

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**ÇOK DEĞİŞKENLİ İSTATİSTİKSEL KALİTE
KONTROLÜNÜN İLAÇ ENDÜSTRİSİNE
UYGULAMASI**

Mesut ÜLEN

**FBE İstatistik Anabilim Dalı İstatistik Programında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Yrd.Doç. Dr. İbrahim DEMİR

İSTANBUL, 2010

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	v
ŞEKİL LİSTESİ	vi
ÇİZELGE LİSTESİ	vii
ÖNSÖZ.....	viii
ÖZET	ix
ABSTRACT	x
1. GİRİŞ.....	1
2. KALİTE KONTROLUNA GİRİŞ	2
2.1 Kavramsal Çerçeve.....	2
2.2 Kalite Kontrol	2
2.3 Kalite Anlayışının Tarihsel Kökeni ve Kalite Çalışmaları.....	4
2.3.1 İstatistiksel Kalite Kontrol Çalışmaları	5
2.3.2 Örneklem Alarak Kabul Etme	6
2.4 Kaliteyi Oluşturan Unsurlar	7
2.4.1 Dizayn Kalitesi	7
2.4.2 İmalat (Uygunluk) Kalitesi.....	7
2.4.3 Kullanım Kalitesi.....	7
2.5 Toplam Kalite Yönetimi	7
2.5.1 Temel İstatistiksel Teknikler	8
2.5.2 Orta Derece İstatistiksel Yöntemler	9
2.5.3 İleri İstatistiksel Yöntemler	9
2.6 Pareto Diyagramı.....	9
3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL.....	11
3.1 İstatistiksel Kalite Kontrol.....	11
3.2 Proses Kontrolü	12
3.2.1 İstatistiksel Proses Kontrol	13
3.2.2 İstatistiksel Kalite Kontrol ile İstatistiksel Proses Kontrol Arasındaki Fark.....	14
3.2.3 İstatistiksel proses kontrolü' nün amacı	14
3.3 İstatistiksel Kalite Kontrol Sistemi.....	14
3.4 Kalite Kontrolde Kullanılan İstatistiksel Teknikler	15
3.5 Kontrol Grafikleri	17
3.5.1 Kontrol Grafiği Seçimi	18
3.5.2 Kontrol Dışı Durumlar.....	18
3.6 Nicelikler İçin Kontrol Grafikleri.....	20
3.6.1 Ortalama ve Genişlik Kontrol Grafiği ($\bar{X}$ ve R Çizelgeleri).....	21
3.6.1.1 Örneklem Büyüklüğü ve Örnek Sıklığı	21
3.6.1.2 Verilerin Toplanması.....	22
3.6.1.3 Kontrol Grafiklerinin Hazırlanması.....	22

3.6.1.4	Kontrol Grafiklerinin İstatistiksel Temelleri ve $\bar{X}$ -R Çizelgelerinin Limitleri.....	22
3.6.2	Kontrol Limitlerin Hesaplanması	23
3.6.3	Ortalama ve Standart Sapma Kontrol Grafikleri ($\bar{X}$ ve σ Çizelgeleri)	25
3.7	Nitelikler İçin Kontrol Grafiği.....	26
3.7.1	p- Kontrol Şeması.....	27
3.7.2	np-Kontrol Şeması.....	28
3.7.3	c- Kontrol Şeması	28
3.7.4	u-Kontrol Şeması.....	29
4.	TEK DEĞİŞKENLİ KALİTE KONTROL ÇALIŞMALARI.....	30
4.1	Nicelik ($\bar{X}$ -R) Grafikleri Uygulaması	30
4.2	Nitelik (p -Şeması) Grafik Örneği	33
5.	ÇOK DEĞİŞKENLİ İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL.....	36
5.1	Çok Değişkenli İstatistiksel Kalite Kontrolün Tanımı	36
5.2	Çok Değişkenli Kalite Kontrol	37
5.3	Çok Değişkenli Kontrol Çizelgeleri	39
5.3.1	Tek Değişkenli ve Çok Değişkenli Kontrol Bölgesi	41
5.4	Çok Değişkenli Kalite Kontrol Yöntemlerinin Özellikleri	43
5.5	T^2 İstatistiğinin Varsayımları.....	43
5.5.1	Çok Değişkenli Normal Dağılım	43
5.5.2	İki Değişkenli Normal Dağılım	46
5.5.3	Çok Değişkenli Kontrol Diyagramlarında Doğrusallık Varsayımı	47
5.6	Çok Değişkenli İstatistikte Temel Notasyonlar	48
5.7	Hotelling T^2 İstatistiği	49
5.7.1	Hotelling T^2 İstatistiğinin Dağılım Özellikleri	51
5.8	Hotelling T^2 Çizelgelerinin Oluşturulması	52
5.8.1	Referans Veri Kümesinin Oluşturulması.....	52
5.8.1.1	Örnek Sayısının Belirlenmesi	53
5.8.1.2	Hotelling T^2 Çizelgesinin Üst Kontrol Sınırı	54
5.8.2	I. Aşama T^2 Çizelgesinin Oluşturulması:	54
5.8.2.1	Parametrelerin Bilinmemesi Durumunda Kontrol Dışı Gözlemlerin Temizlenmesi .	54
5.8.2.2	Parametrelerin Bilinmesi Durumunda Kontrol Dışı Gözlemlerin Temizlenmesi	55
5.8.3	II.Aşama T^2 Çizelgesinin Oluşturulması.....	56
5.8.3.1	Bilinmeyen Parametrelerle T^2 Çizelgesi.....	56
5.8.3.2	Bilinen Parametrelerle T^2 Çizelgesi	57
6.	KONTROL DIŞI DEĞİŞKENLERİN SAPTANMASI.....	58
6.1	Mason Young Tracy (MYT) Ayırıştırma Metodu.....	59
6.2	Ayrışım Terimlerinin Hesaplanması	59
6.2.1	Tüm Koşullu ve Koşulsuz Terimlerin Hesaplanması.....	59
6.2.2	Ayrıştırma Terimlerinin Hesaplanması	61
6.2.3	Koşullu ve Koşulsuz Terimlerin Kontrol Sınırları	62
6.3	MYT Ayırıştırma Yönteminin Özellikleri.....	63
6.4	MYT Yönteminin Uygulanmasında İzlenen Adımlar	64
6.5	Uyarı Veren Bir MYT Teriminin Yorumlanması.....	65
7.	ÇOK DEĞİŞKENLİ KALİTE KONTROL ÇALIŞMALARI.....	67
7.1	İki Değişkenli Kalite Kontrol Örneği	67

7.2	Çok Değişkenli Kalite Kontrol Uygulaması.....	69
7.3	Varsayımların Araştırılması	70
7.3.1	Doğrusallık Varsayımı.....	70
7.3.2	Normallik Varsayımı	71
7.4	Referans Veri Kümesi’ nin Oluşturulması ve I. Aşama Kontrol Çizelgeleri	73
7.5	II. Aşama Kontrol Çizelgesi	79
7.6	MYT Ayrıştırma Yönteminin Uygulanması	81
8.	SONUÇLAR	87
	KAYNAKLAR.....	89
	EKLER	92
Ek 1	Tablet Değişkenleri İlk Veri Seti	92
Ek 2	18.Gözlem Veri Grubundan Atıldıktan Sonra Elde Edilen Veriler	94
Ek 3	13. Gözlem Veri Grubundan Atıldıktan Sonra Elde Edilen Veriler	96
Ek 4	3. Gözlem Veri Grubundan Atıldıktan Sonra Elde Edilen Son Veri Seti	98
Ek 5	II.Aşama İçin Alınan Örnekler.....	100
Ek 7	$\bar{X}$ Kontrol Grafiği Katsayıları.....	101
Ek 8	R Kontrol Grafiği Katsayıları	102
Ek 9	F Dağılım Tablosu	103

SİMGE LİSTESİ

X	Gözlem vektörü
$\bar{X}$	Örnek ortalama vektörü
S	Örnek varyans-kovaryans matrisi
μ	Ana kütle ortalaması
Σ	Anakütle varyans-kovaryans matrisi
R	Korelasyon katsayısı
σ^2	Anakütle varyansı
s^2	Örnek varyansı
T^2	Hotelling T^2 istatistiği
$\bar{R}$	Değişim aralıkları ortalaması
F	F dağılımı
β	Beta dağılımı
p	Değişken sayısı
KD	Kritik değer
T_i^2	MYT ayrıştırma yönteminde koşulsuz terimler
$T_{i,j}^2$	MYT ayrıştırma yönteminde koşullu terimler

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa
Şekil 2.1 Kalite kontrolün bütünleşik rolü (Şevkinaz, 2000)	5
Şekil.2.2 TKY - İPK ve karlılık arasındaki ilişki	8
Şekil 2.3 Pareto eğrisi	10
Şekil 3.1 İstatistik, kalite ve kontrol ilişkisi	11
Şekil 3.2 Prosese ait normal dağılım	16
Şekil 3.3 Kontrol çizelgelerinin esasları	16
Şekil 3.4 Kontrol dışı kuralları sağlayan bazı durumlar	19
Şekil 4.1 Kahve ağırlık ölçüleri için $\bar{X}$ grafiği	32
Şekil 4.2 Kahve ağırlık ölçüleri için R grafiği	33
Şekil 4.3 p- şeması	35
Şekil 5.1.İki değişkenli bir gözlem için kontrol sınırları (Fırat Ü. O. ve Arıcıgil Ç. 2001),	39
Şekil 5.2 Elipsel Kontrol Bölgesi (Mason ve Young 1998)	40
Şekil 5.3 T^2 Shewhart Çizelgesi	41
Şekil 5.4 Tek değişkenli ve çok değişkenli kalite kontrol farklılıkları	42
Şekil 5.5 İki Değişkenli Normal Dağılım diyagramı	47
Şekil 6.1 $T_{1,2}^2$ Koşullu terimin yorumu	66
Şekil 7.1 Hotelling T^2 grafiği	69
Sekil 7.2 Ağırlık (X_1) değişkeni için Q-Q grafiği	71
Şekil 7.3 Sertlik (X_2) değişkeni için normal Q-Q grafiği	72
Şekil 7.4 Kalınlık (X_3) değişkeni için normal Q-Q grafiği	72
Şekil 7.5 I.Aşama T^2 kontrol grafiği (1.Adım)	74
Şekil 7.6 I.Aşama T^2 kontrol grafiği (2.Adım)	75
Şekil 7.7 I.Aşama T^2 kontrol grafiği (3.Adım)	77
Şekil 7.8 I.Aşama T^2 kontrol grafiği (4.Adım)	78
Şekil 7.9 II.Aşama T^2 kontrol grafiği	80

ÇİZELGE LİSTESİ

	Sayfa
Çizelge 4.1 Kahve ağırlık ölçülerine ait $\bar{X}$ -R verileri.....	30
Çizelge 4.2 Kahve ağırlık ölçüleri için $\bar{X}$ -R grafiği kontrol sınırları.....	32
Çizelge 4.3 p Kontrol şeması için kusur değerleri.....	34
Çizelge 7.1 İki değişkenli veriler.....	67
Çizelge 7.2 Hotelling T^2 değerleri.....	68
Çizelge 7.3 Kalite değişkenlerinin korelasyon matrisi.....	71
Çizelge 7.4 I.Aşama T^2 değerleri (1.Adım).....	73
Çizelge 7.5 I.Aşama T^2 değerleri (2.Adım-49 gözlem).....	75
Çizelge 7.6 I.Aşama T^2 değerleri (3.Adım-48 gözlem).....	76
Çizelge 7.7 I.Aşama T^2 değerleri (4.Adım-47 gözlem).....	78
Çizelge 7.8 HDS(Referans Veri Seti) ile belirlenen istatistikler	79
Çizelge 7.9 II.Aşama T^2 değerleri	81
Çizelge 7.10 T_i^2 Koşulsuz terimleri	84
Çizelge 7.11 $T_{i,j}^2$ Koşullu terimleri.....	85
Çizelge 7.12 $T_{i,j,k}^2$ Koşullu terimleri.....	86

ÖNSÖZ

Tez çalışmam süresince, benden desteğini esirgemeyen en başta sayın Yrd.Doç.Dr. İbrahim Demir hocama, istatistik bölümü hocalarıma ve çalışma arkadaşlarıma, ayrıca çalışmam boyunca, her türlü konuda desteğiyle her zaman yanımda olan, bana sabır ve anlayış gösteren aileme içten teşekkürlerimi sunarım.

Mesut ÜLEN

ÖZET

Üretilen mamullerin nitel veya nicel pek çok kalite özelliği vardır. Kontrol çizelgelerinin kullanım amacı, bir süreçteki uygunsuz olan kalite değişkenlerini belirlemektir. Bilindiği gibi istatistiksel kontrol diyagramları kalite kontrolünde en sık kullanılan araçlardan biridir.

Bilgisayar teknolojisinin hızlı gelişimi ve süreçlerin bilgisayarlar aracılığıyla izlenebilmesi, birden fazla kalite değişkeninin eş zamanlı kontrolüne olan ilgiyi arttırmıştır. Böylelikle, tek değişkenli olarak sınırlanan kalite kontrol uygulamalarının çok değişkenli olarak yapılabilmesine olanak doğmuştur.

Tek değişkenli kalite kontrol çizelgelerinde, sürece ait bir değişken gözlenirken, çok değişkenli kalite kontrol çizelgelerinde birden fazla değişken eş zamanlı gözlenebilmektedir. Bununla birlikte değişkenler arasındaki ilişki de göz önünde bulundurulmaktadır. Hotelling T^2 , çok değişkenli süreçlerin incelenmesinde en yaygın olarak kullanılan kontrol diyagramı istatistiklerinden biridir. Çok değişkenli kalite kontrolde kontrol dışı sinyaller bir çok neden ile ilişkilendirilir ve Mason / Young / Tracy (MYT) Ayrıştırma Yöntemi bu sinyallerin araştırılmasında kullanılan bir yöntemdir.

Çalışmamızda ilaç endüstrisinde; ağır kesici tabletlerinin ağırlık, sertlik ve kalınlık özellikleri için aralarındaki korelasyon dikkate alınarak çok değişkenli Hotelling T^2 kalite kontrol yöntemi uygulanmıştır. İlk olarak alınan 50 gözlem için I.Aşamada elde edilen referans veri kümesi temel alınarak II.Aşamada alınan 30 yeni gözlem için kontrol çizelgeleri oluşturulmuştur. Kontrol dışına çıkan üç gözlemin T^2 değerleri MYT yöntemiyle ayrıştırılarak hangi değişkenlerin sinyale katkısı olduğu belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kalite Kontrol, Tek Değişkenli Kalite Kontrolü, Çok Değişkenli Kalite Kontrolü, Hotelling T^2 Method, Mason / Young / Tracy Ayrıştırma Yöntemi.

ABSTRACT

The produced items have several qualitative or quantitative quality characteristics. The aim of the quality control charts is to detect conformity of the quality variables in the process. One of the most powerful tools in the quality control is the statistical control chart.

With the rapid growth of computer technology for process monitoring has led to an increased interest in the simultaneous discussion of several related quality variables. Thus, univariate quality control applications are developed with multivariate statistical process control.

In univariate quality control charts, only one of the process variables is observed, while multiple variables are observed simultaneously in multivariate quality control charts. Thus, the relations between variables are taken into account.

Hotelling's T^2 statistics is the most widely used control chart to observing of multivariate processes. In multivariate process control a signal can be caused by a variety situations and Mason / Young / Tracy (MYT) is Decomposition Method is a technic to analyze cause of the signals.

Our application is in pharmaceutical industry, weight, hardness and thickness are the characteristic properties of the tablets and these variables have correlation to each other and they were used to implementation of the Hotelling's T^2 multivariate quality control. Firstly with the 50 observations, in Phase I operations Historical Data Set (HDS) was established. In Phase II multivariate control chart was constructed for the new 30 observations with respect to the HDS. Three observations were found out of control and these three T^2 values were decomposed by MYT procedure in order to determine cause of signal.

Keywords: Quality Control, Univariate Quality Control, Multivariate Quality Control, Hotelling T^2 Method, Mason / Young / Tracy (MYT) Decomposition Method.

1. GİRİŞ

Globalleşen dünyada firmalar ayakta kalabilmek için minimum maliyet maksimum kazançla üretme olgusu rekabet ortamının oluşmasına neden olmuştur. Kalite firmalara itibar ve prestij sağladığından bu konuda firmalar kendilerini mükemmelleştirmelidir. Bu doğrultuda kaliteye duyulan ihtiyaç ve çalışmaların sonucunda kalite kontrol bir bilimsel alan olarak karşımıza çıkmıştır.

Kalite ile ilgili geçmişten günümüze birçok çalışmalar yapılmıştır. Bu tarihlerden günümüze kadar sırasıyla muayene, istatistiksel kalite kontrol, toplam kalite kontrol, toplam kalite yönetimi olarak gelişme göstermiş, pek çok bilim adamı kalite üzerine çalışmalar yapmıştır. Geçmişte kalite kontrolü denince akla sadece ilgili basit ölçme ve muayene işlemleri gelirken, günümüzde, bu uygulamalar yerini her türlü problemin çözümü için kullanılabilen, sadece son ürün değil üretim prosesinde de meydana gelen istatistiksel proses kontrol tekniklerine bırakmıştır.

Günümüzdeki teknik ve ekonomik gelişmelerin üretimden tüketime kadar her aşamada meydana getirdiği değişimler, ürün kalitesinin önemini artırarak çok sayıda kalite sorununu da beraberinde getirmiş ve kalite kavramı birçok ürün tasarımcısını, mühendisi, girişimciyi, yöneticiyi, üreticiyi ve tüketiciyi ilgilendiren başlıca konu haline gelmiştir.

İstatistiksel kalite kontrol tekniklerinde en çok karşımıza çıkan kontrol grafikleridir. Bu çalışmanın ilk kısmında kalitenin tanımları, kalitenin tarihsel gelişimi ile kalite kontrol tekniklerinden bahsedilmiş. İkinci kısımda tek değişkenli ve çok değişkenli istatistiksel kontrol grafikleri ele alınmış, uygulamalara yer verilmiş ve kontrol dışı durumların nedenleri araştırılmıştır.

2. KALİTE KONTROLUNA GİRİŞ

2.1 Kavramsal Çerçeve

Sözlük anlamına göre; bir şeyin iyi veya kötü olma özelliği, bir şeyi diğerinden ayıran özellik, derece, cins, mükemmellik veya uygunluk standardı veya ölçüsü olarak tanımlanmaktadır. Buna göre kaliteyi, bir ürünü satın alan kişinin ihtiyaçlarını en ekonomik düzeyde karşılayabilmesinin yanı sıra, isteklerini de tatmin edebilmesi olarak tanımlayabiliriz. Feigenboun kontrolü; “yönetsel bir faaliyet için yetki ve sorumluluğun delege edilmesi sürecidir.” Şeklinde tanımlamaktadır.

Herkesin genel olarak uzlaşabileceği bir kalite tanımı yapılması neredeyse olanaksızdır. Kalitenin sağlanması kontrol sorununu beraberinde getirmektedir. O halde kalite kontrol ne demektir?

İlk olarak “kontrol denilince ne anlaşılıyor?” sorusunu ele alırsak. Genel manada kontrol, belli hedefe varmak için yapılan faaliyetlerin planlanması, denetlenmesi, meydana gelebilecek değişmelerin tespit edilmesi ve buna göre gerekli düzeltmelerinin yapılması işi olmakla beraber iki şekilde tanımlayabiliriz. Birincisi, muayene ve denetleme anlamında mamullerin değerlendirilmesidir. İkincisi ise, yapılan faaliyetlerin önceden belirlenmiş veya yeni tespit edilmiş standartlara uygunluğunun incelenmesidir.

Kaliteyi “gerçek kalite” ve “algılanan kalite” şeklinde incelemek mümkündür. Bir mal veya hizmeti sunan kişi veya kuruluşun, mal ve hizmeti sunma için sarf ettiği gayret ve katlandığı masrafların, onun spesifikasyonlarına ulaşması halinde elde edilen kalite gerçek kalitedir. Algılanan kalite ise subjektif bir kavramdır ve müşterinin algıladığı kalitedir. Bir mal veya hizmet müşterilerin beklentilerini karşıladığı zaman algılanan kaliteye ulaşılmış olur. Bunun anlamı, müşterinin elde ettiği ürünün beklediğini karşılaması veya beklendiğinden daha iyi olduğuna inanmasıdır. Kalitenin iyileştirilmesi konusunda başarıya ulaşmak için her iki kalite kavramına önem verilmesi gerekir (Bircan ve Özcan, 2003).

Günümüzde ürün kalitesinin istenen düzeyde olmasının, tasarım kalitesinin, tasarıma uygunluk kalitesinin ve kullanımda bekleneni verme kalitesinin sağlanması ile elde edileceği anlaşılmıştır.

2.2 Kalite Kontrol

ISO “kalite kontrolü” şöyle tarif etmektedir: Geniş anlamda kalite kontrol; kaliteyi korumak, geliştirmek ve üretimi alıcının tatmin olacağı en ekonomik seviyede devam ettirmek

için uygulanan işlemler dizisidir. Dar anlamda kalite kontrol ise, bir malın spesifikasyonlarına uygunluğunu denetleme ve doğrulama işlemidir. Kalitenin teşekkül ettiği her safhada kontrol gereklidir. Kalite kontrolü, işletmenin tüm departmanlarını ilgilendiren bir işletme fonksiyonudur. Genel müdürden makinedeki işçiye kadar tüm personelin derece derece mesuliyet duygusu taşıdığı ve üretimin her safhasında yer alan bir faaliyetler topluluğudur. Bir işletme organizasyonunda kalite kontrolüne, müşteriyi her bakımdan tatmin edecek üretimi sağlamak için çeşitli gruplar tarafından kalitenin devam ve gelişimi konusunda harcanan çabaları koordine eden bir sistem olarak bakılabilir.

Kalite kontrol sisteminin temel gayesi, üretimde kalitesizliği önlemektir. Çünkü işletme geri alamayacağı bir gidere yol açması sebebiyle kalitesiz ürünler elde etmek gayesiyle kurulmamıştır. Bu konuda hiçbir tedbir almaz ve bozuk ürünleri piyasaya sürerse prestij kaybı ve satışların azalması sebebiyle ciddi bir kayıpla karşılaşır. Kalite kontrolün gayesi, tüketici isteklerinin ve işletmenin genel gayesini birlikte karşılayabilecek, muhtemel en ekonomik seviyede karşılayabilecek ürünün üretilmesini sağlayacak plan ve programların geliştirilerek uygulanmasını ve etkin bir biçimde yürütülmesini sağlamaktır. Genel gayenin elde edilmesine yönelik olarak bir takım tali gayeler de vardır. Bunlar:

- İşin daha başlangıçta doğru yapılmasının sağlanması ile eldeki makine ve iş gücünden en yüksek verimin temini,
- Hatalı ürünleri düzeltmek için kullanılan sürenin yol açtığı üretim kayıplarının ve hurda, fire atık oranının azaltılması,
- Alıcıya istediği toleranslar içinde kalan ürünlerin verilmesi ile firmaya itibar temin edilmesi,
- İç piyasalarda yerli mamule güvenin tesisi, dış pazarlarda rekabet gücünün kazanılması,
- Ürün kalitesini geliştirmek
- İşletme ve kalite masraflarını azaltmak
- İşletme mensuplarının moralini yükseltmek
- İşçi işveren ilişkilerinin düzenlenmesi
- Tüketicinin parasının karşılığını aldığını görerek memnun olması, müşteri şikayetlerinin azalması ve tüketicinin korunmasıdır. Bu maddeler daha da çoğaltılabilir.

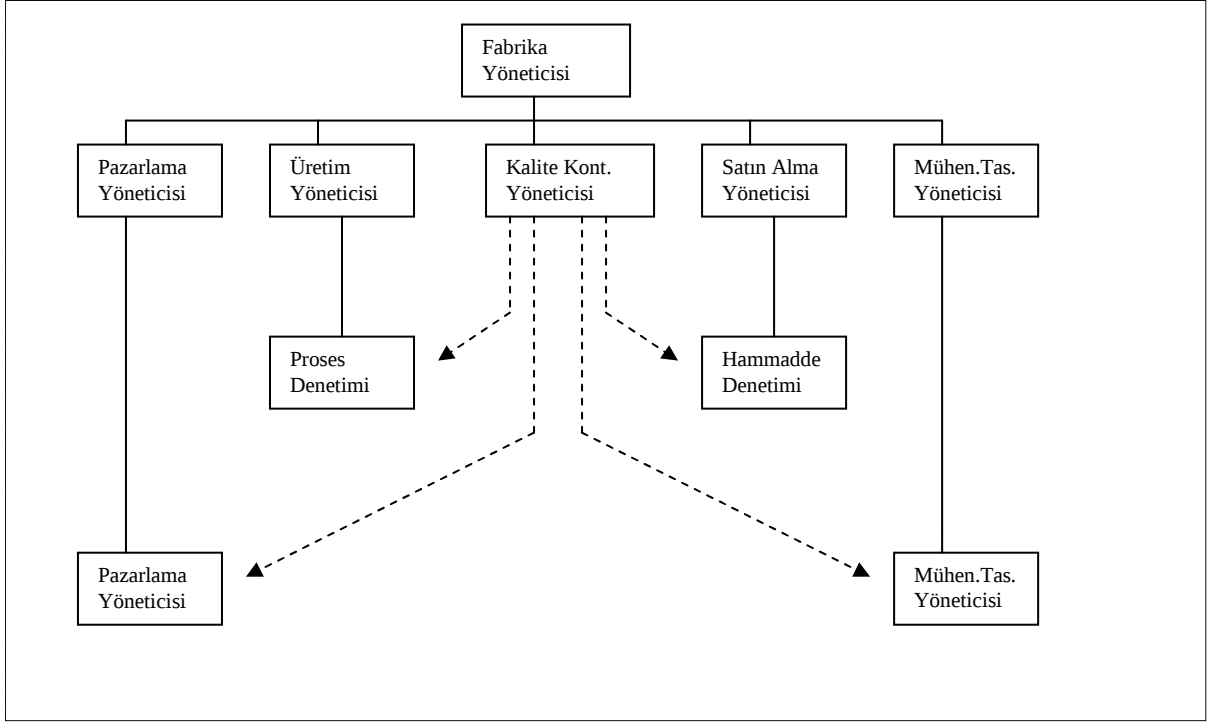
Kalite kontrol faaliyetleriyle “istenen kalite” ile “varılan kalite” kıyaslaması yapılabilmektedir. Firmaların kaliteyi oluşturma geliştirme ile ilgili politikalarını belirleyen ve kararlarını verirken kaliteyi etkileyen faktörleri göz önünde bulundurması gerekir. Kalite kontrolü etkileyen ve 9M olarak bilinen bu faktörler şunlardır:

- Pazar (Market)
 - Para (Money)
 - Yönetim (Management)
 - İnsan (Man)
 - Malzeme (Material)
 - Motivasyon (Motivation)
 - Makine ve teçhizat (Machine and mechanization)
 - Modern bilgi metotları (Modern information methods)
 - Ürün parametreleri oluşturma (Mouting product requirements)
- (Bircan ve Özcan, 2003).

2.3 Kalite Anlayışının Tarihsel Kökeni ve Kalite Çalışmaları

Kalite aslında yaşantımızın tüm safhalarında bulunan bir kavramdır. Her zaman “kaliteli mal” kavramı aldığımız veya sattığımız ürünler için kullandığımız bir kavramdır. Üretici çiftçiye ekip biçtiği tarlasından aldığı ürün için tecrübesine dayanarak belirlediği standartlara göre konuşur. Üretici dokumacı veya tekstilciye bu sefer de yaptığı giysilerin dikişleri ve kullandığı malzemeye bakarak kendince belirlediği standartlara göre kaliteli olduğunu iddia eder. Günümüzde de küçük işletmeciler için bu durum halen geçerlidir.

Kalite kavramına istatistik ne zaman ve ne şekilde girdi? İstatistiğin kalite kontrolde geniş uygulama olanağı bulması, minimum malzeme ve işçilikle yüksek kalite düzeyinde ve büyük miktarlarda üretimi zorunlu kılan II. Dünya Savaşı’nda gerçekleşmiştir (Kaya, 2006). II. Dünya savaşı sonrasında kalitenin önemi arttığundan, kaliteli mal üretmek gereksinimi firmaları, üretim proseslerini kalite gereksinimleri doğrultusunda yeniden oluşturmaya yöneltmiştir. Böyle bir eğilim firmaların örgütsel yapısında da birçok değişikliklere yol açmıştır. Şekil 2.1 örgütlerde kalite kontrolün bütünleşik rolünü göstermektedir.



Şekil 2.1 Kalite kontrolün bütünleşik rolü (Şevkinaz, 2000)

İstatistiğin kalite kavramına neden girdiği sorusuna cevap olarak ise, zaman içerisinde seri üretime bağlı olarak imalat sisteminde görülen yüksek hatalı mal oranı veya kontrolsüzlük sonucunda mamul özelliklerinde standart sapmaların görülmeye başlanması verilebilir. Doğal olarak bu da yeni soruları ve sorunları doğurdu. Ortalama değerler hangi metotla ve kaç ölçme ile bulunacaktır? Ortalama değerle istenen standart değer arasındaki farkın tesadüfi olup olmadığı nasıl anlaşılacaktır? Ortalama değerlerin standart değerden farklı olması neyi ifade eder? Bu farklılık hangi hallerde kusur sayılır, hangi hallerde sayılmaz? Görüldüğü gibi tüm bu sorular ve cevapları istatistik biliminin içerisinde saklıdır.

2.3.1 İstatistiksel Kalite Kontrol Çalışmaları

Türkçe yazında istatistiksel kalite kontrol yöntemi ile ilgili uygulamalı olarak; Kayaalp (2007) doktora tezinde, konfeksiyon işletmelerinde tek değişkenli kalite kontrol yöntemlerini uygulamıştır.

Yıldırım (2006) yüksek lisans tezinde, istatistiksel süreç kontrolünü demirdöküm işletmesine uyarlamıştır.

Öztürk(2007) yüksek lisans tezinde, istatistiksel kalite kontrol grafikleri kabul örnekleme ile ilgili çalışma yapmış.

Çılan (2004) doktora tezinde, tek değişkenli ve çok değişkenli yöntemleri bir arada yorumlayıp, cam sanayii uygulamasında Hotelling T^2 ve MYT yöntemini, tek değişkenli $\bar{X}$ çizelgeleriyle birlikte uygulamıştır. MYT yöntemini hata veren 6 gözlem üzerinde kullanmıştır.

Özkale (2004) yüksek lisans tezinde, tek değişkenli ve çok değişkenli kalite kontrol kavramlarından söz edip bir tekstil uygulamasında çok değişkenli Hotelling T^2 çizelgelerini, ve bir gözlem içinde MYT ayırıştırma yöntemini uygulamıştır.

Özel (2005) yüksek lisans tezinde, Hotelling T^2 çok değişkenli kalite kontrol yöntemlerini ve MYT ayırıştırma metodunu Pirinç Üretim Tesisine uygulamıştır. Fakat kontrol dışı noktaların tüm koşulsuz değişkenlerini hesaplamamıştır.

Salmona (2004) yüksek lisansında tezinde, çok değişkenli süreç kontrolünü plastik boru üretiminde Hotelling T^2 ile çizelgeleriyle temel bileşenler analizini kullanarak kontrol dışı durumları yorumlamıştır.

Karaca (1999) yüksek lisans tezinde çok değişkenli kalite kontrol problemlerinin çözümüne ilişkin yaklaşımlar da bulunmuştur.

Koçer (2004) yüksek lisans tezinde çok değişkenli kalite kontrolü otomotiv yan sanayinde uygulamıştır.

Bu çalışmada ise kalite ve tek değişkenli temel istatistik yöntemlerinden bahsedilmiş bir uygulama üzerinde gösterilmiştir. Çok değişkenli kalite kontrol yöntemlerinden Hotelling T^2 ve çok değişkenli kalite kontrolde hata kaynağını tespit eden MYT(Mason/Young/Tracy) yöntemi araştırılmış, sanayi çalışmasında kapsamlı olarak gösterilmiştir.

Ayrıca Hotelling T^2 'yi temel alan literatür ve duayenler ile ilgili açıklamalar 5. bölüm, Kontrol dışı değişkenlerin saptanması ile ilgili olan literatür araştırmaları ise, 6.bölüm başlarında anlatılmıştır.

2.3.2 Örneklem Alarak Kabul Etme

Üretim safhalarında tedarikçilerden gelen ürünlerin kalite güvencesi de kendi ürettiğimiz malınki kadar önemlidir. Çünkü bu mallardaki kalitesizlik bizim malımızdaki kalitesizliği ve büyük hata oranlarını ortaya çıkaracaktır. Buna engel olabilmek için ise,

ürettiğimiz ürünlerin tamamını denetimden geçirmemiz gereklidir. Böyle bir yöntem izlenmesi getireceği çok yüksek maliyetlerden dolayı imkânsız kabul edilmektedir.

Bu çözümün temeli örneklem alma metoduna dayanmaktadır. Alınan örneklem kütlesi üzerinde yapılan kalite güvence incelemelerinin tüm ana kütleyi ifade edeceği prensibine dayanmaktadır. Bu şekilde yapılarak tedarikçilerden gelecek ürünlerin kabulü veya reddi söz konusu olacaktır.

2.4 Kaliteyi Oluşturan Unsurlar

2.4.1 Dizayn Kalitesi

Mamul fiziksel ve performans özellikleri ile beraber tasarlanır. Mamulün fiziksel niteliklerini gösteren, boyut, ağırlık, hacim vb. ölçüler, aynı zamanda dizayn kalitesini de belirler. Bir mamulün pazarda kolayca tutunabilmesi, rekabette üstünlük sağlayabilmesi, tüketicinin en üst düzeyde tatminin sağlanabilmesi ve en yüksek karı elde edebilmesi için başta gelen ön koşullardan biri de dizayn kalitesidir. Bir mamul için en uygun dizayn kalitesinin saptanması, kalitenin tüketici açısından değeri ile üreticiye olan maliyeti arasında optimum noktanın bulunması sürecidir.

2.4.2 İmalat (Uygunluk) Kalitesi

İmalat kalitesi dizayn kalitesi ile belirlenen spesifikasyonlara imalat aşamasında uyma derecesidir. Kağıt üzerindeki dizayn kalitesi, imalat yönetimi, kullanılan araç, gereç ve insan gücünün uygun seçimi ve kullanımı ile imalat kalitesine yansıtılabilir. Ayrıca imalat sırasında yapılan muayeneler ve kontroller de imalat kalitesini önemli ölçüde etkiler.

2.4.3 Kullanım Kalitesi

Mamulün nihai kalitesidir. Kullanım kalitesi, koruyucu ambalajlama, taşıma, yerleştirme, bakım ve onarım işlerinde kalite gereklerine uyulması olarak tanımlanır.

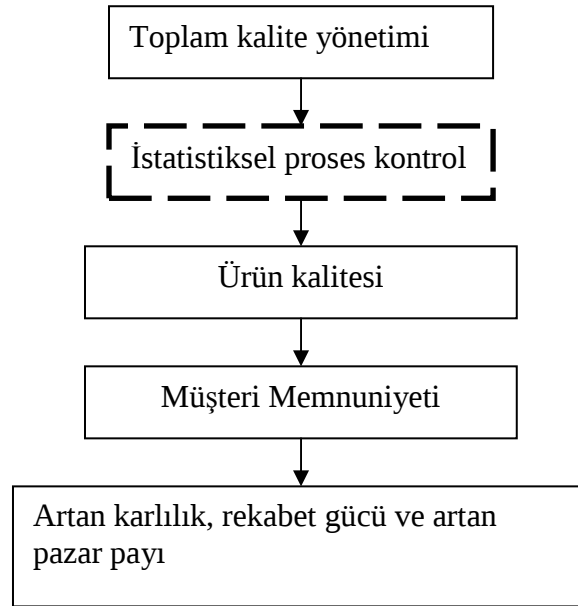
2.5 Toplam Kalite Yönetimi

Toplam Kalite Yönetimi ya da kısaca TKY olarak bilinen yöntem, müşteri ihtiyaçlarını yerine getirebilmek için kullanılan insan, iş, ürün ve/veya hizmet kalitelerinin sistematik bir yaklaşım ile tüm çalışanların katkıları ile sağlanmasıdır. Bu yönetim şeklinde uygulanan her proseste tüm çalışanların fikir ve hedefleri kullanılmakta ve tüm çalışanlar kaliteye dahil edilmektedir.

TKY bir yönetim sistemidir. Bu sistem uygulanan her işletmede farklı yöntemlerle ele alınmaktadır, farklı kuruluşların değişim gerekçeleri ve elde etmek istediği sonuçlar farklı olduğundan TKY'nin kapsamı, uygulanacak yöntemler ve ayrılacak kaynaklar da farklılık göstermektedir. Önemli olan ürün ve/veya hizmetin iyi tanımlanmış proses ve proses ilişkileri ile sürekli geliştirilmesidir. TKY için müşteri memnuniyeti kardan önce gelmektedir, bu yöntemde insan, proses, müşteri ve sürekli geliştirme 4 temel unsurdur ve birbirleri ile sürekli bir ilişki halindedirler. TKY yalnız alt sistemleri, yalınlaştırılmış prosesleri veya fonksiyonel departmanları değil, sistemin tamamını yönetme kaygısını taşır.

(http://tr.wikipedia.org/wiki/Toplam_kalite_y%C3%B6netimi)

İstatistiki düşünce sistemini baz alan ve kalitede iyileşmeyi amaçlayan TKY, üretimde yer alan bireylerin fonksiyon ve becerilerini değerlendirmek yerine organizasyon verimini artırmayı hedef almaktadır. TKY yaklaşımı sürekli gelişim, mükemmellik arayışı ve sıfır hata yaklaşımının temelidir. TKY, istatistiksel proses kontrolü (İPK) ve karlılık arasındaki ilişki Mason ve Antony tarafından Şekil 2.2'deki gibi gösterilmiştir.



Şekil.2.2 TKY - İPK ve karlılık arasındaki ilişki

2.5.1 Temel İstatistiksel Teknikler

Bunlar kalite problemlerinin çözümünde yaygın kullanım alanına sahip olan ve özellikle proses kontrolü amacıyla kullanılan yedi yöntemdir.

- 1) Pareto Diyagramı
- 2) Neden – Sonuç Diyagramı
- 3) Verilerin gruplandırılması
- 4) Kontrol tablosu
- 5) Histogram
- 6) Dağılım Diyagramı
- 7) Grafik ve Kontrol çizelgesi (Shewhart Kontrol Çizelgesi)

2.5.2 Orta Derece İstatistiksel Yöntemler

- 1) Örneklem araştırma teorisi
- 2) İstatistiksel örneklem muayenesi
- 3) İstatistiksel tahmin ve testlerin çeşitli yöntemleri
- 4) Duyarlılık testi kullanım yöntemleri
- 5) Tasarlanmış deney yöntemleri

2.5.3 İleri İstatistiksel Yöntemler

Bu yöntemler ileri düzeyde bilgisayar kullanımı gerektirir.

- 1) Tasarlanmış deneyin gelişmiş yöntemleri
- 2) Çok değişkenli analiz
- 3) Çeşitli Yöneylem Araştırması yöntemleri

Bu yöntemler genel olarak mühendisler ve kalite kontrol geliştirme bölümü görevlilerince uygulanmaktadır. Bunların içinde en çok kullanılan örneklem ile ilgili istatistik yöntemlerdir.

2.6 Pareto Diyagramı

Pareto diyagramı, problemlerin çözümünde önceliklerin saptanmasında kullanılan bir yöntemdir. Pareto diyagramı, bir proseste ya da bir olayda, sürecin ya da olayın geliştirilmesi için hangi problemin öncelikli olarak ele alınması gerektiğini belirlemek amacıyla kullanılan özel bir bar grafiktir. 1817 yılında İtalyan ekonomist Wilfredo Pareto tarafından geliştirilmiştir. Aynı konuyu 1907 yılında ekonomist M.C. Lorenz tekrar işleyerek, ulusal zenginliğin büyük kısmının küçük azınlığın elinde olduğunu ortaya koymuştur. (<http://www.altisigma.com>)

Her iki meslektaş, gelirin çok büyük bir diliminin, küçük bir azınlık tarafından sahiplenildiğine dikkat çekmişlerdir. Hatta bu oran 20/80 olarak açıklanmış; yani gelirlerin % 80'inin, %20'lik bir gruba ait olduğunu iddia etmişlerdir.

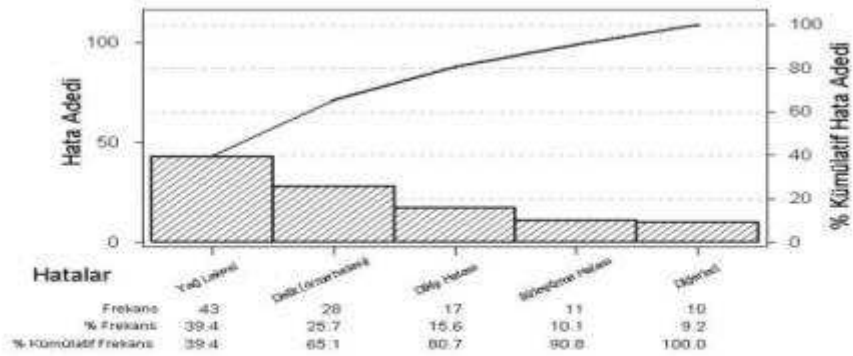
Daha sonraları J.Juran bazı kalite konularını incelerken Pareto ve Lorenz'in düşüncelerini evrenselleştirmiştir:

- Bir şirketin üretimin % 20'si bu şirketin gelirinin %80'nini sağlamaktadır.
- Ürünlerdeki parçaların %20'sinin değeri, ürün değerinin %80'i kadardır.
- Çalışma günün işlerinin %80'ni günün %20'lik süresinde sonuçlandırılır.
- Dünya kanser araştırmacılarını %20'si konu ile ilgili bilimsel yayınlarının %80'ni yayınlar.

Genel olarak sınırlı sayıdaki unsurlar (yaklaşık %20) olaylarının büyük çoğunluğunun (yaklaşık %80) sebebini oluşturur (Besim 1996).

Pareto Analizinde aşağıdaki işlem sırası talip edilir:

- İncelenecek problemlerin cinsi, toplanacak bilgiler ve bunların sınıflandırma şekli belirlenir. Bilgi toplama metodu ve süresine karar verilir.
- Veriler, problem tiplerine göre sınıflandırılmış bir çetele tablosu üzerine işlenir. Her sınıfa ait toplam ve yüzdeleri belirtilir. Seçilmiş sınıfların dışında kalan problemler, en son grup olarak "diğerleri" hanesine işlenir.
- Dikey eksenin toplam ve yüzdeleri, yatay eksenin de grupları gösterdiği bir çubuk diyagramı oluşturulur.
- İlk çubuğun sağ üst köşesinden başlayarak kümülatif toplamı gösteren Pareto eğrisi çizilir.



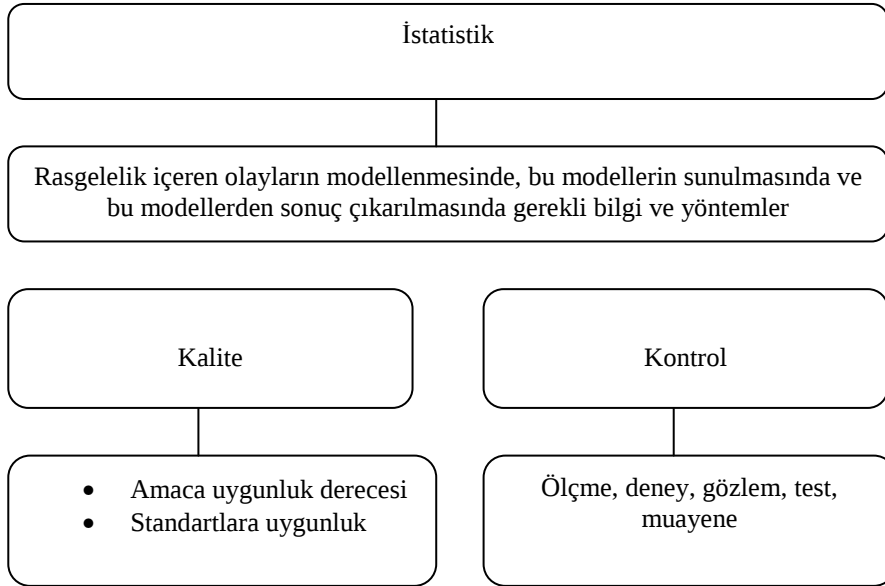
Şekil 2.3 Pareto eğrisi

3. İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL

3.1 İstatistiksel Kalite Kontrol

İstatistik rasgele gelişen olayların modellenmesi, bu modellerin sunulmasında ve bu modellerden sonuç çıkarılmasında gerekli bilgi ve yönetim sağlayan bilim dalıdır.

Ürünün kaliteli kabul edilip edilmeyeceğini belirlemede istatistik bilim dalından yararlanılır. Kalite kontrolde istatistik tekniklerinin uygulamasıyla hem kalite kontrol işlemleri bilimsel temellere dayandırılmış hem de verilerin analizi ve yorumlanmasına dayandırılarak ürün ve hizmetin kendisi değil onu gerçekleştiren proses kontrol altına alınmış ve bu sayede sürekli iyileştirilmesi sağlanmış olur.



Şekil 3.1 İstatistik, kalite ve kontrol ilişkisi

İstatistiksel kalite kontrolün amacı, üretilen mal ve hizmetlerin kalite yönünden kontrol altında olmasını sağlamaktır. İstatistiksel kalite kontrol;

- Veri toplamak
- Analiz yapmak
- Yorumlamak
- Çözüm yolları geliştirmek

şeklindedir (Özkale, 2004).

Örnekleme teorisine dayanan ve ölçmelerle kalitenin devamlı olarak izlenmesi prensibine dayanan bir yöntemdir. Hammadde mamulün tümü üzerinde kontrol yapmanın olanaksız ya da çok pahalı olduğu hallerde geniş zaman aralıklar içinde küçük örnekler üzerinde yapılan ölçmelerle üretim kalitesi ile ilgili bilgilerin sürekli biçimde toplanması, kalitedeki bozulmaların saptanarak gerekli incelemelerin yapılması ve tedbirlerin alınması için rapor edilmesi biçiminde uygulanır.

3.2 Proses Kontrolü

Üretim işlemlerinin niteliğine göre, bazı durumlarda kalitenin doğrudan ve zamanında saptanması zor olabilir. Özellikle üretim, birimler halinde değil de, sürekli yapıldığı ya da birim halinde yapılan üretimin uzun süre aldığı durumlarda üretim sırasında kontrol yapılarak üretim işleminin hatasız yapılması sağlanabilir. Bu durumlarda, kalite yerine işlemin kontrol edilmesi, örneğin kaliteyle doğrudan ilişkili olan randımanların izlenmesi biçiminde bir kontrol yapılması söz konusu olabilir. Proses kontrolünün, istatistiksel kalite kontrolünden farklı bir yönü, kontrolün bitmiş ürün ya da mamul üzerinde yapılmayıp üretilmekte olan ürün üzerinde yapılmasıdır.

İstatistiksel proses kontrol teknikleri çeşitli sektörlerde kullanılmaktadır. Bu teknikler üretim ve hizmet sektörlerinde ekip çalışması olarak yürütülür. Böylece kaliteyi kontrol altına almak, yüksek kalite sağlamak, verimliliği arttırmak, müşteri memnuniyetini sürekli geliştirmek ve dolayısıyla maliyet masraflarında minimizasyon sağlayarak işletmelerin karlılığını sürekli hale getirmek mümkün olabilmektedir.

Deming, istatistiksel kalite kontrolü, “ bir ürünün en ekonomik şekilde, en yüksek düzeyde yararlı, aynı zamanda bir pazara sahip olacak biçimde üretimini sağlamak üzere, istatistik prensip ve yöntemlerinin, üretimin bütün aşamalarında uygulanmasından ibarettir” şeklinde tanımlamıştır (Başkan, 1997).

İstatistiksel kalite kontrol, “kalite kontrol” ve “istatistik” metotlarının birleştirilmesiyle meydana gelmiştir. İstatistik, verilerin toplanması, analizi, sunulması ve yorumlanması ile ilgili metot ve prensipleri içine alan ve bu faaliyetlerin sonucunu ihtimal kaidelerine göre objektif bir şekilde değerlendiren bir bilim dalıdır. Basit olarak istatistik, sayılardan sonuç çıkarmak, örnekler kullanarak ana kütle hakkında tahminlerde bulunmak olarak ifade edilebilir. Kalite kontrol ise bir ürünün veya hizmetin istenilen özelliklerde olup olmadığının belirlenmesi için üretici tarafından uygulanan işlemler dizisidir. Kalite kontrol ürünleri muayene ederek veya prosesten veriler alarak bu ürün veya prosesin kontrol altında olup olmadığını belirler.

Kalite kontrolde istatistik tekniklerinin uygulanmasıyla hem kalite kontrol işlemleri bilimsel temellere dayandırılmış, hem de verilerin analizi ve yorumlanmasına dayandırılarak ürün ve hizmetin kendisi değil, onu gerçekleştiren prosesler kontrol altına alınmış ve bu sayede sürekli iyileştirilmesi sağlanmış olur.

Kalite problemlerinin çözümünde istatistiksel teknikleri kullanmadan önce verilerin doğru toplanması gerekmektedir. Gerçek ve doğru verilere dayanmayan değerler kalite problemlerinin çözümünde kullanılamaz. Yanlış ya da gerçeklerle bağdaşmayan veriler, yetersiz veri toplama yöntemleri, veri iletiminden doğan hatalar veya hatalı matematiksel işlemler, anormal değerlerin kullanılıp kullanılmaması, uygun istatistiksel yöntemlerin belirlenmemesi, deneyimsiz kişilerin yaptığı yanlış uygulamalar istatistik metotlarının kalite kontrolünde kullanımıyla ilgili bazı sorunlardır.

3.2.1 İstatistiksel Proses Kontrol

İstatistiksel proses kontrol tanımından önce proses ne anlama gelir? Proses, bir kısım girdileri çıktılar haline dönüştürmek için düzenlenip organize edilen insan, makine/ekipman, metot ve çevre gibi faktörlere işaret eder (Oktay,1998). İstatistiksel proses kontrolü, herhangi bir prosesten çıktı olarak alınan ürünlerin ölçülerek, istenilen özelliklere uyup uymadığını belirleyen ve gerektiğinde önlem alınmasını sağlayan bir geri bildirim döngüsüdür (Özkale, 2004).

3.2.2 İstatistiksel Kalite Kontrol ile İstatistiksel Proses Kontrol Arasındaki Fark

İstatistiksel proses kontrolün tanımı göz önüne alındığında, istatistiksel proses kontrolü sadece ürünlerin kontrol edilmesi değil, aynı zamanda prosesin sürekli olarak kontrol edilmesi yani ölçülmesi ve geliştirilmesini sağlar. İstatistiksel kalite kontrol, daha genel ve geniş olarak İstatistiksel proses kontrolü, kabul örneklemesini ve diğer istatistiksel teknikleride içerir. Sonuç olarak istatistiksel kalite kontrolü, istatistiksel proses kontrolü de içeren daha geniş kapsamlı bir alandır(Özkale,2004).

3.2.3 İstatistiksel proses kontrolü' nün amacı

İstatistiksel proses kontrolünün amacı, bir sürecin değişkenliğini değerlendirmek ve sürecin sürekli olarak istenilen niteliklerde ürün verme yeteneği sağlamaktır. Bunun sağlanabilmesi için öncelikle bir başlangıç noktası olarak değişikliğın ölçülmesi gereklidir. İstatistik bazı tahminlerin yapılması ve gerekli önlemlerin alınması için kullanılan bir araçtır.

İstatistiksel proses kontrolünde uygulanan dört temel işlev sırasıyla;

1. Proses değişkenliğının ölçülmesi
2. Proses değişkenliliğının kontrol altına alınması
3. Sürecin yeterli hale getirilmesi
4. Proses değişkenliliğının en az seviyeye çekilmesi için çalışmalarının sürdürülmesidir.

Başarılı bir proses kontrolü için veri toplama, düzenleme ve veri analizi konularında iyi bir sistem geliştirilmelidir. İstatistiksel süreç kontrolü ürün spesifikasyonlar veya toleranslar ile karşılaştırılmasından çok alınan ölçümlerin toleranslar içinde kalabilmesi için yapılacak çalışmalar üzerinde durmaktadır.

3.3 İstatistiksel Kalite Kontrol Sistemi

İstatistiksel kalite kontrol yöntemleri, üretim faaliyetinin önceden belirlenmiş kalite özelliklerine uygun şekilde yapılmasını sağlamak ve standart dışı üretimi büyük ölçüde önleyerek hatalı üretimi minimize etmek için kullanılır. Bu yöntemler işletmede üretim sistemi içinde üç aşamama kullanılır. İlk aşama girdilerin kontrolüdür. Burada üretimde kullanılacak olan hammadde ve malzemelerin belirlenen standartlara uygun olup olmadıkları kabul örneklemesi ile araştırılır. İkinci aşama üretim sürecinde olabilecek problemlerin belirlenmesi ve ortadan kaldırılması amacıyla üretim devam ederken yapılan kontrollerdir. Burada istatistiksel proses kontrol yöntemleri kullanılır. Son aşama üretim bitiminde elde edilen ürünün istenen özelliklere uygunluğının kontrolü amacıyla örnekleme tekniğinin kullanılmasıdır. (Bircan ve Ozcan, 2003).

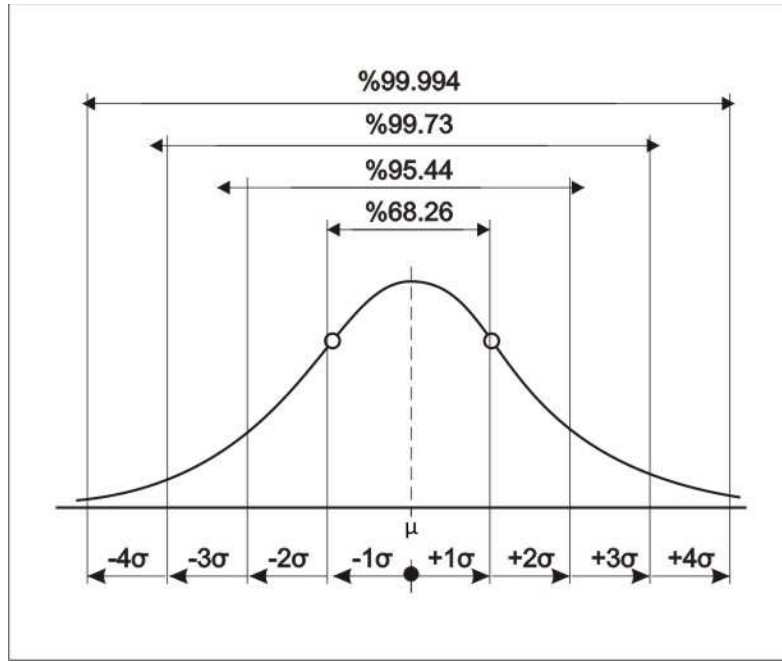
3.4 Kalite Kontrolde Kullanılan İstatistiksel Teknikler

Teorik yapısı 1926'da W.E.Shewhart tarafından oluşturulan kontrol grafikleri, sürecin istatistiksel yöntemlerle ekonomik ve güvenilir biçimde kontrol altında tutulmasında en etkili araçlardır. Doğal olmayan nedenlerle ortaya çıkan değişiklikler, süreci olumsuz olarak etkilediğinden, bu nedenlerin tanımlanmaları, araştırılmaları ve kontrol altında tutulmaları gerekir. Bir kontrol grafiği, proseste meydana gelen değişikliklerin doğal ya da doğal olmayan nedenlerden oluştuğunu ayırt etmeye yarayan önemli bir araçtır

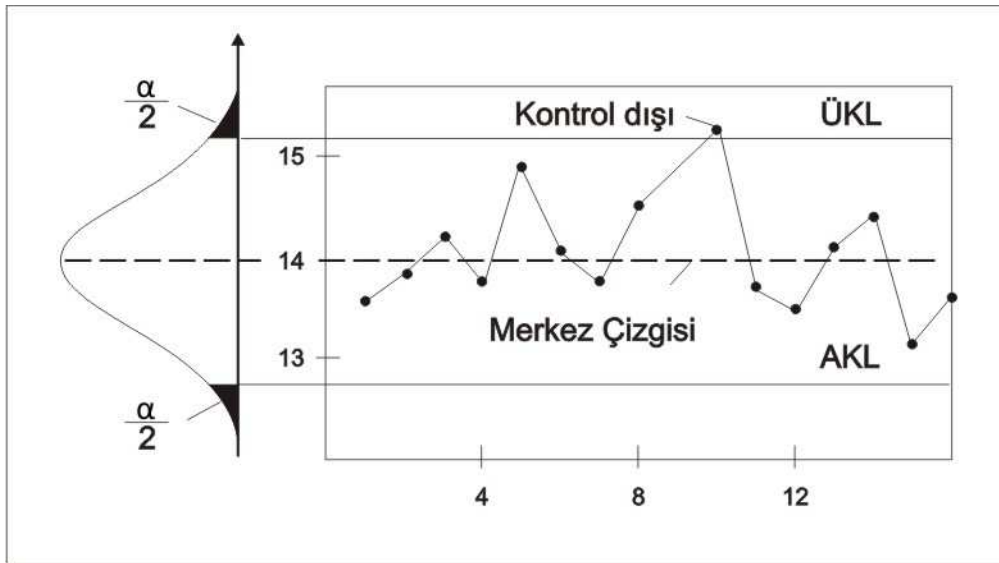
Bir kontrol grafiği esas olarak üç çizgi ile gösterilir. Bunlar “merkez çizgi (MÇ)” ya da “orta çizgi (OÇ)”, “üst kontrol sınırı (ÜKS)” ve “alt kontrol sınırı (AKS)”. Kalite özelliğinin ortalama değeri “merkez çizgi (orta çizgi)” ile temsil edilir. Orta çizgi aynı zamanda hedeflenen değer olarak da ifade edilir. Kontrol sınırları ve orta çizgi zaman eksenine paralel doğrularla gösterilirler

Normal dağılıma uyan bir popülasyonda değişimin %99.73'ü $\pm 3\sigma$ aralığındadır. (normal dağılıma uyan bir popülasyonda parti ortalaması $\bar{Z}$, partiye ait standart sapma ise σ ile gösterilir). Kontrol grafiklerinde $\bar{Z}$ merkez çizgi, $\pm 2\sigma$ sınırları uyarı sınırları, $\pm 3\sigma$ sınırları ise eylem sınırları (kontrol sınırları) olarak belirtilir. Bu kontrol sınırları, kalite değişiminin durumuna bakarken yardımcı olur.

Kontrol çizelgelerinin temeli normal dağılım fonksiyonuna dayanmaktadır. Şekil 3.2' de sınırları $\pm 4\sigma$ olan normal dağılım eğrisi verilmiştir. Bu dağılım proses dağılımını temsil etmektedir. Eğer şekil 3.2'deki dağılım 90° döndürülürse, şekil 3.3'de gösterilen kontrol çizelgeleri elde edilir. (Akkurt, M. 2002)



Şekil 3.2 Prosese ait normal dağılım



Şekil 3.3 Kontrol çizelgelerinin esasları

Ayrıca tüm değerler $\pm\sigma$ sınırları içinde olmasına rağmen bazı görüntüler yine üretimde sorun olduğunu gösterir. Kontrol grafikleri uyarı mesajları verirler. Grafik kontrol limitlerine çok yaklaştığı veya dışına çıktığı durumlarda önlem alınmasını sağlarlar. Genelde kararlı olmayan prosesleri gözlemek ya da bir proseste değişiklik olduğunda erken uyarı sağlamak amacıyla kullanılır. Kontrol grafikleri, tıp, büro hizmetleri, üretim, askerlik, enerji, araştırma gibi birçok alanda kullanılabilirler.

Kontrol sınırlarının bir anlamı vardır ve değişmeye sadece doğal etmenlerin etkide bulundukları bir normal dağılımda değişimin bu sınırlar içinde kalacağı varsayımına göre

belirlenmişlerdir. Kontrol sınırları, prosesin istatistiksel kontrol durumunda olup olmadığını belirlemede kullanılır. Tolerans sınırları diğer adıyla spesifikasyon sınırları ise üretimin istenen şekilde işleyip işlemediğini belirlemede kullanılır. Spesifikasyon sınırları limitleri teknik bir anlam taşır. Bilindiği gibi bir ürünün üretime başlanmadan önce kalite standartları oluşturulur. Ürünün iş emri ile beraber teknik resmi ve ölçüleri de üretime verilir. Bu ölçüler kesin değildir ve belli tolerans payı içerirler. Dolayısıyla spesifikasyon sınırları müşteri, mühendis veya yönetici tarafından belirlenmektedir.

Kalite değişkenliğinin nedenleri incelendiğinde iki faktör ortaya çıkar:

Genel nedenler: Üretimi etkileyen faktörlerin hepsinde sürekli olarak var olan ortak nedenlerdir. Kalite programının niteliği, hammadde özellikleri, işletme şartları, makinelerin durumu, işçilerin fabrikadaki sosyal durumları gibi nedenlerdir.

Özel nedenler: Üretim faaliyetlerinden sadece bir veya birkaçında zaman zaman ortaya çıkan aksaklıklardır. Makinelerden birinin arızalanması, işçilerden birinin işi aksatması veya hammaddenin istenilen nitelikte olmaması gibi nedenlerdir.

Özel nedenler “kaçınılabilen neden (anormal neden)” ve genel nedenler “kaçınılmaz neden (tesadüfi neden)” olarak istatistiksel açıdan ayrılırlar. Anormal nedenden dolayı ortaya çıkan dağılım, prosesdeki herhangi bir anormallikten dolayı ortaya çıkan durumların nedeni ile görmezlikten gelinemeyecek dağılımdır (çalışma sıralamasındaki hata, malzemenin kötülüğü, makine arıza, v.s.). Tesadüfi nedenden dolayı ortaya çıkan dağılım ise her zamanki gibi aynı ve doğru yöntemle çalışılmasına rağmen ürünlerin üzerinde dağılım görünmesinin nedenidir, kaçınılmaz dağılımdır.

3.5 Kontrol Grafikleri

Kontrol grafikleri prosesin gerçekleştirdiği üretimin kabul edilebilir sınırlar içinde kalıp kalmadığını tespit edip, bu sınırların dışına çıkması halinde uyarı vererek prosesin kabul edilebilir sınırlar içersine çekilmesine imkan sağlayan dolayısıyla, bir prosesin istatistiksel anlamda kontrol altında olup olmadığını belirlemek üzere kullanılan bir grafik analiz yöntemidir.

Kontrol edilecek proses karakteristik sayılarına göre iki temel kontrol grafiği vardır; tek değişkenli kontrol grafiği ve çok değişkenli kontrol grafiği. Tek değişkenli kontrol grafiği bir tek kalite karakteristiğinin gösterildiği grafik, çok değişkenli kontrol grafiği ise birden fazla kalite karakteristiğinin aynı anda gösterildiği grafikdir.

İstatistiksel kalite kontrol grafikleri izlenen kalite karakteristiklerinin ortalamasının ve değişkenliğinin kontrol altında tutulması için istatistiksel ve grafiksel bir araçtır. Kontrol grafikleri, aslında bir çizgi grafiğidir ve çeşitli türleri. Nicelikler ve nitelikler olarak iki başlıkta toplanırlar. Kontrol grafikleri genelde kararlı olmayan prosesleri gözlemek ya da proseste bir değişkenlik olduğunda erken uyarı amacıyla kullanılır.

3.5.1 Kontrol Grafiği Seçimi

Genel olarak kalitenin, üretimin herhangi bir aşamasında hammaddeden ürüne kadar ölçülebilen ya da ölçülemeyen bir karakteristik olduğu bilinir. Bu nedenle kontrol grafikleri iki genel tip içerisinde sınıflandırılırlar.

Değişkenler(Nicelikler) için kontrol grafikleri: Eğer kalite özelliği ölçülebiliyorsa ve bir sayı olarak ifade edilebiliyorsa bu özellik değişken nicelik olarak isimlendirilir.

Nitelikler için kontrol grafikleri: Birçok kalite özelliği ölçülemez ancak hatalı-hatasız olarak sınıflandırılabilir.

3.5.2 Kontrol Dışı Durumlar

Kontrol şemaları yorumlanırken dört değişik durum kontrol dışı durum olarak tanımlanmıştır. Bu kontrol dışı durumları vermeden önce bazı açıklamalar yapılması gerekir. Aşağıda tanımlanacak kontrol dışı durumlarda üst ve alt kontrol limitleri dışında bir de alt ve üst ikaz limitleri kontrol şemasına eklenmiştir. Üst ve alt ikaz limitleri kontrol limitlerine benzer şekilde merkez çizgisine yani ortalama değere iki standart sapma ekleyip çıkartılarak hesaplanır. Yani ikaz sınırları merkez çizginin iki standart sapma genişletilmiş sınırlarıdır. Şimdi bahsettiğimiz kontrol dışı dört durum sıralanabilir:

- Bir nokta 3σ kontrol limitinin altında ya da üstünde olmak suretiyle dışında ise,
- Ardı ardına 3 noktadan en az 2 tanesinin ikaz limitleri (2σ) dışında ise,
- Ardı ardına 5 noktadan en az 4 tanesinin merkez çizgiden (1σ) veya daha fazla uzakta ise,
- Ardı ardına 8 deney merkez çizginin alt ya da üst herhangi bir tarafında toplanmış ise

bu sistemler kontrol dışı olarak tanımlanır.

Eğer proses kontrol altında ise tüm noktalar rasgele dağılmalıdır. (Montgomery,1997)

Eğer proseste sadece tesadüfi nedenlerden kaynaklanan değişkenlik varsa, proses istatistiksel olarak kontrol altındadır. Bunların dışında ürün kalitesini etkileyen ve kaynağı tespit edilebilen doğal olmayan nedenlerde vardır. Kontrol şemaları, bu bozan etkenlerin hangi tür olduğunun da belirlenmesine yardımcı olur. Kontrol limitlerinin dışında kalan proses verileri doğal olamayan nedenlerden meydana gelen farklılıklardır ve prosesin kontrol altına alınması için gerekli düzeltici faaliyetlerin başlatılması gereklidir. Kontrol şemalarının kullanılması prosesteki birim maliyet azalırken etkin kapasiteyi arttırıcı unsurların başında gelmektedir.

3.6 Nicelikler İçin Kontrol Grafikleri

Bu grafikler ile hem “örnek ortalamalarının dağılımı” hem de “örneklere ait dağılma ölçülerinin dağılışı” izlenir. Dağılma ölçüsü olarak “standart sapma” veya “değişim aralığı” kullanılır. Ortalama için kullanılan grafik “ $\bar{X}$ Grafiği”, standart sapma için kullanılan grafik “S Grafiği” ve değişim aralığı için kullanılan grafik ise “R Grafiği” olarak isimlendirilir. $\bar{X}$ Grafiği S veya R grafiği ile birlikte kullanılır. Bunun sebebi, ortalamalar aynı olmakla beraber standart sapmalar büyük olup proses kontrol dışı olabilir. Eğer sadece X grafiği kullanılırsa bu değişkenlik fark edilemez ve kusurlu malların varlığı anlaşılamaz. Ayrıca eğer sadece dağılma ölçüleri için kontrol grafikleri (S Grafiği veya R Grafiği) düzenlenirse ortalamadaki değişimin farkına varılmayacak ve kusurlu üretimin varlığı gözden kaçacaktır.

Değişkenler için en çok kullanılan kontrol şemalarında proses ortalamasının ($\bar{X}$) ve aralığının (R) kullanıldığı görülür. $\bar{X}$ şemaları; bireysel ölçülerin ya da örnek ortalamalarının, istenilen ortalamaya ya da genel ortalamaya göre nasıl karşılaştırılacağını gösterir. R şemaları, örnek içindeki bireysel gözlemlerin değişikliğini kaydeder. Bu iki çizim birbirlerinin tamamlayıcısıdır. Çünkü, bir örnek hem kabul edilebilir ortalamaya hem de ölçümlerin uygun aralığına sahip olmalıdır ki proses kontrol altında denebilsin.

Bir sürecin çıktısı, proses ortalamasındaki bir değişiklikten ya da ölçülmesindeki farklılığın artmasından dolayı tolerans limitlerini karşılamayabilir. Durum ikisinin birleşimi biçiminde de çıkabilir. Her ikisi ile ilgili bilgiler, proses olanakları ve kontrolü hakkında uygun kararlar verebilmek için gereklidir.

$\bar{X}$ şemasının teorik temeli merkezi limit teoremine dayanır. İstatistiksel kontrol yöntemi, n hacimli örnekler seti içindeki gözlem değişkenleri üzerine kurulur ve settteki

örneklemin ortalamaları ile arasındaki farkla ilişkilidir. Proses ortalamaları X_i ve aralık R_i normal dağılımlı olup ortalamaları $\bar{\bar{X}}$ ve $\bar{R}$ dır.

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n} \quad (3.1)$$

$$\bar{R} = x_{\max} - x_{\min} \quad (3.2)$$

$$\bar{R} = \frac{\sum R}{n} \quad (3.3)$$

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum \bar{X}}{n} \quad (3.4)$$

şeklinde hesaplanır.

$$s = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \text{ veya } \sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (3.5)$$

Ana kütlenin σ standart sapması ile gözlemin s standart sapması arasındaki bağıntıdır.

3.6.1 Ortalama ve Genişlik Kontrol Grafiği ($\bar{X}$ ve R Çizelgeleri)

Bir sürecin analizini kolaylaştırmak için, grup ortalama değerlerinin ve aralıkların(en büyük değer-en küçük değer) kaydedildiği iki ayrı çizelge hazırlanabilir. Bu çizelge çiftine “ $\bar{X}$ -R Kontrol Çizelgesi” adı verilir. $\bar{X}$ -R çizelgesinde ürün kalitesine ait bir karakteristik (uzunluk, ağırlık, yoğunluk v.b.) sürekli olarak ölçülerek, grupların ortalama değerleri ve aralıkları kaydedilmektedir.

Eğer bir üretim sürecinde n hacimleri küçükse ve geçmiş veriler biliniyorsa, standart sapma (σ_x) hesaplanarak alt ve üst limitler belirlenir. Daha sonra sürecin kontrol altında olup olmadığı saptanır.

3.6.1.1 Örneklem Büyüklüğü ve Örnek Sıklığı

Kontrol çizelgesi oluşturulurken örneklem büyüklüğü ve örneklem sıklığı belirlenmelidir. Genel olarak örnekle büyüklüğünün boyutları arttığında, prosesteki küçük değişikliklerin yakalanması kolaylaşır, yani kontrol çizelgesi daha hassas olur. Bunun nedeni

kontrol limitlerinin, merkezi çizgiye yaklaşmasıdır. İstatistiksel incelemelere göre büyüklükleri 4 olan örneklerin ortalamaları, alındıkları küme normal bir dağılım göstermezse dahi, normal bir dağılım gösterirler. Bu nedenle pratikte 4 veya 5 alınır. (Akkurt, M. 2002)

Örnek alma sıklığı iki örneklem arasındaki zamandır. Bu zaman ne kadar az olursa, yani örneklemeler daha sık alınırsa, prosesteki değişikliklerin yakalanması artar.

3.6.1.2 Verilerin Toplanması

$\bar{X}$ ve R çizelgeleri, süreç çıktılarının küçük gruplar halinde ölçümlelerinden hesaplanarak oluşturulur. Bu veriler sabit büyüklükte küçük alt gruplardan 3 ile 6 arası ardı ardına parçanın periyodik olarak (diyelim ki 15 dakikada bir, vardiyada 2 kere ya da belirlenen uygun zaman aralıklarda) ölçülerek hesaplanmasından elde edilir. Verilerin toplanması ile ilgili bir plan yapılmalı ve bu plan doğrultusunda veriler toplanmalı, kayıtlanmalı ve kontrol grafikleri üzerine işlenmelidir.

3.6.1.3 Kontrol Grafiklerinin Hazırlanması

$\bar{X}$ ve R değerleri dikey eksen üzerinde, alt gruplar yatay eksen üzerinde gösterilir. Her bir alt grup için $\bar{X}$ değerleri grafiğin üst tarafında süreç esnasında kaydedilir ve bu veriler doğrultusunda $\bar{X}$ ve R değerleri hesaplanarak $\bar{X}$ ve R grafikleri çizilir. Bu formun üzerinde incelenen süreçle ilgili zaman ve diğer gerekli tanıtıcı bilgiler mutlaka bulunmalıdır.

Kontrol grafikleri için skalanın seçilmesi: Skala başlangıçta $\bar{X}$ grafiği için en yüksek ve en düşük alt grup $\bar{X}$ değerleri arasındaki farkın en az iki katı R grafiği için ise sıfır ile R'in en üst değeri arasındaki farkın yaklaşık iki katı kadar olmalıdır.

3.6.1.4 Kontrol Grafiklerinin İstatistiksel Temelleri ve $\bar{X}$ -R Çizelgelerinin Limitleri

Kontrol grafikleri genel olarak, her seferinde belirli üretim miktarına ulaşıncaya kadar belirli miktarlarda örnek alınmasına göre ya da belirli zaman aralıklarında belirli miktarlarda örnek alınmasına göre tasarlanabilirler. İster belli üretim miktarları olsun, isterse de belli zaman aralıkları olsun, bu miktar ya da zaman aralıkları kontrol grafiklerinin yatay ekseninde yer alırlar. Ölçülen kalite karakteristiğine ait değerler ise dikey ekseninde yer alırlar. Proses kontrol altındayken, örnekleme ait noktaların hepsinin ÜKS ve AKS arasında yer alması gerekir. Örnek noktalarını doğrularla birleştirmek, grafiklerin okunabilirliğini artırmak amacıyla gelenek haline gelmiştir. Noktaların hepsinin kontrol limitleri içinde kalması ana koşul olmakla birlikte yeterli olmayabilir. Kontrol limitleri içinde kalsalar bile, bu noktaların

rasgeleliği gösteren bir görüntü vermeleri gerekir. Kontrol limitleri dışına çıkan bir noktanın varlığının yanı sıra, kontrol limitleri içinde kalıp da sistematik bir dağılıma ya da rasgeleliğe uymama görüntüsü veren noktalar da prosesin kontrol dışı olduğunun işaretidirler. Prosesin kontrol dışında olduğu kararı verilirse, varyasyonun giderilebilir sebepleri olduğu düşünülerek düzeltici faaliyette bulunulur (Baray, 2006).

3.6.2 Kontrol Limitlerin Hesaplanması

Öncelikle değişim aralığı (R) grafiği için, sonra süreç ortalamaları ($\bar{X}$) grafiği için kontrol limitleri hesaplanır. Değişkenler için kontrol grafikleri hazırlanırken, kontrol limitlerin hesaplanmasında bir takım sabit değerler kullanılır. Formüllerde harf ile gösterilen bu sabit değerler ekler bölümde tablo olarak gösterilmiştir.

$\bar{X}$ çizelgeleri için alt ve üst limitler;

$$\text{ÜKS} = \bar{\bar{X}} + 3\sigma_x = \bar{\bar{X}} + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (3.6)$$

$$\text{AKS} = \bar{\bar{X}} - 3\sigma_x = \bar{\bar{X}} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (3.7)$$

Burada; σ_x , örneklem ortalamalarının standart sapması

σ_R ise örneklem aralıklarının standart sapmasıdır.

σ_x değeri, σ değerine bağlıdır. σ yani ana kütlenin standart sapma değeri bilinmemektedir. Bu nedenle, örneklem aralıklarının $\bar{R}$ ortalamasına veya örneklemelerin standart sapmasına $\bar{s}$ ortalamasına bağlı olarak bir değerlendirici σ_d kullanılır. $\bar{R}$ değerine bağlı standart sapma değerlendirici σ_d kullanılır. $\bar{R}$ değerine bağlı standart sapma değerlendiricisi; (Akkurt,2002)

$$\sigma_d = \frac{\bar{R}}{d_2} \text{ bağıntısı ile hesaplanır}$$

$$\sigma_x = \frac{\sigma_d}{\sqrt{n}} = \frac{\bar{R}}{d_2\sqrt{n}}$$

ile (3.6) ve (3.7) bağıntıları kullanılarak;

$$\bar{ÜKS} = \bar{\bar{X}} + \frac{3}{d_2\sqrt{n}} \bar{R} \quad (3.8)$$

$$\bar{AKS} = \bar{\bar{X}} - \frac{3}{d_2\sqrt{n}} \bar{R} \quad (3.9)$$

(3.11) ve (3.12) yerine $A_2 = \frac{3}{d_2\sqrt{n}}$ ile son olarak kontrol sınırları;

$$\bar{ÜKS} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \quad (3.10)$$

$$\bar{MÇ} = \bar{\bar{X}} \quad (3.11)$$

$$\bar{AKS} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \quad (3.12)$$

şeklinde yazılır.

R çizelgeleri için alt ve üst limitler ise;

$$\sigma_R \text{ değeri içinde } \sigma_d = \frac{\bar{R}}{d_2} \text{ bağıntısına dayanarak } \sigma_R = \sigma d_3 \text{ formülünden } \sigma_R = \frac{d_3}{d_2} \bar{R}$$

olur. Böylelikle;

$$\bar{ÜKS} = \bar{R} + 3\sigma_R = \bar{R} + \frac{3d_3}{d_2} \bar{R} = \bar{R} \left(1 + \frac{3d_3}{d_2} \right) \quad (3.13)$$

$$\bar{AKS} = \bar{R} - 3\sigma_R = \bar{R} - \frac{3d_3}{d_2} \bar{R} = \bar{R} \left(1 - \frac{3d_3}{d_2} \right) \quad (3.14)$$

bağıntılarını ve $D_3 = \left(1 - \frac{3d_3}{d_2} \right)$ ve $D_4 = \left(1 + \frac{3d_3}{d_2} \right)$ kullanarak da kontrol sınırları;

$$\bar{ÜKS} = D_4 \bar{R} \quad (3.15)$$

$$\bar{MÇ} = \bar{R} \quad (3.16)$$

$$\bar{AKS} = D_3 \bar{R} \quad (3.17)$$

şeklinde yazılır. D_3 ve D_4 katsayıları Ek-8 de verilmiştir.

3.6.3 Ortalama ve Standart Sapma Kontrol Grafikleri ($\bar{X}$ ve $\bar{\sigma}$ Çizelgeleri)

Büyük hacimli gruplarda kalite kontrol gerçekleştirilirken kullanılmaktadır. Bazı durumlarda değişkenlerin ölçülmesi sonucu elde edilen ortalama ve standart sapma homojen olmayan örneklerden elde edilmiş olabilir.

Bu tip durumlarda da $\bar{X}$ ve σ çizelgeleri kullanılır;

$$\bar{\bar{X}} = \frac{n_1 X_1 + n_2 X_2 + \dots + n_m X_m}{n_1 + n_2 + \dots + n_m} \quad (3.18)$$

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{n_1 \sigma_1^2 + n_2 \sigma_2^2 + \dots + n_m \sigma_m^2}{n_1 + n_2 + \dots + n_m}} \quad (3.19)$$

$$\bar{n} = \frac{\sum n_i}{m} \quad (3.20)$$

$\bar{X}$ çizelgeleri için alt ve üst limitler;

$$\bar{ÜKS} = \bar{\bar{X}} + A_3 \bar{\sigma} \quad (3.21)$$

$$\bar{MÇ} = \bar{\bar{X}} \quad (3.22)$$

$$\bar{AKS} = \bar{\bar{X}} - A_3 \bar{\sigma} \quad (3.23)$$

olur.

$\bar{\sigma}$ çizelgeleri için alt ve üst limitler;

$$\bar{ÜKS} = B_4 \bar{\sigma} \quad (3.24)$$

$$\bar{MÇ} = \bar{\sigma} \quad (3.25)$$

$$\bar{AKS} = B_3 \bar{\sigma} \quad (3.26)$$

olur.

Eğer $n > 100$ olursa A_1 , B_4 ve B_3 tablo değerleri;

$$A_3 = \frac{3}{C_2 \sqrt{n}}, \quad B_4 = C_2 + \frac{3}{\sqrt{2n}}, \quad B_3 = C_2 - \frac{3}{\sqrt{2n}} \quad (3.27)$$

şeklinde hesaplanır.

3.6.4 Kümülatif Toplam (CUSUM) Ve Üstel Ağırlıklandırılmış Hareketli Ortalama (EWMA) Diyagramları

Prosesin ortlamasında küçük sapmaların belirlenmesinde daha etkin olduğu iddia edilen Kümülatif Toplam (CUSUM) ve Üstel Ağırlıklandırılmış Hareketli ortalama (EWMA) diyagramları, Shewhart diyagramlarına alternatif olarak gösterilmişlerdir.

(Montgomery, 2001)

Özellikle ortalamadaki küçük sapmalar süreklilik gösteriyorsa ve prosese bir düzeltme uygulanmadıkça kontrol dışı durum devam ediyorsa, bu tür sapmaların belirlenmesinde CUSUM ve EWMA diyagramlarının çizilmesi tercih edilmektedir.

3.7 Nitelikler İçin Kontrol Grafiği

Çıktının kalitesini analiz etmenin iki temel yöntemi vardır. Birinci yol, ürünün fiziksel karakteristiklerin (çap, çevre, derinlik, yükseklik, genişlik, elektriksel özellik, kimyasal özellik, yabancı madde miktarı, ses şiddeti vb.) ölçülmesidir. Ölçülebilen bu fiziksel karakteristikler değişkenler olarak adlandırılır. İkinci yöntem ise ürünün ya da çıktının niteliklerinin ölçülmesidir.

Değişkenler için bir değişim aralığı söz konusu olurken ve ölçülen değerlerin bu aralık içinde nasıl gezindiği önemliyken, ürünlerin nitelikleri ölçümünde sadece ve sadece iki değer söz konusudur. (uygun/uygun değil, geçer/kalır, gider/gitmez, var/yok gibi). Niteliksel türde veriler raporlama ve analiz için elverişlidir.

Nitelikler için kontrol grafiklerinin önemi aşağıda verilmiştir:

- Nitelik tipi veriler herhangi bir teknik veya idari sürecin doğasında mevcuttur. Bu nedenle nitelik analiz teknikleri birçok uygulamada faydalıdır.
- Nitelik tipi veriler daha çok birçok durum için kolaylıkla ulaşılabilecek verilerdir. (muayene, red, malzemelerin ayrılması vb.) Bu gibi durumlarda ek bir veri toplamaksızın eldeki bilgiler kontrol grafiklerinin üzerine geçirilir.
- Yeni veriler gerektiğinde, nitelik bilgilerini toplamak hem çabuk hem de ucuz bir yöntemdir.
- Yönetime sunulacak olan özet raporların çoğu niteliklere bağlı olarak hazırlanır. Bu tür raporlar hem daha açık hem herkes tarafından anlaşılabilir. Genel ve özel nedenleri açıkça görülebilir

- Kontrol grafikleri kullanılmadan önce, problemlerin öncelik sırası iyi saptanmalıdır. Her problem için kontrol grafiği gerekmebilir. Problem sinyalleri maliyet kontrol sistemi, kullanıcı şikâyetleri, şirket içi sorunlar ya da diğer nedenlerden kaynaklanabilir. Nitelik kontrol grafikleri spesifik bir problem üzerinde odaklanır ve detay bilgi istenildiğinde kullanılır.

Temel olarak dört tip nitelik grafiği kullanılmaktadır;

- A. p-grafigi: uygun olmayan birimlerin oranı (örnek büyüklüğü sabit değildir)
 - B. np-grafigi: uygun olmayan birim sayısı (örnek büyüklüğü sabittir)
 - C. c-grafigi: uygunsuzlukların sayısı (örnek büyüklüğü sabittir)
 - D. u-grafigi: bir birimdeki uygunsuzlukların oranı (örnek büyüklüğü sabit değildir)
- (Yıldırım, 2006).

3.7.1 p- Kontrol Şeması

Bir proses sırasında veya sonucunda ortaya çıkan uygun olmayan ürün sayısının toplam muayene edilen ürün sayısına oranı yani “hata oranı”dır. Bir proseste yapılan örneklemede kontrolden geçen parça sayısı yani alt grubu sayısı sabit değilse ve ürün üzerindeki hata sayısı değil de ürünün hatalı olup olmadığı önemli ise p kontrol şeması kullanılır. Kusurlu yüzdesi kontrol grafikleri olarak da bilinir.

p şemaları binom dağılımına uyar. Binom dağılımına göre ortalaması $E(p) = \bar{p}$ ve varyansı ise

$$\text{var}(p) = \frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}, \text{dir.}$$

Bundan yola çıkarak standart sapma;

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{\bar{p}(1 - \bar{p})}{n}} \quad (3.28)$$

ve kusurlu oranı

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^k p_i}{k} \quad (3.29)$$

olur.

P şemaları için alt ve üst limitler;

$$\bar{ÜKS} = \bar{p} + 3\sigma_p \quad (3.30)$$

$$M\check{C}=\bar{p} \quad (3.31)$$

$$AKS=\bar{p}-3\sigma_p \quad (3.32)$$

olur.

3.7.2 np-Kontrol Şeması

Alt gruptaki örnek sayısı sabit olduğu durumlarda kusurlu sayısını kontrol etmek için kullanılır. Ortalama kusurlu sayısı kontrol grafiği de denir. Buna göre ortalama; $\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^k p_i}{k}$ varyans ise $n\bar{p}(1-\bar{p})$ olur. Standart sapma;

$$\sigma_{np} = \sqrt{n\bar{p}(1-\bar{p})} \quad (3.33)$$

olur.

Alt ve üst kontrol limitleri:

$$\check{U}KS=n\bar{p}+3\sigma_{np} \quad (3.34)$$

$$M\check{C}=n\bar{p} \quad (3.35)$$

$$AKS=n\bar{p}-3\sigma_{np} \quad (3.36)$$

olur.

3.7.3 c- Kontrol Şeması

Kusurlu sayısı kontrol grafiği denir. c; bir alt grupta kontrol edilen parçaların hata sayısıdır. Ürün üzerindeki hataların önemli olduğu, üretimin az olduğu proseslerde kullanılır. C şemaları poisson dağılımına uyar.

$$c=\frac{1}{k}\sum_{i=1}^k c \quad (3.37)$$

Ortalama; c varyansı ise $\sqrt{c}$ dir.

Alt ve üst kontrol limitleri:

$$\bar{U}KS = \bar{c} + 3\sqrt{\bar{c}} \quad (3.38)$$

$$M\bar{C} = \sqrt{\bar{c}} \quad (3.39)$$

$$\bar{A}KS = \bar{c} - 3\sqrt{\bar{c}} \quad (3.40)$$

olur.

3.7.4 u-Kontrol Şeması

Değişken alt grup genişliğinde parça başına düşen hata sayısıdır. Ürün gruplarında elde edilen toplam hatanın toplam ürün sayısına oranı merkez çizgiyi oluşturur.

Ortalama;

$$\bar{u} = \sum_{i=1}^k \frac{c_i}{n_i} \quad (3.41)$$

standart sapma $\sigma = \sqrt{\frac{\bar{u}}{n}}$ olur.

U şemaları için alt ve üst limitler:

$$\bar{U}KS = \bar{u} + 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} \quad (3.42)$$

$$M\bar{C} = \bar{u} \quad (3.43)$$

$$\bar{A}KS = \bar{u} - 3\sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} \quad (3.44)$$

olur.

4. TEK DEĞİŞKENLİ KALİTE KONTROL ÇALIŞMALARI

4.1 Nicelik ($\bar{X}$ -R) Grafikleri Uygulaması

Bir kahve üretim prosesinde final ürün oluşturulması(paketleme) esnasında ürünün paketiyle beraber ağırlık ölçümleri yani ağırlık değişkeni için kalite kontrol çalışması yapılmaktadır. Alınan 25 örneğin her biri 5 örneklem büyüklüğünde (n=5) olmak üzere toplam 125 tane gözlem alınarak aşağıda tablo halinde verilmiştir. Bu verilere göre kontrol grafiklerini oluşturalım.

Aynı ölçüler için $\bar{X}$ -R diyagramı da hazırlanmıştır. Çizelge 4.1’de alınan ağırlık ölçüleri ile her örnek için $\bar{X}$ ve R görülmektedir.

$$\bar{X} = (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5) / 5$$

$$R = X_{\max} - X_{\min}$$

$$X_{\text{ort}} = x / 25$$

Çizelge 4.1 Kahve ağırlık ölçülerine ait $\bar{X}$ -R verileri

Örnek No	Gözlemler					$\bar{X}$	$X_{\max}$	$X_{\min}$	R
1	125	122,7	124	123,6	123	123,66	125	122,7	2,3
2	123,9	126	125	122	122,1	123,8	126	122	4
3	126	124,5	126,3	124,5	123,1	124,88	126,3	123,1	3,2
4	124,1	125	124,8	127,8	124,1	125,16	127,8	124,1	3,7
5	123,8	124,6	124,6	125	122,8	124,16	125	122,8	2,2
6	126	124,2	122,7	123	125	124,18	126	122,7	3,3
7	125,3	123	125,7	126,1	124,1	124,84	126,1	123	3,1
8	124,6	123,3	124,4	125,1	123,4	124,16	125,1	123,3	1,8
9	125,1	123,4	125,1	125,5	128,3	125,48	128,3	123,4	4,9
10	127,5	124,2	126,4	120,4	123,4	124,38	127,5	120,4	7,1
11	121,3	121,2	123,5	126,5	123,2	123,14	126,5	121,2	5,3
12	124,6	121,7	122,7	123,1	124,5	123,32	124,6	121,7	2,9
13	122,7	123,1	122,4	122,6	124,4	123,04	124,4	122,4	2
14	124,9	124,2	124,6	123,6	122	123,86	124,9	122	2,9
15	127,1	123,9	125,5	125	122,9	124,88	127,1	122,9	4,2
16	125,3	123,6	122,8	127	123	124,34	127	122,8	4,2
17	125,9	127,8	125	125,6	124,7	125,8	127,8	124,7	3,1
18	127,1	124,1	126,3	121,2	126,5	125,04	127,1	121,2	5,9
19	126,3	125,5	123,2	122,9	122,6	124,1	126,3	122,6	3,7
20	126,2	127,6	125,3	125,2	125	125,86	127,6	125	2,6
21	123,9	126,7	124,8	123,3	126,2	124,98	126,7	123,3	3,4
22	127,3	123,2	121,7	124,8	123,2	124,04	127,3	121,7	5,6
23	127,4	126,5	125	124,3	127,3	126,1	127,4	124,3	3,1
24	126,3	123,8	124,5	126,3	127,1	125,6	127,1	123,8	3,3
25	125,5	124,7	126,8	125,1	126,4	125,7	126,8	124,7	2,1
						Xort=124,58		Rort=3,596	

Bu çizelgedeki verilerden yararlanarak $\bar{X}$ -R diyagramı için ÜKS, MÇ ve AKS değerlerinin bulunduğu Çizelge 4.2’de hazırlanmıştır. $\bar{X}$ grafiği için kontrol sınırları aşağıda görüldüğü gibi hesaplanmıştır.

$$\bar{\bar{X}} = 124,58$$

$$\bar{R} = 3,596$$

dır.

$\bar{X}$ şemaları için alt ve üst limitler;

$$\text{ÜKS} = \bar{\bar{X}} + A_2 \bar{R} \quad (3.10)$$

$$\text{MÇ} = \bar{\bar{X}} \quad (3.11)$$

$$\text{AKS} = \bar{\bar{X}} - A_2 \bar{R} \quad (3.12)$$

$$\text{ÜKS} = 124,58 + 0,577 * 3,596 = 126,6549$$

$$\text{MÇ} = 124,58$$

$$\text{AKS} = 124,58 - 0,577 * 3,596 = 122,5051$$

(A2 Ek-7’ deki X kontrol grafiği katsayı tablosundan alınmıştır).

R grafiği için kontrol sınırları ise;

$$\text{ÜKS} = D_4 \bar{R} \quad (3.15)$$

$$\text{MÇ} = \bar{R} \quad (3.16)$$

$$\text{AKS} = D_3 \bar{R} \quad (3.17)$$

dır.

$$\text{ÜKS} = 2,114 * 3,596 = 7,601944$$

$$\text{MÇ} = 3,596$$

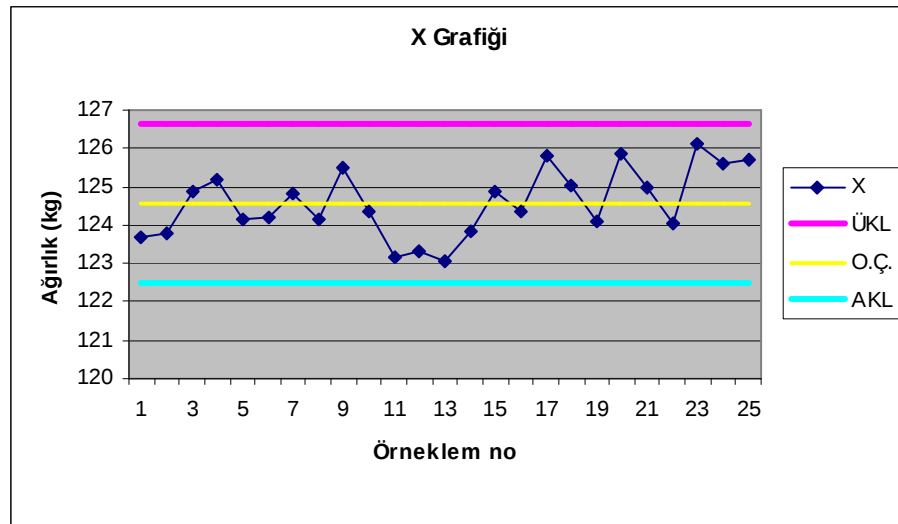
$$\text{AKS} = 0 * 3,596 = 0$$

(D3 ve D4 değerleri Ek-8’deki R kontrol grafiği katsayıları tablosundan alınmıştır.)

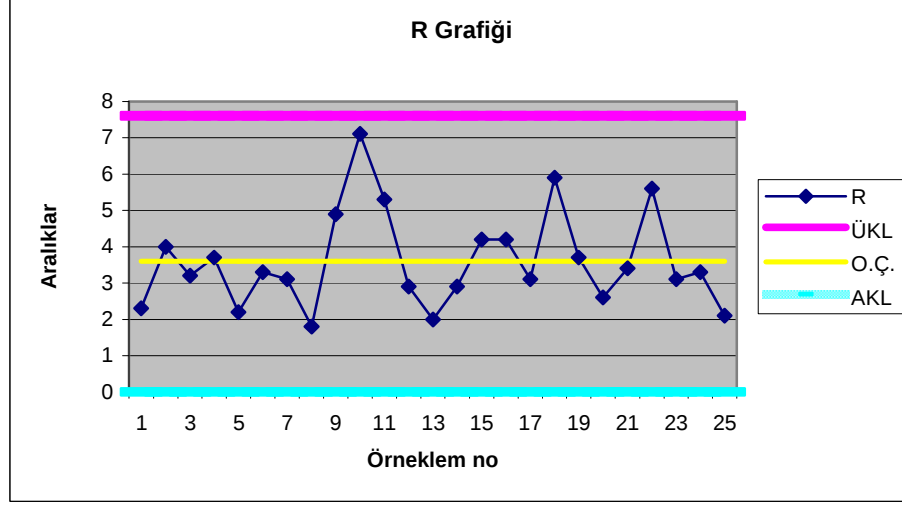
Çizelge 4.2 Kahve ağırlık ölçüleri için $\bar{X}$ -R grafiği kontrol sınırları

Örnek No	X GRAFİĞİ				R GRAFİĞİ			
	$\bar{X}$	ÜKS	M.Ç.	AKS	R	ÜKS	M.Ç.	AKS
1	123,66	126,6549	124,58	122,5051	2,3	7,601944	3,596	0
2	123,8	126,6549	124,58	122,5051	4	7,601944	3,596	0
3	124,88	126,6549	124,58	122,5051	3,2	7,601944	3,596	0
4	125,16	126,6549	124,58	122,5051	3,7	7,601944	3,596	0
5	124,16	126,6549	124,58	122,5051	2,2	7,601944	3,596	0
6	124,18	126,6549	124,58	122,5051	3,3	7,601944	3,596	0
7	124,84	126,6549	124,58	122,5051	3,1	7,601944	3,596	0
8	124,16	126,6549	124,58	122,5051	1,8	7,601944	3,596	0
9	125,48	126,6549	124,58	122,5051	4,9	7,601944	3,596	0
10	124,38	126,6549	124,58	122,5051	7,1	7,601944	3,596	0
11	123,14	126,6549	124,58	122,5051	5,3	7,601944	3,596	0
12	123,32	126,6549	124,58	122,5051	2,9	7,601944	3,596	0
13	123,04	126,6549	124,58	122,5051	2	7,601944	3,596	0
14	123,86	126,6549	124,58	122,5051	2,9	7,601944	3,596	0
15	124,88	126,6549	124,58	122,5051	4,2	7,601944	3,596	0
16	124,34	126,6549	124,58	122,5051	4,2	7,601944	3,596	0
17	125,8	126,6549	124,58	122,5051	3,1	7,601944	3,596	0
18	125,04	126,6549	124,58	122,5051	5,9	7,601944	3,596	0
19	124,1	126,6549	124,58	122,5051	3,7	7,601944	3,596	0
20	125,86	126,6549	124,58	122,5051	2,6	7,601944	3,596	0
21	124,98	126,6549	124,58	122,5051	3,4	7,601944	3,596	0
22	124,04	126,6549	124,58	122,5051	5,6	7,601944	3,596	0
23	126,1	126,6549	124,58	122,5051	3,1	7,601944	3,596	0
24	125,6	126,6549	124,58	122,5051	3,3	7,601944	3,596	0
25	125,7	126,6549	124,58	122,5051	2,1	7,601944	3,596	0

Bu verilerle kontrol grafikleri oluşturulursa; şekil 4.1’de kahve ağırlık değişkeni için hazırlanan $\bar{X}$ grafiği;

Şekil 4.1 Kahve ağırlık ölçüleri için $\bar{X}$ grafiği

ve şekil 4.2’de R grafiği çizilmiştir.



Şekil 4.2 Kahve ağırlık ölçüleri için R grafiği

Görüldüğü gibi proses de tek değişkenli kontrol teknikleriyle yapılan analizlerde herhangi hatalı bir bulguya rastlanmamıştır. Fakat sadece $\bar{X}$ veya R diyagramları incelenerek yapılan uygulamaların yetersiz kalabilmektedir. Özellikle kalite değişkenleri arasında anlamlı doğrusal ilişkiler söz konusu olduğunda tek değişkenli çizelgeler prosesle ilgili yanlış kararlar verilmesine neden olabilmektedir. Gözlem kontrol adlıyken kontrol dışındaymış gibi görülebildiği veya tam tersi bir durumla karşılaşılabilir.

4.2 Nitelik (p -Şeması) Grafik Örneği

Bir üretim sürecinden her saat başı 100 örnek alınarak kontrol edilmektedir. Değerler aşağıda verildiği gibidir. Bu verilere göre sürecin kontrol altında olup olmadığını araştıralım.

Çizelge 4.3 p Kontrol şeması için kusur değerleri

Örnek Sayısı	Kusur Sayısı	Kusur Oranı	Örnek Sayısı	Kusur Sayısı	Kusur Oranı
1	6	0,06	16	9	0,09
2	4	0,04	17	2	0,02
3	3	0,03	18	5	0,05
4	10	0,1	19	6	0,06
5	11	0,11	20	5	0,05
6	3	0,03	21	12	0,12
7	6	0,06	22	17	0,17
8	9	0,09	23	3	0,03
9	7	0,07	24	8	0,08
10	9	0,09	25	2	0,02
11	13	0,13	26	1	0,01
12	4	0,04	27	12	0,12
13	5	0,05	28	3	0,03
14	14	0,14	29	16	0,16
15	8	0,08	30	3	0,03

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} \quad (3.28)$$

$$\sigma_p = \sqrt{\frac{0,07 * (1 - 0,07)}{100}} = 0,026$$

ve kusurlu oranı

$$\bar{p} = \frac{\sum_{i=1}^k p_i}{k} \quad (3.29)$$

$$\bar{p} = 210 / (30 * 100) = 0,07$$

olur.

P şemaları için alt ve üst limitler ise;

$$\text{ÜKS} = \bar{p} + 3\sigma_p \quad (3.30)$$

$$\text{MÇ} = \bar{p} \quad (3.31)$$

$$\text{AKS} = \bar{p} - 3\sigma_p \quad (3.32)$$

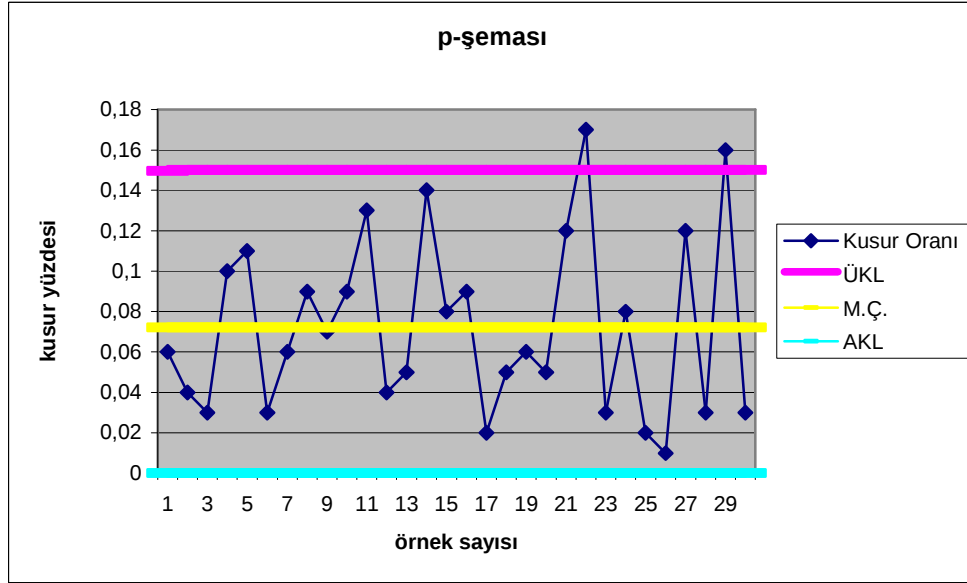
olduğundan;

$$\bar{U}KS=0,072+3*0,026=0,150$$

$$M\check{C}=0,072$$

$$AKS=0,072-3*0,026= 0 \text{ bulunur.}$$

Bu değerleri grafikte gösterirsek sürecin kontrol altında olmadığını görürüz.



Şekil 4.3 p- şeması

5. ÇOK DEĞİŞKENLİ İSTATİSTİKSEL KALİTE KONTROL

5.1 Çok Değişkenli İstatistiksel Kalite Kontrolün Tanımı

Günümüzde bilimsel araştırmalarda incelenen olayların analizinde, kısıtlayıcı varsayımların altında geçerli olan tek değişkenli istatistiksel analizler yerini, incelenen konu veya olayla ilgili olarak birden fazla özelliğin bir arada ele alınmasına olanak sağlayan çok değişkenli analizlere bırakmıştır. Tek değişkenli analizlerle ilgili en önemli kısıt, olaydaki birçok faktörün deneysel olarak kontrol altında tutulması ve her defasında tek bir faktörün etkisinin incelenmesidir. Çok değişkenli analizlerde ise, birden çok özelliğin analizi ile ilgilendiğinden uygulamalarda değişik amaçlarda kullanılmaktadır.

Üretilen mamullerin nitel ve nicel pek çok kalite özelliği vardır. Üretim sırasında ya da üretim sonunda mamuller ya bir özellik ya da birkaç özellik ayrı ayrı ele alınarak kalite kontrolü yapılmaktadır. Shewart kontrol grafikleri mamuldeki bir kalite özelliğinin izlenmesi amacıyla kullanılır. Bu şekilde yapılan kalite kontrollerinin gerçeği tam olarak yansıtmaması söz konusu değildir. Çünkü bu tür kalite kontrollerde mamul özelliklerini birbirleri ilişkili olmadıkları varsayılmaktadır. Oysa mamullerin çeşitli özellikleri arasında ilişki olması beklenir. Birden fazla kalite özelliğinin incelendiğini Çok Değişkenli Kalite Kontrolünde, amaca uygun olan T^2 istatistiği ve onun için düzenlenen T^2 kontrol kartı kullanılmaktadır.

Çok değişkenli istatistiksel proses kontrolüne olan ilgide yoğun bir artış vardır. Çok değişkenli istatistiksel proses kontrol; endüstriyel prosesin üretiminin ve kalitesinin geliştirilmesi için çok değişkenli istatistiksel yöntemlerin kullanımını gerektirir. Çok değişkenli kontrol yöntemlerinin, tek değişkenli kontrol yöntemlerine göre birçok avantajı vardır. Nedeni ise; çok değişkenli kontrol yöntemleri yalnızca tek değişken etkilerini incelemez, aynı zamanda incelenen bütün değişken gruplarını hesaba katarak, değişkenler arası ilişkileri kontrol eder. Bu nedenle çok değişkenli yöntemler, değişkendeki değişime ya da onun ilişkilerine karşı tek değişkenli kontrol prosesinden daha duyarlıdır.

Bağımsız değişkenlerin gözlenmiş değerleri, değişkenlerdeki yer veya değişken değişikliklerini keşfetmek için tasarlanmış şemalardan takip ve kontrol edilir. Değişkenin tablo değeri, şema kontrol limitlerini aşarsa, kontrol dışı alarmı verir. Bununla birlikte, tek değişkenli şemalarda sadece bir değişken izlendiğinden, bu değişkenin diğer proseslerle ilişkisine önem verilmez. Çok değişkenli proseste ise aynı zamanda birbirlerini etkileyen tüm değişkenler hesaba katılır. Böyle olduğundan standart tek değişkenli kontrol yöntemleri uygun

değildir çünkü değişkenler arasındaki korelasyon, değişkenin doğru incelenmesine engel olur. Böyle durumlarda çok değişkenli istatistiksel proses kontrol yöntemleri kullanılmalıdır.

Çok değişkenli kontrol şemalarını oluşturmanın ana metodu Hotelling T^2 istatistiği üzerine kurulmuştur. Hotelling, içeriği istatistiksel uzaklıkla ilgili olan bir kontrol yöntemi geliştirdi ve Hotelling T^2 istatistiği diye adlandırıldı. Bu istatistik Student-t dağılımıyla aynı fonksiyondadır.

5.2 Çok Değişkenli Kalite Kontrol

Kalite Kontrol çizelgelerinin kullanım amacı, bir süreçteki kalite değişkenlerinin normal dışı davranışlarını belirlemek ve bundan hareketle hata kaynaklarını ortaya çıkarmaktır. Çok değişkenli kalite kontrol çizelgeleri arasında en popüler olan Hotelling T^2 çizelgeleri, birden fazla kalite değişkenini eşzamanlı gözlemek için kullanılır.

En çok bilinen çok değişkenli kontrol istatistikleri;

- χ^2 istatistiği
- Hotelling T^2 istatistiği
- Çok değişkenli üstel ağırlıklı hareketli ortalama (MEWMA) istatistiği
- Çok değişkenli kümülatif toplam (MCUSUM) istatistiği

Hotelling T^2 ve χ^2 istatistiklerine ait olan şemalar tek değişkenli Shewhart şemalarıyla benzerliklerinden dolayı, aynı zamanda çok değişkenli Shewhart şemalarıyla da açıklanabilir. χ^2 istatistiği popülasyonun gerçek parametreleri bilindiğinde kullanılır. Eğer popülasyonun parametreleri örnekten alınmışsa, Hotelling T^2 istatistiği kullanılır.

En yaygın olarak kullanılan yöntem tek değişkenli Shewhart diyagramlarının çok değişkenli benzeri olan ve çok değişkenli T^2 istatistiğine dayanan Hotelling T^2 diyagramlarıdır.

(Mason Young ,2001)

Harold Hotelling 1947 yılındaki çalışması ile proses kontrolüne çok değişkenli istatistik yöntemleri uygulayan ilk araştırmacı olmuştur. Çok değişkenli kalite kontroldeki bu ilk orijinal çalışmada Hotelling II.Dünya Savaşı sırasında kullanılan bombaların hedefi vurma gücünü test etmiş, ‘atış uzaklığı’ ve ‘hedeften sapma’ değişkenlerini seçerek, bombaların kalitesini saptamayı amaçlamıştır. Bombaların hedefi vurma gücünü bir bütün olarak incelemek için T^2 -kontrol diyagramlarını geliştirmiştir.

(Woodall ve Montgomery, 1999) Çok değişkenli proses kontrol istatistiksel proses kontrol’de en hızlı gelişmekte olan dallardan biridir.

(Jackson, 1991) Herhangi bir çok değişkenli proses kontrol yöntemi dört koşulu yerine getirmelidir.

- a) “Proses kontrolde mi?” sorusuna mutlaka cevap vermelidir.
- b) Prosesin hatalı olarak kontrol-dışı sinyal üretmesinin olasılığı belirtilmek zorundadır.
- c) Değişkenler arasındaki ilişki dikkate alınmalıdır.
- d) “Eğer proses kontrol dışı ise problem nedir?” sorusuna yanıt verebilmelidir.

Jackson bu dört koşulla, çok değişkenli istatistiksel kalite kontrolde, geçmiş yıllarda bir çok araştırmacı için bir yol haritası olmuştur.

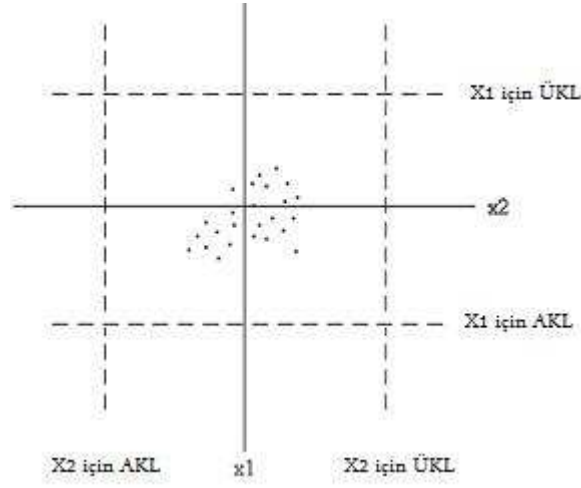
Literatürde çok değişkenli kalite kontrol yöntemleri ile ilgili çalışma yapan araştırmacılar şu şekilde sıralanır;

Hotelling(1931,1947)	Hawkins (1991)
Hicks (1955)	Chua,Montgomery (1992)
Jackson (1985)	Lowry,et.al. (1992)
Tracy,et.al (1992)	Hayter,Tsui (1994)
Alt (1982)	Hawkins (1993)
Hayter,Tsui (1994)	Lowry,Montgomery (1995)
Jackson (1985)	Liu(1995)
Healy (1987)	Mason,et.al. (1995)
Murphy (1987)	Sullivan,Woodall,(1996)
Crosier (1988)	Mason et.al. (1997)
Doğanaksoy,Tucker (1991)	Masom,Young (1999)

5.3 Çok Değişkenli Kontrol Çizelgeleri

İki veya daha fazla kalite değişkeninin ilişkili olduğu durumda tek değişkenli kalite kontrol tekniklerini kullanmak yanıltıcı sonuçlar doğurabilir. Örneğin, iki değişkenli bir prosesi kontrol etmek için her bir değişkenin kontrol grafikleri çizilir ve gözlemlerin kontrol sınırları içerisinde olup olmadığı kontrol edilir. (Özkale,2004)

Bu doğrultuda çizilmiş olan şekil 5.1’de ele alalım.

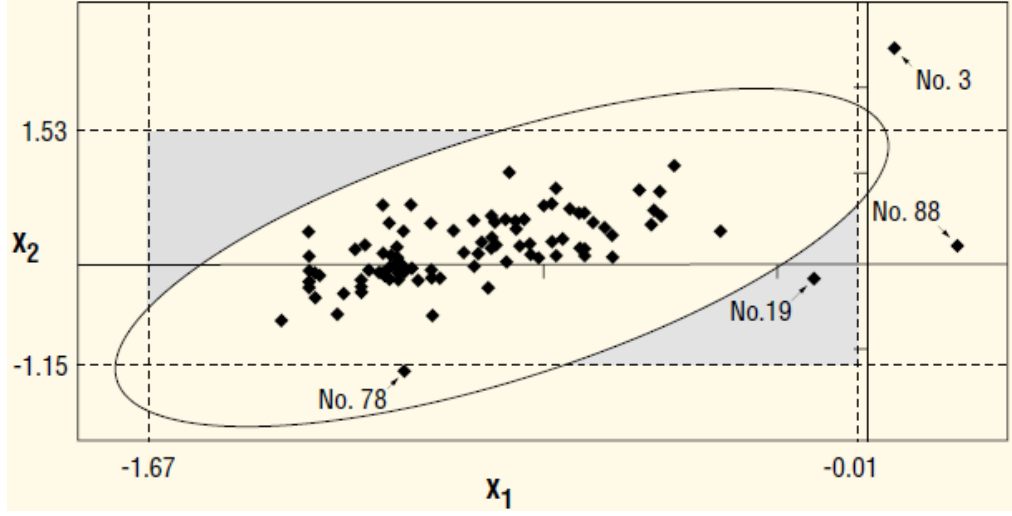


Şekil 5.1.İki değişkenli bir gözlem için kontrol sınırları (Fırat Ü. O. ve Arıncıgil Ç. 2001),

Gözlem değerleri kontrol sınırları içerisine düştüğü için proses kontrol altında görülüyor. Ancak değişkenler ilişkili olduğunda tek değişkenli kontrol grafikleri yeterli olmayacaktır. Değişkenlerin ilişkili olduğu durumlarda çok değişkenli kalite kontrol teknikleri kullanılır.

Genellikle bir sürecin performansı birden fazla kalite değişkeni ile belirlenmektedir. Örneğin, otomotiv sanayinde bir sensör braket için x_1 =et kalınlığı ve x_2 =uzunluk olmak üzere süreci etkileyen iki kalite değişkeni vardır. Aynı şekilde kimya sanayinde biyimsel özellikler ağırlık veya kimyasal madde yüzdeleri tipik birer kalite değişkeni olarak tanımlanır. Bu değişkenlerin her biri için tek değişkenli kalite kontrol çizelgelerinin (Shewhart çizelgeleri) oluşturulması ve incelenmesi sıkça başvurulmuş bir yöntemdir. Ancak bu hem çok sayıda çizelgenin eş zamanlı incelenmesi anlamına gelmekte, hem de değişkenler arasındaki ilişki(korelasyon) yok sayılacağından değişkenlerin hatalı yorumlanmasına neden olmaktadır. Çünkü değişkenler bağımsız olarak ele alınmakta, diğer değişkenlerin etkisi ya da değişkenler arasındaki ilişki göz ardı edilmektedir. Her bir değişkenin ayrı ayrı çizelgesinin

oluşturulmasına alternatif yaklaşım ise bir tane çok değişkenli kalite kontrol çizelgesi oluşturmaktır. Bu çizelgeler içinde yaygın şekilde kullanılan Hotelling T^2 çizelgesidir.



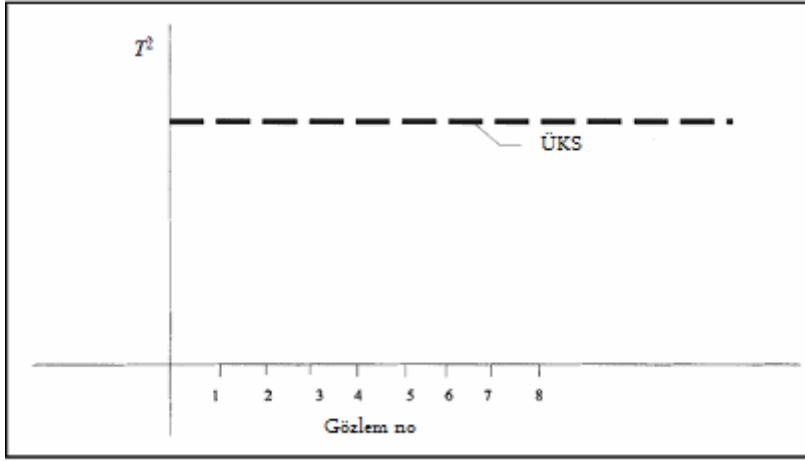
Şekil 5.2 Elipsel Kontrol Bölgesi (Mason ve Young 1998)

Şekil 5.2'deki Shewhart'ın kontrol bölgesi dikdörtgen kutu içerisindeyken bundan farklı olarak T^2 kontrol bölgesi ise elips biçimindedir. Tüm bölgeler için, 3 tane kontrol dışı nokta saptanmakta fakat hangi 3 noktanın kontrol dışı olduğu konusunda hem fikir değillerdir. Kutu bölgesi için, gözlem No:3, No:78 ve No:88 sinyal verirken elipsel bölge için, gözlem No:3, No:19 ve No:88 kontrol dışı sinyal üretmektedir. Mesela kontrol elipsinin sağına düşen 88. gözlem için hesaplanan T^2 değerinin ayrıştırılmasıyla elde edilen sonuca göre X_1 değişkeni proses sınırları dışında olup sinyale neden olmaktadır. Buna ek olarak 19. gözlem shewhart dikdörtgeni içerisindeyken T^2 elipsel bölgesinin dışındadır. Bu X_1 ve X_2 değişkenlerinin arasında ilişkiden kaynaklı bir hatanın söz konusu olabileceğini bildirir. Ayrıca 19. gözlemin X_1 değişkeni için büyük, X_2 değişkeni ise düşük değerdir. Bu iki değişkenin gözlenen değerleri, doğru orantılı bir ilişki içerisinde olmalıdırlar. Değişkenlerin arasında pozitif anlamda bir korelasyon olmalıdır, yüksek değerli bir değişken, yine yüksek değerli diğer değişken ile uyum içindedir. Çok değişkenli kontrol teknikleri bu tarz sinyal durumlarına karşı çok hassastır. Fakat tek değişkenli kontrol tekniklerinde sadece tek bir değişken ile analiz yapıldığından böyle bir hassasiyet söz konusu olamaz.

Bağımsız iki değişkenin tek tek kontrol çizelgelerinin oluşturulması ve incelenmesi de kullanılan bir yöntemdir. Ancak bu hem çok sayıda çizelgenin incelenmesi anlamına gelmektedir, hem de aralarında ilişki bulunan değişkenlerin hatalı yorumlanmasına neden olmaktadır. Çünkü Shewhart çizelgelerinde değişkenler bağımsız olarak ele alınmakta, diğer değişkenlerin etkisi göz ardı edilmektedir.

Çok değişkenli kalite kontrolü, bir ürüne ya da sürece ait birden fazla kalite değişkenini eşzamanlı değerlendiren ve böylece süreci kontrol altında tutmayı amaçlayan bir kalite kontrol yaklaşımıdır. Üretimin gittikçe otomatikleşen bilgi kontrollü sistemlerle yapılması, ürün kalitesinin saptanmasına yönelik daha bol ve çok değişkenli verinin düşük maliyetle toplanması, çok değişkenli kalite kontrol çizelgelerinin kullanımını kolaylaştırmakta ve teşvik etmektedir. Çok değişkenli kalite kontrol yöntemleri değişkenler arasındaki korelasyonu da dikkate aldığı için tercih edilmektedir.

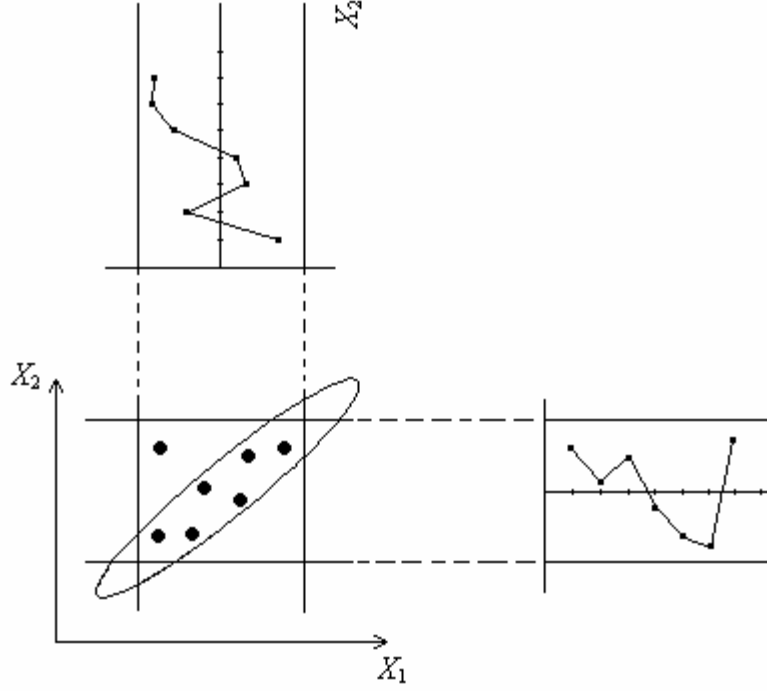
Tek değişkenli Shewhart grafiğine benzediğinden T^2 Shewhart çizelgesi olarak da tanımlanabilir. Fakat bazı istatistiksel farkları bulunmaktadır. Üst kontrol sınırı vardır ancak alt kontrol sınırı yoktur. Ayrıca T^2 kareler toplamı olduğundan negatif olamaz .



Şekil 5.3 T^2 Shewhart Çizelgesi

5.3.1 Tek Değişkenli ve Çok Değişkenli Kontrol Bölgesi

Çok değişkenli kalite kontrol yöntemleri değişkenler arasındaki korelasyonu da dikkate aldığı için tercih edilmektedir. Şekil 5.4’de bir süreçteki iki değişken için uygulanan tek değişkenli kontrol ve çok değişkenli kontrol arasındaki ayırım görülmektedir. (Çetin, S. ve Birgören B. 2007)



Şekil 5.4 Tek değişkenli ve çok değişkenli kalite kontrol farklılıkları

Değişkenler arasındaki ilişki dikkate alınmazsa, Şekil 5.4'ün üst ve sağında iki farklı değişkene ait Shewhart çizelgelerinde, noktalar alt ve üst kontrol sınırları arasındaysa süreç kontrol altında kabul edilecektir. Aynı ürüne ait değer çiftleri ayrı ayrı bu çizelgelere

gösterilmek yerine iki boyutlu uzayda işaretlenirse, çizelgelerdeki kontrol sınırları bu uzayda dikdörtgen bir alan oluşturur ve bu alan içindeki noktalar sürecin kontrol altında olduğunu gösterir. Ancak çok değişkenli kalite kontrol çizelgelerinde değişkenler arasındaki bağımlılık ilişkisi de göz önüne alınmaktadır. Shewhart çizelgelerinin yakalayamadığı kontrol-dışı noktaları Hotelling T^2 çizelgesinin yakalamasının nedeni, değişkenler arasındaki korelasyon yapısını hesaba katan, T^2 istatistiğine dayalı eliptik bir kontrol bölgesi kullanmasıdır. Şekil 5.4'deki elips iki değişken arasında kuvvetli pozitif korelasyon olduğunu göstermektedir

ve dikdörtgen alandan çok farklıdır. Kontrol elipsini çizerek çok değişkenli gözlem değerlerini Şekil 5.4'de olduğu gibi elips üzerinde işaretlemek mümkündür, ancak bu durumda çizilen noktaların zaman ardışıklığı kaybolacaktır. Ayrıca kalite değişkeni sayısının ikiden fazla olması durumunda elipsleri çizmek zorlaşacaktır. Bu zorlukları gidermek için her ürüne ait çok değişkenli gözlem değerlerinden bir T^2 istatistik değeri üretilir; bu değerler zaman sırasıyla Hotelling T^2 çizelgelerinde işaretlenir. Korelasyon yapısını dikkate alan bu çizelgeler, kontrol-dışı durumları doğru şekilde saptamaktadır, çok değişkenli gözlem

değerlerinin tek bir T^2 değerine indirgenmesi, Hotelling T^2 çizelgelerinin yorumunu zorlaştırmaktadır. (Montgomery,2001)

5.4 Çok Değişkenli Kalite Kontrol Yöntemlerinin Özellikleri

İdeal bir Çok Değişkenli Proses Kontrol Yöntemi aşağıdaki özelliklere sahip olmalıdır. Bunlar;

- 1) Kontrolü yapılacak istatistiğin çizelgeye uygun olması gerekir. İyi bir çizelge metodu sadece sinyale üretmeye değil, prosesin yönelimine olanak sağlamalıdır. Değerler çizelgeler yer aldıktan sonra prosesin davranışı gözlenmeli ve kontrol dışı durumlar belirlenmelidir.
- 2) Proseste kontrol dışı bir nokta oluştuğunda, buna neden olan değişkenlerin katkısı kolaylıkla saptanabilir olması gerekir. Kontrol yöntemini daha iyi anlayabilmek için, hata yorumlamalarında sadece veri kümesiyle sınırlı kalınmamalı, daha geniş ve global çerçeveden bakılmalıdır.
- 3) Uygulamalarda yöntem esnek olmak zorundadır.
- 4) Proseste küçük ancak sürekli değişimlere duyarlı olmalıdır.
- 5) Yöntem gerçek zaman proseslerinde kontrol edilebilir olmalıdır.

5.5 T^2 İstatistiğinin Varsayımları

Çok değişkenli istatistik analiz yöntemlerinin uygulamalarında eksik ve/veya yanlış sonuçlara ulaşılmaması amacıyla analizden önce veri kümesinin incelenmesi gerekmektedir. T^2 istatistiğinin belirtilen dağılımları gösterebilmesi ve bir kontrol istatistiği olarak kullanılabilmesi için bazı varsayımları sağlaması gerekmektedir.

İnceleme ele alındığında; birinci aşamada grafikler yardımıyla değişkenlerin dağılımlarının ve aralarındaki ilişkilerin ortaya çıkarılması sağlanmaktadır.

5.5.1 Çok Değişkenli Normal Dağılım

Çok değişkenli istatistiksel yöntemlerin çoğu, X veri matrisinin çok değişkenli normal dağıldığı varsayımı temeline dayandırılmıştır. Bu varsayım bazı işlemlerin ve sonuçların yorumlanmasını kolaylaştırmanın ötesinde dağılım teorisi açısından da gerekli görülmektedir. X veri matrisi n satır(gözlem) ve p sütundan(değişken) oluşan $n \times p$ boyutlu bir matristir. X veri matrisinin yapısı aşağıdaki gibidir.

		DEĞİŞKENLER						
GÖZLEMLER		x_1	x_2	x_3		x_j		x_p
1		x_{11}	x_{12}	x_{13}		x_{1j}		x_{1p}
2		x_{21}	x_{22}	x_{23}		x_{2j}		x_{2p}
								
								
i		x_{i1}	x_{i2}	x_{i3}		x_{ij}		x_{ip}
.								
.								
n		x_{n1}	x_{n2}	x_{n3}		x_{nj}		x_{np}

Çok değişkenli normal dağılım, tek değişkenli normal dağılımın, değişken sayısı $(p) \geq 2$ için genelleştirilmiş durumudur.

Tek değişkenli normal dağılım fonksiyonu;

x: incelenen değişkeni

μ : incelenen değişkenin ortalamasını

σ^2 : incelenen değişkenin varyansı

olmak üzere;

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}} \quad -\infty < x < +\infty \quad (5.1)$$

ile verilen bir olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahiptir ve bu fonksiyonda; ortalama(μ) ile ± 1 standart sapma ($\pm 1\sigma$) aralığında gözlemlerin %68,26'sı, ± 2 standart sapma ($\pm 2\sigma$) aralığında gözlemlerin %95,44'ü ve ± 3 standart sapma ($\pm 3\sigma$) aralığında gözlemlerin yaklaşık %100'ü bulunur ve aşağıdaki gibi yazılır.

$$p(\mu - 1\sigma \leq x \leq \mu + 1\sigma) = 0,6826$$

$$p(\mu - 2\sigma \leq x \leq \mu + 2\sigma) = 0,9544$$

$$p(\mu - 3\sigma \leq x \leq \mu + 3\sigma) = 0,9974$$

X dağılımı μ ortalama ve σ^2 varyans ile normal dağılım gösteriyorsa bu $x \sim N(\mu, \sigma^2)$ şeklinde gösterilir. Fonksiyondaki $[(x - \mu) / \sigma]^2$ terimi; x değişkenine ilişkin gözlemlerin,

ortalamaya olan uzaklığının standart sapma ile standartlaştırılmış halinin, yani uzaklığın karesidir ve,

$$\frac{(x - \mu)^2}{\sigma^2} = (x - \mu) \left(\frac{1}{\sigma^2} \right) (x - \mu) = (x - \mu) (\sigma^2)^{-1} (x - \mu) \text{ şeklinde ifade edilebilir.}$$

Bu yaklaşım px1 boyutlu x gözlem vektörü için genelleştirilirse,

Σ : p x p boyutlu ve p ranklı kovaryans matrisi

x: px1 boyutlu gözlem vektörü

μ : px1 boyutlu ortalama vektörü

olmak üzere,

$(x - \mu)' \Sigma^{-1} (x - \mu)$ şeklinde yazılabilir ve bu ifade kısaca, “x gözlem vektöründen μ ortalama vektörüne olan genelleştirilmiş kare uzaklık” şeklinde ifade edilebilir. Bu uzaklığa uzaklığı denir. (Alpar, 2003)

Çok değişkenli kontrol süreçlerinin geliştirilmesinde Mahalanobis uzaklığı kullanılmakta ve “İstatistiksel Uzaklık” olarak tanımlanmaktadır.

Bir x gözlem vektörü için p boyutlu normal dağılım fonksiyonu;

$$f(x) = \frac{1}{(2\pi)^{p/2} |\Sigma|^{1/2}} e^{-\frac{1}{2} (x - \mu)' \Sigma^{-1} (x - \mu)} \quad (5.2)$$

ile verilir. Burada $-\infty < x_i < +\infty$ ve $i=1, \dots, p$ olup, p boyutlu normal yoğunluk; $N_p(\mu, \Sigma)$ ile gösterilir.

Örneklem için μ yerine $\bar{x}$, Σ yerine S yazılır. Sonuç olarak, çok değişkenli normal dağılım; ortalama vektörü ve varyans-kovaryans matrisi ile tanımlanır.

Çok değişkenli normal dağılım sağlanıp sağlanmadığının belirlenmesinde kullanılan doğrudan bir test bulunmamaktadır. Analitik ve grafik yöntemler kullanılmaktadır. Çok değişkenli normal dağılım varsayımının sınanması için kullanılan diğer bir yaklaşım Q-Q grafiğinin çizilmesidir. Çizilen Q-Q grafiği yaklaşık olarak bir doğru ise veri kümesinin çok değişkenli normal dağılım sağladığı sonucunu ulaşılabılır. Çok değişkenli normalliğin sağlanması durumunda genellikle her değişkenin tek değişkenli normal dağılıma uyduğu görülmektedir. Ancak yinede tüm değişkenlerin tek değişkenli dağılıma uygun olması veri kümesinin çok değişkenli normal dağılıma uyduğunu garanti etmemektedir. Bu nedenle veri

kümesindeki değişkenlerin tek değişkenli dağılıma uyması, çok değişkenli normal dağılımın sağlanmasına yardımcı olmaktadır.

Normalliğin görsel olarak belirlenmesi dışında Shapiro-Wilk testi, Kolmogorov-Smirnov testi ve Anderson-Darling testi gibi testler yardımıyla da değişkenlerin normal dağılıma uyup uymadığı belirlenebilir. En sık kullanılan grafik yöntemler; Histogram, kutu grafiği, dal-yaprak gösterimi, Q-Q grafiği, P-P grafiğidir. (Newbold 2001)

Uygulamalarda genellikle Q-Q grafiği kullanılmaktadır. Q-Q grafiğinde, normal dağılım doğrusal bir çizgi ihtiva eder. Grafiği çizilen değişken doğrusal çizgiyle karşılaştırılmakta ve dağılım normal ise gözlenen değerler doğrusala yakın bir dağılım göstermektedir. Uygulanan grafik yöntemi ve istatistik testlerin sonucunda normal dağılmayan değişkenlere (karekök, logaritmik gibi) dönüşüm yapılabilmektedir.

5.5.2 İki Değişkenli Normal Dağılım

Çok değişkenli dağılımın en küçük boyutlusu 2 değişkenli dağılımlardır. İki değişkenli normal yoğunluk fonksiyonu;

μ_1 : 1. değişkenin ortalaması

μ_2 : 2. değişkenin ortalaması

σ_{11} : 1. değişkenin standart sapması

σ_{22} : 2. değişkenin standart sapması

ρ_{12} : Korelasyon katsayısı

olmak üzere;

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi\sigma_{11}\sigma_{22}\sqrt{1-\rho_{12}^2}} e^{-\frac{1}{2(1-\rho_{12}^2)}[(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_{11}})^2 + (\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_{22}})^2 - 2\rho_{12}(\frac{x_1-\mu_1}{\sigma_{11}})(\frac{x_2-\mu_2}{\sigma_{22}})]} \quad (5.3)$$

şeklinde yazılır.

Ayrıca q;

$$q = \frac{1}{1-\rho_{12}^2} \left[\frac{(x_1-\mu_1)^2}{\sigma_{11}^2} + \frac{(x_2-\mu_2)^2}{\sigma_{22}^2} - 2\rho_{12} \frac{(x_1-\mu_1)(x_2-\mu_2)}{\sigma_{11}\sigma_{22}} \right] \quad (5.4)$$

olarak yazılabilir.

q_i m_i^2 ile gösterip örneklem için yazarsak;

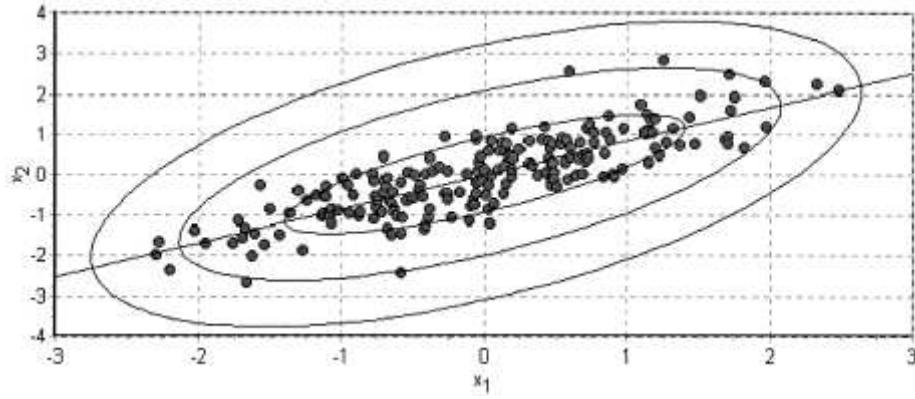
$$m_i^2 = \frac{1}{1-r^2} \left[\frac{(x_{i1} - \bar{x}_1)^2}{s_{x_1}^2} + \frac{(x_{i2} - \bar{x}_2)^2}{s_{x_2}^2} - 2r \frac{(x_{i1} - \bar{x}_1)(x_{i2} - \bar{x}_2)}{s_{x_1} s_{x_2}} \right] \quad (5.5)$$

olur.

Bu eşitlik matris şeklinde;

$$m_i^2 = \begin{bmatrix} x_{i1} - \bar{x}_1 \\ x_{i2} - \bar{x}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{i1} - \bar{x}_1 \\ x_{i2} - \bar{x}_2 \end{bmatrix}$$

ile verilir.



Şekil 5.5 İki Değişkenli Normal Dağılım diyagramı

x_1 ve x_2 için Şekil 5.5'deki noktalar iki değişkenli normal dağılmışlardır. Diyagramda üst üste konulan dış çizgiler eş merkezli elipslerdir. Nokta yoğunluğu dıştan merkeze doğru azalmaktadır. Bu elips çizgileri tüm noktaların aynı istatistiksel uzaklıkta olduğunu göstermektedir.

5.5.3 Çok Değişkenli Kontrol Diyagramlarında Doğrusallık Varsayımı

Çok değişkenli istatistiksel yöntemler doğrusal korelasyon temeline dayanmaktadır. Çok değişkenli kontrol diyagramları da çok değişkenli istatistiklere dayandığından kalite göstergeleri arasında doğrusal ilişkiler aranmaktadır. İlişkinin derecesi, serpilme diyagramları ile kesin olmamakla birlikte ortaya çıkarılabilmektedir. Ancak doğrusallığın sağlanıp sağlanamadığının araştırılmasında doğrusal korelasyon katsayıları ve bu katsayıların

anlamlılıkları önemlidir.

Uygulamada tek veya çok değişkenli kontrol diyagramlarından hangisinin uygulanmasının uygun olacağına, kalite göstergeleri arasındaki korelasyon katsayılarının hesaplanması ile karar verilmektedir. Anlamlı korelasyon katsayıları kalite göstergeleri arasındaki doğrusal ilişkinin varlığını desteklerken, aralarındaki korelasyon katsayısı anlamsız olan göstergeler bağımsız kabul edilebilmektedir. (Çılan,2005)

5.6 Çok Değişkenli İstatistikte Temel Notasyonlar

Tek bir değişkenin dağılım özelliklerinin belirlenmesi amacıyla, aritmetik ortalama, standart sapma, varyans gibi değişkenin tanımsal istatistikleri elde edilmektedir. Çok değişkenli veri kümesinde ise değişkenleri tanımlayabilmek için genellikle ortalama vektörü, kovaryans değeri, varyans-kovaryans matrisi kullanılmaktadır. Çok değişkenli veri kümesinde, tek bir ortalama değeri yerine değişken sayısı (p) kadar ortalama bulunmaktadır. Bu ortalamalar ortalama vektörü yardımıyla gösterilmektedir. Çok değişkenli istatistik analizlerde genellikle n satır ve p sütundan oluşan $n \times p$ boyutlu X veri matrisi ile ilgilenilir. X , p adet değişkenin, her biri n birimden oluşan m adet alt gruplar halinde alınan gözlem değerlerinin oluşturduğu matris, p değişken için oluşturulan $\bar{X}$ ortalama vektörü; S varyans-kovaryans matrisidir.

$$X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_p \end{bmatrix} \quad \bar{X} = \begin{bmatrix} \bar{x}_1 \\ \bar{x}_2 \\ \vdots \\ \bar{x}_p \end{bmatrix}$$

şeklinde gösterilmektedir.

Varyansın çok değişkenli analizlerde karşılığı ise $p \times p$ boyutlu simetrik varyans-kovaryans matrisidir ve ana kütle değerleri için $\Sigma = (\sigma_{ij})_{p \times p}$ şeklinde gösterilir. p tane değişken için Σ matrisi şöyledir:

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \\ \vdots \\ \mu_p \end{bmatrix} \quad \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_{12} & \sigma_{13} & \cdots & \sigma_{1p} \\ & \sigma_2^2 & \sigma_{23} & \cdots & \sigma_{2p} \\ & & \sigma_3^2 & & \vdots \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & \sigma_p^2 \end{bmatrix}$$

μ ve Σ 'nın bilinmediği durumda, μ yerine $\bar{X}$, Σ yerine ise varyans-kovaryans matrisi (S) kullanılmaktadır.

$$S = \begin{bmatrix} s_1^2 & s_{12} & s_{13} & \cdots & s_{1p} \\ & s_2^2 & s_{23} & \cdots & s_{2p} \\ & & s_3^2 & & \vdots \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & s_p^2 \end{bmatrix}$$

X_{ijk} gözlemi k. alt gruptaki i. elemanın j. karakteristiğine ait ölçüm değerini vermektedir. Burada μ_i i. değişkenin ortalamasını ifade ederken Σ varyans ve kovaryans yapısını ifade etmektedir. Kovaryans matrisindeki köşegen elemanları değişkenlere ait varyans değerlerini, köşegen dışındaki elemanlar ise değişkenler arasındaki ilişkiyi ifade eden kovaryans değerini göstermektedir.

5.7 Hotelling T^2 İstatistiği

Hotelling T^2 çok değişkenli normal dağılıma dayalı istatistiksel uzaklığın bir ölçüsüdür. İstatistiksel uzaklık euclide sadece değişkenler arasındaki uzaklığın büyüklüğünü ölçmektedir. İstatistiksel uzaklık euclide uzaklığının aksine değişkenlerin varyanslarını da göz önüne almaktadır. Diğer bir uzaklık ölçüsü olan Mahalinobis ise, değişkenlerin arasındaki kovaryans yapısının da hesaba katılmasını sağlamaktadır. Mahalinobis uzaklığı çok değişkenli uygulamalarda yaygın olarak kullanılmaktadır.

Hotelling T^2 istatistiğinin dağılım özelliklerini ele almadan önce çok değişkenli gözlemlerin μ ortalama vektörlü, Σ kovaryans matrisli p değişkenli normal dağılıma sahip kitleden rasgele örnekleme ile alındığını varsayalım. Bağımsız gözlemlerin davranışı bilinen veya bilinmeyen parametrelili bir olasılık fonksiyonu tarafından açıklanır. Eğer parametreler bilinmiyorsa proses kontrolde iken toplanan önceki veri kümesinden tahmin edilir. Bu p-değişkenli örneklem gözlemlerini Hotelling T^2 istatistiğine dönüştürülür.

Genel bir fikir vermesi amacıyla, kovaryans matrisinin örneklem tahminine dayalı T^2 istatistiğinin aslında tek değişkenli student-t istatistiğini çok değişkenli duruma genişletilmesi olduğunu gösterelim.

Tek değişkenli student-t istatistiği

$$t = \frac{(\bar{X} - \mu)}{S / \sqrt{n}} \quad (5.6)$$

olup karesi alınırsa

$$t^2 = \frac{(\bar{X} - \mu)^2}{S^2 / n} \quad (5.7)$$

$$t^2 = n(\bar{X} - \mu)(S^2)^{-1}(\bar{X} - \mu)$$

şeklinde yazılabilir.

$X_i' = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{ip})$ $i=1,2,\dots,n$ olmak üzere $X_1, X_2, \dots, X_n$ μ ortalamalı ve Σ kovaryans matrisli p değişkenli normal dağılımdan alınan n birimlik örneklem olsun. $\bar{X}, \mu'$ nün ve S de Σ' nın örneklem tahmin edicileri olmak üzere t istatistiğinin çok değişkenli genelleştirilmesi

$$T^2 = n(\bar{X} - \mu)' S^{-1} (\bar{X} - \mu) \quad (5.8)$$

şeklindedir.

Yukarıda verilen Hotelling T^2 istatistiği $\bar{X}$ ile μ arasındaki istatistiksel uzaklığı gösterir ve bu ifade p - boyutlu gözlemlerin pek çok farklı bileşenleri arasındaki istatistiksel uzaklığı gösterecek şekilde genişletilebilir. Örneğin, bir tek gözlem vektörü X ile kitle ortalaması μ veya μ nün tahmini $\bar{X}$ arasında ya da i -inci gözlem ortalaması $\bar{X}_i$ ile tüm örneklem ortalaması $\bar{X}$ arasında istatistiksel uzaklık tanımlanabilir. (Özkale,2004)

5.7.1 Hotelling T^2 İstatistiğinin Dağılım Özellikleri

Her biri m büyüklükte p değişken (kalite karakteristiği) içeren n tane gözlemin olduğu ve gözlemlerin μ ortalama vektörlü ve Σ kovaryans matrisli normal dağılımdan alındığını varsayalım. Hesaplamalarda aksi belirtilmedikçe p bileşen üzerinde tek bir gözlem olduğunu, m=1 varsayılır.

T^2 istatistiğinin açıklanmasında farklı olasılık fonksiyonları kullanılabilir. Burada üç farklı yaklaşım ele alınır.

1) Çok değişkenli normal dağılım için μ ve Σ 'nın bilindiğini varsayalım.

Her bir gözlem vektörü X, için T^2 istatistiği

$$T^2 = n(\bar{X} - \mu)' S^{-1} (\bar{X} - \mu) \sim \chi_{(p)}^2 \quad (5.9)$$

olup p serbestlik dereceli ki-kare dağılımı, $\chi_{(p)}^2$, gösterir. T^2 dağılımı sadece

X gözlem vektöründeki değişken sayısı p ye bağlıdır.

2) Çok değişkenli normal dağılım varsayımı altında, anakütle μ ve Σ parametrelerinin bilinmeyip $\bar{X}$ ve S tahmin edicileri kullanılarak tahmin edildiğini varsayalım. $\bar{X}$ ve S değerleri n gözlemi içeren önceki veri kümesinde elde edilir.

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

$$S = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(X_i - \bar{X})'$$

$\bar{X}$ ve S den bağımsız gözlem vektörü X için T^2 istatistiği

$$T^2 = n(\bar{X} - \mu)' S^{-1} (\bar{X} - \mu) \sim \left[\frac{p(n+1)(n-1)}{n(n-p)} \right] F_{(p, n-p)} \quad (5.10)$$

olup p ve (n-p) serbestlik dereceli F dağılıma sahiptir.

3) T^2 değerlerinin dağılımı, geçmişte kontrol altında olan bir prosesten tesadüfî olarak seçilen örnek (n) büyüklüğüne ve p değişkenine bağlıdır. μ ve Σ nin bilinmeyip

$\bar{X}$ ve S ile tahmin edildiğini, X gözlem vektörünün $\bar{X}$ ve S den bağımsız olmadığını varsayalım. Bu durumda T^2 istatistiğinin yapısı ve dağılımı

$$T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X}) \sim \left[\frac{(n-1)^2}{n} \right] B_{(p/2, (n-p-1)/2)} \quad (5.11)$$

şeklindedir.

T^2 istatistiğinin grafiklendirilmesi iki aşamada ele alınır. I. aşamada kontrol durumunda gözlemlerin bir veri kümesi oluşturulur, II. aşamada ise T^2 istatistiğine çizelge oluşturulur.

Tek değişkenli durumda olduğu gibi çok değişkenli durumda da ön kontrol prosedürü yardımıyla kontrol dışı gözlemler belirlenerek gözlem grubundan atılır ve T^2 istatistiğine uyan ÜKS belirlenir. T^2 istatistiğinin farklı olasılık fonksiyonları olduğundan ÜKS'nın hesapları farklı olacaktır. I. aşama işlemlerinde Beta ve Ki-kare dağılımları, II. aşama işlemlerinde F ve Ki-kare dağılımları kullanılır.

5.8 Hotelling T^2 Çizelgelerinin Oluşturulması

Varsayımlar uygunluğu incelendikten sonra, çizelgelerin oluşturulabilmesi için öncelikle Referans veri kümesinin oluşturulması, T^2 istatistiğinin, I. ve II. Aşama çizelgelerinin üst kontrol sınırları belirlenmelidir.

5.8.1 Referans Veri Kümesinin Oluşturulması

Ana kütle parametrelerinin bilinmediği, hedef değerlerinin belirlenmediği bir durumda, anakütle parametrelerinin; gerekli olan varsayımları sağlayan aykırı gözlem içermeyen bir veri kümesinden tahmin edilmesi gerekmektedir. Bu veri kümesi literatürde Geçmiş Veri Kümesi, Homojen Veri Kümesi veya Referans Veri Kümesi olmak üzere adlandırılmaktadır. Bunun amacı, ilk kontrol limitlerini kurmak için bir temel oluşturmak ve herhangi bilinmeyen parametreleri tahmin etmektir. Bu veri setinin oluşturulması uygulamada prosesin doğru incelenebilmesini sağlayan en önemli basamak olarak kabul edilmektedir. Uygulamalarda bilinmeyen μ ve Σ parametrelerini, $\bar{x}$ ve S değerlerini kullanarak tahmin ederiz. Bu değerler Referans veri kümesi kullanılarak elde edilir. (Mason ve Chou,2003)

Tek değişkenli kalite kontrolde olduğu gibi çok değişkenli kalite kontrol de iki aşamadan oluşmaktadır. Referans Veri Kümesi'nin geliştirilmesi I.Aşama olarak

bilinmektedir. Seçilen yeni gözlem vektörlerinin I.Aşamadaki bulgulara uygunluğunun araştırılması ise II.Aşamadır.(Tracy ve Young 1992)

Birinci aşama süreç çalışması, veri analizi ve normal olmayan gözlemlerin belirlenmesi çalışmalarını içermektedir. Sürecin kontrol altında olup olmadığını test eden bu aşama geriye dönük bir yaklaşımdır. Birinci aşamanın amacı ikinci aşamada kullanılacak kontrol sınırlarını belirlemektir. Birinci aşamada belirli sayıda gözlemden oluşan bir alt örnek grubu oluşturulur. Parametreler tahmin edilerek çizelge oluşturulur. Kontrol dışı durumlar belirlenerek ilk veri setinden çıkarılır ve bu işlemler tüm veriler kontrol sınırının altında olana dek homojen bir veri kümesi elde edilene kadar tekrar edilir. Bu noktada birinci aşama sona ermektedir ve tüm aykırı gözlemler veri kümesinden çıkarıldıktan sonra kalan veri kümesinin “Referans(Geçmiş) Veri Kümesi” olduğu kabul edilmektedir ve Referans veri kümesi, kontrol altındaki prosesin tanımlanmasında temel alınmaktadır. İleriye dönük bir yaklaşım olan ikinci aşamanın amacı ise sürecin birinci aşamada elde edilen dağılım yapısına uygunluğunu kontrol etmek ve sürecin kontrol altında olmasının devamlılığını sağlamaktır. Bunun için alınan gözlemlerde kontrol dışı durumlar saptanmaya çalışılır.

5.8.1.1 Örnek Sayısının Belirlenmesi

Çok değişkenli veri kümesinde, anakütle parametrelerinin bilinmemesi durumunda, μ ve Σ , tesadüfî olarak seçilen örneklerden tahmin edilmektedir. $X_1, X_2, \dots, X_p$ olmak üzere p tane tesadüfî değişken ile çalışıldığında; p tane μ , p tane σ^2 , $\left[\frac{p(p-1)}{2} \right]$ tane σ_{ij} toplam $2p + \left[\frac{p(p-1)}{2} \right]$ tane parametre tahmin edilmektedir. (Mason, Young 2002)

Örneğin 3 değişkenli bir proseste tahmin edilecek parametre sayısı buna göre 9’dur. Çok değişkenli analizlerin uygulanabilmesi için $n > p$ koşulu aranmakta ve n birimlik en az 20 örneğin çekilmesi önerilmektedir. Örnek büyüklüğünün belirlenmesi konusunda kesin kurallar bulunmamaktadır. Ancak örnek büyüklüğü arttıkça ortalamadaki sapmaları gösteren çizelgelerin kontrol limitleri anakütle parametrelerinin bilindiği durumda hesaplanan kontrol limitlerine yaklaştığı görülmektedir. Bunun nedeni büyük örneklerin çekildikleri anakütleyi daha iyi temsil etmeleridir. Örnek seçme sıklığının belirlenmesi konusunda genel bir kural bulunmaktadır ancak süreç kontrolünde başlarken daha sık örnek çekilmesi önerilmektedir. (Çılan, 2004)

5.8.1.2 Hotelling T^2 Çizelgesinin Üst Kontrol Sınırı

T^2 çizelgelerinde bir üst kontrol sınırı vardır. T^2 değeri geometrik olarak örnek ortalamaları ile anakütle ortalamaları arasındaki uzaklığın karesi olarak tanımlanmaktadır. Bu ölçü örnek ortalamalarının anakütle ortalamalarına yakınlığını göstermektedir. Doğal olarak, $\bar{X}$, μ 'ye yaklaştıkça T^2 değeri de 0'a yaklaşmaktadır. T^2 istatistiğinin karesel bir ifade olması değerinin her zaman pozitif olmasına neden olmakta, böylece değişiklikler T^2 istatistiğinde sadece artırıcı olmaktadır. Bu durumda alt kontrol sınırına ihtiyaç duyulmamaktadır. T^2 için ideal değer sıfır olmasıdır ki bu da gözlemlerin süreç ortalaması çevresinde olduğunu ifade etmektedir. Küçük T^2 değerleri de kabul edilebilir. Ancak T^2 'nin büyük olması istenmeyen bir durumdur. Büyük T^2 değerleri (üst kontrol sınırını üzerindeki değerler) sinyalleri ifade eder, bu da gözlemlerin süreç ortalamasından saptığının ya da süreçte dalgalanmalar olduğunu göstergesidir. Süreçte oluşan bu dalgalanmalar; gözlemlerin Shewhart kontrol sınırı dışında olmasından (dikdörtgen ile tanımlanan kontrol bölgesi dışında olması) veya değişkenler arasındaki ilişkinin referans veri kümesi ile belirlenen ilişki yapısına uymamasından (elips ile tanımlanan kontrol bölgesinin dışında olması) kaynaklanmaktadır. Bu dalgalanmalar aslında ortalamadaki kaymaları veya varyans yapısındaki farklılığın göstergesidir.

5.8.2 I. Aşama T^2 Çizelgesinin Oluşturulması:

Literatürde çok değişkenli I.Aşama kontrol yöntemleri, II.Aşamaya tekniklerine göre daha az rağbet görmektedir. Tracy, Young ve Mason (1992) Çok değişkenli normal dağılım altında kullanışlı olan I.Aşama çizelgelerini ortaya koydular.

I. aşamada çizelgeleri aykırı gözlemlerin veri kümesinden çıkarılmasını temel almakta ve başlangıç aşaması olarak da bilinmektedir. T^2 istatistiğinin sapan değerleri belirlemede ideal bir yöntem olmakla birlikte uygulaması kolaydır. Eğer bir gözlem T^2 istatistiğine uyan ÜKS'yi aşarsa bu veri grubundan atılır. Çok değişkenli veri kümesinin aykırı gözlemlerden arındırılması, anakütle parametrelerinin bilinmediği ve bilindiği durum olmak üzere ayrı ayrı incelenmektedir.

5.8.2.1 Parametrelerin Bilinmemesi Durumunda Kontrol Dışı Gözlemlerin Temizlenmesi

Anakütle parametrelerinin bilinmediği ve çok değişkenli normalliğin kabul edildiği şartlarda, $X \sim N(\mu, \Sigma)$,

$$T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X}) \quad (5.12)$$

I.Aşamada kullanılan T^2 istatistiğinin dağılımı;

$$T^2 \sim \left[\frac{(n-1)^2}{n} \right] B_{(\alpha; p/2, (n-p-1)/2)} \quad (5.13)$$

$B_{(\alpha; p/2, (n-p-1)/2)}$ beta dağılımını temsil eder.

Bu aşamada çizelgelerin üst kontrol limiti (ÜKS) aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$\dot{ÜKS} = \left[\frac{(n-1)^2}{n} \right] B_{(\alpha; p/2, (n-p-1)/2)} \quad (5.14)$$

İlk olarak ön verileri ele alarak proses temizlemeye başlanır. İncelenen X_i gözlem vektörü için hesaplanan $T_i^2 > \dot{ÜKS}$ olması durumunda i. gözlem vektörü, veri kümesinden çıkarılarak geriye kalan verilerle ortalama vektörü ve kovaryans matrisi için yeni tahminler hesaplanır. Verilen bir α için, ÜKS'ye eşit veya daha az olan T^2 değerleri tüm gözlem vektörleri veri kümesinde kalır. Eğer $T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X}) < \dot{ÜKS}$ ise X veride kalır. İkinci olarak veriler tekrar ele alınır ve benzer işlemler yapılır. Bu şekilde işlemler aykırı gözlem kalmayıncaya kadar devam eder. Sonuçta aykırı gözlemlerden arındırılmış referans veri kümesi elde edilmiş olur.

5.8.2.2 Parametrelerin Bilinmesi Durumunda Kontrol Dışı Gözlemlerin Temizlenmesi

Anakütle parametrelerinin bilinmesi durumunda, aykırı gözlemlerin belirlenmesi T^2 yerine χ^2 istatistiklerinin hesaplanması ile gerçekleştirilir. Örneklem verilerinin çok değişkenli normal dağılımdan alındığını varsayalım. Bu durumda $X' = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ gözlem vektörü için T^2 test istatistiği $T^2 = (X - \mu)' \Sigma^{-1} (X - \mu)$ dir. χ^2 çizelgesinde ÜKS, p değişken sayısı olmak üzere $\dot{ÜKS} = \chi^2_{(\alpha, p)}$ değerine eşittir. Üst kontrol sınırını aşan T^2 değeri veri grubundan atılır.

Aykırı gözlemlerin saptanmasında konusunda anakütle parametresinin bilinmediği duruma göre tek fark ÜKS değerinin hesaplanış şeklindedir. Parametreler biliniyorken Ki-kare dağılımı, bilinmiyorken Beta dağılımı kullanılır.

5.8.3 II.Aşama T^2 Çizelgesinin Oluşturulması

II.Aşamada prosesin kontrol süreci başlamaktadır. I.Aşamadaki referans veri kümesinden tahmin edilen anakütle parametreleri temel alınarak prosten tesadüfi olarak seçilen yeni gözlem vektörlerinin kontrol altında olup olmadığı belirlenmektedir. I.Aşamaya göre en büyük farklılık ÜKS limitlerinin belirlenmesi amacıyla kullanılan dağılımlardır.

II. Aşamada da T^2 çizelgesinin oluşturulması anakütle parametrelerinin bilinmesi veya bilinmemesi durumlarını ele alacağız.

Qualstat, Minitab, Statistica, Dataplot programları ile çok değişkenli kontrol çizelgeleri oluşturulabilmektedir.

5.8.3.1 Bilinmeyen Parametrelerle T^2 Çizelgesi

I. Aşamadaki veri kümesi yardımıyla tahmin edilen $\bar{X}$ ortalama vektörü normal dağılım parametrelerinin bilinmediği durumu ele alalım.

Yeni seçilen gözlem vektörü $X=(x_1, x_2, \dots, x_p)$ olarak tanımlansın. X ile verilen T^2 değeri

$$T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X}) \quad (5.15)$$

şeklinde hesaplanır.

$\bar{X}$ ve S Referans veri kümesinden tahmin edilen parametrelerdir. II.Aşama T^2 çizelgelerinin ÜKS'ı F dağılımının bir fonksiyonu olarak hesaplanabilmektedir. Verilen T^2 istatistiği, α için üst kontrol sınırı, n veri kümesinin büyüklüğü olmak üzere,

$$\text{ÜKS} = \left[\frac{p(n+1)(n-1)}{n(n-p)} \right] F_{(\alpha; p, n-p)} \quad (5.16)$$

şeklindedir.

Bu formüller yardımıyla yeni gözlemler grafiklendirilir. İncelenen yeni gözlem vektörlerinin T^2 değerleri, ÜKS'nı aştığında gözlemlerin ana veri kümesi ile uyumlu olmadığı sonucuna varırız.

5.8.3.2 Bilinen Parametrelerle T^2 Çizelgesi

Çok değişkenli normal dağılımın parametreleri biliniyor ise, II.aşama işlemlerindeki bir $X'=(x_1, x_2, \dots, x_p)$ gözlem vektörü için T^2 değeri; $T^2 = (X - \mu)' \Sigma^{-1} (X - \mu)$ ile hesaplanır. T^2 istatistiğini açıklamak için kullanılan olasılık fonksiyonu I.aşamada veri kümesini oluştururken kontrol dışı gözlemlerin silinmesinde kullanılan Ki-kare dağılımı ile aynıdır. Verilen bir α için üst kontrol sınırı $\bar{ÜKS} = \chi^2_{(\alpha, p)}$ ile hesaplanır. Bilinen parametrelerde, kontrol sınırı referans veri kümesinin büyüklüğünden bağımsızdır.

Tek değişkenli kontrol prosedüründe genellikle ortalamadaki değişim için $\bar{X}$ grafiği ve değişkenlikteki değişim için R grafiği kullanılarak kalite kontrol çalışmaları yapılmaktaydı. Her iki grafikte de sinyal ortaya çıktığında önceki verilerde bir sapmanın olduğunu ve prosesin değiştiğini kolaylıkla söyleyebiliyorken çok değişkenli kalite kontrolde durum daha da karmaşıktır. II.Aşama çizelgeleri kontrol dışında olan gözlem vektörlerini gösterirken kontrol dışı durumun hangi değişkenden kaynaklandığı ve prosese ne zaman ve nasıl müdahale edileceği ile ilgili bilgi vermemektedir. Bu neden kontrol dışındaki vektörlere ayırıştırma yöntemleri uygulanarak sorunun nedenleri belirlenmeye çalışılır fakat (değişkenler ilişkili ise) değişkenler arasındaki ilişkide sinyale neden olabileceğinden sinyali belirlemek zorlaşır.

6. KONTROL DIŞI DEĞİŞKENLERİN SAPTANMASI

Tek değişkenli istatistiksel süreçlerde, sinyal veri setince kurulmuŐ olan yapıya uymadığı zamanlarda oluŐur. Bunu nceki bölümlerde de belirttiğimiz gibi uygun bir kontrol izelgesi kullanarak, sinyalin prosesin ortalaması ve / veya varyans yapısının deęiŐiminden kaynaklandığı bulunur. Sadece tek bir değişken ele alındığından, bunun diğer deęiŐkenlerle olan ilişkisi göz ardı edilir ve sinyal yorumu kolay olur.

Çok değişkenli kalite kontrol çizelgelerinin kullanımında ortaya çıkan en önemli problem sinyalin yorumlanmasıdır. Bu grafikler direkt olarak hangi değişken veya değişken grubunun sinyale katkısı olduğunu belirleyemez.

Çok değişkenli istatistiksel süreçlerde, sinyale neden olabilecek bir çok durum söz konusudur. Veri durumuna bağlı daha önceden kurulmuŐ sınırların dışında kalan p değişkenli bir gözlem kontrol dışı olabilir. Aynı Şekilde, iki veya daha fazla değişkenin aralarındaki ilişkiden kaynaklı bir sinyal önceki veri kümesiyle ters düŐebilir. Hatta, sinyal bu iki durumun kombinasyonuyla da oluŐmuŐ olabilir, bazı değişkenler kontrol dışı olarak hataya neden olurken ve diğerleri buna karşı koyan bir durumda da olabilir.

Endüstriyel süreç kontrolünde çok değişkenli kalite kontrol çizelgeleri popülerliğini arttırmaktadır. Bunun sonucunda yeni geliŐmeler olmuştur, çok değişkenli kümülatif toplam (CUSUM) kontrol grafikleri (Crosier 1988), (Healy 1987) (Pignatiello ve Runger 1990) ve çok değişkenli üstsel ağırlıklı hareketli ortalama (EWMA) kontrol grafikleri (Lowry 1992) geliŐtirilmiŐ ve bu tekniklerle kontrol dışı sinyalin nedenleri belirlenmeye çalıŐılmıŐtır.

Doğanaksoy, Faltin and Tucker (1991); çok değişkenli çizelgelerde sinyal oluştuğunda tek değişkenli çizelgelerden yararlanmayı önermiŐlerdir. Hawkins(1993); Wade ve Woodall(1993); çok deęiŐkeli T^2 izelgelerindeki sinyali tanımlamak için regresyon düzenlemelerini kullanmıŐlardır. Fucks and Benjamini (1994), çok değişkenli profil izelgesi adıyla yeni bir alternatif sunmuŐ içeriğinde T^2 grafiğindeki noktaların yerine bar çizelgelerini kullandıp, tek değişkenli değerlere ulaŐmayı hedeflemiŐlerdir.

Diğerlerinden farklı olarak Jackson (1985), sinyallerin yorumlarında ana bileşenler analizini kullanmıştır. Bu teknik T^2 istatistiğini bağımsız ana bileşenlerinin karelerinin toplamına parçalanmasıdır. Murphy (1987) Kalite vektöründeki değişkenleri sinyale neden olmasından Őüphe edilen ve edilmeyen iki kümeye bölmeyi önermektedir. Wierda (1994) Step-Down sürecini önermiŐ, bu prosedür temel olarak değişkenlerden oluşan alt gruplar arasında öncelikli sıralar olduğunu kabul etmektedir.

Bu bölümde ayrıştırma yöntemleri arasında diğer birçok yöntemleri kapsadığı ve prosesin ortalama değerinde oluşan bir değişime oldukça hassas olduğu için MYT (Mason, Tracy, Young) ayrıştırma yöntemini üzerinde durulacaktır.

6.1 Mason Young Tracy (MYT) Ayrıştırma Metodu

Hotelling T^2 çok yönlü bir çok değişkenli kontrol istatistiğidir. Sadece 1.aşamada referans veri kümesindeki sapmaları belirlemekle kalmaz, aynı zamanda 2. aşamada yeni gelen gözlemlerle, prosesteki değişimleri saptar ancak T^2 istatistiği uyarı verdiğinde karşılaşılan en büyük sorun, uyarıya neden olan değişkenlerin saptanması aşamasıdır. MYT, proseste meydana gelen sorunun hangi değişkenlerden veya hangi değişkenler arasındaki ilişkiden kaynaklandığını saptamak amacıyla T^2 istatistiğinin ayrıştırılmasını temel alan bir yöntemdir. T^2 istatistiğinin ortogonal olarak ayrıştırılması sapmaya veya sinyale neden olan değişkenlerin belirlenmesine yardımcı olur. Mason Young Tracy (MYT) ayrıştırma metodunda bu yolu kullanarak T^2 istatistiğini koşulsuz ve koşullu terimlere bölmüştür. Bu yaklaşımın başarılı olarak kabul edilmesinin en önemli nedenlerinden biri yöntemin, değişkenler arasındaki doğrusal ilişkilerin değişimine karşı oldukça duyarlı olmasıdır. (Mason, Young, Tracy, 1997)

6.2 Ayrışım Terimlerinin Hesaplanması

MYT ayrıştırma metodu, T^2 istatistiğini eşit ağırlıklandırılmış olan ve koşullu, koşulsuz terim olarak bilinen, 2 ortogonal(dikey) bileşene ayırmaktadır.

6.2.1 Tüm Koşullu ve Koşulsuz Terimlerin Hesaplanması

p değişkenli proseste MYT yöntemi genel olarak aşağıdaki şekilde uygulanmaktadır:

$X_i = (X_{i1}, X_{i2}, \dots, X_{ip})'$ gözlem vektörü için T^2 istatistiği

$T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X})$ formülündeki $X^{(p-1)} = (x_1, x_2, \dots, x_{p-1})$ ve $\bar{X}^{(p-1)}$ bu $(p-1)$ boyutlu vektörün ortalaması olmak üzere $(X - \bar{X})$ vektörünü

$$(X - \bar{X})' = \left[\left(X^{(p-1)} - \bar{X}^{(p-1)} \right) \left(x_p - \bar{x}_p \right) \right]' \quad (6.1)$$

şeklinde ayrıştırılabilir. Benzer şekilde varyans-kovaryans matrisi de aşağıdaki gibi ayrıştırılabilir.

$$S = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xX} \\ S'_{xX} & S_p^2 \end{bmatrix}$$

S_{xx} , ilk (p-1) tane değişkenin kovaryans matrisidir. (p-1)x(p-1) boyutludur. S_{xX} , p değişkeni ile diğer değişkenler arasındaki kovaryansları gösteren (p-1) boyutlu bir vektördür. S_p^2 , p değişkeninin varyans değeridir.

Bu durumda T^2 istatistiği aşağıdaki gibi iki bağımsız terime ayrıştırılabilir,

$$T^2 = T_{p-1}^2 + T_{p,1,2,\dots,p-1} \quad (6.2)$$

(6.2)'de verilen ilk terim

$$T_{p-1}^2 = \left(X_i^{(p-1)} - \bar{X}^{(p-1)} \right)' S_{xx}^{-1} \left(X_i^{(p-1)} - \bar{X}^{(p-1)} \right) \quad (6.3)$$

olup ilk (p-1) değişkeni kullanılır ve kendi başına bir T^2 istatistiğidir. Bu terim koşulsuz terim, (6.2) de ikinci terim koşullu terim olarak adlandırılır. $\bar{X}^{(p-1)}$ n değişkenli gözlemlerin ilk p-1 değişkeni için örnek ortalama vektörüdür.

$$b_p' = S_{xx}^{-1} s_{xX} \quad (6.4)$$

B_p ; x_p bağımlı, diğer değişkenler bağımsız olmak üzere oluşturulan regresyon denkleminin katsayılarının tahmini değerlerini içeren (p-1) boyutlu bir vektördür.

$$\bar{x}_{p,1,2,\dots,p-1} = \bar{X}_p + b_p' (X_i^{(p-1)} - \bar{X}^{(p-1)}) \quad (6.5)$$

olmak üzere $\bar{X}_p$ n gözlemleri p. değişkeninin örnek ortalaması olmak üzere;

$$T_{p,1,2,\dots,p-1}^2 = \frac{(X_{ip} - \bar{X}_{p,1,\dots,p-1})^2}{S_{p,1,2,\dots,p-1}^2} \quad (6.6)$$

T^2 hesaplanır. Paydadaki koşullu varyansın tahmini ise

$$s_{p,1,2,\dots,p-1}^2 = s_p^2 - s_{xX}' S_{XX}' s_{xX} \quad (6.7)$$

ile gösterilir.

(6.2) deki ilk terim olan T_{p-1}^2 , koşulsuz terimi de bir T^2 istatistiği olduğundan kendi içinde koşulsuz ve koşullu terim olmak üzere iki bileşene ayrıştırılabilmektedir. (Mason, Tracy, Young, 1995)

$$T_{p-1}^2 = T_{p-2}^2 + T_{p-1,1,2,\dots,p-2}^2 \quad (6.8)$$

burada T_{p-2}^2 , x vektörünün ilk (p-2) tane değişkeni için hesaplanan T^2 istatistiğidir.

Bu şekilde T^2 istatistiğinin mümkün olan MYT ayrışımına devam edilirse;

$$\begin{aligned} T^2 &= T_1^2 + T_{2,1}^2 + T_{3,2,1}^2 + T_{4,1,2,3}^2 + \dots + T_{p,1,\dots,p-1}^2 \\ &= T_1^2 + \sum_{j=1}^{p-1} T_{j+1,1,\dots,j}^2 \end{aligned} \quad (6.9)$$

elde edilir.

(6.9)'daki T_1^2 terimi X vektörünün ilk değişkeni için tek değişkenli koşulsuz t istatistiğinin karesidir.

$$T_1^2 = \frac{(x_1 - \bar{x}_1)^2}{s_1^2} \quad (6.10)$$

ile hesaplanır.

6.2.2 Ayrıştırma Terimlerinin Hesaplanması

$x' = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ vektörünün tüm alt vektörleri için T^2 değerleri hesaplanabilmektedir.

Böylece $\left[T_{(x_1, x_2, \dots, x_p)}^2, T_{(x_1, x_2, \dots, x_{p-1})}^2, \dots, T_{(x_1)}^2 \right]$ terimlerinin hesaplanabilmesi için kullanılan genelleştirilmiş formül aşağıda gösterilmiştir;

$$T_{(x_1, x_2, \dots, x_j)}^2 = \left(X_j - \bar{X}_j \right)' S_{jj}^{-1} \left(X_j - \bar{X}_j \right) \quad (6.11)$$

$x = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ ve $x_{p-1} = (x_1, x_2, \dots, x_{p-1})$ vektörü için hesaplanan T^2 değeri aşağıdaki şekilde koşulsuz ve koşullu bileşenlerine ayrıştırılabilmektedir;

$$T_{(x_1, x_2, \dots, x_p)}^2 = T_1^2 + T_{2.1}^2 + T_{3.1,2}^2 + \dots + T_{p.1,2, \dots, p-1}^2 \quad (6.12)$$

$$T_{(x_1, x_2, \dots, x_{p-1})}^2 = T_1^2 + T_{2.1}^2 + T_{3.1,2}^2 + \dots + T_{p-1.1,2, \dots, p-2}^2 \quad (6.13)$$

sadece x_1 değişkeni içeren alt vektör $x_1 = (x_1)$ için hesaplanan T^2 değeri ($T_{x_1}^2$), x_1 değişkeninin koşulsuz terimine eşit olmaktadır ($T_{x_1}^2 = T_1^2$). Koşullu terimler, $\left[T_{(x_1, x_2, \dots, x_p)}^2, T_{(x_1, x_2, \dots, x_{p-1})}^2, \dots, T_{(x_1)}^2 \right]$ terimleri kullanılarak da hesaplanabilmektedir. (Mason Young, 2002)

$$\begin{aligned} T_{p.1,2, \dots, p-1}^2 &= T_{(x_1, x_2, \dots, x_p)}^2 - T_{(x_1, x_2, \dots, x_{p-1})}^2 \\ T_{p-1.1,2, \dots, p-2}^2 &= T_{(x_1, x_2, \dots, x_{p-1})}^2 - T_{(x_1, x_2, \dots, x_{p-2})}^2 \\ &\cdot \\ &\cdot \\ &\cdot \\ T_{2.1}^2 &= T_{(x_1, x_2)}^2 - T_{x_1}^2 \\ T_1^2 &= \frac{(x_1 - \bar{x}_2)^2}{s_1^2} \end{aligned} \quad (6.14)$$

ile hesaplanır.

6.2.3 Koşullu ve Koşulsuz Terimlerin Kontrol Sınırları

Proseste bir sorun olmadığı sürece koşulsuz ve koşullu terimlerin F dağılımı gösterdikleri kabul edilir.

p değişkenli durumda koşulsuz terimler

$$T_j^2 \equiv \left(\frac{n+1}{n} \right) F_{(1, n-1)} \quad (6.15)$$

ve k koşullanan değişken sayısı olmak üzere koşullu terimler

$$T_{j,1,2,\dots,j-1}^2 \cong \left(\frac{(n+1)(n-1)}{n(n-k-1)} \right) F_{(1,n-k-1)} \quad (6.16)$$

Koşullu ve koşulsuz terimlerin prosesin kontrol dışına çıkmasına neden olup olmadığı ÜKS'larıyla belirlenmektedir. Koşulsuz terimler;

$$\ddot{ÜKS}_{koşulsuz} = \left(\frac{(n+1)}{n} \right) F_{(\alpha,1,n-1)} \quad (6.17)$$

koşullu terimler ise;

$$\ddot{ÜKS}_{koşullu} = \left(\frac{(n+1)(n-1)}{n(n-k-1)} \right) F_{(\alpha,1,n-k-1)} \quad (6.18)$$

değeriyle karşılaştırılır. $T_j^2 > \left(\frac{n+1}{n} \right) F_{(\alpha,1,n-1)}$ durumunda proste j değişkeninden kaynaklanan bir sinyal olduğu j değişkeni proste bir sinyalin varlığını,

$T_{i,j}^2 > \left(\frac{(n+1)(n-1)}{n(n-k-1)} \right) F_{(\alpha,1,n-k-1)}$ durumunda ise i ve j değişkenlerinin birlikte sinyale neden olduğu anlaşılmaktadır.

6.3 MYT Ayırıştırma Yönteminin Özellikleri

İncelenen p boyutlu x vektörü $x_p = (x_1, x_2, \dots, x_p)$ olarak tanımlansın. p vektöründeki elemanların yer değiştirmesi $x_p = (x_2, x_1, \dots, x_p)$ gibi hesaplanacak T^2 istatistiğinin değerinde herhangi bir değişime sebep olmamaktadır.

Gözlem vektörünün elemanları p! Kadar farklı diziliş gösterebilmektedir. T^2 istatistiği de p! Kadar farklı şekilde ayrıştırılabilmektedir. P=3 olduğunda $3!=3 \times 2 \times 1=6$ farklı ayırıştırma şekli bulunmaktadır. (Mason ve Young, 1995)

$$\begin{aligned}
T^2 &= T_1^2 + T_{2,1}^2 + T_{3,1,2}^2 \\
&T_1^2 + T_{3,1}^2 + T_{2,1,3}^2 \\
&T_2^2 + T_{3,2}^2 + T_{1,2,3}^2 \\
&T_2^2 + T_{1,2}^2 + T_{3,1,2}^2 \\
&T_3^2 + T_{1,3}^2 + T_{2,1,3}^2 \\
&T_3^2 + T_{2,3}^2 + T_{1,2,3}^2
\end{aligned} \tag{6.19}$$

Her bir ayrıştırmadaki terimler birbirinden bağımsızdır ve p tanedir. Uyarı veren T^2 istatistiğinin değerlendirilmesinde ($p \times p!$) kadar terim incelenmektedir. Ancak bu terimlerin hepsi birbirinden farklı değildir. Tüm mümkün ayrıştırmalar içerisinde $p \times 2^{(p-1)}$ tane terimin incelenmesini gerektirmektedir. MYT ayrışımında $p \times (2^{p-1} - 1)$ farklı koşullu terim vardır. Ancak değişken sayısı artıkça ayrıştırılmış terimlerin incelenmesi güçleşmektedir.

6.4 MYT Yönteminin Uygulanmasında İzlenen Adımlar

Uyarı veren T^2 değerlerinin tüm terimlerinin hesabını yapmak zordur. T^2 değeri uyarı verdiğinde yapılacak hesaplamaları indirgeyen bir plan geliştirilmiştir.

(mason ve Young 1997)

- Uyarı veren gözlem vektörünün her bileşeni için koşulsuz terimler (T_i^2) hesaplanır ve kritik değerden büyük (T_i^2) değerine sahip olan değişkenler gözlem vektöründen çıkarılır. Kalan değişkenlerden oluşan gözlem vektörüyle T^2 kontrol edilir. Uyarı vermiyorsa, sorunun çıkarılan değişkenden kaynaklandığı sonucuna varılır.
- Eğer yeni T^2 değeri uyarı veriyorsa kalan alt vektördeki değişkenler için tüm ($T_{i,j}^2$) koşullu terimleri hesaplanır. Kritik değerden büyük ($T_{i,j}^2$) değerine sahip olan değişken çiftleri gözlem vektöründen çıkarılır. Kalan gözlem vektörü için yeniden T^2 kontrol edilir ve uyarı vermediği durumda sorunun, değişkenin ikili ilişkilerinden kaynaklandığı söylenebilir.
- Eğer kalan değişkenlerden oluşan alt vektör için hesaplanan T^2 değeri halen uyarı veriyorsa tüm ($T_{i,j,k}^2$) koşullu terimleri hesaplanır ve kritik değeri aşan ($T_{i,j,k}^2$) değerine sahip olan tüm (x_i, x_j ve x_k) değişkenleri gözlem vektöründen çıkarılır. Kalan alt vektör için T^2 değeri kontrol edilir ve uyarı verip vermediği araştırılır. Uyarı veriyorsa koşullu

terimler ayrıştırılmaya devam edilir. Bu işlem kalan alt vektörde hesaplanan T^2 değeri uyarı vermeyinceye kadar tekrarlanır. (Çılan,2005)

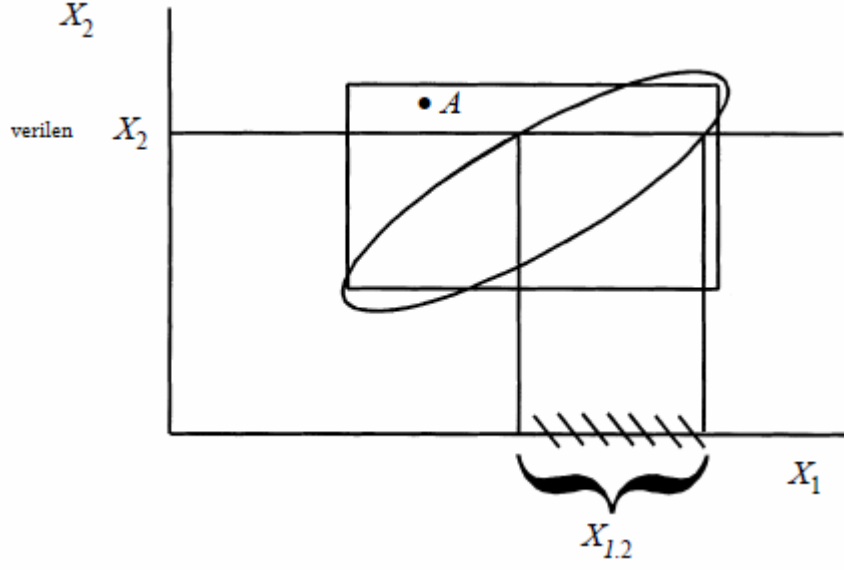
Çoğu durumda sinyal üreten T^2 'nin MYT yöntemiyle ayrıştırılmış terimlerinde de anormal bulgulara rastlanır. Bazı durumlarda ise T^2 istatistiği kontrol dışında olmamasına rağmen, ayrıştırılmış koşulsuz veya koşullu terimler kontrol dışı olabilir. Bunun anlamı değişkenler içinde ve arasındaki ilişkide yanlış bir şeylerin olduğudur.

6.5 Uyarı Veren Bir MYT Teriminin Yorumlanması

Koşulsuz terim tek örnek t değerinin karesidir ve x_i 'nin $\bar{x}_i$ değerinden olan uzaklığıdır. X_i değişkeninin gözlenen değeri güven aralığının dışında veya Shewhart kontrol diyagramında sinyal veriyorsa, koşulsuz terimde de aynı durum söz konusu olur. Koşullu terim ise herhangi bir i değişkenin değerinin, diğer değişkenlerin değerleri kullanılarak tahmin edilen i . değişkenin ortalama değerinden istatistik olarak uzaklığıdır. Koşullu terim $T_{j,1,2,...,j-1}^2$ üç durumda uyarı vermektedir. (Mason, Young 2003)

- X_j değeri ile $\bar{x}_{j,1,2,...,j-1}$ tahmini değeri arasındaki fark büyük olduğunda yani değişkenler arasında doğrusal ilişkinin olmaması durumunda
- Değişkenler arasındaki korelasyonun beklenen yönde olmaması durumunda
- Değişkenler arasında çoklu doğrusal bağlantı olması durumunda

$X=(x_1,x_2)$ gözlem vektörünü ele alalım. Bu vektörün MYT ayrıştırma yöntemiyle koşulsuz terimlerinde uyarı vermemesi bileşenlerinin Shewhart kontrol bölgesi içerisinde kaldığını gösterir. Fakat bu durum yeterli değildir. Şekil 6.1'de A noktası Shewhart bölgesi içerisindeyken, T^2 elipsinin dışarısında yer almaktadır dolayısıyla kontrol dışı sinyale neden olmaktadır. Şekil 6.1'deki grafikte, prosesin kontrol altında kabul edilebilmesi için, x_1 değişkeninin x_2 'ye bağlı olarak tahmin edilen değerinin $(\bar{x}_{1,2})$ taralı alanda olması gerekmektedir. Aksi takdirde, A noktasında olduğu gibi $X=(x_1,x_2)$ kontrol dışı olur.



Şekil 6.1 $T_{1.2}^2$ Koşullu terimin yorumu

$T_{j.1,2,\dots,j-1}^2$ koşullu terimlerinin uyarı vermesi $x_1, x_2, \dots, x_j$ değişkenleri ile arasındaki ilişkiden kaynaklı bir yanlışlık olduğu anlamına gelmektedir. Mesela $T_{2.1}^2$ 'in kontrol dışı olması x_2 gözleminin x_1 değerine bağlı olmadığını gösterir. Tam tersi şekilde $T_{1.2}^2$ değerindeki kontrol dışı durum, x_1 gözleminin x_2 değerine bağlı kalmadığını belirtir. $T_{1.2}^2$ ve $T_{2.1}^2$ terimleri eşit değildir ve birisi kontrol dışıyken ötekisi olmayabilir.

7. ÇOK DEĞİŞKENLİ KALİTE KONTROL ÇALIŞMALARI

7.1 İki Değişkenli Kalite Kontrol Örneği

Bir tekstil fabrikasındaki üretim prosesinin kalite kontrolünü ipin kopma faktörü ve fiber ağırlığıyla ölçülmektedir. Aşağıda, 20 örneğin her biri 4 örnek büyüklüğünde olmak üzere verileri çizelge 7.1’de çıkartılmıştır. Buna göre, 1. örnekteki iki değişkenli gözlem değerleri (80,19),(82,22),(78,20) ve (85,20) şeklinde olur.

Hotelling T^2 grafiğini oluşturmak için örnek ortalama, örnek varyans, kovaryans ve T^2 değerlerine ihtiyaç duyarız. Bunlar çizelge 7.2’de görülebilir. $p=2$ değeri değişken sayısını, $n=4$ değeri örnek büyüklüğü ve $m=20$ örnek sayısını ifade eder. (Amitava, 1998)

Çizelge 7.1 İki değişkenli veriler

Örnek	Tek Bir İpin Kopma Faktörü, i=1					Fiber Ağırlığı, i=2		
1	80	82	78	85	19	22	20	20
2	75	78	84	81	24	21	18	21
3	83	86	84	87	19	24	21	22
4	79	84	80	83	18	20	17	16
5	82	81	78	86	23	21	18	22
6	86	84	85	87	21	20	23	21
7	84	88	82	85	19	23	19	22
8	76	84	78	82	22	17	19	18
9	85	88	85	87	18	16	20	16
10	80	78	81	83	18	19	20	18
11	86	84	85	86	23	20	24	22
12	81	81	83	82	22	21	23	21
13	81	86	82	79	16	18	20	19
14	75	78	82	80	22	21	23	22
15	77	84	78	85	22	19	21	18
16	86	82	84	84	19	23	18	22
17	84	85	78	79	17	22	18	19
18	82	86	79	83	20	19	23	21
19	79	88	85	83	21	23	20	18
20	80	84	82	85	18	22	19	20

Çizelge 7.2 Hotelling T² değerleri

Örnek, j	Örnek Ortalamalar		Örnek Varyanslar		Örnek kovaryans	Hotelling T ²
	Kopma Faktörü, X _{1j}	Ağırlık, X _{2j}	s _{1j} ²	s _{2j} ²		
1	81,25	20,25	8,92	1,58	0,92	0,78
2	79,50	21,00	15,00	6,00	-9,00	5,25
3	85,00	21,50	3,33	4,33	3,00	5,98
4	81,50	17,75	5,67	2,92	1,17	7,95
5	81,75	21,00	10,92	4,67	5,33	1,03
6	85,50	21,25	1,67	1,58	0,17	6,72
7	84,75	20,75	6,25	4,25	4,58	3,36
8	80,00	19,00	13,33	4,67	-7,33	5,27
9	86,25	17,50	2,25	3,67	-2,50	15,25
10	80,50	18,75	4,33	0,92	-0,50	4,86
11	85,25	22,25	0,92	2,92	0,92	10,08
12	81,75	21,75	0,92	0,92	0,58	3,17
13	82,00	18,25	8,67	2,92	-0,33	4,74
14	78,75	22,00	8,92	0,67	1,33	10,66
15	81,00	20,00	16,67	3,33	-7,33	1,21
16	84,00	20,50	2,67	5,67	-2,67	1,45
17	81,50	19,00	12,33	4,67	3,00	2,31
18	82,50	20,75	8,33	2,92	-4,50	0,41
19	83,75	20,50	14,25	4,33	3,17	1,06
20	82,75	19,75	4,92	2,92	2,92	0,25
Ortalama	X ₁ =82.46	X ₂ =20.17	s ₁ ² =7.51	s ₂ ² =3.29	s ₁₂ = -0.35	

Her bir karakterin örnek ortalaması bulunur. Birinci örnek için, kopma-faktörü ortalaması;

$$\bar{X}_{11} = \frac{80+82+78+85}{4} = 81.25$$

Aynı şekilde, birinci örneğin fiber ağırlığının ortalaması 20.25 bulunur. Bu prosedür her örnek için tekrarlanarak, çizelge 7.2’de gösterilmiştir.

Ardından her bir örnek değerinin örnek varyansları hesaplanır. Örneğin, tek bir ipin kopma faktörü (i=1) için örnek 1’in örnek varyansı;

$$s^2_{11} = \frac{1}{3} \left[(80-81.25)^2 + (82-81.25)^2 + (78-81.25)^2 + (85-81.25)^2 \right] = 8.92$$

İki değişken arasındaki her bir örnek için kovaryans hesaplanır. Örnek 1 için;

$$s_{11} = \frac{1}{3} \left[\begin{array}{l} (80-81.25)(19-20.25) \\ +(82-81.25)(22-20.25) \\ +(78-81.25)(20-20.25) \\ +(85-81.25)(20-20.25) \end{array} \right] = 0.917$$

Her bir değişken için hedef ortalama bulunur. Varyans-kovaryans matris değerleri S bulunur ve T^2 değerleri hesaplanır.

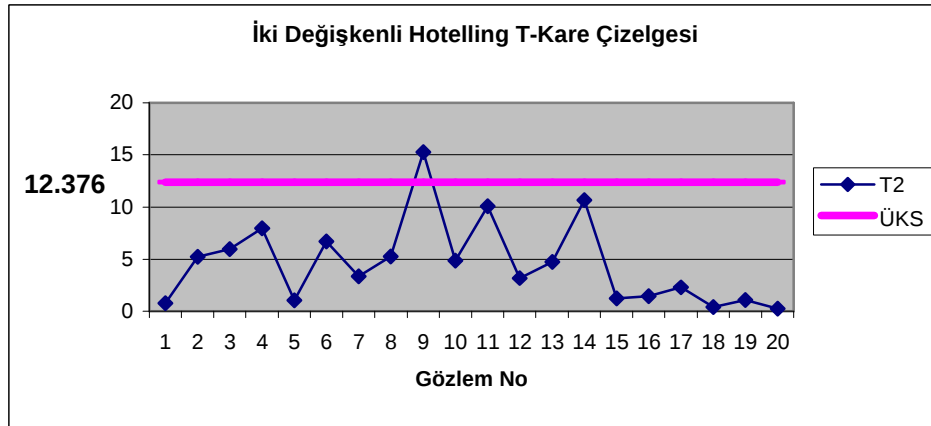
1.tür 0.0054 hata olasılığında T^2 grafiği için üst kontrol limit bulunur:

$$\bar{U}_{KS} = \left[\frac{(20)(4)(2) - (20)(2) - (4)(2) + 2}{(20)(4) - 20 - 2 + 1} \right] F_{0.0054, 2, [(20)(4) - 20 - 2 + 1]}$$

$$1.932 F_{0.0054, 2, 59} = (1.932)(6.406) = 12.376$$

$F_{0.0054, 2, 59}$ değerleri F tablosundan doğrusal enterpolasyon yapılarak yaklaşık değeri hesaplanır.

Çok değişkenli T^2 -Grafiği bu iki değişken için örnek 9'un kontrol dışı olduğunu göstermiştir. Tablodan da $T^2=15.25$ değeri üst kontrol limit 12.376'yı aşan bu örnek görülebilir.



Şekil 7.1 Hotelling T^2 grafiği

7.2 Çok Değişkenli Kalite Kontrol Uygulaması

Firma 1965 yılında Pharma Vision ilaç ve kimyasal üretim tesisleri olarak kurulmuştur. 1988-2000 yılları arasında gerçekleştirilen modernizasyon projesiyle, ilaç üretim tesisleri cGMP (güncel İyi Üretim Uygulamaları) ile tamamen uyumlu hale getirilerek 21. yüzyıla hazırlanmıştır. Sanayinin güncel eğilimlerine uygun şekilde, sefalosporin (oral ve steril toz) ile oral penisilin ürünleri PharmaVision'da tamamen ayrı işletmelerde üretilmektedir. Proses, analitik, temizlik ve bilgisayarlı üretim sistemleri validasyonlarını içeren doğrulama çalışmalarının güvenilirliğine öncelik verilmekte, fonksiyonel bir değişiklik kontrolü sistemi

ile bu validasyonların Topkapı'da üretimi gerçekleştirilen tüm ürünlerin ilgili çevrimleri süresince geçerliliği sağlanmaktadır.

Kaliteye verilen önem, T.C. Sağlık Bakanlığı, PIC (Pharmaceutical Inspection Convention) ve birlikte çok uluslu firmaların denetimleri yapılmaktadır. İşletmenin kalite düzeyine ilişkin bir diğer gösterge de ihracat miktarıdır. Avrupa ve Asya'da çeşitli pazarlara ulaşan ürünler, ülkenin toplam ilaç ihracatının yaklaşık %15'ini oluşturmaktadır.

Firmadan alınan ağrı kesici tabletlerini etkileyen faktörlerden sertlik, kalınlık ve gramaj ölçüleri değişken olarak alınmıştır.

Sertlik; ilacın dağılımıyla doğrudan etkilidir ve birimi newton'dur. İlacın sertliği optimum değerden fazlaysa ilaç belli süre midede kalır sonra bağırsağa geçer. Midede istenen şekilde dağılamaz ve etken madde kana geçemez. Sertliği optimum değerden az olursa, ilaçta ezilmeler görülür, belli zaman sonra ilaç dağılır. Bu nedenle, ilacın sertliği kalite değişkeni olarak seçilmiştir.

Kalınlık; ilacın içindeki madde miktarıyla doğru orantılıdır. Birimi Milimetre'dir.

Gramaj; ilacın bir tabletinin ağırlığıdır ve birimi miligram'dır. Bu da kaliteyi etkileyen bir diğer değişkendir.

7.3 Varsayımların Araştırılması

Kontrol şemalarının çizilebilmesi ve referans veri kümesinin oluşturulması için öncelikle bazı varsayımların sağlanması gerekmektedir.

7.3.1 Doğrusallık Varsayımı

Değişkenlerin arasındaki doğrusallığın sağlanıp sağlanmadığının araştırılmasında doğrusal korelasyon katsayıları ve bu katsayıların anlamlılıkları önemlidir. Değişkenlerin ilişkili olduğu korelasyon matrisi yardımıyla da belirlenebilir. Uygulamamızdaki 3 kalite değişkeni ve 50 örnekle hesaplanan doğrusal korelasyon katsayıları Çizelge 7.3'deki korelasyon matrisinde gösterilmiştir.

Çizelge 7.3 Kalite değişkenlerinin korelasyon matrisi

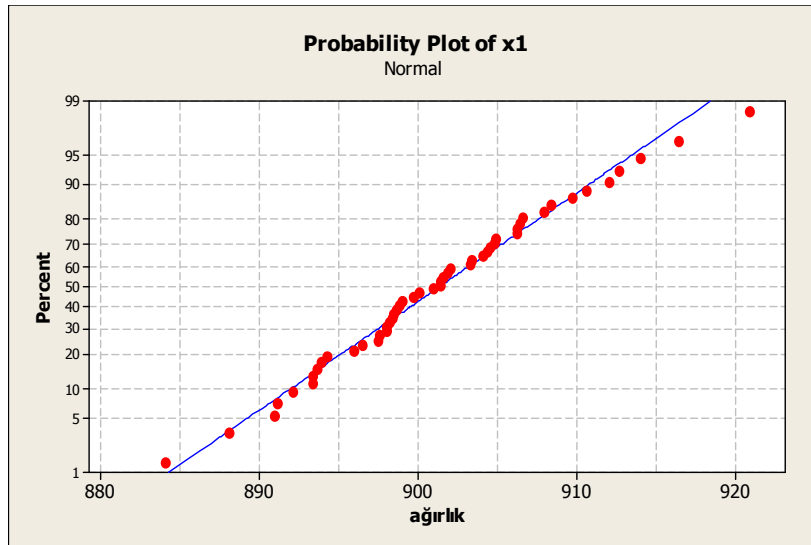
	Sertlik	Kalınlık	Gramaj
Sertlik	1	0,385875	0,772833
Kalınlık	0,385875	1	0,195987
Gramaj	0,772833	0,195987	1

Matris incelendiğinde sertlik ve gramaj arasında (0,772833), kalınlık ve sertlik arasında (0,385875), kalınlık ve gramaj arasında (0,195987) olduğu görülmektedir. Katsayılar anlamlılıklarını incelediğimizde sertlik ve gramaj (0,772833) arasındaki ilişkinin, kalınlık ve sertlik (0,385875) arasındaki ilişkinin anlamlı olduğu anlaşılmaktadır, yani aralarında doğrusal bir ilişkinin varlığından söz edilebilmektedir. Genel olarak X_1 , X_2 , X_3 değişkenlerimiz birbiri ile ilişkili olup çok değişkenli kalite kontrol çizelgelerinden yararlanılır.

7.3.2 Normallik Varsayımı

Çok değişkenli kontrol çizelgeleri değişkenlerin normal dağıldığı varsayımına dayanmaktadır. Veri kümesinin, çok değişkenli normal dağılım gösterebilmesi öncelikle her kalite değişkeninin tek değişkenli normal dağılması gerekmektedir. Bu nedenle değişkenlerin normal dağılıma uyup uymadığı incelenmelidir. Değişkenlerin normal dağılıma uygunluğunu çeşitli yöntemlerle analiz etmek mümkündür. Bu çalışmada QualStat paket programı kullanılarak çizilen Q-Q grafikleri kullanılmıştır.

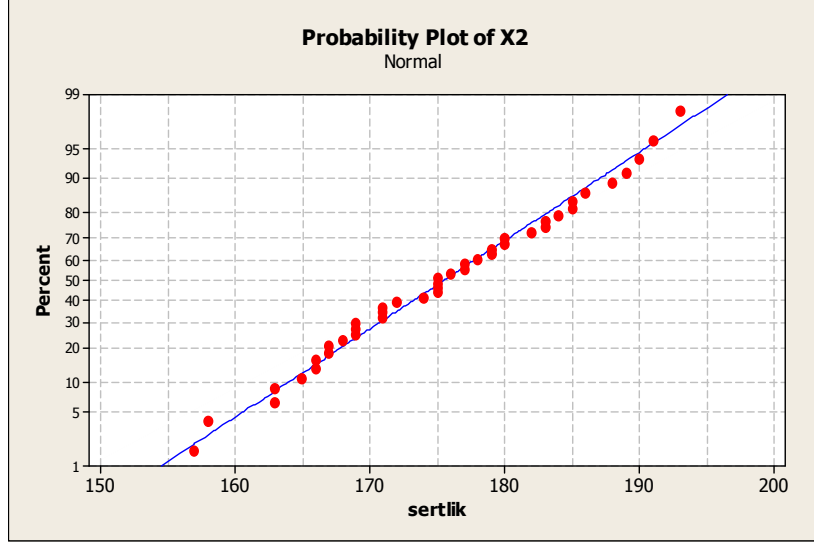
Ağırlık değişkeni için Q-Q grafiği incelenirse;



Sekil 7.2 Ağırlık (X_1) değişkeni için Q-Q grafiği

Şekil 7.2’de verilen grafikte, X_1 değişkeninin normal dağılıma uyduğu söylenebilir.

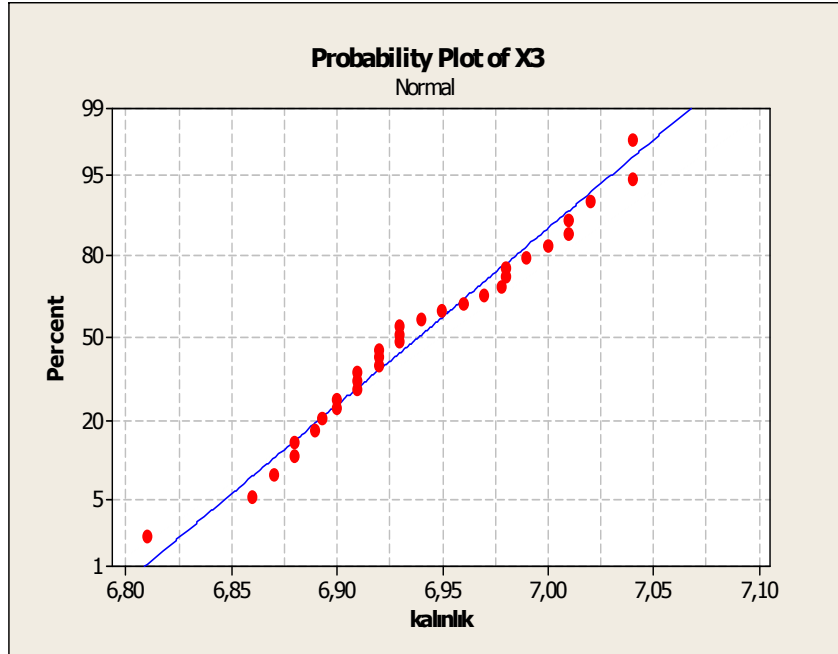
Sertlik değişkeni için Q-Q grafiği incelenirse;



Şekil 7.3 Sertlik (X_2) değişkeni için normal Q-Q grafiği

Şekil 7.3’de verilen Q-Q grafiği ile X_2 değişkeninin normal dağılıma uyduğu söylenebilir.

Kalınlık için Q-Q grafiği incelenirse;



Şekil 7.4 Kalınlık (X_3) değişkeni için normal Q-Q grafiği

Sekil 7.4’de verilen Q-Q grafiği ile X_3 değişkeninin normal dağılıma uyduğu söylenebilir.

7.4 Referans Veri Kümesi’ nin Oluşturulması ve I. Aşama Kontrol Çizelgeleri

İlk olarak I. aşamada sapan değerler belirlenip veri kümesinden atılarak önceki veri kümesi (HDS) oluşturulur. Daha sonra II.aşama işlemlerine geçilir. Verilerimizin çok değişkenli normal dağılıma sahip olduğunu varsayalım. Ortalama vektör μ ve kovaryans matrisi Σ bilinmeyip örneklemden tahmin edilir. Bu durumda;

$$\dot{ÜKS} = \left[\frac{(n-1)^2}{n} \right] B_{(\alpha; p/2, (n-p-1)/2)} \quad (5.13)$$

olmak üzere

$$T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X}) \geq \dot{ÜKS} \quad (5.12)$$

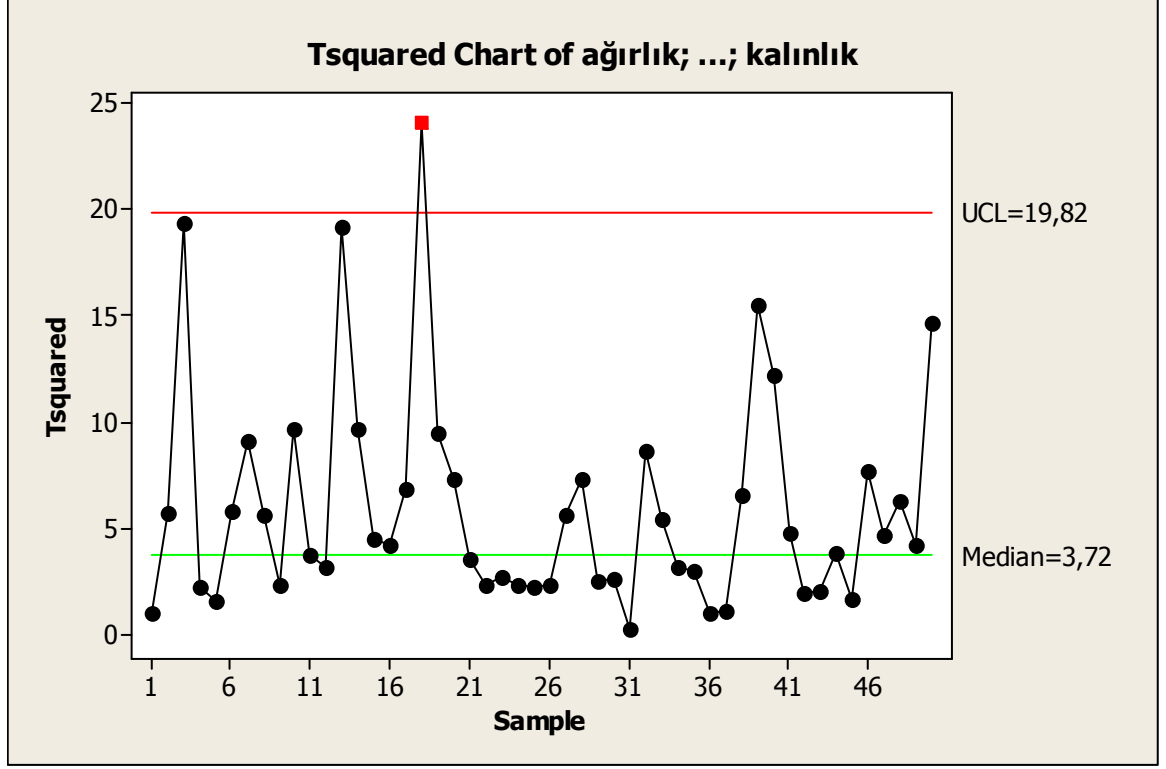
olan gözlemler veri grubundan temizlenir. X_1, X_2, X_3 değişkenleri için T^2 değerleri çizelge 7.4’de verilmiştir.

Çizelge 7.4 I.Aşama T^2 değerleri (1.Adım)

Test no	T^2 Değeri	Test no	T^2 Değeri	Test no	T^2 Değeri
1	0,98	18	24,05 *	35	2,99
2	5,68	19	9,49	36	0,99
3	19,37	20	7,34	37	1,09
4	2,17	21	3,5	38	6,53
5	1,59	22	2,33	39	15,5
6	5,79	23	2,69	40	12,2
7	9,1	24	2,26	41	4,75
8	5,59	25	2,24	42	1,91
9	2,3	26	2,26	43	2,05
10	9,66	27	5,64	44	3,8
11	3,67	28	7,26	45	1,67
12	3,17	29	2,45	46	7,66
13	19,2	30	2,6	47	4,7
14	9,64	31	0,24	48	6,21
15	4,43	32	8,64	49	4,18
16	4,21	33	5,37	50	14,62
17	6,83	34	3,15		

$$\ddot{ÜKS} = \frac{49^2}{50} \beta_{0,05;3/2,46/2} = 19,82$$

$\ddot{ÜKS}$ ile bu T^2 değerleri karşılaştırılır $T^2 \geq \ddot{ÜKS}$ olan gözlemler veri grubundan atılır. Bu değerler için T^2 kontrol grafiğini çizersek Şekil 7.5 elde edilir.



Şekil 7.5 I.Aşama T^2 kontrol grafiği (1.Adım)

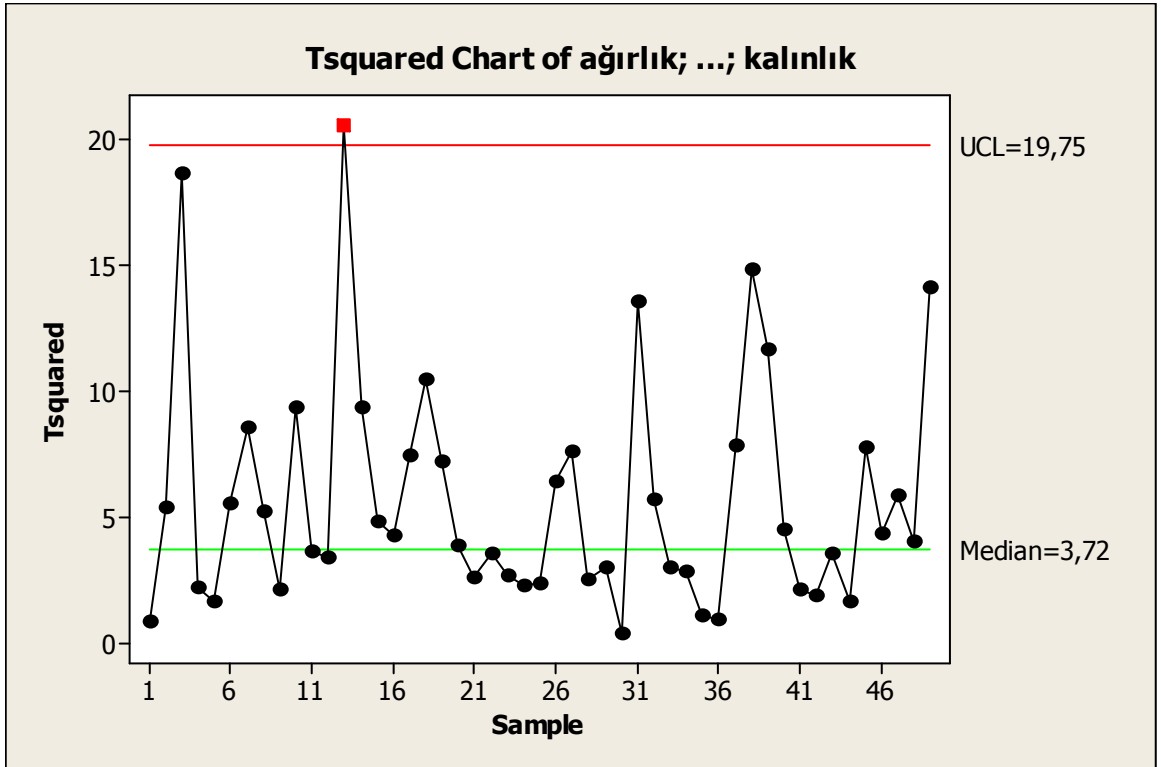
18. gözlem için $T^2=24,05 \geq \ddot{ÜKS}=19,82$ olduğundan 18. gözlem veri grubundan atılır.

Ek-2 deki yeni veriler için T^2 değerleri ve $\ddot{ÜKS}$ hesaplanır ve üst kontrol sınırını aşan gözlem veri grubundan atılır.

$$\ddot{ÜKS} = \frac{48^2}{49} \beta_{0,05;3/2,45/2} = 19,75$$

Çizelge 7.5 I.Aşama T^2 değerleri (2.Adım-49 gözlem)

Test no	T^2 Değeri	Test no	T^2 Değeri	Test No	T^2 Değeri
1	0,87	18	10,52	35	1,11
2	5,42	19	7,21	36	0,98
3	18,66	20	3,86	37	7,88
4	2,21	21	2,66	38	14,83
5	1,71	22	3,54	39	11,68
6	5,57	23	2,69	40	4,52
7	8,58	24	2,34	41	2,13
8	5,29	25	2,39	42	1,89
9	2,17	26	6,43	43	3,59
10	9,41	27	7,59	44	1,67
11	3,65	28	2,54	45	7,82
12	3,39	29	3,05	46	4,39
13	20,56 *	30	0,42	47	5,88
14	9,36	31	13,55	48	4,05
15	4,81	32	5,73	49	14,11
16	4,3	33	3,03		
17	7,48	34	2,83		

Şekil 7.6 I.Aşama T^2 kontrol grafiği (2.Adım)

13 . gözlem için $T^2=20,56 \geq \text{ÜKS}=19,75$ olduğundan 13. gözlem veri grubundan atılır. Elde edilen yeni gözlem değerleri için tekrar T^2 değerleri hesaplanıp üst kontrol sınırı ile karşılaştırılır.

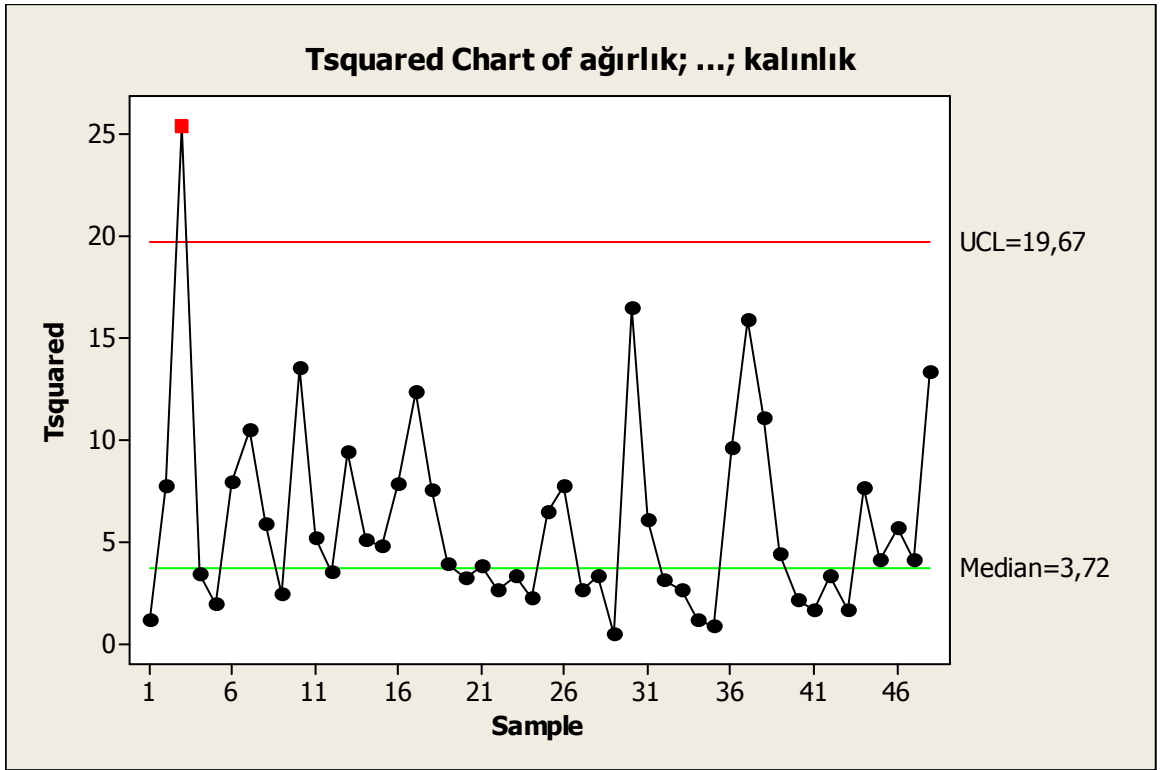
EK-3 deki 48 yeni veri için tekrardan T^2 değerleri ve ÜKS hesaplanır üst kontrol sınırını aşan gözlem veri grubundan atılır.

$$\text{ÜKS} = \frac{47^2}{48} \beta_{0,05;3/2,44/2} = 19,67$$

olup T^2 değerleri çizelge 7.6'da verilmiştir.

Çizelge 7.6 I.Aşama T^2 değerleri (3.Adım-48 gözlem)

Test no	T^2 Değeri	Test no	T^2 Değeri	Test No	T^2 Değeri
1	1,19	18	7,53	35	0,86
2	7,72	19	3,86	36	9,59
3	25,31 *	20	3,21	37	15,88
4	3,38	21	3,84	38	11,07
5	1,97	22	2,66	39	4,41
6	7,92	23	3,33	40	2,17
7	10,41	24	2,2	41	1,69
8	5,81	25	6,43	42	3,36
9	2,47	26	7,69	43	1,67
10	13,51	27	2,65	44	7,61
11	5,22	28	3,34	45	4,13
12	3,5	29	0,49	46	5,67
13	9,38	30	16,45	47	4,14
14	5,05	31	6,02	48	13,3
15	4,75	32	3,11		
16	7,77	33	2,6		
17	12,3	34	1,15		



Şekil 7.7 I.Aşama T^2 kontrol grafiği (3.Adım)

3. gözlem için $T^2=25,31 \geq \text{ÜKS}=19,75$ olduğundan 3. gözlem veri grubundan atılır. Elde edilen yeni gözlem değerleri için tekrar T^2 değerleri hesaplanıp üst kontrol sınırı ile karşılaştırılır.

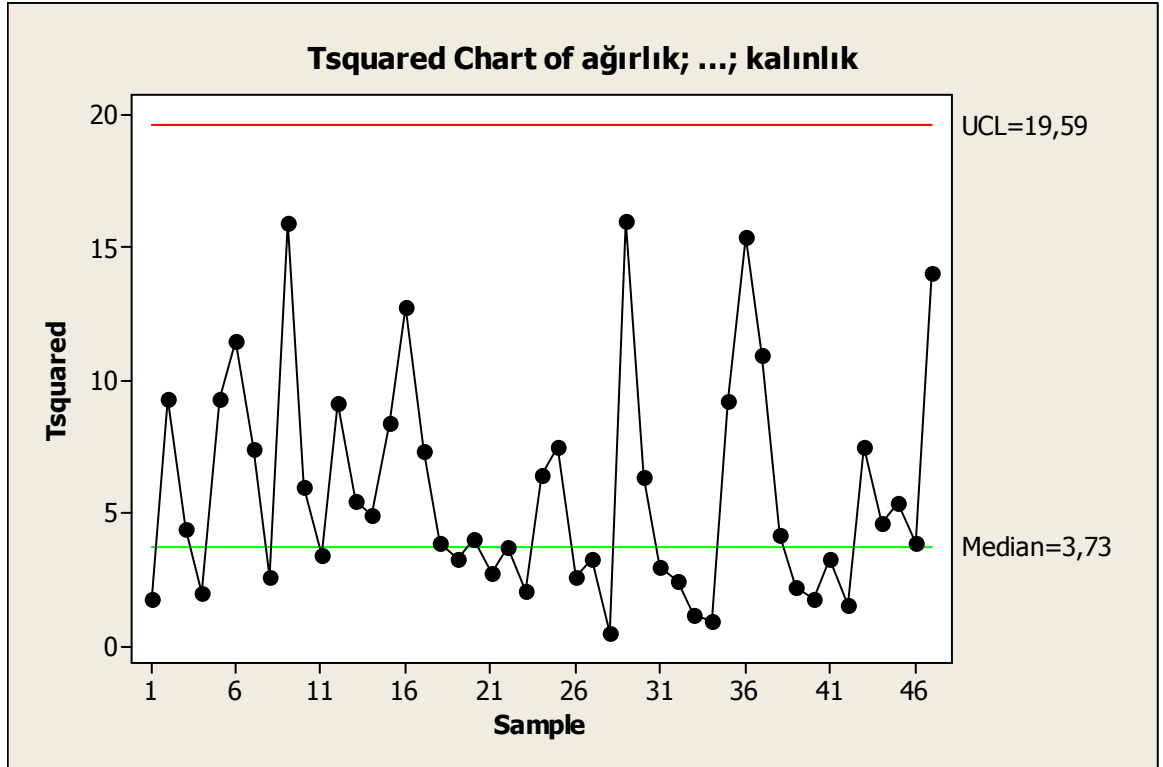
EK-4 deki son 47 gözlem değerleri için,

$$\text{ÜKS} = \frac{46^2}{47} \beta_{0,05;3/2,43/2} = 19,59$$

olup T^2 değerleri çizelge 7.7’de verilmiştir.

Çizelge 7.7 I.Aşama T^2 değerleri (4.Adım-47 gözlem)

Test no	T^2 Değeri	Test no	T^2 Değeri	Test No	T^2 Değeri
1	1,72	18	3,85	35	9,23
2	9,26	19	3,24	36	15,41
3	4,41	20	3,97	37	10,92
4	1,97	21	2,71	38	4,13
5	9,32	22	3,7	39	2,2
6	11,49	23	2,05	40	1,77
7	7,41	24	6,43	41	3,22
8	2,61	25	7,45	42	1,54
9	15,88	26	2,55	43	7,46
10	5,93	27	3,28	44	4,58
11	3,37	28	0,48	45	5,36
12	9,16	29	15,97	46	3,87
13	5,41	30	6,32	47	14
14	4,94	31	2,92		
15	8,38	32	2,45		
16	12,75	33	1,12		
17	7,36	34	0,94		

Şekil 7.8 I.Aşama T^2 kontrol grafiği (4.Adım)

Bu durumda 47 gözlem değerinin de kontrol sınırından küçük olduğu yani kontrol dışı durumun kalmadığı ve Şekil 7.8'deki tüm örneklerin ÜKS'den küçük değerler aldığı görülmektedir. Diğer adımlara ve özellikle 4.adım sonuçlarına dayanarak Ek-4'de referans

veri seti olarak tanımlanan homojen veri setine ulaşıldığı gözlenmektedir. Bu durumda birinci aşama tamamlanmıştır.

Hesaplanan tüm T^2 değerleri üst kontrol sınırının altında olduğu için elde edilen bu son veri grubumuzu referans (HDS) veri kümesi olarak adlandırabiliriz. Kalan 47 örnekle II.Aşama işlemleri için tahmin edilen $\bar{X}$ ve tahmin edilen varyans-kovaryans matrisine ulaşılmaktadır.

7.5 II. Aşama Kontrol Çizelgesi

Daha öncede belirttiğimiz gibi II.Aşama Kontrol aşamasıdır. Prosesi kontrol etmek amacıyla yeni örnekler tesadüfî olarak çekilmekte ve referans veri kümesinden gelen varyans-kovaryans matrisi ve proses ortalama vektörü bu yeni örneklerin T^2 istatistiklerinin elde edilmesinde kullanılmaktadır.

Çizelge 7.8 HDS(Referans Veri Seti) ile belirlenen istatistikler

Ortalama	902,198	175,915	6,931
Mak	920,9	193	7,04
Min	891	157	6,87
Std sapma	6,633003	9,552668	0,032074

$\bar{X} = (902,198 \quad 175,915 \quad 6,931)$ referans verilerinin proses ortalama vektörü, korelasyon matrisi;

$$R = \begin{bmatrix} 1,000000 & 0,535903 & 0,838209 \\ 0,535903 & 1,000000 & 0,433163 \\ 0,838209 & 0,433163 & 1,000000 \end{bmatrix}$$

Korelasyon matrisinde de açıkça görüldüğü gibi, son durumda kalite değişkenleri arasındaki ilişkinin ilk duruma göre yükselmiştir. Referans veri setinin kovaryans matrisi ise;

$$S = \begin{bmatrix} 43,06063 & 33,23386 & 0,174535 \\ 33,23386 & 89,31191 & 0,129896 \\ 0,174535 & 0,129896 & 0,001007 \end{bmatrix}$$

olup;

$$\ddot{ÜKS} = \left[\frac{p(n+1)(n-1)}{n(n-p)} \right] F_{(\alpha; p, n-p)} \quad (5.16)$$

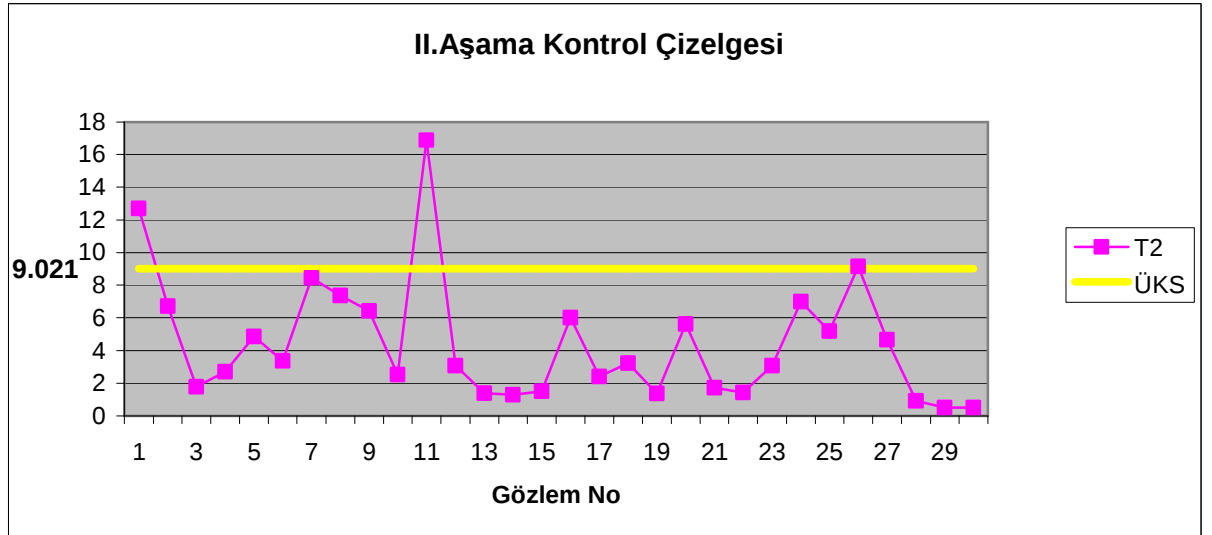
ve

$$T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X}) \quad (5.15)$$

eşitlikleri ile T^2 hesaplanır.

$$\ddot{ÜKS} = \frac{3 \cdot 48 \cdot 46}{47 \cdot 44} F_{0,05; 3, 44} = 3,203 \cdot 2,84 = 9.021$$

II.aşamada için Fabrikadan tesadüfî olarak çekilen 30 örneğe ilişkin yeni veri ek-5’de verilmiştir. Şekil 7.9’deki çizelge incelendiğinde $\ddot{ÜKS}=9.021$ ile karşılaştırılarak değerlendirildiğinde alınan 30 örnekten üç tanesinin kontrol dışı sinyal verdiği görülmektedir.



Şekil 7.9 II.Aşama T^2 kontrol grafiği

Elde edilen referans veri kümesinden hesaplanan T^2 istatistikleri Çizelge 7.9’de gösterilmiştir.

Çizelge 7.9 II.Aşama T^2 değerleri

Test no	T^2 Değeri	Test no	T^2 Değeri
1	12,7*	16	6,01
2	6,71	17	2,41
3	1,79	18	3,22
4	2,7	19	1,37
5	4,86	20	5,62
6	3,37	21	1,73
7	8,45	22	1,42
8	7,36	23	3,07
9	6,42	24	6,98
10	2,52	25	5,19
11	16,89*	26	9,16*
12	3,07	27	4,65
13	1,39	28	0,91
14	1,29	29	0,51
15	1,51	30	0,5

7.6 MYT Ayrıştırma Yönteminin Uygulanması

Ayrıştırma gerçekleştirilirken öncelikle koşulsuz terimler (T_1^2, T_2^2, T_3^2) hesaplanmaktadır.

Kritik değerleri hesaplayıp;

$$\ddot{ÜKS}_{koşulsuz} = KD = \left(\frac{(n+1)}{n} \right) F_{(\alpha,1,n-1)} \quad (6.17)$$

ile

$$KD = \frac{n+1}{n} F_{\alpha;1,n-1} = \frac{47+1}{47} F_{0,05;1,46} = \frac{48}{47} 4,05 = 4,133$$

$KD_{koşulsuz} = 4,133$ değerini T_i^2 koşulsuz terimleri ile karşılaştıralım.

Bilindiği gibi koşulsuz terimler $T_j^2 = \frac{(x_j - \bar{x}_j)^2}{s_j^2}$, $j = 1, 2, 3, 4, 5$ formülüyle hesaplanmaktadır.

Kontrol dışındaki ilk gözlem vektörünün $X=(905,1 \ 206 \ 6,93)$ koşulsuz terimleri;

$$T_1^2 = \frac{(905,1 - 902,198)^2}{43,06} = 0,195$$

$$T_2^2 = \frac{(206 - 175,914)^2}{89,31} = 10,134$$

$$T_3^2 = \frac{(6,93 - 6,931)^2}{0,001} = 0,0016$$

Koşulsuz terimler $KD_{\text{koşulsuz}}$ ile karşılaştırıldığında T_2^2 istatistiğinin kontrol dışında olduğu görülmektedir. Bu durumda Sertlik (X_2) değişkeni veri kümesinden çıkarılarak T^2 yeniden hesaplanır.

Uyarı veren 1.gözlem vektöründen ilgili değişken çıkarıldığında;

$X=(905 \ 6,93)$ vektörüyle hesaplanan T^2 istatistiği;

$$T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X})$$

$$X - \bar{X} = (2,902 \ -0,001)$$

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} 0,07 & -12,01 \\ -12,01 & 3040,96 \end{bmatrix}$$

$$T_{(x_1, x_3)}^2 = 0,676$$

Elde edilen değerin anlamlı olup olmadığı araştırılacaktır.

$$\ddot{U}KS = \frac{2 * 48 * 46}{47 * 45} F_{0,05;2,45} = 6,690$$

$0,676 < 6,690$ olduğundan, çıkarılan X_2 değişkeninin ardından T^2 istatistiğinin artık uyarı vermediği ve sorunun ‘sertlik’ değişkeninden kaynaklandığı anlaşılmaktadır. Bu durumda koşullu terimlerin hesaplanması gerekmemektedir.

Kontrol dışındaki 2. gözlem vektörünün $X=(886,7 \ 186 \ 6,9)$ koşulsuz terimleri;

$$T_1^2 = \frac{(886,7 - 902,198)^2}{43,06} = 5,577$$

$$T_2^2 = \frac{(186 - 175,914)^2}{89,31} = 1,138$$

$$T_3^2 = \frac{(6,90 - 6,931)^2}{0,001} = 0,971$$

Koşulsuz terimler $KD_{\text{koşulsuz}}$ ile karşılaştırıldığında T_1^2 istatistiğinin kontrol dışında olduğu görülmektedir. Bu durumda ağırlık (X_1) değişkeni veri kümesinden çıkarılarak T^2 yeniden hesaplanır.

Uyarı veren 2.gözlem vektöründen ilgili değişken çıkarıldığında;

$X=(186 \ 6,90)$ vektörüyle hesaplanan T^2 istatistiği;

$$T^2 = (X - \bar{X})' S^{-1} (X - \bar{X})$$

$$X - \bar{X} = (10,085 \ -0,031)$$

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} 0,014 & -1,775 \\ -1,775 & 1228,994 \end{bmatrix}$$

$$T_{(x_2, x_3)}^2 = 3,713$$

Elde edilen değerin anlamlı olup olmadığı araştırılacaktır.

$$\ddot{ÜKS} = \frac{2 * 48 * 46}{47 * 45} F_{0,05;2,45} = 6,690$$

$3,713 < 6,690$ olduğundan, çıkarılan X_1 değişkeninin ardından T^2 istatistiğinin artık uyarı vermediği ve sorunun ‘ağırlık’ değişkeninden kaynaklandığı anlaşılmaktadır. Bu durumda koşullu terimlerin hesaplanması gerekmemektedir.

Uyarı veren son gözlem vektörü $X = (889,75 \ 184,5 \ 6,89)$:

$$T_1^2 = \frac{(x_1 - \bar{x}_1)^2}{s_1^2} = \frac{(889,75 - 902,19)^2}{6,63} = 3,598$$

diğer koşulsuz terimlerde bu yolla hesaplanıp aşağıda verilmiştir.

Çizelge 7.10 T_i^2 Koşulsuz terimleri

$T_1^2 = 3,598$	$T_2^2 = 0,825$
$T_3^2 = 1,692$	

Tüm $T_i^2 < KD_{\text{koşulsuz}}$ olduğundan, bu gözlemin kontrol dışına çıkmasının nedeni değişkenler arası ilişkiden kaynaklanabilir. Sinyalin hangi değişkenden veya değişkenler arasındaki ilişkiden kaynaklandığını koşullu değişkenlerin incelenmesi ile gözlenebilir.

Koşullu değişkenlerin parçalaması;

Bölüm 6'daki denklemler kullanılarak $T_{i,j}^2$ koşullu terimlerini $T_{3,1}^2$ ve $T_{2,1,3}^2$ koşullu terimlerini

hesaplayalım. $T_{3,1}^2$ hesaplamak için $\bar{X}_{3,1}^{(p-1)}$ ve $S_{3,1}^2$ ye ihtiyacımız vardır.

$$\bar{x}_{p,1,2,\dots,p-1} = \bar{X}_p + b_p' (X_i^{(p-1)} - \bar{X}^{(p-1)}) \quad (6.5)$$

ile,

$$\bar{X}_{3,1}^{(p-1)} = 6,931 + 0,004 (889,750 - 902,198) = 6,880$$

ve

$$s_{p,1,2,\dots,p-1}^2 = s_p^2 - s_{pX}' S_{XX}' s_{pX} \quad (6.7)$$

denkleminde,

$$S_{3,1}^2 = 0,001 - (0,174)(43,06)^{-1}(0,174) = 0,0003$$

olarak bulunur.

$$T_{p,1,2,\dots,p-1}^2 = \frac{(X_{ip} - \bar{X}_{p,1,\dots,p-1})^2}{S_{p,1,2,\dots,p-1}^2} \quad (6.6)$$

olduğundan böylelikle ;

$$T_{3,1}^2 = \frac{(6,89 - 6,88)^2}{0,0003} = 0,281$$

Diğer koşullu terimler aynı yöntemle hesaplanmış ve çizelge 7.11’de gösterilmiştir.

$$KD_L = \left[\frac{(n+1)(n-1)}{n(n-k-1)} \right] F_{\alpha;1,n-k-1} \quad (6.18)$$

ile

$$k=1 \text{ için } KD_L = \left[\frac{48,46}{47,45} \right] F_{0,05;1,45} = 4,234 \text{ ilk koşullu değişkenlerin kritik değeridir.}$$

Çizelge 7.11 $T_{i,j}^2$ Koşullu terimleri

$T_{1,2}^2 = 7,971^*$	$T_{2,1}^2 = 5,198^*$	$T_{3,1}^2 = 0,281$
$T_{1,3}^2 = 2,187$	$T_{2,3}^2 = 2,666$	$T_{3,2}^2 = 3,533$

$T_{1,2}^2$ ve $T_{2,1}^2$ değerleri KD_L den yüksek olduğu için bunlar sinyale neden olmaktadır.

Son olarak $T_{i,j,k}^2$ koşullu terimlerini hesaplayalım, $T_{2,1,3}^2$ için $\bar{X}_{2,1,3}$ ve $S_{2,1,3}^2$ hesaplayalım:

Aynı denklemlerle;

$$\bar{X}_{2,1,3} = 175,915 + \begin{bmatrix} 0,836 \\ -16,057 \end{bmatrix}' \left(\begin{bmatrix} 889,75 \\ 6,89 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 902,197 \\ 6,931 \end{bmatrix} \right) = 166,160$$

$$S_{2,1,3}^2 = 89,311 - \begin{bmatrix} 33,233 \\ 0,129 \end{bmatrix}' \begin{bmatrix} 43,060 & 0,174 \\ 0,174 & 0,001 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 33,233 \\ 0,129 \end{bmatrix} = 63,585$$

ve

$$T_{2,1,3}^2 = \frac{(184,50 - 166,160)^2}{63,585} = 5,289.$$

Kalan $T_{i,j,k}^2$ koşullu terimler aynı yöntemle hesaplanmış ve çizelge 7.12’de gösterilmiştir.

$$k=2 \text{ için } KD_L = \left[\frac{48.46}{47.44} \right] F_{0.05;1,44} = 4,336$$

Çizelge 7.12 $T_{i,j,k}^2$ Koşullu terimleri

$T_{1,2,3}^2 = 4,810 *$	$T_{3,1,2}^2 = 0,372$
$T_{2,1,3}^2 = 5,289 *$	

Sonuç olarak, kontrol dışına çıkmasının nedeni X_1 ile X_2 değişkelerinin aralarındaki ilişkiden kaynaklanmakta olduğunun çizelge 7.11’de görmüştük. Şimdi çizelge 7.12’deki $T_{i,j,k}^2$ koşullu terimler ile birlikte ve hesaplamış olduğumuz koşullu ve koşulsuz terimleri MYT ayrıştırma yönteminin özelliğini kullanarak sağlamasını yapalım;

$$T^2 = 9,169 = 3,598 + 0,281 + 5,289$$

$$= T_1^2 + T_{3,1}^2 + T_{2,1,3}^2 \quad (6.19)$$

ayrıştırma özelliğini sağlamış olur. Bu özellik diğer terimler içinde gösterilebilir.

8. SONUÇLAR

Bu çalışmada gerek tek değişkenli gerek çok değişkenli kalite kontrol tekniklerini ele alınmıştır. İstatistiksel kalite kontrol çalışmalarında hangi tür kalite kontrol grafiğinin kullanılması gerektiği belirlenmelidir. Eğer birden fazla kalite karakteristiği söz konusu ise bunların tek tek değişkenler halinde kontrolü yanlıştır aynı anda birbirleriyle ilişkili biçimde kontrolünü sağlayabilecek çok değişkenli kalite kontrol teknikleri kullanılmalıdır. Tek değişkenli uygulamalar için kahve üretim prosesinde paketlerin ağırlık değişkenine ait Shewhart'ın $\bar{X}$ ve R çizelgeleri kullanılarak 25 gözlemden oluşan her birinin 5 gözlem büyüklüğündeki veri kümesi analiz edilmiştir. Bilinen klasik istatistiksel kalite kontrol araçlarının kullanılmasının yanı sıra bu alandaki yeni yöntemlerin hayata geçirilmesi önemlidir.

İncelenen olayların analizinde günümüzde kısıtlayıcı olan tek değişkenli istatistik analizleri yerini, incelenen konunun birden fazla özelliğini bir arada ele alınmasına olanak sağlayan çok değişkenli analizlere bırakmıştır. Çalışmamızda ilk olarak istatistiksel kalite kontrolünde sıkça kullanılan tek değişkenli kontrol çizelgeleri incelenerek ilgili çalışmalara yer verilmiştir. Sonraki bölümlerde çok değişkenli istatistiksel yöntemlerinden Hotelling T^2 istatistiği üzerinde durulmuş ardından T^2 istatistiğinin ayrıştırılmasını sağlayan Mason/Young/Tracy (MYT) yöntemi incelenmiş ve son olarak ilaç sanayinde bir uygulama gerçekleştirilmiştir.

Uygulamada öncelikle referans veri kümesi' nin oluşturulabilmesi amacıyla birinci aşamada tablet değişkenlerine ilişkin 50 örnekten oluşan gözlemler alınmış. Dört adımdaki analizler sonucunda bunlardan 47 tanesinin referans veri kümesini oluşturduğu saptanmıştır. İkinci aşamada, 30 yeni gözlem için T^2 grafiği çizilmiş ve üç örneğin kontrol dışında olduğu saptanmıştır. Kontrol dışı olan tüm noktaların hangi değişkenlerden veya değişkenler arasındaki ne tür bir ilişkiden kaynaklandığı MYT ayrıştırma yöntemindeki koşulsuz ve koşullu terimlerin hesaplanması ile belirlenmiştir. MYT yönteminin özelliği ile ayrıştırılan terimlerin doğruluğu da gösterilmiştir. Bu çalışma benzer ilaç üretim süreçlerinde kolaylıkla uygulanabilir.

Gerçek hayatta bir çok üretim prosesinin veya ürünün birden fazla değişkenden oluştuğu göz önüne alındığında proseslerin çoğu çok değişkenli olduğundan, sadece tek değişkenli $\bar{X}$ grafiklerinin çizilmesi yetersiz kalmaktadır. Shewhart çizelgelerine kıyasla çok değişkenli kontrol yöntemlerinin hesaplanması basit değildir. Bu hesaplamalarda istatistik paket

programlarına ihtiyaç vardır. Konuyla ilgili yazılımların yardımıyla grafiklendirme ve hesaplama yapılabilir. Bu gelişmelerle, proses mühendislerine üretim esnasında bir çok değişkeni ve çok sayıda gözlemi kontrol etmelerini sağlayacaktır.

KAYNAKLAR

- Akkurt, M. (2002), Excel Destekli Kalite Kontrol, Birsen Yayınevi, İstanbul.
- Alpar, R. (2003), Uygulamalı Çok Değişkenli İstatistiksel Yöntemlere Giriş, Nobel, Ankara.
- Amitava, M. (1998), Fundamentals Of Quality Control and Improvement, Prentice Hall, Second Edition, New Jersey.
- Aparisi, F. (1998), “Sampling Plans for the Multivariate T^2 Control Chart” Quality Engineering, 10(1), 141-147.
- Arıcıgil Ç. (2002), “Kalite Kontrol Diyagramlarında Varsayımların Sağlanması ve Cam Sanayinde Bir Uygulama”, VII. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, 26-27 Mayıs 2005, İ.Ü. İstanbul.
- Baray, A.(2006), “Belirsizlik Ölçümüne Dayalı Bir Proses Kontrol Diyagramı”, Sigma Mühendislik ve Fen Bilimleri Dergisi, YTÜ Yayınları, İstanbul.
- Başkan, S. (1997), İstatistiksel Kalite Kontrol, Ege Üniversitesi Basımevi, İzmir.
- Bersimis, S.,Panaretos J.,Psarakis S.(2005), “Multivariate Statistical Process Control Charts and the Problem of Interpretation: A Short Overview and Some Applications in Industry”, Index of Athens University of Economic and Business, Department of Statistics, Athens, Greece
- Besim A (1996), “ISO 9000 Uygulamasında İşletmelerde İstatistiksel Proses Kontrol (İPK) Teknikleri”, Bilim Teknik Yayınevi, İstanbul.
- Bircan, H. ve Özcan, S. (2003), Excel Uygulamalı Kalite Kontrol, Yargı Yayınevi, Sivas.
- Bozdoğan, A. (2006), Kalite Kontrol Ders Notları, YTÜ, İstanbul.
- Chou Y., J. C. Young, R .L. Mason (2001)., “Applying Hotelling’s T^2 Statistic to Batch Processes”, Journal of Quality Technology, vol.33, No:4.
- Çetin, S. ve Birgören B. (2007), “Çok Değişkenli Kalite Kontrol Çizelgelerinin Döküm Sanayinde Uygulanması”, Gazi Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi, Cilt 22, No 4, 809-818.
- Çılan A.Ç. (2004), “Çok Değişkenli İstatistik Proses Kontrolünde Hotelling T^2 Yaklaşımı ve İmalat Sanayinde Bir Uygulama” Doktora Tezi, İstanbul Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Çılan, A.Ç. (2005), “Kalite Kontrol Diyagramlarında Varsayımların Sağlanması Ve Cam Sanayiinde Bir Uygulama” VII.Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, 26-27 Mayıs 2005, İstanbul Üniversitesi,İstanbul.
- Fırat Ü. O. ve Salmona Ö.(2005), “Bir Endüstri İşletmesinde Çok Değişkenli İstatistiksel Süreç Kontrolü”, V.Üretim Araştırmaları Sempozyumu, 25-27 Kasım 2005, İstanbul Ticaret Üniversitesi, İstanbul.
- Fırat Ü. O. ve Arıcıgil Ç. (2001), “Multivariate Statistical Process Control Methods and New Approaches”, The 6th TQM World Congress, 2001, Saint Petersburg.
- Fuchs, C. ve Kenet, R.S. (1998), Multivariate Quality Control Theory and Applications, Markel Dekker, New York.

- Gonzalez M. ve Rodriguez P. (2003), "Application of the Multivariate T^2 Control Chart and the Mason/Tracy/Young(MYT) Decomposition Procedure to the Study of the Consistency of Impurity Profiles of Drug Substances", *Marker Dekker, Mexico*, Vol.16, No.1, pp.127-142.
- Gümüsoğlu, Ş. (2000), "İstatistiksel Kalite Kontrolü ve Toplam Kalite Yönetimi Araçları" 2.Baskı Beta Yayıncılık, İstanbul.
- Jackson J.E. (1991), "A User Guide to Principal Components"; John Wiley, New York.
- Kaya İ. ve Ağa, A. (2006), "Kalite İyileştirme Sürecinin Yedi Temel Aracı ve Motor-Traktör İmalatı Yapan Bir İşletmede Uygulanması", *Selçuk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, Selçuk Üniversitesi.
- Kayaalp İ.D. (2007), "Konfeksiyon İşletmelerinde Kalitenin İyileştirilmesi Amacıyla İstatistiksel Kalite Kontrol Yöntemlerinin Kullanılması Üzerine Bir Araştırma", *Doktora Tezi*, Ege Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Kutay F. (2005), "Çok değişkenli Kalite Kontrolünde Önemli Bileşenlerin Kullanılması", *Gazi Üniversitesi Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Dergisi*, 4(1), 83-94.
- Mason, R.L. ve Young, J.C. (2002), *Multivariate Statistical Process Control with Industrial Applications*, ASA-SIAM, Philadelphia.
- Mason, R.L. ve Young, J.C. (1998), "Why Multivariate Statistical Process Kontrol ?" *Statistics Roundtable, Quality Progress*, 88-93.
- Mason, R.L. ve Young, J.C. (1998), "Hotelling's T^2 : A Multivariate Statistic for Industrial Process Control", *ASQ's 52nd Annual Quality Congress Proceedings*, 78-85.
- Mason, R. L, Tracy N.D. ve Young, J.C. (1995), "Decomposition of T^2 for Multivariate Control Chart Interpretation", *Journal of Quality Technology*, 27(2), 99-108.
- Mason R. L., Y. Chou, J. H. Sullivan, Z. G. Stoumbos ve J. C. Young(2003), "Systematic Patterns in T^2 Charts", *Journal of Quality Technology*, Vol.35, No:1, 47-58.
- Mason, R.L., Champ C.W., N. D. Tracy, Wierda S.J. ve Young, J.C., (1997), "Assessment of Multivariate Process Control Techniques" *Journal of Quality Technology*, Vol.29, No.2, 140-143.
- Mason R. L. ve Young J. C.(1999), "Improving the Sensitivity of the T^2 Statistic in Multivariate Process Control", *Journal of Quality Technology*, 31(2), 155.
- Montgomery, D.C. (2001), *Introduction to Statistical Quality Control*, New York, 4.Baskı John Wiley & Sons, Inc.
- Montgomery, D.C. ve Keats J.B. (1996), *Applications in Process Control*, Marcel Dekker, New York.
- N. D. Tracy, J. C. Young, R .L. Mason, "Multivariate Control Charts for Individual Observations", *Journal of Quality Technology*, Nisan, 88(1992).
- Newbold, P. (2000), *İşletme ve İktisat İçin İstatistik*, (çev.Ü. Şenesen), Prentice Hall.
- Naikan V.N.A.(2008), *Statistical Process Handbook of Control Performality Engineering, Reliability Engineering Center*, Indian Institute of Technology, Kharagpur, India Springer
- Nijhuis, A., Jong S. ve Vandeginste B.G.M.(1999), "The Application of Multivariate Quality Control in Gas Chromatography", *Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems*, C.XLVII, No:1, s. 107-125
- Oktay, E. (1998), *Kalite Kontrol Grafikleri*, Şafak Yayınevi, Erzurum.

- Özel S., (2005), “Çok Değişkenli Kalite Kontrolün Döküm Sanayinde Uygulanması” Kırıkkale Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü (yayımlanmamış).
- Özkale M. R. (2004), “İstatistiksel Kalite Kontrol Yöntemleri ve Uygulamalar”, Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü (yayımlanmamış).
- Öztürk A. (2007), “İstatistiksel Kalite Kontrol Grafikleri Kabul Örneklemesi”, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, (yayımlanmamış).
- Tracy, N.D., Young, J.C. ve Mason, R.L.(1997), “A Practical Approach for Interpreting Multivariate T^2 Control Chart Signals”, Journal of Quality Technology, 29(4), 396-406.
- Yıldırım S. (2006), Toplam Kalite Yönetiminde İstatistiksel Süreç Kontrolünün Önemi, Osmangazi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.

EKLER**Ek 1 Tablet Değişkenleri İlk Veri Seti**

Test No	X ₁	X ₂	X ₃
1	897,5	175	6,92
2	896,0	183	6,92
3	884,1	177	6,89
4	893,6	175	6,90
5	903,4	183	6,93
6	896,5	184	6,92
7	901,4	189	6,95
8	893,4	171	6,92
9	904,4	184	6,87
10	893,4	185	6,91
11	898,5	184	6,92
12	910,6	185	6,98
13	891,1	193	6,88
14	912,0	193	6,97
15	906,4	176	6,92
16	912,7	184	6,97
17	906,2	175	6,91
18	888,1	179	6,77
19	920,9	188	7,02
20	907,9	191	6,95
21	906,6	184	6,93
22	902,0	184	6,92
23	892,1	169	6,87
24	904,9	179	6,92
25	899,7	183	6,86
26	898,2	169	6,90
27	906,2	186	6,92
28	914,0	190	7,00
29	909,7	184	6,97

30	903,3	184	6,92
31	901,6	178	6,92
32	916,4	174	7,04
33	904,5	172	6,91
34	901,4	168	6,92
35	898,0	167	6,91
36	904,8	177	6,93
37	898,6	171	6,92
38	908,4	167	6,98
39	900,1	157	6,91
40	893,9	158	6,91
41	898,8	165	6,91
42	904,1	175	6,92
43	898,0	169	6,92
44	898,4	166	6,92
45	901,9	171	6,92
46	899,0	163	6,94
47	894,3	166	6,91
48	897,6	163	6,91
49	901,0	166	6,93
50	891,0	158	6,91

Ek 2 18.Gözlem Veri Grubundan Atıldıktan Sonra Elde Edilen Veriler

Test No	X ₁	X ₂	X ₃
1	897,5	175	6,92
2	896,0	183	6,92
3	884,1	177	6,89
4	893,6	175	6,90
5	903,4	183	6,93
6	896,5	184	6,92
7	901,4	189	6,95
8	893,4	171	6,92
9	904,4	184	6,95
10	893,4	185	6,91
11	898,5	184	6,92
12	910,6	185	6,98
13	891,1	193	6,88
14	912,0	193	6,97
15	906,4	176	6,92
16	912,7	184	6,97
17	906,2	175	6,91
18	920,9	188	7,02
19	907,9	191	6,95
20	906,6	184	6,93
21	902,0	184	6,92
22	892,1	169	6,87
23	904,9	179	6,92
24	899,7	183	6,92
25	898,2	169	6,90
26	906,2	186	6,92
27	914,0	190	7,00
28	909,7	184	6,97
29	903,3	184	6,92
30	901,6	178	6,92

31	916,4	174	7,04
32	904,5	172	6,91
33	901,4	168	6,92
34	898,0	167	6,91
35	904,8	177	6,93
36	898,6	171	6,92
37	908,4	167	6,98
38	900,1	157	6,91
39	893,9	158	6,91
40	898,8	165	6,91
41	904,1	175	6,92
42	898,0	169	6,92
43	898,4	166	6,92
44	901,9	171	6,92
45	899,0	163	6,94
46	894,3	166	6,91
47	897,6	163	6,91
48	901,0	166	6,93
49	891,0	158	6,91

Ek 3 13. Gözlem Veri Grubundan Atıldıktan Sonra Elde Edilen Veriler

Test No	X ₁	X ₂	X ₃
1	897,5	175	6,92
2	896,0	183	6,92
3	884,1	177	6,89
4	893,6	175	6,90
5	903,4	183	6,93
6	896,5	184	6,92
7	901,4	189	6,95
8	893,4	171	6,92
9	904,4	184	6,95
10	893,4	185	6,91
11	898,5	184	6,92
12	910,6	185	6,98
13	912,0	193	6,97
14	906,4	176	6,92
15	912,7	184	6,97
16	906,2	175	6,91
17	920,9	188	7,02
18	907,9	191	6,95
19	906,6	184	6,93
20	902,0	184	6,92
21	892,1	169	6,87
22	904,9	179	6,92
23	899,7	183	6,92
24	898,2	169	6,90
25	906,2	186	6,92
26	914,0	190	7,00
27	909,7	184	6,97
28	903,3	184	6,92
29	901,6	178	6,92
30	916,4	174	7,04

31	904,5	172	6,91
32	901,4	168	6,92
33	898,0	167	6,91
34	904,8	177	6,93
35	898,6	171	6,92
36	908,4	167	6,98
37	900,1	157	6,91
38	893,9	158	6,91
39	898,8	165	6,91
40	904,1	175	6,92
41	898,0	169	6,92
42	898,4	166	6,92
43	901,9	171	6,92
44	899,0	163	6,94
45	894,3	166	6,91
46	897,6	163	6,91
47	901,0	166	6,93
48	891,0	158	6,91

Ek 4 3. Gözlem Veri Grubundan Atıldıktan Sonra Elde Edilen Son Veri Seti

Test No	X ₁	X ₂	X ₃
1	897,5	175	6,92
2	896,0	183	6,92
3	893,6	175	6,90
4	903,4	183	6,93
5	896,5	184	6,92
6	901,4	189	6,95
7	893,4	171	6,92
8	904,4	184	6,95
9	893,4	185	6,91
10	898,5	184	6,92
11	910,6	185	6,98
12	912,0	193	6,97
13	906,4	176	6,92
14	912,7	184	6,97
15	906,2	175	6,91
16	920,9	188	7,02
17	907,9	191	6,95
18	906,6	184	6,93
19	902,0	184	6,92
20	892,1	169	6,87
21	904,9	179	6,92
22	899,7	183	6,92
23	898,2	169	6,90
24	906,2	186	6,92
25	914,0	190	7,00
26	909,7	184	6,97
27	903,3	184	6,92
28	901,6	178	6,92
29	916,4	174	7,04
30	904,5	172	6,91

31	901,4	168	6,92
32	898,0	167	6,91
33	904,8	177	6,93
34	898,6	171	6,92
35	908,4	167	6,98
36	900,1	157	6,91
37	893,9	158	6,91
38	898,8	165	6,91
39	904,1	175	6,92
40	898,0	169	6,92
41	898,4	166	6,92
42	901,9	171	6,92
43	899,0	163	6,94
44	894,3	166	6,91
45	897,6	163	6,91
46	901,0	166	6,93
47	891,0	158	6,91

Ek 5 II.Aşama İçin Alınan Örnekler

Test No	ağırlık(X_1)	Sertlik(X_2)	kalinlık(X_3)
1	905,1	206	6,93
2	899,8	194	6,91
3	899,5	184	6,92
4	897,8	183	6,90
5	903,0	193	6,92
6	898,1	185	6,90
7	912,5	203	6,98
8	910,0	201	6,97
9	898,8	193	6,92
10	903,7	187	6,92
11	886,7	186	6,9
12	901,8	189	6,92
13	901,3	184	6,92
14	896,4	176	6,90
15	902,2	176	6,91
16	899,6	179	6,88
17	911,3	184	6,98
18	896,1	172	6,88
19	895,5	175	6,90
20	892,4	171	6,86
21	904,1	183	6,92
22	909,1	180	6,95
23	892,8	176	6,90
24	894,4	175	6,86
25	895,9	172	6,87
26	889,7	185	6,89
27	893,8	183	6,89
28	903,3	179	6,92
29	902,4	175	6,92
30	903,7	173	6,93

Ek 7 $\bar{X}$ Kontrol Grafiği Katsayıları

n	A	A ₁	A ₂	A ₃
2	2,12	3,76	1,88	2,66
3	1,73	2,39	1,02	1,95
4	1,50	1,88	0,73	1,63
5	1,34	1,59	0,58	1,43
6	1,22	1,41	0,48	1,29
7	1,13	1,27	0,42	1,18
8	1,06	1,17	0,37	1,10
9	1,00	1,09	0,34	1,03
10	0,95	1,02	0,31	0,98
11	0,90	0,97	0,29	0,93
12	0,87	0,92	0,27	0,89
13	0,83	0,88	0,25	0,85
14	0,80	0,84	0,24	0,82
15	0,77	0,81	0,22	0,79
16	0,75	0,78	0,21	0,76
17	0,73	0,76	0,20	0,74
18	0,71	0,73	0,19	0,72
19	0,69	0,71	0,19	0,70
20	0,67	0,69	0,18	0,68
21	0,65	0,97	0,17	0,66
22	0,64	0,66	0,16	0,64
23	0,62	0,64	0,16	0,63
24	0,61	0,63	0,15	0,61
25	0,60	0,61	0,14	0,60

Ek 8 R Kontrol Grafiği Katsayıları

n	d ₂	d ₃	D ₁	D ₂	D ₃	D ₄	E ₂
2	1,12	0,85	0	3,68	0	3,26	2,26
3	1,69	0,88	0	4,35,	0	2,57	1,77
4	2,05	0,88	0	4,69	0	2,28	1,45
5	2,32	0,86	0	4,91	0	2,11	1,29
6	2,53	0,84	0	5,07	0	2	1,18
7	2,70	0,83	0,20	5,20	0,76	1,92	1,1
8	2,84	0,82	0,38	5,30	0,13	1,86	1,05
9	2,97	0,80	0,54	5,39	0,18	1,81	1,01
10	3,07	0,79	0,68	5,46	0,23	1,77	0,97
11	3,13	0,78	0,81	5,53	0,25	0,74	0,94
12	3,25	0,77	0,92	5,59	0,28	0,71	0,92
13	3,33	0,77	1,02	5,64	0,30	0,69	0,89
14	3,40	0,76	1,20	5,69	0,32	0,67	0,88
15	3,47	0,75	1,12	5,73	0,38	0,65	0,86
16	3,53	0,74	1,28	5,77	0,36	0,63	0,84
17	3,58	0,74	1,39	5,81	0,37	0,62	0,83
18	3,64	0,73	1,42	5,85	0,39	0,6	0,82
19	3,68	0,73	1,49	5,88	0,40	0,59	0,81
20	3,73	0,72	1,54	5,92	0,41	0,58	0,8
21	3,77	0,72	1,60	5,95	0,42	0,57	0,79
22	3,81	0,72	1,65	5,97	0,43	0,56	0,78
23	3,85	0,71	1,71	6,01	0,44	0,55	0,77
24	3,89	0,71	1,75	6,03	0,45	0,54	0,77
25	3,93	0,70	1,80	6,05	0,46	0,54	0,76

Ek 9 F Dağılım Tablosu

Critical Values of the F Distribution
 $(\alpha = .05)$

df within	df between										
	1	2	3	4	5	6	7	8	12	24	∞
5	6.61	5.79	5.41	5.19	5.05	4.95	4.88	4.82	4.68	4.53	4.37
6	5.99	5.14	4.76	4.53	4.39	4.28	4.21	4.15	4.00	3.84	3.67
7	5.59	4.74	4.35	4.12	3.97	3.87	3.79	3.73	3.57	3.41	3.23
8	5.32	4.46	4.07	3.84	3.69	3.58	3.50	3.44	3.28	3.12	2.93
9	5.12	4.26	3.86	3.63	3.48	3.37	3.29	3.23	3.07	2.90	2.71
10	4.96	4.10	3.71	3.48	3.33	3.22	3.14	3.07	2.91	2.74	2.54
11	4.84	3.98	3.59	3.36	3.20	3.09	3.01	2.95	2.79	2.61	2.41
12	4.75	3.89	3.49	3.26	3.11	3.00	2.91	2.85	2.69	2.51	2.30
13	4.67	3.81	3.41	3.18	3.03	2.92	2.83	2.77	2.60	2.42	2.21
14	4.60	3.74	3.34	3.11	2.96	2.85	2.76	2.70	2.53	2.35	2.13
15	4.54	3.68	3.29	3.06	2.90	2.79	2.71	2.64	2.48	2.29	2.07
16	4.49	3.63	3.24	3.01	2.85	2.74	2.66	2.59	2.42	2.24	2.01
17	4.45	3.59	3.20	2.96	2.81	2.70	2.61	2.55	2.38	2.19	1.96
18	4.41	3.55	3.16	2.93	2.77	2.66	2.58	2.51	2.34	2.15	1.92
19	4.38	3.52	3.13	2.90	2.74	2.63	2.54	2.48	2.31	2.11	1.88
20	4.35	3.49	3.10	2.87	2.71	2.60	2.51	2.45	2.28	2.08	1.84
21	4.32	3.47	3.07	2.84	2.68	2.57	2.49	2.42	2.25	2.05	1.81
22	4.30	3.44	3.05	2.82	2.66	2.55	2.46	2.40	2.23	2.03	1.78
23	4.28	3.42	3.03	2.80	2.64	2.53	2.44	2.37	2.20	2.01	1.76
24	4.26	3.40	3.01	2.78	2.62	2.51	2.42	2.36	2.18	1.98	1.73
25	4.24	3.39	2.99	2.76	2.60	2.49	2.40	2.34	2.16	1.96	1.71
26	4.23	3.37	2.98	2.74	2.59	2.47	2.39	2.32	2.15	1.95	1.69
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.31	2.13	1.93	1.67
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.45	2.36	2.29	2.12	1.91	1.66
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.55	2.43	2.35	2.28	2.10	1.90	1.64
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.33	2.27	2.09	1.89	1.62
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.00	1.79	1.51
60	4.00	3.15	2.76	2.53	2.37	2.25	2.17	2.10	1.92	1.70	1.39
80	3.96	3.11	2.72	2.49	2.33	2.21	2.13	2.06	1.88	1.65	1.33
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.31	2.19	2.10	2.03	1.85	1.63	1.28
120	3.92	3.07	2.68	2.45	2.29	2.18	2.09	2.02	1.83	1.61	1.26
∞	3.84	3.00	2.61	2.37	2.22	2.10	2.01	1.94	1.75	1.52	1.00

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 01.01.1982

Doğum yeri Kocaeli/Gölcük

Lise 1996-1999 Antalya Muratpaşa Lisesi

Lisans 1999-2004 Doğu Akdeniz Üniversitesi Mühendislik Fakültesi
Endüstri Mühendisliği Bölümü

Yüksek Lisans 2007-2010 Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
İstatistik Anabilim Dalı

Çalıştığı kurumlar

2004-2005 Öztiryakiler Aymak A.Ş.

2007-Devam ediyor YTÜ Meslek Yüksek Okulu Öğretim Görevlisi