

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**SİSTEM GÜVENİLİRLİĞİ ANALİZİ ve
BİR UYGULAMA**

İstatistikçi S. Enver VARAN

FBE İstatistik Anabilim Dalında Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Yrd. Doç. Dr. Atıf EVREN

İSTANBUL, 2007

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iv
KISALTMA LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
ÇİZELGE LİSTESİ	viii
ÖNSÖZ.....	ix
ÖZET	x
ABSTRACT	xi
1. GİRİŞ.....	1
1.1 Güvenilirlik	1
1.2 Ömür Dağılımı	1
1.3 Hata Zamanı	2
1.4 Güvenilirlik Fonksiyonu.....	3
1.5 Hata Oranı	4
1.6 Küvet(Bathtub) Eğrisi	5
1.7 Ortalama Hata Zamanı	7
1.8 Güvenilirlik Önem Düzeyi	8
2. OLASILIK DAĞILIMLARI	9
2.1 Poison Süreci	9
2.2 Üstel Dağılım	11
2.3 Gama Dağılımı	12
2.4 Weibull Dağılımı	14
2.5 Normal Dağılım.....	16
2.6 Lognormal Dağılım	18
2.7 Birnbaun Saunders Dağılımı	21
3. HATA AĞACI ANALİZİ	24
3.1 FTA Aşamaları	25
3.2 Ağaç Stratejileri ve Yapıları	27
3.3 FTA Diyagramının yapılandırılması	28
3.4 Nicel Analiz.....	28
3.5 Güvenilirlik ve Hata Olasılık Bağlantıları	28
3.6 En Küçük Pay Seti.....	30
3.7 Boole Matematikçi	30
4. GÜVENİLİRLİK BLOK DİYAGRAMLARI	33
4.1 FTA Aşamaları	33
4.2 Ağaç Stratejileri ve Yapıları	33

4.3	Hata Ağacı ve Güvenilirlik Blok Diyagramları.....	34
4.4	Yapı Fonksiyonu	35
4.5	n bileşenin k tanesi durumu	36
4.6	Sistem Yapı Analizi.....	37
5.	ÖMÜR VERİ ANALİZİ	46
5.1	TTT Zaman Grafiği	47
5.2	En Uygun Yenileme	53
5.3	Sınırlı Veri Setleri	57
6.	GÜVEN ARALIKLARI.....	59
6.1	Güvenilirlik ve Güven Aralıkları	59
6.2	Olabilirlik Oranı Güven Aralıkları	61
6.3	Tam Veriler İçin En İyi Olabilirlik Tahmini Yöntemi	67
7.	UYGULAMA.....	69
7.1	Bilgisayar Kasası Modeli	69
7.2	Modelin Açıklaması	69
7.3	Bileşenlerin Analizi	70
7.4	Sistem Güvenilirliği	71
7.5	Sistem Güvenilirliğinin Artırılması İçin Yaklaşımlar	74
8.	SONUÇ	78
	KAYNAKLAR.....	79
	EKLER	80
	Ek 1 Ki-Kare Tablosu	80
	Ek 2 Ek-2 Monte Carlo Veri Simülasyonu	82
	ÖZGEÇMİŞ	83

SİMGE LİSTESİ

t	zaman
$X(t)$	t zamanındaki birimin durum değişkeni
$f(t)$	Olasılık yoğunluğu
$F(t)$	Dağılım fonksiyonu
$R(t)$	Güvenilirlik fonksiyonu
$P(.)$	Bir olayın gerçekleşme olasılığı
$z(t)$	Hata oranı
$E(t)$	Ortalama hata zamanı
Δt	Zaman aralığının uzunluğu
I_{R_i}	Güvenilirlik önem düzeyi
A	Verilen bir zaman aralığında bir olayın meydana gelme durumu
$N(t)$	$(0,t]$ aralığında A olayının meydana gelme sayısı
λ	Poisson sürecinin yoğunluğu-Ölçek parametresi
T_1	A olayının ilk defa meydana geldiği zaman noktası
e	üstel
k	şok zamanı
$\Gamma(k)$	Gama fonksiyonu
α	Şekil parametresi
μ	Ortalama
σ^2	Varyans
$\Phi(.)$	Standart normal dağılımın dağılım fonksiyonu
$z_\Phi(t)$	Standart normal dağılımın hata oranı
$\phi(t)$	Standart normal dağılımın olasılık yoğunluğunu
s_0	Yorgunluk limiti
z_j	Kısmi hasar
W_n	n iş döngüsünden sonraki kısmi hasar
P_F	Hata oranı
S	Başarı
T	Zirve olay
x_i	İkili değişkenlerden oluşan bileşen yapısı
$\phi(x)$	Sitemin yapı fonksiyonu
$\eta_\phi(i)$	i . bileşen için kritik yol setleri (yol vektörleri) nin toplam sayısı
$B_\phi(i)$	i . bileşenin yapısal önemi
T_j	j . Bileşen için ömür zamanı
$T(t)$	Bir testte t zamanına kadar geçen toplam zaman
$T(T_{(i)})$	i . hatadaki teste tabi toplam zaman
$H_F^{-1}(v)$	F dağılımının teste tabi toplam zaman dönüşümü
$\phi_F(v)$	$F(t)$ nin ölçekli TTT dönüşümü
$L(\theta)$	Bilinmeyen parametre vektörü θ için olabilirlik fonksiyonu
$\chi^2_{a:k}$	a olasılığı ve k serbestlik derecesi ile ki-kare istatistiği
η	Weibull dağılımı ölçek parametresi
β	Weibull dağılımı şekil parametresi
Λ	Logaritmik olabilirlik fonksiyonu

KISALTMA LİSTESİ

DFR	Decreasing Failre Rate-Azalan Hata Oranı
FTA	Fault Tree Analysis- Hata Ağacı Analizi
IFR	Increasing Failure Rate-Artan Hata Oranı
MLE	Maximum Likelihood Estimation-En iyi olabilirlik tahmin yöntemi
MTBF	Mean Time Between Failures- Hatalar arası ortalama zaman
MTBR	Mean Time Between Repalcements-Yenilemeler arası ortalama zaman
MTTF	Mean Time to Failure-Ortalama Hata Zamanı
MTTR	Mean Time to Repair- Ortalama tamir zamanı
TTT	Total Time on Test-Teste Tabi Toplam Zaman

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 1.1 Bir birimin hata zamanı.....	2
Şekil 1.2 Dağılım fonksiyonu $F(t)$ ve olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(t)$	3
Şekil 1.3 Hata oranı çeşitleri	6
Şekil 1.4 Bir birimin ortalama davranışı	7
Şekil 2.1 Gama olasılık yoğunluğu	13
Şekil 2.2 Gama dağılımının güvenilirlik fonksiyonu	14
Şekil 2.3 Weibull dağılımının hata oranı.....	15
Şekil 2.4 Standart normal dağılımın hata oranı $N(0,1)$	18
Şekil 2.5 Lognormal dağılımın olasılık yoğunluğu.....	19
Şekil 2.6 Lognormal dağılımın hata oranı.....	20
Şekil 2.7 Wöhler ya da s-N grafiği.....	21
Şekil 2.8 Birnboum-Saunders dağılımının olasılık yoğunluğu	23
Şekil 3.1 Hata Ağacı Oluşturma Aşamaları	26
Şekil 3.2 Güvenilirlik ve hata olasılık bağıntıları	28
Şekil 3.3 Hata ağacı analizinde “ve” ve “veya” açkıları	29
Şekil 3.4 Bir hata ağacı yapısı	32
Şekil 4.1 Bir blokla gösterilen i. bileşen	33
Şekil 4.2 Seri yapıdaki güvenilirlik blok diyagramı	33
Şekil 4.3 Paralel yapıda bir güvenilirlik blok diyagramı	33
Şekil 4.4 Bazı basit güvenilirlik diyagramları ve hata ağaçlarıyla olan bağlantılar.....	34
Şekil 4.5 Seri yapı	35
Şekil 4.6 Paralel yapı.....	36
Şekil 4.7 “3 bileşenin 2 si” modeli	37
Şekil 4.8 Etkisiz bileşen “2”	38
Şekil 4.9 Örnek sistem1	40
Şekil 4.10 Sistem düzeyinde gereksizlik.....	41
Şekil 4.11 Bileşen düzeyinde gereksizlik.....	41
Şekil 4.12 Örnek sistem2	42
Şekil 4.13 Örnek sistem3	43
Şekil 4.14 Örnek sistem4	44
Şekil 5.1 F dağılımının TTT dönüşümü	50
Şekil 5.2 Üstel dağılımın TTT dönüşümü	51

Şekil 5.3 TTT dönüşümü ile en uygun yer değiştirme zamanının hesaplanması.....	57
Şekil 6.1 Çift taraflı güven aralıkları.....	60
Şekil 6.2 Tek taraflı üst limit.....	61
Şekil 6.3 Tek taraflı alt limit	61
Şekil 6.4 Düzey grafiği bölgesi	63
Şekil 6.5 Örnek verilerine karşılık gelen düzey grafiği.....	66
Şekil 7.1 Bilgisayar kasası modeli blok diyagramı	69
Şekil 7.2 Sistem güvenilirliğinin zaman içerisindeki değişimi	72
Şekil 7.3 Güvenilirlik düzeylerinin zamana göre değişimi	73
Şekil 7.4 Güvenilirlik düzeylerinin 730 gündeki durumları.....	74
Şekil 7.5 Modele eklenen iki yeni bileşen Fan3 ve SabitDisk2	75

Çizelge 3.1 Çizelge 3.1 Hata ağacı simgeleri ve anlamları.....	27
Çizelge 3.2 Çizelge 3.1 Boole Kuralları	31
Çizelge 6.1 $L(\beta, \eta) = 4.432926 \cdot 10^{-10}$ değerini sağlayan β ve η değerleri	66
Çizelge 7.1 Bileşenler için varsayılan dağılımlar.....	70
Çizelge 7.2 Model bileşenleri için tahmin sonuçları.....	70
Çizelge 7.3 Modele eklenen bileşenler için tahmin sonuçları.....	75
Çizelge 7.4 En uygun paylaşırma yöntemine göre bileşenlerin yeni güvenilirlik oranları.....	76

ÖNSÖZ

Lisans öğrenimim sırasında eğitimime katkıda bulunan ve yüksek lisans eğitimim boyunca gerek değerli vaktini, gerekse bilgisini esirgemeyen değerli hocam Yrd. Doç. Dr. Atıf Evren'e en içten dileklerimle teşekkür ederim. O'nun desteğiyle bu çalışma şekillendi ve bu noktaya geldi.

Hayatımın her aşamasında sürekli olarak destek veren aileme sonsuz teşekkürlerimi sunarım.

Temmuz 2007

Serkan Enver VARAN

ÖZET

Günümüz ekonomik koşullarında satın alma davranışını etkileyen etkenlerden biri, satın alınan ürünün güvenilirliğidir. Durum böyleyken üreticiler mevcut ürünün güvenilirliğini tespit edip geliştirmek istemektedir. Bununla birlikte üretimde kullanılan makine ve donanımın ömürlerinin tespit edilmesi, üretim sürecinin işleyişi açısından hayati önem taşımaktadır. Rekabetin arttığı günümüzde güvenilirlik kavramı önemli bir bileşen haline gelmiştir.

Bu çalışmada güvenilirlik kavramları ele alınmış ve bir uygulamaya yer verilmiştir. İlk bölümde güvenilirlik teorisi ile ilgili kavramlara yer verilmiş, ikinci bölümde ise uygulamalarda sık karşılaşılan istatistiksel ömür dağılımları incelenmiştir. Sonraki bölümlerde bir sistem güvenilirliği modelinin oluşturulması için kullanılan iki yöntem, hata ağacı metodolojisi ve güvenilirlik blok diyagramları tanıtılmıştır. Bileşenlerin ömür veri analizi için geliştirilen yöntemler ve en uygun yer değiştirme zamanının hesaplanmasında kullanılan bir yaklaşım ele alınmıştır. İstatistiksel ömür dağılımlarının parametre tahmini için bir güven aralığı yöntemine değinilmiştir.

Son bölümde uygulamaya yer verilmiştir. Bir bilgisayar kasası modeli oluşturularak modelin açıklaması yapılmıştır. Bir bilgisayar programı kullanılarak sistemin güvenilirliği bulunmuş, bileşenlere ait özelliklere değinilmiştir. Sistem güvenilirliğin artırılması için üç yaklaşım sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Sistem güvenilirliği, olasılık dağılımları, parametre tahmini, güvenilirlik blok diyagramı

ABSTRACT

In view of today's economic conditions, one of the serious factors which is effective on buying impulse is reliability. In such a case the producers want to define and develop the reliability of the product. Nonetheless, it is a critically important task to analyse the lifetimes of the hardware used in manufacturing process. Reliability concept has become an important component at the present day's industrial emulation.

In this study, reliability concepts are introduced and a system reliability application is included. First section represents concepts on reliability theory. In the second chapter, concerned statistical lifetime distributions which are often used in applications are discussed. Following chapter includes two methods: Fault tree analysis and reliability block diagrams that are used to develop system reliability models. Life time analysis methods and an optimum replacement method for components are mentioned. One type of confidence interval technique for the parameter of statistical lifetime distributions is explained.

Last chapter includes an application. A computer casing model is developed and explained. Reliability of the system was computed and the properties of the components are mentioned. Three approaches for developing system reliability are presented.

Keywords: System reliability, probability distributions, parameter estimation, reliability block diagram

1. GİRİŞ

1.1 Güvenilirlik

Güvenilirlik, bir ürünün istenen bir işlevinin, belli koşullar altında, belirli bir periyod boyunca bozulmadan çalışma olasılığı olarak tanımlanır.

Bir güvenilirlik ölçüsü, “Ürün bozulmadan ne kadar çalışacak?”, “Garanti süresi dolmadan ürünler hangi oranda bozulacak?”, “Yeni bir ürün için ne kadarlık bir garanti süresi verilmelidir?” gibi soruların cevabını vermelidir.

Herhangi bir ürün kümesinde bazı birimler 100 saat, 200 saat, ya da 2000 saatlik çalışma süresine sahip olabilir. Başka bir deyişle ömür uzunluğu (life time) bir rasgele değişkendir. Bu çeşit rasgele değişken davranışlar incelenirken olasılıklar, dağılımlar, ortalama ve değişkenlik ölçüleri kullanılmalıdır.

Bir rasgele değişken fonksiyonu olan güvenilirlik, bu yüzden bir olasılıktır. Tahmin ve hesaplamasında istatistik kullanılır.

Bir ürünün güvenilirliği tanımlanırken, ürünün yerine getirmesi gereken işlev, hatayı oluşturan sebebin tanımı ile birlikte açıkça belirtilmelidir.

Bir elektrik lambası patlayınca, bir elektrikli motor çok fazla akım çekince ya da lüks bir araba sürerken aksaklık çıkarıyorsa bozulmuş kabul edilebilir. Bir ürünün yaşam süresi ölçülmeden önce üründen beklenen işlev ve neyin “bozulma” olduğu konusu açıkça belirlenmelidir. Ayrıca ürünün çalışma koşulları da açıkça belirlenmelidir. Güvenilirlik, çalışma koşullarına göre değişiklik gösterebilir.

Son olarak güvenilirlik, “zamanın bir fonksiyonu” olarak vurgulanmalıdır. Belirlenmiş bir zamanda, ürün kümesinin belirli bir oranı, mevcut işlevi bozulmadan sürdürmeye devam eder. Güvenilirlik, belirlenen bu zamandan sonra çalışmaya devam eden bu oranı temsil eder.

1.2 Ömür Dağılımı(Lifetime Distribution)

Bir ürünün ömür dağılımı, bütün güvenilirlik ölçülerinden elde edilen temel bilgidir. Bir ürün kümesindeki bütün öğelerin ömür uzunluğunun dağılımıdır. Ömür uzunluğu, saatler, haftalar, döngü sayıları vs. ile ölçülebilir. Dağılım, anakütleden alınan örnek bir veri setinden tahmin

edilebilir. Çoğu zaman ömür dağılımının belirli bir şekle sahip olduğunu varsaymak mümkündür. Genel bir yaklaşım, ömrün üstel dağıldığı şeklindedir. Aynı şekilde incelemelere (gözlemlere) dayanan çoğu ölçümlerin normal dağıldığı varsayılır. Bu çeşit varsayımlar, ürünün geçmişi ya da benzer ürünlerle ilgili bilgilere dayanmalıdır.

Bir ürünün ömür dağılımı, eğer üstel, normal, vs gibi çeşitlere sahip dağılımların parametreleri için tahmin edilen değerler bilinirse anlaşılabilir.

1.3 Hata Zamanı (Failure Time)

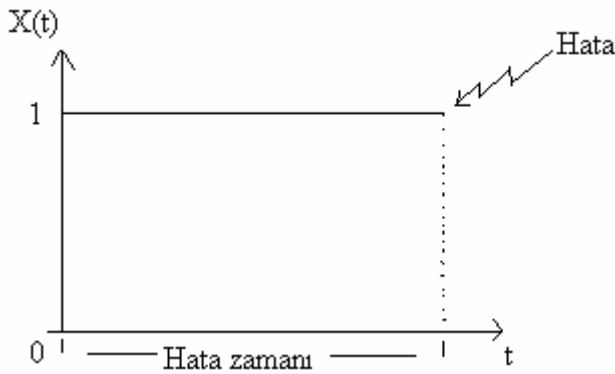
Hata zamanı, bir birimin ilk çalışmasından ilk bozulmasına kadar geçen süreye denir. Başlama noktası $t=0$ alınır. Hata zamanı şansa bağlı olduğu için bunu T rasgele değişkeni olarak yorumlamak mümkündür.

t zamanındaki birimin durum değişkeni $X(t)$ ile gösterilebilir. Aynı zamanda;

$$X(t) = \begin{cases} 1 & \text{Eğer birim } t \text{ zamanında çalışıyorsa} \\ 0 & \text{Eğer birim } t \text{ zamanında çalışır durumda değilse} \end{cases}$$

$X(t)$ bir rasgele değişkendir.

Durum değişkeni $X(t)$ ve hata zamanı T arasındaki ilişki şekilde gösterilmiştir.



Şekil 1.1 Bir birimin hata zamanı

Hata zamanı t her zaman sürekli bir zaman dilimini göstermez, aşağıdaki durumlar da söz konusu olabilir:

- Bir elektrik düğmesinin açıp kapama sayısı
- Bir araba tarafından katedilen mesafe
- Periyodik bir çalışma biriminin döngüsü vs.

Bu örneklerden, hata zamanının çoğu zaman kesikli değişken olabileceği söylenebilir.

Bununla beraber, kesikli bir değişken, sürekli bir değişkene yakınsanabilir.

T hata zamanının $f(t)$ olasılık yoğunluğu ve $F(t)$ dağılım fonksiyonu ile sürekli dağıldığı varsayılacaktır.

$$F(t) = P(T \leq t) = \int_0^t f(u) du \quad t > 0 \text{ için} \quad (1.1)$$

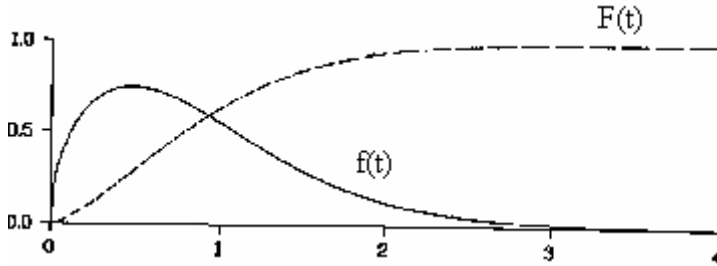
Dağılım fonksiyonu $F(t)$, birimin $(0, t]$ zaman aralığında bozulma olasılığını gösterir

$$f(t) = \frac{d}{dt} F(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < T \leq t + \Delta t)}{\Delta t} \quad (1.2)$$

Bu durumda Δt küçük olduğunda,

$$P(t < T \leq t + \Delta t) \approx f(t) \cdot \Delta t \quad (1.3)$$

olur.



Şekil 1.2 Dağılım fonksiyonu $F(t)$ ve olasılık yoğunluk fonksiyonu $f(t)$

1.4 Güvenilirlik Fonksiyonu

Bir birimin güvenilirlik fonksiyonu şöyle tanımlanır.

$$R(t) = 1 - F(t) = P(T > t) \quad t > 0 \text{ için} \quad (1.4)$$

Burada $R(t)$, birimin $(0, t]$ aralığında bozulmama olasılığı ya da birimin $(0, t]$ aralığında ve t zamanında çalışıyor olma olasılığıdır. $R(t)$ fonksiyonuna aynı zamanda “Ömür Fonksiyonu” da denir.

1.5 Hata Oranı

Bir birimin $(t, t + \Delta t)$ aralığında bozulma olasılığı, t zamanında birimin çalıştığı bilindiğinde;

$$P(t < T \leq t + \Delta t \mid T > t) = \frac{P(t < T \leq t + \Delta t)}{P(T > t)} = \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{R(t)}$$

Bu olasılık zaman aralığının uzunluğuna bölünürse $\Delta t \rightarrow 0$ iken hata oranı $z(t)$ elde edilir.

$$\begin{aligned} z(t) &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P(t < T \leq t + \Delta t \mid T > t)}{\Delta t} \\ &= \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{F(t + \Delta t) - F(t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{R(t)} = \frac{f(t)}{R(t)} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Buna göre Δt küçükken;

$$P(t < T \leq t + \Delta t \mid T > t) = z(t) \cdot \Delta t \quad (1.6)$$

olur.

$$f(t) = \frac{d}{dt} F(t) = \frac{d}{dt} (1 - R(t)) = -R'(t) \text{ ise}$$

$$z(t) = -\frac{R'(t)}{R(t)} = -\frac{d}{dt} \ln R(t) \quad (1.7)$$

$R(0)=1$ olduğunda;

$$\int_0^t z(t) dt = -\ln R(t) \quad (1.8)$$

Güvenilirlik Fonksiyonu;

$$R(t) = e^{-\int_0^t z(u) du} \quad (1.9)$$

Güvenilirlik fonksiyonu $R(t)$ ve dağılım fonksiyonu $F(t)=1-R(t)$, hata oranı $z(t)$ ile hesaplanır.

Hata oranı, bir birimin ömür dağılımının fonksiyonu ve hataya olan eğilimidir.

Hata oranı, yaşının veya çalışma süresinin bir fonksiyonu olarak ürünün hataya eğilimini belirler.

Belirli bir zamandaki hata oranı, o zamana kadar sağlam bir şekilde çalışarak gelmiş birimler dışında, sonraki zaman diliminde bozulanların oranıdır.

Örneğin, 1000 elektrikli motor test edildiğinde, 2000 inci saatte çalışanların sayısı 400, sonraki 100 saatte bozulanların sayısı 50, sonraki 100 saatte bozulanların sayısı yine 50 ise,

Elektrikli motorlar için 2000. saatteki hata oranı;

$$z(2000) = \frac{\text{2000 saatten sonraki 1 saatte bozulanların sayısı}}{\text{2000 saatte çalışıyor durumda olanlar}} = \frac{50/100}{400} = 0.00125 \text{ saat}$$

Burada $z(\cdot)$, hata oranı ya da tehlike oranını gösteren fonksiyondur.

Hata oranı, ürünün doğasına göre artar, azalır, ya da sabit kalabilir.

Hata oranı, ömür dağılım bilgisinden elde edilebilir.

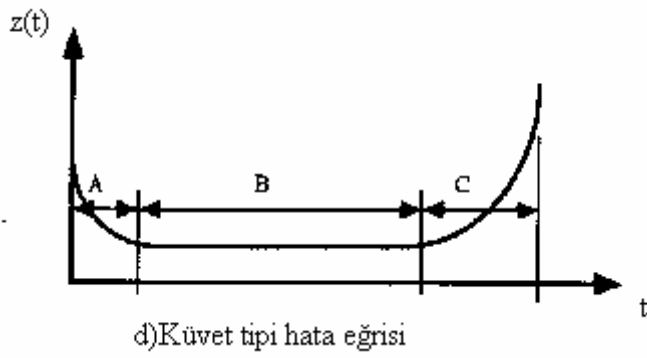
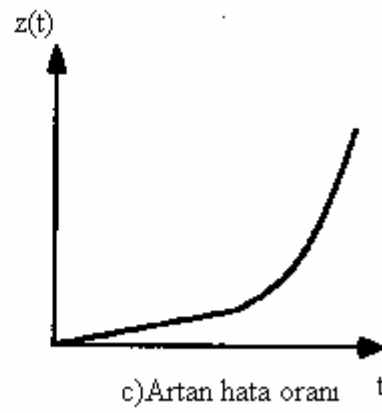
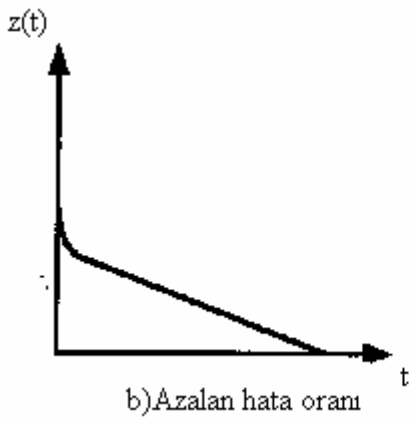
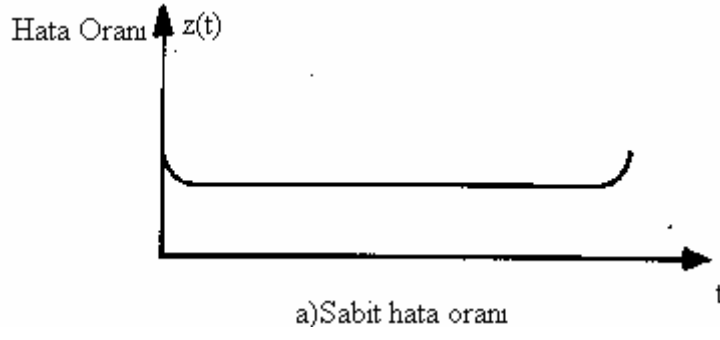
Ortalama hata oranı (Average Failure Rate) bir ürünün güvenilirlik ölçüsü olarak kullanılır.

Üstel ömür dağılımına sahip ürünler için zamanla sabit kalan hata oranı, güvenilirlik için gerekli olan bilgiyi verir.

Güvenilirlik çalışmalarında hata oranı kavramının önemli bir rolü vardır. Parça ve malzemelerin yeniyken, eskiyince bozulma etkilerini anlamaya yardımcı olur. Bu, güvenilirlik geliştirme stratejileri, önleyici bakım, parça yenileme ve stok planlamada fayda sağlar.

1.6 Küvet (Bathtub) Eğrisi

Hata oranı eğrileri kullanılarak çeşitli malzemelerin ömür davranışları araştırılmıştır. Aşağıdaki şekilde bir kaç değişik gereç için hata oranının zamanla nasıl değiştiği gösterilmiştir. Bunlardan biri, geniş uygulama alanı ve küvete benzeyen şekliyle “Küvet Eğrisi” dir. Bu eğride, malzemenin ömrü üç farklı bölgeye ayrılır.



Şekil 1.3 Hata oranı çeşitleri

A Bölgesi

Sabitleşinceye kadar azalan hata oranı bölgesidir. Hata oranındaki bu azalış, anakütledeki hatalı, kusurlu birimler sebebiyledir.

B Bölgesi

Hata oranı artmaya başlamadan önceki sabit bölgedir. Buradaki hatalar, tesadüfi ve şansa dayalı sebeplerden kaynaklanır.

C Bölgesi

Artan hata oranı söz konusudur. Bu evrede parçaların kullanım süreleri dolmaya başlar.

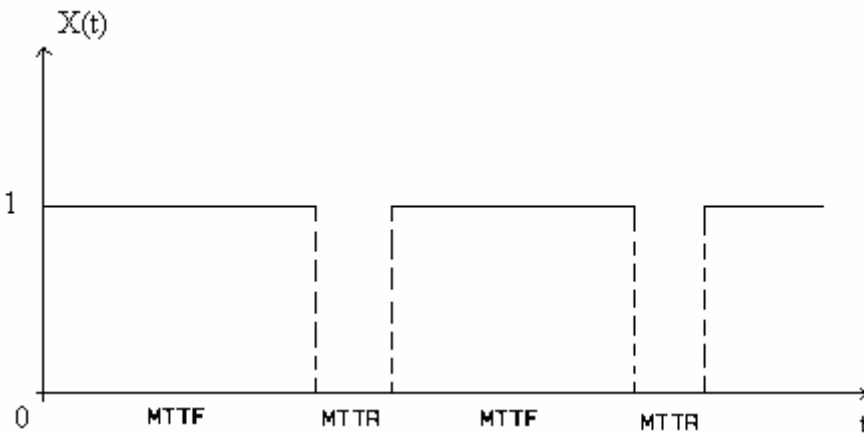
1.7 Ortalama Hata Zamanı (Mean Time to Failure(MTTF))

Ortalama hata zamanı ;

$$MTTF = E(t) = \int_0^{\infty} f(t) dt \quad (1.10)$$

ile tanımlanır.

Bozulan bir birimi yenilemek veya tamir etmek için gereken süre Ortalama hata zamanına kıyasla çok kısa ise, MTTF aynı zamanda hatalar arasındaki ortalama zamanı gösterir. Eğer tamir zamanı ihmal edilemiyorsa Hatalar arası ortalama zaman (MTBF) aynı zamanda ortalama tamir zamanını (MTTR) da içerir.



Şekil 1.4 Bir birimin ortalama davranışı

Ortalama hata zamanı aynı zamanda,

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t)dt \quad (1.11)$$

ile bulunabilir.

1.8 Güvenilirlik Önem Düzeyi

Bir sistemin güvenilirliği hesaplandıktan sonra en az güvenilir bileşenin bulunması gerekebilir. Bir seri sistemde en az güvenilirliğe sahip bileşen, tüm sistem üzerinde en fazla etkiye sahiptir. Sistem güvenilirliği geliştirilecekse ilk önce bu bileşenin geliştirilmesine odaklanılmalıdır. (Sistem geliştirme maliyeti burada gözardı edilmiştir)

i. bileşenin güvenilirlik önem düzeyi:

$$I_{R_i} = \frac{\partial R_s}{\partial R_i}$$

Burada R_s sistem güvenirligi, R_i bileşen güvenilirliğidir. Güvenilirliği en az bileşenin güvenilirlik önem düzeyi en fazladır. Güvenilirlik önem düzeyi, sistemin geliştirilmesi için ele alınması gereken bileşenleri belirlemede önemli rol oynar.

2. OLASILIK DAĞILIMLARI

2.1 Poisson Süreci

A, verilen bir zaman aralığında bir olayın meydana gelme durumu olsun. Homojen bir Poisson süreci aşağıdaki varsayımları gerektirir.

1- A, zaman aralığındaki her hangi bir anda meydana gelebilir. A'nın $(t, t + \Delta t]$ zaman aralığında olma olasılığı t den bağımsızdır ve λ pozitif bir sabitken $\lambda \Delta t + o(\Delta t)^*$ ile gösterilebilir.

2- $o(\Delta t)$, $(t, t + \Delta t]$ zaman aralığında A'nın birden fazla sayıda meydana gelme olasılığıdır.

3- $(t_{11}, t_{12}], (t_{21}, t_{22}], \dots$, zaman periyodundaki farklı aralıklar olsun. A'lar, $(t_{11}, t_{12}]$ aralığında meydana gelir. (j=1,2,3... bağımsızdır.)

Sürecin λ yoğunluğuna sahip olduğu söylenir. Genel olarak t=0 noktası sürecin başlangıç noktası alınır.

$N(t)$, $(0, t]$ aralığında A olayının meydana gelme sayısı olsun.

$p(n, t) = P(N(t)=n)$ ise A olayının $(0, t]$ de n defa meydana gelme olasılığı olsun. O halde

$$\begin{aligned} p(0, t + \Delta t) &= p(0, t)(1 - \lambda \Delta t - o(\Delta t)) \\ &= p(0, t) - \lambda p(0, t) \Delta t - p(0, t) o(\Delta t) \end{aligned} \quad (2.1)$$

Bu sebeple;

$$\frac{p(0, t + \Delta t) - p(0, t)}{\Delta t} = -\lambda p(0, t) - \frac{p(0, t) o(\Delta t)}{\Delta t}$$

$\Delta t \rightarrow 0$ ve $p(0, t)$ nin t üzerinden türevlenebilir olduğu varsayımıyla,

$$\frac{d}{dt} p(0, t) = -\lambda p(0, t)$$

Bu sebeple,

$$p(0, t) = C e^{-\lambda t} \quad t > 0 \text{ için ve } C \text{ burada sabittir.}$$

$$p(0, 0) = 1 \Rightarrow C = 1 \text{ bu sebeple;}$$

$$p(0, t) = e^{-\lambda t} \quad t > 0 \text{ için.}$$

* $o(\Delta t)$ burada, $\lim_{\Delta t \rightarrow 0} [o(\Delta t) / \Delta t] = 0$ özelliği ile Δt 'nin bir fonksiyonudur.

T_1 , A olayının ilk defa meydana geldiği zaman noktası olsun. T_1 rasgele değişken olmak üzere ;

$$\begin{aligned} F_{T_1}(t) &= P(T_1 \leq t) = 1 - P(T_1 > t) \\ &= 1 - p(0, t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad t > 0 \text{ için} \end{aligned}$$

iken ,

$$F_{T_1}(t) = 0 \quad t < 0 \text{ olur.}$$

olur.

Burada, λ parametresiyle ilk A olayındaki T zamanının üstel dağıldığı söylenir. Olasılık yoğunluğu ise;

$$f_{T_1}(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & t > 0 \quad \lambda > 0 \text{ için} \\ 0 & \text{diğer} \end{cases}$$

T_1 in ortalama değeri

$$E(T_1) = \int_0^{\infty} t f_{T_1}(t) dt = \lambda \int_0^{\infty} t e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad (2.2)$$

dir.

A olayı meydana geldiğinde süreç yeniden başlar, bu yüzden birbirini takip eden olaylar arasındaki bekleme zamanı T , homojen Poisson süreci ile üstel dağılır.

λ büyük ise ortalama bekleme zamanı kısadır.

λ küçük ise ortalama bekleme zamanı uzundur.

Bu sebepten dolayı λ , sürecin yoğunluğunu vurgular.

$$p(n,t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} \quad n=0,1,2,\dots \quad (2.3)$$

Bu dağılım, λt parametresiyle Poisson Dağılımı olarak isimlendirilir.

$$E(N(t)) = \sum_{n=0}^{\infty} n \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t} = \lambda t \quad (2.4)$$

2.2 Üstel Dağılım

Bir birimin hata zamanı T nin λ parametresiyle üstel dağıldığı varsayılırsa, olasılık yoğunluğu şu şekildedir;

$$f(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & t > 0 \quad \lambda > 0 \quad \text{ için} \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.5)$$

Güvenilirlik fonksiyonu;

$$R(t) = P(T > t) = \int_t^{\infty} f(u) du = e^{-\lambda t} \quad t > 0 \text{ için} \quad (2.6)$$

Ortalama hata zamanı;

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{1}{\lambda} \quad (2.7)$$

Hata oranı;

$$z(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\lambda e^{-\lambda t}}{e^{-\lambda t}} = \lambda \quad (2.8)$$

T'nin varyansı;

$$Var(T) = \frac{1}{\lambda^2}$$

Üstel dağılıma sahip bir ömür dağılımının hata oranı sabittir. (λ). T zamanında çalışır durumda olan birimin kalan ömrü t zamanından bağımsızdır.

$$P(T > t + x | T > t) = \frac{P(T > t + x)}{P(T > t)} = \frac{\lambda e^{-\lambda(t+x)}}{e^{-\lambda t}} = e^{-\lambda x} = P(T > x)$$

Üstel dağılıma sahip ömür dağılımlarında,

- Kullanılmış bir birim yenisi kadar iyidir, eski birimi yenilemek için bir sebep yoktur.
- Güvenilirlik fonksiyonu, ortalama hata zamanı(MTTF) belirlemek için birimin gözlenen çalışma süresi içerisinde veri toplamak gerekir. Birimin yaşının bunları belirlemeye etkisi olmaz.

2.3 Gama Dağılımı

Gama dağılımı, bazı hata setlerine uygunluk gösterebilen esnek bir ömür dağılımıdır. Bir sistemin ilk hata zamanlarında üstel dağılım yerine doğal olarak kullanımı ortaya çıkar.

Birimin k şok zamanında (daha önce değil) bozulması durumunda birimin hata zamanı,

$$T = T_1 + T_2 + \dots + T_k$$

T gama dağılır (k, λ). Olasılık yoğunluğu,

$$f(t, k, \lambda) = \frac{\lambda}{\Gamma(k)} (\lambda t)^{k-1} e^{-\lambda t} \quad (2.9)$$

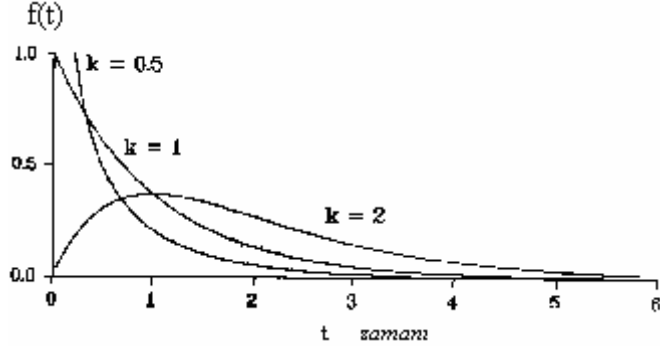
Veya,

$$f(t, \gamma, \beta) = \frac{1}{\beta^\gamma \Gamma(\gamma)} t^{\gamma-1} e^{-\frac{t}{\beta}} \quad (2.10)$$

$\Gamma(k)$ ve $\Gamma(\gamma)$ burada Gama fonksiyonunu belirtir.

k pozitif sabit bir sayıdır.

k'nın bazı değerleri için f(t) aşağıdaki grafikte gösterilmiştir.



şekil 2.1 Gama olasılık yoğunluğu

Gama dağılımındaki λ parametresi şok yoğunluğunu gösterir. k, şoklara dayanabilme kabiliyetinin bir lus olarak adlandırılabilir.

Ortalama hata zamanı;

$$MTTF = \frac{k}{\lambda}$$

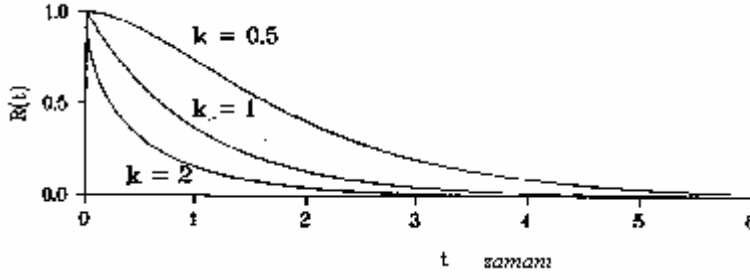
T nin varyansı;

$$Var(T) = \frac{k}{\lambda^2}$$

k sabit bir sayı iken, Gama dağılımı aynı zamanda *Erlengian Dağılımı* olarak da bilinir.

Güvenilirlik fonksiyonu;

$$R(t) = 1 - F(t) = \sum_{x=0}^{k-1} \frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t} \quad (2.11)$$



Şekil 2.2 Gama dağılımının güvenilirlik fonksiyonu

Hata oranı;

$$z(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\lambda(\lambda t)^{k-1} e^{-\lambda t} / \Gamma(k)}{\sum_{x=0}^{k-1} \frac{(\lambda t)^x}{x!} e^{-\lambda t}} \quad (2.12)$$

2.4 Weibull Dağılımı

Küvet eğrisinden hatırlanacağı üzere ilk bozulma periyodunda (A bölgesi) $z(t)$ sıklıkla azalır, son bozulma periyodunda (C bölgesi) ise artar. Mekanik birimlerin çoğunluğunda, kullanışlı ömür periyodunda (B bölgesi) $z(t)$ bir parça artar. Böyle durumlarda üstel dağılım gerçekçi bir model olmaktan çıkar.

$z(t)$ monoton (tekdüze) olduğu zaman en sık kullanılan dağılım Weibull dağılımıdır. Geniş bir kullanım alanı vardır.

$\alpha(>0)$ ve $\lambda(>0)$ parametreleriyle hata zamanı, T nin şu dağılım fonksiyonuyla Weibull dağılımına sahip olduğu söylenir;

$$F(t) = P(T \leq t) = \begin{cases} 1 - e^{-(\lambda t)^\alpha} & t > 0 \text{ için} \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.13)$$

Olasılık yoğunluğu;

$$f(t) = \frac{d}{dt} F(t) = \begin{cases} \alpha \lambda (\lambda t)^{\alpha-1} e^{-(\lambda t)^\alpha} & t > 0 \text{ için} \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.14)$$

Burada λ ölçek parametresi, α şekil parametresidir.

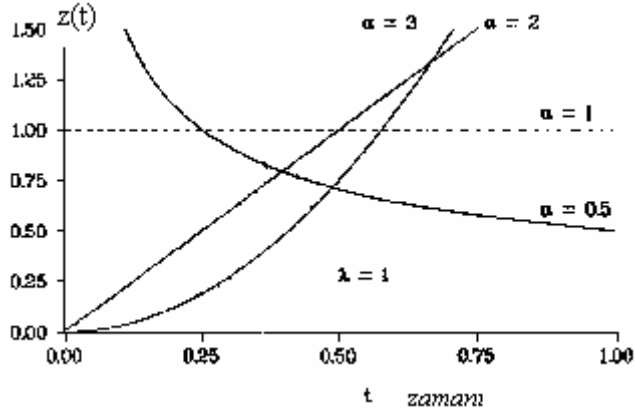
Güvenilirlik fonksiyonu;

$$R(t) = P(T > 0) = e^{-(\lambda t)^\alpha} \quad t > 0 \text{ için} \quad (2.15)$$

Hata oranı;

$$z(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = (\alpha \lambda) (\lambda t)^{\alpha-1} \quad t > 0 \text{ için} \quad (2.16)$$

$\alpha = 1$ iken hata oranı sabittir. Weibull dağılımı üstel dağılıma yaklaşır.



Şekil 2.3 Weibull dağılımının hata oranı

$\alpha > 1$ iken $z(t)$ artan, $\alpha < 1$ iken azalan fonksiyondur.

$\alpha = 2$ iken oluşan dağılım Rayleigh Dağılımı olarak bilinir.

Weibull dağılımı esnek bir dağılımdır ve hata oranı azalan, sabit kalan ve artan ömür dağılımlarını modellemek için kullanılır. Denklem (1.25) den,

$$R\left(\frac{1}{\lambda}\right) = \frac{1}{e} \approx 0.3679 \text{ bütün } \alpha > 0 \text{ için.}$$

Bu nedenle,

$$\alpha \text{ dan bağımsız olarak } P(T > 1/\lambda) = 1/e$$

$1/\lambda$, nicelik olarak karakteristik ömür zamanı olarak adlandırılır.

Ortalama hata zamanı;

$$MTTF = \int_0^{\infty} R(t)dt = \frac{1}{\lambda} \Gamma\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right) \quad (2.17)$$

T'nin varyansı;

$$Var(T) = \frac{1}{\lambda^2} (\Gamma\left(\frac{2}{\alpha} + 1\right) - \Gamma^2\left(\frac{1}{\alpha} + 1\right)) \quad (2.18)$$

2.5 Normal Dağılım

İstatistikte en çok kullanılan dağılım normal (Gauss) dağılımdır. T rasgele değişkeni μ ortalama ve σ^2 varyansı ile normal dağılır.

$$T \sim N(\mu, \sigma^2)$$

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-(t-\mu)^2/2\sigma^2} \quad -\infty < t < +\infty \text{ için} \quad (2.19)$$

$N(0,1)$ dağılımı standart normal dağılım olarak adlandırılır. Standart normal dağılımın dağılım fonksiyonu genellikle $\Phi(\cdot)$

$$\phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-t^2/2} \quad (2.20)$$

ile gösterilir.

$T \sim N(\mu, \sigma^2)$ nin dağılım fonksiyonu ;

$$F(t) = P(T \leq t) = \Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right) \quad (2.21)$$

ile gösterilir.

Güvenilirlik fonksiyonu;

$$R(t) = 1 - \Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)$$

Normal dağılımın hata oranı;

$$z(t) = -\frac{R'(t)}{R(t)} = \frac{1}{\sigma} \frac{\phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)} \quad (2.22)$$

Eğer $z_{\Phi}(t)$ standart normal dağılımın hata oranını gösteriyorsa $N(0,1)$ in hata oranı

$$z(t) = \frac{1}{\sigma} z_{\Phi}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right) \quad \text{olur.}$$

Hata oranı bütün t ler için artar ve t sonsuza giderken $z(t) = t$ olur.



Şekil 2.4 Standart normal dağılımın hata oranı $N(0,1)$

Bir rasgele değişken alt ve/veya üst sınırlara sahip bir normal dağılıma sahipse bu dağılım kesik(truncated) normal dağılım adını alır.

Sadece alt sınır mevcutsa soldan kesik (left truncated) dağılım, sadece üst sınır mevcutsa sağdan kesik (right truncated) dağılım adını alır. İki taraftan da sınırlıysa çift taraflı kesik (doubly truncated) normal dağılım adı verilir.

0 noktasından soldan kesik bir normal dağılım zaman zaman bir ömür dağılımı olarak kullanılır. Bu soldan kesik normal dağılımın ömür fonksiyonu;

$$R(t) = P(T > t | T > 0) = \frac{\Phi((\mu - t)/\sigma)}{\Phi(\mu/\sigma)} \quad t \geq 0 \text{ için} \quad (2.23)$$

Buna karşılık gelen hata oranı;

$$z(t) = -\frac{R'(t)}{R(t)} = \frac{1}{\sigma} \frac{\phi(t - \mu)/\sigma}{1 - \Phi((\mu - t)/\sigma)} \text{ olur.}$$

t rassal değişken normal dağılıma uyuyorsa;

Bu rassal değişkenin ortalaması;

$$E(t) = \mu$$

Bu rassal değişkenin varyansı;

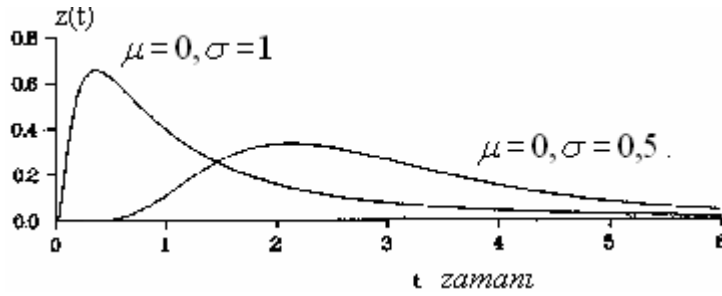
$$Var(t) = \sigma^2 \text{ dir.}$$

2.6 Lognormal Dağılım

Bir birimin hata zamanı T eğer $Y = \ln T$ normal dağılıyor ise bu hata zamanının lognormal dağıldığı söylenir. Eğer μ ve σ^2 sırasıyla ortalama ve varyans ise T' nin olasılık yoğunluğu;

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sigma t} e^{-(\ln t - \mu)^2 / 2\sigma^2} & t > 0 \text{ için} \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (2.24)$$

Aşağıdaki şekilde lognormal olasılık yoğunluğu gösterilmiştir.



Şekil 2.5 Lognormal dağılımın olasılık yoğunluğu

Ortalama hata zamanı;

$$MTTF = e^{\mu + \sigma^2 / 2} \quad (2.25)$$

T'nin varyansı;

$$Var(T) = e^{2\mu} (e^{2\sigma^2} - e^{\sigma^2}) \quad (2.26)$$

Ömür fonksiyonu;

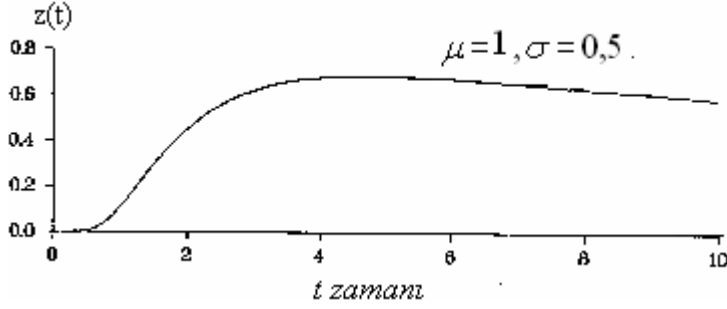
$$\begin{aligned} R(t) &= P(T > t) = P(\ln T > \ln t) \\ &= P\left(\frac{\ln T - \mu}{\sigma} > \frac{\ln t - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{\mu - \ln t}{\sigma}\right) \end{aligned} \quad (2.27)$$

$\Phi(\cdot)$, standart normal dağılımın dağılım fonksiyonudur.

Lognormal dağılımın hata oranı;

$$z(t) = -\frac{d}{dt} \left(\ln \Phi\left(\frac{\mu - \ln t}{\sigma}\right) \right) = \frac{\phi((\mu - \ln t) / \sigma) / \sigma t}{\Phi((\mu - \ln t) / \sigma)} \quad (2.28)$$

dir. $\phi(t)$, standart normal dağılımın olasılık yoğunluğunu gösterir.



Şekil 2.6 Lognormal dağılımın hata oranı

Onarım Zamanı (Repair Time) Dağılımı

Lognormal dağılım, genel olarak onarım zamanı dağılımı olarak kullanılır. Onarım oranı, hata oranına benzer biçimde tanımlanır. Onarım oranını modellerken, en azından ilk aşamada onarım zamanının arttığını varsaymak doğru bir yaklaşım olur. Bu, “onarım işlemini kısa bir aralıkta tamamlamanın olasılığı, geçen onarım zamanı esnasında artar” anlamındadır.

Onarım zamanı uzun bir sürede gerçekleşiyorsa, bu bazı sorunların olduğunu gösterir. Bu yüzden belirli bir zaman periyodundan sonra onarım oranı azalmaya başlar.

Yorgunluk (Fatigue) Analizi

Lognormal dağılım, aynı zamanda yorgunluk(fatigue) hatalarının analizinde de sıklıkla kullanılır.

Örnek olarak, düz, cilalanmış çelikten test çubuklarının belirli bir etkiye tabi tutulduğu düşünölsün. Bu etki belirli gerilim değeriyle gerçekleşsin. İstenen, test çubuklarının hata zamanının tahmin edilmesidir. Yani gerilim döngüsünün kırılım ortaya çıkıncaya kadar kaç kez (N) tekrarlandığıdır.

Böyle durumlarda genellikle N'nin lognormal dağıldığı varsayılır. Bu yorgunluk kırılımı, materyallerdeki saflığı bozan nesnelerden kaynaklanır.

Hata oranının gerilim döngüleriyle birlikte artması akla uygundur. Eğer çelik çubuklar çok sayıda gerilim döngüsüne rağmen sağlamsa, bu, materyalde saflığı bozan çok az şey olduğu anlamına gelir. Bu yüzden materyalde saflığı bozan nesne azalırsa, hata oranı da azalacaktır.

Gerilim dizisi s'nin bir limitli alanında, hataya kadar olan döngü sayısı N şu eşitliği karşılar;

$$N_s^b = c \quad (2.29)$$

b ve c , materyal ve test çubuğunun geometrisine bağlı sabitlerdir. Aynı zamanda yüzeye ve çevreye bağlı olabilirler.

$$\ln N = \ln c - b \ln s \quad (2.30)$$

$$Y = \ln N ;$$

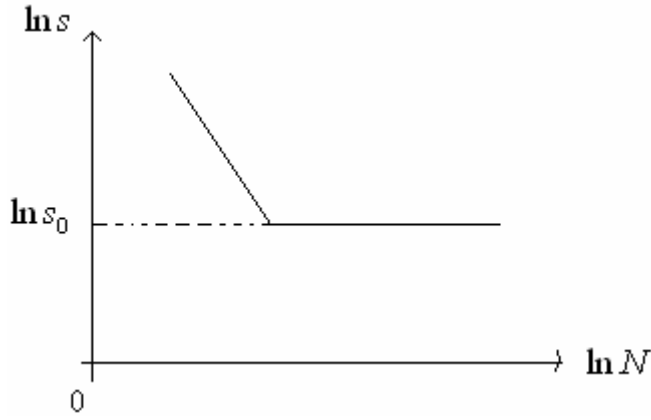
$$\alpha = \ln c ;$$

$$\beta = -b ;$$

$$x = \ln s ;$$

$$Y = \alpha + \beta x + \text{rastlantısal hata}$$

N 'nin lognormal dağıldığı varsayılırsa, $Y = \ln N$ de normal dağılır. Doğrusal regresyon modelleri için genel teori, s gerilimiyle, hata yapıcaya kadar olan döngü sayısının beklenen değerini tahmin etmek için uygulanır. Eşitlik (2.28) Wöhler ya da s - N grafiği olarak adlandırılır.



Şekil 2.7 Wöhler ya da s - N grafiği

Gerilim değeri s belirli bir s_0 değerinin altında ise test çubuğu kaç tane gerilim döngüsüne tabi kaldığına bakılmaksızın kırılıma uğramaz. Bu yüzden $Ns^b = c$ formülü yalnızca s_0 değerinin üzerindeki s ler için geçerli olacaktır. s_0 , yorgunluk(fatigue) limiti adını alır.

2.7 Birnbaum-Saunders Dağılımı

Eğer “yorgunluk” , sinusoid gerilim döngülerine atfedilemiyorsa, $Ns^b = c$ formülü doğrudan uygulanamaz. En eski, en basit ve en çok kullanılan yöntem, bu durumda Miner Kuralı (Miner, 1945): “Çeşitli gerilim aralıkları belirli m sayıda gerilim aralıklarına ($s_1, s_2, \dots, s_m$) ayrıştırılır.” olur.

n_j, s_j gerilim aralığındaki gerilim döngüsünün sayısını gösterebilir;

$$j = 1, 2, \dots, m$$

Miner kuralına göre yorgunluk kırılımı;

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{n_2}{N_2} + \dots + \frac{n_m}{N_m} = 1 \quad (2.31)$$

durumunda meydana gelir. Burada N_j , kırılıma kadar olan döngü sayısıdır.

Birnbaum ve Sanders, “Miner Kuralı” na olasılıklı yorum getirerek yeni bir ömür dağılımı tanıttılar. Her biri m gerilimden oluşan, ard arda gelen iş döngülerinden meydana gelmiş bir birim düşünölsün. Her bir iş döngüsü, olasılıklı olarak oluşan ya da materyale ve önceki gerilim sayısına bağılı olan kısmi hasarın kaynağıdır.

j iş döngüsündeki kısmi hasar z_j deki artış μ ortalama σ^2 varyansı ile ($j = 1, 2, \dots$) bir rasgele değışken olsun. Ayrıca, farklı iş döngülerindeki kısmi hasar artışları birbirinden bağımsız olsun.

$W_n = z_1 + z_2 + \dots + z_n$, n iş döngüsünden sonraki kısmi hasarı gösterebilir.

N, W_n ‘in yorgunluk kırılımına sebep olan eşik değıerini aştığı en küçük iş döngüsü sayısı olsun. O halde;

$$P(N \leq n) \approx P(W_n > w) = 1 - P\left(\sum_{i=1}^n Z_i \leq w\right)$$

$$1 - P\left(\sum_{i=1}^n \frac{Z_i - \mu}{\sigma\sqrt{n}} \leq \frac{w - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}\right) \quad (2.32)$$

Merkezi limit teoremine göre, Z_i lerin bağımsız ve aynı, büyük n değıerleri için W_n lerin yaklaşık olarak normal dağıldığı varsayılır. $N(n\mu, n\sigma^2)$. Bu yüzden,

$$P(N \leq n) \approx \Phi\left(\frac{w - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}\right) \quad (2.33)$$

Bu kesikli model, ömür uzunluğu N'yi sürekli değişken T ile yer değiştirerek bir sürekli model haline getirebilir. Bu durumda;

$$F(t) = P(T \leq t) \approx 1 - \Phi\left(\frac{w - n\mu}{\sigma\sqrt{n}}\right) \quad (2.34)$$

$$\alpha = \sigma / \sqrt{\mu w}$$

$$\lambda = \mu / w$$

$$F(t) \approx \Phi\left(\frac{1}{\alpha}(\sqrt{\lambda t} - \frac{1}{\sqrt{\lambda t}})\right) \quad (2.35)$$

Eşitliğin sağında kalan dağılım, Birnbaum-Saunders dağılımı adını alır. Şekil parametresi α ve ölçek parametresi λ dir.

Bu dağılımın olasılık yoğunluğu;

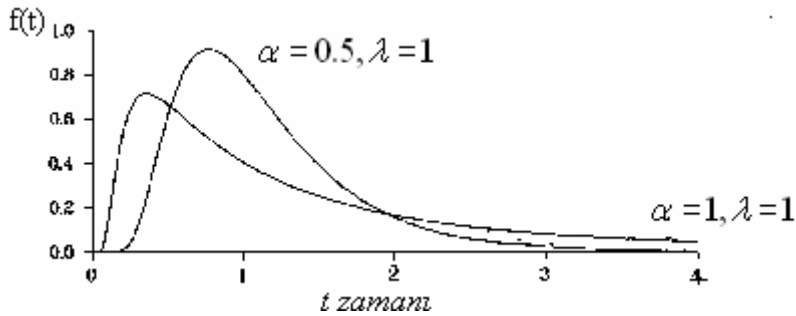
$$f(t) = \frac{\sqrt{\lambda t} + 1/\sqrt{\lambda t}}{2\alpha t} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-(\sqrt{\lambda t} - 1/\sqrt{\lambda t})^2} \quad t > 0 \text{ için} \quad (2.36)$$

Ortalama hata zamanı;

$$MTTF = \frac{1}{\lambda} \left(1 + \frac{\alpha^2}{2}\right) \quad (2.37)$$

Varyansı;

$$Var(T) = \frac{\alpha^2}{\lambda^2} \left(1 + \frac{5\alpha^2}{4}\right) \quad (2.38)$$



Şekil 2.8 Birnboum-Saunders dağılımının olasılık yoğunluğu

3. HATA AĞACI ANALİZİ (FTA)

Hata ağacı analizi kavramı (FTA), 1962 yılında Bell Telefon Laboratuvarlarında, Minutemen kıtalararası balistik füze hedefleme kontrol sisteminin güvenlik değerlendirmesini gerçekleştirmek amacıyla dizayn edilmiştir. Hata ağacı metodolojisi, sistem hatalarını ve sistem bileşenlerinin hatalarındaki özgül sakıncalı olaylar arasındaki bağlantıyı gösteren mantıksal diyagramlardır. Bu metod, tümdengelimli mantığa dayanan bir tekniktir. Sakıncalı olay, daha önceden tanımlanmış olay ile hataların nedensel ilişkileridir. FTA bir işletmede yapılan işler ile ilgili kritik hataların veya ana (majör) hataların, sebeplerinin ve potansiyel karşıt önlemlerinin şematik gösterimidir. Ayrıca düzenleyici hareketleri veya problem azaltıcı hareketleri tanımlar. FTA'nın amacı hataların gidiş yollarını, fiziksel ve insan kaynaklı hata olaylarını sebep olacak yolları tanımlamaktır. FTA belirli bir hata olayı üzerine odaklanan analizci bir tekniktir. Daha sonra muhtemel alt olayları mantıksal bir diyagramla şematize eder. Grafik olarak insan yada malzeme kaynaklı hasarların muhtemel kombinasyonlarını oluşturur. İhtimallerini ortaya çıkarabileceği önceden tahmin edilebilen istenmeyen hata olayını (en üst olay-zirve) grafik olarak gösterir. FTA çok geniş kapamlı olarak güvenlik ve risk analizinde kullanılır. FTA nicel bir teknik olarak bir hatayı alt bileşenlerine ayırarak onu irdelediği için kullanışlıdır. Bu şekilde sistemi oluşturan her bir parçanın yenilenmesi, çıkarılması ya da elde edilmesine olanak sağlar. FTA tanımlamada, tasarımıda, yenilemede, operasyonda, destekli kullanımda ya da bir boşaltım sisteminde kullanılabilir.

Özellikle hiçbir işletim geçmişi olmayan yeni teknik süreçlerin kullanımında çok yararlı olur. FTA'dan elde edilen değerler bir dizi mantık diyagramları olarak bazı kombinasyonların muhtemel hatalara nasıl yol açabileceğini gösterir. Elde edilen değerler niteldir. Elde edilen hasar verileri oranlanabilirse ya da tahminler hasar olayları için mevcutsa sonuçlar nicel hale getirilebilir. Bir hata ağacı bütün muhtemel bileşkeleri, hasar türlerini ya da hata olaylarını içeremez. Genellikle en üst olaya göre düzenlenir ve zamanla kısıtlanır.

Hata Ağacı Analizi, sistemde tehlike olarak kendini gösteren olası tüm problem veya hataların tanımlanmasında ve analizinde kullanılan sistematik bir yolu temsil eder.

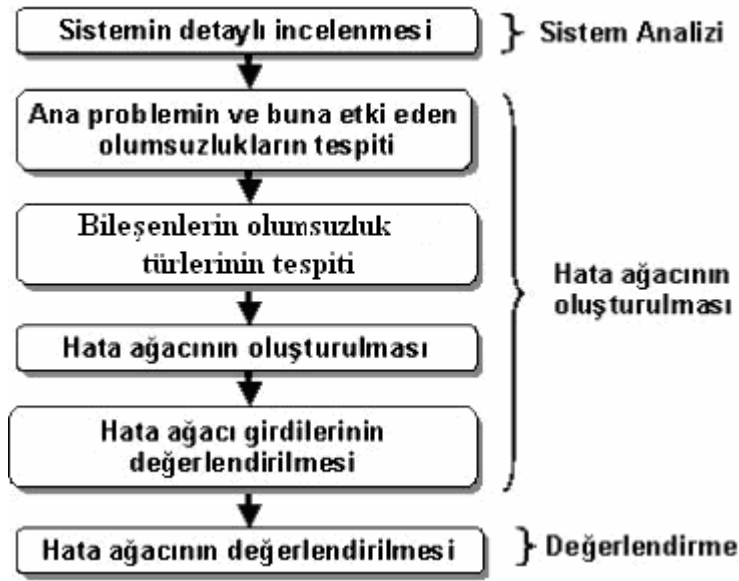
FTA her düzeyde tehlike oluşturan hataların analizini yapar ve bir mantık diyagramı aracılığı ile en büyük olayı (kayıbı) yaratan hataların ve problemlerin olası tüm kombinasyonlarını gösterir. Ayrıca hatanın belirlenmesinde söz konusu aşamalara yol göstererek karmaşık ve karşılıklı ilişkiler sonucu ortaya çıkan olumsuzluğun belirlenmesini ve bu olumsuzluğun oluşma olasılığını değerlendirmeyi amaçlar. FTA'da oluşması istenmeyen olayın kökündeki sebebe kadar inilerek istenmeyen diğer olası hatalar ve onların sebepleri ortaya çıkarılır. Tüm

bu hataları ve sebeplerini görüntülemeye tekniğin kendine özel mantık sembollerinden yararlanılarak hatanın soy ağacı çıkarılır.

FTA sistem analizine gerek duyar. Sistem analizi olgusunun içerdiği ön koşulları aşağıdaki şekilde özetlemek olasıdır:

- Sistem ilişkisi çerçevesinde düşünülmesi,
- Kritik sistem elemanlarının seçilmesi,
- Kritik koşulların belirlenmesi.

Ağaçlar hiyerarşik modellerdir ve bu modeller güvenlik dayanabilirlik ve risk değerleri açısından performans değerlendirmede önemli rol oynar.



Hata Ağacı Analizinin ana hedefleri şunlardır:

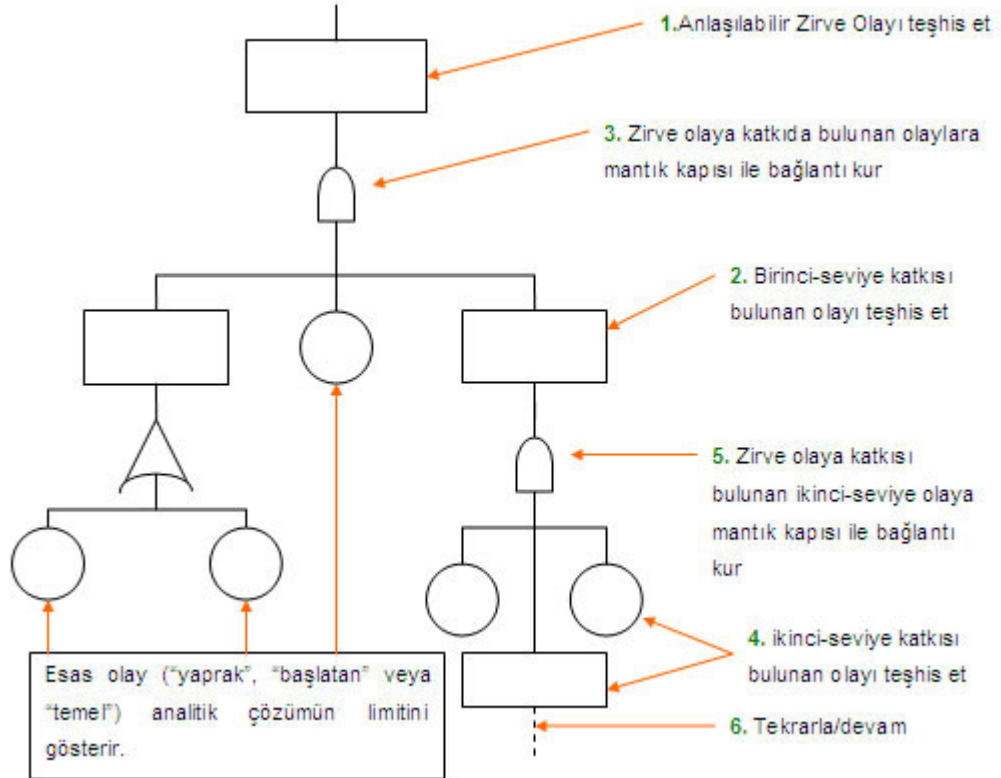
- Herhangi bir sistemin güvenilirliğinin tanımlanması
- Herhangi bir probleme etki eden karmaşık ve biri birleri ile karşılıklı ilişki içinde bulunan olumsuzlukların belirlenmesi ve bu olumsuzlukların oluşma olasılıklarının değerlendirilmesi
- Herhangi bir sistemde kendini tehlike olarak hissettiren tüm problem veya olumsuzlukların sistematik olarak ortaya konulması

3.1 FTA Aşamaları

Hata Ağacı Analizi 3 temel adımda uygulanır:

- Sistem analizi
- Hata ağacının oluşturulması
- Hata ağacının değerlendirilmesi

1. Analiz için bir süreç veya bölüm seçilir, diyagram üstüne bir kutu çizilir ve bileşenler içine listelenir.
2. Süreç ve bölüm ile ilgili kritik arızalar ve tehlikeler tanımlanır.
3. Riskin sebebi tanımlanır ve riskin altına muhtemel bütün sebepleri listelenir ve oval daireler içinde riske bağlanır.
4. Bir kök sebebe doğru ilerlenir. Her risk için sebeplere ulaşana kadar tanımlanır.
5. Her kök sebep için karşıt ölçümler tanımlanır. Beyin fırtınası veya kuvvet alan analizinin gelişmiş versiyonuyla her kritik riskin kökü belirlenir. Her karşıt ölçüt için bir kutu oluşur ve ilgili kök sebebin altına kutular için sebebi ve karşıt ölçütleri birbirine bağlanır. Tüm bu amaçlara yönelik olarak FTA diğer metodolojilerde olduğu gibi amaçların belirli olduğu sistematik bir yol izlemek durumundadır. Bu yol genel olarak tanımlama, planlama, değerlendirme ve sonuçların analizi ve önerilerin belirlendiği adımlardan ibarettir.

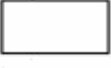
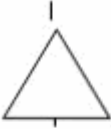


Şekil 3.1 Hata Ağacı Oluşturma Aşamaları

3.2 Ağaç Stratejileri ve Yapıları

Sistem performans amaçları ve hedefleri tanımlamada açık bir mantığın gerekli olduğu noktalarda kurulacak sistemi görsel olarak tanımlamada önemlidir. Ağaç yapısının asıl amacı temel insan, cihaz ve çevresel olaylar arasındaki ilişkileri gösterir. Basit ağaç yapısı sistem hatası veya başarı serilerinin nitel karakterizasyonudur. Bu yapıların oluşturulmasında kullanılan semboller şunlardır:

Çizelge 3.1 Hata ağacı simgeleri ve anlamları

OLAYLAR	ANLAMI
 DİKDÖRTGEN	Mantık kapısı ile bağlı daha basit olayların, elementleri veya faktörlerin kombinasyonu ile ortaya çıkan olay
 DAİRE	Hata olayının daha fazla gelişimini gerektirmeyen, işleme gerek duyulmayan temel bir olaydır
 ELİPS	Mantık kapısı ile bağlı yapılması zorunlu olay
 ÜÇGEN	Aktarma sembolü. Bağlantı ve birleştirme görevinde kullanılır.
 VE AÇKISI	Sadece sembol altındaki tüm girdi olaylarının gerçekleşmesi durumunda zirve olay meydana gelebilir.
 VEYA AÇKISI	Sembol altındaki girdi olaylarından herhangi birinin gerçekleşmesi durumunda zirve olay meydana gelir

3.3 FTA Diyagramının Yapılandırılması

Hata Ağacı Analizinde öncelikle grafik değerlendirmesi yapılır. Zirve olay (top event) analizin baş konusudur ve en önemli etki, performans, sakatlık, tahribat veya kaybı ifade etmektedir.

FTA, Süreçle ilgili faktörleri içermektedir. Yani bu faktörlerin direkt veya endirekt etkisinde gelişen diğer olay veya hatalar zirve olayı oluşturmaktadır. Düşünülen faktörler diyagrama yerleştirilmek üzere listelenir. Hata ağacı analizi diyagramı, diyagramın tüm alt faktörlere kadar oluşturulmasıyla tamamlanır.

3.4 Nicel Analiz

Hata ağacı analizi diyagramında listelenmiş faktörlerin, olayın veya problemin oluşabilirliğinin gerçekten ortaya konabileceğinden ve her bir faktör veya alt faktörün pratikte ortaya konabileceğinden emin olunmalıdır. Nicel analiz ile;

- P_F değeri saptanır
- P_F ile R arasında ilişki kurulur
- Üstel hata dağılımları belirlenir
- Mantık kapısından diğer mantık kapısına yayılma tespit edilir

3.5 Güvenilirlik ve hata olasılık bağıntıları

S = Başarılar (Successes)

F = Hatalar (Failures)

R = Güvenilirlik (Reliability)

P_F = Hata Oranı (Failure Rate)



Şekil 3.2 Güvenilirlik ve hata olasılık bağıntıları

Veya açıklısı: İki bağımsız bileşenden herhangi biri sistem hatası meydana getirebilir.

Ve açıklısı : İki bağımsız bileşenin her ikisi birden sistem hatası meydana getirebilir.

3.6 En Küçük Pay Seti (Minimal Cut Set)

Hata ağacı analizinde “En küçük pay seti” araştırmasının sağladıkları:

1. Sistemin tanımlanması
2. Sistem zaaflarının azaltılması
3. Sistemin başarılı kılınması

Pay Seti :

Bir “Pay seti”, hepsi olduğu takdirde, zirve olayın (top event) meydana gelmesine neden olan herhangi bir hata ağacı grubudur.

En küçük pay seti:

Bir en küçük pay seti, hepsi olduğu takdirde zirve olayın meydana gelmesine neden olan asgari hata ağacı grubudur.

3.7 Boole Matematiği:

Boole matematiği devre matematiği olarak da bilinir, George Boole (1815-1864) tarafından 1847’ de mantığın, matematiksel analizi üzerine yazmış olduğu tezle ortaya çıkmıştır. Ancak bu düşünce, 1938 ’den sonra Bell laboratuvarı tarafından yapılan röleli devrelerle, telefon işletmelerinde uygulama alanı bulabilmiştir. Boole matematiği basit bir matematiktir. Boole matematiği Hata Ağacı Analizinde, bu analizi yapan analiste iyi bir analiz yapabilmesinde yardımcı olur. Boole matematiği ile hata ağacının indirgenmesi sağlanır.

Basit Tarifler:

VE (AND) işlemi: Ve işleminde iki Boole değişkeni vardır. A ve B çıkışı, (A.B) şeklinde yazılır.

VEYA (Or) işlemi: Veya işleminde A ve B gibi iki Boole değişkeni vardır. (A+B) şeklinde yazılır.

Boole Kuralları

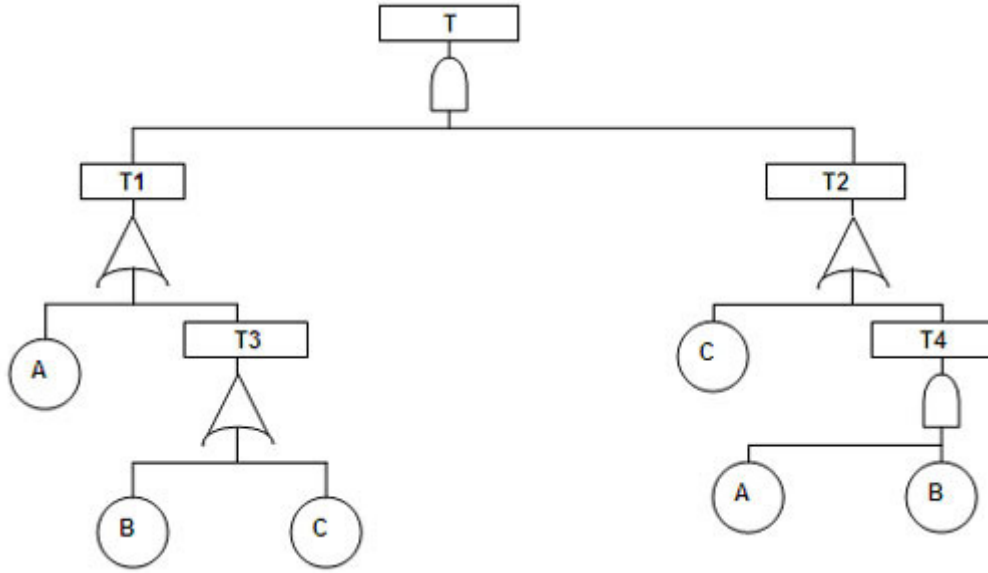
Boole matematiğinde kullanılan teoremleri işler duruma getirebilmek için tablodaki Boole kurallarının bilinmesi gerekir.

Çizelge 3.2 Boole Kuralları

Teorem
T₁: Commutative Kanunu Değişebilirlik a) $A+B = B+A$ b) $A.B = B.A$
T₂: Associative Kanunu Birleşme a) $(A+B) + C = A + (B+C)$ b) $(A.B).C = A.(B.C)$
T₃: Distributive Kanunu Dağılıma a) $A.(B+C) = A.B + A.C$ b) $A+(B.C) = (A+B).(A+C)$
T₄: Identity Kanunu Özdeşlik a) $A+A = A$ b) $A.A = A$
T₅: Redundance kanunu Fazlalık Yasası a) $A.(A+B) = A$
T₆: Absorpsiyon Kanunu Soğurma a) $(A.B) + A = A$ b) $(A+B).B = B$
T₇: Morgan Teorem a) $(A+B) = (A.B)$ b) $(A.B) = (A+B)$

Denklemin indirgenmesi ile en küçük pay seti araştırması

1. Hata ağacındaki, zirve olaya “T” harfi verilir.
2. Zirvenin altındaki, birbirine mantık kapıları ile bağlı basit olaylara “T1” ‘den başlamak kaydıyla harflerle adlandırma yapılır.
3. Zirvenin altındaki birbirine mantık kapıları ile bağlı esas olaylara “A” ‘dan başlamak üzere harf verilir
4. Zirve olayın altındaki mantık kapılarına herhangi bir harf veya sayı verilmez.



Şekil 3.4 Bir hata ağacı yapısı

Hata Ağacının Boole Tanımlaması

Şekil 3.4 te gösterilen hata ağacının Boole tanımlanması şu şekildedir:

$$T4 = A \cdot B$$

$$T3 = B + C$$

$$T1 = A + T3 = A + (B + C)$$

$$T2 = C + T4 = C + (A \cdot B)$$

$$T = T1 + T2 = (A + B + C) \cdot [C + (A \cdot B)]$$

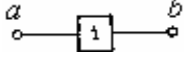
$$T = (A + B + C) \cdot C + (A + B + C) \cdot (A \cdot B)$$

$$T = A \cdot C + B \cdot C + C + A \cdot B + A \cdot B + C \cdot A \cdot B$$

4. GÜVENİLİRLİK BLOK DİYAGAMLARI (RELIABILITY BLOCK DIAGRAMS)

Güvenilirlik blok diyagramı, sistemin fonksiyonunu tanımlayan bir ağıdır. Sistem birden fazla fonksiyona sahipse, her fonksiyon tekil olarak kabul edilir ve her fonksiyon için ayrı blok diyagramı oluşturulur.

n bileşenden oluşan bir sistem düşünülürse, n bileşenin her biri şekildeki blokla gösterilir;

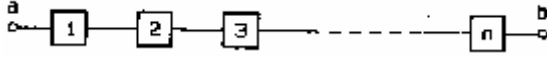


Şekil 4.1 Bir blokla gösterilen i. bileşen

a ve b bitiş noktaları arasında bağlantı varsa, i. Bileşenin fonksiyonunu sürdürdüğü, çalıştığı söylenir. Bu, i nin bütün noktalarda çalıştığı anlamına gelmez. Yalnızca, bir ya da belirlenmiş fonksiyon setinden birinin çalıştığı anlamına gelir. Fonksiyonun “çalışması” nın ne demek olduğu her durumda belirlenmeli ve çalışmanın amacına bağlı bir anlam içermelidir.

4.1 Seri Yapı

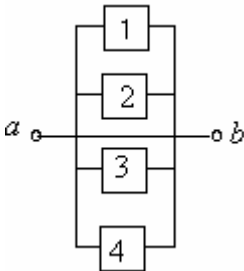
Eğer bir sistem, yalnızca bütün bileşenleri çalışır durumdayken çalışıyorsa “Seri yapı” durumundadır.



Şekil 4.2 Seri yapıdaki güvenilirlik blok diyagramı

4.2 Paralel yapı

Eğer bir sistem, n bileşeninden en az bir tanesi çalışır durumdayken çalışıyorsa “Paralel yapı” durumundadır.



Şekil 4.3 Paralel yapıda bir güvenilirlik blok diyagramı

Paralel sistemde, sistem, yalnızca bütün bileşenler bozulduğunda çalışmaz.

4.3 Hata Ağacı ve Güvenilirlik Blok Diyagramları

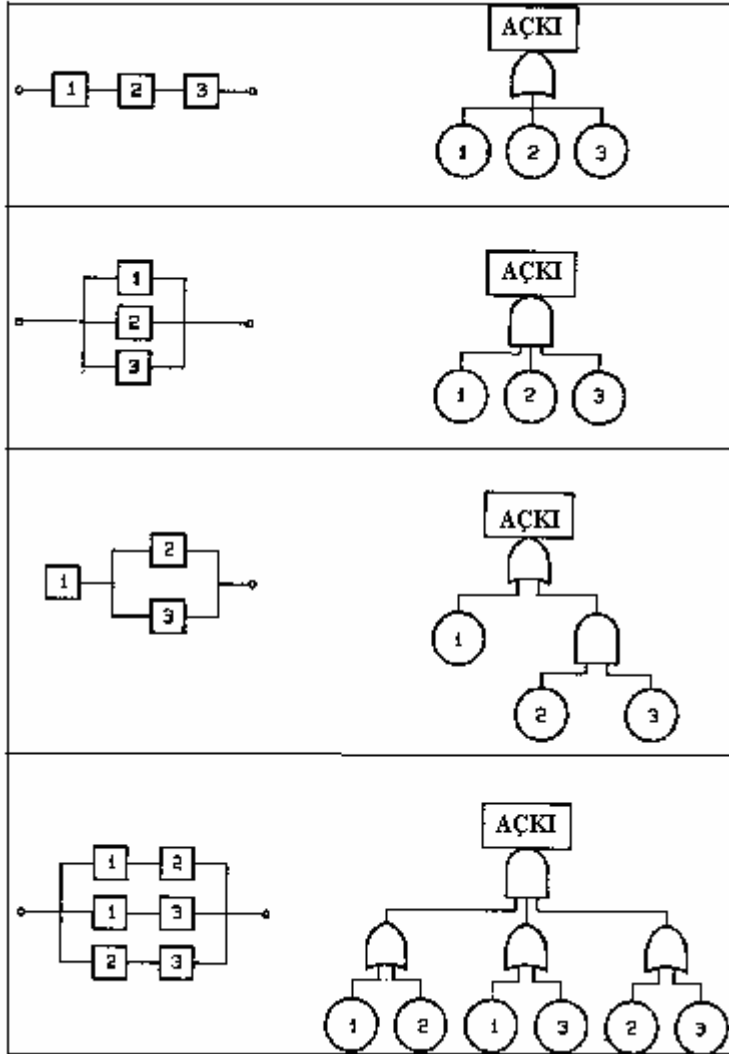
Uygulamalarda, sistem yapısı hata ağacıyla ya da güvenilirlik blok diyagramıyla modellenebilir. Eğer hata ağacı yalnızca “veya kapısı” ya da “ve kapısı” ile limitliyse, her iki metod da aynı sonucu sağlar. Böylece hata ağacı, güvenilirlik blok diyagramıyla ifade edilebilir.

Bir güvenilirlik blok diyagramında bir blok boyunca olan “bağlantı”, sistemin çalıştığını, yeni sistemde hata ya da hatalar meydana gelmediğini gösterir. Bir hata ağacında da hatalar, güvenilirlik blok diyagramında olduğu gibi gösterilebilir.

Seri yapıdaki blok diyagramı, tüm temel bileşenleri veya kapısıyla bağlantılı olan bir hata ağacıyla eşdeğerdir. Aynı şekilde paralel yapıdaki blok diyagramı, tüm temel bileşenleri “ve kapısı” ile bağlantılı olan bir hata ağacı ile eşdeğerdir.

Güvenilirlik Blok Diy.

Hata Ağacı



Şekil 4.4: Bazı basit güvenilirlik diyagramları ve hata ağaçlarıyla olan bağlantılar

4.4 Yapı Fonksiyonu

n bileşenden oluşan bir sistemin bileşenlerinin 1’den n’e kadar numaralandığı varsayalım.

Yalnızca iki durum, “çalışan yapı” ve “bozulmuş yapı” ele alalım.

Bileşen yapısı i , $i = 1, 2, \dots, n$, ikili (binary) değişken x_i ile tanımlanabilir.

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{eğer } i. \text{ bileşen çalışıyorsa} \\ 0 & \text{eğer } i. \text{ bileşen bozulmuş ise} \end{cases}$$

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, durum vektörü adını alır. Bununla birlikte, bütün n bileşenin durumu biliniyorsa, sistemin çalışıp çalışmadığı da bilinir.

Benzer şekilde, sistemin durumu ikili (binary) fonksiyon ile tanımlanabilir.

$$\phi(x) = \phi(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 & \text{sistem çalışıyorsa} \\ 0 & \text{sistem çalışmıyorsa} \end{cases}$$

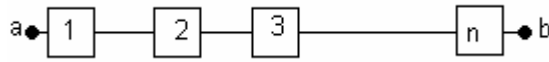
$\phi(x)$, “sistemin yapı fonksiyonu” ya da yalnızca “yapı” adını alır.

Seri yapı

n bileşenin her biri çalışır durumda olan sistem seri yapıdadır.

Yapı fonksiyonu;

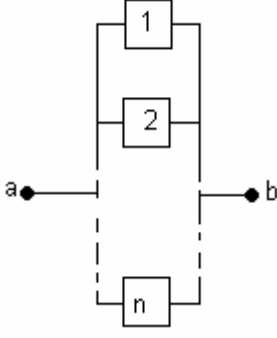
$$\phi(x) = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n = \prod_{i=1}^n x_i \quad (4.1)$$



Şekil 4.5 Seri yapı

Paralel yapı

n bileşenin en az bir tanesi çalışır durumda olan sistem paralel yapıdadır.



Şekil 4.6 Paralel Yapı

Yapı fonksiyonu;

$$\phi(x) = 1 - (1 - x_1) \cdot (1 - x_2) \cdot \dots \cdot (1 - x_n) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - x_i) \quad (4.2)$$

Eşitliğin sağ tarafı genellikle $\prod_{i=1}^n x_i$ ile ifade edilir ve ‘ip’ diye okunur.

$$\phi(x_1, x_2) = 1 - (1 - x_1) \cdot (1 - x_2) = \prod_{i=1}^2 x_i = x_1 \prod x_2$$

şeklinde yazılabilir.

x_1 ve x_2 ikili değişkenler olduğu için $x_1 \prod x_2$, x_i ’lerin en büyüğüne eşit olacaktır.

$$\prod_{i=1}^n x_i = \max_{i=1,2,\dots,n} x_i$$

4.5 k out of n model (n bileşenin k tanesi durumu)

Bir sistem yalnızca, n bileşenin en az k tanesi çalıştığında çalışıyorsa, buna “k-out of- n structure (n bileşenin k tanesi durumu) denir. Bu sistemde birbirinden bağımsız çalışan n bileşen vardır ve bu bileşenlerden en az k tanesi çalışmasını devam ettirdiği sürece, sistem de varlığını devam ettirir. Sistemde bozulma, (n-k+1) inci bileşende bozulma meydana geldiğinde görülür.

k=n olduğu zaman, ‘k out of n model’ , seri modele indirgenir.

k=1 olduğu zaman ise model, paralel model olur.

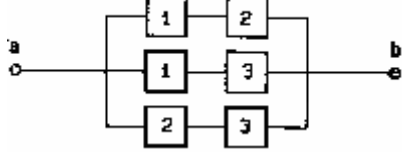
‘k out of n’ model için varsayımlar aşağıdaki gibidir.

1. Bütün bileşenler R(t) özdeş güvenilirlik fonksiyonuna sahiptir.
2. Bütün bileşenler bir diğerinden bağımsız olarak çalışır.

3. Sistem, bileşenlerinden herhangi (n-k) tanesinin bozuk olması durumunda fonksiyonunu devam ettirebilir. Sistem, (n-k+1) inci bileşenin bozulduğu an bozulur.

Örnek vermek gerekirse;

Bir üç motorlu uçağın en az iki motoru çalışırken havada kalabilmesi, bir ‘3 bileşenin 2 si’ modelidir.



Şekil 4.7 “3 bileşenin 2 si” modeli

Yapı fonksiyonu;

$$\begin{aligned}
 \phi(x) &= x_1 \cdot x_2 \coprod x_1 x_3 \coprod x_2 \cdot x_3 \\
 &= 1 - (1 - x_1 \cdot x_2)(1 - x_1 x_3)(1 - x_2 \cdot x_3) \\
 &= x_1 \cdot x_2 + x_1 x_3 + x_2 \cdot x_3 - x_1^2 x_2 x_3 - x_1 x_2^2 x_3 - x_1 x_2 x_3^2 + x_1^2 x_2^2 x_3^2 \\
 &= x_1 \cdot x_2 + x_1 x_3 + x_2 \cdot x_3 - 2x_1 x_2 x_3
 \end{aligned}$$

x_i ikili değişken olduğu için, $x_i^k = x_i$ dir.

4.6 Sistem Yapı Analizi

Tutarlı Yapılar (Coherent Structures)

Bir sistemin yapısını ortaya koyarken, ilk başta sistemin çalışmasına doğrudan etkisi olmayan bileşenleri gözardı etmek akla uygundur. Gözardı edilebilecekler sistemin çalışmasına etkisi olmayan (irrelevant), edilemeyecekler ise sistemin çalışmasına etkisi olan (relevant) bileşenlerdir.

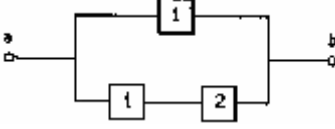
i. bileşen “etkisiz” ise;

$$\phi(1_i, x) = \phi(0_i, x) \text{ bütün } (., x) \text{ ler için}$$

$(1_i, x)$, i. bileşenin 1 olduğu bir durum vektörünü,

$(0_i, x)$, i. bileşenin 0 olduğu bir durum vektörünü gösterir.

Şekilde, iki bileşenli bir sistemde gösterilen 2. bileşen ‘etkisiz’ dir.



Şekil 4.8 Etkisiz bileşen “2”

Tanım 4.1

Bir bileşenler sistemi, bütün bileşenleri etkili ve yapı fonksiyonu her durumda azalmayan ise sistemin *tutarlı (coherent)* olduğu söylenir.

Bir bileşende meydana gelen hata, diğer bileşenin hatasını/arızasını önleyebilir. Böyle durumlar, “etkili” bileşenlerde ortaya çıkabilir.

Tutarlı Sistemlerin Genel Özellikleri

Teorem 4.1:

$\phi(x)$, bir tutarlı sistemin yapı fonksiyonu olsun.

$$\phi(0) = 0 \text{ ve } \phi(1) = 1$$

$\phi(x)$, azalmayan fonksiyondur.

Bu teoremden anlatılmak istenen;

- Bir tutarlı sistemde bütün bileşenler çalışıyorsa sistem de çalışıyordur.
- Bir tutarlı sistemde bütün bileşenler bozuksa sistem de bozuktur.

İspat 4.1:

Teorem, $\phi(x)$ ‘in ikili(binary) fonksiyon olma özelliğine dayanır.

Eğer $\phi(0) = 1$ ise $\phi(0) = \phi(1) = 1$ olmalıdır. $\phi(x)$ ın her durumda azalmayan fonksiyon olduğu varsayılır.

Bu, sistemdeki bütün bileşenlerin etkisiz (irrelevant) olduğunu gösterir. Bileşenlerin etkisiz olması, sistemin tutarlı olması varsayımını yadsır. Bu yüzden $\phi(0) = 0$ olur.

Benzer şekilde, $\phi(1) = 0$ ise , $\phi(0) = 0$ olur. Bu, bileşenlerin etkisiz olduğunu gösterir.

Bileşenlerin etkisiz olması, sistemin tutarlı olması varsayımını yadsır. Bu nedenle $\phi(1) = 1$ dir.

Teorem 4.2:

$\phi(x)$, n. dereceden bir tutarlı sistemin yapı fonksiyonu olsun.

$$\prod_{i=1}^n x_i \leq \phi(x) \leq \prod_{i=1}^n x_i \quad (4.3)$$

Bu teorem, herhangi bir tutarlı sistemin, en az, n bileşeninin de seri bağlı olduğu benzer bir sistem kadar ve en fazla n bileşeninin de paralel bağlı olduğu benzer bir sistem kadar iyi çalıştığını söyler.

İspat 4.2:

$\prod_{i=1}^n x_i$ ve $\prod_{i=1}^n x_i$ ikilidir.

$\prod_{i=1}^n x_i = 0$ varsayılırsa

$\phi(x) \geq 0$ olduğu için teoremdeki eşitsizliğin sol tarafı sağlanır.

$\prod_{i=1}^n x_i = 1$ ise $x=1$, teorem 4.1'e göre $\phi(x)=1$ dir. Bu nedenle bu eşitsizliğin sol tarafı daima sağlanmış olur.

$\prod_{i=1}^n x_i = 0$ ise $x=0$, teorem 4.1'e göre $\phi(x)=0$ Bu nedenle bu teoremdeki eşitsizliğin sağ tarafı sağlanır.

$\prod_{i=1}^n x_i = 1$ varsayılırsa;

$\phi(x) \leq 1$ olduğu bilindiğinden eşitsizliğin sağ tarafı da sağlanmış olur.

$x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ve $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ durum vektörleri olsun;

$xy = (x_1 y_1, x_2 y_2, \dots, x_n y_n)$

$x \prod y = (x_1 \prod y_1, x_2 \prod y_2, \dots, x_n \prod y_n)$ şeklinde tanımlansın.

Teorem 4. 3:

ϕ , tutarlı yapıda olsun,

$$\phi(x \prod y) \geq \phi(x) \cdot \phi(y) \quad (4.4)$$

$$\phi(x \cdot y) \leq \phi(x) \cdot \phi(y) \quad (4.5)$$

olur.

İspat 4.3:

Her i için $x_i \sqcup y_i \geq x_i$ dir.

ϕ , tutarlı olduğu için ϕ her durumda azalmayandır. Bu yüzden,

$$\phi(x \sqcup y) \geq \phi(x)$$

ve

$$\phi(x \sqcup y) \geq \phi(y)$$

$\phi(x)$ ve $\phi(y)$ ikili olduğundan,

$$\phi(x \sqcup y) \geq \phi(x) \sqcup \phi(y)$$

$x_i \cdot y_i \leq x_i$ her i için;

ϕ tutarlı olduğundan,

$$\phi(x \cdot y) \leq \phi(x) ,$$

Benzer şekilde,

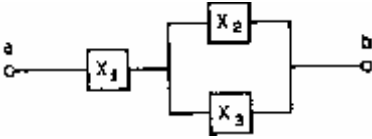
$$\phi(x \cdot y) \leq \phi(y)$$

$\phi(x)$ ve $\phi(y)$ ikili olduğundan,

$$\phi(x \cdot y) \leq \phi(x) \cdot \phi(y)$$

Teoremin açıklaması;

Şekildeki yapı ele alınsın;

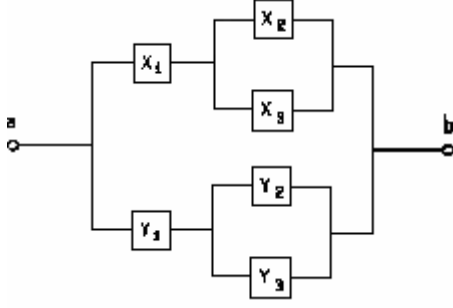


Şekil 4.9 Örnek sistem1

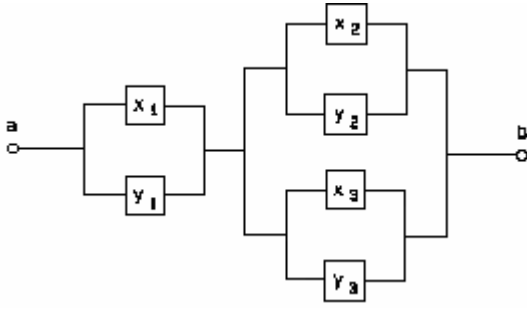
Yapı fonksiyonu $\phi(x)$ olsun. Benzer yapıda, y durum vektörüyle $\phi(y)$ yapısının olduğu varsayılсын.

Aşağıdaki şekil, “sistem düzeyindeki gereksizliği” gösterir. Bu sistem için yapı fonksiyonu

$$\phi(x) \sqcup \phi(y) \text{ dir.}$$



Şekil 4.10 Sistem düzeyinde gereksizlik



Şekil 4.11 Bileşen düzeyinde gereksizlik

$\phi(x \amalg y) \geq \phi(x) \amalg \phi(y)$ şu anlama gelir:

Bileşen düzeyinde gereksizliği ortaya çıkararak, sistem düzeyinde gereksizlikle ortaya çıkandan ‘daha iyi’ bir sistem elde edilir.

Yol ve Paylar ile İfade Edilen Yapılar

n. dereceden bir yapı, 1’den n’e kadar n bileşen içerir.

Bileşen seti:

$$C = \{1, 2, 3, \dots, n\}$$

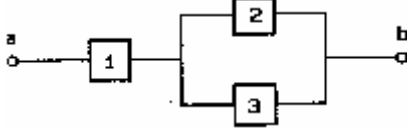
ile gösterilir.

Tanım 4.2: Yol setleri, En küçük yol setleri

Bir P yol seti sistemin çalışmasını sağlayan C’deki bileşenlerdir. Bir yol seti, yol seti olmasını engellemeden değiştirilemiyorsa (indirgenemiyorsa) bu, en küçük yol setidir.

Tanım 4.3: Pay setleri, En küçük pay setleri

Bir K pay seti, bozulduğunda sistemin de bozulmasına neden olan C’deki bileşenlerdir. Bir pay seti, pay seti olmasını engellemeden değiştirilemiyorsa (indirgenemiyorsa) bu, en küçük pay setidir.

Örnek 4.1:

Şekil 4.12 Örnek sistem2

Bileşen seti $C=\{1,2,3\}$ olsun.

Yol Setleri:

$\{1,2\}, \{1,3\}, \{1,2,3\}$

En kısa yol setleri

$\{1,2\}, \{1,3\}$

Pay Setleri:

$\{1\} \{2,3\} \{1,2\} \{1,3\} \{1,2,3\}$

Bileşenlerin Yapısal Önemi:

Bir sistemdeki bazı bileşenler sistemin çalışmasında diğerlerinden daha önemli olurlar. Sayısal bir mesafe ölçüsünün kullanılması faydalıdır. Böyle bir ölçünün tanıtılmasından önce bazı tanımlara ihtiyaç vardır.

Tanım 4.4:

i. bileşen için bir kritik path(yol) vektörü $(1_i, x)$ durum vektörüdür. Öyle ki;

$$\phi(1_i, x) = 1, \quad \phi(0_i, x) = 0$$

Bu durumda;

$$\phi(1_i, x) - \phi(0_i, x) = 1 \quad (4.6)$$

Başka bir deyişle, diğer bileşenlerin $(., x)$ durumları bilindiğinde, sistem yalnızca i. bileşen çalışır durumdayken çalışıyordur. Bu yüzden $(1_i, x)$, i.bileşen için kritik path(yol) vektörüdür.

Tanım 4.5:

Kritik yol vektörü, $(1_i, x)$ 'e karşılık gelen bir kritik yol seti $C(1_i, x)$,

$C(1_i, x) = \{i\} \cup \{j; x_j = 1, j \neq i\}$ ile tanımlanır.

Kritik yol setleri (yol vektörleri) nin toplam sayısı i. bileşen için

$$\eta_{\phi}(i) = \sum_{(.,x)} [\phi(1_i, x) - \phi(0_i, x)] \text{ dir.}$$

x_j ler ikili değişkenler olduğu için sadece iki olası değer, 0 ve 1 olabilir.

Durum vektörlerinin toplam sayısı $(.,x)$,

$$(x_1, \dots, x_{i-1}, \dots, x_{i+1}, \dots, x_n)$$

$$\Rightarrow 2^{n-1} \text{ dir}$$

Birnbaum(1969) i. bileşenin yapısal önemi için şu ölçüyü önermiştir:

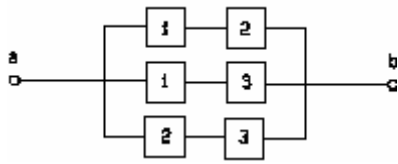
$$B_{\phi}(i) = \frac{\eta_{\phi}(i)}{2^{n-1}}$$

$B_{\phi}(i)$, 2^{n-1} tane olası $(.,x)$ durum vektörünün nispi oranını gösterir. Bu durum vektörleri i. bileşen için durum vektörüdür.

Örnek 4.2:

Bir 2 out of 3 yapı düşünölsün. 1. bileşen için

$(.,x_2,x_3)$	$\phi(1,x_2,x_3) - \phi(0,x_2,x_3)$	$C(1,x_2,x_3)$
(.00)	0	
(.01)	1	{1,3}
(.10)	1	{1,2}
(.11)	0	



Şekil 4.13 Örnek sistem3

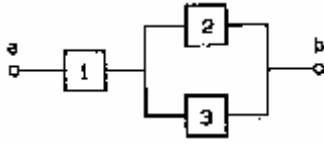
$$\eta_{\phi}(1) = 2 \quad n=3 \quad 2^{n-1} = 2^{3-1} = 4$$

$$B_{\phi}(1) = 2/4 = 0.5$$

Simetrik sebeplerden dolayı,

$$B_{\phi}(1) = B_{\phi}(2) = B_{\phi}(3) = 1/2 = 0.5$$

Bu yüzden 1., 2. ve 3. bileşenler aynı(eşit) yapısal öneme sahiptir.

Örnek 4.3:

Şekil 4.14 Örnek sistem4

Şekildeki yapı ele alınsın. Yapı fonksiyonu;

$$\begin{aligned}\phi(x_1, x_2, x_3) &= x_1(x_2 \coprod x_3) = x_1(1 - (1 - x_2)(1 - x_3)) \\ &= x_1x_2 + x_1x_3 - x_1x_2x_3\end{aligned}$$

1.Bileşen için

$(., x_2, x_3)$	$\phi(1, x_2, x_3) - \phi(0, x_2, x_3)$	$C(1, x_2, x_3)$
(.00)	0	
(.01)	1	{1,3}
(.10)	1	{1,2}
(.11)	1	{1,2,3}

$$B_\phi(1) = \frac{\eta_\phi(1)}{2^{3-1}} = \frac{3}{4} \Rightarrow 1. \text{ Bileşenin yapısal önemi.}$$

2.Bileşen için

$(x_1, ., x_3)$	$\phi(x_1, 1, x_3) - \phi(x_1, 0, x_3)$	$C(x_1, 1, x_3)$
(.00)	0	
(.01)	0	
(.10)	1	{1,2}
(.11)	0	

$$B_{\phi}(2) = \frac{\eta_{\phi}(2)}{2^{3-1}} = 1/4 \Rightarrow 2. \text{ Bileşenin yapısal önemi.}$$

$$B_{\phi}(3) = 1/4 \Rightarrow 1. \text{ bileşen, 2. ve 3. bileşenden daha büyük öneme sahiptir.}$$

5.ÖMÜR VERİ ANALİZİ

Bir bileşen/sistem için belli bir $F(t)$ ömür dağılımı hakkında bilgi elde etmek için genellikle n lerin özdeş olduğu farazi(sözde) ömür testi uygulamak gerekir. Eğer bu test bütün n bileşenlerin bozulup ömürleri kaydedilene kadar devam ettiriliyorsa , bu şekilde elde edilen veri seti “tamamlanmış” addedilir.

Genellikle tamamlanmamış veri setleriyle yetinilir. Çünkü bütün bileşenlerin bozulmasını beklemek pratik değildir ve çok pahalı olabilir. Tekil bileşenler bazı sebeplerden dolayı kaybolabilir, ya da ömür sürelerini kaydederken, ömür sürelerinin ait oldukları oldukça büyük zaman aralıklarını tespit etmekle yetinilir. Böyle durumlarda, veri seti “censored (sansürlenmiş)” şeklinde ifade edilir. Çalışmalar, bu çeşit sansürlemin planlanabilir olduğunu fakat aynı zamanda kontrol dışına çıkabileceğini göstermiştir.

Sonraki bölümde öncelikle bütün veri setlerinin analizi ve özelde de TTT plot(Total Time on Test Plot) incelenecektir. Bu analizler, gerçek, bilinmeyen ömür dağılımı $F(t)$ nin artan hata oranı(IFR), azalan hata oranı (DFR), ya da bunlardan hiçbirine sahip olup olmadıklarına karar verilebilmesini sağlayacaktır. Sonrasında, consoring (sınırlı veri) konusunda en bilinen çeşitler ele alınacaktır

j. bileşen için ömür zamanı $j= 1,2,3,...,n$ için T_j ile gösterilecektir.

Bu bölüm boyunca n bileşenin ömür süresinin stokastik (olasılıklı) olarak bağımsız ve sürekli dağılım fonksiyonu $F(t)$ ile özdeş dağıldığı varsayılacaktır. Sansürlü data seri bağlamında ömür zamanları, sınırlı bileşenlerin potansiyel ömür zamanları olarak yorumlanmalıdır.

Tamir edilebilir birimlerden veri ele alındığında öncelikle ömür zamanlarının bağımsız ve özdeş dağıldığı, yenilenebilir bir sürece sahip olunduğunun doğrulanması gerekir.

Tamir edilebilir birimlerden gelen veri ile ilgili analize bir Nelson-Aalen grafiği[†] ile başlamak gerekir. Eğer Nelson-Aalen grafiği doğrusal değilse burada tartışılan yöntemler kullanılmamalıdır. Nelson-Aalen Grafiği doğrusal ise beklenen bozulma sürelerinin aynı uzunlukta olduğu anlaşılır.(Her seferinde yeni bir birimin teste tabi tutulması durumunda beklenen bozulma süreleri aynıdır ancak bir birimin her bozulma sonrasında tamir edilerek

[†] Nelson-Aalen grafiği için bkz: Hoyland A., Rausand M., (1994) “System Reliability Theory Models and Statistical Methods”, The Norwegian Institue of Technology, New York. (Sf: 264,317)

yeniden teste tabi tutulması durumunda beklenen bozulma süreleri zamanla azalır. 1. durumun doğrusal, 2. durum ise doğrusal olmayan grafik üretmesi beklenir)

Pratikte, özdeş dağılan ömür zamanları varsayımı bileşenlerin yaklaşık olarak aynı çevresel ve operasyonel etkilere maruz kaldığı anlamına gelen “nominal olarak özdeş” olduğu varsayımını karşılar.

Bağımsızlık varsayımı, bileşenlerin çalışmadaki başka bir bileşenin bozulmasından etkilenmemesi anlamına gelir.

Sansürleme mekanizması bağımsız sansürleme (independent censoring) varsayımını karşılamalıdır. Özetle, sansürleme aynı çalışmada daha önce bozulmuş bileşenlerin bilgisinden bağımsız olarak meydana gelmelidir.

5.1 Teste Tabi Toplam Zaman Grafiği (TTT Plot)

n benzer, numaralanmış bileşenin ömür zamanlarını gözlemlerini belirlemek ve ömür dağılımı $F(T)$ hakkında bilgi elde etmek için işler hale getirildiği varsayılın. Basitlik için sürekli bir ömür dağılımıyla çalışıldığı ve $F(t)$ nin $F^{-1}(0) = 0 < t < F^{-1}(1)$ için artan olduğu varsayılacaktır.

Tanım 5.1:

Testteki t zamanındaki toplam zaman $T(t)$;

$$T(t) = \sum_{j=1}^i T_j + (n-i)t \quad (5.1)$$

$$T_i \leq t < T_{(i+1)} \quad i=0,1,2,3,\dots,n \text{ için}$$

$T_0 = 0$ ve $T_{n+1} = +\infty$ olarak tanımlanır.

$T(t)$ testindeki toplam zaman n bileşenin t zamanındaki toplam gözlenen ömür sürelerini gösterir. Bütün n bileşenin $t=0$ zamanında çalıştırıldığı ve t zamanında sona erdirildiği varsayılır. Bu $(0,t]$ zaman aralığında i bileşen tane bozulma olur. Bu i bileşenin toplam çalışma zamanı;

$\sum_{j=0}^i T_j$ dir. Kalan $n-i$ bileşen de $(0,t]$ aralığında çalışmaya devam eder. Bu $n-i$ bileşenin t zamanındaki toplam çalışma zamanı bu yüzden $(n-i)t$ dir. i . hatadaki teste tabi toplam zaman;

$i=1,2,3,,n$ için;

$$T(T_{(i)}) = \sum_{j=1}^i T_{(j)} + (n-i)T_{(i)} \text{ dir.} \quad (5.2)$$

Özel olarak,

$$T(T_{(i)}) = \sum_{j=1}^i T_{(j)} + (n-i)T_{(i)}$$

i . hatadaki teste tabi toplam zaman, $T(T_{(i)})$, $T(T_{(n)})$ ile bölünerek ölçeklenebilir. t zamanındaki teste tabi ölçeklenmiş toplam zaman $T(t) / T(T_{(n)})$ ile gösterilir.

Eğer noktalar işaretlenirse,

$$\left(\frac{i}{n}, \frac{T(T_{(i)})}{T(T_{(n)})} \right) \quad i=1,2,3,,n \text{ için}$$

ile veri seti için TTT grafiği elde edilmiş olur.

Teorem 5.1:

$U_1, U_2, \dots, U_{n-1}$ $(0,1]$ aralığında tekdüze dağılımı ile bağımsız rasgele değişkenler olsun.

$$\frac{T(T_{(1)})}{T(T_{(n)})}, \frac{T(T_{(2)})}{T(T_{(n)})}, \dots, \frac{T(T_{(n-1)})}{T(T_{(n)})}$$

$n-1$ sıralı değişkenler $U_1, U_2, \dots, U_{n-1}$ gibi aynı birleşik dağılıma sahiptirler.

Bu teoremden;

Sonuç:

Eğer ömür dağılımı üstel ise,

1. $\text{var}(T(T_{(i)})/T(T_{(n)}))$ sonludur.
2. $E(T(T_{(i)})/T(T_{(n)})) = i/n$ $i=1,2,\dots,n$

Büyük n ler için

$i=1,2,\dots,(n-1)$ için $\frac{T(T_{(i)})}{T(T_{(n)})} \approx \frac{i}{n}$ $i=1,2,\dots,(n-1)$ olması beklenir.

Bir TTT plottan ilgili ömür dağılımının azalan ya da artan hata oranına sahip olup olmadığına karar verebilmek için daha fazla teoriye ihtiyaç vardır.

$F_n(t)$ verinin deneysel/bulgusal dağılım fonksiyonu olsun

$$F_n(t) = \begin{cases} t < T_{(1)} & \text{için} & 0 \\ T_{(i)} \leq t < T_{(i+1)} & \text{için} & \frac{i}{n} \\ T_{(n)} \leq t & \text{için} & 1 \end{cases} \quad (5.3)$$

$$T(T_{(i)}) = n \int_0^{T_{(i)}} (1 - F_n(u)) du \quad (5.4)$$

olduğu söylenebilir.

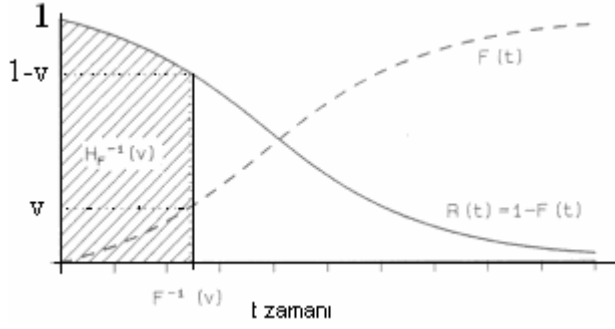
$$E(T) = \theta = \int_0^{\infty} (1 - F(u)) du = \int_0^{F^{-1}(1)} (1 - F(u)) d(u) \quad (5.5)$$

Tanım 5.2:

F dağılımının teste tabi toplam zaman dönüşümü $0 \leq v \leq 1$ için;

$$H_F^{-1}(v) = \int_0^{F^{-1}(v)} (1 - F(u)) d(u) \quad (5.6)$$

ile gösterilir.



Şekil 5.1 F dağılımının TTT dönüşümü

$$H_F^{-1}(1) = \int_0^{F^{-1}(1)} (1 - F(u)) d(u) = \theta$$

F(t) nin ölçekli TTT dönüşümü $0 \leq v \leq 1$ için;

$$\varphi_F(v) = \frac{H_F^{-1}(v)}{H_F^{-1}(1)} = \frac{1}{\theta} H_F^{-1}(v) \quad (5.7)$$

şeklinde tanımlanır.

Örnek 5.1:

$t \geq 0$, $\lambda > 0$ için; $F(t) = 1 - e^{-\lambda t}$ bu sebeple,

$$0 \leq v \leq 1 \text{ için ; } F^{-1}(v) = -\frac{1}{\lambda} \ln(1 - v)$$

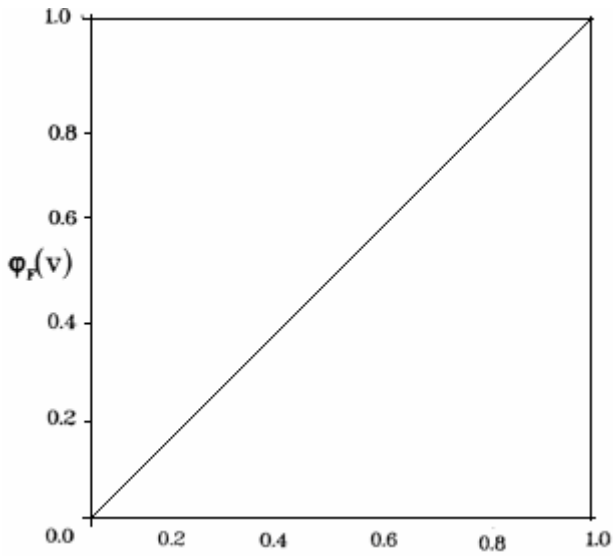
Üstel dağılımın TTT dönüşümü bu yüzden,

$$\begin{aligned}
 H_F^{-1}(v) &= \int_0^{-\ln(1-v)/\lambda} e^{-\lambda u} du \\
 &= -\frac{1}{\lambda} e^{-\lambda u} \Big|_0^{-\ln(1-v)/\lambda} \\
 &= \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} e^{\lambda \ln(1-v)/\lambda} \\
 &= \frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda} (1-v) = \frac{v}{\lambda} \quad 0 \leq v \leq 1 \text{ için.} \\
 H_F^{-1}(1) &= \frac{1}{\lambda} \text{ olur.}
 \end{aligned}$$

Buna karşılık gelen TTT dönüşümü bu sebeple;

$$0 \leq v \leq 1 \text{ için } \frac{v/\lambda}{1/\lambda} = v \text{ dir.} \quad (5.8)$$

Üstel dağılımın ölçekli TTT dönüşümü bu sebeple (0,0) dan (1,1) e düz bir çizgidir.



Şekil 5.2 Üstel dağılımın TTT dönüşümü

Örnek 5.2:

Weibull dağılımının TTT dönüşümü;

$$F(t) = 1 - e^{-(\lambda t)^\alpha} \quad t \geq 0, \lambda > 0, \alpha > 0 \text{ için.}$$

F'nin ters fonksiyonu;

$$F^{-1}(v) = \frac{1}{\lambda} (-\ln(1-v))^{1/\alpha}; \quad 0 \leq v \leq 1$$

Weibull dağılımının TTT dönüşümü;

$$H_F^{-1}(v) = \int_0^{F^{-1}(v)} (1-F(u)) du = \int_0^{(-\ln(1-v))^{1/\alpha}/\lambda} e^{-(\lambda u)^\alpha} du$$

$x = (\lambda u)^\alpha$ konulursa;

$$H_F^{-1}(v) = \frac{1}{\lambda \alpha} \int_0^{-\ln(1-v)} x^{1/\alpha+1} e^{-x} dx \quad (5.9)$$

olur. Bu, weibull dağılımının TTT dönüşümünün gama fonksiyonu ile gösterilebildiği anlamına gelir.

Teorem 5.2 :

Eğer $F(t)$, $F^{-1}(0) = 0 < t < F^{-1}(1)$ için artan bir sürekli ömür dağılımı ise;

$$\frac{d}{dv} H_F^{-1}(v) \Big|_{v=F(t)} = \frac{1}{z(t)} \text{ dir.} \quad (5.10)$$

$z(t)$, burada $F(t)$ dağılımının hata oranıdır.

Teorem 5.3 :

Eğer $F(t)$, $F^{-1}(0) = 0 < t < F^{-1}(1)$ için artan bir sürekli ömür dağılımı ise;

1. $F \sim \text{IFR} \Leftrightarrow H_F^{-1}(v)$ konkavdır, $0 \leq v \leq 1$

2. $F \sim \text{DFR} \Leftrightarrow H_F^{-1}(v)$ konvektir, $0 \leq v \leq 1$

Gözlenen ömür zamanlarına dayanarak $F(t)$ nin ölçekli TTT dönüşümü tahmin edilecekse, tahmincinin

$$\frac{\int_0^{F_n^{-1}(v)} (1 - F_n(u)) du}{\int_0^{F_n^{-1}(1)} (1 - F_n(u)) du} \quad v = i/n, i = 1, 2, \dots, n \text{ için} \quad (5.11)$$

$$H_n^{-1}(v) = \int_0^{F_n^{-1}(v)} (1 - F_n(u)) du \quad v = i/n, i = 1, 2, \dots, n \text{ için} \quad (5.12)$$

Tahminci şu şekilde yazılabilir;

$$\frac{H_n^{-1}(v)}{H_n^{-1}(1)} \quad v = i/n, i = 1, 2, \dots, n \text{ için} \quad (5.13)$$

5.2 En Uygun Yenileme (Optimum Replacement)

TTT dönüşümünün ve TTT grafiğinin bilinen bir uygulaması Age Replacement (yenileme) problemidir. Burada, bir birim, bozulmada $c+k$ maliyeti ile, ya da planlanmış yer değiştirmede c maliyeti ile, belirli bir t_0 yaşına geldiğinde yenilenir.

c maliyeti, ekipman ve işçi çalışma maliyetini kapsar. k ise planlanmamış yenilemelerden kaynaklanan ek maliyetleri kapsar.

Problem, birim zaman başına uzun dönem maliyetini minimize etmek için (en küçüklemek için) en uygun yer değiştirme zamanı t_0 ı hesaplamaktır.

T, birimin potansiyel bozulma zamanını gösterebilir. T nin $f(t) = F'(t)$ yoğunluğu ile sürekli dağılım fonksiyonu F(t) ye sahip olduğu varsayılır.

Yer değiştirmeler arası ortalama zaman MTBR, yer değiştirme zamanı t_0 iken;

$$MTBR = \int_0^{t_0} tf(t)dt + t_0 \cdot P(T > t_0) = \int_0^{t_0} (1 - F(t))dt \quad (5.14)$$

Eşitliğin sağ tarafı parçalı integral kullanılarak;

$$\begin{aligned} \int_0^{t_0} (1 - F(t))dt &= \int_0^{t_0} dt - \int_0^{t_0} F(t)dt = t_0 - \int_0^{t_0} F(t) \cdot 1dt \\ &= t_0 - \left[[F(t) \cdot t]_0^{t_0} - \int_0^{t_0} tf(t)dt \right] \\ &= t_0[1 - F(t_0)] + \int_0^{t_0} tf(t)dt \\ &= \int_0^{t_0} tf(t)dt + t_0 \cdot P(T > t_0) \end{aligned}$$

Yer değiştirme(replacement) periyodu başına düşen maliyet, yer değiştirme maliyeti c ile her bozulma meydana geldiğinde oluşan ek maliyet k nin toplamına eşittir. Bu yüzden yer değiştirme(replacement) periyodu başına düşen ortalama maliyet ;

$$c + k \cdot P(\text{"bozulma"}) = c + k \cdot P(T < t_0) = c + k \cdot F(t_0) \text{ dir.}$$

t_0 yer değiştirme zamanı ile birim zaman $C(t_0)$ başına düşen toplam maliyet,

$C(t_0) \cdot MTBR = c + k \cdot F(t_0)$ ile hesaplanır. Bu nedenden,

$$C(t_0) = \frac{c + k \cdot F(t_0)}{\int_0^{t_0} (1 - F(t))dt} \quad (5.15)$$

olur.

Şimdi amaç, $C(t_0)$ ı minimize eden t_0 ı hesaplamaktır. Dağılım fonksiyonu $F(t)$ ve bütün parametreleri biliniyorsa, t_0 ın en uygun değerini hesaplamak basittir. Bu problemi çözmenin yollarından biri $F(t)$ nin TTT dönüşümünü uygulamaktır. $F(t)$ nin TTT dönüşümü hatırlanacak olursa;

$$H_F^{-1}(v) = \int_0^{F^{-1}(v)} (1 - F(t)) dt$$

$v = F(t_0)$ ile belirtilirse,

$$H_F^{-1}(F(t_0)) = \int_0^{F^{-1}(F(t_0))} (1 - F(t)) dt = \int_0^{t_0} (1 - F(t)) dt$$

O halde, $C(t_0) = \frac{c + k.F(t_0)}{\int_0^{t_0} (1 - F(t)) dt}$ şu şekilde yeniden yazılabilir:

$$C(t_0) = \frac{c + k.F(t_0)}{H_F^{-1}(F(t_0))} = \frac{1}{H_F^{-1}(1)} \cdot \frac{c + k.F(t_0)}{\varphi_F(F(t_0))}$$

Burada $H_F^{-1}(1)$ birimin ortalama hata zamanı (MTTF) dir.

$$\varphi_F(v) = \frac{H_F^{-1}(v)}{H_F^{-1}(1)}$$

dağılım fonksiyonu $F(t)$ nin ölçekli TTT dönüşümüdür.

t_0 ın en uygun değeri öncelikle $v_0 = F(t_0)$ hesaplanarak bulunur. v_0 ,

$$C_1(v_0) = \frac{c + k.v_0}{\varphi_F(v_0)}$$

değerini minimize eder.

v_0 ın en küçükleyen değeri, $C_1(v_0) = \frac{c + k.v_0}{\varphi_F(v_0)}$ ın türevi sıfıra eşitlenerek bulunabilir.

$$\frac{d}{dv_0} C_1(v_0) = \frac{\varphi_F(v_0).k - \varphi'_F(v_0)(c + k.v_0)}{\varphi_F(v_0)^2} = 0$$

buradan,

$$\varphi'_F(v_0) = \frac{\varphi_F(v_0)}{c/k + v_0} \quad (5.16)$$

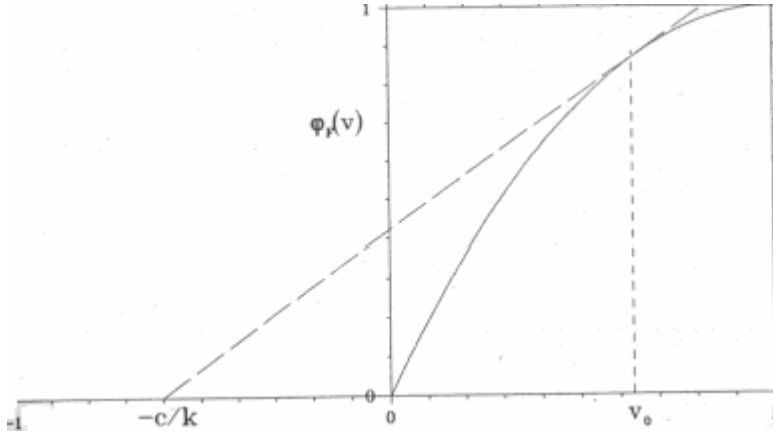
bulunur.

v_0 ın en uygun(optimal) değeri ve t_0 şu grafik metoduyla bulunabilir;

1. 1x1 koordinat sisteminde ölçekli TTT dönüşüm grafiği çizilir.
2. x ekseninde $(-c/k, 0)$ noktası işaretlenir.
3. $(-c/k, 0)$ noktasından TTT dönüşümüne teğet bir tanjant doğrusu çizilir.

v_0 ın optimal değeri tanjant doğrusunun TTT dönüşümüne dokunduğu noktanın x koordinat değeridir. $v_0 = 1$ ise $t_0 = \infty$ dur ve önleyici yer değiştirme yapılmamalıdır. Şekilde aşamalar sonucu oluşan grafik gösterilmiştir.

Gerçek bir birim için bozulmanın zaman setleri kaydedildiğinde bu veriler, deneysel, $F(t)$ dağılım fonksiyonunun ölçekli TTT dönüşümü elde etmek için ve bir TTT grafiği çizmek için kullanılabilir. En uygun yer değiştirme yaşı t_0 yukarıdaki aşamalarda olduğu gibi, aynı şekilde elde edilebilir.



Şekil 5.3: TTT dönüşümü ile en uygun yer değiştirme zamanının hesaplanması.

5.3 Censored (Sınırlı) Veri Setleri

En çok kullanılan “censoring” çeşitleri incelenecektir.

1. Çeşit Censoring (Sınırlı Veri)

Bazen ekonomik veya başka sebeplerden dolayı bir ömür testi belirli bir t_0 zamanında sonlandırılmak zorundadır. Bütün birimler $t=0$ zamanında çalıştırılır ve bozuluncaya ya da deneyin sonlandırılacağı t_0 zamanına kadar çalıştırılır. Bu durum sağlık araştırmalarında sıklıkla karşılaşılan bir durumdur. Bu durumda sadece t_0 zamanından önce ömürlerini tamamlamış birimlerin ömür zamanları kesin olarak bilinebilir.

Elde edilen veri seti $s(\leq n)$ gözlenen ömür zamanını içerir:

$$T_{(1)} \leq T_{(2)} \leq \dots \leq T_{(s)}$$

t_0 zamanından önce bozulan bileşen sayısı (S) olasılıklı(stokastik) olup, t_0 zamanından önce hiç bir birimin bozulmama olasılığı vardır.

2. Çeşit sınırlı veri

Mevcut veri seti r gözlenen ömür zamanından oluşacaksa ve test mümkün olduğu kadar çabuk tamamlanmak isteniyorsa, model, r . hatada sona erdirilmelidir. ($0 < r < n$)

Bütün birimler $t=0$ da çalıştırılmalıdır. Deneyden sağlanan bilgi şu veri setini içermelidir:

$$T_{(1)} \leq T_{(2)} \leq \dots \leq T_{(r)}$$

Bu durumda kaydedilen hata sayısı r olasılıklı (stokastik) değildir. Burada olasılıklı olan deneyin tamamlandığı andaki $T_{(r)}$ dir. Bu modelin zayıf tarafı, deneyin ne kadar süreceğinin bilinmemesidir.

3. Çeşit sınırlı veri

İlk iki çeşit veri tipinin bir kombinasyonudur. Test hatanın ilk görüldüğü t_0 anında ya da r inci hatada sona erdirilir. (t_0 ve r önceden tespit edilmelidir.)

4. Çeşit sınırlı veri)

Bu durumda n benzer birim, zamandaki farklı anlarda çalıştırılır. Bu şekilde elde edilen olasılıklı(stokastik) zamanlar 4. çeşit censoring olarak adlandırılır.

6. GÜVEN ARALIKLARI

Güvenilirlik konusunun en karmaşık konularından birisi bir tahminin kesinliğidir. Bu bölümde güven aralığı kavramı tanıtılacaktır. Konu, aşağıdaki bilye örneği ile açıklanmaya çalışılacaktır.

Örnek 6.1:

Küçük Örnek Boyutlu Bilye Çekimi

Büyük bir havuzda milyonlarca karışık durumda siyah ve beyaz bilyeler olduğu farzedilsin. Siyah bilyelerin yüzdesi tahmin edilmeye çalışılsın: Siyah bilyelerin oranını kesin olarak bulmanın tek yolu tek tek sayım yapmak ve yüzdeyi hesaplamaktır. Bu yöntem çok zaman gerektirir ve pratik bir çözüm değildir. Bunun yerine yüzdenin bir tahminini bulma ihtiyacı doğar. Bunu yapabilmek için havuzdan görece küçük bir örnek çekip, örneğin kaç tane siyah bilye içerdiği sayılır. 10 örnekten 4 tanesi siyah ise siyah bilye yüzdesi %40 bulunur. Çekilen bilyeler tekrar havuza atılıp yine 10 bilyelik bir örnek çekilir. Bu defa 6 tanesi siyah ise, yeni siyah bilye yüzdesi %60 olarak bulunmuş olur. Bu durumda hangi sonucun “doğru” olduğu sorusu akla gelir. Her iki tahmin de doğrudur. Bu örnekler tekrar tekrar elde edilirse tahminler çoğunlukla $\%X_1$ ve $\%X_2$ arasında olacaktır. Böylece çekilen belli sayıdaki örneğin bu limitler arasında olacağı söylenebilir. Örneğin, bu tahminin %90’ı $\%X_1$ ve $\%X_2$ arasında olduğu gözlemlenmiş olabilir.

Büyük Örnek Boyutlu Bilye Çekimi

Deney tekrarlanır ve örneğin 1000 bilye çekilirse örnekte sayılan siyah bilye sayıları her farklı deneme için 545,570,530 vs. olabilir. Bu durumda tahmin aralıkları önceki durumdan daha dar olacaktır. Örneğin, tahminin %90’ı bu durumda $Y_1\%$ ve $Y_2\%$ arasında olacaktır. Burada küçük örneklem üst limiti X_2 , büyük örneklem üst limiti Y_2 den büyük ($\%X_2 > \%Y_2$) olur. Aynı şekilde büyük örneklem alt limiti Y_1 de küçük örneklem alt limiti X_1 den büyük olacaktır. ($\%X_1 < \%Y_1$). Aynı prensip güven aralıkları için geçerlidir. Örnek sayısı ne kadar artarsa kesinlik de o kadar artar.

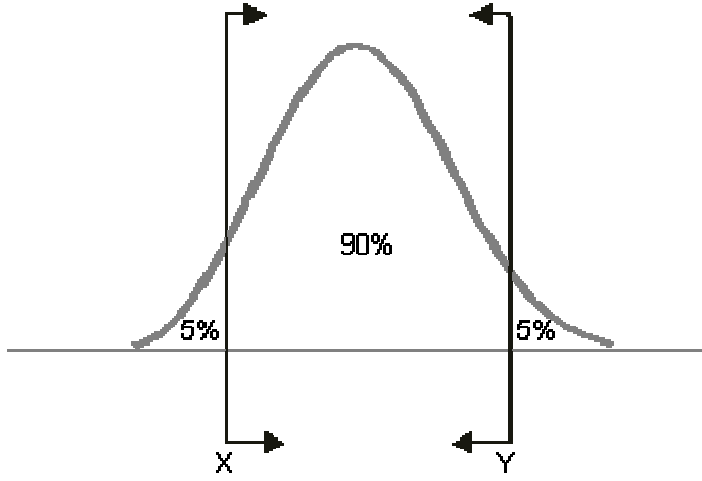
6.1 Güvenilirlik ve Güven Aralıkları

Güvenilirlikte temel konu incelenen birimin güvenilirliğini, hata olasılığını hesaplamaktır. Bununla birlikte anakütledeki tüm birimlerin güvenilirlik değerleri tek tek elde edilmeden ve

gözlemlenmeden güvenilirliğin kesin değeri elde edilemez. Bu durum gerçekçi bir çözüm olmadığından , örnekte olduğu gibi örnekleme dayanarak tahmin değerleri elde edilmeye çalışılır. Birimler için on farklı güvenilirlik testi uygulanıp sonuçlar analiz edilirse, her seferinde farklı tahmin değerleri elde edilecektir. Güven aralıkları yöntemi ile belli bir zaman yüzdesinde bu güvenilirlik değerlerinin düşeceği aralık belirlenir. Buna ek olarak her parametrenin, gerçek parametre değerinin bir tahmini olduğu unutulmamalıdır. Akla yatkın olan bu aralık değerleri “güven aralıkları” olarak adlandırılır.

Çift Taraflı Aralıklar

Çift taraflı güven aralıkları yöntemiyle belli bir anakütle yüzdesinin hangi aralıkta olduğunu gösteren kapalı bir aralık incelenir.



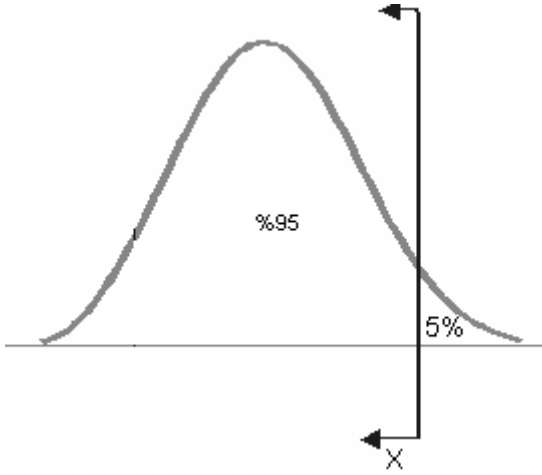
Şekil 6.1 Çift taraflı güven aralıkları

Öneğin %90 güvenle çift taraflı güven aralıkları incelenirken anakütlenin %90 kadarı X ve Y arasında, %5 inin X den küçük ve %5 inin de Y den büyük olduğu söylenir.

Tek Taraflı Aralıklar

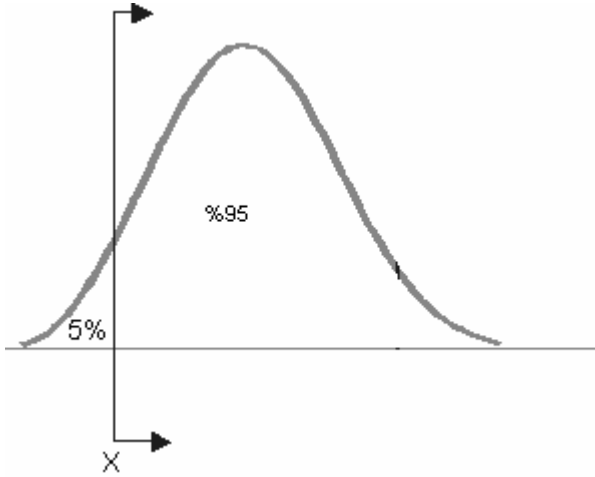
Tek taraflı güven aralıkları, çift taraflı güven aralıklarının açık sonlu farklı bir çeşididir. Bir tek taraflı sınır, anakütlenin belli bir yüzdesinin büyük ya da küçük olduğu bir noktayı gösterir. Bu, iki çeşit tek taraflı güven aralığı olduğunu gösterir: Alt sınır ve üst sınır.

Bir tek taraflı üst limit bir noktayı gösterir. Anakütlenin belli bir yüzdesi bu noktanın altındadır.



Şekil 6.2 Tek taraflı üst limit

Örneğin X, %95 tek taraflı üst limitse, bu anakütlenin %95'inin X'den az olduğunu gösterir. Bir tek taraflı alt limit, popülasyonun belli bir yüzdesinin üzerinde olduğu noktayı gösterir.



Şekil 6.3 Tek taraflı alt limit

Eğer X, %95 tek taraflı alt limitse, bu anakütlenin %95'inin X'ten büyük olduğunu gösterir.

6.2 Olabilirlik Oranı Güven Aralıkları

Bu bölümde güven aralığı hesaplama yöntemlerinden biri olan “olabilirlik oranı” yöntemi ele alınmıştır. Bu yöntem daha çok küçük örneklem boyutları için tercih edilir.

Olabilirlik oranı güven aralıkları şu eşitliği temel alır:

$$-2 \cdot \ln\left(\frac{L(\theta)}{L(\hat{\theta})}\right) \geq \chi^2_{\alpha, k} \quad (6.1)$$

Burada;

$L(\theta)$: Bilinmeyen parametre vektörü θ için olabilirlik fonksiyonu,

$L(\hat{\theta})$: Tahmin edilen $\hat{\theta}$ vektörü için olabilirlik fonksiyonu,

$\chi^2_{a,k}$: a olasılığı ve k serbestlik derecesi ile ki-kare istatistiği

Eğer δ nin güven seviyesi ise çift taraflı sınırlar için ise $\alpha = \delta$ ve tek taraflı sınırlar için ise $\alpha = (2\delta - 1)$ dir.

x , olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda gösterilen bir rasgele sürekli değişkendir:

$$f(x; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$$

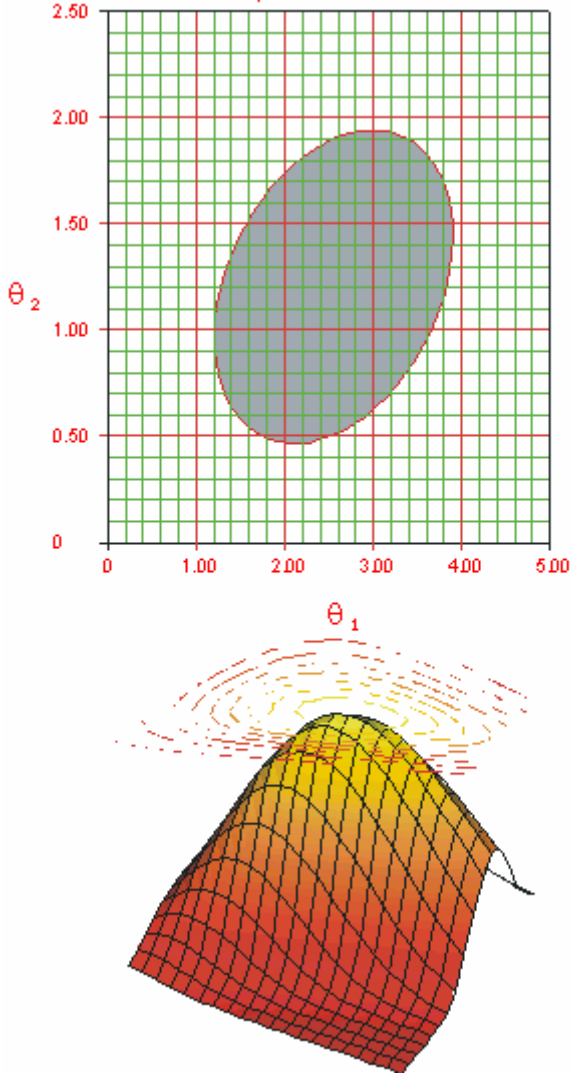
$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ gibi k tane bilinmeyen sabit parametre tahmin edilecektir ve R tane bağımsız gözlem $(x_1, x_2, \dots, x_R)$, ömür veri analizindeki hata zamanlarına tekabül eder. Olabilirlik fonksiyonu;

$$L(x_1, x_2, \dots, x_R | \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) = L = \prod_{i=1}^R f(x_i; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) \quad (6.2)$$

$$i = 1, 2, \dots, R$$

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ nin maksimum olabilirlik tahmin edicileri L yi maksimize ederek elde edilir.

Bu tahminler 1. eşitlikte, oranın paydasındaki $L(\hat{\theta})$ ile gösterilir. Verilerin değerleri bilindiği ve parametre tahminleri $\hat{\theta}$ ların değerleri maksimum olabilirlik yöntemi ile hesaplandığı için 1. eşitlikte bilinmeyen tek değer , eşitliğin payındaki $L(\theta)$ dir. Böylece geriye bu eşitliği sağlayan, bilinmeyen parametre değerlerini bulmak kalır. İki parametrelili dağılımlarda 1. eşitliği sağlayacak parametre değerleri farklılık gösterebilir. Bu parametre değerleri istenen güven düzeyi δ ya göre değişecektir. Ancak sabit bir güven düzeyi için 1. eşitliğin gerçekleşmesini sağlayan θ_1 ve θ_2 için belirli bir değerler bölgesi vardır. Bu bölge şekilde gösterildiği üzere bir “Düzey grafiği(contour plot) dir.



Örnek düzey grafiği

Şekil 6.4: Düzey Grafiği Bölgesi

Düzey grafiği bölgesi esas itibariyle 1. eşitliği sağlayan olabilirlik fonksiyonunun bir yüzey kesitini verir.

Düzey grafikleri, veri setlerini karşılaştırmak için kullanılabilir. Örneğin bir ünitenin yeni ve eski dizyanları gibi iki veri seti ele alınırsa, bu iki dizaynın belli bir güven düzeyinde birbirinden farklı olup olmadıkları araştırılabilir. Her bir veri setinin düzey grafiği oluşturulur. Bu yöntemle iki veri setinin hangi güven düzeyinde anlamlı olarak farklı oldukları bulunur. Örneğin %90 düzeyinde iki veri seti örtüşmüyorsa (iki grafik kesişmiyorsa) “ Bu iki veri seti %90 güvenle önemli ölçüde farklıdır” denir. Eğer %95 düzeyinde bir örtüşme mevcutsa bu iki veri setinin %95 güven düzeyinde önemli ölçüde farklı olmadığı söylenir.

Parametre, güvenilirlik ve zaman değerleri için güven aralıklarının hesaplanmasında bir serbestlik derecesi kullanılır($k=1$). Çünkü bu hesaplamalar tek bir güven bölgesi ile ilgilidir. Verilerin karşılaştırılması için kullanılan $\chi^2_{\alpha;1}$ istatistiği ise iki serbestlik derecesi kullanır. Çünkü ortak iki bölge mevcuttur.

Parametreler için olabilirlik oranı güven aralıkları

Parametreler için sınırlar, belirli bir güven düzeyinde, her bir eksendeki düzey grafiğinin uç değerleri bulunarak hesaplanır. Her bir eksen, verilen bir parametrenin olası değerlerini gösterdiği için düzey grafiğinin sınırları aşağıdaki eşitliği sağlayan parametrelerin uç değerlerini gösterir.

$$-2 \cdot \ln \left(\frac{L(\theta_1, \theta_2)}{L(\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2)} \right) = \chi^2_{\alpha;1} \quad (6.3)$$

Bu eşitlik şu şekilde de yazılabilir:

$$L(\theta_1, \theta_2) = L(\bar{\theta}_1, \bar{\theta}_2) e^{-\frac{\chi^2_{\alpha;1}}{2}} \quad (6.4)$$

Bu durumda 1. Eşitliğin sağlanabilmesi için θ_1 ve θ_2 değerlerinin bulunması gerekmektedir. Bunu yapabilmek için nümerik metodlara gerek vardır. Bu metodlardan biri, bir parametreyi sabit tutup diğeri üzerinde kabul edilebilir bir çözüm buluncaya kadar iterasyon(yineleme) yapmaktır. İterasyonlu hesaplamalara en iyi olabilirlik tahminlerine yakın değerlerden başlamalıdır. Çünkü düzey grafiğinin dışında bir alandaki değerlerle hesaplamalar yapılmamalıdır.

Parametreler için güven aralığı örneği:

Beş birim güvenilirlik testine tabi tutulmuş ve 10,20,30,40 ve 50 inci saatlerde hatalar gözlemlenmiştir. Weibull dağıldığı varsayımıyla en iyi olabilirlik tahminleri $\hat{\beta} = 2.2938$ ve $\hat{\eta} = 33.9428$ hesaplanmıştır. Olabilirlik oranı yöntemiyle çift taraflı %90 güven limitleri şu şekilde hesaplanır:

Öncelikle parametre tahminleri için olabilirlik fonksiyonu hesaplanır

$$L(\hat{\beta}, \hat{\eta}) = \prod_{i=1}^N f(x_i; \hat{\beta}, \hat{\eta}) = \prod_{i=1}^5 \frac{\hat{\beta}}{\hat{\eta}} \cdot \left(\frac{x_i}{\hat{\eta}} \right)^{\hat{\beta}-1} \cdot e^{-\left(\frac{x_i}{\hat{\eta}} \right)^{\hat{\beta}}}$$

$$L(\hat{\beta}, \hat{\eta}) = \prod_{i=1}^5 \frac{2.2938}{33.9428} \cdot \left(\frac{x_i}{33.9428} \right)^{1.2938} \cdot e^{-\left(\frac{x_i}{33.9428} \right)^{2.2938}}$$

$$L(\hat{\beta}, \hat{\eta}) = 1.714714 \times 10^{-9}$$

x_i ler burada gerçek hata zamanı verileridir.

1. Eşitlik tekrar düzenlenirse;

$$L(\beta, \eta) - L(\hat{\beta}, \hat{\eta}) \cdot e^{\frac{-\chi_{\alpha;1}^2}{2}} = 0$$

İstenen güven düzeyi %90 olduğundan ilgili ki-kare istatistiği $\chi_{0.9;1}^2 = 2.705543$ elde edilir.

Eşitlikte yerine konursa,

$$L(\beta, \eta) - L(\hat{\beta}, \hat{\eta}) \cdot e^{\frac{-\chi_{\alpha;1}^2}{2}} = 0$$

$$L(\beta, \eta) - 1.714714 \times 10^{-9} \cdot e^{\frac{-2.705543}{2}} = 0$$

$$L(\beta, \eta) - 4.432926 \cdot 10^{-10} = 0$$

Bir sonraki adım bu eşitliği sağlayan β ve η değerlerini bulmaktır. Yani

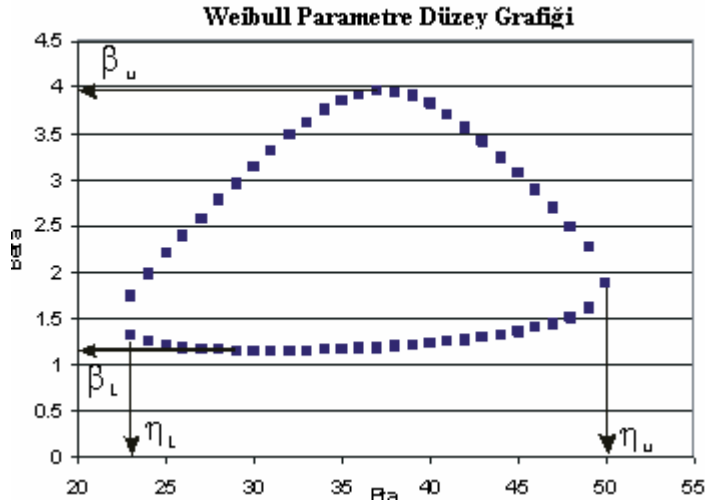
$L(\beta, \eta) = 4.432926 \cdot 10^{-10}$ değerini sağlayan β ve η değerleri bulunur. Bu çözüm, uygun β değerlerine karşılık gelen η değerlerinin nümerik yollarla bulunmasıyla elde edilir. Aynı şekilde uygun η değerlerine karşılık gelen β değerleri elde edilir.

Aşağıdaki tablo bulunan β ve η değerleri gösterilmiştir.

Çizelge 6.1 $L(\beta, \eta) = 4.432926 \cdot 10^{-10}$ değerini sağlayan β ve η değerleri

η	β_1	β_2	η	β_1	β_2
23	1.321	1.742	37	1.183	3.950
24	1.241	1.985	38	1.195	3.943
25	1.201	2.193	39	1.210	3.897
26	1.177	2.390	40	1.226	3.814
27	1.161	2.582	41	1.245	3.701
28	1.151	2.770	42	1.267	3.564
29	1.145	2.955	43	1.291	3.409
30	1.142	3.135	44	1.319	3.241
31	1.142	3.308	45	1.352	3.065
32	1.145	3.471	46	1.391	2.883
33	1.149	3.619	47	1.439	2.695
34	1.155	3.746	48	1.502	2.495
35	1.162	3.848	49	1.594	2.272
36	1.172	3.917	50	1.871	1.871

Bu verilere karşılık gelen düzey grafiği;



Şekil 6.5 Örnek verilerine karşılık gelen düzey grafiği

Tablodan görüleceği gibi β nın hesaplanan en küçük değeri 1.142, en büyük değeri ise 3.950 bulunmuştur. Bu değerler β parametresi için %90 çift taraflı güven aralık limitlerini verir. 23 ün altında ve 50 nin üzerindeki η değerleri için eşitliğin çözümü yoktur. Böylece bu değerler η parametresi için güven limitleridir.

Zaman için olabilirlik oranı güven aralıkları

Bilinen bir güvenilirlik için zaman tahmini sınırları, parametre sınırlarının hesabındaki usülle elde edilir. Farklılık, olabilirlik oranını ihtiva eden olabilirlik fonksiyonlarının şeklinde yatar. Önceki bölümde θ_1 ve θ_2 parametreleri olarak standart bir form kullanıldı. Zaman tahmini için sınırları hesaplamak için olabilirlik fonksiyonunu bir parametre ve zaman formunda yeniden derlemek gerekir. Böylece parametrenin değişimiyle zamanın maksimum ve minimum değerleri gözlenebilecektir.

Güvenilirlik için olabilirlik oranı güven aralıkları

Bilinen bir güvenilirlik için güvenilirlik tahmini sınırları, zaman sınırlarının hesabındaki usülle elde edilir. Tek fark, olabilirlik fonksiyonunun R ve β ile ifade edilecek şekilde derlenmesindedir.

Diğer güvenilirlik için güven aralığı bulma yöntemleri

Bu çalışmada güven aralığı yöntemlerinden yalnızca “olabilirlik oranı yöntemi” incelenmiştir. Uygulama kısmında bu yöntem kullanılmıştır. Burada değinilmeyen bazı yöntemler ise; Fisher matrix güven aralıkları, Beta-Binomal güven aralığı yöntemi, Bayesgil güven aralığı yöntemi ve simulasyon temelli güven aralığı yöntemidir.

6.3 Tam Veriler İçin En İyi Olabilirlik Tahmini (MLE) Yöntemi

En iyi olabilirlik yöntemi en güvenilir parametre tahmin yöntemlerinden biridir. Bu bölümde tanıtılan yöntem, tekil hata zamanlarını içeren tam veri setleri içindir.

Bu yöntemde belirli bir dağılım için parametrelerin en olası değerleri bulunur.

x olasılık yoğunluk fonksiyonu aşağıda belirtilen bir rasgele sürekli değişken ise;

$$f(x; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)$$

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ k tane tahmin edilecek parametre;

$x_1, x_2, \dots, x_R$ şeklinde ömür veri analizinde hata zamanlarına karşılık gelen R bağımsız gözlem ile olabilirlik fonksiyonu şu şekildedir;

$$L(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k | x_1, x_2, \dots, x_R) = L = \prod_{i=1}^R f(x_i; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) \quad (6.5)$$

$$i = 1, 2, \dots, R$$

Logaritmik olabilirlik fonksiyonu ise;

$$\Lambda = \ln L = \sum_{i=1}^n \ln f(x_i; \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k) \quad (6.6)$$

$\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ nin en iyi olabilirlik tahmin edicileri L veya Λ yı maksimize ederek elde edilir.

Λ yı maksimize ederek $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k$ nin en iyi tahmin edicileri k eşitliğin eş zamanlı çözümüyle bulunur.

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial \theta_j} = 0, \quad j = 1, 2, \dots, k$$

En iyi olabilirlik yöntemi asimtotik olarak tutarlıdır. Yani örnek boyutu arttıkça tahminler gerçek değerlere yaklaşır.

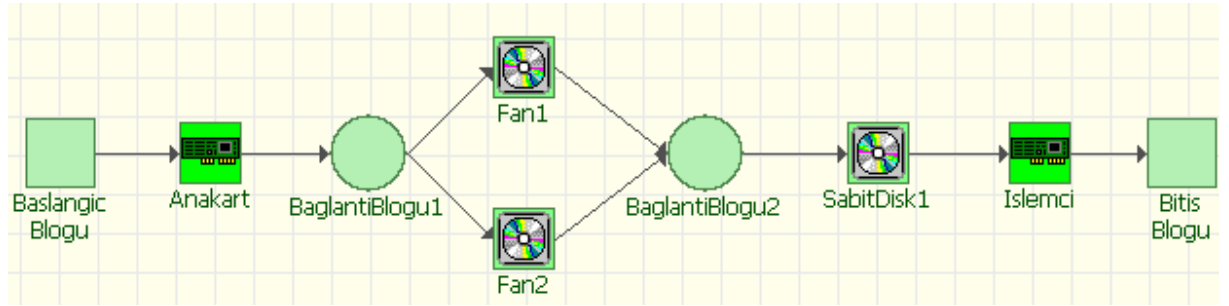
7.UYGULAMA

7.1 Bilgisayar Kasası Modeli

Bu uygulamada bir bilgisayar kasası modeli ele alınmıştır. Modelin elemanları, bilgisayarın çalışması için gerekli olan temel bileşenler olan anakart, sabit disk, fan ve işlemcidir. Bileşenlerin bağımsız olduğu varsayılmıştır. Her bir bileşen için veri simülasyonu yöntemiyle elli veriden oluşan bir olasılık dağılımı elde edilecektir. Üretilen bu verilerin dağılımları, özellikle elektrikli ve dijital sistemlerin hata zamanı dağılımlarında görülen weibull dağılımı ve üstel dağılım olacaktır. . Dağılımların parametreleri gerçek ürünlerin bilinen ortalama hata zamanlarına dayanarak elde edilmiştir. Modelin ve verilerin analizinde Weibull++7 programı kullanılacaktır.

Modelin güvenilirlik blok diyagramıyla gösterimi

Modellenen bilgisayar kasasında 1 işlemci, 1 anakart, 1 sabit disk ve 2 fan bulunmaktadır. Model şekilde gösterilmiştir:



Şekil 7.1 Bilgisayar kasası modeli blok diyagramı

7.2 Modelin Açıklaması

Model seri ve paralel bağlı bileşenlerden oluşmaktadır. Anakart, işlemci ve Sabit disk bileşenleri birbirine seri, fanlar kendi içinde birbirine paralel bağlanmıştır. Modeldeki her bir bileşen için elli veriden oluşan birer olasılık dağılımı elde edilmiştir. Bu veriler hata zamanlarından oluşmaktadır. Veriler şu varsayım altına üretilmiştir: Elde edilen veriler, teste tabi tutulmuş birimlerin bu testler sonucunda ortaya çıkan hata zamanlarıdır. Verilerin üretilmesinde Monte Carlo veri simülasyonu tekniği kullanılmıştır. Bileşenler için varsayılan dağılımlar, ömür dağılımlarının üstel dağılması varsayımına dayanılarak elde edilmiştir., Weibull dağılımı, dağılımın şekil parametresi bire eşit olduğunda üstel dağılım olarak adlandırılır. Uygulamada bazı bilgisayar kasası bileşenlerinin ömür dağılımlarının weibull

dağılımına uyduğu görülmüştür.[‡] Veri üretirken weibull parametrelerinin belirlenmesinde ürünlerin ortalama hata zamanlarından ve <http://www.barringer1.com/wdbase.htm> internet sayfasındaki yaklaşık parametre aralıklarından faydalanılmıştır.

Çizelge 7.1 Bileşenler için varsayılan dağılımlar

Anakart	Weibull
İşlemci	Weibull
Sabit Disk1	Weibull
Fan1	Üstel
Fan2	Üstel

7.3 Bileşenlerin Analizi

Bileşenlerin parametre tahminleri en iyi olabilirlik (MLE) yöntemi ile elde edilmiştir. Güven aralıklarının hesaplanmasında ise olabilirlik oranı (Likelihood ratio) yöntemi kullanılmıştır. Güven düzeyi 0.95 alınmıştır. Her bir bileşenin 730 gündeki (2 yıl) güvenilirlikleri hesaplanmıştır. Bundaki amaç, her bir parçanın garanti süresi olan 2 yıl sonunda güvenilirliğini bulmaktır.

Bileşenler için Weibull++ 7 programı ile elde edilen tahmin sonuçları aşağıda belirtilmiştir:

Çizelge 7.2 Model bileşenleri için tahmin sonuçları

İŞLEMCI		Alt Sınır	Tahmin Değeri	Üst Sınır
Parametre Weibull	Beta	0,9006	1,1333	1,3942
	Eta	3394	4442	5749
GüvenilirlikR(t)		0,7960	0,8788	0,9345
Ortalama Ömür		3227	4246	5502

ANAKART		Alt Sınır	Tahmin Değeri	Üst Sınır
Parametre Weibull	Beta	0,9757	1,2279	1,5105
	Eta	34688	44471	56422
GüvenilirlikR(t)		0,9800	0,9936	0,9983
Ortalama Ömür		32190	41594	52877

[‡] Bkz: <http://www.digit-life.com/articles/storagereliability/>

SABİT DİSK1		Alt Sınır	Tahmin Değeri	Üst Sınır
Parametre Weibull	Beta	0,4128	0,5195	0,6390
	Eta	13782	24797	43522
GüvenilirlikR(t)		0,7616	0,8520	0,9160
Ortalama Ömür		27206	46332	81537

FAN1		Alt Sınır	Tahmin Değeri	Üst Sınır
Parametre (Lamda) Üstel		0,0004	0,0006	2252
GüvenilirlikR(t)		0,5684	0,6483	0,7232
Ortalama Ömür		1292	1684	2252

FAN2		Alt Sınır	Tahmin Değeri	Üst Sınır
Parametre (Lamda) Üstel		0,0004	0,0005	2816
GüvenilirlikR(t)		0,6365	0,7071	0,7717
Ortalama Ömür		1616	2106	2816

2 yıldaki güvenilirliği en fazla olan ürün 0,9936 ile anakart, en az olan ürün ise 0,6483 ile FAN1 dir.

7.4 Sistem Güvenilirliği

Bileşenlerin tek tek güvenilirlikleri hesaplandıktan sonra sistemin 730 gündeki (2 yıl) güvenilirliği hesaplanabilir.

Seri ve paralel yapılar içeren sistemin güvenilirliği şöyle hesaplanır:

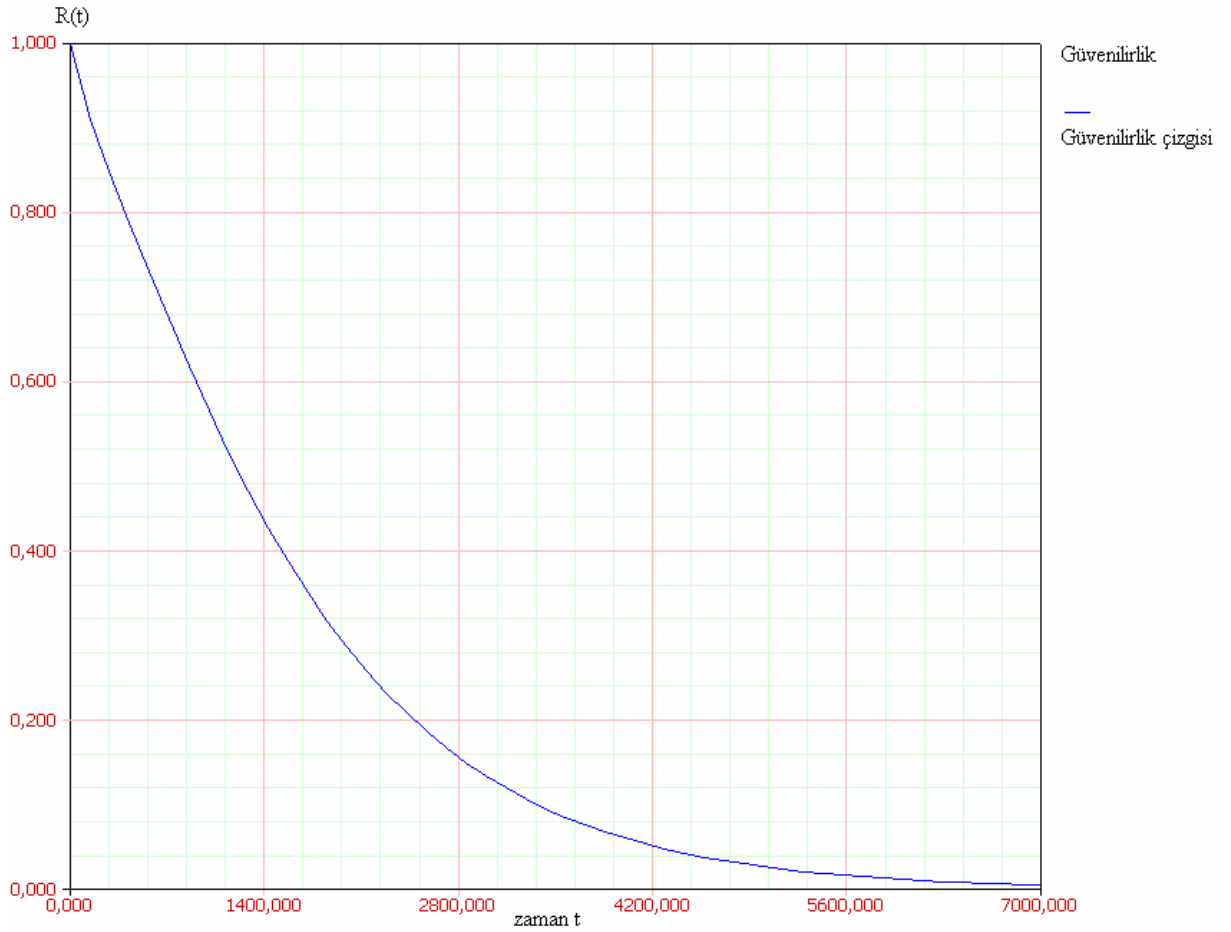
$$R_{Baslangic} \cdot R_{Anakart} \cdot R_{Islemci} \cdot R_{Sabitdisk1} \cdot R_{Bitis} (R_{Baglantil} \cdot R_{Baglantil2} (-R_{Fan1} \cdot R_{Fan2} + R_{Fan1} + R_{Fan2}))) \quad (7.1)$$

Bu hesaplama sonucunda sistem güvenilirliği: 0,6673 bulunmuştur.

Burada $R_{Baslangic} = R_{Bitis} = R_{Baglantil} = 1$ dir.

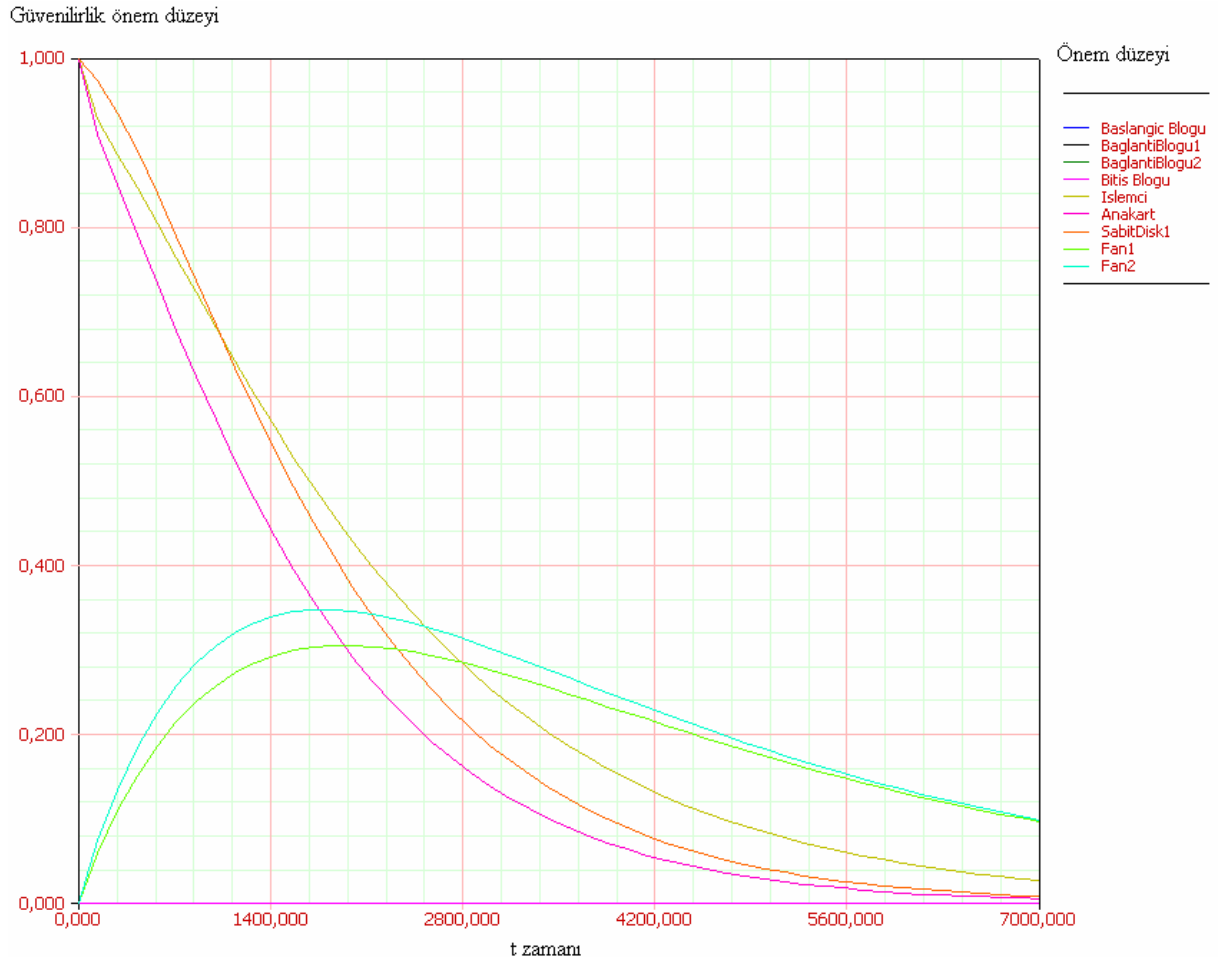
Bu bloklar bileşenleri birbirine bağlamada kullanıldığından sisteme etki etmemelidir. Bunun için 1 değerini alırlar.

Sistem güvenilirliğinin zaman içerisindeki değişimi aşağıdaki grafikte gösterilmiştir.



Şekil 7.2 Sistem güvenilirliğinin zaman içerisindeki değişimi

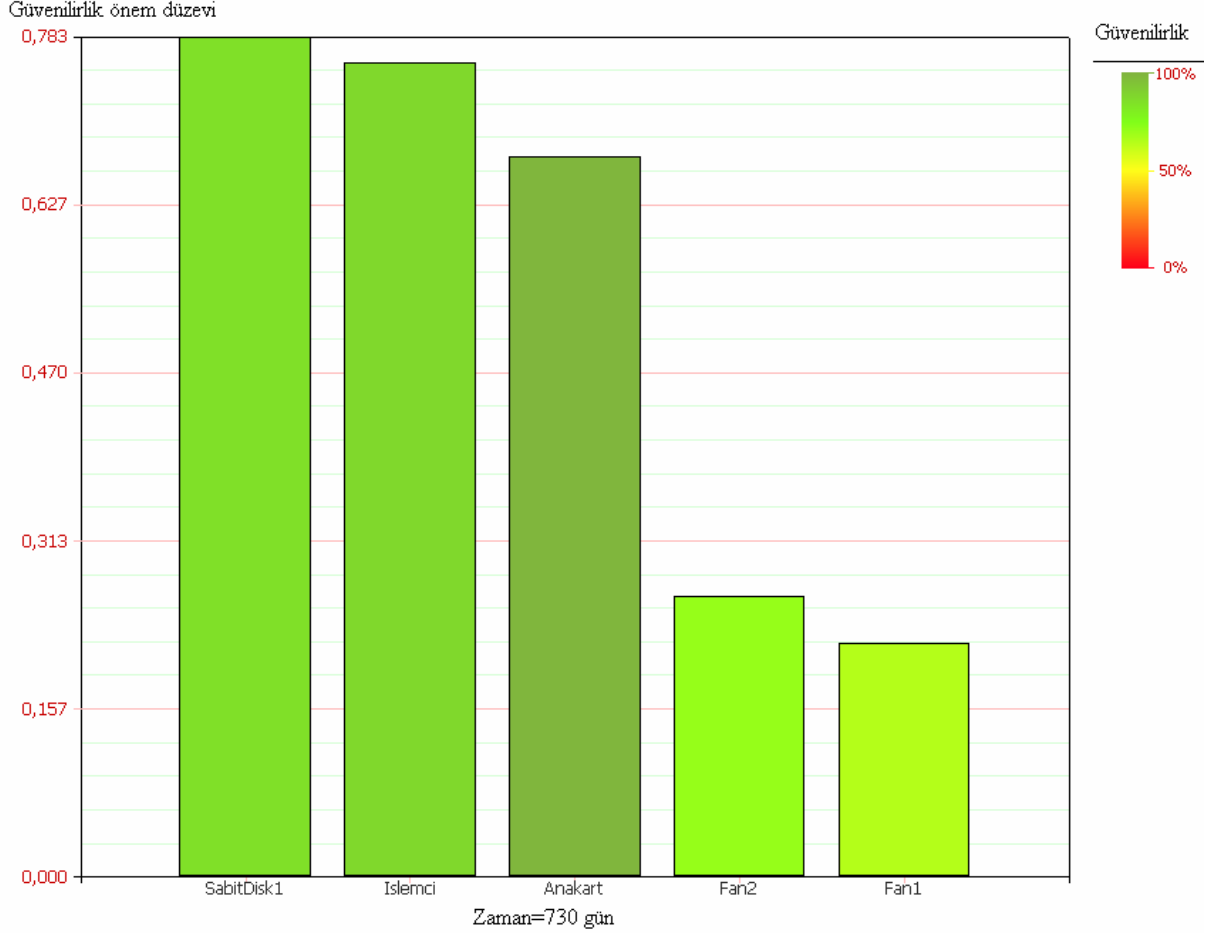
Sistemin güvenilirliği 0,6673 bulunmuştur. Şimdiki amaç bu güvenilirliği sağlayan en önemli bileşenleri bulmaktır. Bunun için bileşenlerin güvenilirlik önem düzeyleri bulunmuştur. Sistemin güvenilirliğini artırmak için önem düzeyi en fazla olan bileşen ele alınmalıdır. Güvenilirlik düzeylerinin zamana göre değişimi;



Şekil 7.3 Güvenilirlik düzeylerinin zamana göre değişimi

Elde edilen grafiğe göre güvenilirlik önem düzeyi en yüksekten en düşüğe sırayla Sabit Disk1, İşlemci, Anakart, Fan2 ve Fan1 şeklindedir.

Güvenilirlik düzeylerinin 730 gündeki durumları:



Şekil 7.4 Güvenilirlik düzeylerinin 730 gündeki durumları

Çıkan sonuçlara göre SabitDisk1, Anakart ve İşlemcinin 730 günde sistem güvenilirliği üzerindeki etkisi daha büyüktür. Sistem geliştirme çalışmalarında bu üç bileşenin üzerinde odaklanmak gerekir.

7.5 Sistem güvenilirliğinin artırılması için yaklaşımlar

1. Yaklaşım: En uygun yenileme zamanının bulunması

Sistem güvenilirliğinin sağlanması için bileşenlerin en uygun yenilenme zamanlarının hesaplanarak, bu zamanlarda yenilemenin yapılması gerekir. Üstel dağılım ve weibull dağılımının $\beta < 1$ değerleri için en uygun yenileme zamanını hesaplamak anlamlı değildir. En uygun yenileme zamanı, artan fonksiyonlar için hesaplanabilir. Fan1, Fan2 üstel dağıldığından ve SabitDisk1 bileşeninin β şekil parametresi 1'den küçük olduğundan (0,5195), bu bileşenler için en uygun yenileme zamanı hesaplanamaz.

Anakart bileşeni

Anakart bileşeni için planlanmış yenileme maliyetinin 20 birim, planlanmamış yenileme maliyetinin ise 100 birim olduğu düşünülmektedir. Bu durumda bu bileşen için en uygun yenileme zamanı 60415 gün olarak hesaplanmıştır. Bu bileşenin ortalama ömrünün 41594

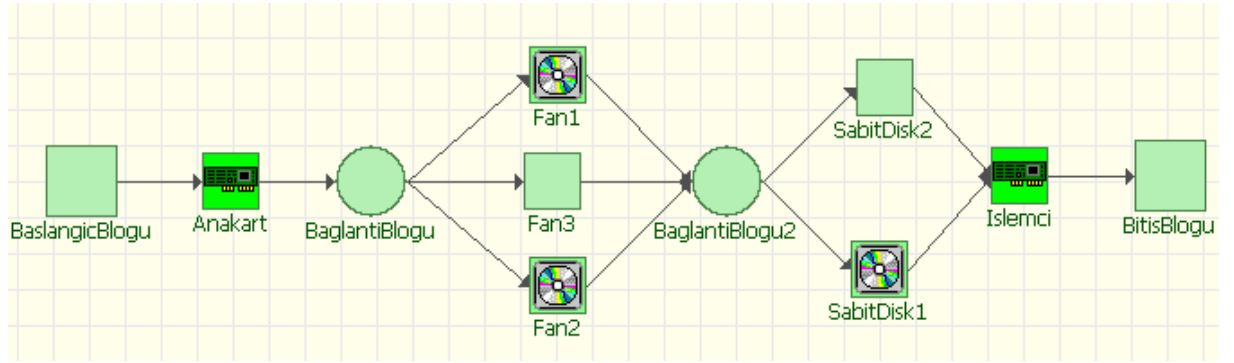
gün olduğu, 730 gündeki güvenilirliğinin ise 0,9936 olduğu bilinmektedir. Planlanmamış yenileme maliyetinin 100 birim olması en uygun yenileme zamanının anlamsız çıkmasına sebep olmuştur. Bu noktada bu maliyetin 100 birimden 1000 birime çıktığı varsayılın. Yeni maliyet göz önüne alındığına en uygun yer değiştirme zamanı: 6336 gün hesaplanmıştır. Buradan şu sonuç çıkar: Planlanmamış maliyet arttıkça en uygun yer değiştirme zamanı azalmaktadır.

İşlemci Bileşeni

Bu bileşen için planlanmış yenileme maliyetinin 20 birim, planlanmamış yenileme maliyetinin ise 500 birim olduğu düşünülmektedir. Bu durumda bu bileşen için en uygun yenileme zamanı 1703 gün hesaplanmıştır.

2. Yaklaşım: Modeldeki uygun bileşenlere paralel yeni bileşenler eklemek

Sistemin güvenilirliğini artırmak için bilgisayar kasasındaki uygun bileşenlere paralel bileşenler bağlanabilir. Bir bilgisayar yalnızca birer tane işlemci ve anakart ile çalışır. Bununla birlikte sisteme fan ve sabitdisk eklenebilir. Modelin yeni hali şu şekildedir.



Şekil 7.5 Modele eklenen iki yeni bileşen Fan3 ve SabitDisk2

Modele eklenen Fan3 bileşeninin hata zamanının üstel, SabitDisk2 bileşeninin hata zamanının ise Weibull dağıldığı varsayılmaktadır. Her iki bileşen için Monte Carlo veri simülasyonu yöntemiyle 50 veriden oluşan hata zaman seti oluşturulmuştur. Bu hata zamanları Weibull++7 ile analiz edildiğinde çıkan sonuçlar çizelge 7.3 de gösterilmiştir.

Çizelge 7.3 Modele eklenen bileşenler için tahmin sonuçları

SABİT DİSK2		Alt Sınır	Tahmin Değeri	Üst Sınır
Parametre Weibull	Beta	0,9006	1,1334	1,3943
	Eta	17349	22708	29386
GüvenilirlikR(t)		0,9503	0,9799	0,9929
Ortalama Ömür		16496	21704	28123

FAN3	Alt Sınır	Tahmin Değeri	Üst Sınır
Parametre (Lamda) Üstel	0,0000596	0,000079	16899
GüvenilirlikR(t)	0,9275	0,9439	0,9577
Ortalama Ömür	9695	12637	16899

Modele eklenen bileşenlerle birlikte sistemin güvenilirliği;

$$R_{Baslangic} \cdot R_{Anakart} \cdot R_{Bitis} (R_{Baglanti} \cdot R_{Baglanti2}).$$

$$(R_{Fan1} R_{Fan1} R_{Fan3} - R_{Fan1} R_{Fan2} - R_{Fan1} R_{Fan3} - R_{Fan2} R_{Fan3} + R_{Fan1} + R_{Fan2} + R_{Fan3}). \quad (7.2)$$

$$(R_{Islemci} (-R_{SabitDisk2} R_{SabitDisk1} + R_{SabitDisk2} + R_{SabitDisk1}))$$

Bu işlemin sonucunda sistemin 730 gündeki güvenilirliği: 0,8655 bulunur. İlk modelde sistemin güvenilirliği 0,6673 olduğu gözönüne alınırsa, modele sonradan eklenen fan ve işlemcinin, sistem güvenilirliğini %29 oranında artırdığı bulunmuştur.

3.Yaklaşım: Sistem bileşenlerinin güvenilirliğinin artırılması

2.Yaklaşımda elde edilen güvenilirliğe (0,8655), modele ekleme yapmadan erişmek mümkündür. Bunun için tekil bileşenlerin güvenilirliğinin artırılması gerekir. Bu güvenilirlik oranına erişmek için her bir bileşenin güvenilirliğinin en uygun biçimde paylaşılması gerekmektedir. En uygun paylaşırma yöntemiyle[§] elde edilen sonuçlar çizelge 7.4 de gösterilmiştir.

Çizelge 7.4 En uygun paylaşırma yöntemiyle bileşenlerin yeni güvenilirlik oranları

Blok Adı	R(730)	R_amaç(730)
Anakart	0,9936	0,9936
Fan1	0,6483	0,8653
Fan2	0,7071	0,8876
SabitDisk1	0,852	0,9672
Islemci	0,8788	0,9145
Sistem Güvenilirliği	0,6673	0,8655

R(t)= 0,8655 güvenilirliğe ulaşmak için yapılacak mühendislik çalışmalarıyla;

Fan1 bileşeninin güvenilirliği 0,6483 dan 0,8653 e,

Fan2 bileşeninin güvenilirliği 0,7071 dan 0,8876 ya,

SabitDisk1 in güvenilirliği 0,852 den 0,9672 ye

[§] Konuyla ilgili olarak “Jose Ramirez,David W.Coit ,Abdullah Kaynak- Redundancy allocation for series-parallel systems using a max-min approach” adlı makale incelenebilir.

İşlemcinin güvenilirliği 0,8788 den 0,9145 e çıkarılmalıdır.

Elde edilen bu yaklaşımların hangisinin daha anlamlı olacağı konusu her bir yöntemin maliyetiyle ilgilidir. Örneğin sisteme yeni bir bileşen eklemenin maliyeti, sistem bileşenlerinin geliştirilmesi için gereken ARGE maliyetinden daha büyükse, bu yöntem tercih edilmemelidir.

8. SONUÇ

Bu çalışmada sistem güvenilirliği konusunun temel kavramları ele alınmıştır. Ömür dağılımları birer rasgele değişken olduğundan incelenmesinde istatistiksel dağılımlar, olasılık ve parametre tahmin yöntemleri kullanılır. Yenilenmesi anlamlı bileşenler için en iyi yenileme zamanının hesaplamasında maliyetle ilişkili optimizasyon yöntemleri mevcuttur. Bileşenlerin oluşturduğu bir sistemi görsel olarak ifade edebilmek ve sistem güvenilirliği analizini yapabilmek için güvenilirlik blok diyagramlarına gereksinim duyulur.

Değinilen konular, kurulan bir bilgisayar kasası modeline uygulanarak bazı yaklaşımlar sunulmuştur.

Bilgisayar kasası modeli kurularak sistemin iki yıldaki güvenilirliği 0,6673 bulunmuştur. Modelde birbirine seri bağlı bileşenlerin sistem üzerinde daha etkili olduğu görülmüştür. Sistem güvenilirliğini artırabilmek için sisteme en fazla etki eden bileşen bulunmuştur. Güvenilirliğin geliştirilmesi için üç yaklaşım sunulmuştur. Birinci yaklaşıma göre, eskiyen bir bileşen için yenileme yapmanın anlamlı olduğu durumlar tespit edilmiştir. Planlanmamış yenileme maliyeti, bilinen yenileme maliyetine nispeten büyük olmalıdır. Yenileme yapmanın anlamlı olduğu durumlarda, sistem içindeki bileşenin bozulma zamanının tahmin edilmesi ve buna göre hareket edilmesi sistem güvenilirliğini sağlayacaktır. İkinci yaklaşımda, sistemdeki uygun bileşenlere paralel yeni bileşenler eklenmiştir. Eklenen bu bileşenlerle yeni sistemin güvenilirliği 0,8655 elde edilerek yaklaşık yüzde otuz artırılmıştır. Üçüncü yaklaşımda ise sisteme ekleme yapmadan güvenilirliğin artırılabilceği gösterilmiştir. Bunun için sistemdeki uygun bileşenlerin tekil güvenilirliklerinin artırılması gerekmektedir. Hangi bileşenin ne kadar geliştirilmesi gerektiği, bir optimizasyon yöntemiyle bulunmuştur.

KAYNAKLAR

- Aydinli, G., (2007) "Reliability Modeling and Analysis of Low Power Portable Direct Methanol Fuel Cell", UMI
- Dohi, T., Kaio N., Osaki S, (2000) "A Graphical Method to Repair-Cost Limit Replacement Policies with Imperfect Repair", Pergamon
- Dr David J Smith (1999), Reliability, Maintainability and Risk Sixth Edition, Butterworth Heinemann, Woburn
- Hoyland, A., Rausand M., (1994), System Reliability Theory Models and Statistical Methods, The Norwegian Institute of Technology, New York
- Krishnamoorthi, K.S, (1992), Reliability Methods for Engineers, ASQC Quality Press, Milwaukee
- Lin, Fen. H, (1995), "Reliability Importance and The Invariant Optimal Allocation" Office of Graduate Studies of Texas
- Newbold, P. (2000) İşletme ve İktisat için İstatistik, Prentice- Hall, New Jersey
- Ramirez, E. J., Coit D., Konak A., (2002), "Redundancy allocation for series-parallel systems using a max-min approach", IIE Transactions
- Wu, J., Wong A.C.M., Kw Ng., (2004), "Likelihood-based confidence interval for the ratio of scale parameters of two independent Weibull distributions" Elsevier

İNTERNET KAYNAKLARI

- [1] <ftp://data.aaeon.com.tw/DOWNLOAD/2007%20datasheets/ECD/GENE-1270B.pdf>
- [2] <http://www.weibull.com>
- [3] <http://www.google.com.tr/>
- [4] <http://www.tisk.org.tr/yayinlar.asp?sbj=ic&id=1425>
- [5] http://tr.wikipedia.org/wiki/Ana_Sayfa
- [6] <http://www.digit-life.com/articles/storagereliability/>
- [7] http://www.relex.com/resources/art/art_mttf.asp
- [8] http://www.samsung.com/Products/HardDiskDrive/whitepapers/WhitePaper_05.htm
- [9] <http://cgi.Ebay.com/ASUS-Socket>
- [10] http://www.scythe-usa.com/product/cpu/018/bear1vs_detail.html
- [11] <http://www.tennmax.com/cooler.htm>
- [12] <http://www.barringer1.com/wdbase.htm>

EKLER**Ek-1 Ki- Kare Tablosu**

D. F.	<u>Cumulative probability</u>												
	0.005	0.010	0.025	0.05	0.10	0.25	0.50	0.75	0.90	0.95	0.975	0.99	0.995
1	0.39E-4	0.00016	0.00098	0.0039	0.0158	0.102	0.455	1.32	2.71	3.84	5.02	6.63	7.88
2	0.0100	0.0201	0.0506	0.103	0.211	0.575	1.39	2.77	4.61	5.99	7.38	9.21	10.6
3	0.0717	0.115	0.216	0.352	0.584	1.21	2.37	4.11	6.25	7.81	9.35	11.3	12.8
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.06	1.92	3.36	5.39	7.78	9.49	11.1	13.3	14.9
5	0.412	0.554	0.831	1.15	1.61	2.67	4.35	6.63	9.24	11.1	12.8	15.1	16.7
6	0.676	0.872	1.24	1.64	2.20	3.45	5.35	7.84	10.6	12.6	14.4	16.8	18.5
7	0.989	1.24	1.69	2.17	2.83	4.25	6.35	9.04	12.0	14.1	16.0	18.5	20.3
8	1.34	1.65	2.18	2.73	3.49	5.07	7.34	10.2	13.4	15.5	17.5	20.1	22.0
9	1.73	2.09	2.70	3.33	4.17	5.9	8.34	11.4	14.7	16.9	19.0	21.7	23.6
10	2.16	2.56	3.25	3.94	4.87	6.74	9.34	12.5	16.0	18.3	20.5	23.2	25.2
11	2.60	3.05	3.82	4.57	5.58	7.58	10.3	13.7	17.3	19.7	21.9	24.7	26.8
12	3.07	3.57	4.40	5.23	6.30	8.44	11.3	14.8	18.5	21.0	23.3	26.2	28.3
13	3.57	4.11	5.01	5.89	7.04	9.3	12.3	16.0	19.8	22.4	24.7	27.7	29.8
14	4.07	4.66	5.63	6.57	7.79	10.2	13.3	17.1	21.1	23.7	26.1	29.1	31.3
15	4.60	5.23	6.26	7.26	8.55	11.0	14.3	18.2	22.3	25.0	27.5	30.6	32.8
16	5.14	5.81	6.91	7.96	9.31	11.9	15.3	19.4	23.5	26.3	28.8	32.0	34.3
17	5.70	6.41	7.56	8.67	10.1	12.8	16.3	20.5	24.8	27.6	30.2	33.4	35.7
18	6.26	7.01	8.23	9.39	10.9	13.7	17.3	21.6	26.0	28.9	31.5	34.8	37.2
19	6.84	7.63	8.91	10.1	11.7	14.6	18.3	22.7	27.2	30.1	32.9	36.2	38.6
20	7.43	8.26	9.59	10.9	12.4	15.5	19.3	23.8	28.4	31.4	34.2	37.6	40.0
21	8.03	8.90	10.3	11.6	13.2	16.3	20.3	24.9	29.6	32.7	35.5	38.9	41.4
22	8.64	9.54	11.0	12.3	14.0	17.2	21.3	26.0	30.8	33.9	36.8	40.3	42.8
23	9.26	10.2	11.7	13.1	14.8	18.1	22.3	27.1	32.0	35.2	38.1	41.6	44.2
24	9.89	10.9	12.4	13.8	15.7	19.0	23.3	28.2	33.2	36.4	39.4	43.0	45.6
25	10.5	11.5	13.1	14.6	16.5	19.9	24.3	29.3	34.4	37.7	40.6	44.3	46.9
26	11.2	12.2	13.8	15.4	17.3	20.8	25.3	30.4	35.6	38.9	41.9	45.6	48.3
27	11.8	12.9	14.6	16.2	18.1	21.7	26.3	31.5	36.7	40.1	43.2	47.0	49.6
28	12.5	13.6	15.3	16.9	18.9	22.7	27.3	32.6	37.9	41.3	44.5	48.3	51.0
29	13.1	14.3	16.0	17.7	19.8	23.6	28.3	33.7	39.1	42.6	45.7	49.6	52.3
30	13.8	15.0	16.8	18.5	20.6	24.5	29.3	34.8	40.3	43.8	47.0	50.9	53.7
31	14.5	15.7	17.5	19.3	21.4	25.4	30.3	35.9	41.4	45.0	48.2	52.2	55.0
32	15.1	16.4	18.3	20.1	22.3	26.3	31.3	37.0	42.6	46.2	49.5	53.5	56.3
33	15.8	17.1	19.0	20.9	23.1	27.2	32.3	38.1	43.7	47.4	50.7	54.8	57.6
34	16.5	17.8	19.8	21.7	24.0	28.1	33.3	39.1	44.9	48.6	52.0	56.1	59.0
35	17.2	18.5	20.6	22.5	24.8	29.1	34.3	40.2	46.1	49.8	53.2	57.3	60.3
36	17.9	19.2	21.3	23.3	25.6	30.0	35.3	41.3	47.2	51.0	54.4	58.6	61.6

EK-2**MONTE CARLO VERİ SİMÜLASYONU**

Monte Carlo veri simülasyon yöntemi belirlenmiş parametrelere bağlı veri üretmeye yarar. (Yalnızca pozitif değerler üretir). Bunu bir örnekle açıklamak gerekirse;

2 parametrelili Weibull dağılımından bir hata zamanı verisi üretilsin: $\beta = 2$ ve $\eta = 100$ parametreleri kullanılsın. 2 parametrelili weibull dağılımı için güvenilirlik fonksiyonu

$$R(t) = e^{-\left(\frac{T}{\eta}\right)^\beta} \quad 0 < R(t) < 1 \quad \text{ise,}$$

$R(t)$ değerlerinin (0,1) aralığında tekdüze dağıldığı varsayılırsa, aynı aralıkta $R(t)$ yi temsil eden ve tekdüze dağılan rasgele sayılar, U lar üretilebilir.

$$U = e^{-\left(\frac{T}{\eta}\right)^\beta}$$

$$T = (\ln U)^{\frac{1}{\beta}} \cdot \eta$$

ve örneğe dönersek,

$$T = (-\ln U)^{\frac{1}{2}} \cdot 100$$

Bu eşitlik bütün tekdüze dağılmış rasgele sayı U lar için geçerlidir. ($0 < U < 1$). Süreç yeni üretilen rasgele sayılar için tekrarlanır. İstenen sayıda (T) veri elde edilinceye kadar süreç devam ettirilir. Aynı yöntem farklı eşitlikler ve farklı dağılımlar için de geçerlidir.

Bir çok bilgisayar yazılımı ile veri üretmek mümkündür. Bu yazılımlardan bazıları;

- WEIBULL++7
- Selçuk Stat
- SAS

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 08.03.1982

Doğum yeri Muğla

Lise 1995-1999 Milas Lisesi

Lisans 2000-2004 Yıldız Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi
İstatistik Bölümü

Yüksek Lisans 2004-2007 Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı

Çalıştığı kurum

2006-Devam ediyor Fortis Bank A.Ş.