, kuvvet metodu, değişken kesitli kirişler, sonlu elemanlar metodu

ABSTRACT

Industry worldwide is losing billions of dollars a year due to misalignment of machinery. The heart and soul of virtually every industrial operation pivots on keeping rotating machinery in good working order.

The primary objective of accurate alignment is to increase the operating life span of rotating machinery. To achieve this goal, machinery components that are most likely to fail must operate well within their design limits. As the parts that are most likely to fail are the bearings, seals, coupling, and shafts, the accurately aligned machinery will reduce excessive axial and radial forces on the bearings to insure longer bearing life and rotor stability under dynamic operating conditions. Precise alignment will reduce the possibility of shaft failure from cyclic fatigue; it will minimize the amount of wear in the coupling components, alleviate the amount of shaft bending from the point of power transmission in the coupling to the coupling end bearing, and it will maintain proper internal rotor clearances.

Shaft alignment is a key issue about controlling vibration and noise levels. Thus it is critical especially in naval ships where stealth is a crucially important. Dynamic effects are out of scope of this thesis, but while vibration is a vital issue in design, only a small part given to vibration control.

Innovating technology makes possible faster but smaller machines produce more power, therefore it seems importance of shaft alignment keep increase hereinafter.

Keywords : Shafts, shaft alignment, shaft alignment calculations, indeterminate beams, force method, variable crossection beams, finite element method.

1. GİRİŞ

Gemi şaftı, makinede üretilen torku pervaneye ileten, sevk sisteminin önemli bir parçasıdır. İçleri boş veya dolu olarak dizayn edilebilen şaftlar yataklar tarafından desteklenir. Genellikle burulma ve eğilmeye kalırlar. Şaft dizaynında temel olarak kritik noktalarda, ifade edilen bu zorlanmalardan dolayı artan gerilmeler göz önünde bulundurulur.

1.1 Şaft Malzemeleri

Gemi şaftları demir esaslı ve demir dışı malzemelerden yapılabilir. Genellikle kullanılan demir esaslı bazı malzemeler şunlardır :

Sıcak haddelenmiş yalın karbon çeliği :

Şaft için en ucuz malzemelerdir. Sıcak haddelendikleri için talaşlı şekillendirme ile yüzey pürüzleri giderilmelidir.

Soğuk çekilmiş yalın karbon/alaşım kompozisyonu :

Soğuk çekildiklerinden pürüzsüz ve parlak yüzeye sahiptirler ve bu yüzden talaş kaldırma ihtiyaçları minimum düzeydedir. Oldukça yaygın kullanılan bu işlem, daha yüksek bir akma dayanımı sağlamaktadır.

Alaşımli çelikler :

Alaşım elementleri sayesinde çeliğin belli fiziksel özellikleri geliştirilebilir. Alaşım elementlerinin avantajlarından faydalanabilmek için üretimden sonra ısıtıl işlem gerekir. Nikel, krom ve vanadyum bazı alaşım elementleridir. Alaşımli çeliklerden imal edilmiş şaftlar maliyetlerinin yüksekliğine rağmen gemilerde maruz kalınan ağır şartlarda kullanılmalıdırlar. Alaşımli çeliklerden imal edilmiş şaftların kırılma, çatlama ve şekil değiştirmeye karşı dirençleri ısıtıl işlemlerle artırılmıştır. Artık gerilmeleri de karbon çeliklerine göre daha düşüktür. Şaftlar ayrıca aşınmaya karşı dayanıklı olmalıdırlar. Bu nedenle şaft yüzeyi şartleştirme işlemlerine tabi tutulur (Oberg, Jones, Horton, ve Ryffel, 2000).

2. GEMİ ŞAFT DİZAYNINDA YAPILMASI GEREKEN KONTROLLER

Genellikle gemi şaftları, mukavemet, şekil değiştirme ve titreşim bakımından kontrol edilir.

2.1 Mukavemet Kontrolü

Şaftlar burulmaya ve eğilmeye, yani birleşik gerilmeye zorlanmaktadır. Mukavemet hesabını gerçekleştirmek için şaftın; desteklenme ve kuvvetlerin tatbik noktalarını belirten bir modeli oluşturulur; bu modele göre tepkiler hesaplanır, gerekirse eğilme diyagramı çizilir ve maksimum M_e eğilme momenti tayin edilir. Birçok durumda şaft şekilde gösterildiği gibi çeşitli düzlemlerde bulunan kuvvetlere zorlanır. Bu durumda kuvvetlerin dikey (v) ve yatay (h) düzlemindeki bileşenleri tayin edilir (F_v, F_h), bu bileşenlerine göre her iki düzlemde tepkiler (A_v, A_h, B_v, B_h) ve bunlara bağlı olarak çeşitli kesitlerde yine iki düzlemde eğilme momentleri hesaplanır (M_v, M_h). Bu momentlere göre;

$$M_e = \sqrt{M_v^2 + M_h^2} \quad (2.1)$$

bağıntısı ile toplam eğilme momenti değeri bulunur. Milin boyutlandırılması için maksimum eğilme momenti alınır.

İletilen P (kW) güç ve n (d/d) dönme hızından hareket ederek burulma momenti;

$$M_b = 9550 \cdot \frac{P}{n} \quad (\text{N.m}) \quad (2.2)$$

bulunur ve moment diyagramı çizilir. Bu diyagramın çiziminde dikkat edilecek husus 2.1 bağıntısı ile bulunan burulma momentinin maksimum değeri, mile giriş değeri olarak alınır. Bu değer, momentin başka bir mile iletildiği yere kadar sabit kaldığı kabul edilir.

Eğilme ve burulma momentlerinin meydana getirdiği eğilme ve burulma gerilmeleri sırasıyla;

$$\sigma_e = \frac{M_e}{W} = \frac{M_e}{\frac{p \cdot d^3}{32}} ; \tau_e = \frac{M_b}{W_p} = \frac{M_b}{\frac{p \cdot d^3}{16}} \quad (2.3)$$

şeklinde yazılır. Burada d çap, W_p ise polar mukavemet momentidir. Bileşik gerilmeleri tayin ederken şaftlarda şu hususların göz önünde tutulması gerekir. Şaft dönen bir eleman olduğu için, eğilme momenti sabit olsa dahi eğilme gerilmeleri tam değişkendir. Buna karşılık burulma momenti, statik, değişken veya tam değişken olabilir. Burulma momenti zamana bağlı olarak uzun bir süre büyüklüğünü ve yönünü değiştirmezse, buna statik zorlanma

denebilir. Şaft sık sık durur ve aynı yönde yeniden çalışırsa veya hız kutularında olduğu gibi sık sık hız değiştirirse, buna genel değişken zorlama, sık sık yön değiştirirse, buna tam değişken zorlama denilebilir. (Bozacı, 2002).

Bu hususlar dikkate alınırsa şaftlar esasen genel değişken zorlamalara maruzdur. Bu nedenle hesap aşağıdaki şekilde yapılır:

2.1.1 Boyutlandırma:

Pratikte en çok rastlanan eğilme gerilmelerin tam değişken ve burulma momentlerinin statik olduğu durumlarda bileşik moment;

$$M_B = \sqrt{\left(\frac{s_{AK}}{s_D^*}\right) \cdot M_e^2 + 0,75 \cdot M_b^2} \quad (2.4)$$

olarak yazılır ve şaft çapı;

$$W = \frac{\pi \cdot d^3}{32} \geq \frac{M_B}{(\sigma_{AK}/s)} \quad \text{buradan} \quad d \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_B}{\pi \cdot (\sigma_{AK}/s)}} \quad (2.5)$$

bağıntısından bulunur.

2.1.2 Kontrol Hesabı

Eğilme gerilmeleri tam değişken ve burulma gerilmeleri statik olduğu durumlarda bileşik gerilmeleri ve kontrol hesabı;

$$\sigma_B = \sqrt{\sigma_e^2 + 3 \cdot \tau^2} \leq \frac{\sigma_{AK}}{s} ; \quad s = \frac{\sigma_{AK}}{\sigma_B} \quad (2.6)$$

bağıntıları ile gerçekleştirilir. Burada;

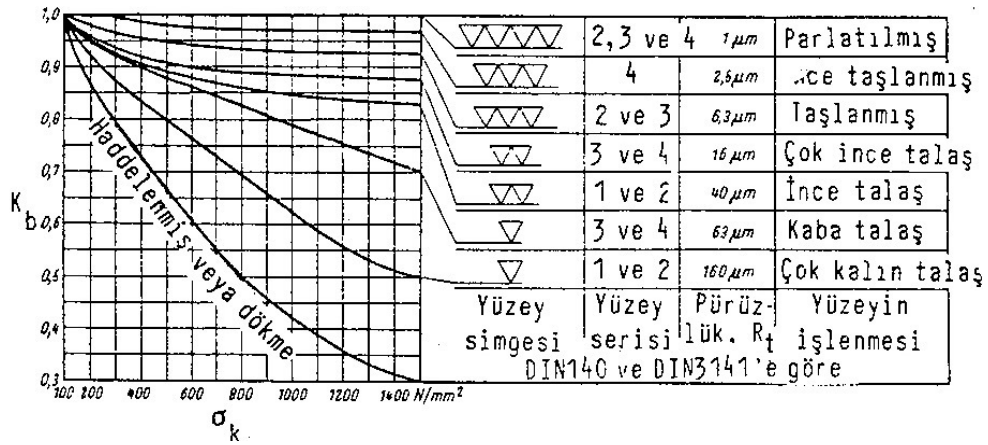
$$\sigma_e = \sigma_0 + \frac{\sigma_{AK}}{\sigma_D^*} \times \sigma_g \quad \text{ve} \quad \tau_b = \tau_0 + \frac{\tau_{AK}}{\tau_D^*} \times \tau_g \quad \text{olarak verilir.}$$

Yukarıdaki bağıntılarda, malzemenin akma sınırı σ_{AK} , Çizelge 2.1 yardımıyla seçilir.

Çizelge 2.1 Genel imalat çelikleri (Bozacı, 2002).

Malzeme	$\sigma_{KOP}(N/mm^2)$	$\sigma_{AK}(N/mm^2)$
St 33	320-490	18
St 34	330-410	20
St 37	360-440	23
St 42	410-490	25
St 46	430-530	28
St 50	490-590	29
St 52	510-610	35
St 60	590-710	33
St 70	690-850	36

Şaftın sürekli mukavemet sınırı $\sigma_D^* = (K_y \cdot K_b / K_C) \cdot \sigma_D$ ve malzemenin sürekli mukavemet sınırı $\sigma_D = 0,5 \cdot \sigma_K$ bağıntıları ile tayin edilir. K_y pürüzlülük faktörü Çizelge 2.2'den seçilir.

Çizelge 2.2 K_y yüzey pürüzlülük çizelgesi (Bozacı, 2002).

K_b boyut faktörü Çizelge 2.3'den yararlanılarak tayin edilir.

Çizelge 2.3 Boyut faktörü çizelgesi.

Elemanın Çapı (mm)	10	20	30	40	50	60	70	80	100	120
K_b	1	0,94	0,88	0,85	0,81	0,78	0,76	0,74	0,73	0,72

K_C çentik faktörü ise şaftın düz kabul edileceğinden 1 alınır. Emniyet katsayısı s ;

- $s = 1.5 - 2$, nispeten sabit çevre şartları altında çalışan ve kolayca tesbit edilebilen kuvvetler ile gerilmelere maruz kalan ve özellikleri çok iyi bilinen malzemeler için;

- $s = 2 - 2.5$, normal çevre şartları altında çalışan ve tespit edilebilen kuvvetler ile gerilmelere maruz kalan orta kaliteli malzemeler için;
- $s = 2.5 - 3$, normal çevre, kuvvet ve gerilme şartları altında çalışan az denenmiş ve kırılğan malzemeler için;
- $s = 3 - 4$, belirsiz çevre şartlarında çalışan veya belirsiz gerilmelere maruz kalan malzemeler için;
- $s \geq 5$, Burkulmaya zorlanan malzemeler için kullanılır.

2.1.3 Yaklaşık Hesap Yöntemi

Bazı hallerde ilk boyutlandırma, bilhassa uzun millerde nispeten küçük τ_{em} değeri alınarak sadece burulma momentine göre yapılır. Böylece 5.3 denkleminde;

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16.M_b}{\pi.\tau_{em}}} \quad (2.7)$$

bulunur.

Burada; St 42'den yapılan transmisyon milleri için: $\tau_{em} = 12 - 18 \text{ N/mm}^2$ olarak alınır.

Çap bulunduktan sonra yukarıda gösterildiği gibi shaft, bileşik gerilme haline göre hem eğilme ve hem de burulma yönünden kontrol edilir.

2.2 Şekil Değiştirme Kontrolü

Şaftlarda meydana gelen şekil değiştirmeler eğilme ve burulma zorlanmalarına bağlıdır. Ancak gerilmelerin aksine, eğilme şekil değiştirmeleri ve burulma şekil değiştirmeleri birbirinden bağımsız olarak hesaplanır ve değerlendirilir (Bozacı, 2002).

2.2.1 Eğilme Şekil Değiştirmesi

Eğilmeden meydana gelen şekil değiştirmeler, sehim (δ) ve eğim açısı (ϕ) 'dır. Bu şekil değiştirmeler;

$$d^2y / dx^2 = 1/\rho = - M_e/E.I \quad (2.8)$$

şeklinde yazılan elastik eğri denkleminde hesaplanır. Burada ρ elastik eğrinin eğrilik yarıçapı, E malzemenin elastisite modülü ve I kesit atalet momentidir. Bu denklemi çözmek için analitik, grafik ve grafo-analitik olmak üzere üç yöntem mevcuttur. Analitik yöntem (2.8) denkleminin integrasyonuna bağlıdır. Bu denklem bir defa integre edilirse eğilme açısı;

$$\varphi = \int - (M_e/E.I).dx + c_1 \quad (2.9)$$

ve iki defa daha integre edilirse sehimi;

$$y = \iint - (M_e/E.I).dx^2 + c_1 + c_2 \quad (2.10)$$

elde edilir. Burada c_1, c_2 integrasyon sabitleri, sınır şartlarına ve uçların destekleme şekline göre tayin edilir. Burada sehimin maksimum değeri δ ($y_{maks} = \delta$) ile ifade edilecektir. Pratikte en çok rastlanan haller için gerek sehimi, gerekse eğim açısı değerleri hesaplanmış olarak şaft örneği için verilmiştir.

Tüm bu bağıntılar uzunluk boyunca kesitleri sabit olan miller için geçerlidir. Kesitleri değişken olan millerin şekil değiştirme hesabı grafik veya grafo- analitik yöntemlerle çözülür.

Aşırı şekil değiştirmeler şaftın ve üzerinde bulunan elemanların normal çalışmalarını engellemektedir. Örneğin yataklarda köşe sürtünmesi gibi olaylar meydana gelmektedir. Bu nedenle şekil değiştirmeler sınırlanmaktadır (Bozacı, 2002).

Pratik bakımdan bu sınırlama;

$$\delta \geq \delta_{em} \quad \text{ve} \quad \varphi \geq \varphi_{em} \quad (2.11)$$

şeklinde ifade edilebilir. Genel makine konstrüksiyonunda $\delta_{em} \leq 0,0005.L$ değeri tavsiye edilebilir. Burada L iki yatak arasında milin uzunluğudur. Emniyet eğim açısı genel olarak $\varphi_{em} \geq 0,001$ rad olması önerilebilir.

Milin eğilme rijitliği:

$$K = F / \delta \quad (2.12)$$

şeklinde ifade edilir. Gemi şaftı için eğilme rijitliği şu şekilde hesaplanır;

$$\delta = \frac{F.a.(a+l)^2}{3.E.I} ; \quad I = \frac{\pi.d^4}{64} \quad (2.13)$$

olarak verilir.

2.2.2. Burulma Şekil Değiştirmesi

Mukavemet esaslarına göre burulma açısı, $I_p = \pi.d^4/32$ değeri ile;

$$\theta = \frac{M_b \times L}{G \times I_p} = \frac{32 M_b \times L}{G \times \pi \times d^4} \leq \theta_{em} \quad (2.14)$$

şeklinde yazılır. Müsaade edilebilecek burulma açısının (θ_{em}) değeri çalışma şartlarına göre değişir. Genellikle 1 m. uzunlukta $\theta \leq 0,005$ radyanlık bir burulma açısına müsaade edilir.

2.3. Titreşim Kontrolü

Titreşim kontrolü eğilme titreşimleri şekil değiştirmede olduğu gibi ve burulma titreşimleri olarak iki farklı başlıkta incelenebilir. Dinamik hesaplar bölümün konusu kapsamının dışında kalmasına rağmen, bu alt bölümde dizaynda önemli bir yer tutan ve çok detaylı araştırma ve analizler gerektiren titreşim kontrolü konusunda temel bilgilere yer verilmesi uygun görülmüştür.

2.3.1. Eğilme Titreşimleri (Yanal Titreşimler)

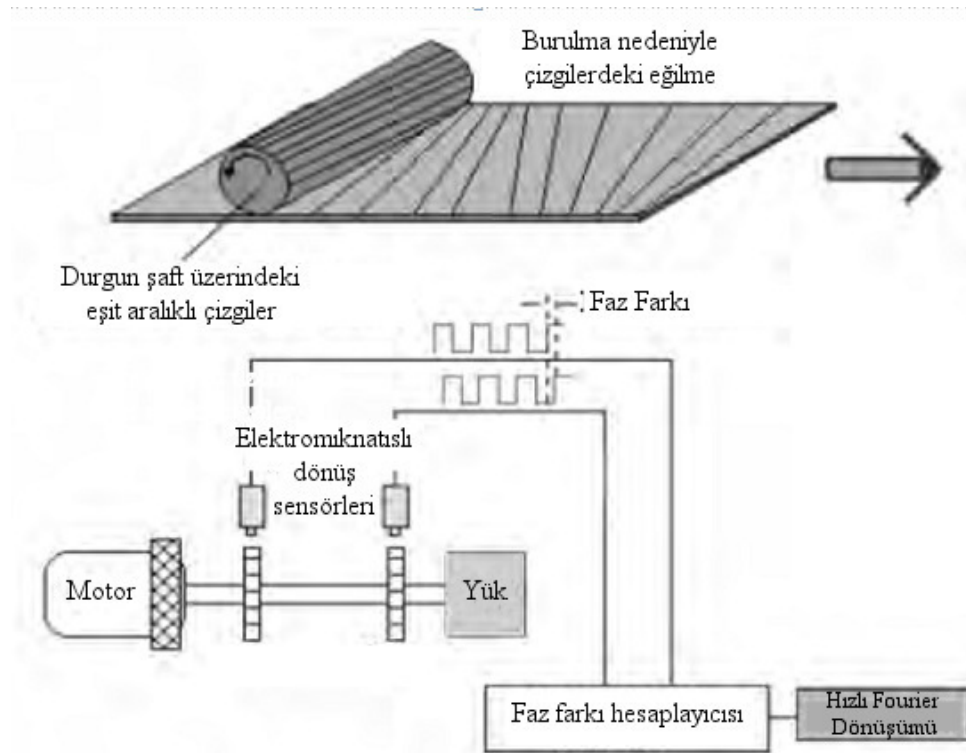
Genellikle şaftın üzerine yerleştirilmiş olan dönel elemanların ağırlık merkezleri, imalat ve montaj hataları nedeniyle şaft merkezi ile çakışmaz; aralarında bir “e” eksantritesi vardır. Bu problemi basitleştirmek için şaftın kütlesi ihmal edilir; ancak şaftın bir “k” rijitliğine sahip olduğu kabul edilir.

Şaft üzerinde kütlesi m olan silindirik elemanın dönmesi esnasında dengelenmemiş kütlenin meydana getirdiği $F_z = m.r.\omega^2$ merkezkaç kuvvetinin etkisi altında şaft eğilecektir. Bu kuvvete, şaftın rijitliğinden meydana gelen $F_r = k.y$ değerindeki elastik kuvvet karşı gelir. Belirli bir ω açısal hızında denge sağlandığı durumda, şaftta belirli bir y çökmesi meydana gelir ve şaft bu şekilde dönmeye devam eder. Böylelikle eğilme titreşimleri meydana gelmiş olur (Bozacı, 2002).

2.3.2. Burulma Titreşimleri (Açısal titreşimler)

Burulma titreşimleri, dönen millerde burulma moment etkisiyle atalet kuvvetlerinin dönmeye karşı oluşturdıkları direnç nedeniyle oluşur. Burulma titreşimleri, dönen bir şaft üzerindeki iki noktanın birbirlerine göre açısal yer değiştirmesine neden olur. Durağan bir şaftının çevresi üzerinde doğrusal iki nokta seçildikten sonra şaftın güç iletmeye başlaması, şaftın burulmasına ve seçilen iki noktanın artık aynı doğru ile birleşmemesi ile sonuçlanır. Bu durum Şekil 2.1’de gösterilmiştir.

Burulma titreşimlerini ölçmek için bir çift elektromanyetik dönüş sensörü kullanılmaktadır. Titreşim ölçme cihazı shaftın güç iletim ve yük uçları arasında oluşan burulmayı faz farkı cinsinden göstermektedir. Elde edilen faz farkı hızlı işlemciler vasıtasıyla yapılan frekans hesaplamaları ile burulma titreşimlerine dönüştürülür (Girdhar, 2004).



Şekil 2.1 Burulma titreşimleri ve ölçümleri (Girdhar, 2004).

Eğilme titreşimlerinde rezonans modları yataklar tarafından etkin olarak sönümlenirken burulma titreşimlerinde rezonans modlarının sönümü çok azdır. Bu nedenle burulmada rezonans kontrolü şarttır. Şekil 2.1’de görülebildiği üzere burumla titreşim modelleri basittir ve bu modellerden daha kesin sonuçlar alınabilir. Eğilme titreşim modellerinde ise yatak ve kaplinlerin dinamik davranışlarındaki belirsizliklerden dolayı sonuçlar kesinlik arz etmemektedir. Ölçüm ve gözlem bazında karşılaştırıldığında ise eğilme titreşimleri için ölçümler kolayca yapıp tehlike arz eden durumlarla karşı karşıya gelinmeden önlemler alınabilirken burulma titreşimleri görünür herhangi bir belirti olmaksızın çok tehlikeli sonuçlar doğurabilirler (Maurice, 2000).

2.4. Türk Loydu'na Göre Gemi Şaftının Boyutlandırılması

Türk Loydu Cilt B Makine Kuralları Bölüm 4 C'ye göre en küçük shaft çapı aşağıdaki formülle hesaplanır;

$$d \geq F.k.\sqrt[3]{\frac{P_w}{n.\left[1-\left(\frac{d_i}{d_d}\right)^4\right]}.C_w} \leq d_a \quad (2.15)$$

- d (mm): şaftın gereken dış çapı
- d_i (mm): içi boş olan şaftlarda iç çap.
- F : sevk sistemine ait boyutsuz faktör
(Pervane şaftları için : 100)
- C_w : Malzeme faktörü
- d_a (mm): gerçek şaft çapı
- P_w (kW): şaftın ilettiği güç
- k : şaft tipine ait faktör
- n (dk^{-1}): şaftın devir sayısı
- $R_M \leq 600 \text{ N/mm}^2$ olmalıdır.

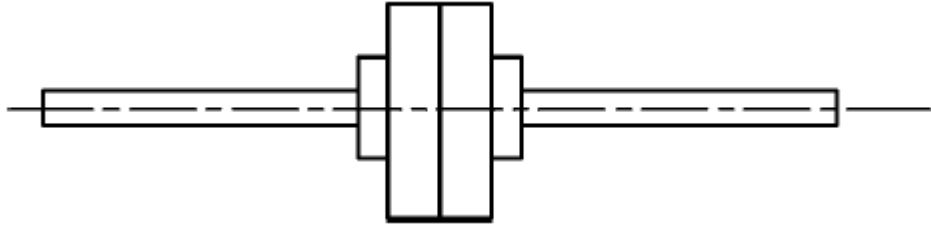
Eğer bu çap $0,4.d$ 'ye eşit veya bundan küçük ise $1 - (d_i/d_d)^4 = 1$ alınabilir.

$$C_w = \frac{560}{R_M + 160}$$

3. Şaft Layn Operasyonu

Dünya çapında endüstriyel alanda layn kaçıklıkları nedeniyle milyarlarca dolar kaybedilmektedir. Layn konusu, dönel makine aksamına ilişkin endüstriyel her operasyonun kalbi ve ruhu sayılabilecek, dönel aksamı çalışma düzeninde tutabilecek en önemli faktördür.

Hassas bir layn operasyonunun temel amacı dönel makine aksamının kullanım ömrünü artırmaktır. Bunu başarmak için arızalanması muhtemel makine elemanları dizayn limitlerinde çalıştırılmalıdır. Arızalanması en muhtemel elemanlar yataklar, contalar, kaplinler ve şaftlar olduğundan, tam layna alınmış makine aksamı; yataklar üzerindeki eksenel ve radyal kuvvetleri azaltarak daha uzun ömürlü olmalarını ve dinamik çalışma şartlarında rotorun da stabilitesini sağlamaktadır.



Şekil 3.1 Mükemmel layn hali (Mobley, 2004)

Yanlış bir layn operasyonunun motor verimine herhangi bir etkisi olmamasıyla birlikte, sistemin doğru laynda olması, gücün tahrik edilen ekipmana etkin bir şekilde aktarılmasını sağlamaktadır.

Layn kaçıklığı, motor ve tahrik edilen ekipmanın eksenlerinin çakışmaması, aynı düzlemde olmamalarından kaynaklanmaktadır. Bu durum, kaplin ve yatak sıcaklıklarının yükselerek iş görmez hale gelmelerine ve titreşim ve gürültü limitlerinin aşılmasına neden olduğundan özellikle askeri teknelerde hayati bir önem arz etmektedir.

Layn kaçıklığı kendini çok iyi saklayabilen bir durumdur. Bu durum etkisini zaman içinde yavaş yavaş gösterdiğinden gözlemlenebilenler sadece layn kaçıklığının ikincil etkileridir.



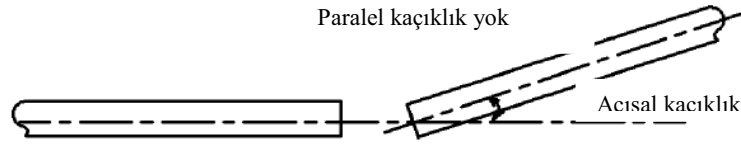
Şekil 3.2 Layn kaçıklığından kaynaklanan kaplin arızası.

Layn kaçıklığının semptomları şöyle sıralanabilir :

- 1) Şaft ve yataklarda erken arızalanmalar,
- 2) Kaplinlerin ve contaların sık sık arızalanması çabuk aşınması,
- 3) Yataklarda veya yataklara yakın bölgelerde sıcaklıkların yükselmesi,
- 4) Boşaltılan yağ sıcaklığının normalden yüksek olması,
- 5) Yatak contalarında fazla miktarda yağlayıcı sızıntısı,
- 6) Benzer birkaç parçanın beklenenden kısa ömürlü olması,
- 7) Kaplinlerde cıvataların gevşemesi veya kırılması,
- 8) Kaplin muhafazasının iç tarafında aşırı miktarda grese (veya yağa) rastlanması,
- 9) Makine temelindeki cıvataların gevşemesi,
- 10) Şaftın kaplin göbeğine veya yataklara yakın yerlerden çatlaması veya kırılması.

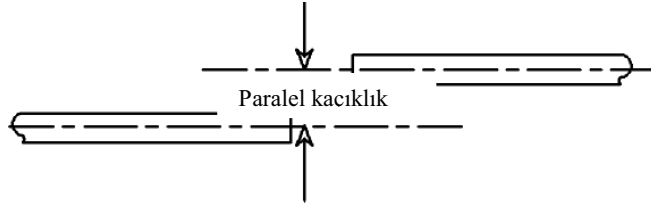
Layn kaçıklığı durumu, 3 farklı boyutta incelenebilir :

1- Açısal layn kaçıklığı, motor ile tahrik edilen ekipman birbirleriyle belli bir açı yapacak şekilde konumlandırıldığında ortaya çıkmaktadır. Bu açı sağa, sola yukarı veya aşağı olabilir. Bu olay şu şekilde de tarif edilebilir : Motor merkez hattı ile tahrik edilen elemanın merkez hatları uzatıldığında, merkez hatları süperpoze olmak veya ortak tek bir çizgi üzerinde birleşmek yerine birbirleriyle tek bir noktada kesişirler ve doğrultuları boyunca sonsuza doğru devam ederler. Bu durum makine aksamında çok ciddi hasarlara yol açar.



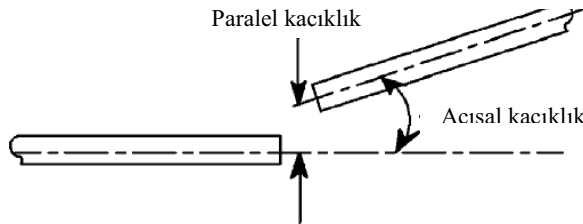
Şekil 3.3 : Açısal layn kaçıklığı (Moblely, 2004)

2- Paralel Layn Kaçıklığı, iki shaftın merkez hattı paralel fakat aynı çizgi üzerinde kesişmediğinde ortaya çıkar. Yatay dikey veya her iki doğrultuda hiza kaçıklığı halidir. Sağa veya sola kaymış veya farklı kotlarda konumlandırılmış hali tarif eder.

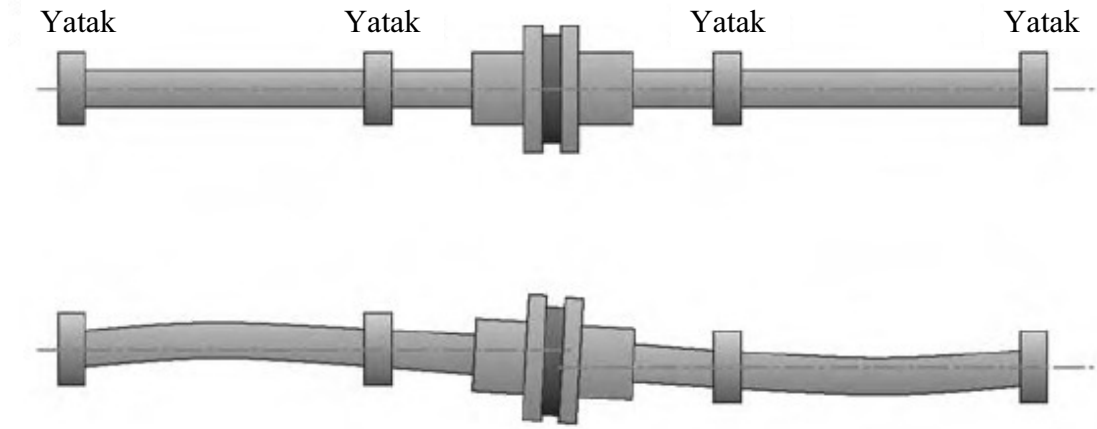


Şekil 3.4 : Paralel layn kaçıklığı (Moblely, 2004)

3- Kombine Layn Kaçıklığı, yukarda bahsedilen her iki durumun birlikte gözlendiği haldir.



Şekil 3.5 : Kombine layn kaçıklığı (Moblely, 2004)



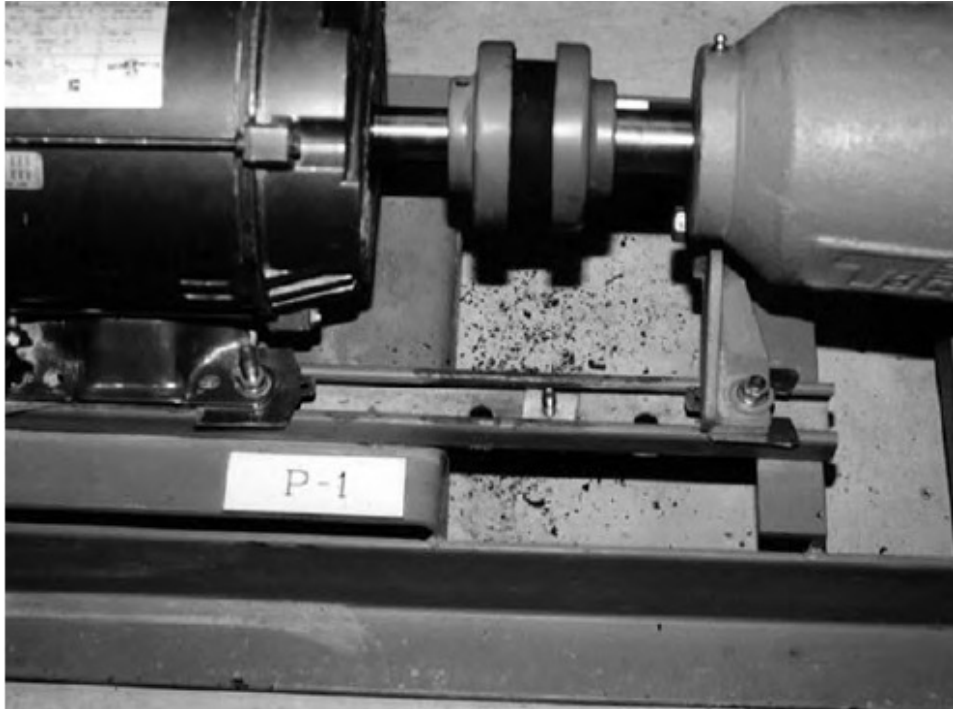
Şekil 3.6 Layn hatasından kaynaklanan şaft bükülmesi (Piotrowski, 2007).



Şekil 3.7 Gözle görülür bir layn kaçıklığı durumu (Piotrowski, 2007).



Şekil 3.8 Layn kaçıklığı nedeniyle kaplinde oluşmuş aşınma (Piotrowski, 2007).



Şekil 3.9 Layna yanlış alınmış bir motor-pompa sisteminin 2 ay sürekli çalışmasının sonucu aşınan kaplin altında birikmiş kauçuk tozu (Piotrowski, 2007).

3.1 Kaplinler :

Büyük motorlar genellikle yüklerine göre rijit veya esnek kaplinlerle kaplinlenir. Rijit kaplinler layn kaçıklığını tolere etmezken esnek kaplinler küçük miktardaki kaçıklıkları tolere edebilirler. Ayrıca bunlar bir parçadan diğerine geçişte önceki parçadan kaynaklanan titreşimleri ve azaltırlar, bazıları istenmeyen elektrik akımlarının geçişine de mani olurlar.

Esnek kaplinlerde, az bir layn operasyonu yeterli olmaktadır fakat aşırı layn kaçıklıkları olması durumunda kaplin esnekliğinin bunu tolere etmesini beklemek yanlış olur çünkü şaft, motor ve tahrik edilen elemanın yataklarından gelen kuvvetler tarafından zorlanacaktır. Bu kuvvetler yataklarda, contalarda ve kaplinlerde zamanından önce işlevselliğini yitirmeye, şaft kırılmalarına veya çatlamalarına ve aşırı radyal ve eksenel titreşimlere neden olur. İkinci bir etki ise temel ve kaplin cıvatalarının gevşemesi veya kırılmasıdır. Şaft yanlış olarak layna alındığında her halükarda operasyon ömrü kısalmır.

3.2 Layn Toleransları

Uygun bir şaft layn operasyonu özellikle yüksek devirde işletilen makinelerde (ör: askeri gemi makineleri) daha da önem kazanmaktadır. Tipik layn toleransları aşağıdaki Çizelge 3.1’de özetlenmiştir.

Çizelge 3.1. Layn toleransları (U.S. Department of Energy, 2005).

Motor Hızı (RPM)	Paralel kaçıklık (x 10⁻³ inç)		Açısallık (x 10⁻³ inç)	
	Harika	Kabul Edilebilir	Harika	Kabul Edilebilir
1200	+/- 1,25	+/- 2,0	0,5	0,8
1800	+/- 1,0	+/- 1,5	0,3	0,5
3600	+/- 0,5	+/- 0,75	0,2	0,3

Pratikte uygun laynı yakalamak komperatörler, lazerli layn aletleri gibi ekipmanları kullanmaksızın çok zordur.

3.3 Layn Aletleri ve Metotları

Makine dizilerini layna almak için “komperatör yardımı ile layna alma” ve “optik (lazerle) layna alma” olmak üzere iki ana yöntem vardır. Bu bölümde komperatör metodu ağırlıklı olmak üzere layna alma metotlarından bahsedilecektir.

Komperatör metotları (ters komperatör ve kenar-yüz metodunun her iki çeşidi) aynı tip komperatör ve montaj aparatlarını kullanırlarken, bunların sayıları ve şaft üzerindeki konumları farklılık göstermektedir.

Optik metotta komperatör kullanılmazken lazer vericileri ve alıcıları kullanılmaktadır. Komperatör ve optik metotlarda kullanılan teçhizatlar ve bunların konumlandırılması farklı olmasına rağmen bu iki metodun dayandığı teori aslında benzerdir.

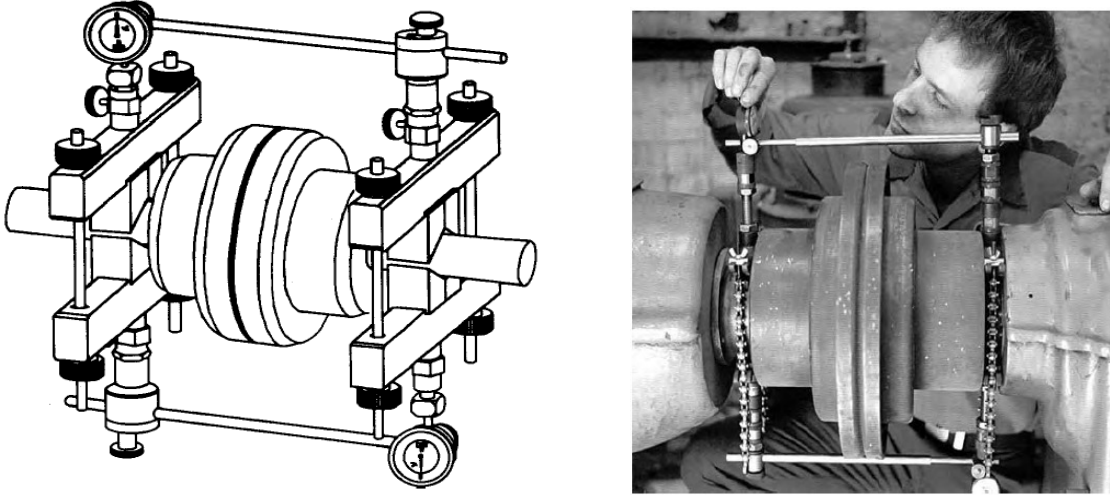
Her iki metot da, önceden belirlenmiş bir durağan elemanı referans alarak hareketli elemandaki şaftın paralel kaçıklık ve açısallığını ölçer ve durağan ünitenin düzgünce tesis ve monte edildiğini, ayar pullarının ve cıvatalarının teknik olarak mükemmel ayarlandığını farz eder.



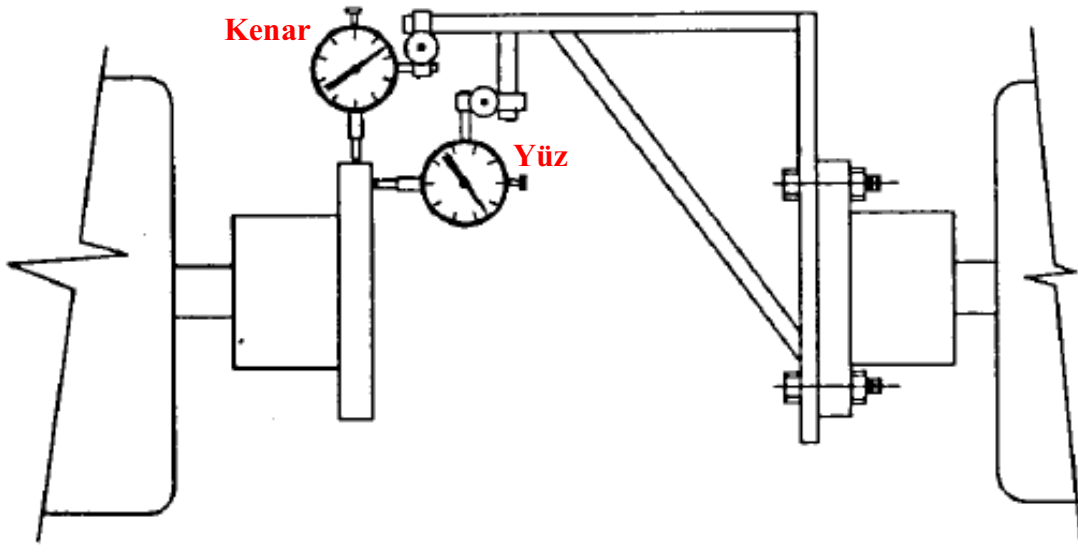
Şekil 3.10 Komperatör (Piotrowski, 2007).

3.3.1 Komperatör Metotları

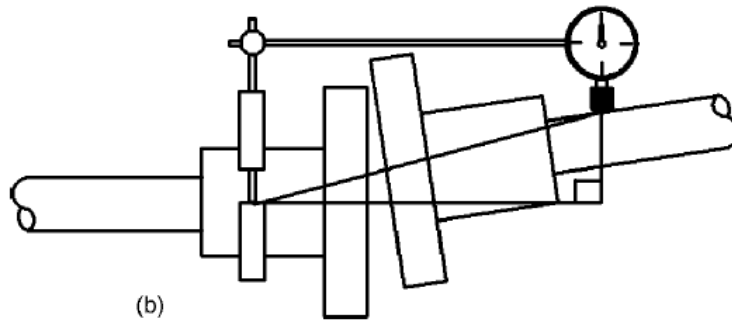
Makine aksamalarını komperatörlerle layna almak için 3 metot vardır. Bu metotlar (1) Okumaların durağan makine üzerinden alındığı çift komperatör metodu (2) Okumaların ayar pullarıyla ayarlanacak makineden alındığı çift komperatör metodu ve (3) çift ters komperatör metodu. 1. ve 2. Metodlar çoğunlukla kenar-yüz metodu olarak adlandırılan tek bir metod olarak dikakte alınmaktadırlar.



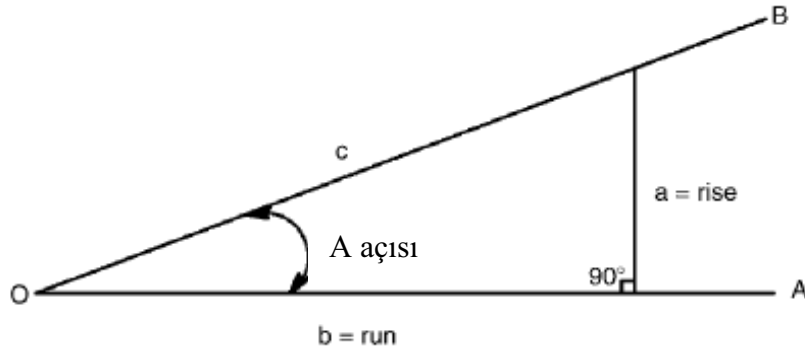
Şekil 3.11 Çift ters komperatör metodunda tipik komperatör sabitlemesi (Piotrowski, 2007).



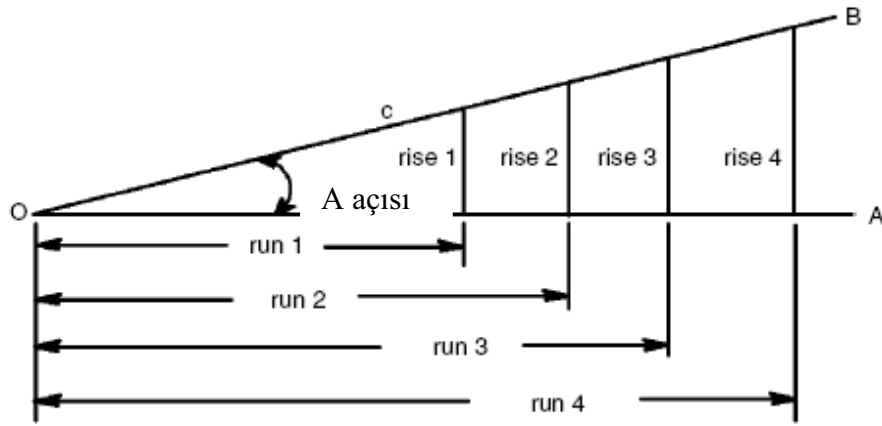
Şekil 3.12 Kenar-yüz metodunda komperatörlerin tipik konumlandırılması (Essinger, 1995).



Şekil 3.13 Genel dik üçgen ve basitleştirilmiş layn ölçme aleti (Mobley, 2004)



Şekil 3.14 “Rise” (kot farkı) ve “run” (ötelenme) kavramları (Mobley, 2004)



Şekil 3.15 Sabit açıda rise/run ölçümleri (Mobley, 2004)

A açısı herhangi bir rise/run ölçümü ile hesaplanabilir :

$$"A \text{ açısı}" = \frac{rise_1}{run_1} = \frac{rise_2}{run_2} = \frac{rise_3}{run_3} = \frac{rise_4}{run_4}$$

Örneğin, bir makine ayağının rise'ı 0,5 inç ve run'ı 12" ise :

$$"A \text{ açısı}" = \frac{5"}{12"} = 0,042$$

Diğer makinenin de ayağı 12" kadar ötelenmişse (toplam run=24") şu ilişki kurulabilir :

$$\frac{X}{24"} = 0,042$$

X veya rise = 1 inç olarak bulunur.

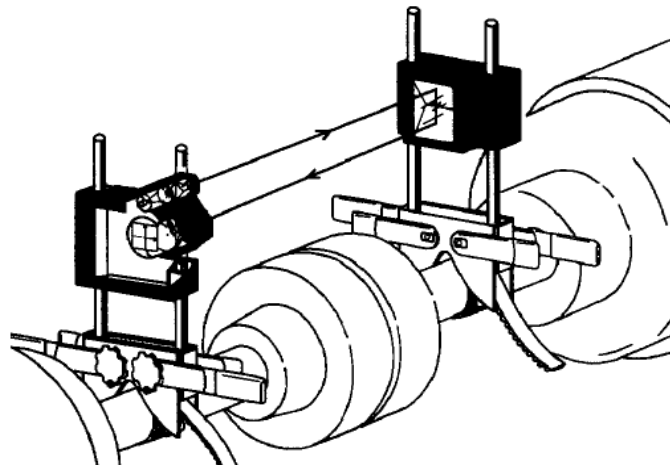
3.3.2 Optik Veya Lazerli Layn Metodu

Optik veya lazerli layn sistemleri ters komperatör metodu ile aynı prensiplere dayanır fakat bu sistemlerde mekanik ölçme tertibatının yerini “lazer” olarak adlandırılan optik bir alet almaktadır. Bu yöntemde ölçülen, ters komperatör metodunda olduğu gibi paralel kaçıklıktır. Açısallık ise hesapla elde edilir. Şekil 3.16’da ters komperatör metoduna benzer olarak rijit sabitlenmiş iki adet verici ve alıcıya sahip tipik bir sistem görülmektedir.

Şaft, pozisyonlardan birine (ör. Saat 12, saat 3 poz.) döndürüldüğünde verici kaplin üzerinden bir lazer ışını gönderir ve paralel kaçıklık ve açısallık bu şekilde belirlenerek kaydedilir.

Avantajları :

Optik layn sistemleri birçok avantaj sağlarlar. Lazer sistemi mekanik sistemlerde karşılaşılan mekanik sapma ve ölçüm aletinin aşınmasından kaynaklanan hataları elemine ederler. Ayrıca bu sistemlerde komperatörle layna alma işleminde olduğu gibi herhangi bir çökme de söz konusu değildir. Tüm bu avantajlar elde edilen verilerin kesinlik ve tekrar kontrol edilebilme kolaylığını artırır. Birçok lazerli layn sisteminde ters komperatör ve kenar-yüz metodunda kaydedilmesi söz konusu hataları elemine edebilecek bir mikroişlemci bulunmaktadır. Bu sistemlerde konumlandırma otomatik olarak yapılır ve operatör hataları elemine edilmiş kesin sonuçlar verirler.



Şekil 3.16 Tipik bir optik (lazerli) layn sistemi (Mobley, 2004)

Bu mikroişlemci tabanlı sistemler otomatik olarak hata düzeltme faktörlerini de hesaplarlar. Bu mikroişlemcili sistemler düzgün olarak sabitlenip şaft doğru pozisyona döndürüldüğünde, makine sisteminin her bir komponentinin her bir ayağı için uygun düzeltmeyi hesaplar ve ekranda yansıtırlar. Bu özellikler layn operasyonunun doğruluğunu muazzam bir oranda artırmaktadır.

Dezavantajları :

Optik layn sistemleri lazer ışını transferine bağlı olduklarından bazı ortamlarda problem teşkil edebileceklerinden şüphe edilmektedir. Isı dalgaları, buhar, sıcaklık değişimleri, güçlü güneş ışını ve toz lazer ışını bozabilir. Bu durumda sistem doğru bir performans göstermez. Ortam kaynaklı bir çok problemin üstesinden gelebilmek için kullanılan yöntemlerden biri, lazer ışınına kalkan görevi sağlayacak plastik bir tüp geçit kullanmaktır. Bu tüp layn tesisatında verici ve alıcı arasına yerleştirilebilir. Tüp, hem ışını gönderip almaya izin verebilecek kadar büyük, ışının atmosferik veya çevresel şartlardan etkilenmesine izin verip ölçümde hata oluşmasını önleyebilecek kadar da küçük olmalıdır. Tipik olarak 2-inçlik, ince cidarlı bir tüp birçok durum için gerekli korumayı sağlayacak niteliktedir.

Şaft layn operasyonlarında uygun prosedür ilk önce tahrik edilen ekipmanı sabitlemek, dha sonra bu ekipmana kaplini monte etmektir. Örneğin bir pompayı hareket ettirmek kendisine bağlanan borularda gerilme oluşmasına neden olabilir. Daha sonra motor uygun layn konumuna getirilerek kapline bağlanır. Ekipman sıcaklığın stabilize olabileceği kadar bir süre çalıştırıldıktan sonra durdurur ve hiç vakit kaybetmeden laynda olup olmadığı tekrar kontrol edilir. Termal genleşme etkisi nedeniyle, çalıştırılmadan “soğuk” layna alınmış makineler, operasyon sıcaklıklarında genellikle layndan kaçmaktadırlar. Bir çok ekipman üreticisi, layn uzmanlarının ilk layn operasyonunda hesaba katıp doğru bir layn operasyonu gerçekleştirmelerini sağlamak amacıyla ürettiği ekipmanın termal kaçıklık değerlerini yayınlamaktadır.

3.4 Layn Hedeflerinin Belirlenmesi

Sevk sisteminin dizaynı aşamasında en dikkat edilmesi gereken konulardan birisi şaftı doğru şekilde layna almaktır. Sevk sistemi genellikle tekne gövdesi kullanılmadan yapılan bir giriş modeliyle ifade edilir. Bu yüzden şaft layn hesaplarındaki en önemli ve zor mesele sınır şartlarının doğru olarak belirlemektir. Kullanılan kaymalı yatakların, yağ tabakasının, gemi

teknesinin ve yatakların bağlandıkları çerçevelerin katılık ve sönümleme katsayıları hesaba katılmalıdır. Gemi teknesinin farklı yükleme durumlarındaki maruz kaldığı düzenli dalgalarda göstereceği deformasyonlar da analiz edilmelidir. Ayrıca işletme sırasında makinenin termal genişmesi de her noktada farklı olmaktadır.

Değinilmesi gereken diğer bir husus, gemilerde ana makine, iklim koşullarından etkilenebileceği için makine dairesi ve şaft elemanlarının sıcaklığını sabit tutmak gerektiğidir. Buna dikkat edilmediği takdirde laynda mevsimsel sıcaklık farklarından dolayı büyük değişiklikler olabilecektir.

Yukarıda bahsedilen nedenlerden dolayı, gerçek bir layn hesabı yapmak oldukça zor ve karmaşık bir işlemdir. Gerçek gemiler üzerinde yapılan deneysel çalışmalardan yararlanılarak, yapılan hesaplar ve analizler kontrol edilmeli ve doğrulukları ispatlanmalıdır.

Aşağıda çok basit olarak sadece termal etkinin layn operasyonu için etkisi bir örnek ile gösterilmiştir. :

Bu etkinin en belirgin gözlendiği yerler yataklar ve makine mesnetleridir. Boyutlara ve malzemenin lineer genişleme faktörüne göre bu etki çok küçük veya çok büyük olabilir. Termal genişleme hesabında kullanılan

$$\Delta L = T \times L \times C \quad (3.1)$$

formülünde T sıcaklık, L parçanın boyu, C de malzemenin lineer genişleme faktörüdür.

Çizelge 3.2. Makine aksamında sık kullanılan bazı malzemelerin lineer genişleme faktörleri
(Rich, Sullivan, Walden, ve Zdrojewski, 2003)

Malzeme	C (1/°F)
Aluminyum	0,0000126
Bronz	0,0000101
Dökme Demir	0,0000059
Bakır	0,0000092
Normal Mukavemetli Çelik	0,0000063
Paslanmaz Çelik	0,0000074

Termal genişlemenin layn operasyonuna etkisi bir örnekle incelenecek olursa :

Ör. : Başlangıç sıcaklığı 70°F olan bir motor, pompa şaftını döndürecektir. Bu örneği basitleştirmek amacıyla pompada herhangi bir sıcaklık değişimi olmayacağı düşünülmüştür. Normal çalışma şartlarında motor sıcaklığı 120°F'ye yükselmiştir ve motorun çıkışında kullanılan malzeme dökme demirdir. Motorun en alt noktası ile şaft merkezi arasındaki mesafe 15 inçtir.

Motorun durgun halden operasyon haline geçmesinden kaynaklı pozisyon değişimi :

$$(120^{\circ}\text{F} - 70^{\circ}\text{F}) \times 15'' \times 0,0000059 = 0,0044''$$

Bu hesaptan, motorun 0,0044'' veya 4,4mil büyüdüğü görülmektedir. Eğer motorun her iki tarafı da aynı miktarda büyüyeceğini farz edilirse, paralel kaçıklığı 4,4millik bir layn operasyonu ile düzeltilebilmek mümkündür denilebilir. Bu durumda açısallıkla ilgili herhangi bir layn işlemi de gerekmeyecektir. Motor şaftı pompadan 4,4mil kadar aşağı konumlandırıldığında makine operasyon sırasında doğru laynı bulacaktır.

Yukarıdaki hesap oldukça basit bir hesaptır ve gerçek makinenin çalışma durumunu gerçek olarak yansıtmamaktadır. Gerçekte, makinenin her mesnedinde sıcaklık değişir fakat bu değişim hiçbir zaman eşit miktarda olmamaktadır.

Örneği, motorun tahrik çıkış yatağının 50°F, diğer uçtaki yatağın 20°F kadar sıcaklık değişimine maruz kaldığını düşünelim. Tahrik tarafı 4,4 mil büyürken, diğer taraf 1,8mil büyüyecektir. Bunun sonucu layna hem paralel kaçıklık, hem de açısallık olarak yansıtacaktır. Motorun ayaları arasındaki mesafe 20 inç ise ;

$$(4,4 - 1,8) / 20 = 0,13 \text{ mil/inç}$$

kadar kaplin tepesinde açısallıktan kaynaklanan layn kaçıklığı gözlenir.

Görüldüğü gibi makinenin durağan ve operasyon hallerine geçişteki sıcaklık değişimleri layn operasyonunu oldukça etkilemektedir (Rich, Sullivan, Walden, ve Zdrojewski, 2003)

4. HİPERSTATİK BİR ŞAFT SİSTEMİNİN MODELLENMESİ VE LAYN HESAPLARININ YAPILMASI

Şaftın layda olup olmaması, kabul edilebilir derecede laynda olması genellikle yatak yüklerinin dağılımına bağlı bir kriterle tespit edilir. Tüm yatak yüklerinin aynı olduğunda shaftın laynda olduğu düşüncesi mantıklı gelse de yatakların yük taşıma kapasitelerinin farklılığı, yatakların farklı yüklenmesini zorunlu kılar. Örneğin bir sterntüp yatağının yük taşıma kapasitesi ile bir krakshaft yatağının yük taşıma kapasitesi birbirlerinden oldukça farklıdır.

Gemilerde shaft layn hatalarından en fazla etkilenen sistem redüktörlerdir. Düşük hız dişlisini (bull-gear) destekleyen iki eş mesnetteki yüklemelerin farklı oluşu dişlerdeki aşınmayı önemli ölçüde hızlandırır hatta diş kırılmalarına dahi yol açabilir.

Sonuç olarak sevk sistemi bünyesine bir redüktör dahil olduğu durumlarda layn işlemi çok daha büyük önem kazanır.

Layn tanımları uzayda altı serbestlik derecesinde koordinatların ayarlanması olarak yapılırsa da pratikte yatay düzlemdeki kuvveler dikkate alınmayacak kadar küçüktür. Bu yüzden yatay düzlemde yatakların aynı hizada olması yatay düzlemin laynda olduğunu söylemek için yeterlidir. Yatakların boyları açıklıklara nazaran oldukça kısa olduklarından açısal layn kaçıklıkları da çok küçük sonuçlar doğurur. Fakat shaftın ve tüm desteklenen elemanların zati ağırlıkları düşey düzlemde olduklarından layn hesapları düşey düzlem için yapılmaktadır.

Şaft yataklarının yüklerinin belirlenmesi layn hesapları için kaçınılmaz bir gerekliliktir. Yatak yükleri, yatakların düşey pozisyonları değiştirilerek ayarlanır. Bir yatağın düşey düzlemde 1 mm.'lik bir hareketi tüm mevcut yataklarda tepkilerin değişmesine neden olacaktır.

Sistemdeki bir yatağın 1mm. hareketinden dolayı shaft sistemindeki tüm yatak yüklerinin ne kadar değişeceğini bilmek shaft layn işlemleri için anahtar bilgidir.

Her bir yatağın 1mm. Hareketinden dolayı yataklarda oluşacak mesnet tepkisi değişimlerini veren “tesir katsayısı matrisi” layn işlemlerini gerçekleştirmek için elde bulunması gereken temel unsurdur.

Bu bölümde hiperstatik bir shaft sisteminde yatak yüklerinin nasıl bulunacağı anlatılacak ve gerçek bir sistemin matematik ve sonlu elemanlar modeli çıkarılarak analiz edilecektir.

Analitik ve sonlu elemanlar metodundan elde edilen sonuçlar mukayese edilerek bu işlemler için sonlu elemanlar yönteminin ne derece güvenilir olduğu gösterilecek ve son olarak yukarıda bahsi geçen tesir katsayıları elde edilecektir.

4.1 Şaft Sisteminin Modellenmesi

Kıçtan Başa dört yatak kullanılan modelde yatak özellikleri aşağıdaki gibi verilmiştir :

Genel Kabuller :

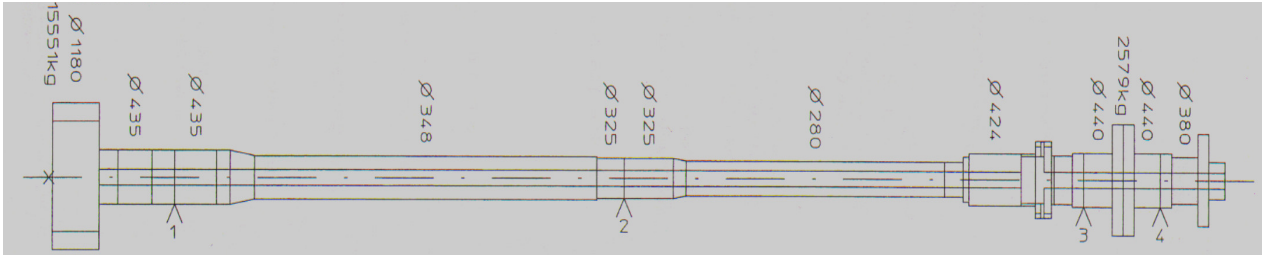
- Şaft sisteminin yataklarının, ve yatakların sabitlendiği temelin tamamen rijit olduğu varsayılmıştır.
- Elastisite modülü $E = 2,1 \cdot 10^7 \text{ kN/m}^2$, kayma modülü $G = 8,1 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$ ve şaft malzemesin yoğunluğu 7860 kN/m^3 alınmıştır.
- Yataklar noktasal kabul edilmiştir.

Hedefler :

- Üretici limit değerleri sınırı içinde kalmak koşulu ile baş sterntüp yatağında yeterli yüklemenin sağlanması,
- Çeşitli durumlarda şaft layn hattının yatakların alt kısımlarınca desteklenmesi,
- Kıç sterntüp yatağı civarında eğimlerin ve deformasyonların olabildiğince az olması
Montaj işlemleri ve tekne hareketlerinden kaynaklanan muhtemel yatak ötelenmeleri etkilerini en aza indirmek amacıyla şaftın yeterli elastikiyette olduğunun doğrulanması,
- Redüktör üreticisinin istediği redüktör yatak yükleri sınır değerlerini aşmamak ve bu yüklerin eşit olması,
- Şaft üzerindeki eğilme momenti ve kesme kuvveti değerlerinin 30 N/mm^2 'yi aşmaması.

4.1.1 Analitik Çözümde Kullanılacak Matematik Model

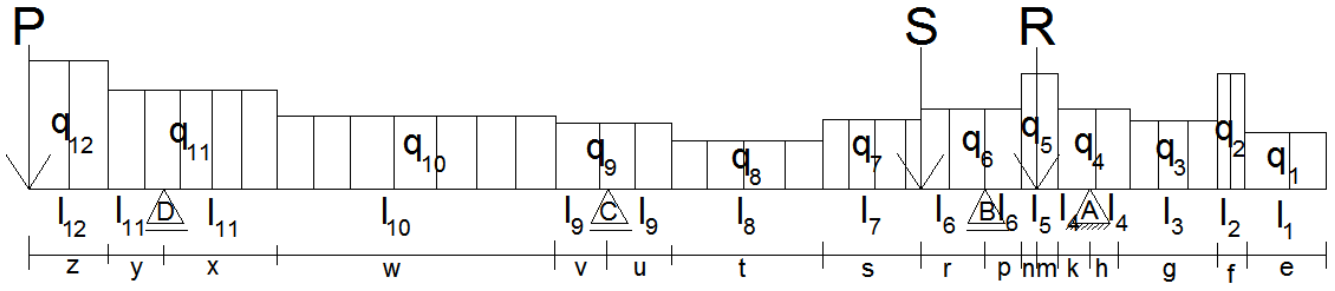
Şekil 4.1'de kiriş sistem olarak modellenecek örnek bir şaft sistemi verilmiştir. Bu şekil ve Çizelge 4.1'den yararlanılarak şaftın kiriş sistem modeli ve sonlu elemanlar modelleri çıkarılmış ve bu modeller Şekil 4.2 ve 4.3'te verilmiştir.



Şekil 4.1 Kiriş sistem olarak modellenecek örnek bir şaft sistemi (Wartsila, 2007)

Çizelge 4.1 Sonlu elemanlar modelini oluşturmak ve analitik çözüm için kullanılan kullanılacak bazı veriler

Şaft no	Uzunluk (m)	Mesafesi	Dış çap	İç çap	Alan	Atalet	Ağırlık	Yük (kN/m)
1 -z	0,475	0,475	1,18	0,885	0,478445	0,065057	1786,2741	36,891
2 -y	0,765	1,24	0,435	0,13	0,135344	0,001744	813,80837	10,436
3 -x	0,806	2,046	0,435	0,13	0,135344	0,001744	857,42424	10,436
4 -w	3,468	5,514	0,348	0,13	0,081842	0,000706	2230,8784	6,311
5 -v	0,276	5,79	0,325	0,13	0,069684	0,000534	151,17066	5,373
6 -u	0,627	6,417	0,325	0,13	0,069684	0,000534	343,42031	5,373
7 -t	2,803	9,22	0,28	0,13	0,048302	0,000288	1064,1691	3,724
8 -s	1,104	10,324	0,424	0,13	0,127923	0,001572	1110,0399	9,864
9 -r	0,115	10,439	0,44	0,13	0,13878	0,001826	125,44311	10,701
10 -p	0,29	10,729	0,44	0,13	0,13878	0,001826	316,3348	10,701
11 -n	0,11	10,839	0,9	0,13	0,622899	0,032192	538,55872	48,030
12 -m	0,11	10,949	0,9	0,13	0,622899	0,032192	538,55872	48,030
13 -k	0,265	11,214	0,44	0,13	0,13878	0,001826	289,06456	10,701
14 -h	0,115	11,329	0,44	0,13	0,13878	0,001826	125,44311	10,701
15 -g	0,265	11,594	0,38	0,13	0,100138	0,00101	208,57799	7,721
16 -f	0,11	11,704	0,745	0,13	0,422642	0,015107	365,41661	32,589
17 -e	0,165	11,869	0,3	0,13	0,057413	0,000384	74,458408	4,427



Şekil 4.2. Şaftın kiriş sistem modeli.

P : Pervane kütlesi

S : Ayırma flanşı

R : Redüktör ana dişlisi

$q(x)$: Şaftın zati ağırlığı (kesit değişimlerinden dolayı yayılı yükün değişkenlik göstermektedir)

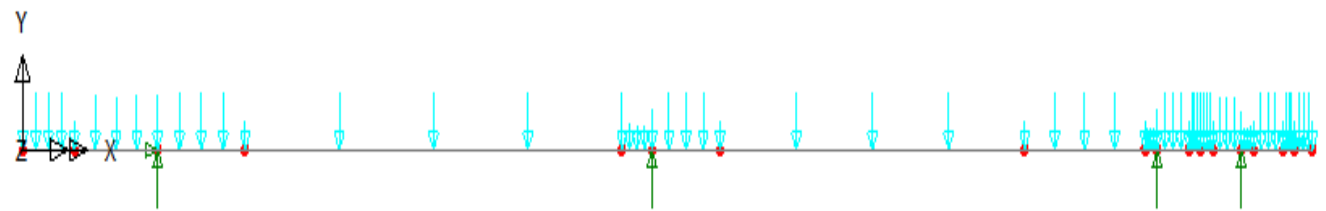
A, B, C, D şaft yatakları

Şaft uzunluğu $L = e + f + g + h + k + m + n + p + r + s + t +$

$$u + v + w + x + y + z = 11,869 \text{ m.} \quad (4.1)$$

4.1.2 Sonlu Elemanlar Çözümünde Kullanılacak Sonlu Elemanlar Modeli

Lusas Sonlu elemanlar paket programında Şekil 4.3'teki model elde edilmiştir.



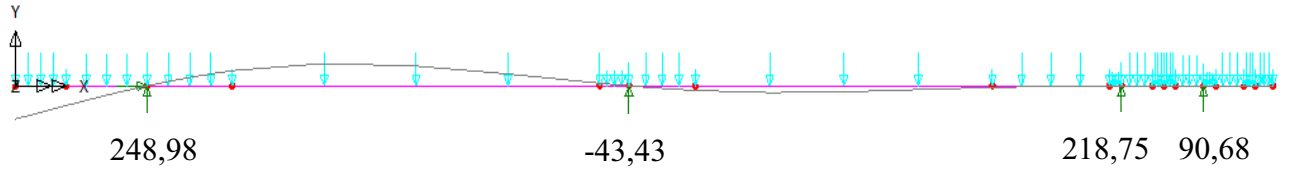
Şekil 4.3 Şaftın analiz için çıkarılmış sonlu elemanlar modeli

4.1.2.1 Sonlu Elemanlar Programı LUSAS'ın Ürettiği Sonlu Elemanlar Model Çıktısı

Şaft .sonlu elemanlar modeli, şaftın malzeme özelliklerine, Çizelge 4.1 ve Şekil 4.1'deki sayısal değerlere ve sınır şartlarına göre oluşturulmuş, modele ait tüm parametreler ve sonlu elemanlar çözümünün gerektirdiği tüm bilgiler EK-1'de verilmiştir.

4.2 Sonlu Elemanlar Yöntemi İle Yatak Yüklerinin Bulunması

Oluşturulan sonlu elemanlar modeli kullanılarak sonlu elemanlar çözümüne gidilmiş ve yatak yükleri aşağıdaki gibi bulunmuştur.



Şekil 4.4. Hiperstatik kiriş sistemin elastik eğri ve sonlu elemanlar analizinden elde edilen mesnet tepkisi değerleri (Değerler kN.)

4.3 Analitik Yöntem İle Yatak Yüklerinin Bulunması

4.3.1 Hiperstatik Sistemler Hakkında Genel Bilgiler

Tanım: Bütün mesnet tepkilerinin, kesit zorlarının, bunlara bağlı olarak şekil değiştirmelerin ve yer değiştirmelerin yalnızca denge denklemleri yardımı ile hesaplanamadığı sistemlere *Hiperstatik Sistemler* denir (Pala ve Çelik 2006).

Hiperstatik sistemlerin hesabı için,

- a) Denge denklemlerine,
- b) İç kuvvet-şekildeğiştirme bağıntılarına

$$\frac{\Delta\varphi}{ds} = \frac{M}{EI} + \frac{\varepsilon}{d} \Delta t$$

$$\frac{\Delta ds}{ds} = \frac{N}{EF} + \varepsilon t$$

$$\frac{\Delta v}{ds} = \frac{T}{GF'}$$

- c) Geometrik uygunluk koşullarına (süreklilik denklemlerine) ihtiyaç vardır.

4.3.2 Kullanılacak Hesap Yönteminin Belirlenmesi ve Yöntem Hakkında Genel Bilgiler :

Sürekli kirişlerin çözümünde kuvvet yönteminin sadeleştirilmesi ile ortaya çıkmış Clapeyron Yöntemi çok büyük kolaylık sağlar, fakat bu tezde analizi yapılan sistem, yatakları arasında kesit değişimleri söz konusu olduğundan çözümleme doğrudan doğruya “kuvvet yöntemi” ile sağlanabilmektedir.

4.3.2.1 Kuvvet Yöntemi ile İlgili Tanımlar

İzostatik Esas Sistem, (İES):

Bir hiperstatik sistemde kesimler yapılarak bazı kesit zorları ve/veya mesnet tepkilerinin kaldırılması ile elde edilen taşıyıcı ve izostatik sisteme denir. Bir hiperstatik sistemden çok sayıda izostatik sistem elde edilebilir. Kuvvet yönteminde hesaplar, referans sistem olarak seçilen bir İES üzerinde yürütülerek hiperstatik sistemin çözümü elde edilir.

Hiperstatik Bilinmeyen, Hiperstatiklik Derecesi:

Hiperstatik sistemde yapılan kesimlerle kaldırılan kesit zorları ve/veya mesnet tepkilerine “hiperstatik bilinmeyen”, bunların sayısına ise hiperstatiklik derecesi denir. Hiperstatiklik derecesi, bir hiperstatik sistemin bütün mesnet tepkileri ve iç kuvvetlerinin hesaplanabilmesi için denge denklemlerine ilave edilmesi gereken denklemlerin (süreklilik denklemleri) sayısını vermektedir.

Hiperstatiklik Derecesinin Belirlenmesi :

Düzlem bir hiperstatik bir sistemin hiperstatiklik derecesinin belirlenmesinde, aşağıdaki 4.2 denkleminde yararlanılabilir.

$$n = 3k + r - 3 - m \quad (4.2)$$

Burada,

n : hiperstatiklik derecesi

k : sistemdeki kapalı göz sayısı

r : toplam mesnet tepkisi sayısı

m : toplam ara mafsal sayısı mafsal koşulu sayısı olarak alınacaktır.

4.3.2.2. Kuvvet Yönteminin Prensibi:

Kuvvet Yönteminin dayandığı iki önemli kavram söz konusudur.

4.3.2.2.1 Süperpozisyon Prensibi

Hiperstatik sistemde dış etkilere meydana gelen kesit zorları, şekildeğiştirmeler ve yerdeğiştirmeler ;

İzostatik esas sistemde,

a) dış etkilere

b) hiperstatik bilinmeyenlerden

oluşan kesit zorları, şekildeğiştirmeler ve yerdeğiştirmelerin toplamına eşittir.

X=0 ve Xi=1 Yüklemleri :

X=0 Yükleme : İzostatik esas sisteme (İES) yalnız dış yükler etkililir, (*tüm hiperstatik bilinmeyenler yani $X_i=0$, $i=1,2,...,n$*). Bu durumda meydana gelen kesit zorları M_0 , N_0 , T_0 ile gösterilir.

$X_i=1$ Yükleme : İzostatik esas sisteme yalnız i sayılı X_i hiperstatik bilinmeyeninin birim değeri etkililir, (*tüm dış etkiler ve X_i dışında kalan tüm hiperstatik bilinmeyenler sıfırdır*). Bu durumda meydana gelen kesit zorları M_i , N_i , T_i ile gösterilir. Bir hiperstatik sistemin hesabında hiperstatiklik derecesi kadar ($i=1,2,3,...,n$) birim yükleme yapılır.

4.3.2.2.2 Süperpozisyon Denklemleri

Hiperstatik sistemde dış etkilerden meydana gelen büyüklükler (kesit zorları, mesnet tepkileri, yerdeğiştirmeler v.b.) İzostatik esas sistemde dış etkilerden ve hiperstatik bilinmeyenlerden meydana gelen büyüklüklerin toplamına eşittir.

X_i ($i=1,2,3,...,n$) Hiperstatik bilinmeyenler M_0 , N_0 , T_0 , R_0 ;

$X=0$ yüklemesinden meydana gelen kesit zorları ve meset tepkileri M_i , N_i , T_i , R_i

$X_i=1$ yüklemesinden meydana gelen kesit zorları ve meset tepkileri olmak üzere n . dereceden hiperstatik sistem için süperpozisyon denklemleri;

$$\begin{aligned}
 M &= M_0 + M_1 X_1 + M_2 X_2 + \dots + M_n X_n \\
 N &= N_0 + N_1 X_1 + N_2 X_2 + \dots + N_n X_n \\
 T &= T_0 + T_1 X_1 + T_2 X_2 + \dots + T_n X_n \\
 R &= R_0 + R_1 X_1 + R_2 X_2 + \dots + R_n X_n
 \end{aligned}$$

$\underbrace{\hspace{10em}}$
 Dış etkilerden

$\underbrace{\hspace{10em}}$
 Hiperstatik bilinmeyenlerden

(4.3)

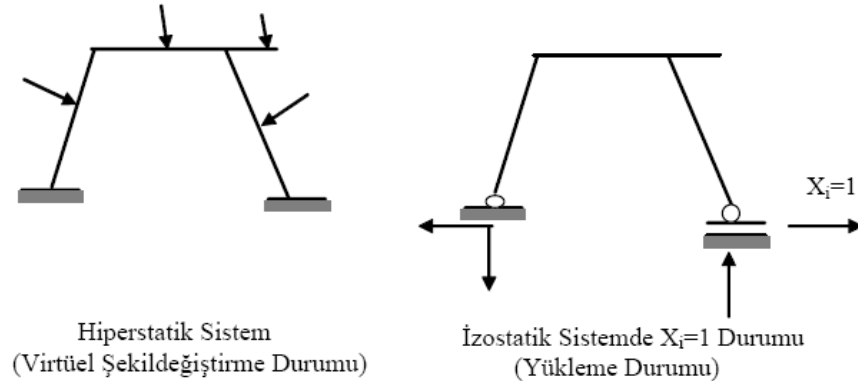
olarak yazılır.

4.3.2.2.3 Geometrik Uygunluk Koşulları (Süreklilik Denklemleri)

Hiperstatik sistemin kesim yapılan noktalarındaki geometrik uygunluk koşullarını ifade eden denklemlere *süreklilik denklemleri* denilmektedir.

Bir hiperstatik sistemde hiperstatiklik derecesi kadar süreklilik denklemi yazılabilir. Süreklilik denklemlerinin yazılması için *Virtüel İş Teoreminden* yararlanılır.

Sayıli Süreklilik Denkleminin Yazılması



Şekil 4.5 Virtüel Şekildeğiştirme Durumu ve Yükleme Durumu

	Hiperstatik Sistem (Dış Yükler)	İzostatik Esas Sistem ($X_i=1$ Durumu)
Kesit Zorları :	M, N, T	M_i, N_i, T_i
Şekildeğiştirmeler :	$\frac{\Delta\varphi}{ds} = \frac{M}{EI}$ $\frac{\Delta ds}{ds} = \frac{N}{EF}$ $\frac{\Delta v}{ds} = \frac{T}{GF'}$	

(4.4)

Virtüel İş Teoremi:

İç Kuvvetlerin İşİ = Dış Kuvvetlerin İşİ

$$\int M_i \frac{\Delta\varphi}{ds} ds + \int N_i \frac{\Delta ds}{ds} ds + \int T_i \frac{\Delta v}{ds} ds =$$

$$\int M_i M \frac{ds}{EI} + \int N_i N \frac{ds}{EF} + \int T_i T \frac{ds}{GF'} = 0 \quad (i=1,2,3,\dots,n)$$

Kapalı Süreklilik Denklemleri (KSD)

(4.5)

M, N, T nin süperpozisyon denklemlerindeki ifadeleri yerine konarak denklem yeniden düzenlenirse,

$$\int M_i (M_0 + M_1 X_1 + M_2 X_2 + \dots + M_n X_n) \frac{ds}{EI} +$$

$$\int N_i (N_0 + N_1 X_1 + N_2 X_2 + \dots + N_n X_n) \frac{ds}{EF} +$$

$$\int T_i (T_0 + T_1 X_1 + T_2 X_2 + \dots + T_n X_n) \frac{ds}{GF'} = 0 \quad (i=1,2,3,\dots,n)$$

$$\begin{aligned}
& \int M_i M_0 \frac{ds}{EI} + X_1 \int M_i M_1 \frac{ds}{EI} + \dots + X_n \int M_i M_n \frac{ds}{EI} + \\
& \int N_i N_0 \frac{ds}{EF} + X_1 \int N_i N_1 \frac{ds}{EF} + \dots + X_n \int N_i N_n \frac{ds}{EF} + \\
& \int T_i T_0 \frac{ds}{GF'} + X_1 \int T_i T_1 \frac{ds}{GF'} + \dots + X_n \int T_i T_n \frac{ds}{GF'} = 0
\end{aligned}$$

\downarrow
 δ_{i0}

\downarrow
 δ_{i1}

\downarrow
 δ_{in}

$$\delta_{i0} + \delta_{i1}X_1 + \delta_{i2}X_2 + \dots + \delta_{in}X_n = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (4.6)$$

Bu denklem sistemi, $i=1, 2, \dots, n$ için açık olarak yazılırsa **Açık Süreklilik Denklemleri** elde edilir.

$$\begin{aligned}
& \delta_{10} + \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \dots + \delta_{1n}X_n = 0 \\
& \delta_{20} + \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \dots + \delta_{2n}X_n = 0 \\
& \vdots \\
& \vdots \\
& \vdots \\
& \delta_{n0} + \delta_{n1}X_1 + \delta_{n2}X_2 + \dots + \delta_{nn}X_n = 0
\end{aligned}$$

Açık Süreklilik Denklemleri

Açık Süreklilik Denkleminde Katsayılar ve Sabitler:

δ_{ij} : $X_j=1$ yüklemesinden dolayı X_i bilinmeyeninin uygulama noktasının X_i bilinmeyeni doğrultusundaki yerdeğiştirmesidir. Bu katsayılar, **denklem takımının katsayıları** adını alır.

$$\delta_{ij} = \int M_i M_j \frac{ds}{EI} + \int N_i N_j \frac{ds}{EF} + \int T_i T_j \frac{ds}{GF'} \quad (4.7)$$

Betti karşılıklı teoremi gereğince $\delta_{ij}=\delta_{ji}$ bağıntısı vardır, yani katsayılar matrisi simetriktir. Buna göre n . Dereceden hiperstatik bir sistemin hesabında tayin edilmesi gereken katsayıların sayısı n^2 yerine $\frac{n}{2}(n+1)$ olmaktadır.

δ_{i0} : $X=0$ yüklemesinden dolayı X_i bilinmeyeninin uygulama noktasının X_i bilinmeyeni doğrultusundaki yerdeğiştirmesidir. Bu katsayılar, denklem takımının **yük sabitleri** adını alır.

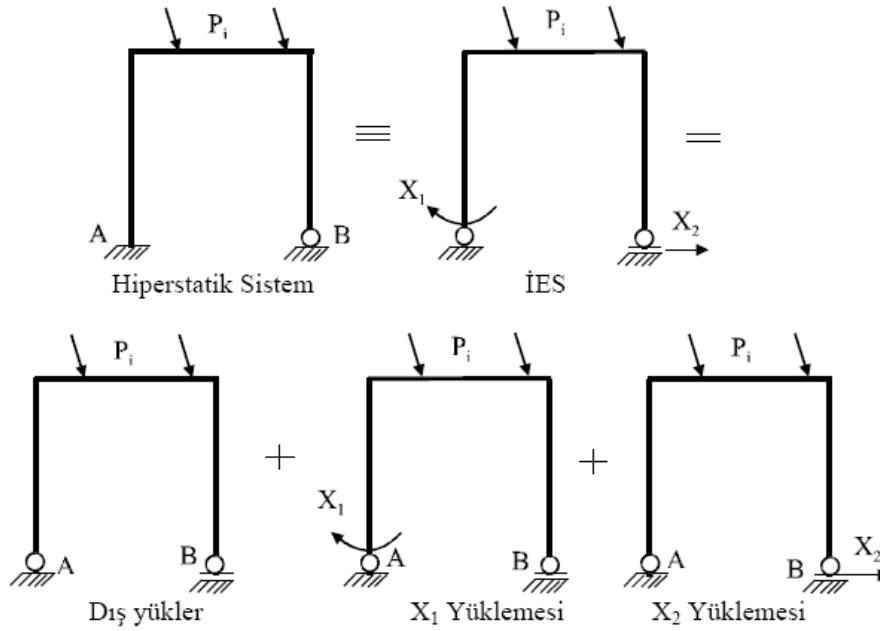
$$\delta_{i0} = \int M_i M_0 \frac{ds}{EI} + \int N_i N_0 \frac{ds}{EF} + \int T_i T_0 \frac{ds}{GF'} \quad (4.8)$$

n . Dereceden hiperstatik bir sistemin hesabında tayin edilmesi gereken yük sabitlerinin sayısı (n) dir.

Süreklilik Denklemleri

Hiperstatik bilinmeyenler, sistemin kesim yapılan noktalarındaki geometrik uygunluk koşullarını ifade eden denklemlerden yararlanılarak belirlenir.

1- Süperpozisyon prensibi:



Şekil 4.6. Süperpozisyon prensibi.

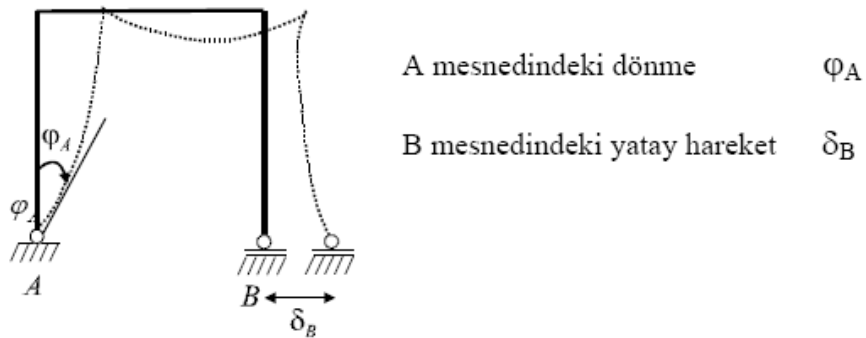
2- Süreklilik Denklemleri (Geometrik uygunluk koşulları):

Verilen hiperstatik sistemin mesnetlerindeki geometrik uygunluk koşulları :

A mesnedindeki dönme sıfırdır. $\delta_A=0$,

B mesnedindeki yatay yerdeğiştirme sıfırdır. $\delta_B=0$

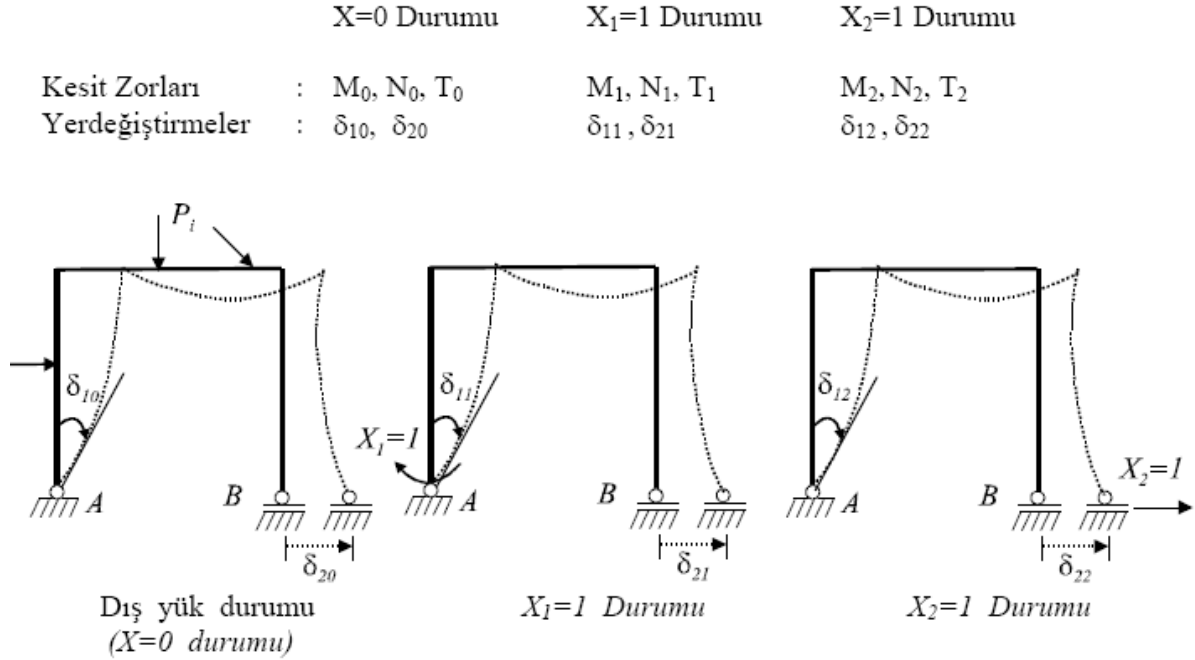
Hiperstatik sistemin hesaplanabilmesi için X_1 , X_2 hiperstatik bilinmeyenlerinin belirlenmesi gereklidir. Bu bilinmeyenlerin hesaplanması için A ve B mesnetlerinde yukarıda ifade edilen ($\delta_A=0$, $\delta_B=0$) geometrik uygunluk koşullarından yararlanılır.



Şekil 4.7. A mesnetindeki dönme ve B mesnetindeki yatay hareket.

Hiperstatik sistemin yerdeğiřtirmeleri ; δ_{ij}

\swarrow Yer \searrow Sebep



Şekil 4.8. Dış yük, $X_1=1$ ve $X_2=1$ durumları.

Hiperstatik sistemin mesnetlerindeki geometrik uygunluk koşullarına göre $\delta_A=0$ ve $\delta_B=0$ dır.

Bu denklemler izostatik esas sistemdeki yerdeğiştirmeler (δ_{10} , δ_{20} , δ_{11} , δ_{12} , δ_{21} , δ_{22}) ve hiperstatik bilinmeyenler (X_1 , X_2) cinsinden süperpozisyon prensibi kullanılarak yazılabilir, (süreklilik denklemleri).

Süreklilik Denklemleri :

$$\begin{aligned} \varphi_A &= \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{10} = 0 \\ \delta_B &= \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{20} = 0 \end{aligned}$$

(4.9)

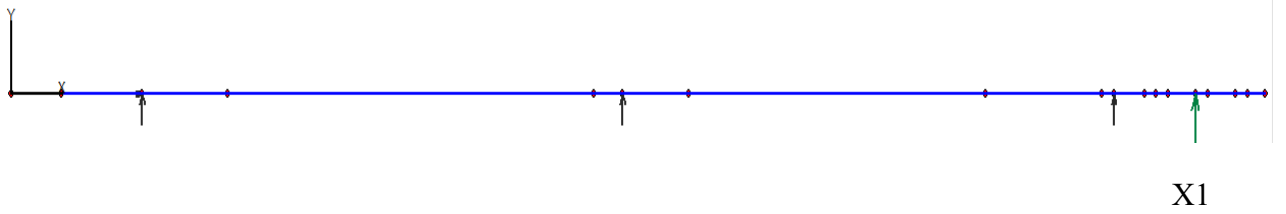
İzostatik esas sistemdeki δ_{10} , δ_{20} , δ_{11} , δ_{12} , δ_{21} , δ_{22} yerdeğiştirmeleri Virtüel İş Teoremi ile hesaplanarak yukarıda verilen doğrusal denklem sistemi çözülür ve X_1 , X_2 hiperstatik bilinmeyenleri bulunur. Bu bilinmeyenler hesaplandıktan sonra süperpozisyon denklemleri kullanılarak hiperstatik sistemin M, N, T kesit zorları elde edilir.

Süperpozisyon Prensibi
Hiperstatik sistemin
M, N, T Kesit Zorları

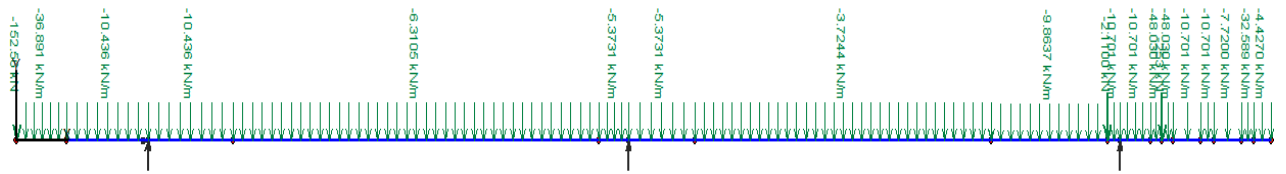
$$\begin{aligned} M &= M_0 + M_1 X_1 + M_2 X_2 \\ N &= N_0 + N_1 X_1 + N_2 X_2 \\ T &= T_0 + T_1 X_1 + T_2 X_2 \end{aligned}$$

(4.10)

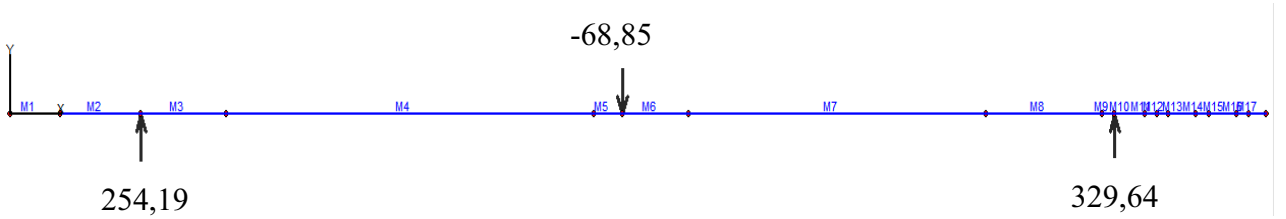
4.3.3 Sistemin Yatak Yüklerinin Kuvvet Yöntemi İle Bulunması :



Şekil 4.9 İzostatik esas sistem ve hiperstatik bilinmeyen kuvvet “X1”.



Şekil 4.10 İzostatik esas sistem üzerine yapılan “sıfır yükleme”.



Şekil 4.11 Sıfır yüklemesine ait mesnet tepkileri.

İşlem kalabalığını önlemek amacı ile, çözüme geçmeden önce sistemin sadeleştirilmesi aşağıdaki gibi yapılmıştır :

Baş çıkmalı kirişin mesnet momentleri :

$$M_{baş} = q_1 \cdot e \cdot \left(\frac{e}{2} + f + g + h \right) + q_2 \cdot f \cdot \left(\frac{f}{2} + g + h \right) + q_3 \cdot g \cdot \left(\frac{g}{2} + h \right) + q_4 \cdot h \cdot \left(\frac{h}{2} \right)$$

$$= 4,427 \cdot 0,165 \cdot (0,165 \cdot 0,5 + 0,11 + 0,265 + 0,115) + 32,589 \cdot 0,11 \cdot (0,11 \cdot 0,5 + 0,265 + 0,115) + 7,721 \cdot 0,265 \cdot (0,265 \cdot 0,5 + 0,115) + 10,701 \cdot 0,115 \cdot (0,115 \cdot 0,5) = 2,55473$$

Baş çıkmalı kirişin kesme kuvveti :

$$V_{baş} = q_1 \cdot e + q_2 \cdot f + q_3 \cdot g + q_4 \cdot h$$

$$= 4,427 \cdot 0,165 + 32,589 \cdot 0,11 + 7,721 \cdot 0,265 + 10,701 \cdot 0,115 = 7,59193$$

Kıç çıkmalı kirişin mesnet momenti :

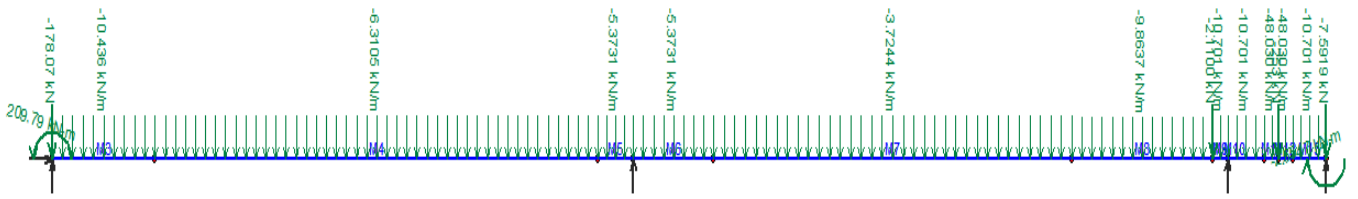
$$M_{kıç} = P \cdot (y + z) + q_{12} \cdot z \cdot \left(\frac{z}{2} + y\right) + q_{11} \cdot y \cdot \left(\frac{y}{2}\right)$$

$$= 152,56 \cdot (0,475 + 0,765) + 36,891 \cdot 0,475 \cdot (0,475 \cdot 0,5 + 0,765) + 10,436 \cdot 0,765 \cdot (0,765 \cdot 0,5) =$$

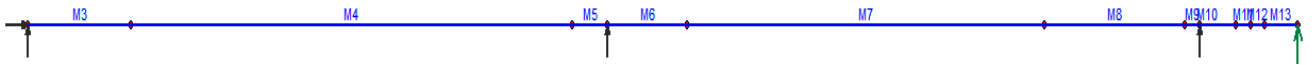
$$209,795$$

Kıç çıkmalı kirişin kesme kuvveti :

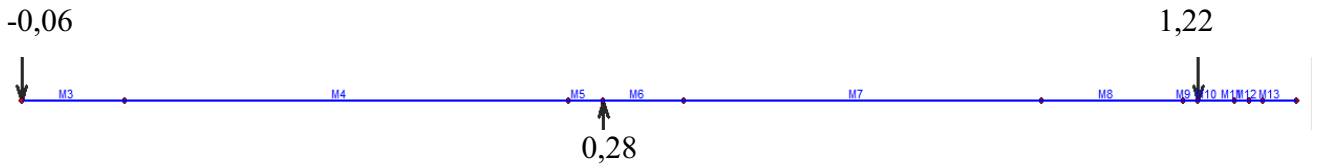
$$= 152,56 + 36,891 \cdot 0,475 + 10,436 \cdot 0,765 = 178,067$$



Şekil 4.12. Sadeleştirilmiş sıfır yüklemesi



Şekil 4.13. Sadeleştirilmiş izostatik esas sistem



Şekil 4.14. Sadeleştirilmiş izostatik esas sisteme ait mesnet tepkileri

$$\delta_{10} = \frac{1}{EI} \int M_0 \cdot x \cdot M_1 + \frac{1}{GA} \int V_0 \cdot x \cdot V_1 \quad (4.2)$$

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \int M_1 \cdot x \cdot M_1 + \frac{1}{GA} \int V_1 \cdot x \cdot V_1 \quad (4.3)$$

Şaftta kesit (rijitlik) ve yük değişimleri olduğundan süreksizlik arz eden bu kesimler için ayrı ayrı integral alınır.

$x=0$ her bir çubuğun sağ ucu ve diğer sınır çubuk boyu olmak üzere;

$x = 0 - 0,265$ arası (k)

$$M_0(x) = -2.5547 - 7.5919x - (10,701/2)x^2$$

$$M_1(x) = x$$

$$\int M_0 \times M_1 = \int_0^{0,265} [(-2,5547 - 7.5919x - (10,701/2)x^2) \cdot (x)] dx = -0,1434$$

$$\int M_1 \times M_1 = \int_0^{0,265} [(x)^2] dx = 0,0062$$

$$V_0(x) = 7,5919 + 10,701x$$

$$V_1(x) = 0$$

$$\int V_0 \times V_1 = \int_0^{0,265} [(7.5919 + 10,701x) \cdot (-1)] dx = -2,3876$$

$$\int V_1 \times V_1 = \int_0^{0,265} (-1)^2 dx = 0,265$$

$x = 0 - 0,11$ arası (m)

$$M_0(x) = -2.5547 - 7,5919(x+0,265) - 10,701 \cdot 0,265(x+0,265/2) - (48,03/2)x^2$$

$$M_1(x) = 0,265 + x$$

$$\int M_0 \times M_1 = \int_0^{0,11} [(-2,5547 - 7,5919(x+0,265) - 10,701 \cdot 0,265(x+0,265/2) - (48,03/2)x^2) \cdot (0,265+x)] dx = -0,1990$$

$$\int M_1 \times M_1 = \int_0^{0,11} [(x+0,265)^2] dx = 0,0114$$

$$V_0(x) = 7,5919(0,265+x) + (10,701 \cdot 0,265) + 48,03x$$

$$V_1(x) = -1$$

$$\int V_0 \times V_1 = \int_0^{0,11} [(7,5919(0,265+x)+(10,701*0,265)+48,03x)*(-1)] dx = -0,8698$$

$$\int V_1 \times V_1 = \int_0^{0,11} [(-1)^2] dx = 0,11$$

x = 0 - 0,11 arası (n)

$$M_0(x) = -2,5547-7,5919(x+0,11+0,265)-10,701*0,265(x+0,11+0,265/2)-48,03*0,11(x+0,11/2)-253x-(48,03/2)x^2$$

$$M_1(x) = 0,265+0,11+x$$

$$\int M_0 \times M_1 = \int_0^{0,11} [(-2,5547-7,5919(x+0,11+0,265)-10,701*0,265(x+0,11+0,265/2)-48,03*0,11(x+0,11/2)-253x-(48,03/2)x^2)*(0,265+0,11+x)] dx = -1,0355$$

$$\int M_1 \times M_1 = \int_0^{0,11} [(0,265+0,11+x)^2] dx = 0,0205$$

$$V_0(x) = 7,5919(0,265+0,11+x)+(10,701*0,265)+(48,03*0,11)+253+48,03x$$

$$V_1(x) = -1$$

$$\int V_0 \times V_1 = \int_0^{0,11} [(7,5919(0,265+0,11+x)+(10,701*0,265)+(48,03*0,11)+253+48,03x)*(-1)] dx = -29.3728$$

$$\int V_1 \times V_1 = \int_0^{0,11} [(-1)^2] dx = 0,11$$

x = 0 - 0,29 arası (p)

$$M_0(x) = -2.5547-7.5919(x+0,11+0,11+0,265)-10,701*0,265(x+0,11+0,11+0,265/2)-48,03*0,11(x+0,11+0,11/2)-253(x+0,11)-48,03*0,11(x+0,11/2)-(10,701/2)x^2$$

$$M_1(x) = 0,265+0,11+0,11+x$$

$$\int M_0 \times M_1 = \int_0^{0,29} [(-2.5547-7.5919(x+0,11+0,11+0,265)-10,701*0,265(x+0,11+0,11+0,265/2)-48,03*0,11(x+0,11+0,11/2)-253(x+0,11)-48,03*0,11(x+0,11/2)-(10,701/2)x^2)*(0,265+0,11+0,11+x)] dx = -14,4649$$

$$\int M_1 \times M_1 = \int_0^{0,29} [(0,265+0,11+0,11+x)^2] dx = 0,1171$$

$$V_0(x) = 7,5919(0,265+0,11+0,11+x)+(10,701*0,265)+(48,03*0,11)+253+(48,03*0,11)+10,701x$$

$$V_1(x) = -1$$

$$\int V_0 \times V_1 = \int_0^{0,29} [(7,5919(0,265+0,11+0,11+x)+(10,701*0,265)+(48,03*0,11)+253+(48,03*0,11)+10,701x)*(-1)] dx = -79,0937$$

$$\int V_1 \times V_1 = \int_0^{0,29} [(-1)^2] dx = 0,29$$

x = 0 - 0,115 arası (r)

$$M_0(x) = -2.5547-7.5919(x+0,29+0,11+0,11+0,265)-10,701*0,265(x+0,29+0,11+0,11+0,265/2)-48,03*0,11(x+0,29+0,11+0,11/2)-253(x+0,29+0,11)-48,03*0,11(x+0,29+0,11/2)-10,701*0,29(x+0,29/2)+329,64x-(10,701/2)x^2$$

$$M_1(x) = (0,29+0,11+0,11+0,265+x)*1-1,22x$$

$$\int M_0 \times M_1 = \int_0^{0,115} [(-2.5547-7.5919(x+0,29+0,11+0,11+0,265)-10,701*0,265(x+0,29+0,11+0,11+0,265/2)-48,03*0,11(x+0,29+0,11+0,11/2)-253(x+0,29+0,11)-48,03*0,11(x+0,29+0,11/2)-10,701*0,29(x+0,29/2)+329,64x-(10,701/2)x^2)*((0,29+0,11+0,11+0,265+x)*1-1,22x)] dx = -9,9204$$

$$\int M_1 \times M_1 = \int_0^{0,115} [(0,29+0,11+0,11+0,265+x)*1-1,22x]^2 dx = 0,067$$

$$V_0(x) = 7,5919(0,265+0,11+0,11+0,29+x)+(10,701*0,265)+(48,03*0,11)+253$$

$$+(48,03*0,11)+(10,701*0,29)-68,851+(10,701*0,115)$$

$$V_1(x) = -1$$

$$\int V_0 \times V_1 = \int_0^{0,115} [(7,5919(0,265+0,11+0,11+0,29+x)+(10,701*0,265)+(48,03*0,11)+253+(48,03*0,11)+(10,701*0,29)-68,851+(10,701*0,115))*(-1)] dx = -23,9436$$

$$\int V_1 \times V_1 = \int_0^{0,115} [(-1)^2] dx = 0,115$$

x = 0 - 1,104 arası (s)

$$M_0(x) = -2,5547-7,5919(x+0,115+0,29+0,11+0,11+0,265)-10,701*0,265(x+0,115+0,29+0,11+0,11+0,265/2)-48,03*0,11(x+0,115+0,29+0,11+0,11/2)-253(x+0,115+0,29+0,11)-48,03*0,11(x+0,115+0,29+0,11/2)-10,701*0,29(x+0,115+0,29/2)+329,64(x+0,115)-10,701*0,115(x+0,115/2)-2,11x-(9,864/2)x^2$$

$$M_1(x) = (0,115+0,29+0,11+0,11+0,265+x)*1-1,22(x+0,115)$$

$$\int M_0 \times M_1 = \int_0^{1,104} [(-2,5547-7,5919(x+0,115+0,29+0,11+0,11+0,265)-10,701*0,265(x+0,115+0,29+0,11+0,11+0,265/2)-48,03*0,11(x+0,115+0,29+0,11+0,11/2)-253(x+0,115+0,29+0,11)-48,03*0,11(x+0,115+0,29+0,11/2)-10,701*0,29(x+0,115+0,29/2)+329,64(x+0,115)-10,701*0,115(x+0,115/2)-2,11x-(9,864/2)x^2)*((0,115+0,29+0,11+0,11+0,265+x)-1,22(x+0,115))] dx = -60,0421$$

$$\int M_1 \times M_1 = \int_0^{1,104} [(0,115+0,29+0,11+0,11+0,265+x)*1-1,22(x+0,115)]^2 dx = 0,4412$$

$$V_0(x) = 7,5919(0,265+0,11+0,11+0,29+0,115+x)+(10,701*0,265)+(48,03*0,11)+253$$

$$+(48,03*0,11)+(10,701*0,29)-68,851+(10,701*0,115)+2,11+9,8637x$$

$$V_1(x) = 0,22$$

$$\int V_0 \times V_1 = \int_0^{1,104} [(7,5919(0,265+0,11+0,11+0,29+0,115+x)+(10,701*0,265)+(48,03*0,11)+253+(48,03*0,11)+(10,701*0,29)-68,851+(10,701*0,115)+2,11+9,8637x)*(0,22)] dx = 51,4808$$

$$\int V_1 \times V_1 = \int_0^{1,104} [(0,22)^2] dx = 0,0534$$

x = 0 - 2,803 arası (t)

$$M_0(x) = -2.5547-7.5919(x+1,104+0,115+0,29+0,11+0,11+0,265)-10,701*0,265(x+1,104+0,115+0,29+0,11+0,11+0,265/2)-48,03*0,11(x+1,104+0,115+0,29+0,11+0,11/2)-253(x+1,104+0,115+0,29+0,11)-48,03*0,11(x+1,104+0,115+0,29+0,11/2)-10,701*0,29(x+1,104+0,115+0,29/2)+329,64(x+1,104+0,115)-10,701*0,115(x+1,104+0,115/2)-2,11(x+1,104)-9,864*1,104(x+1,104/2)-(3,724/2)x^2$$

$$M_1(x) = (1,104+0,115+0,29+0,11+0,11+0,265+x)*1-1,22(x+0,115+1,104)$$

$$\int M_0 \times M_1 = \int_0^{2,803} [(-2.5547-7.5919(x+1,104+0,115+0,29+0,11+0,11+0,265)-$$

$$10,701*0,265(x+1,104+0,115+0,29+0,11+0,11+0,265/2)-48,03*0,11(x+1,104+0,115+0,29+0,11+0,11/2)-253(x+1,104+0,115+0,29+0,11)-48,03*0,11(x+1,104+0,115+0,29+0,11/2)-10,701*0,29(x+1,104+0,115+0,29/2)+329,64(x+1,104+0,115)-10,701*0,115(x+1,104+0,115/2)-2,11(x+1,104)-9,864*1,104(x+1,104/2)-(3,724/2)x^2)*((1,104+0,115+0,29+0,11+0,11+0,265+x)-1,22(x+0,115+1,104))]dx = -20,6162$$

$$\int M_1 \times M_1 = \int_0^{2,803} [(1,104+0,115+0,29+0,11+0,11+0,265+x)*1-1,22(x+0,115+1,104)]^2 dx = 0,199$$

$$V_0(x) = 7,5919(0,265+0,11+0,11+0,29+x)+(10,701*0,265)+(48,03*0,11)+253$$

$$+(48,03*0,11)+(10,701*0,29)-68,851+(10,701*0,115)$$

$$V_1(x) = 0,22$$

$$\int V_0 \times V_1 = \int_0^{2,803} [(7,5919(0,265+0,11+0,11+0,29+0,115+1,104+x)+(10,701*0,265)+(48,03*0,11)+253+(48,03*0,11)+(10,701*0,29)-68,851+(10,701*0,115)+2,11+(9,8637*1,104)+3,7244x)*(0,22)] dx = 134,684$$

$$\int V_1 \times V_1 = \int_0^{2,803} [(0,22)^2] dx = 0,1357$$

$x=0$ her bir çubuğun sol ucu ve diğer sınır çubuk boyu olmak üzere;

$$x = 0 - 0,806 \text{ arası } (x)$$

$$M_0(x) = -209,795 + (254,19 - 178,067)x - (10,436/2)x^2$$

$$M_1(x) = -0.0574x$$

$$\int M_0 x M_1 = \int_0^{0,806} [(-209,795 + (254,19 - 178,067)x - (10,436/2)x^2) * (-0.0574x)] dx = 3,1805$$

$$\int M_1 x M_1 = \int_0^{0,806} [(-0.0574x)^2] dx = 0,0005751$$

$$V_0(x) = (254,19 - 178,067) + 10,436x$$

$$V_1(x) = -0.0574$$

$$\int V_0 x V_1 = \int_0^{0,806} [(254,19 - 178,067) + 10,436x] * (-0.0574) dx = -3,7164$$

$$\int V_1 x V_1 = \int_0^{0,806} [(-0.0574)^2] dx = 0,002656$$

$$x = 0 - 3,468 \text{ arası } (w)$$

$$M_0(x) = -209,795 + (254,19 - 178,067) * (x + 0,806) - 10,436 * 0,806 * (x + 0,806/2) - (6,311/2)x^2$$

$$M_1(x) = -0.0574 (x + 0,806)$$

$$\int M_0 x M_1 = \int_0^{3,468} [(-209,795 + (254,19 - 178,067) * (x + 0,806) - 10,436 * 0,806 * (x + 0,806/2) - (6,311/2)x^2) * (-0.0574 (x + 0,806))] dx = -12,4727$$

$$\int M_1 x M_1 = \int_0^{3,468} [-0.0574 (x + 0,806)]^2 dx = 0,08517$$

$$V_0(x) = (254,19 - 178,067) + (10,436 * 0,806) + 6,31x$$

$$V_1(x) = -0.0574$$

$$\int V_0 \times V_1 = \int_0^{3.468} [(254,19-178,067)+(10,436*0,806)+6,31x]*(-0.0574) dx = -19,0057$$

$$\int V_1 \times V_1 = \int_0^{3.468} [(-0,0574)^2] dx = 0,01143$$

$$x = 0 - 0,276 \text{ arası (v)}$$

$$M_0(x) = -209,795+(254,19-178,067)*(x+3,468+0,806)-10,436*0,806*(x+3,468+0,806/2)-6,311*3,468(x+3,468/2)-(5,373/2)x^2$$

$$M_1(x) = -0,0574(x+3,468+0,806)$$

$$\int M_0 \times M_1 = \int_0^{0.276} [(-209,795+(254,19-178,067)*(x+3,468+0,806)-$$

$$10,436*0,806*(x+3,468+0,806/2)-6,311*3,468(x+3,468/2)-(5,373/2)x^2)*(-0,0574(x+3,468+0,806))] dx = -3,5901$$

$$\int M_1 \times M_1 = \int_0^{0.276} [-0,0574(x+3,468+0,806)]^2 dx = 0,0177$$

$$V_0(x) = (254,19-178,067)+(10,436*0,806)+(6,31*3,468)+5,3731x$$

$$V_1(x) = -0,0574$$

$$\int V_0 \times V_1 = \int_0^{0.276} [(254,19-178,067)+(10,436*0,806)+(6,31*3,468)+5,3731x]*(-0,0574) dx$$

$$= -1,6977$$

$$\int V_1 \times V_1 = \int_0^{0.276} [(-0,0574)^2] dx = 0,00091$$

$$x = 0 - 0,627 \text{ arası (u)}$$

$$M_0(x) = -209,795+(254,19-178,067)*(x+0,276+3,468+0,806)-10,436*0,806*(x+0,276+3,468+0,806/2)-6,311*3,468*(x+0,276+3,468/2)-5,373*0,276*(x+0,276/2)-68,851x-(5,373/2)x^2$$

$$M_1(x) = -0,0574(x+0,276+3,468+0,806+x)+0.28x$$

$$\int M_0 x M_1 = \int_0^{0.627} [(-209,795+(254,19-178,067)*(x+0,276+3,468+0,806)-10,436*0,806*(x+0,276+3,468+0,806/2)-6,311*3,468*(x+0,276+3,468/2)-5,373*0,276*(x+0,276/2)-68,851x-(5,373/2)x^2)*(-0,0574(x+0,276+3,468+0,806)+0.28x)] dx = -6,0537$$

$$\int M_1 x M_1 = \int_0^{0.627} [-0,0594(x+0,276+3,468+0,806+x)+0.28x]^2 dx = 0,02398$$

$$V_0(x) = (254,19-178,067)+(10,436*0,806)+(6,31*3,468)+(5,3731*0,276)+5,3731x$$

$$V_1(x) = -0,0574$$

$$\int V_0 x V_1 = \int_0^{0.627} [(254,19-178,067)+(10,436*0,806)+(6,31*3,468)+(5,3731*0,276)+5,3731x*(-0,0574)] dx = -3,9439$$

$$\int V_1 x V_1 = \int_0^{0.627} [(-0,0574)^2] dx = 0,0021$$

Bulunan sonuçlarla denklemler düzenlenirse ;

$$\begin{aligned} \delta_{10M} = & \frac{1}{0,00183*2,1*10^7}(-0,1434) + \frac{1}{0,03219*2,1*10^7}(-0,199) + \frac{1}{0,03219*2,1*10^7}(-1,0355) \\ & + \frac{1}{0,00183*2,1*10^7}(-14,4649) + \frac{1}{0,00183*2,1*10^7}(-9,9204) + \frac{1}{0,00157*2,1*10^7}(-60,0421) \\ & + \frac{1}{0,00029*2,1*10^7}(-20,6162) + \frac{1}{0,00053*2,1*10^7}(-6,0537) + \frac{1}{0,00053*2,1*10^7}(-3,5901) \\ & + \frac{1}{0,00071*2,1*10^7}(12,4727) + \frac{1}{0,00174*2,1*10^7}(3,1805) = -0,00578936 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \delta_{10V} = & \frac{1}{0,1388*8,1*10^6}(-2,3876) + \frac{1}{0,6229*8,1*10^6}(-0,8698) + \frac{1}{0,6229*8,1*10^6}(-29,3728) \\ & + \frac{1}{0,1388*8,1*10^6}(-79,0937) + \frac{1}{0,1388*8,1*10^6}(-23,9436) + \frac{1}{0,1279*8,1*10^6}(51,4808) \\ & + \frac{1}{0,0483*8,1*10^6}(134,684) + \frac{1}{0,0697*8,1*10^6}(-3,9439) + \frac{1}{0,0697*8,1*10^6}(-1,6977) \\ & + \frac{1}{0,0818*8,1*10^6}(-19,0057) + \frac{1}{0,1353*8,1*10^6}(-3,7164) = -0,00025021 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta_{11M} = & \frac{1}{0,00183*2,1*10^7}(0,0062) + \frac{1}{0,03219*2,1*10^7}(-0,0114) + \frac{1}{0,03219*2,1*10^7}(0,0205) \\ & + \frac{1}{0,00183*2,1*10^7}(0,1171) + \frac{1}{0,00183*2,1*10^7}(-0,0668) + \frac{1}{0,00157*2,1*10^7}(0,4412) \\ & + \frac{1}{0,00029*2,1*10^7}(0,199) + \frac{1}{0,00053*2,1*10^7}(0,02398) + \frac{1}{0,00053*2,1*10^7}(0,01177) \\ & + \frac{1}{0,00071*2,1*10^7}(0,08517) + \frac{1}{0,00174*2,1*10^7}(0,000575) = 0,00006\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta_{11V} = & \frac{1}{0,1388*8,1*10^6}(0,265) + \frac{1}{0,6229*8,1*10^6}(0,11) + \frac{1}{0,6229*8,1*10^6}(0,11) \\ & + \frac{1}{0,1388*8,1*10^6}(0,29) + \frac{1}{0,1388*8,1*10^6}(0,115) + \frac{1}{0,1279*8,1*10^6}(0,0534) \\ & + \frac{1}{0,0483*8,1*10^6}(0,1357) + \frac{1}{0,0697*8,1*10^6}(0,0021) + \frac{1}{0,0697*8,1*10^6}(-0,00091) \\ & + \frac{1}{0,0818*8,1*10^6}(0,01143) + \frac{1}{0,1353*8,1*10^6}(0,002656) = 1,06295*10^{-6}\end{aligned}$$

$$\delta_{10} = \delta_{10M} + \delta_{10V} = -0,00578936 + 0,00025021 = -0,005548$$

$$\delta_{11} = \delta_{11M} + \delta_{11\zeta} = 0,00006 + 0,00000106295 = 0,0000629612$$

$$X_1 = \frac{-\delta_{10}}{\delta_{11}} = 90,69$$

Görüldüğü gibi sonlu elemanlar modelinden elde edilen A mesnedi tepkisi, kuvvet yöntemi ile elde edilen tepki kuvveti değerleri Çizelge 4.2’de görüldüğü üzere birbirlerine yakındır.

Çizelge 4.2 Sonlu Elemanlar ve Analitik Yöntem Sonuçları

	Sonlu Elemanlar Yöntemi	Analitik Yöntem
Hiperstatik Bilinmeyen Kuvvet X1	90,68	90,69

$$Hata\ Yüzdesi = \frac{|90,69 - 90,68|}{90,69} \times 100 = 0,011$$

4.3. Sonlu Elemanlar Metodundan Elde Edilen Tesir Katsayısı Matrisi

Sonlu elemanlar modelinde A,B,C ve D yataklarına sırası ile 1mm'lik deplasman kuvveti uygulandığında yataklarda oluşan tepki kuvvetleri, aşağıdaki tesir katsayısı matrisini verecektir.

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>
<i>A</i>	167	13,2	5,67	2,06
<i>B</i>	204	60	19	5,67
<i>C</i>	46,7	251	60	13,2
<i>D</i>	9,57	204	46,7	9,57

Bu matrise göre 1mm'lik deplasman kuvveti A yatağına uygulandığında; A yatağında 167, B yatağında 204, C yatağında 46,7 D yatağında ise 9,57 kN tepki kuvveti oluşmaktadır.

Sonlu elemanlar analizinde elde edilen tüm yatak yükleri bu matrise göre optimize edilerek layn işlemi tamamlanmış olunur.

Redüktör içindeki A ve B yataklarındaki tepkiler eşit olacak, ve diğer yataklara yükler yatakların rijitliklerine göre dağılacak şekilde optimizasyon yapılır.

5. SONUÇLAR

Bu çalışmada layn işlemleri açısından gemi şaftları ele alınmış, şaftlar ve şaft layn operasyonları hakkında genel bilgiler verilmiş, kullanılan alet ve yöntemler tanıtılmıştır. Şaftı hizalama (layna alma) işleminin titreşim ve gürültü limitlerinin aşılmaması açısından ne kadar önemli olduğu, bu limitlerin zorlanmaması gereken teknelerde (özellikle askeri tekneler) oldukça büyük bir öneme sahip olduğu görülmüştür. Özellikle yüksek hızlı makinelerde bu işlemin öneminin daha da arttığı, çok hassas ve bir o kadar da tecrübe gerektiren bir operasyon olduğu, ayrıca şaftın doğru hizada (laynda) olmadığı sistemlerde meydana gelen arızalar nedeniyle çok büyük maddi kayıpların ortaya çıkabileceği sonucuna da varılmıştır.

Tezde gemi şaftları hakkında genel bilgiler verilerek şaft layn operasyonları için temel oluşturulmuş, daha sonra şaft layn operasyonları hakkında bilgi verilmiş, kullanılan alet ve yöntemler tanıtılmış, layn operasyonlarında mühendislik çözümlerine gidebilmek, arızaların önüne geçebilmek ve zamandan kazanmak adına yapılan gerekli ön hesaplar, hiperstatik bir sistemin şaft layn hesaplarının yapıldığı “4. Bölüm’de” incelenmiş, şaft giriş sistemi olarak analitik çözüm ve sonlu elemanlar çözümü için ayrı ayrı modellenmiş ve yatak yükleri her iki yöntem ile de ayrı ayrı bulunmuş, sonuçlar karşılaştırılmış ve sonlu elemanlar yönteminin sağladığı kolaylıklarla beraber bu yöntemin çok hassas bir işlem olan layna almada yeterli doğrulukta sonuç verdiği görülmüştür. Bu sonuçtan yola çıkılarak layn işlemleri için gerekli “tesir katsayıları matrisi” sonlu elemanlar yöntemi ile elde edilmiştir

Sonlu elemanlar yöntemi ile bulunan sonuç ve analitik çözüm sonucu arasında %0,011 yani yaklaşık 1/10000 mertebesinde bir fark vardır. Bu farkın bir bölümünün de virgülden sonraki basamakların yuvarlanmasından kaynaklandığı düşünülmüştür. Bu sonuç yatak yüklerinin eldesinde sonlu elemanlar yönteminin güvenilirliğini göstermektedir. Buradan yola çıkılarak, tesir katsayılarını bulmak için sonlu elemanlar yönteminin uygun bir yöntem olduğu sonucuna varılmıştır.

KAYNAKLAR

- Akkurt, M (2005). Makina Elemanları Cilt: I – II, Birsen Yayınevi, İstanbul
- Bozacı, A (2000). Makine Elemanları, SEÇ Yayın Dağıtım, İstanbul.
- Bozacı, A (2002). Makine Elemanlarının Projelendirilmesi, Çağlayan Kitabevi, İstanbul.
- Essinger, J (1995), “Shaft Alginment”, International Pump Users Symposium 12:163-168.
- Girdhar, P (2004). Practical Machinery Vibration Analysis and Predictive Maintenance, Elsevier, Oxford.
- Götz, G., Panke, C. ve Steinbeck K (2004). Technical Project Guide Marine Application, DaimlerChrysler Off-Highway, Friedrichshafen.
- Güçlü R (1988). Gemi Pervane Şaft Sistemlerindeki Mekanik Titreşimler, Yüksek Lisans Tezi, YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü (yayımlanmamış).
- Harris C.M. ve Piersol A.G (2002). Harris' Shock And Vibration Handbook 5th Ed., McGraw Hill, New York.
- Henry R.W (2002). Dynamic Movement White Paper, VibrAlignInc, Virginia.
- Low, K.H. ve Lim, S.H (2004), “Propulsion shaft alignment method and analysis for surface crafts”, Advances in Engineering Software 35:45–58.
- Maurice, L.A, (2000). Rotating Machinery Vibration – From Analysis To Troubleshooting, Marcel Dekker, New York.
- Mobley, R. K (2004). Maintenance Fundamentals 2nd Edition, Elsevier Butterworth-Heinemann, Massachusetts.
- Oberg, E., Jones, F.D., Horton, H.L, ve Ryffel H.H (2000). Machinery's Handbook 26th ed., Industrial pres, New York.
- Pala, S. ve Çelik M (2006). Yapı Statiği II Ders Notları, İ.T.Ü. İstanbul
- Piotrowski, J (2007). Shaft Alignment Handbook Third Edition, CRC Press, New York.
- Rich, H., Sullivan, B., Walden, ve J., Zdrojewski, D (2003) “Understanding Shaft Alignment; Thermal Growth”, Maintenance Technology, 16:1:19-22.
- Skeirik, R.D (1997). Alignment Pitfalls - How To Identify And Eliminate Them, Vibration Institute, New Orleans.

Smith, E. H (1994). Mechanical Engineers Reference Book 12Edition, Butterworth-Heinemann, Massachusetts.

Stolarski, T.A., (2000). Tribology in Machine Design, Butterworth-Heinemann, Massachusetts.

Türk Loydu (1992). Gemileri Klaslama Kuralları, Makine Kuralları, İstanbul.

U.S. Department of Energy, (2005). “The Importance of Motor Shaft Alignment”, Motor Systems Tip Sheet #4 Sept.2005, Washington.

Wartsila Corporation, (2007). Wartsila Lips Shaft Instruction Manual, Helsinki.

EKLER

EK-1 Sonlu Elemanlar Programı LUSAS'ın Ürettiği Sonlu Elemanlar Model Çıktısı

ÖZGEÇMİŞ

Doğum Tarihi	26.01.1984	
Doğum Yeri	Kadıköy	
Lisans	2003-2008	Y.T.Ü Makine Fakültesi – Gemi İnşaatı ve Gemi Makineleri Mühendisliği Bölümü Y.T.Ü İnşaat Fakültesi – İnşaat Mühendisliği Bölümü
Lise	1998-2003	İstanbul Erkek Lisesi

Çalıştığı kurumlar

2009-	Yıldız Teknik Üniversitesi, Gemi İnşaatı ve Denizcilik Fakültesi Beşiktaş/İstanbul
2008-2009	Dearsan Gemi İnşaat San. Ltd. Şti. Tuzla/İstanbul.

EK – 1

**SONLU ELEMENLAR PROGRAMI LUSAS'IN
ÜRETTİĞİ SONLU ELEMENLAR MODEL
ÇIKTISI**

TIME AT CENTRAL PROCESSOR = 19:26:49 ON 21/04/09 (DAY/MTH/YR)

S Y S T E M P A R A M E T E R I N P U T

VBNAME	VALUE
NLPZ	131111321
NPGS	960
IECHO	1
MXELGP	32
IPGLEN	4096
LPGNUM	750
NIDX	10000

LL	UU	UU	SSSSSS	AAAA	SSSSSS			
LL	UU	UU	SS	SS	AA	AA	SS	SS
LL	UU	UU	SS	AA	AA	SS		
LL	UU	UU	SSSSS	AAAAAAAA	SSSSS			
LL	UU	UU	SSSSS	AAAAAAAA	SSSSS			
LL	UU	UU		SS	AA	AA		SS
LLLLLLLLL	UU	UU	SS	SS	AA	AA	SS	SS
LLLLLLLLL	UUUUUU		SSSSSS	AA	AA	SSSSSS		

Analysis Options : Nonlinear, Dynamics, Thermal/Field,
FDS (Fast Direct Solver)
Element Library : Plus
Memory request for 1028Mb Succeeded

TIME AT CENTRAL PROCESSOR = 19:26:49 ON 21/04/09 (DAY/MTH/YR)

P R O B L E M 1

no Title set

U N I T S K N M T S C

O P T I O N(S)	2	SUPPRESS NODE COORDINATE CHECKS FOR
SIMILAR COORDS AND MISSING NODES		
	48	SWITCH CBF INPUT FROM FORCE/UNIT VOLUME
TO ACCELERATION		
	61	ALL TWO DIMENSIONAL SLIDELINE SURFACES
DEFINED WITH OUTWARD NORMALS		
	123	CLOCKWISE NODE NUMBERING

-131 PARALLEL FRONTAL SOLVER ALGORITHM
 157 MATERIAL MODEL 29 REQUIRED (MANDATORY
 WITH NON-CROSS-SECTION ELEMENTS)
 -248 SINGLE PRECISION PRECONDITIONING FOR
 PCG
 SOLVER
 250 DATAFILE HAS BEEN CREATED BY MYSTRO
 253 EMISSIVITY SPECIFIED IN THERMAL
 ENVIRONMENT PROPERTIES
 278 ASSIGN SIX DEGREES OF FREEDOM TO ALL
 THICK SHELL ELEMENT NODES
 -282 F SET SLOANE FRONTAL OPTIMISER AS DEFAULT
 324 SPECIFY DAMPING PROPERTIES FOR JOINT
 PROPERTIES GENERAL EXPLICITLY
 350 INVOKES PRODUCT MOMENT OF INERTIA (IYZ)
 INPUT FOR BTS3 NONLINEAR THICK BEAM ELEMENTS
 380 OUTPUT STRESS RESULTANTS RELATIVE TO
 BEAM AXES FOR ECCENTRIC BTS3 ELEMENTS
 386 USE OF WEIGHTED FORCE/STIFFNESS
 DISTRIBUTION WITH SLIDELINES

E L E M E N T T O P O L O G Y

ELEMENT NUMBER	ELEMENT NODE NUMBERS			
BM3	ELEMENTS			
1	1	3	4	
2	4	5	6	
3	6	7	8	
4	8	9	2	
5	2	11	12	
6	12	13	14	
7	14	15	16	
8	16	17	10	
9	10	19	20	
10	20	21	22	
11	22	23	24	
12	24	25	18	
13	18	27	28	
14	28	29	30	
15	30	31	32	
16	32	33	26	
17	26	35	36	
18	36	37	38	
19	38	39	40	
20	40	41	34	
21	34	43	44	
22	44	45	46	
23	46	47	48	
24	48	49	42	
25	42	51	52	
26	52	53	54	
27	54	55	56	

28	56	57	50
29	50	59	60
30	60	61	62
31	62	63	64
32	64	65	58
33	58	67	68
34	68	69	70
35	70	71	72
36	72	73	66
37	66	75	76
38	76	77	78
39	78	79	80
40	80	81	74
41	74	83	84
42	84	85	86
43	86	87	88
44	88	89	82
45	82	91	92
46	92	93	94
47	94	95	96
48	96	97	90
49	90	99	100
50	100	101	102
51	102	103	104
52	104	105	98
53	98	107	108
54	108	109	110
55	110	111	112
56	112	113	106
57	106	115	116
58	116	117	118
59	118	119	120
60	120	121	114
61	114	123	124
62	124	125	126
63	126	127	128
64	128	129	122
65	122	131	132
66	132	133	134
67	134	135	136
68	136	137	130

TOTAL NUMBER OF ELEMENTS	=	68
LARGEST ELEMENT NUMBER	=	68
LARGEST NODE NUMBER	=	137

DEFAULT SOLVER CHOSEN

NODE COORDINATES

NODE NO.	COORDINATE IN	COORDINATE IN
----------	---------------	---------------

	X-DIRECTION	Y-DIRECTION
	M	M
1	0.000000E+00	0.000000E+00
2	0.475000	0.000000E+00
3	0.593750E-01	0.000000E+00
4	0.118750	0.000000E+00
5	0.178125	0.000000E+00
6	0.237500	0.000000E+00
7	0.296875	0.000000E+00
8	0.356250	0.000000E+00
9	0.415625	0.000000E+00
10	1.24000	0.000000E+00
11	0.570625	0.000000E+00
12	0.666250	0.000000E+00
13	0.761875	0.000000E+00
14	0.857500	0.000000E+00
15	0.953125	0.000000E+00
16	1.04875	0.000000E+00
17	1.14438	0.000000E+00
18	2.04600	0.000000E+00
19	1.34075	0.000000E+00
20	1.44150	0.000000E+00
21	1.54225	0.000000E+00
22	1.64300	0.000000E+00
23	1.74375	0.000000E+00
24	1.84450	0.000000E+00
25	1.94525	0.000000E+00
26	5.51400	0.000000E+00
27	2.47950	0.000000E+00
28	2.91300	0.000000E+00
29	3.34650	0.000000E+00
30	3.78000	0.000000E+00
31	4.21350	0.000000E+00
32	4.64700	0.000000E+00
33	5.08050	0.000000E+00
34	5.79000	0.000000E+00
35	5.54850	0.000000E+00
36	5.58300	0.000000E+00
37	5.61750	0.000000E+00
38	5.65200	0.000000E+00
39	5.68650	0.000000E+00
40	5.72100	0.000000E+00
41	5.75550	0.000000E+00
42	6.41700	0.000000E+00
43	5.86837	0.000000E+00
44	5.94675	0.000000E+00
45	6.02512	0.000000E+00
46	6.10350	0.000000E+00
47	6.18187	0.000000E+00
48	6.26025	0.000000E+00
49	6.33863	0.000000E+00
50	9.22000	0.000000E+00
51	6.76737	0.000000E+00
52	7.11775	0.000000E+00
53	7.46812	0.000000E+00
54	7.81850	0.000000E+00
55	8.16887	0.000000E+00
56	8.51925	0.000000E+00

57	8.86963	0.000000E+00
58	10.3240	0.000000E+00
59	9.35800	0.000000E+00
60	9.49600	0.000000E+00
61	9.63400	0.000000E+00
62	9.77200	0.000000E+00
63	9.91000	0.000000E+00
64	10.0480	0.000000E+00
65	10.1860	0.000000E+00
66	10.4390	0.000000E+00
67	10.3384	0.000000E+00
68	10.3528	0.000000E+00
69	10.3671	0.000000E+00
70	10.3815	0.000000E+00
71	10.3959	0.000000E+00
72	10.4102	0.000000E+00
73	10.4246	0.000000E+00
74	10.7290	0.000000E+00
75	10.4752	0.000000E+00
76	10.5115	0.000000E+00
77	10.5478	0.000000E+00
78	10.5840	0.000000E+00
79	10.6203	0.000000E+00
80	10.6565	0.000000E+00
81	10.6928	0.000000E+00
82	10.8390	0.000000E+00
83	10.7428	0.000000E+00
84	10.7565	0.000000E+00
85	10.7702	0.000000E+00
86	10.7840	0.000000E+00
87	10.7977	0.000000E+00
88	10.8115	0.000000E+00
89	10.8253	0.000000E+00
90	10.9490	0.000000E+00
91	10.8528	0.000000E+00
92	10.8665	0.000000E+00
93	10.8803	0.000000E+00
94	10.8940	0.000000E+00
95	10.9078	0.000000E+00
96	10.9215	0.000000E+00
97	10.9352	0.000000E+00
98	11.2140	0.000000E+00
99	10.9821	0.000000E+00
100	11.0152	0.000000E+00
101	11.0484	0.000000E+00
102	11.0815	0.000000E+00
103	11.1146	0.000000E+00
104	11.1478	0.000000E+00
105	11.1809	0.000000E+00
106	11.3290	0.000000E+00
107	11.2284	0.000000E+00
108	11.2428	0.000000E+00
109	11.2571	0.000000E+00
110	11.2715	0.000000E+00
111	11.2859	0.000000E+00
112	11.3003	0.000000E+00
113	11.3146	0.000000E+00
114	11.5940	0.000000E+00

115	11.3621	0.000000E+00
116	11.3952	0.000000E+00
117	11.4284	0.000000E+00
118	11.4615	0.000000E+00
119	11.4946	0.000000E+00
120	11.5278	0.000000E+00
121	11.5609	0.000000E+00
122	11.7040	0.000000E+00
123	11.6078	0.000000E+00
124	11.6215	0.000000E+00
125	11.6352	0.000000E+00
126	11.6490	0.000000E+00
127	11.6628	0.000000E+00
128	11.6765	0.000000E+00
129	11.6902	0.000000E+00
130	11.8690	0.000000E+00
131	11.7246	0.000000E+00
132	11.7453	0.000000E+00
133	11.7659	0.000000E+00
134	11.7865	0.000000E+00
135	11.8071	0.000000E+00
136	11.8278	0.000000E+00
137	11.8484	0.000000E+00

TOTAL NUMBER OF NODES	=	137
LARGEST NODE NUMBER	=	137
DATA STORAGE LOCATIONS USED	=	411

G E O M E T R I C P R O P E R T I E S

s12
PROPERTY

BM3		ELEMENTS			
1 NO1 AREA	=	0.4790	IZZ	=	0.6510E-01 IZ
0.0000E+00					
NO2 AREA	=	0.4790	IZZ	=	0.6510E-01 IZ
0.0000E+00					
NO3 AREA	=	0.4790	IZZ	=	0.6510E-01 IZ
0.0000E+00					
NO1 AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00 SP
0.0000E+00					
NO2 AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00 SP
0.0000E+00					
NO3 AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00 SP
0.0000E+00					

G E O M E T R I C P R O P E R T I E S

s11
PROPERTY

	BM3	ELEMENTS				
0.0000E+00	2 NO1	AREA = 0.1350	IZZ	=	0.1744E-02	IZ =
0.0000E+00	NO2	AREA = 0.1350	IZZ	=	0.1744E-02	IZ =
0.0000E+00	NO3	AREA = 0.1350	IZZ	=	0.1744E-02	IZ =
0.0000E+00						
0.0000E+00	NO1	AP = 0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP =
0.0000E+00	NO2	AP = 0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP =
0.0000E+00	NO3	AP = 0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP =

G E O M E T R I C P R O P E R T I E S

s10
PROPERTY

	BM3	ELEMENTS				
0.0000E+00	3 NO1	AREA = 0.8180E-01	IZZ	=	0.7100E-03	IZ =
0.0000E+00	NO2	AREA = 0.8180E-01	IZZ	=	0.7100E-03	IZ =
0.0000E+00	NO3	AREA = 0.8180E-01	IZZ	=	0.7100E-03	IZ =
0.0000E+00						
0.0000E+00	NO1	AP = 0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP =
0.0000E+00	NO2	AP = 0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP =
0.0000E+00	NO3	AP = 0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP =

G E O M E T R I C P R O P E R T I E S

s9
PROPERTY

	BM3	ELEMENTS				
0.0000E+00	4 NO1	AREA = 0.6968E-01	IZZ	=	0.5340E-03	IZ =
0.0000E+00	NO2	AREA = 0.6968E-01	IZZ	=	0.5340E-03	IZ =
0.0000E+00	NO3	AREA = 0.6968E-01	IZZ	=	0.5340E-03	IZ =

0.0000E+00	NO1	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00	NO2	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00	NO3	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=

G E O M E T R I C P R O P E R T I E S

s8
PROPERTY

BM3		ELEMENTS							
0.0000E+00	5 NO1	AREA	=	0.4800E-01	IZZ	=	0.2880E-03	IZ	=
0.0000E+00	NO2	AREA	=	0.4800E-01	IZZ	=	0.2880E-03	IZ	=
0.0000E+00	NO3	AREA	=	0.4800E-01	IZZ	=	0.2880E-03	IZ	=
0.0000E+00	NO1	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00	NO2	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00	NO3	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=

G E O M E T R I C P R O P E R T I E S

s7
PROPERTY

BM3		ELEMENTS							
0.0000E+00	6 NO1	AREA	=	0.1279	IZZ	=	0.1570E-02	IZ	=
0.0000E+00	NO2	AREA	=	0.1279	IZZ	=	0.1570E-02	IZ	=
0.0000E+00	NO3	AREA	=	0.1279	IZZ	=	0.1570E-02	IZ	=
0.0000E+00	NO1	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00	NO2	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00	NO3	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=

G E O M E T R I C P R O P E R T I E S

s6
PROPERTY

	BM3	ELEMENTS					
0.0000E+00	7 NO1	AREA = 0.1388	IZZ	=	0.1826E-02	IZ	=
0.0000E+00	NO2	AREA = 0.1388	IZZ	=	0.1826E-02	IZ	=
0.0000E+00	NO3	AREA = 0.1388	IZZ	=	0.1826E-02	IZ	=
0.0000E+00	NO1	AP = 0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00	NO2	AP = 0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00	NO3	AP = 0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=

G E O M E T R I C P R O P E R T I E S

s5
PROPERTY

	BM3	ELEMENTS					
0.0000E+00	8 NO1	AREA = 0.6229	IZZ	=	0.3219E-01	IZ	=
0.0000E+00	NO2	AREA = 0.6229	IZZ	=	0.3219E-01	IZ	=
0.0000E+00	NO3	AREA = 0.6229	IZZ	=	0.3219E-01	IZ	=
0.0000E+00	NO1	AP = 0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00	NO2	AP = 0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00	NO3	AP = 0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=

G E O M E T R I C P R O P E R T I E S

s4
PROPERTY

	BM3	ELEMENTS					
0.0000E+00	9 NO1	AREA = 0.1388	IZZ	=	0.1826E-02	IZ	=
0.0000E+00	NO2	AREA = 0.1388	IZZ	=	0.1826E-02	IZ	=

NO3	AREA	=	0.1388	IZZ	=	0.1826E-02	IZ	=
0.0000E+00								
NO1	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00								
NO2	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00								
NO3	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00								

G E O M E T R I C P R O P E R T I E S

s3
PROPERTY

BM3	ELEMENTS							
10 NO1	AREA	=	0.1000	IZZ	=	0.1000E-02	IZ	=
0.0000E+00								
NO2	AREA	=	0.1000	IZZ	=	0.1000E-02	IZ	=
0.0000E+00								
NO3	AREA	=	0.1000	IZZ	=	0.1000E-02	IZ	=
0.0000E+00								
NO1	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00								
NO2	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00								
NO3	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00								

G E O M E T R I C P R O P E R T I E S

s2
PROPERTY

BM3	ELEMENTS							
11 NO1	AREA	=	0.4226	IZZ	=	0.1500E-01	IZ	=
0.0000E+00								
NO2	AREA	=	0.4226	IZZ	=	0.1500E-01	IZ	=
0.0000E+00								
NO3	AREA	=	0.4226	IZZ	=	0.1500E-01	IZ	=
0.0000E+00								
NO1	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00								
NO2	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00								
NO3	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	=	0.0000E+00	SP	=
0.0000E+00								

G E O M E T R I C P R O P E R T I E S

s1
PROPERTY

	BM3	ELEMENTS				
12	NO1	AREA	=	0.5740E-01	IZZ	= 0.3840E-03 IZ =
0.0000E+00						
	NO2	AREA	=	0.5740E-01	IZZ	= 0.3840E-03 IZ =
0.0000E+00						
	NO3	AREA	=	0.5740E-01	IZZ	= 0.3840E-03 IZ =
0.0000E+00						
	NO1	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	= 0.0000E+00 SP =
0.0000E+00						
	NO2	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	= 0.0000E+00 SP =
0.0000E+00						
	NO3	AP	=	0.0000E+00	ZZZP	= 0.0000E+00 SP =
0.0000E+00						

DATA STORAGE LOCATIONS USED	=	264
-----------------------------	---	-----

G E O M E T R I C A S S I G N M E N T S

FIRST ELEMENT	LAST ELEMENT	DIFF- ERENCE	GEOMETRIC SET
1	4	1	1
5	12	1	2
13	16	1	3
17	24	1	4
25	28	1	5
29	32	1	6
33	40	1	7
41	48	1	8
49	56	1	9
57	60	1	10
61	64	1	11
65	68	1	12

TOTAL NUMBER OF GEOMETRIC ASSIGNMENT SETS	=	12
TOTAL NUMBER OF ELEMENTS	=	68
LARGEST ELEMENT NUMBER	=	68
LARGEST GEOMETRIC ASSIGNMENT SET NUMBER	=	12
DATA STORAGE LOCATIONS USED	=	61

M A T E R I A L P R O P E R T I E S

MATERIAL

Mild Steel Ungraded (kN,m,t,s,C) (elastic)
1 E = 0.2090E+09 NU = 0.3000 RHO = 7.860
ALPHA = 0.1100E-04 ARAYL = 0.0000E+00 BRAYL = 0.0000E+00
TEMP = 0.0000E+00
DATA STORAGE LOCATIONS USED = 208

M A T E R I A L A S S I G N M E N T S

POTENTIAL/ SHRINKAGE	FIRST CREEP	LAST DAMAGE	DIFF- LusasM	MATERIAL VISCOELASTIC	NSET TWO PHASE	STRESS
SET	ELEMENT SET	ELEMENT SET	ERENCE SET	SET MATERIAL	SET	PLASTIC DATA SET
		1	68	1	1	0
0	0	1	0	0	0	0

TOTAL NUMBER OF MATERIAL ASSIGNMENT SETS = 1
F R E E D O M T E M P L A T E

COLM.	COLM.	COLM.	COLM.	COLM.	COLM.	COLM.	COLM.	COLM.	COLM.	COLM.	COLM.
COLM.	COLM.	COLM.	COLM.	COLM.	COLM.	COLM.	COLM.	COLM.	COLM.	COLM.	COLM.
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
12	13	14	15	16	17	18	19				
U	V	THZ	DU								

S U P P O R T N O D E S

F=FREE
R=RESTRAINED OR RESTRAINED WITH PRESCRIBED DISPLACEMENT
S=SPRING

FIRST SPRING	LAST SUPPORT	DIFF SPRING	SUPPORT SUPPORT	SUPPORT SPRING	SUPPORT SUPPORT	SUPPORT SPRING	SUPPORT SUPPORT
NODE	NODE	RNCE	CONDITION	CONSTANT	CONSTANT	CONSTANT	CONSTANT
CONSTANT	CONSTANT						
OR PRESCRIBED	OR PRESCRIBED			OR PRESCRIBED	OR PRESCRIBED		
VALUE	VALUE			VALUE	VALUE		
FREEDOM	THZ	FREEDOM	DU	FREEDOM	U	FREEDOM	V
10	0	0	R R F F	0.000000E+00	0.000000E+00		
0.000000E+00	0.000000E+00						
34	98	32	F R F F	0.000000E+00	0.000000E+00		
0.000000E+00	0.000000E+00						

TOTAL NUMBER OF SUPPORT NODES	=	4
LARGEST NODE NUMBER	=	98
DATA STORAGE LOCATIONS USED	=	16

L O A D C A S E 1

Loadcase 1

CONCENTRATED LOAD						
FIRST	LAST	DIFF	FORCE		FORCE	
FORCE						
NODE	NODE	RNCE	FX	FY	MZ	
FDU						
1	0	0	0.00000E+00	-154.75	0.00000E+00	
0.00000E+00						
2	0	0	0.00000E+00	-3.1887	0.00000E+00	
0.00000E+00						
4	8	2	0.00000E+00	-4.3807	0.00000E+00	
0.00000E+00						
10	0	0	0.00000E+00	-2.0502	0.00000E+00	
0.00000E+00						
12	16	2	0.00000E+00	-1.9967	0.00000E+00	
0.00000E+00						
18	0	0	0.00000E+00	-3.7872	0.00000E+00	
0.00000E+00						
20	24	2	0.00000E+00	-2.1037	0.00000E+00	
0.00000E+00						
26	0	0	0.00000E+00	-2.9206	0.00000E+00	
0.00000E+00						
28	32	2	0.00000E+00	-5.4708	0.00000E+00	
0.00000E+00						
34	0	0	0.00000E+00	-0.60614	0.00000E+00	
0.00000E+00						
36	40	2	0.00000E+00	-0.37053	0.00000E+00	
0.00000E+00						
42	0	0	0.00000E+00	-1.7258	0.00000E+00	
0.00000E+00						
44	48	2	0.00000E+00	-0.84175	0.00000E+00	
0.00000E+00						
50	0	0	0.00000E+00	-2.6656	0.00000E+00	
0.00000E+00						
52	56	2	0.00000E+00	-2.6099	0.00000E+00	
0.00000E+00						
58	0	0	0.00000E+00	-3.6235	0.00000E+00	
0.00000E+00						
60	64	2	0.00000E+00	-2.7214	0.00000E+00	
0.00000E+00						
66	0	0	0.00000E+00	-0.54169	0.00000E+00	
0.00000E+00						
68	72	2	0.00000E+00	-0.30762	0.00000E+00	
0.00000E+00						
74	0	0	0.00000E+00	-1.0483	0.00000E+00	
0.00000E+00						

76	80	2	0.00000E+00	-0.77575	0.00000E+00
0.00000E+00					
82	0	0	0.00000E+00	-27.321	0.00000E+00
0.00000E+00					
84	88	2	0.00000E+00	-1.3208	0.00000E+00
0.00000E+00					
90	0	0	0.00000E+00	-1.0149	0.00000E+00
0.00000E+00					
92	96	2	0.00000E+00	-1.3208	0.00000E+00
0.00000E+00					
98	0	0	0.00000E+00	-0.50825	0.00000E+00
0.00000E+00					
100	104	2	0.00000E+00	-0.70888	0.00000E+00
0.00000E+00					
106	0	0	0.00000E+00	-0.40954	0.00000E+00
0.00000E+00					
108	112	2	0.00000E+00	-0.30762	0.00000E+00
0.00000E+00					
114	0	0	0.00000E+00	-0.70384	0.00000E+00
0.00000E+00					
116	120	2	0.00000E+00	-0.51145	0.00000E+00
0.00000E+00					
122	0	0	0.00000E+00	-0.53948	0.00000E+00
0.00000E+00					
124	128	2	0.00000E+00	-0.89622	0.00000E+00
0.00000E+00					
130	0	0	0.00000E+00	-0.91369E-01	0.00000E+00
0.00000E+00					
132	136	2	0.00000E+00	-0.18274	0.00000E+00
0.00000E+00					

NUMBER OF LOADED NODES OR ELEMENTS	=	69
LARGEST NODE OR ELEMENT NUMBER	=	136
DATA STORAGE LOCATIONS USED	=	250

S U M M A R Y O F D A T A

TOTAL NUMBER OF ELEMENTS	=	68
TOTAL NUMBER OF CONSTRAINTS	=	0
TOTAL NUMBER OF NODES	=	137
TOTAL NUMBER OF SUPPORT NODES	=	4
TOTAL NUMBER OF LOADING CASES	=	1

LOCATIONS USED DURING DATA PROCESSING	=	11090
LOCATIONS AVAILABLE	=	131111321

TIME USED TO PROCESS INPUT DATA	=	0.62500E-01
---------------------------------	---	-------------

SEC.

TIME AT CENTRAL PROCESSOR = 19:26:50 ON 21/04/09 (DAY/MTH/YR)

INITIAL ESTIMATE OF NUMBER OF EDGES IN STRUCTURE	=	68
INITIAL ESTIMATE OF NUMBER OF FACES IN STRUCTURE	=	0

DEFAULT LINEAR SOLVER TYPE : FAST FRONTAL SOLVER SELECTED

(SOLTYP PROCESSOR)

ESTIMATE OF MODEL GEOMETRIC PROPERTIES
AND LOADING

MATERIAL	GEOMETRIC SUMMARY			ELEMENT
CENTRE OF GRAVITY				
SET	LENGTH	AREA	VOLUME	MASS
X-COORD	Y-COORD	Z-COORD		
	M	sq M	cu M	T
M	M	M		
1	11.8690	0.000000E+00	1.39040	10.8452
5.62584	0.000000E+00	0.000000E+00		
TOTALS FOR				
STRUCTURE	11.8690	0.000000E+00	1.39040	10.8452
5.62584	0.000000E+00	0.000000E+00		

MATERIAL			MOMENTS OF INERTIA ABOUT GLOBAL DIRECTIONS											
WITH ORIGIN AT (0,0,0)														
SET			Ixx			Iyy			Izz			Ixy		
Iyz			Ixz											
			T	M	**2	T	M	**2	T	M	**2	T	M	
**2	T	M	**2	T	M	**2	T	M	**2	T	M	**2	T	M
1			0.000000E+00			536.594			536.594					
0.000000E+00			0.000000E+00			0.000000E+00								
TOTALS FOR														
STRUCTURE			0.000000E+00			536.594			536.594					
0.000000E+00			0.000000E+00			0.000000E+00								

MATERIAL			MOMENTS OF INERTIA ABOUT GLOBAL DIRECTIONS											
WITH ORIGINS AT CENTROIDS														
SET			Ixx			Iyy			Izz			Ixy		
Iyz			Ixz											
			T	M	**2	T	M	**2	T	M	**2	T	M	
**2	T	M	**2	T	M	**2	T	M	**2	T	M	**2	T	M
1			0.000000E+00			193.343			193.343					
0.000000E+00			0.000000E+00			0.000000E+00								
TOTALS FOR														
STRUCTURE			0.000000E+00			193.343			193.343					
0.000000E+00			0.000000E+00			0.000000E+00								

MATERIAL	PRINCIPAL MOMENTS OF INERTIA ABOUT								
CENTROIDAL AXES									
SET	I			I			I		
	11			22			33		
PRINCIPAL DIRECTIONS									
	T	M	**2	T	M	**2	T	M	**2
1	193.343			193.343			0.000000E+00		
0.00) (0.00, 0.00, 1.00) (1.00, 0.00, 0.00)									
TOTALS FOR	193.343			193.343			0.000000E+00		
STRUCTURE	193.343			193.343			0.000000E+00		
0.00) (0.00, 0.00, 1.00) (1.00, 0.00, 0.00)									

FORCE ----- RESULTANT APPLIED LOAD AT ORIGIN IN
GLOBAL DIRECTIONS -----
OUTPUT GROUP Fx Fy Fz Mx
My Mz
 KN KN KN KN .M
KN .M KN .M

LOAD CASE 1
TOTALS FOR
STRUCTURE 0.000000E+00 -287.973 0.000000E+00
0.000000E+00 0.000000E+00 -907.325

ONLY) AVERAGE VALUE OF POISSON'S RATIO (FOR ISOTROPIC MATERIALS
 = 0.3000

SEC. TOTAL TIME FOR GLOBAL MATRIX ASSEMBLY = 0.000000E+00

TOTAL NUMBER OF NONZERO ENTRIES IN THE MATRIX = 1448

LOCATIONS USED DURING PRE-SOLUTION PROCESS = 24580
LOCATIONS AVAILABLE = 131111321

TOTAL NO. OF STRUCTURAL DEGREES OF FREEDOM = 275
TOTAL NO. OF ACTIVE DEGREES OF FREEDOM = 275
TOTAL NO. OF EQUATIONS = 275
TOTAL NO. OF ACTIVE NODES = 137

NUMBER OF ELEMENT GROUPS = 3
MAXIMUM NUMBER OF ELEMENTS IN A GROUP = 32

MAXIMUM SIZE OF ELEMENT DATA RECORDS = 11088
MAXIMUM SIZE OF ELEMENT RESULT RECORDS = 1776
MAXIMUM SIZE OF ELEMENT SOLUTION RECORDS = 0
MAXIMUM SIZE OF ELEMENT SHAPE RECORDS = 3700
TOTAL SIZE OF ELEMENT DATA RECORDS = 24136
TOTAL SIZE OF ELEMENT RESULT RECORDS = 3872
TOTAL SIZE OF ELEMENT SOLUTION RECORDS = 0
TOTAL SIZE OF GLOBAL SOLUTION RECORD = 2076
TOTAL SIZE OF GLOBAL MATRIX & RHS RECORDS = 2775

SEC. TIME FOR PRE-SOLUTION PROCESS = 0.15625E-01
 (ALL ELEMENT STIFFNESS MATRICES)

TIME AT CENTRAL PROCESSOR = 19:26:50 ON 21/04/09 (DAY/MTH/YR)