

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ**

**DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİNİN ÇÖZÜMÜNDE YENİ BİR
PAKET PROGRAMIN GELİŞTİRİLMESİ;
GELİŞTİRİLEN BU PAKET PROGRAMIN İÇEÇEK SEKTÖRÜNDE
UYGULANMASI**

96058

Selçuk ALP

No : 1127307

**S.B.E İşletme Anabilim Dalı İşletme Yönetimi Programında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Yrd.Doç.Dr. M.Esra ÖZTAMAN

**YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

İSTANBUL, 2000

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No.
ŞEKİL LİSTESİ	iv
TABLO LİSTESİ	v
ÖZET	vi
SUMMARY	vii
GİRİŞ	1
I. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA.....	3
1.1. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA VE İLGİLİ KAVRAMLARIN TANIMI.....	3
1.2. DOĞRUSAL PROGRAMLAMANNIN TARİHSEL GELİŞİMİ.....	8
1.3. DOĞRUSAL PROGRAMLAMANNIN TEMEL PRENSİPLERİ	10
1.4. KULLANILDIĞI YERLER.....	10
1.5. UYGULANABİLME KOŞULLARI.....	11
1.6. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA PROBLEMİ	12
1.6.1. MATEMATİKSEL MODELİN KURULMASI	12
1.6.2. PROBLEMİN UNSURLARI.....	12
1.6.2.1. Doğrusal Amaç Denklemi	12
1.6.2.2. Doğrusal Sınırlayıcı Koşullar	13
1.6.2.3. Pozitiflik Koşulları.....	14
1.6.3. PROBLEMİN NOTASYONU	14
1.6.4. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜNDE KULLANILAN TANIMLAR	17
1.6.5. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜNÜN ÖZELLİKLERİ	17
II. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİ	19
2.1. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİNİN ÇÖZÜM YOLLARI	19
2.1.1. GRAFİKLE ÇÖZÜM	19
2.1.2. CEBİRSEL ÇÖZÜM.....	22
2.1.3. SİMPLEKS ÇÖZÜM.....	29
2.1.3.1. Simpleks Yöntemin Uygulama Alanları	31
2.1.3.2. Simpleks Yöntemin Uygulanışı.....	33
2.1.3.3. Simpleks Yöntemin Özeti	40
2.1.3.4. Simpleks Yöntemin Yeterliliği	41
2.1.4. TAMSAYILI PROGRAMLAMA.....	43
2.1.4.1. Dal - Sınır (Branch-And-Bound) Algoritması.....	44
2.1.4.2. Kesim Düzlemi(Gomory) Algoritması	45
2.2. DUAL PROBLEM	46
2.2.1. DUAL PROBLEMİN TANIMI	46
2.2.2. ASIL VE DUAL PROBLEMLER İLE İLGİLİ ÖNERMELER.....	47
2.2.3. DUAL PROBLEMİN FORMÜLE EDİLMESİ.....	48

2.2.4. ASIL VE DUAL İLİŞKİSİ	50
2.2.5. DUAL PROBLEMİN EKONOMİK AÇIKLAMASI VE GÖLGE FİYATLAR.....	51
2.3. DUYARLILIK ANALİZİ.....	52
2.3.1. DUYARLILIK ANALİZİNİN TANIMI	52
2.3.2. DUYARLILIK TÜRLERİ	53
2.3.2.1. Sağ Taraf Sabitlerindeki Değişimler.....	53
2.3.2.2. Amaç Denklemi Katsayılarındaki Değişmeler	54
2.3.2.3. Teknolojik Katsayılarındaki Değişmeler	55
2.3.2.4. Yeni Karar Değişkeninin Eklenmesi.....	55
2.3.2.5. Yeni Sınırlayıcı Koşulların Eklenmesi.....	55
III. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA ÇÖZÜMÜNDE BİLGİSAYARLA PROGRAMLAMA.....	56
3.1. ÖN HAZIRLIK	56
3.2. SİSTEM ANALİZİ.....	58
3.2.1. PROJENİN AMAÇ VE KAPSAMI	58
3.2.2. SİSTEM GELİŞTİRME PLANI	59
3.2.3. PROGRAM GELİŞTİRME ORTAMI	60
3.2.3.1. İşletim Sistemi	60
3.2.3.2. Yazılım	62
3.2.3.3. Donanım	62
3.3. SİSTEM TASARIMI.....	63
3.3.1. PROGRAM TASARIMI	63
3.3.2. PROGRAMIN GÖRSEL DİYAGRAMI.....	65
3.3.3. PROGRAMIN KULLANIMI	66
3.4. ÖRNEK OLAY	74
3.4.1. AMAÇ.....	74
3.4.2. VARSAYIMLAR.....	74
3.4.3. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA PROBLEMİ	75
3.4.4. MATEMATİKSEL MODEL	76
3.4.5. ÇÖZÜM	77
3.4.6. SONUÇ.....	81
SONUÇ.....	83
KAYNAKÇA	84
EK – 1 : ÜRÜN MALİYETLERİ.....	87
EK – 2 : BEKLEME SÜRELERİ	90

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

No.

ŞEKİL 1 : YÖNEYLEM ARAŞTIRMASININ ÇALIŞMA YÖNTEMİNDEKİ AŞAMALAR.....	4
ŞEKİL 2 : GRAFİK ÇÖZÜM	21
ŞEKİL 3 : BİLGİ İŞLEM SÜRECİ	57
ŞEKİL 4 : SİSTEM AKIŞ DİYAGRAMI.....	59
ŞEKİL 5 : VERİ AKIŞ DİYAGRAMI	63
ŞEKİL 6 : AYRINTILI VERİ AKIŞ DİYAGRAMI	64



TABLO LİSTESİ

	Sayfa
	No.
TABLO 1 : SIMPLEKS UYGUNLUK TABLOSU	30
TABLO 2 : SIMPLEKS BAŞLANGIÇ TABLOSUNDA AYLAK, ARTIK VE YAPAY DEĞİŞKENLERİN EKLENMESİ	35
TABLO 3 : SIMPLEKS BAŞLANGIÇ TABLOSU	36
TABLO 4 : DOĞRUSAL PROGRAMLAMA PROBLEMİNİN DUAL HALİ	48
TABLO 5 : ASIL VE DUAL PROBLEM İLİŞKİSİ	49
TABLO 6 : ASIL VE DUAL PROBLEMLERDE AMAÇ FONKSİYONUNUN İLİŞKİSİ	49
TABLO 7 : GANTT DİYAGRAMI	60



ÖZET

Endüstri devrimi öncesi üretimin gerçekleştiği işyerleri, daha çok insan gücüne dayalı ve birkaç çalışanın üstesinden gelebileceği yapıda idi. Üretim miktarı, kaynakların, teknolojinin ve tüketimin yetersizliği nedeniyle sınırlı kalmaktaydı.

Endüstri devriminin başlamasından bu yana, işyerleri büyümüş, teknoloji gelişmiş ve en önemlisi yavaş yavaş bir rekabet ortamı doğmuştur. Endüstri devriminin ilk dönemlerindeki amaç, her ne şekilde olursa olsun üretimi, dolayısıyla kârı arttırmaktan ibaretti. Bu dönemde piyasayı üreticiler yönlendirmekteydiler. İstedikleri kadar üretip, ürettiklerini istedikleri fiyata satabiliyorlardı. Daha sonra rekabetin artması ile rakiplerle yarışabilmek için daha az maliyetle, daha çok kâr elde edilebilecek olan üretim düzeyinin ne olması gerektiği problemi önem kazanmaya başlamıştır. İşte bu noktada, II. Dünya Savaşı sırasında askeri alanlarda kullanılan Yöneylem Araştırması teknikleri giderek daha çok artan düzeyde işletmelere uygulanmaya başlamıştır.

Günümüzde, üretim miktarının, tipinin, karışımının belirlenmesinden, pazarlama yöntem ve amaçlarının saptanmasına kadar işletmeler ile ilgili birçok konularda Yöneylem Araştırmasının teknikleri uygulanmaktadır.

Çalışmada amaçlanan, Yöneylem Araştırması disiplini içinde yer alan Doğrusal Programlama Problemini ayrıntılı bir şekilde inceleyerek, bu problemi çözebilecek bir bilgisayar programının yazılmasıdır.

Çalışmanın uygulama kısmında, geliştirilen program kullanılarak Anadolu Holding bünyesinde, içecek sektöründe faaliyet gösteren Efes Biracılık işletmesinin üretim kısıtları çerçevesinde kârını maksimize edecek üretim düzeyinin bulunmasıdır.

Sonuçta, rekabet ortamında işletmelerin yaşayabilmesi için verimli bir üretim politikasının olması gerekmektedir. Üretimde, verimliliği arttırmak için Yöneylem Araştırması disiplininin yararlanılması gerekmektedir.

SUMMARY

Before the industrial revolution, production was based on manpower and was in such a structure that a few employees could handle. The amount of production was limited due to inadequate resources, technology and consumption.

Since the industrial revolution, workplaces have enlarged, technology has improved, and the most important of all, a competitive work environment has gradually developed. The main objective of the industrial revolution at the first stages consisted of increasing the production and increasing the profit in turn. At this period, the producers were leading the market. They produced as much as they desired and sold these products at any price they wanted. After the increasing competition among the firms, the problem of determining the optimum production level that brought more profit with less cost gained significance, in order to outwit the rivals. Therefore, at this point, companies started to apply the Operations Research techniques that were of military use during the Second World War, increasingly.

Today, operations research techniques have a wide range of application in many enterprise-relevant problems from determining the production level, type and amounts of mixture to deciding on marketing motives and strategies.

The objective of this study is to investigate the Linear Programming Problem included in the discipline of operations research immaculately and to develop a computer program for solving this problem.

As an application of the study, the program developed was used to evaluate the optimum production level of a foundation of Anadolu Holding, the bier company Efes which functions in the beverage sector, that would yield the maximum profit subject to production constraints.

As a conclusion, it should be emphasized that an efficient production strategy is necessary for the companies, in order to survive in the contemporary competitive markets. For increasing the efficiency in production, it is a must to benefit from the discipline of operations research.

GİRİŞ

Yeni bir yüzyıla girilen bu dönemde işletmelerin hayatta kalabilmeleri ve başarılı olmaları, onların sürekli bir iyileştirme süreci içinde yüksek kalitesi olan ürün ve hizmet üretmeyi hedef alan yeni yönetim sistemlerini uygulamaya geçmelerine bağlıdır. Yöneylem Araştırması üretim kaynaklarının en etkin kullanımı, hatalı ürünlerin ve süreçlerin en aza indirilmesi, verimliliğin artırılması, ürün kalitesi ve müşteri tatmininin en çoğa yükseltilmesi gibi pek çok konularda işletmelere, etkin olarak yardımcı olabilmektedir. Son yıllarda çağdaş işletmelerin ve ülkelerin yöneldiği Toplam Kalite Yönetiminin başarısında, Yöneylem Araştırması önemli bir paya sahiptir.

Günümüzde işletmelerin yaşayabilmeleri için rekabet ortamına ayak uydurmaları gerekmektedir. Bundan dolayı kaliteden ödün vermeden varolan kaynaklardan en çok fayda elde etme ya da belirlenen bir faydanın en az maliyetle gerçekleştirilmesi sorunu oldukça önem taşımaktadır. Diğer bir ifadeyle, kaynakların en verimli şekilde kullanımı işletmelerin ana sorunlarından biri olarak ortaya çıkmaktadır. Bunun sağlanabilmesi için özellikle II. Dünya Savaşı sırasında ve sonrasında çeşitli matematiksel teknikler geliştirilmiştir. Önceleri askeri amaçlar için kullanılan bu yöntemler giderek işletmeler için de kullanılır olmuştur. Bu teknikler arasında birçok işletme sorununa başarı ile uygulanmış olan doğrusal programlama önemli bir yer tutmaktadır. Doğrusal programlama Yöneylem Araştırması disiplininin önemli bir parçasını oluşturmaktadır.

Bu çalışmanın amacı, doğrusal programlama tekniğinin çözüm yöntemlerini incelemek ve Windows işletim sistemini ortamında çalışan Borland DELPHI görsel programlama dili ile söz konusu problemin bilgisayar ortamında çözümünün hızlı ve doğru bir şekilde yapılabilmesinin sağlanmasıdır.

Çalışmanın üç bölümünde oluşmaktadır. İlk bölümde doğrusal programlama kavramının Yöneylem Araştırması içindeki yeri, tarihsel gelişimi, önemi üzerinde durulmuş ve doğrusal programlama probleminin özellikleri incelenmiştir.

İkinci bölümde, doğrusal programlama modelinin çözüm yolları olan Grafik, Cebirsel ve Simpleks yöntemler, verilen asıl modelin simetriği olan dual problem ve kaynak ve kısıtlarla ilgili değişimlerin bulunan çözümü nasıl etkileyeceğini gösteren ve işletme yöneticileri için oldukça önem arz eden duyarlılık analizi konuları incelenmiştir.

Üçüncü bölümde yazılan bilgisayar programının geliştirme süreci ve kullanımı hakkında bilgi verilmiştir. Bu bölümde ayrıca, içecek sanayiinde faaliyet gösteren EFES BİRACILIK'ın üretim yapısının (bazı varsayımlar altında) doğrusal programlama problemi ortaya konulmuş ve yazılmış bilgisayar programı aracılığıyla çözüm sunulmuştur.

Sonuç kısmında ise yapılan çalışmanın genel bir değerlendirmesi yapılmıştır.



BİRİNCİ BÖLÜM

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

1.1. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA VE İLGİLİ KAVRAMLARIN TANIMI

Yöneylem Araştırmasının tanımı, her üç ayda bir çıkan *Operational Research Quarterly* dergisinin her sayısının ilk sayfasında yayınlanır. Bu tanıma göre: “Yöneylem Araştırması, endüstri, ticaret, kamu yönetimi ve savunma işlerinde karşılaşılan insan, makine, gereç ve para gibi kaynakların yönetiminde ortaya çıkan sorunlara bilimsel yöntemlerin uygulanmasıdır. Bu yaklaşımın başka yaklaşımlarda farklı sistemin bilimsel bir modelinin oluşturulmasıdır. Olasılık ve risk gibi faktörlerin ölçülmesini de içeren bu model sayesinde değişik karar, strateji ve kontrol seçeneklerinin sonuçlarını tahmin etmek ya da bunları birbirleriyle karşılaştırmak olanaklıdır. Amaç, yönetimin politikasını ve eylemlerini bilimsel bir biçimde saptayabilmesine yardımcı olmaktır.”¹

Yöneylem Araştırmasında, problemin çözümü için altı aşamalı bir yöntem izlenir. Bu aşamalar;

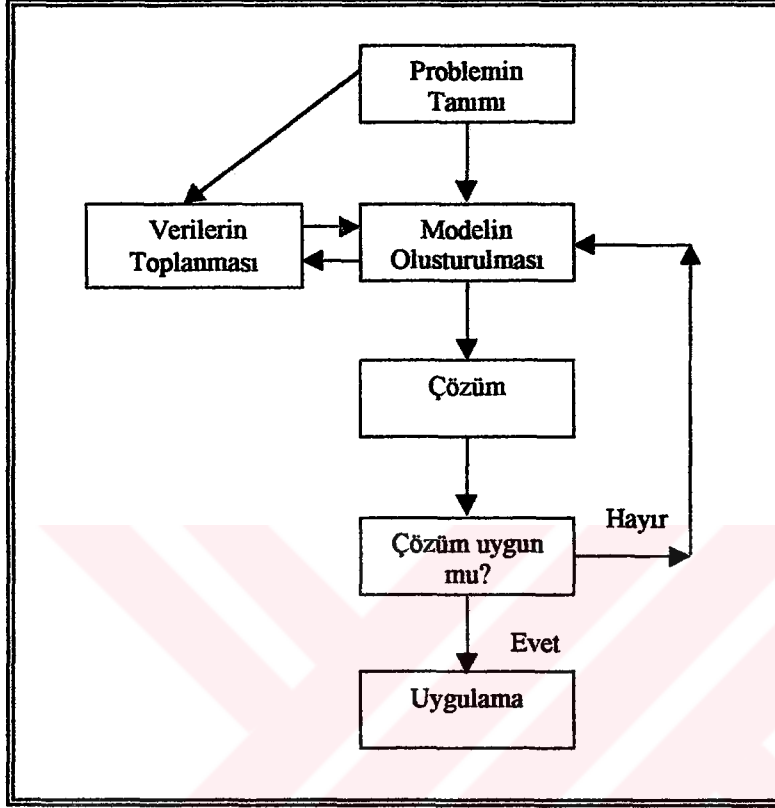
- Problemin tanımlanması
- Modelin oluşturması
- Verilerin toplanması
- Modelin çözülmesi
- Çözümün uygulanabilir olmasının test edilmesi
- Uygulama²

¹ Davut Arditi. “Mühendislikte İşletmecilik ve Yöneylem Araştırması İlişkileri Konusunda Düşünceler”, Yöneylem Araştırması 2. Ulusal Kongresi, Ankara 16-18 Haziran 1976, ss.45-46.

² Michael Wilkers, *Operational Research : Analysis and Applications*, London: McGraw-Hill Book Company, 1989, s.4.

Aşağıdaki akış şeması ile aşamalar arasındaki ilişkiler gösterilmiştir.

Şekil 1 : Yöneylem Araştırmasının Çalışma Yöntemindeki Aşamalar



Kaynak : Michael Wilkers, Operational Research : Analysis and Applications, London: McGraw-Hill Book Company, 1989, s.5.

Yöneylem Araştırmasının en gelişmiş ve yaygın uygulama alanını oluşturan Doğrusal Programlama, doğrusal karar modelleriyle ilgili kavram ve teknikler topluluğu olarak tanımlanabilir.

Bir sistemin bileşenlerinin simgelerle tanımlanıp, bunları aralarındaki ilişkilerin fonksiyonlarla gösterimine **matematiksel model**, sistemin yöneticisinin kontrolü altında olup **karar değişkeni** olarak adlandırılan değişkenlere, hangi değerlerin verilmesi gerektiğini belirlemek amacıyla kullanılan matematiksel modellere de **karar modeli** adı verilmektedir.³

³ İmdat Kara, **Doğrusal Programlama**, 1.Baskı, Eskişehir: Bilim Teknik Yayınevi, Ekim 1991, s.1.

Karar verme ve karar kuramı sosyal ilimlerin hemen hemen her dalında önemli bir konu olmaya devam etmektedir. Kişi, grup ya da örgüt davranışlarının tümünde bir karar verme sürecinin var olduğu bugün kabul edilmiştir. Gerçek sorun, bu sürecin yapısal özelliklerini ve boyutlarını kuramsal ve deneysel yöntemlerle açıklayabilmektedir.⁴

Karar verme herhangi bir seçenek seçiminin yapıldığı bir süreçtir. Karar süreci belirli adımlardan oluşur. Bu adımlar;

- Amacın belirlenmesi,
- Kontrol edilebilen değişkenlerin belirlenmesi,
- Kontrol edilemeyen değişkenlerin belirlenmesi,
- Tikel kontrol edilebilen değişkenleri ve onların kontrol edilebilen değişkenler ile ilişkisini belirleme,
- Amaca bağlı olarak her bir mümkün kararın (seçenek veya her bir kontrol edilebilen faaliyetin değeri) etkisini belirleme, yani bir anlamda en iyi kararın bulunması.⁵

Karar vermedeki temel sorunlardan biri seçeneklerin (farklı sistemler, sistem durumlar, karar değişkenlerinin farklı değerleri gibi) kıyaslanabilirliğidir. Arzu edilen şey seçenekler üzerinde bir tercih sırası kurmaya olanak veren bir ölçü geliştirebilmektedir. Böyle bir ölçüye, genellikle, değer, yararlılık ya da etkinlik ölçüsü denir.

Karar vermenin amacı, en kapsamlı ve en genel anlamda, uygun şekilde tanımlanmış bir “sistemin en çok arzu edilen bir duruma girmesini sağlamak” biçiminde ifade edilebilir.⁶

Yönetim sistemlerinin bugün ulaştığı düzey, karar vermede doğru bilgiyi kısa zamanda ve istenilen biçimde yönetimin çeşitli basamaklarına sağlayacak tekniklerin,

⁴ Hüseyin Leblebici, “Örgütlerin Karar Verme Yöntemlerinde Ortaya Çıkan Belirsizlik Kavramının Ölçülmesi Üzerine Yeni Bir Yaklaşım”, *Yöneylem Araştırması 2. Ulusal Kongresi*, Ankara: 16-18 Haziran 1976, s.3.

⁵ Ahmet Öztürk, *Yöneylem Araştırması*, Genişletilmiş 6. Baskı, Bursa: Ekin Kitabevi Yayınları, 1997, ss 7-8.

⁶ Halim Doğrusöz, “Çok Boyutlu Değer Ölçüsü İle Karar Verme”, *Yöneylem Araştırması 2. Ulusal Kongresi*, Ankara: 16-18 Haziran 1976, ss.14-15.

araçların, yöntemlerin bileşkesi olarak tanımlanabilecek Bilişim Teknikbilimi'nin anlaşılmasını, benimsenmesini ve yönetim politikasının diğer akılcı yöntemleriyle bütünleştirilmesini ve yönetim politikasının diğer akılcı yöntemleriyle bütünleştirilmesini gerektirmektedir. Çünkü, yönetim sistemlerinde esas olan karar – denetleme bütünlüğünün sağlanması, kararların denetlemeden gelecek geri besleme ile iyileştirilmesi ancak bu yönetim sisteminin dinamik yapısına uygun bir bilişim sisteminin varlığı ile olanaklı görülmektedir.⁷

Bir sistemin davranışını etkilediği halde, karar vericinin kontrolü dışında değer alan bileşenlere **parametre**, modelde karar değişkenleri ya da karar değişkenleriyle parametreler arasındaki zorunlu ilişkilerin her birine **kısıt** denir.

Bir karar modeli, yapısal olarak, seçeneklerin neler olduğunu belirleyen **kısıt bağıntıları** ve en iyi seçeneğin hangisi olduğunu bulmak için işleme giren **amaç fonksiyonundan** oluşur.

Kısıtların tamamı ve amaç fonksiyonu doğrusal fonksiyonlarla ifade edilmiş ise, bir doğrusal karar modeli söz konusu demektir. Doğrusal karar modelleri ile ilgili kavram ve teknikler **Doğrusal Programlama** başlığında toplanır.⁸

Doğrusal Programlama, endüstri mühendisliği ve işletmecilik problemleri için geliştirilen matematiksel problemler içinde uygulanabilirliği kolay ve yaygın bir yöntemdir. Yöntemin uygulanabilmesi için değişkenler arasında kurulan ilişkilerin doğrusal (lineer) olması gerekir.⁹

Doğrusal programlama terimi iki kelimeden meydana gelmiştir. Bunlardan doğrusal kelimesi modeli meydana getiren denklemlerin doğrusal bir nitelik taşıdığını, diğer bir

⁷ Necdet Bulut, "Bilişim Sistemlerinin Ohurluğunda İki Farklı Düzey", **Yöneylem Araştırması 2. Ulusal Kongresi**, Ankara: 16-18 Haziran 1976, ss.211-212.

⁸ Kara, s.1.

⁹ Servet Yıldırım, **Doğrusal Programlama Teknikleri ve Bir Uygulama**, Yıldız Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 1986, İstanbul, s.1.

anlatım ile denklemlerin kuadratik (kareli), kübik, logaritmik ya da başka bir fonksiyonel bağlantıyı içermediğini ifade etmektedir.¹⁰

“*Programlama*” kelimesi de, burada bilgisayar programlamasını ya da programını ifade etmez; bu terim, esas itibarıyla, planlamanın eş anlamlısıdır. **Planlama**, organizasyon, yönetim ve işletmenin temel işlevlerini kalıplara bağlı kalmaksızın, amaçlar doğrultusunda, işletme içi işlerin karmaşıklığını kontrol edilmesidir.¹¹

Bu bağlamda, doğrusal programlama, “*optimal*” bir sonuç elde etmek için faaliyetlerin planlanmasını ilgilendirir. Optimal sonuç ise, bütün fizibil (olurlu) alternatifler arasında matematiksel modele göre, belirlenen amaca en iyi ulaşan sonuçtur.¹²

Doğrusal programlama, sınırlı kaynakların birbiriyle rekabet eden çeşitli faaliyetler arasında mümkün olan en iyi, yani optimum şekilde dağıtılması problemi ile ilgilidir.¹³

Bir ekonomide kıt kaynakların belli bir amaca göre en uygun dağıtım sorunu, iktisadın temel uğraşı alanlarından birisidir. Hurwicz’ın öncü çalışmasından bu yana bu sorun “Kaynak Dağıtım Mekanizmaları Kuramı” adı verilen bir yaklaşım içinde sistematik bir biçimde ele alınmaktadır. Hurwicz’in getirdiği yaklaşımın temel yeniliği kaynakların dağıtım için oluşturulacak mekanizmanın sorunun bir verisi olmaktan çıkarılıp, değişkeni biçimine dönüştürmüş olmasıdır.¹⁴

İşletmelerin ekonomik çalışabilmeleri, büyük ölçüde kaynaklarını etkin ve verimli olarak kullanabilmelerine, iyi planlanan, uygulanan, kontrol edilen ve geliştirilen üretim ve yönetim sistemlerine sahip olabilmelerine bağlıdır.¹⁵ İşte doğrusal programlama modeli, işgücü, hammadde, makine ve sermaye gibi kısıtlayıcı koşulların, en uygun şekilde nasıl

¹⁰ Ahmet Remzi Özçelik, **Doğrusal Programlama Teknikleri ve Yem Sanayiinde Bir Uygulama**, Yıldız Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 1986, İstanbul, s.6.

¹¹ Richard I. LEVIN, Charles A. KIRKPATRICK, **Planning and Control with PERT/CPM**, New Delhi: McGRAW-HILL, 1977, s.1.

¹² Yaşar Baki CENGİZ, **Yöneylem Araştırması**, İstanbul: Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, 1989, ss.20-21.

¹³ Cengiz, s.20.

¹⁴ Hasan Ersel, “Kaynak Dağıtım Mekanizmalarında Dürtü Uygunluğu”, **Yöneylem Araştırması 5. Ulusal Kongresi**, Eskişehir: 23-25 Mayıs 1979, s. 244.

¹⁵ Mehmet Tanyaş, **Endüstri Mühendisliğine Giriş**, Cilt 1, İstanbul: İrfan Yayıncılık, 1995, s.1.

kullanılması gerektiğini bulmak amacı ile kullanılır. Alternatif çözümler arasından, istenen en iyi çözüme (maliyetin minimizasyonu yani en aza indirilmesi ya da karın maksimizasyonu yani en çoklanması) ulaşılmaya çalışılır. Genelde, en iyi çözümün bulunması matematiksel bir problemdir.¹⁶

Çok sayıda olurlu seçenek arasından seçilen bir üretim tasarımı, optimal tasarım ise, fırsat maliyeti sıfır olacaktır. Fırsat maliyetinin varlığını ortaya çıkarmak her zaman olası değildir, ancak sistemin etkinliğini araştırmak için incelemeler yapmak yararlı olacaktır.¹⁷

1.2. DOĞRUSAL PROGRAMLAMANNIN TARİHSEL GELİŞİMİ

Doğrusal programlama kavramına ilk olarak W.Leontief'in 1920 yılında yapmış olduğu çalışmalarda rastlanmaktadır. W. Leontief bu konudaki kesin prensiplerini 1941 yılında yayınladığı "Amerikan Ekonomisinin Yapısı" adlı kitabında açıklamıştır. Leontief modelinde son mamuller ile sektör ürünleri arasındaki ilişkileri ele almıştır.¹⁸

İkinci Dünya Savaşı matematik, fizik, olasılık ve diğer sayısal analizle ilgili bilimlerin, savaş yönetimindeki kararların alınmasında yardımcı olarak kullanıldığı ilk savaştır. Yöneylem Araştırması (Operations Research) adı verilen bu karar verme yaklaşımı ilk defa İngiltere'de 1940 yılında askeri, fen ve sosyal bilimlerden gelen çeşitli bilim adamı ve uzmanların oluşturduğu bir grup tarafından savaş süresince askeri problemlerin çözümünde uygulanmıştır. Bu kişiler kendi bilim dallarına ait teknikleri karma teknikler haline getirmiş ve askeri problemleri çözmek için kullanmışlardır. Aynı yaklaşım 1942 yılında ABD silahlı kuvvetlerinde de uygulanmıştır.

Yöneylem Araştırması yaklaşımının savaş sırasında başarılı olması öncelikle ABD ve İngiltere'de olmak üzere işletme yönetimi problemlerinin çözümünde de kullanılmasını sağlamıştır. Günümüzde yaygın şekilde kullanılan doğrusal programlama, doğrusal

¹⁶ Ravindran, Phillips, Solberg, *Operations Research Principles and Practice*, , Second Edition, New York: John Wiley & Sons, 1987, s.13.

¹⁷ Hulusi Demir, Şevkinaz Gümüsoğlu, *Üretim Yönetimi*, İzmir: Aydın Yayınevi, İzmir, ss.39-40.

¹⁸ Yıldırım, s.1.

olmayan programlama, dinamik programlama teknikleri yöneylem araştırması yaklaşımının oluşturduğu tekniklerdir.¹⁹

Ekonomide karşılaşılan birçok problemler doğrusal ekonominin sahası içine girebilir. Doğrusal ekonomi birbirinden ayrı bir şekilde üç dalda tarihi bir gelişim göstermiştir. Bunlardan ilki Oyun Teorisi (Game Theory) John Von Neumann ve Oskar Morgenstern tarafından 1928’de, ikincisi İnpıt-Output Analysis W. Leontief tarafından 1936’da ve nihayet sonuncusu Doğrusal Programlama (Linear Programming) George B. Dantzig, Marshall Wood ve arkadaşları tarafından 1947 yılında ortaya konulmuştur.

Bu tarihten itibaren Doğrusal Programlama metodunun tekniği ve araştırmalarda kullanılması matematikçiler ve iktisatçılar tarafından geliştirilmiş, bir taraftan metodun tekniği daha basitleştirilirken diğer taraftan da daha çeşitli problemlere uygulama olanağı bulunmuştur. Doğrusal Programlama yöntemi artık modern ekonomi teorilerinin ve uygulamalı matematiğin önemli bir aracı haline gelmiştir.

A. Charnes, W. Cooper ve A. Henderson 1953 yılında yöntemin matematiksel açıklamasını yapmışlardır. Earl A. Heady ve Wilferd Candler 1958 yılında tarımda Doğrusal Programlama ile maksimizasyon ve minimizasyon problemlerinin nasıl çözümlenebileceğini göstermişler, değişen üretim faktörleri, değişen fiyatlarla optimum sonuçlara nasıl ulaşılabilirliğini uygulamalı örneklerle açıklamışlar ve ayrıca yapmış oldukları değişikliklerle Doğrusal Olmayan problemlerin çözümünde de yöntemin kullanılabileceğini göstermişlerdir.

Artık üniversitelerde okutulmaya başlanan Doğrusal Programlama yöntemi 1958 yılında Saul I. Gass bir ders kitabı içerisinde açıklamış, aynı yıl Dorfman, Samuelson ve Solow matematik derinleşmeği arzu etmeyen iktisatçılara yöntemi tanıtmaya çalışmışlardır. 1959 yılında McAlexander ve Hutton, Doğrusal Programlama yönteminin tarımsal problemlere uygulanmasını gösteren bir rehber kitap yayınlamışlardır.

¹⁹ Tanyaş, s.8.

İşletmecilik ilminin belli başlı tahlil aletlerinden biri olan Doğrusal Programlama gerek zirai işletmecilik ve gerekse genel işletmecilik kitaplarının vazgeçilmez bir unsuru haline gelmiştir. Nitekim N. Paul Loomba işletmecilikle ilgili ders kitabında müstakilen Doğrusal Programlamayı ele almış Emery N. Castle ve Mannig H. Becker zirai işletmecilik ders kitaplarında Doğrusal Programlama bahsine yer vermeye gerek görmüşlerdir. Yöntemin firma teorisine uygulanması Boulding ve Spivey tarafından ele alınmıştır.²⁰

1.3. DOĞRUSAL PROGRAMLAMAMANIN TEMEL PRENSİPLERİ

1. Doğrusal programlamayı uygulayarak bir amaca ulaşılmaya çalışılır. Ulaşılmaya çalışılan amaç açık olarak bilinmelidir. Amaca ulaşmayı etkileyen birtakım faktörler vardır. Amaç, bu faktörlerin doğrusal fonksiyonu olarak yazılabilmelidir.
2. İşletmelerde bazı kısıtlayıcı koşullar söz konusudur. Faktörler arasındaki ilişkiler bu sınırlılığa bağlı olarak doğrusal eşitlik ya da eşitsizlik halinde yazılırlar (Sınırlılık Varsayımı).
3. Amaca varmak için çeşitli alternatiflerin var olması gereklidir. Yani çözüm birden fazla olmalıdır.
4. Fonksiyonda yer alan faktörler, toplanabilir özellikte olmalıdır (Toplanabilirlik Varsayımı).
5. Amaç fonksiyonu süreklilik göstermektedir.
6. Fonksiyonda yer alan faktörler bölünebilir özellikte olmalıdır. Yani en küçük birimlerle ifade edilebilmelidir.
7. Faktörlerin negatifliği söz konusu olmadığından pozitiflik koşulu vardır (Negatif Olmama Varsayımı).²¹

1.4. KULLANILDIĞI YERLER

İlk olarak uygulandığı saha Alokasyon ve dağıtım problemleri olmuştur. Genel ifadesiyle, kısıtlı ve belirli miktardaki, kıymetli kaynakların, bazı esaslar ve zorunluluklar içinde, çeşitli amaç noktalarına, merkezlere dağıtım problemlerinde geniş ölçüde

²⁰ Özçelik, ss. 6-7.

²¹ Yıldırım, s.2.

kullanılmıştır. Kapasite dağıtımı, eleman vazifelendirme ve özel bir problem olarak dağıtım problemleri, oyunlar, dağıtım merkezleri yerinin saptanması gibi konular ilk akla gelen uygulama alanlarıdır.²²

Bugün endüstriyel ve ekonomik analizlerde yaygınca kullanılan doğrusal programlama, tüm nicel teknikler arasında en geniş etki alanıdır. Doğrusal programlama firmanın, ulaşım, üretim, finansman, dağıtım ve reklamcılık gibi pek çok faaliyetlerinde kullanılabilir. Ayrıca, firmada karşılaşılabilecek darboğazların giderilmesinde, seçenekli üretim teknikleri kullanılmasının getirisini belirlemede, kıt kaynakların etkin kullanımı ve bunların gölge fiyatlarının belirlenmesi ile en uygun çözümlere ulaştıracak politikaları saptamada doğrusal programlama modelleri kullanılır.²³

1.5. UYGULANABİLME KOŞULLARI

Doğrusal programlamanın problemleri çözmede uygulanabilmesi için bu problemlerin bir takım koşullara uygun olması gereklidir. Bu koşulları aşağıdaki gibi sıralayabiliriz.

- Amacın açık olarak bilinmesi ve kantitatif olması,
- Amaca ulaşmak için alternatiflerin mevcut olması,
- Kaynakların sınırlı olması ya da sınırlamalara tabi olması.

Eğer ele alınan problemde bu kayıt ve koşullar mevcut değilse programlama metodundan başka yollarla problemin çözümlenmesi gerekmektedir. Ancak yukarıda açıklanan asgari koşulların bulunması halinde Doğrusal Programlamadan yararlanılması olasılığı vardır.²⁴

²² İlhami Karayalçın , Harekat Araştırması (Yöneylem Araştırması), Geliştirilmiş 2. Baskı, İstanbul: Fatih Yayınevi Matbaası, İstanbul, 1979, ss.111-112.

²³ Öztürk A., s.23.

²⁴ Özçelik, s. 10.

1.6. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA PROBLEMİ

1.6.1. MATEMATİKSEL MODELİN KURULMASI

Matematiksel bir modelin kurulması, aşağıdaki üç sorunun cevaplandırılması ile başlatılabilir:

- Model neyi belirlemeye çalışıyor? Başka bir deyişle problemin değişkenleri, yani bilinmeyenleri nelerdir?
- Modellenen sistemin sınırlamalarını (tahditlerini) tatmin etmek için değişkenlere hangi kısıtlar empoze edilmelidir?
- Değişkenlerin bütün fizibil, yani uygulanabilir olurlu değerleri arasından optimum veya en iyi çözümü belirlemek maksadıyla ulaşılması gereken amaç nedir?

Bu sorulara cevap vermenin etkin yolu, problemin sözlü bir özetini vermektir.²⁵

1.6.2. PROBLEMİN UNSURLARI

Genel olarak, bir doğrusal programlama modelinin üç temel unsuru vardır. Bunlar;

1.6.2.1. Doğrusal Amaç Denklemi

Karar modellerinin kurulmasında karşılaşılan en çetin sorun, herhangi bir karardan alınabilecek sonucu saptamaya yarayan bir fiziksel modelin kurulması ve bu sonuca karar vericinin verdiği değeri ölçen bir değer ölçüsünün tanımı, diğer bir deyişle bir değer fonksiyonunun kurulmasıdır. Her karar seçeneğinden alınacak sonucun, karar vericiye olan değerini hesaplamaya yarayan bir amaç fonksiyonu kurulmuş olur.²⁶

Doğrusal programlama modellerinden beklenen sonucun alınabilmesi için amacın açık olarak bilinmesi ve kantitatif olarak ifade edilmesi gereklidir. Bu itibarla birden fazla değişkenin doğrusal fonksiyonu olan bir amaç denklemi vardır.

²⁵ Cengiz, ss. 22-23.

²⁶ Halim DOĞRUSÖZ, "Tükenir Kaynaklara Dayalı Üretim Sistemlerinin Planlama", Yöneylem Araştırması 2. Ulusal Kongresi, Ankara : 16-18 Haziran 1976, s.56.

Amaç, üretim ve stok maliyetlerinin minimuma indirilmesi, işletmedeki fiziki imkanlarla maksimum karı verecek üretim yapısının saptanması gibi incelenen probleme göre değişir.

Doğrusal amaç fonksiyonu, Z

Değişkenler, $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$

Sabit Katsayılar ise, $C_1, C_2, C_3, \dots, C_N$ ile gösterilirse

Amaç denklemi;

$$Z = c_1x_1 + c_2x_2 + c_3x_3 + \dots + c_nx_n$$

şeklinde ifade edilir.

Amaç Z 'yi maksimum ya da minimum yapacak $X_1, X_2, X_3, \dots, X_N$ değerlerinin bulunmasıdır.²⁷

1.6.2.2. Doğrusal sınırlayıcı koşullar (eşitlik ya da eşitsizlikler)

Doğrusal programlamada değişkenler üzerindeki sınırlayıcı koşullar, $a_{11}, a_{12}, \dots, a_{mn}$

Sabit sayılar $b_1, b_2, b_3, \dots, b_m$ olmak üzere,

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + a_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n \geq (=, \leq) b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + a_{23}x_3 + \dots + a_{2n}x_n \geq (=, \leq) b_2$$

.....

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + a_{m3}x_3 + \dots + a_{mn}x_n \geq (=, \leq) b_m$$

şeklindeki doğrusal (lineer) eşitsizlikler meydana gelen sistem ile ifade edilir. Yukarıdaki sistemin üç önemli özelliğine dikkat etmek gerekir.

²⁷ Özçelik, ss.10-11.

- Eşitsizliklerin sol tarafı doğrusal fonksiyondur.
- Sistemin her satırı (eşitlik işareti bulunmakla beraber) genellikle bir eşitsizliktir.
- Sınırlayıcı koşulların sayısı (m) için herhangi bir sınırlama (tahdit) yoktur.

Sınırlayıcı koşulları (kısıtlayıcıları) ifade eden (b) sistemi problemin çözümü olabilecek $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_N)$ setlerinin içinde bulunduğu bir çözüm bölgesi tarif eder. Dolayısıyla bir doğrusal programlama probleminin çözüm bölgesinde bulunan $(X_1, X_2, X_3, \dots, X_N)$ setleri arasından Z'yi maksimum ya da minimum yapan setin seçilmesi şeklinde tanımlamak mümkündür.²⁸

1.6.2.3. Pozitiflik koşulları

Doğrusal programlama teknikleri gerçek işletme problemlerine uygulandığında değişkenlerin negatif değerler olmasının bir anlamı yoktur. Bunun için doğrusal programlama modellerinde bütün değişkenlerin pozitif olması koşulu her zaman mevcuttur. Bu koşullar matematiksel olarak,

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n \geq 0$$

eşitsizlikleri ile ifade edilir. Pozitiflik koşulu doğrusal programlama problemlerinin bir çok geçersiz çözümünü bir anda elimine ettiği için optimum çözüme ulaşmayı önemli ölçüde kolaylaştırır.²⁹

1.6.3. PROBLEMİN NOTASYONU

Genel doğrusal programlama problemi doğrusal (lineer) kısıtlayıcılarına bağlı olarak minimize ya da maksimize eden bir $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ gibi bir vektör bulma işlemidir.

a_{ij} , b_i ve c_j verilmiş sabitler olup $m < n$ 'dir. Kısıtlayıcı denklemler, bütün (b_i) leri $b_i \geq 0$ yapmak için gerektiğinde (-1) ile çarpılabilir. Genel kullanımdaki notasyonların

²⁸ Özçelik. ss.11-12.

²⁹ Özçelik, s.12.

çeşitliliği nedeni ile genel doğrusal programla problemleri çeşitli şekillerde gösterilebilir. Bu gösterimler aşağıda sıralanmıştır.

1. $Z = \sum c_j x_j$ maksimize ya minimize amaç fonksiyonu için;

$$\sum a_{ij} x_j = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \text{ için}$$

(n) değişken sayısını, (x_j) aylak, artık ve yapay değişkenler dahil tüm değişkenleri, (a_{ij}) kısıtlardaki değişkenlerin katsayılarını, (c_{ij}) ise amaç denklemindeki değişkenlerin katsayılarını göstermektedir.³⁰

2. Matris-vektör notasyonunda, doğrusal programlama problemi aşağıdaki gibi gösterilebilir.

Maksimizasyon (Minimizasyon)	$Z=cx$
	$Ax=b$
	$X \geq 0$
	$b \geq 0$

A ($m \times n$) boyutunda bir matris, x ($n \times 1$) boyutunda bir kolon vektörü, b ($m \times 1$) kolon vektörü, ve c ise ($1 \times n$) boyutunda bir satır vektörünü göstermektedir. Açık olarak gösterilirse;

³⁰ Hamdy A. TAHA, *Operations Research An Introduction*, Fifth Ed., Singapore: Macmillan Publishing Company, , 1992, s.138.

$$A_{(m \times n)} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

$$X_{(m \times n)} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_n \end{pmatrix}$$

$$b_{(m \times 1)} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

$$c_{(1 \times n)} = \begin{pmatrix} c_1, c_2, \dots, c_n \end{pmatrix}$$

Doğrusal programlama probleminde genellikle, A'ya katsayı matrisi, x'e karar vektörü, b çözüm vektörü ve c ise kar ya da maliyet vektörü adı verilir.³¹

3. $P_j = (j = 1, 2, \dots, n)$ A matrisinin (j) inci kolonu ve $P_0 = b$ iken $X \geq 0$ ve $X_1P_1 + X_2P_2 + \dots + X_nP_n = P_0$ kısıtlayıcı denklemlerini sağlamak koşulu ile CX minimize edilir. Bazı durumlarda gayenin değerine eşit X_0 ve Z gibi sınırlanmamış bir değişken tanımlamak yararlıdır.

³¹ Ravindran, Phillips and Solberg. ss.27-28.

4. $\sum a_{ij} x_j = b_i$ ($i = 1, 2, \dots, m$), $x_j \geq 0$ ($j = 1, 2, \dots, n$) koşullarına bağlı olarak $X_0 - c_j x_j = 0$ denkleminde X_0 minimize edilir.³²

1.6.4. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜNDE KULLANILAN TANIMLAR

- i) **Uygun Çözüm** : Söz konusu çözüm doğrusal programlama probleminin tüm kısıtlayıcılarını doyurursa uygun çözüm olur.
- ii) **Optimal Çözüm** : Doğrusal programlama probleminin çözümünde birkaç uygun çözüm olabilir. Oysa tüm uygun çözümler arasından en iyi olanı optimal çözüm olarak adlandırılır.
- iii) **Temel Çözüm** : Amaç fonksiyonu ve negatif olmama koşulu dışında problem (m) sayıda sınırlayıcı ve (n) değişkenli ise tek bir temel çözüm vardır.
- iv) **Bozulan Çözüm** : Cari temel çözümün bir veya birkaç temel değişkenin değeri sıfırsa, bozulan çözüm vardır. cari temel (program) deki değişkenlere temel değişkenler adı verilir. Geriye kalan değişkenler temel olmayan değişkenler olup onların çözüm değerleri sıfırdır.³³

1.6.5. PROBLEMİN ÇÖZÜMÜNÜN ÖZELLİKLERİ

Bu bölümde genel doğrusal programlama problemindeki bir çözümün önemli karakteristikleri tanımlanacaktır.

Tanım 1 :

Doğrusal programlama probleminde $\sum a_{ij} x_j = b_i$, $i = 1, 2, 3, \dots, m$ ve $x_j \geq 0$, $j=1, 2, 3, \dots, n$ kısıtlayıcı denklemlerini sağlayan $X (X_1, X_2, \dots, X_N)$ vektörüne mümkün çözüm adı verilir.

³² Yıldırım, ss. 2-4.

³³ Öztürk A., s.25.

Tanım 2 :

$\sum a_{ij} x_j = b_i$, kısıtlayıcı denklemlerinde (n-m) tane değişkenin (0)'a eşitlenip, kalan (m) değişkenin katsayılar matrisinin determinantı (0)'dan farklı olduğunda sağlanan çözüme temel çözüm adı verilir.

Tanım 3 :

$x_j \geq 0$, $j=1,2,3, \dots, n$ pozitiflik şartını yani bütün temel değişkenlerin negatiften farklı olmasını sağlayan çözüme temel mümkün çözüm denir.

Tanım 4 :

Bütün temel değişkenlerin pozitif olması haline sahip, yani (m) tane pozitif (x_i)'ye sahip temel çözüme mümkün çözüm denir.

Tanım 5 :

Bir minimum mümkün çözüm aynı zamanda $\sum c_j x_j$, amaç fonksiyonunu minimize eden bir mümkün çözümdür.

Tanım 6 :

Bir doğrusal $f(x)$ fonksiyoneli (n) boyutlu bir vektör uzayında tanımlanmış reel değerli bir fonksiyondur. Bütün α ve β skalerleri, bütün (n) boyutlu (U) ve (V) vektörleri ve her $x = \alpha U + \beta V$ vektörü için $f(x) = f(\alpha U + \beta V) = \alpha f(U) + \beta f(V)$ 'dir. ³⁴

³⁴ Yıldırım, ss. 4-5.

İKİNCİ BÖLÜM

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİ

2.1. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA MODELİNİN ÇÖZÜM YOLLARI

Doğrusal programlama, belirli sınırlar ve kısıtlamalar gözetilmek koşuluyla amaçlanan olguyu gerçekleştiren değerlerin elde edilmesini sağlayan matematiksel bir yoldur. Burada ulaşılması istenen amacın, doğrusal bir fonksiyonla tanımlanması gerekir. Maksimum veya minimum olması yani optimum bir değer alması istenen bu fonksiyona **amaç fonksiyonu** denir. Kısıtlamalar ya da sınırlamalar ise eşitsizlikler ya da doğrusal eşitsizliklerle belirtilir.³⁵

Buna göre doğrusal programlama değişkenlere ve kısıtlayıcı koşullara bağlı kalarak amaca en iyi ulaşma tekniğidir. Temel olarak, doğrusal programlama verilen optimalite ölçütüne bağlı kalarak sınırlı kaynakların optimal şekilde dağıtımını içeren deterministik bir tekniktir denilebilir.³⁶

Doğrusal programlama modellerinin üç temel çözüm yolu bulunmaktadır. Aşağıda bu çözüm yöntemleri ayrıntılı bir şekilde incelenmiştir.

2.1.1. GRAFİKLE ÇÖZÜM

Doğrusal programlama problemini formalize ettikten sonra, ortaya konan matematiksel problemin çözüm aşamasına gelinmiş olur. Bu bölümde, iki değişkeni bulunan bir doğrusal programlama probleminin grafik yöntemle nasıl çözüleceği üzerinde durulacaktır. Grafik yöntemle çözüm genelde kısıt ve değişken sayısı az olan problemlerde kullanılır.³⁷

³⁵ Turgut Uzel, *Harita Mühendisliğinde Yöneylem Araştırması*, İstanbul: Yıldız Üniversitesi Yayınları, Sayı :189, 1986, s.57.

³⁶ Öztürk A, s.23.

³⁷ Ravindran, Phillips and Solbarg, s.23.

İki değişkenli doğrusal programlama modelleri grafik olarak kolaylıkla çözülebilirler. Üç değişkenli modelleri de grafik olarak çözmek mümkündür, ancak bu iş oldukça zor olabilir. Karşımıza çıkan doğrusal programlama problemlerinin pek çoğu, iki değişkenden daha çok sayıda değişken içerdikleri için, grafik çözüm bu durumlarda işe yaramaz. Bununla beraber, grafik çözümle ortaya konan bazı sonuçlar, daha sonra ele alınacak genel çözüm metodunun geliştirilmesi için bir esas teşkil eder.³⁸

Modelin iki karar değişkeni olduğunda, kısıtların her biri düzlemde bir doğru oluşturup, bu doğrunun ikiye ayırdığı düzlemin bir bölgesi ile ilgili kısıtı sağlayan (X_1, X_2) 'leri verir. Modelin tüm kısıtları aynı koordinat sisteminde çizilerek, her bir kısıtın sağlanmayan bölgeleri taranırsa, kısıtları birlikte gerçekleştiren (X_1, X_2) ikilileri yani uygun çözüm alanı taranmamış bölge olarak ortaya çıkar.³⁹

Doğrusal programlamayla çözülebilecek bir problemi aşağıdaki şekilde ortaya koyabiliriz. Bir işletme X_1 ve X_2 olmak üzere iki ürünü, iki işlemde tamamlamaktadır. X_1 'in kara katkısı C_1 ve X_2 'ninki de C_2 'dir. Birinci işlem ünitesinin kapasitesi b_1 , ikincisinininki de b_2 'dir. Teknik üretim katsayıları a_{11} , a_{12} , a_{21} , ve a_{22} 'dir. Buna göre,

Amaç Fonksiyonu :

$$Z_{\max} = \sum C_j X_j = C_1 X_1 + C_2 X_2$$

Sınırlayıcı Koşullar :

$$\sum a_{ij} X_j \leq b_j \quad i = 1, 2 \text{ ya da açık olarak}$$

$$a_{11}X_1 + a_{12}X_2 \leq b_1$$

$$a_{21}X_1 + a_{22}X_2 \leq b_2$$

³⁸ Cengiz, s.26.

³⁹ Kara, s. 48.

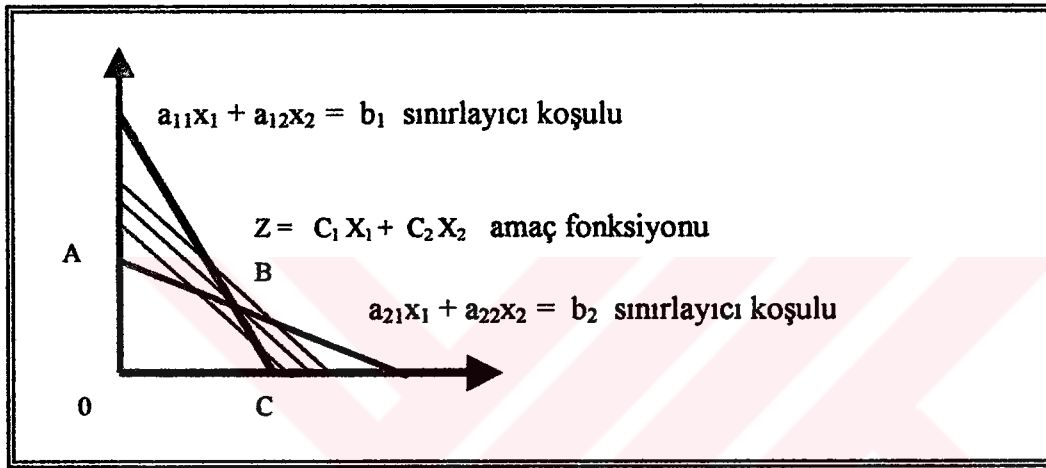
Pozitiflik Koşulu :

$X_j \geq 0$ ya da açık olarak

$X_1, X_2 \geq 0$ olacaktır.

Bu problemin grafik olarak aşağıdaki şekildeki gibi gösterilir.

Şekil 2 : Grafik Çözüm



Sınırlayıcı koşulların, X_1 ve X_2 eksenlerinin pozitif kısımlarının (ABC0 dörtgeni) meydana getirdiği kapalı bölge Uygun Çözüm Alanı'nı meydana getirir. Bu alan içinde herhangi bir nokta uygun çözümdür. Uygun çözümlerin oluşturduğu konveks setin ya da poligonun uç noktaları temel uygun çözümleri verir.

Optimum uygun çözüm amaç fonksiyonuyla bulunur. Amaç fonksiyonu, $0X_1X_2$ düzleminde Z parametresine göre değişen birbirine paralel bir doğrular sistemini gösterir. Her bir doğru üzerindeki bütün noktalarda kara katkı sabittir. Bu yüzden bu doğrular sistemine eş kar doğruları denir. Uygun çözümlerden biri için kara katkı maksimumdur. Grafikten görülebileceği gibi bu nokta uygun çözüm alanının köşelerinden biridir. Eş kar doğrularının, orijinden uzaklaşma doğrultusunda kaydırılırken çözüm alanından en son ayrıldığı (B) noktası ve o noktadaki doğru kara maksimum katkıyı verir.

Doğrusal programlama modellerinde her zaman uygun çözüm bulunmayabilir. Örneğin, sınırlayıcı koşulların oluşturduğu doğruların eğimleri eşitse, iki doğrunun ortak çözüm noktası bulunmayacaktır. Bu yüzden de sınır koşulları yerine gelmeyecektir. Bazı durumlarda da çözüm noktasının, negatif alanda ya da sonsuzda olduğu görülebilir.⁴⁰ Bu ve benzeri durumlar “2.1.3.4.Simpleks Yöntemin Yeterliliği” başlığı altında anlatılacaktır.

Grafik çözümün özeti aşağıda listelenmiştir.

- Problemin tüm kısıtları grafik üzerinde gösterilir.
- Uygun çözüm alanı belirlenir.
- Uygun çözüm alanının her bir köşe noktası belirlenir.
- Amaç fonksiyonu uygun sayılara eşitlenerek birbirine paralel doğrular (amaç fonksiyonu için) çizilir.
- Amaç fonksiyonu doğruları içinde orijinden en uzak olan doğrunun üzerindeki köşe noktası belirlenir.
- Bulunan bu nokta, optimum çözümü verir.⁴¹

2.1.2. CEBİRSEL ÇÖZÜM

Doğrusal programlama modellerinin grafik çözümleri oldukça açık ve kolay anlaşılır bir özelliğe sahiptir. Ancak modelde bulunan değişken sayısı üçten çok ise problemin grafik olarak incelenmesi olanak dışı kalır.

Cebirsel yöntem; çözüm bölgesinin uç noktalarının (köşe noktaları) araştırılmasında kullanılabilecek daha etkin bir tekniktir. Optimum çözümün, genellikle, bu uç noktalardan birinde bulunacağı hatırlanırsa, cebirsel yöntem ile de problemin optimum çözümüne ulaşılabileceği anlaşılır. Pratikte, doğrusal programlama problemlerin çözümünde cebirsel yöntem kullanılmamasına karşın, diğer yöntemlere açıklık getirmesi bakımından önem taşır.

⁴⁰ Özçelik, ss.17-19.

⁴¹ Mik Wisniewski, Tony Dacre, *Mathematical Programming*, McGRAW-HILL Book Company, London, 1990, s.104.

Yöntemi bir örnek üzerinde inceleyelim:

Örnek : Amaç Denklemi

$$Z_{\max} = 5x_1 + 6x_2$$

Sınırlayıcı Koşullar;

$$3x_1 + 2x_2 \leq 32$$

$$x_1 + 4x_2 \leq 34$$

ve

$$x_1, x_2 \geq 0$$

olan modeli ele alalım ve bunun cebirsel çözümlerini araştıralım. Problemin sınırlayıcı koşullarına, aylak değişkenlerin eklenmesi ile;

$$3x_1 + 2x_2 + s_1 + 0s_2 = 32$$

$$x_1 + 4x_2 + 0s_1 + s_2 = 34$$

şekline sokulacaktır. Bu yeni değişkenlerin birim karı (ya da maliyeti) sıfır olarak kabul edildiğine göre, amaç denklemi;

$$Z_{\max} = 5x_1 + 6x_2 + 0s_1 + 0s_2$$

olarak kalacak yani değişmeyecektir. Buradaki (s_1) ve (s_2) aylak değişkenleri, bir bakıma, ilgili bulunduğu koşulun kullanılmayan kapasitesini göstermektedir.

➤ **Başlangıç Çözümün Bulunması**

İki değişkenli bir durum için; ($x_1 = 0$) ve ($x_2 = 0$) durumu model için bir çözüm göstermektedir. Bu çözüme “başlangıç çözümü” adı verilecektir. Örnek için başlangıç çözümü;

$$3x_1 + 2x_2 + s_1 + 0s_2 = 32$$

$$x_1 + 4x_2 + 0s_1 + s_2 = 34$$

eşitliklerinde; ($x_1 = 0$) ve ($x_2 = 0$) konularak elde edilir ve böylece;

$$s_1 = 32$$

$$s_2 = 34$$

bulunur. Yani üretilen miktar sıfır ise (her iki mamul için de), birinci sınırlayıcı koşulun kullanılmayan kapasitesi 32 birim ve ikincinin de 34 birim olacaktır. Buna göre toplam kar;

$$\begin{aligned} Z_{\max} &= 5x_1 + 6x_2 + 0s_1 + 0s_2 \\ &= 5.0 + 6.0 + 0.0 + 0.0 \\ &= 0 \text{ birim} \end{aligned}$$

olacaktır. Matematiksel olarak mümkün olan bu çözümün pratik bir anlamı yoktur. Ancak uygulanabilir mümkün çözümlerin ve giderek optimum çözümün bulunmasında bir başlangıç olması açısından, bu başlangıç çözümün önemi büyüktür.

➤ **Mümkün Çözümlerin Bulunması ve Geliştirilmesi**

Geliştirilmiş bir çözümün bulunabilmesinde ilk akla gelen, yalnızca birim karı en yüksek olan mamulün üretilmesi olacaktır. Örnekte, yalnızca B mamulünün (x_2) üretilmesi düşünüldüğü kabul edilsin. Buna göre; ($x_1 = 0$) ve ;

$$3x_1 + 2x_2 + s_1 + 0s_2 = 32$$

$$x_1 + 4x_2 + 0s_1 + s_2 = 34$$

eşitliklerinden,

$$s_1 = 32 - 3x_1 - 2x_2 - 0.s_2$$

$$s_1 = 32 - 2x_2$$

bulunacaktır. Birinci koşulda kullanılmamış kapasite kalması için ($s_1=0$) olması ve;

$$0 = 32 - 2x_2$$

$$x_2 = 16$$

birim üretilmesi gerekir. Benzer düşünce ikinci koşula uygulanınca B'nin üretilmesi gereken (x_2) miktarı için,

$$s_2 = 34 - x_1 - 4x_2 - 0.s_1$$

$$s_2 = 34 - 4x_2$$

$$0 = 34 - 4x_2$$

$$x_2 = 8,5$$

birim bulunacaktır. Buna göre her iki sınırlayıcı koşulu da gerçekleyebilen (x_2) üretim miktarının 8,5 birim olması gerekecektir. Çünkü ikinci kapasite koşulu daha çok (x_2) üretimine olanak tanımamaktadır. O halde yeni çözümde;

$$x_1 = 0$$

$$x_2 = 8,5$$

ve;

$$s_1 = 32 - 2.8,5 = 15$$

$$s_2 = 34 - 4.8,5 = 0$$

olacaktır ve bu çözüm mümkün bir çözümdür. Buna göre toplam kar;

$$\begin{aligned} Z_{\max} &= 5x_1 + 6x_2 + 0s_1 + 0s_2 \\ &= 5.0 + 6.8,5 + 0.0 + 0.0 \\ &= 51 \text{ birim} \end{aligned}$$

bulunur. Doğal olarak bu başlangıç çözümünden daha iyidir ve pratik bir anlam da taşır.

➤ *Daha Gelişmiş Çözümlerin Aranması*

B mamulünden $x_2 = 8,5$ birim üretmekle geride $s_1 = 15$ birimlik kullanılmamış kapasite bırakılmıştır. Eğer bu kapasite kullanılabilirse toplam karda artış gerçekleştirilebilir. Bunun mümkün olup olmadığını araştırmak için aşağıdaki işlemleri yapalım.

$$s_1 = 32 - 3x_1 - 2x_2 - 0.s_2$$

$$s_2 = 34 - x_1 - 4x_2 - 0.s_1$$

idi. İkinci eşitlikten;

$$4x_2 = 34 - x_1 - s_2$$

$$x_2 = 8,5 - 0,25.x_1 - 0,25.s_2$$

bulunur. Sonuç birinci eşitlikte yerine konulursa;

$$s_1 = 32 - 3x_1 - 2x_2$$

$$s_1 = 32 - 3x_1 - 2(8,5 - 0,25.x_1 - 0,25.s_2)$$

$$s_1 = 15 - 2,5.x_1 - 0,5.s_2$$

elde edilir. (x_2) ve (s_1) 'in bu eşitsizlikleri amaç denkleminde yerine konulursa;

$$\begin{aligned} Z_{\max} &= 5x_1 + 6x_2 + 0s_1 + 0s_2 \\ &= 5x_1 + 6(8,5 - 0,25.x_1 - 0,25.s_2) + 0s_1 + 0s_2 \\ &= 51 + 3,5.x_1 - 1,5.s_2 \end{aligned}$$

eşitliği bulunacaktır. Buna göre; bir önce bulunmuş olan geliştirilmiş çözümün daha da geliştirilmesi, (x_1) miktarı artırılırken (s_2) aylak değişkeninin azaltılmasına bağlıdır. Burada (x_1) 'deki her birim artış için 3,5 birim TL'lik, (s_2) 'deki her birim azalma için de 1,5 birim TL'lik kar artışı beklenecektir. Diğer taraftan (x_1) miktarındaki her birim artış için (x_2) miktarında bir azalma olması gerekir. Çünkü A mamulünden (x_1) birim üretebilmek için, ikinci sınırlayıcı koşuldaki kapasitenin bir kısmını bu mamul için kullanılması gerekecektir.

Sınırlayıcı koşullara dikkat edilirse, ikinci eşitsizlikteki kapasitenin B mamulü tarafından kullanılan her 4 birimine karşı A mamulü 1 birimlik kısmını kullanmaktadır. Buna göre, B mamulünden hiç üretilmez ise;

$$8,5 / 0,25 = 34 \text{ birim}$$

bulunur. Bu durum, A mamulünün ikinci sınırlayıcı koşul açısından üretililecek maksimum miktarını verecektir. Benzer düşünce ile A mamulünün birinci sınırlayıcı koşul açısından üretililecek maksimum miktarı 6 birim olarak hesaplanır $(x_1=6)$. Daha önce incelenen ;

$$s_1 = 15 - 2,5.x_1 + 0,5.s_2$$

$$x_2 = 8,5 - 0,5.x_1 - 0,5.s_2$$

eşitsizliklerinde ($x_1=6$) ve ($s_2=0$) konursa,

$$s_1 = 15 - 2,5.6 + 0,5.0$$

$$s_1 = 0 \text{ birim}$$

$$x_2 = 8,5 - 0,5.6 + 0,25.0$$

$$x_2 = 7 \text{ birim}$$

bulunur. O halde, ($s_1=0$) ve ($s_2=0$) olduğu zaman, A ve B mamullerinin üretilcek miktarları,

$$x_1 = 6 \text{ birim}$$

$$x_2 = 7 \text{ birim}$$

olacaktır. Bu durumda kar;

$$\begin{aligned} Z_{\max} &= 5x_1 + 6x_2 + 0s_1 + 0s_2 \\ &= 5.6x_1 + 6.7 + 0.0 + 0.0 \\ &= 72 \text{ birim} \end{aligned}$$

şeklinde bulunacaktır. Amaç denkleminin bu değeri acaba bulunabilecek maksimum değer midir? Bunu araştırmak üzere;

$$s_1 = 15 - 2,5.x_1 + 0,5.s_2$$

$$x_2 = 8,5 - 0,5.x_1 - 0,5.s_2$$

eşitlikleri yeniden ele alınıp, birinci eşitlikten (x_1) çözümlerse,

$$x_1 = 6 - 0,4.s_1 + 0,2.s_2$$

bulunur, bunu ikinci eşitlikte yerine koyarsak;

$$x_2 = 7 + 0,1.s_1 - 0,3.s_2$$

elde edilir. Böylece (x_1) ve (x_2) değişkenleri aylak değişkenlere bağlı olarak hesaplanmıştır. (x_1) ve (x_2) değişkenlerinin bu eşitlikleri amaç denkleminde yerine konursa,

$$\begin{aligned} Z_{\max} &= 5x_1 + 6x_2 + 0s_1 + 0s_2 \\ &= 5.(6 - 0,4.s_1 + 0,2.s_2) + 6.(7 + 0,1.s_1 - 0,3.s_2) \\ &= 72 - 1,4.s_1 - 0,8s_2 \end{aligned}$$

bulunacaktır Burada değişkenlerin katsayıları negatif olduğuna göre toplam karın daha da artırılmasına olanak yoktur ve $(Z_{\max} = 72 \text{ birim TL.})$ olmalıdır. Böylece $(x_1=6)$ ve $(x_2=7)$ 'de bize optimum üretim planını verecektir. ⁴²

2.1.3. SİMPLEKS ÇÖZÜM

Doğrusal programlama problemlerinin çözümünde kullanılan bir diğer yöntem ise Simpleks'dir. Simpleks yöntemi, ardışık işlemlerle optimum çözüme ulaşmak için iteratif (tekrarlı) bir süreç kullanan algoritmik bir yaklaşımdır. ⁴³

Doğrusal programlama problemlerinin en çok bilinen yöntemi olan Simpleks 1940'lı yılların ikinci yarısında geliştirilmiştir.⁴⁴ Bu yöntemin temel kuralları, bir

⁴² Yılmaz Tulunay, *Matematik Programlama ve İşletme Uygulamaları*, 3. Baskı, İstanbul: İstanbul Üniversitesi, İşl.Fak Yayın No:244, 1999, ss.210-218.

⁴³ Eda Öztürk, *Çok Amaçlı Karar Verme Metodları ve Tekstil Sanayiinde Bir Uygulama*, İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Şubat 1992, s.100.

⁴⁴ Linear Programming FAQ, <http://www.unix.mcs.anl.gov/otc/guide/faq/linear-programming-faq.html>

matematikçi olan George B. Dantzing tarafından ortaya konmuştur. Günümüzde de doğrusal programlama probleminin çözümünde bu kurallar kullanılmaktadır.⁴⁵

Grafik çözümde optimum çözümün, daima çözüm alanının bir köşe ya da en dış noktası ile ilgili yani irtibatlıdır. Simpleks çözüm yöntemi de esas itibariyle bu temele dayanır.

Çözüm alanının grafik olarak gösterilişi ile ilgili gözle görme avantajından yoksun olması nedeniyle, simpleks yöntemi, normal olarak orijin olan fizibil bir köşe noktasından başlar ve sistematik bir şekilde bir fizibil en dış noktadan diğerine, en sonunda optimum noktaya ulaşıncaya kadar hareket eder.

Simpleks yönteminin esaslarını özetlemek için, bu yöntemin her zaman bir fizibil köşe noktasında başladığını ve daima bir komşu fizibil köşe noktasından geçtiğini, yeni bir noktaya geçmeden önce, her noktayı optimallik için kontrol ettiğini belirtmemiz gerekir. Bu konuları simpleks yönteminin terminolojisinde ifade etmek için, çözüm alanını ve köşe noktalarını cebirsel olarak göstermemiz yani ifade etmemiz gerekir. Aşağıdaki uygunluk, istenen bağıntıları teşkil eder.⁴⁶

Tablo 1 : Simpleks Uygunluk Tablosu

GEOMETRİK TANIM (GRAFİK YÖNTEMİ)	CEBİRSEL TANIM (SİMPLEKS YÖNTEMİ)
Çözüm Alanı	Standart Formun Kısıtları
Köşe Noktaları	Standart Formun Temel Çözümü

Kaynak : Yaşar Baki Cengiz, Yöneylem araştırması, Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, İstanbul, 1989, s.59

Algoritmaya, uygun çözüm alanının bir uç noktasından başlanarak, amaç fonksiyonunu istenen yöne götüren uç noktalar göz önüne alınıp, komşu bir uç noktaya

⁴⁵ Larry J.Goldstein,David C.LayDavid I.Schneider, **Mathematics For The Management,Life And Social Sciences**,New Jersey: Prentice-Hall, 1984, s.230.

⁴⁶ Cengiz, ss. 57-59.

geçilmektedir. Böylece, modelin tüm uç noktaları işleme girmediğinden, yoğun işlem yükünden kurtulunmaktadır. Simpleks Algoritması, tek bir noktada en iyi çözüm, birden fazla noktada en iyi çözüm, sınırsız çözüm ve uygun çözüm alanı boş gibi karşılaşılabılır tüm durumlara cevap verebilmektedir. Bunların yanı sıra, modelin yapısında ya da parametrelerinde meydana gelebilecek olası değişimlerin en iyi çözümü nasıl etkileyecekleri de, bu algoritmayla analiz edilebilmektedir.

Teorik olarak, Simpleks yöntemi ile herhangi bir doğrusal matematik problemi çözülebilir. Ancak, uygulamada yalnızca sınırlı sayıdaki değişken ve kısıt içeren eden problemler bu yöntem kullanılarak el ile çözülebilir. Uygulamada karşılaşılan problemler çok sayıda değişken ve kısıta sahip olduğu için el ile çözüm hem çok zor olmakta hem de çok zaman gerektirmektedir. Bu amaçla geliştirilen birçok bilgisayar program paketleri vardır.⁴⁷

2.1.3.1. Simpleks Yöntemin Uygulama Alanları

Simpleks yöntemin bütün doğrusal programlama probleminde uygulanabilir olmasına karşın, bazı tür problemler başka yöntemler kullanılarak daha etkin bir şekilde çözülebilirler. Bunun yanında doğrusal programlama dışında başka bir yöntemle çözülemeyen problemler de vardır. Çözümlerinde simpleks yönteminin kullanılması gereken bazı problemler aşağıda listelenmiştir.

- i) Karışım Problemleri :** Burada gıda sanayiinde, petrol sanayiinde, metalurjide maliyetleri de göz önüne alarak yapılacak karışımların bünyelendirilmesinde en uygun yol araştırılır.
- ii) Optimum üretim programının saptanması :** Burada ise sınırlı kaynakların (kapasite, ham madde, iş gücü, taşımalar vs.) optimum kullanımı ile karı maksimize ya da maliyetleri minimize etme problemleri söz konusudur.

⁴⁷ Öztürk E., s.100.

iii) İş ve ücret değerlemesi : Doğrusal programlama değerlendirme işleminde açık olarak ilgilenilen faktörler için uygun ağırlıkların saptanması için çoklu korelasyon analizi yerine kullanılabilir.

iv) Depolama problemleri : Belirli bir zaman içinde saptanmış depo kapasitesinin karı maksimize ya da maliyeti minimize edecek şekilde satışlarını, depolamasını ya da satın almaları saptamada optimum uygulamayı sağlamaya çalışır.

v) Malzeme kullanımının optimize edilmesi : Esasında bu optimum üretim programının saptanmasının başka bir görünümüdür. Ana konu, standart şekilli hammaddelerin (çelik levhalar, yassı ya da yaprak metaller vs.) kayıplar en az (minimum) olacak şekilde kullanımını sağlamaktır.

vi) Uzun dönem planlama çalışmaları : Gelecekteki talepleri karşılayabilmek üzere verimli kapasitenin saptanması, bunun verimli bir program içinde sağlanması ve hatta eldeki optimum çözümlerin duyarlılık analizlerinin, öngörülerdeki hataları, fiyat değişimlerini de dikkate alarak yapılmasına olanak verir.

vii) Yapısal modellerin optimize edilmesi : Yapısal modellerde dayanıklılık, ağırlık ve çevre koşullarını dikkate alarak optimum planın hazırlanmasındaki kullanımlar.

Bütün bunların yanında, bu yöntemin uygulanabileceği daha değişik problemlere de rastlanabilir. Kaldı ki, yöntem herhangi bir doğrusal programlama probleminin çözümünde genel olarak uygulanabilmektedir.⁴⁸

⁴⁸ Tulunay, ss. 209-210.

2.1.3.2. Simpleks Yöntemin Uygulanışı

2.1.3.2.1. Kısıtları Eşitlik Haline Dönüştürme

Doğrusal programlama problemlerinin Simpleks yöntem ile çözümünde ilk adım olarak verilen eşitsizlikler, eşitliklere dönüştürülür.⁴⁹ Bunun için aşağıdaki işlemler uygulanır.

➤ Eğer kısıtlayıcı denklemi.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + c_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n \leq b_1$$

şeklinde ise denklemin sol tarafına aylak değişken (S_1) eklenir. Aylak değişken kullanılmayan üretim faktörlerini ve boş kapasiteyi gösterir. Kısıtlayıcı denklem aşağıdaki hale dönüşür.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + c_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n + s_1 = b_1$$

➤ Eğer kısıtlayıcı denklemi.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + c_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n \geq b_1$$

şeklinde ise denklemin sol tarafından artık değişken (V_1) çıkarılır ve yapay değişken (A_1) eklenir. Artık değişken fazla kapasiteyi ve fazla üretim faktörlerini, fazla üretim sunumunu veya fazla üretim istemini ifade eder.

⁴⁹ Richard I. Levin, Charles A. Kirkpatrick, David S. Rubin, *Quantitative Approaches to Management*, Fifth Edition, Tokyo: McGRAW-HILL, 1982, s.368.

Artık değişkenler, başlangıç simpleks tablosunun temel değişkenler sütununda yer almaz. Onun yerine ekonomik anlamı olmayan yapay değişken ilave edilir. Bu durumda kısıtlayıcı denklem aşağıdaki hale dönüşür.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + c_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n - V_1 + A_1 = b_1$$

➤ Eğer kısıtlayıcı denklemi,

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + c_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

şeklinde ise denklemin sol tarafına yapay değişken (A_1) eklenir. Bu durumda kısıtlayıcı denklem aşağıdaki hale dönüşür.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + c_{13}x_3 + \dots + a_{1n}x_n + A_1 = b_1$$

Aylak, artık ve yapay değişkenlere bir sabit katsayı değeri verilerek amaç fonksiyonunda da yer alması gerekir. Artık ve aylak değişkenlerin katsayıları sıfır değerli olur. Yapay değişkenlerin katsayı değeri ise maliyet minimizasyonu probleminde $+M$, kar maksimizasyonu probleminde ise $-M$ olur. (M) değeri yüksek değerli bir sayıyı yani keyfi büyük ceza maliyetini ifade eder. Eğer simpleks çözümünde M yerine bir sayı verilmek istenirse bu sayının değeri hem sabit (miktar) sütunun (b_i) daki elemanlardan, (a_{ij}) ve de amaç fonksiyonundaki katsayı (c_j) değerlerinden büyük olmalıdır. Yapay değişkene bu kadar büyük bir katsayı değeri verilmesinin amacı, hiçbir ekonomik anlamı olmayan, yapay değişkenin uygun optimal çözümde yer almasını önlemek içindir denilebilir.

Şimdi bu adımda söylenenleri bir özet tablo halinde gösterelim.⁵⁰

⁵⁰ Öztürk A., ss.78-79.

Tablo 2 : Simpleks başlangıç tablosunda aylak, artık ve yapay değişkenlerin eklenmesi

Kısıtlayıcı tipi	Kısıtlayıcının ilişkisi	Simpleks yöntem için gerekli ek değişkenler	Amaç fonksiyonuna ilave edilen ek değişkenlerin değeri		Başlangıç program (temel) değişkeni olarak yer alıp almadığı
			Kar Max.	Maliyet Min.	
Kaynak veya max. İstekler	$\leq$	Aylak değişken eklenir	0	0	Evet
Talep veya minimum istekle	$\geq$	Artık değişken çıkarılır	0	0	Hayır
		Yapay değişken eklenir	-M	+M	Evet
Karışım veya tam istekler	$=$	Yapay değişken eklenir	-M	+M	Evet

Kaynak : ÖZTÜRK Ahmet, Yöneylem Araştırması, Ekin Kitabevi Yayınları, Genişletilmiş 6. Baskı, Bursa, 1997

2.1.3.2.2. Başlangıç Simpleks Tablosunun Düzenlenmesi

Bu adımda yapılacak işlem birinci adımdaki ele alınan verileri bir matris haline ifade etmektir. Başlangıç simpleks tablosuna bazı yöneylem araştırma yapıtlarında düzenlenmiş simpleks tablosu adı da verilmektedir.⁵¹

Bu tablo, her aşamadaki simpleks çözüm için mutlaka izlenmesi gereken ilişkileri toplu halde veren ve programın çözümü boyunca sürekli olarak kullanılan bir tablodur. Bu tablonun satır ve sütunları, program bileşenlerinin özelliklerine göre hazırlanmış ve bu bileşenlerin program çözümü içindeki yeni değerlerin belirtilmesini temin edecek şekilde düzenlenmiştir.

Simpleks yöntem için kullandığımız bu tablonun satır ve sütunları bağımsız olarak değer ifade ederler. Her çözüm aşamasında satır ve sütunların izlenmesi ile programda, değişkenlerin çözüme etkileri izlenebilir. Satır ve sütunlar ayrıca, ortak olarak programı optimum çözüme götürecek şekilde hangi değişkenin programa alınması gerektiğini belirleyen bir rol oynarlar. Tablonun genişliği, içerilen değişken ve kısıtlayıcı denklem

⁵¹ Öztürk A.,s.79.

sayısına göre değişir. Programın, amaç fonksiyonunun maksimum ya da minimum yapılmasına göre, tablo boyutları da farklılık gösterir.⁵²

Tablo 3 : Simpleks Başlangıç Tablosu

Amaç Satırı	C_j	C_1	C_2	0	0	...	Miktar (sabitler)
Değişken Satırı		X_1	X_2	S_1	S_2	...	veya çözüm sütunu
0	S_1	a_{11}	a_{12}	1	0	...	b_1
0	S_2	a_{21}	a_{22}	0	1	...	b_2
...	...	...	...	...	...	...	...
	Z_j	0	0	0	0	0	0
	$C_j - Z_j$	C_1	C_2	0	0	0	
Amaç Katsayı Sütunu	Temel Değişkenler Sütunu						

Kaynak : KARAKOYUNLU Yılmaz, **Doğrusal Programlama ve Oyun Teorisi**, Bursa İktisadi ve Ticari İlimler Akademisi Yayını No.7, Ege Matbaası, Ankara, 1973

Birim gözden çıkarma satırı diye adlandırılan Z_j satırı, satırdaki elemanlarda bir değişiklik yapıldığında birim başına kardaki kaybı gösterir. Her bir sütun altındaki Z_j satırı elemanlarını hesaplamak için aşağıdaki işlem yapılır.

$\text{Birim gözden çıkarma} = \text{Amaç katsayısı sütunu} * \text{Değişkenlerin katsayı}$

Bu hesaplama tüm satır için yapılır.

İlerleme ya da net değer satırındaki ($C_j - Z_j$) elemanlar, tablonun üstünde yer alan amaç satırı elemanlarından, bunların karşılık olan gözden çıkarılmış Z_j elemanlarının düşürülmesi ile elde edilir.

⁵² Yılmaz Karakoyunlu, **Doğrusal Programlama ve Oyun Teorisi**, Bursa İktisadi ve Ticari İlimler Akademisi Yayını No.7, Ankara: Ege Matbaası, 1973, s.78.

$(C_j - Z_j)$ satırındaki eleman ilişkili bulunduğu değişkenden “bir birim daha üretildiğinde” sağlayacağı kazanç artışını (minimizasyon problemlerinde ise maliyet azalışını) gösterir.⁵³

2.1.3.2.3. *Kârı En Fazla ve Maliyeti En Aza Azaltacak Değişkenin İşleme Girmesi*

Bu adım anahtar sütunun seçilmesi olarak da adlandırılabilir. Anahtar sütun seçilirken daha önce düzenlenmiş simpleks tablosunun $(C_j - Z_j)$ satırına bakılır. Eğer amaç karın maksimizasyonu ise $(C_j - Z_j)$ satırında yer alan en yüksek pozitif değerli eleman seçilir ve onun karşılığı sütun, anahtar sütun olur.

Eğer amaç maliyetin minimizasyonu ise negatif değerler içinde mutlak değerce en yüksek olan seçilir ve onun karşılığı sütunda **anahtar sütun** olur.

Buna göre kar maksimizasyonu probleminde $(C_j - Z_j)$ satırında en yüksek pozitif değerli değişken, maliyet minimizasyonu problemlerinde ise mutlak değerce en yüksek negatif değerli eleman işleme girmektedir.⁵⁴

2.1.3.2.4. *Anahtar Sıranın veya İşlemden Çıkacak Değişkenin Belirlenmesi*

Çözüm sütunundaki elemanlar anahtar sütununda yer alan elemanlara bölünerek (b_j / a_{ij}) oranına ulaşılır. Paydasında sıfır ya da negatif sayılar bulunan oranlar dikkate alınmaz. Oranlar içinde en düşük olanı (en küçük pozitif değerli oran) seçilir ve onun karşılığı olan sıra **anahtar sıra** olurken, temel değişken sütunundaki değişken de işlemde çıkarılır. Anahtar sıra ile anahtar sütunun kesiştiği yerdeki eleman **anahtar sayı** olur.⁵⁵

⁵³ Öztürk A., ss. 80-81.

⁵⁴ Öztürk A., s.81.

⁵⁵ Öztürk A., s.81.

2.1.3.2.5. Yeni Sıranın Bulunması

Simpleks tablosunda satır işlemleriyle, anahtar sütun, anahtar elemanı (1) olan bir birim vektörü haline getirilerek, yeni temel uygun çözüm bulunur.⁵⁶ Bunun için anahtar satırdaki her bir eleman için aşağıdaki işlem uygulanır.

$$\text{Anahtar Satırın Yeni Değeri} = \frac{\text{Anahtar Satırın Eleman Elemanı}}{\text{Anahtar Eleman}}$$

Yeni tabloda yer alacak temel sıra dışındaki sıraların da belirlenmesi gerekir. Bir önceki tabloda, anahtar sıra dolayısıyla temel sıra dışındaki sıralar eski sıra olmakta, bu sıraların işlem görmesi sonucunda yeni tabloda yeni sıralar olacaktır.⁵⁷ Yeni sırayı bulmak için kullanılan formül ise;

$$\left(\begin{array}{c} \text{Diğer} \\ \text{Satırların} \\ \text{yeni} \\ \text{Değerleri} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Satırın} \\ \text{Önceki} \\ \text{Elemanı} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Anahtar} \\ \text{Satırda} \\ \text{Karşı Gelen} \\ \text{Yeni} \\ \text{Eleman} \end{array} \right) * \left(\begin{array}{c} \text{Satırın} \\ \text{Anahtar} \\ \text{Sütunda} \\ \text{Karşı Gelen} \\ \text{Eleman} \end{array} \right)$$

2.3.3.2.6. Optimal Çözüme Ulaşma

Simpleks yöntemi ile problemin çözümünde optimale ulaşıp ulaşılmadığını öğrenmek için ilerleme yani $(C_j - Z_j)$ satırına bakılır.

Maksimizasyon amaçlı problemlerde çözümün optimal olabilmesi için tüm $(C_j - Z_j)$ satırındaki elemanların değeri sifıra eşit ya da sıfırdan küçük, yani $(C_j - Z_j) \leq 0$ olmalıdır.

⁵⁶ Kara, s.92.

⁵⁷ Öztürk A.,s.82.

Minimizasyon amaçlı problemlerde ise çözümün optimal olabilmesi için tüm $(C_j - Z_j)$ satırındaki elemanların değeri sifıra eşit ya da sıfırdan büyük, yani $(C_j - Z_j) \geq 0$ olmalıdır.⁵⁸

Optimum çözümün yorumu aşağıdaki gibidir.

- i) Çözüm, değişken sütunu ve amaç sütununda bulunur. Bu sütunlarda bulunmayan değişkenler sifıra eşittir.
- ii) İndeks satır sayıları aşağıdaki gibi yorumlanır;
 - İndeks satırı sabitler sütununda bulunan sayı, o çözüm için amaç fonksiyonunun değeridir.
 - Gövde ve birim matris altında bulunan negatif bir sayı, bulunduğu sütunun başındaki değişken bir birim artırılarak çözüme konursa, amaç fonksiyonunda doğacak artmayı belirtir.
 - Gövde altında bulunan pozitif indeks bir sayı, bulunduğu sütunun başındaki değişken bir birim artırılarak çözüme konursa, amaç fonksiyonunda doğacak azalmayı belirtir.
 - Birim matris altında bulunan indeks satırı negatif ise matrisin gövdesi altında bulunan negatif sayı gibi aynı anlamı taşır. Pozitif bir sayı ise o sütunun değişkeninin bulunduğu sınırlayıcı koşul bir birim değiştirildiği zaman amaç fonksiyonunda doğacak artmayı gösterir. Bu kar fırsat karı olarak düşünülür.⁵⁹

⁵⁸ Öztürk A. s.84.

⁵⁹ Halaç, s.386.

2.1.3.3. Simpleks Yöntemin Özeti

2.1.3.3.1. Maksimizasyon Probleminin Adımları

1. Problemin kısıtları eşitsizlikler halinde düzenlenir.
2. Eşitsizlikler, aylak, artık ya da yapay değişkenler eklenerek eşitlik haline dönüştürülür.
3. Elde edilen eşitsizlikler ile simpleks tablosu düzenlenir.
4. Bu çözüm için C_j ve Z_j satırları hesaplanır.
5. Anahtar sütun olarak $(C_j - Z_j)$ satırındaki en yüksek değerin bulunduğu sütun seçilir.
6. Çözüm sütunundaki değerler, seçilen anahtar sütundaki değerlere bölünerek oranlar elde edilir. Bu değerler içinde negatif olmayan en küçük değerin bulunduğu satır anahtar satır olarak seçilir. (Paydasında sıfır ve sıfırdan küçük sayı bulunan oranlar dikkate alınmaz.)
7. Anahtar sütun ile anahtar satırın kesiştiği noktadaki eleman anahtar sayı olarak kabul edilir.
8. Anahtar sayıya bağlı olarak diğer elemanlar hesaplanır.
9. C_j , Z_j ve $(C_j - Z_j)$ satırları hesaplanır.
10. Eğer $(C_j - Z_j)$ satırında pozitif değer varsa 5'inci adıma geri dönülür.
11. Eğer $(C_j - Z_j)$ satırında pozitif değer yoksa bulunan çözüm optimal (en uygun) çözümdür.⁶⁰

2.1.3.3.2. Minimizasyon Probleminin Adımları

1. Problemin kısıtları eşitsizlikler ve eşitlikler halinde düzenlenir.
2. Eşitsizlikler, gerekli olan aylak, yapay ya da artık değişkenler eklenerek yada çıkarılarak eşitlikler haline dönüştürülür.
3. Elde edilen eşitsizlikler ile simpleks tablosu hesaplanır.
4. Bu çözüm için C_j ve Z_j satırları hesaplanır.
5. Anahtar sütun olarak $(C_j - Z_j)$ satırındaki mutlak değerce en yüksek negatif değerin bulunduğu sütun seçilir.

⁶⁰ Levin, Kirkpatrick and Rubin, s.382.

6. Çözüm sütunundaki değerler, seçilen anahtar sütundaki değerlere bölünerek oranlar elde edilir. Bu değerler içinde negatif olmayan en küçük değer bulunan satır anahtar satır olarak seçilir. (Paydasında sıfır ve sıfırdan küçük sayı bulunan oranlar dikkate alınmaz.)
7. Anahtar sütun ile anahtar satırın kesiştiği noktadaki eleman anahtar sayı olarak kabul edilir.
8. Anahtar sayıya bağlı olarak diğer elemanlar hesaplanır.
9. C_j , Z_j ve $(C_j - Z_j)$ satırları hesaplanır.
10. Eğer $(C_j - Z_j)$ satırında negatif değer varsa 6'ıncı adıma geri dönülür.
12. Eğer $(C_j - Z_j)$ satırında negatif değer yoksa bulunan çözüm optimal (en uygun) çözümdür.⁶¹

2.1.3.4. Simpleks Yönteminin Yeterliliği

Simpleks yöntemi ile ilgili yukarıda yapılan açıklamalardan, yöntemle, bir başlangıç temel uygun çözümden hareketle en iyilik sınaması yapıldığı, en iyi çözüme erişilemedi ise temele girecek değişkenle temelden çıkacak değişkenin belirlenerek yeni bir temel uygun çözümle işlemlere devam edildiği görülmektedir.

Simpleks yönteminde, bir temel uygun çözümden başka bir temel uygun çözüme geçme işlemleri ardıştırma (iterasyon) olarak isimlendirilir.

Geliştirilen Simpleks yöntemi, yukarıdaki gereksinimlerin tamamına, çözüm evresinde karşılaşılabilecek tüm durumlarda ne yapılması gerektiğine yanıt verir.

Doğrusal karar modellerinin ardışık sayısal çözüm tekniği olarak geliştirilen Simpleks yöntemi, en iyi çözümü araştırırken karşılaşılabilecek tüm durumları açıklayan yeterli bir yaklaşımdır.⁶² Karşılaşılabilecek durumlar aşağıda anlatılmıştır.

⁶¹ Levin, Kirkpatrick and Rubin, s. 397.

⁶² Kara, s.88.

2.1.3.4.1. Çözüm Yok

Karar modelinin uygun çözüm alanının boş olması durumunda, katsayılar matrisi içinde, $b \geq 0$ için $X_B \geq 0$ kılan bir B alt matrisinin bulunması mümkün değildir. O halde, modele bir başlangıç Simpleks tablo düzenlenemiyorsa, çözümsüzlük söz konusu demektir. Bu durumla uygun çözüm alanının boş olması halinde karşılaşılır.⁶³

2.1.3.4.2. Sınırsız Çözüm

Bazı doğrusal programlama problemlerinde amaç fonksiyonunun değeri istediğimiz kadar yani belirsiz şekilde artırılabilir. Böyle problemlerin sınırsız çözümü var, denir. Herhangi bir doğrusal programlama problemini simpleks yöntemi ile çözerken çözümün sınırsız olduğunu söyleyebilmek için maksimizasyon probleminde $(C_j - Z_j)$ satırında işleme girecek pozitif değerli (yani anahtar) sütundaki elemanların hepsi negatif ya da sıfır değerli olmalıdır. Minimizasyon probleminde ise $(C_j - Z_j)$ satırında işleme girecek mutlak değerce en büyük negatif değerli sayı (anahtar), sütundaki tüm elemanlar negatif ya da sıfır değerli olursa çözüme sınırsız çözüm denir.⁶⁴

2.1.3.4.3. Birden Fazla Uç Noktada En İyi Çözüm

Yöntemin herhangi bir adımında, en iyi (optimum) çözüm koşulu sağlanmış olduğu halde, temelde olmayan X_k için $(Z_k - C_k = 0)$ ise, $(X_k > 0)$ için,

$$X_0 = X_0 + (C_k - Z_k) X_k$$

eşitliği nedeniyle, X_k 'nın temele girebileceği, ancak amaç fonksiyonunun değerinin değişmeyeceği durum söz konusu olur. Bu durumda modele birden fazla aynı değerde en iyi çözüm veren karar değişkenleri bileşimi vardır. Yani, modelin (doğrusal programlama probleminin) en iyi çözümü birden fazladır.⁶⁵

⁶³ Kara, s.88.

⁶⁴ Öztürk A., ss.105-106.

⁶⁵ Kara, s.89.

2.1.3.4.4. Temel Girebilir Birden Fazla Değişken

Doğrusal karar modelinin çözümünde, amaç fonksiyonuna göre anlam kazanarak temele girecek değişkeni belirleyen ($C_j - Z_j$) farklarından en az iki tanesinin aynı değerde olma durumuyla da karşılaşılabilir.⁶⁶

2.1.3.4.5. Bozulmuş (Dejenere) Çözüm

Temelden çıkacak değişken araştırılırken, yukarıdaki özelliğe göre, birden fazla değişken için ilgili en küçük oranların aynı olduğu durumlarla karşılaşılabilir. En küçük oranları eşit olan değişkenlerden hangisinin temelden çıkması istenirse, izleyen çözümde, temelde kalan diğer değişkenlerde sıfır değerini alır. Böylece temel uygun çözümde sıfırdan farklı değeri olan değişken sayısı (m)'den küçük olur. Doğrusal denklem sistemlerinin çözümünde temel değişkenlerden en az birinin sıfır değerini alması, bozulma (dejenere) olarak tanımlandığından, doğrusal karar modellerinin çözümde de, temel değişkenlerden en az biri sıfır değerini alırsa, bozulma durumu vardır denir.⁶⁷

2.1.4. TAMSAYILI PROGRAMLAMA

Tamsayılı programlama probleminin en belirgin özelliği karar değişkenlerinin yalnızca tamsayı değer alması gerekliliğidir.. Doğrusal programlama problemlerinin tipine bağlı olarak değişkenlerin bazılarının ya da bütün değişkenlerin tam sayılı değerler alması hallerinde tam sayılı programlama ortaya çıkmaktadır. Doğrusal programlama probleminde, sınırlayıcı koşulları arasında karar değişkenlerin tam sayılı değerler olmasını ifade eden bir sınırlayıcı koşul daha bulunur.⁶⁸

İşletme problemlerinde tam sayılı programlamanın kullanılmasının nedeni kaynakların parçalanamaması ya da tam sayılı birimler olmaları gereğidir. Doğrusal programlama problemi optimal çözüm tablosuna giren değişkenler kamyon, uçak, tren ve

⁶⁶ Kara, s.89.

⁶⁷ Kara, s.90.

⁶⁸ David M. Miller, J.W. Schmidt, *Industrial Engineering And Operations Research*, USA: John Wiley&Sons, 1984, s.219.

makinelerin işçilere dağıtımı gibi kavramları temsil ediyorlar ise yalnız tam sayılı miktarlarda olmalıdır.⁶⁹

Herhangi bir tamsayı program probleminin çözümünde önce birinci yaklaşık değer (tahmin), tamsayı olma zorunluluğunu ihmal edilerek ve doğrusal programlama problemini bilinen yöntemlerden biri ile çözüm gerçekleştirilir. Eğer çözüm tesadüfen tamsayı çıkarsa, o zaman bu çözüm, orijinal tamsayılı programında optimal çözümdür. Aksi takdirde, birinci tahmini değer bileşenleri en yakın fizibil tam sayılara yuvarlatılabilir. Bu işlem genellikle birinci tahmin, büyük sayıları ilgilendirdiğinde uygulanır. Ancak özellikle sayılar küçük olduğunda bu çözüm doğru olmayabilir.⁷⁰

2.1.4.1. Dal – Sınır (Branch-And-Bound) Algoritması

Tam sayılı programlama problemlerin değişkenlerinin bir kısmı ya da hepsi bazı durumlarda üst ya da alt ya da hem alt hem de üst sınırla ayrı ayrı koşullanmaktadır. Bu tipteki optimizasyon problemlerinin çözümü çok genel bir yaklaşım olan dal-sınır tekniğidir.⁷¹

Eğer birinci yaklaşık değer x_j^* gibi, tamsayı olmayan bir değişken içerirse, o zaman $(i_1 \leq x_j^* \leq i_2)$ 'dir. Burada i_1 ve i_2 birbirini izleyen, negatif olmayan tamsayılardır. Orijinal yani ilk tamsayılı program ya $(x_j^* \geq i_1)$ kısıtı ya da $(x_j^* \leq i_2)$ kısıtı ile çoğaltılarak iki yeni tamsayılı program elde edilir. Dallara ayırma ya da dallanma diye adlandırılan bu işlem, x_j için mevcut yani en son tamsayı olmayan çözümü, tekrar değerlendirmeden elimine eder, fakat orijinal (asıl) probleme ait bütün olası tamsayılı çözümleri korur.

Dallanma işlemi ile elde edilen bu iki tamsayı program için birinci yaklaşık değerler, yine tamsayı olma koşulunu ihmal ederek çözülür. Eğer çözüm değerlerinden biri

⁶⁹ Osman Halaç, *Kantitatif Karar Verme Teknikleri (Yöneylem Araştırması)*, 3. Baskı, İstanbul: Evrim Basım Yayım Dağıtım, 1991, s.458.

⁷⁰ Cengiz, s.125.

⁷¹ Halaç, s.476.

hala tamsayı değilse, bu çözümü meydana getiren tamsayılı program, izleyen dallanma için bir adaydır.⁷²

2.1.4.2. Kesim Düzlemi (Gomory) Algoritması

Doğrusal programlama problemlerinin tam sayılı çözümlerini sağlayacak hesaplama yöntemi ilk kez 1958 yılında Gomory tarafından geliştirilmiştir. Gomory'nin geliştirdiği hesaplama yöntemine Tam Sayılı Algoritma veya Kesim Düzlemi adı verilmiştir. Bu yöntem sonlu sayıda işlemten sonra optimal bir tam sayılı çözümü sağlar. Öte yandan bu yöntem optimal çözüme ulaşmada simpleks yöntemden daha fazla işlemi gerektirir.

Gomory'nin Kesim Düzlemi yönteminde, başlangıç noktası olarak bir doğrusal programlama probleminin simpleks yöntemiyle bulunan optimal çözümü ele alınır. Eğer bu çözüm tam sayılı bir çözüm değilse, doğrusal programlama problemine ek bir doğrusal kısıtlama dahil edilir. Bu ek kısıtlama Gomory'nin geliştirdiği “Kesim Düzlemi” kuralına göre elde edilir.⁷³

Yeni kısıt ekleyerek tamsayılı sonuca ulaşmaya çalışan bu algoritma 3 adımdan oluşmaktadır.

ADIM 1 : Simpleks çözüm tablosuna ulaşıldıktan sonra, en büyük kesirli değerli karar değişkeni seçilir ve bu değişkenin bulunduğu satır alınır.

ADIM 2 : Bu satırdaki her bir değişkenin katsayıları tamsayılı kısım ile kesirli kısımlarına (0 ile 1 arasında pozitif değer olacak şekilde) ayrılarak kısıt yeniden yazılır. Sonra eşitliğin sol tarafına değişkenlerin kesirli kısımları, sağ tarafına da tamsayı kısımları yazılır.

⁷² Cengiz, ss.125-127.

⁷³ Öztürk A., s.168.

ADIM 3 : Eşitliğin sağ tarafında bulunan tam sayılı değişkenler atılır. Bu durumda eşitlik eşitsizliğe dönüşecektir. Sonuç olarak yeni koşul elde edilmiş olur.⁷⁴

2.2. DUAL PROBLEM

2.2.1. DUAL PROBLEMİN TANIMI

Birçok fiziki problemlerde olayların değişkenleri arasındaki ilişkiler amaca göre farklı birkaç değişik şekilde ifade edilebilir. Yöneylem problemlerinde de böyle durumlarla karşılaşılır. Örneğin karın en çok kılınması, kayıpların en az kılınması ile ilgilidir. Bunlar probleme farklı bakış açılarıdır. Bu gibi problemlerden önce çözümlene *primal*, bunun bir anlamda tersi yüzü olan probleme de *dual* problem denmektedir.⁷⁵

Doğrusal karar modelleri, bu amaçla geliştirilen bilimsel tekniklerden en yaygın kullanılanıdır. Doğrusal karar modellerinin değinilen özellikleri taşımasında, bu modellerin duallerinin (eştersler) özel bir yeri vardır. Doğrusal programlamada dualite, kimi durumlarda, modelin çözümüne kolaylıklar getirirken, yanı sıra da, modelden hareketle ekonomik açıklama ve yorum yapma olanağı sağlayıp, modelin yapısında ya da parametrelerdeki değişimlerle ilgili işlemlere de kolaylık getirmektedir.⁷⁶

Her bir doğrusal programlama problemine karşılık gelen ve dual problem olarak adlandırılan bir simetriği vardır. Son zamanlarda, doğrusal programlama problemleri, dual hali ile birlikte çözülmeye başlanmıştır. Böylelikle çözüm sonucunda, yorumlayabilecek daha fazla veri (sonuçlar) elde edilmektedir.⁷⁷

⁷⁴ Richard Bronson, *Operations Research*. Singapore: McGraw-Hill Book, 1983, ss.63-64.

⁷⁵ Karayalçın, s.126.

⁷⁶ Kara, s.115.

2.2.2. ASIL VE DUAL PROBLEMLER İLE İLGİLİ ÖNERMELER

1. Önerme :

Eğer asıl ve dual problemlerin her ikisi de uygun çözümlü ise,

- a) Asıl Problemin x_j ($j=1,2, \dots, n$) değişkeni için bir optimal çözüm vardır.
- b) Dual problem y_i ($i=1,2, \dots, m$) değişkeni için bir optimal çözüm vardır.
- c) Asıl ve dual amaç fonksiyonunun optimal değerleri eşittir. Yani,

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j = \sum_{i=1}^m b_i y_i$$

2. Önerme :

Asıl ve dual probleminin herhangi bir iki uygun (optimal olmayan) çözümünün karşılığı olan asıl problemin amaç fonksiyonunun değeri dual amaç fonksiyonunun değerine eşit veya ondan küçüktür.

$$Z \leq Y$$

Z = Asıl problemin amaç fonksiyonunun değeri

Y = Dual problemin amaç fonksiyonunun değeri

Eşitlik yalnızca her iki problemin uygun çözümleri optimal olduğunda sağlanır. Ayrıca eğer asıl problem sınırsız ise dual problemi uygun çözümlü değildir.

⁷⁷ Mokhtar S. Bazaraa, "Methods for Optimizing Lagrangian Dual Functions", Yöneylem Araştırması 2. Ulusal Kongresi, Ankara: 16-18 Haziran 1976, s.28.

3. Önerme :

Eğer optimal çözümde, herhangi bir dual değişken temel değişken ises onun asıl problemde karşılığı olan aylak değişkenin değeri sıfır olur. Eğer asıl problemde herhangi bir değişken temel değişken ise onun karşılığı olan dual değişkenin değeri sıfırdır. Buna “tamamlayıcı gevşeklik önermesi” denir.⁷⁸

2.2.3. DUAL PROBLEMİN FORMÜLE EDİLMESİ

Doğrusal programlama problemlerini, esas primal ve dual problem adı verilen iki şekilde formüle etme olanağı vardır.⁷⁹ Asıl ve dual modeller aşağıdaki gibi yazılabilir.⁸⁰

Tablo 4 : Doğrusal programlama probleminin dual hali

ASIL MODEL	DUAL (EŞTERS) MODEL
$Z_{\max} = \sum c_j x_j$	$Z_{\min} = \sum b_i y_i$
$\sum a_{ij} x_j \leq b_i, i=1,2,\dots,m$	$\sum a_{ij} y_j \geq c_j, j=1,2,\dots,n$
$x_j \geq 0, j=1,2,\dots,n$	$w_j \geq 0, i=1,2,\dots,m$

Kaynak : Taha Hamdy A., **Operations Research An Introduction**, Fifth Ed., Singapore: Macmillan Publishing Company, 1992, s.149

Görüldüğü gibi, asıl modelin katsayılar matrisinin evriği, ikil modelin katsayılar matrisini vermektedir. Yani sıra, asıl modelde n karar değişkeni m kısıt söz konusu iken, dual’de (m) karar değişkeni (n) kısıt bulunmaktadır.

Asıl modelin her kısıtı için tanımlanan yeni karar değişkenlerinin, dual modelin amaç fonksiyonundaki katkı sabitleri, ilgili kısıtın sağ taraf sabitleri olmaktadır. Asıl modelin katkı sabitleri ise, dual modelin kısıtlarının sağ taraf sabitlerini vermektedir.

⁷⁸ Öztürk A., ss.136-137.

⁷⁹ Halaç, s.394.

⁸⁰ Taha, s.149.

Her doğrusal karar modelinin dual'i vardır ve asıl ile dual modellerin biri diğerinin simetriğidir.⁸¹ Asıl ve dual modellerin söz konusu özelliği aşağıdaki tabloda gösterilmiştir.

Tablo 5 : Asıl ve Dual Problem İlişkisi

		Asıl Problemin Değişkenleri							
		↓	↓	↓	↓				
		X_1	X_2		X_j		X_n		
Dual problemin sağ tarafı		C_1	C_2		C_j		C_n		
Dual problemin sol taraf kısıtlarının katsayıları	}	a_{11}	a_{12}	...	a_{1j}		a_{1n}	b_1	$\leq y_1$
		a_{21}	a_{22}	...	a_{2j}		a_{2n}	b_2	$\leq y_2$
									
		a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mj}		a_{mn}	b_3	$\leq y_m$
								↑	
								J. dual kısıtı	
								↑	
								Dual problemin amaç fonksiyonu	
									Dual problemin değişkenleri

Kaynak : Taha Hamdy A., **Operations Research An Introduction**, Fifth Ed., Singapore: Macmillan Publishing Company, 1992, s.139

Tablo 6 : Asıl ve Dual Problemlerde Amaç Fonksiyonunun İlişkisi

Standart Primal Problem	Dual	
	Amaç	Koşul
Maksimizasyon	Min	$\geq$
Minimizasyon	Max.	$\leq$

Kaynak : Taha Hamdy A., **Operations Research An Introduction**, Fifth Ed., Singapore: Macmillan Publishing Company, 1992, s.139

⁸¹ Kara, ss.115-118.

Tablolarda görüldüğü gibi dual problemin m değişkeni ($y_1, y_2, \dots, y_m$) ve n kısıtı ($x_1, x_2, \dots, x_m$) bulunmaktadır. Dual problem, primal problemin aşağıdaki kurallar çerçevesinde simetriğidir.

- Primal (asıl) problemin her bir kısıtı, dual problemin değişkenidir.
- Primal problemin her bir değişkeni, dual problemin kısıtıdır.
- Asıl problemin kısıtlarındaki değişkenlerin katsayıları, dual problemin de kısıtlarının simetrik olarak katsayıları olmaktadır. Amaç fonksiyonundaki katsayılar ise, dual problemin kısıtlarının sağ taraf sabitleri olmaktadır.⁸²

2.2.4. ASIL VE DUAL İLİŞKİSİ

Asıl program ile dual program arasında var olan ilişkilerden bazıları programların çözümüne kolaylık getirmeleri ve karşılıklı ilişkilerin izlenmesi bakımlarından özellikler taşımaktadırlar.

- Eğer asıl program, amaç fonksiyonunun maksimum (ya da minimum) yapılması ise, dual programın amaç fonksiyonu minimum (ya da maksimum) olacaktır.
- Asıl programın amaç fonksiyonu, dual programın miktarlar vektörünü, asıl programın miktarlar vektörü dual programın amaç fonksiyonunu oluşturur.
- Asıl programda yer alan asıl değişken sayısı kadar, dual programda aylak değişken ve asıl programdaki aylak değişken sayısı kadar dual programda asıl değişken yer alacaktır.
- Dual ve asıl programların çözümünde, her iki programın amaç fonksiyonlarının optimum çözümdeki değerleri birbirine eşit olacaktır. Bu kesin ilişki nedeniyle, sadece amaç fonksiyonunun saptanması istenilen durumlarda daha kolay bir çözüm sağlayan program (dual ya da asıl) hesaplanma sürecine alınır.
- Bir asıl programın çözümünde, miktar sütununda beliren değişken değerleri, dual programın net değerler sırasında eksi işaretli olarak aylak değişken değerlerini belirtir.

⁸² Taha, ss.138-139.

- Bir asıl programın, net değerler sırasında beliren aylak değişken değerleri, dual programın miktar sütununda beliren asıl değişken değerlerine eşittir.
- Dual ve asıl programların son çözüm tablosunda aylak değişken değerleri, ters işaretler taşımak üzere, mutlak değerler yönünden birbirlerine eşittirler.⁸³

2.2.5. DUAL PROBLEMİN EKONOMİK AÇIKLAMASI VE GÖLGE FİYATLAR

Herhangi bir kısıtlayıcı denkleminde, eğer kaynakların toplam marjinal değeri sağ taraftaki kar değerini aşar ise istenen kaynak gereğinden fazla olacağından, o ürün üretilmemelidir. Kaynakların marjinal değerinin miktarı kar değerinden fazla olduğunda, bu fazla miktar elverişli kaynakların etkin olmayan dağıtımından sonuçlanacak fırsat kaybını veya maliyetini ifade eder. Eğer kaynakların toplam marjinal değeri denklemin sağ tarafındaki değer ile tam bir eşitlik gösterirse, kaynaklar etkin bir şekilde kullanılıyor demektir. Marjinal değer, sözkonusu kaynaktan bir birim daha olduğunda amaç fonksiyonuna yapacağı katkıdır.

Dual problemlerinde, elverişli kaynakların en etkin dağıtımı, tüm kaynakların toplam marjinal değerlerini (maliyetlerini) kısıtlayıcılara bağlı kalarak ürün karından az olmayacak şekilde en küçükleme yapılarak sağlanır.

Dual değişkenlerin optimal değerlerini gölge fiyatlar olarak adlandırılır. Gölge fiyatlar, herhangi bir üretim kaynağının miktarını bir birim artırılması veya azaltılması durumunda amaç fonksiyonunda meydana gelecek artış veya azalış olarak tanımlanır. Üretim kaynaklarının marjinal verimlilik değerlerini gösteren gölge fiyatlar, sözü edilen üretim kaynaklarının gerçek piyasa fiyatlarıdır. Gerçek piyasa fiyatı tam rekabet koşullarında sunum-istem (arz-talep) dengesinin oluşturduğu fiyatlardır. Fakat piyasalarda oluşan fiyatlar, piyasa mekanizmasının aksak işlemesi, devletin müdahalesi ve piyasada görülen tekeller eğilimleri nedeni ile gerçek piyasa fiyatı olmamaktadır. Gelişen ülkelerde bazı kaynaklar kıttır. Kıt kaynakların etkin kullanımı ve diğer üretim faktörlerinin optimal dağılımını sağlamada gölge fiyatları iyi bir gösterge olabilmektedir.

⁸³ Karakoyunlu, ss.115-116.

Gölge fiyatlar aynı zamanda bir ekonominin rekabetten ne kadar uzaklaştığı ile üretim faktörlerinin kıtlık ve bolluk derecelerini gösterir. Şöyle ki, kıt üretim faktörlerinin gölge fiyatları ile cari piyasa fiyatları arasında bir fark vardır. Bu fark yüksekse, ekonominin rekabet koşullarından uzaklaşmış olduğunu gösterir. Öte yandan, gölge fiyat değeri sıfır olan üretim faktörü ihtiyaçtan bol kaynak olurken, gölge fiyatı yüksek pozitif değerli üretim faktörleri ise kıt kaynaklar olmaktadır. Kaynakların optimal dağılımını amaçlayan problemlerde, piyasa fiyatının yerine gölge fiyatı kullanılması daha sağlıklı olacaktır. Gölge fiyatları işletmenin elindeki verilerin sayılarını arttırarak yöneticiye karar vermede yardımcı olur. Yönetici gölge fiyatı yüksek olan girdiden az, gölge fiyatı düşük olan veya sıfır olan girdilerden daha çok kullanım yoluna giderek toplam üretim maliyetini (gölge fiyatlarına göre) en küçük kılmaya çalışacaktır.⁸⁴

2.3. DUYARLILIK ANALİZİ

2.3.1. DUYARLILIK ANALİZİNİN TANIMI

Yöneticiler, yalnızca optimum çözüm ile ilgilenmez, aynı zamanda sınırlayıcı koşullarda, fiyat ya da maliyetlerde yahut kaynakların her mamulün birimi başına harcanan miktarlarında meydana gelecek değişimler sonunda ne olacağını bilmek isterler. Yine yöneticiler, sabitler için yapılmış değişken kabullere göre optimum çözümlerin ne olacağını bilmek isterler. Sabitler için yapılmış olan kabullerin bir an için en iyi olduğu kabul edilsin. Bu kez yöneticiler, diğer kabullerde yapılmış olabilecek hataların etkilerini değerlendirmek isterler.

Bütün bunlarla ilgili çalışmalar “duyarlılık analizi” adı altında yapılır.⁸⁵

Duyarlılık analizi, normal olarak optimum çözüm elde edildikten sonra yapılan bir işlemdir. Bu analiz optimum çözümün, orijinal veya ilk modelde belirli değişiklikler yapmaya ne kadar hassas ya da duyarlı olduğunu belirler.⁸⁶

⁸⁴ Öztürk A., ss.143-144.

⁸⁵ Tulunay, s.407.

⁸⁶ Cengiz, s. 31.

Duyarlılık analizleri, her zaman doğrusal programlama modellerinin ya da herhangi bir yöneylem araştırması modelinin çözümünün tamamlayıcı bir parçası olarak kabul edilir. Böyle bir analiz modele, analizcinin optimum çözümde, modelin verilerinde gelecekteki olası değişmelerden meydana gelebilecek değişiklikleri kontrol etmesine olanak veren dinamik karakteristikleri bir çok işletme faaliyetlerini gösterir. Optimum çözümün değişmelere nasıl karşılık verdiğini incelemeye olanak veren prosedürlerin yokluğu, uygulanmasına fırsat kalmadan geçersiz olacak statik bir çözüm verebilir.⁸⁷

Doğrusal programlama problemindeki değişimler genel olarak, aşağıdaki üç halden birisi ile sonuçlanır:

- Optimum çözüm hiç değişmez, yani temel değişkenler ve onların değerleri aynı kalır.
- Temel değişkenler aynı kalır fakat değerleri değişebilir.
- Temel çözüm tamamen değişebilir.⁸⁸

2.3.2. DUYARLIKLILIK TÜRLERİ

2.3.2.1. Sağ Taraf Sabitlerindeki Değişimler

Sınırlayıcı koşul denklemlerinin sağ taraf değerlerinde değişim olursa bunun temel değişkenlerin duyarlılığına etkisi analizler için önemli olabilir. Duyarlılık, sağ taraf değerlerinin alt ve üst sınırı ile ölçülür. Sağ taraf değerlerinde ya da kaynakta değişim aralığı

$$a \leq r_l \leq b$$

şeklinde gösterilir. Bu eşitsizlik sağlandıkça temel değişkenler optimal tabloda aynen kalır.⁸⁹ Değişkenin değeri bu aralığın dışına çıktığında optimal çözüm bozulacaktır.

⁸⁷ Cengiz, s. 30.

⁸⁸ Tulunay, s.408.

⁸⁹ Halaç, s.403.

Sağ taraf sabitlerinin değişim aralığı bulunurken yapılan işlemleri basitleştirmek gerekirse, şöyle ifade edilebilir. Çözüm sütununda her bir eleman aynı satırda bulunan ve duyarlılık analizi incelenen elemanın artık veya yapay değişkeninin bulunduğu sütundaki elemana bölünür. Bulunan değerler içindeki en büyük negatif eleman (mutlak değerce en küçük) daha önce bulunan çözümden çıkarılarak, şu anki çözümü değiştirmeyecek minimum değer, en küçük pozitif eleman da çözüme eklenerek çözümü değiştirmeyecek maksimum değer bulunur. Sağ tarafta duyarlılık analizi incelenen sabit, bu iki değer arasında kaldığı sürece bulunan çözüm değişmeyecektir.

2.3.2.2. Amaç Denklemi Katsayılarındaki Değişmeler

Amaç fonksiyonu katsayılarında değişimle optimal duyarlılığı, $(C_j - Z_j)$ amaç fonksiyonu katsayısına ∇_j değişkeninin eklenmesi ile belirlenir. Yeni amaç fonksiyonu katsayısı $c_j = c_j + \nabla_j$ olur. ∇_j 'nin değeri, maksimizasyon problemlerinde $(C_j - Z_j)$ 'nin negatif ve minimizasyon probleminde $(C_j - Z_j)$ 'nin pozitif olma kuralına göre belirlenebilir. Maksimizasyon problemleri için, geçerli çözüm birim ilerleme satırındaki elemanlar yani bütün $(C_j - Z_j)$ değerlerinin negatif (minimizasyon problemlerinde pozitif) olması ile optimal kalır. Duyarlılık bu kriterin sağlanması ile belirlenir.⁹⁰

Amaç fonksiyonunun katsayılarının değişim aralığı bulunurken yapılan işlemleri basitleştirmek gerekirse, bu analiz de şöyle ifade edilebilir. Değişim aralığının bulunabilmesi için, birim ilerleme satırındaki bulunan her bir eleman, duyarlılık analizi incelenen katsayının temel çözümde bulunduğu satırda ve aynı sütunda bulunan elemana bölünür. Bulunan değerler içindeki en büyük negatif eleman (mutlak değerce en küçük) daha önce bulunan çözümden çıkarılarak, şu anki çözümü değiştirmeyecek minimum değer, en küçük pozitif eleman da çözüme eklenerek çözümü değiştirmeyecek maksimum değer bulunur. Amaç fonksiyonunun katsayılarının duyarlılık analizi incelenen sabit, bu iki değer arasında kaldığı sürece bulunan çözüm değişmeyecektir.

⁹⁰ Halaç, s.399.

2.3.2.3. Teknolojik Katsayılarıdaki Değişmeler

Bunlar esasen katsayılar matrisini (başlangıç) oluşturan vektörlerden birinin ya da birkaçının değişimi ile ilgilidir. Burada da yeni teknolojik değerleri ilgili dual sınırlayıcı koşulda yerine koyup, gölge fiyatların değişmeyeceği hatırlanmalıdır.⁹¹

2.3.2.4. Yeni Karar Değişken Eklenmesi

Bu durum, gerçekte, teknolojik katsayılar ve amaç denklemin katsayılarında aynı anda değişimlerin görülmesi durumu ile aynıdır. Bu bakımdan yeni değişken eklenmesi optimallik ile ilgili olacaktır. Yani, yeni değişken eğer çözüme olumlu katkıda bulunuyorsa temele (çözüme) girecektir. Aksi durumda sıfır değerini alacaktır (diğer temel olmayan değişkenler gibi).⁹²

2.3.2.5. Yeni Sınırlayıcı Koşulların Eklenmesi

Problem modeli hazırlanıp çözüm bulunduktan sonra, çevre koşullarındaki değişimler ya da karar vericinin tutumlarından dolayı yeni sınırlayıcı koşul (kısıt) sözü konusu olabilir. Bu nedenle, modelin yapısında oluşabilecek bu tür farklılaşmalar halinde eldeki en iyi çözümün nasıl etkilendiğini önceden analiz etmekte fayda vardır.⁹³

İlk yapılacak işlem, yeni kısıtlayıcının optimal çözüm için sağlanıp sağlanmadığını kontrol etmektir. Eğer bu koşul sağlanıyorsa çözüm değişmeden optimum kalır ve yeni koşulun eklenmesi fazlalık gösterir. Eklenen yeni kısıtlayıcı eldeki optimum çözüm için sağlanmıyorsa, gerekli aylak, artık ve yapay değişkenler eklenmiş olarak değiştirilmiş optimum tabloda görülür. Bunun temel değişkenlerin temel değişkenlerin altındaki elemanların "0" olması gerektiği anımsanıp uygun simpleks çözüm işlemleri yapılır. Ulaşılan yeni çözüm tablosu uygun bir çözüm değilse, dual simpleks yöntem uygulanarak optimal uygun çözüme ulaşılmaya çalışılır.⁹⁴

⁹¹ Tulunay, s.409.

⁹² Tulunay, s.410.

⁹³ Kara, ss.164-165.

⁹⁴ Öztürk A., ss.155-156.

ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

DOĞRUSAL PROGRAMLAMA ÇÖZÜMÜNDE BİLGİSAYARLA PROGRAMLAMA

3.1. ÖN HAZIRLIK

Piyasada kullanılabilecek bir çok programlama ortamı bulunmaktadır, ancak Delphi ilk günden beri son derece göze çarptı ve tercih edilen bir programlama dili olmuştur.⁹⁵

Geliştirilen uygulama programında, programlama dili olarak Delphi'nin seçilmesindeki en önemli nedenler Delphi'nin, form-tabanlı ve nesne yönelimli yaklaşımı, çok hızlı olan derleyicisi, Windows programcılığı ile sıkı entegrasyonu ve bileşen teknolojisi oldu.

Bilgisayar sistemi, bilgiyi otomatik olarak işlemekte ve kullanıcıya yararlı biçimde sunmaktır. Bilgisayar sistemi, **donanım** ve **yazılım** adları verilen iki alt sistemden oluşmaktadır.

Derlenen **ham bilgi** (veri, data), belirli bir amaca yönelik ve düzenli biçimde **kütük** (file) halinde bir dış bellekte (disk, disket, manyetik teyp vb.) saklanmaktadır. Gerekğinde kütükteki kayıtlar bilgisayar iç belleğine çağırılarak, işleme sokulmaktadır.⁹⁶

Bilgi işlem sistemi, veri üzerinde bir dizi işlemleri gerçekleştirmek amacı ile girdi-işlem-saklama-çıktı-denetim işlevlerini yerine getirebilen bilgisayar sistemi ve ilgili görevlilerden oluşan bir sistemdir. Bilgi işlem aşamalarını şöyle listeleyebiliriz.⁹⁷

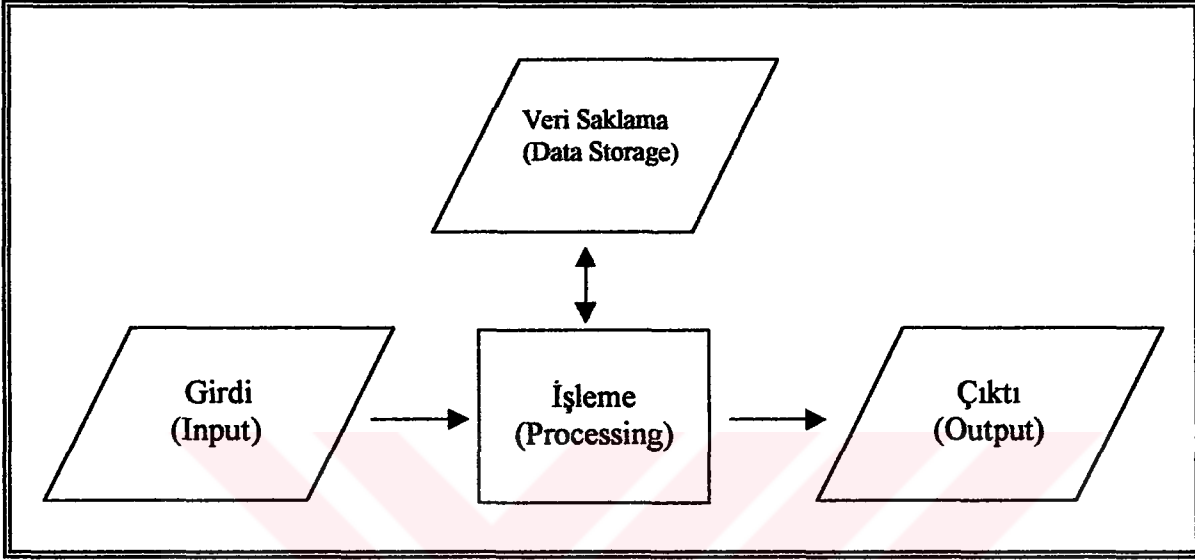
⁹⁵ Marco Cantu, *Delphi 3*, İstanbul: Alfa Basım Yayın Dağıtım, Mayıs 1998, s.30.

⁹⁶ Oya Kalıpsız, *Bilgisayar Veri Tabanı Sistemleri*, İstanbul: İ.Ü. Basımevi ve Film Merkezi, 1996, s.5.

⁹⁷ Durmuş Dünder, Oya Kalıpsız, *Bilgi İşlem Sistemi*, İstanbul: İ.Ü. Basımevi ve Film Merkezi, 1990, s.2.

- Verilerin bilgisayara verilmesi (girdi, input),
- Verinin işlenmesi (data processing),
- Sonuçların alınması (çıktı, output).

Şekil 3 : Bilgi İşlem Süreci



Kaynak : KALIPSIZ Oya, **Bilgisayar Veri Tabanı Sistemleri**, İ.Ü. Basımevi ve Film Merkezi, İstanbul 1996, s.2

Paket programlar, önceden belirlenmiş yöntemleri içermekte ve kullanıcıların bu yöntemleri program menüleri aracılığı ile uygulamasını öngörmektedir. Bu tip programlar, üretici firmanın belirlemiş olduğu yöntemlerin dışında bir yöntemin kullanımına olanak vermezler. Kullanıcıların tek yaptıkları, karşılarına gelen seçenekler arasından seçimler yaparak gerekli değerleri girmektir. Bu aşamadan sonra kullanıcı, paket programın kendisine sunacağı sonuçlarla yetinecektir.

Üretici firmalar yeni gelişmeleri paketlere yansıtmak amacıyla, çeşitli aralıklarla yeni sürümler (version) çıkarmaktadır. Her yeni sürüm, bir önceki sürümdeki bazı eksiklikleri gidermekte, gelişen bilgisayar teknolojilerine paralel olarak yeni teknik özellikler içermektedir.⁹⁸ Ancak gelişmeler ne kadar ilerlese bile üretici firmanın yaptıklarının dışına çıkma olanağı olmayacaktır. Bu çalışma ile genelde Yöneylem

⁹⁸ Sezgin Tepe, **Ekonomik Yazılımların Karşılaştırılması**, Yıldız Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 1999, İstanbul, s.2.

Araştırması, özelde doğrusal programlama konusunda geliştirilen paket programla yeni gereksinimler ortaya çıktığında bunları, yapısal özelliğinden dolayı programcılara alternatifler ekleme olanağı bulunmaktadır.

3.2. SİSTEM ANALİZİ

Plana uygun bir amacı gerçekleştirmek üzere tasarlanmış çeşitli olayların, doğal ya da yapay olarak, oluşturduğu gruba sistem denir. Herhangi bir şeyi en ufak ayrıntılarına kadar ayırmaya analiz denir. Sistem Analizi ise mevcut sistemin daha iyi bir tasarlama ve geliştirmeye temel oluşturmak üzere, tüm yönleriyle analiz edilmesi, diye tanımlanır. Bilgisayarlar için sistem analizi dendiğinde ise yukarıda belirtilen “daha iyi bir sistem tasarlama ve geliştirmeye temel oluşturmak üzere” cümlesi “sistemi, bilgisayara aktarabilecek şekilde tasarlamak üzere” diye değiştirilebilir. İyi bir sistem analizi yapılabilmesi için aşağıda belirtilen adımlar doğrultusunda hareket edilmesi gerekir.⁹⁹

3.2.1. PROJENİN AMAÇ VE KAPSAMI

Doğrusal programlama modelinin elle çözümü sırasında karşılaşılan sorunların giderilmesi amacı ile bilgisayardan yararlanma yoluna gidilmiştir. Elle çözümdeki yapılabilecek matematiksel işlemlerdeki hatalar ve çözümün çok zaman alması gibi sorunlar örnek olarak gösterilebilir.

Programın konusu ise, daha önceki bölümlerde ayrıntılı bir biçimde incelenen doğrusal programlama probleminin çözümüdür. Doğrusal programlama modelinin matematiksel ifadesi verildiğinde değişkenlerin en uygun çözüm için almaları gereken değerler bulunmaktadır.

Yazılan paket programda sonucun bulunmasında, çözüm yolu olarak Simpleks yöntem seçilmiştir. Her bir adım (iterasyon) sonucunda simpleks tablosunda gerçekleşen değişimler gösterilmiş, sonuca ulaşıldığında çözümün daha kolay anlaşılması için çözüm listesi oluşturulmuştur. Simpleks yöntemin bir devamı olan ve özellikle işletmelerde bölünemeyen kaynakların ne miktarlarda kullanılması gerektiğini belirleyen tamsayılı

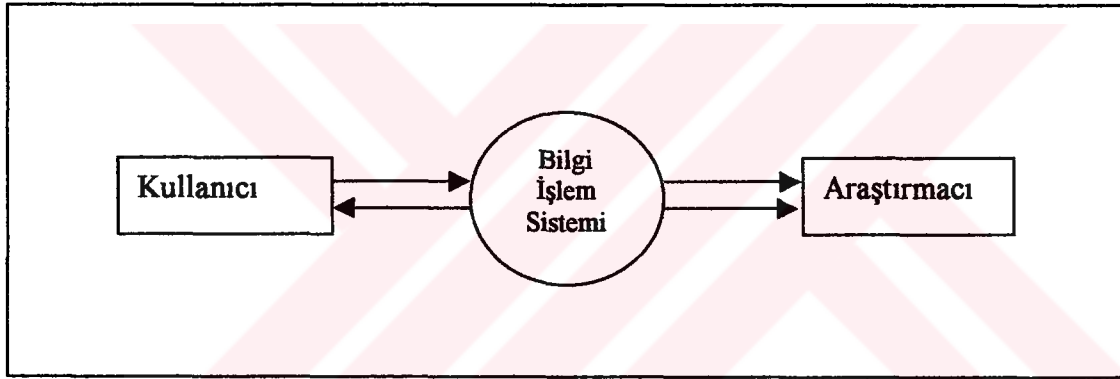
⁹⁹ Bilgisayara Ansiklopedisi, Milliyet © 1991, s.265.

programlama da gerçekleştirilmiştir.

Ayrıca, sağ taraf sabitlerinin ve amaç fonksiyonu katsayılarının hangi aralıkta değişiminin çözümü değiştirmeyeceği de bulunmuştur. Duyarlılık analizi olarak adlandırılan bu işlem işletmelerde sabit olmayan bazı değerlerin değişimlerinin şu anki çözümün optimumluğunu ne derecede etkilediğini göstermesi açısından yöneticiler için oldukça önemlidir.

Aşağıdaki, sistem akış diyagramı, programdaki verilerin saklanma ve akış düzenini göstermektedir.

Şekil 4 : Sistem Akış Diyagramı



3.2.2.SİSTEM GELİŞTİRME PLANI

Bu yeni sistemin geliştirme planı, sorunun tanımlanması, çözüm yollarının kararlaştırılması ve geliştirme sürecinin planlanması aşamalarından oluşmaktadır.

Gantt Diyagramı, Henry L. Gantt tarafından geliştirilen ve Gantt şeması adını da alan bir üretim programlaması çizelgesidir.¹⁰⁰ Gantt diyagramı, aslında planlanan ve gerçekleşen hedefleri zaman değişkeni ile birlikte gösteren bir programdır. Gantt diyagramı belirli zaman dilimi için hedeflerin ne ölçüde gerçekleştiğine ilişkin birçok bilgiyi, derli toplu olarak, özet bir biçimde gösterir. Olan ile olması gereken arasındaki

¹⁰⁰ Mehmet Şahin, *İş İdaresine Giriş*, Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Yayınları No: 170, Fasikül : 2, 4. Baskı, Eylül 1992, s.315.

farklılıklar açık-seçik hale gelir.¹⁰¹ Aşağıdaki Gantt diyagramı da çalışmanın, sistem geliştirme süreçlerindeki faaliyetlerin gerçekleştirildiği dönemleri göstermektedir.

Tablo 7 : Gantt Diyagramı

ETKİNLİKLER	Kasım	Aralık	Ocak	Şubat	Mart	Nisan	Mayıs
Ön İnceleme	●————●						
Genel Sistem Tasarımı		●————●					
Ayrıntılı Sistem Tasarımı			●————●				
Kodlama			●————●				●
Uygulama Analizi						●————●	
Uygulamaya Geçiş						●————●	●

3.2.3. PROGRAM GELİŞTİRME ORTAMI

3.2.3.1. İşletim Sistemi

İşletim Sistemi; zamanlama, hataları giderme, giriş/çıkışı düzenleme, işlem yapma, dönüştürme, belleğe yerleştirme, veri yönetme ve bunlara ilişkin işlevleri yerine getiren, böylece bilgisayar programlarının uygulanmasını denetleyen bir yazılımdır. Bu tanımda özetlendiği gibi, işletim sisteminin işlevleri;

- Donanım araçlarının işleme zamanını ve biçimini düzenlemek,
- İşlemleri ardışık ve kesintisiz olarak doğru gerçekleştirmek üzere, programları zamanlamak ve iç belleğe yüklemek,
- Donanım, yazılım ve verinin yanlış kullanılmasını önlemek,
- Sırası gelen alt sistemleri ve programları iç belleğe çağırmak,
- İç bellekte birden çok uygulama programı bulunması durumunda, bir programdan diğerine geçişteki öncelik sırasını denetlemek,
- Hata düzeltme yöntemini belirlemek,

¹⁰¹ İsmet Mucuk, **Modern İşletmecilik**, 6. Baskı, İstanbul: Türkmen Kitabevi, 1996, s.226.

- İşlem sırasındaki olaylar için kayıt tutmak ve böylece, bilgisayarın yaptığı işleri sonradan denetlemek,
- Kullanıcı ile bilgisayar arasındaki iletişimi sağlamak.

Bu işlevler, bilgisayarın tipine ve modeline göre değişik olan bir işletim sistemi yazılımı tarafından yerine getirilmektedir. Böylece işletim sistemi donanım ile kullanıcı arasında bir aracı, bir ara birim olmaktadır.¹⁰²

MS-DOS tabanlı Windows 3.1'den sonra işlevleri ve yetenekleri geliştirilerek, dünyaca tanınan Billy GATES'in sahibi olduğu MicroSoft firması tarafından üretilen Windows sürümleri (version) en çok kullanılan işletim sistemlerindendir.¹⁰³

Projenin geliştirilmesinde işletim sistemi olarak seçilen WINDOWS (95, 98 ve 2000 versiyonları) son dönemde bilgisayar sektöründeki gelişmeler sonucunda aynı anda birden fazla işi yapabilmektedir(multi-tasking). Bu tür işletim sistemleri “çok görevli işletim sistemleri” olarak adlandırılırlar..

Windows işletim sistemi adından da anlaşılacağı üzere pencerelerden oluşmuştur. Her bir pencerenin ayrı bir görevi vardır. Uygulama programları da birer pencerede çalışmaktadırlar.

Windows işletim sistemi ara birim olarak bir grafik ortam kullanmaktadır. Yani yüksek yoğunluklu resim ve grafik işleyebilme özelliğine sahiptir.

Seçilen programlama dili (uygulamanın geliştirildiği ortam) olan Delphi'nin çalıştığı işletim sistemi, Windows işletim sistemidir.

¹⁰² Dündar ve Kalıpsız, s.155.

¹⁰³ Hasan Çebi Bal, Murat Can, **Başlangıçtan İleri Seviyeye BİLGİSAYAR**, 3. Baskı, Rize: Akademi Yayınevi, 1999, s.111.

3.2.5.2. Yazılım

Bilgisayardan belirli uygulamalar için yararlanmak amacıyla, gereken programların hazırlanması ve işletim düzenlemelerinin yapılması işlemlerine **yazılım** denir.¹⁰⁴

Delphi 4, kendine dil olarak Object Pascal'ı seçmiş olan, görsel olarak uygulama geliştirmenin yapılabileceği, C++'ın gücüne ve Visual Basic'in kolaylığına sahip, Inprise'ın (eski ve daha çok bilinen adıyla Borland) Component (Bileşen) teknolojisini kullanan, Windows 95, Windows 98 ve Windows NT altında çalışan ve yine bu ortamlarda çalışabilen programlar üretebilen bir uygulama geliştirme aracıdır.

Delphi, Visual Basic gibi, uygulama geliştirme için görsel bir ortam sundu. Ama bu sırada üretilen programların performansından hiç taviz vermedi.

Görsel uygulama geliştirme ortamı, 32-bit derleyici, nesneye yönelik Object Pascal programlama dili, ölçeklenebilir veri tabanı erişimi, bileşen (component) teknolojisi, Windows API fonksiyonlarını kullanabilmesi ve hızlı uygulama geliştirebilme gibi özellikleri sayesinde Delphi önümüzdeki yıllarda geçerliliğini güçlü biçimde koruyabilecek bir uygulama geliştirme aracıdır.¹⁰⁵

3.2.5.3. Donanım

Bilgisayarın belirli bir hizmeti yerine getirebilmesi için, Programın ve Ön bilgilerin girilmesini, bilginin işlenmesini ve çıkış bilgilerinin alınmasını sağlayan fiziksel, elektriksel ve elektronik aksamının tümüne **donanım** denir.¹⁰⁶

Geliştirilen uygulama programının kendisi herhangi bir özel donanım gerektirmemektedir. Ancak kullanılan işletim sistemi Windows ve uygulamanın geliştirildiği programlama dili Delphi çalışabilmesi için gerekli olan donanımın olması gerekmektedir. Bu da minimum olarak 486 tabanlı 4MB RAM'i olan bir bilgisayara karşılık gelmektedir. Ancak hem işletim sisteminden hem de programdan verim

¹⁰⁴ Turhan Özkan, **Bütün Yönleriyle BİLGİSAYAR**, 2. Bası, İstanbul: Beta Basım Yayım, Ocak 1994, s.5.

¹⁰⁵ Ruhber Barengi, **DEPLHI 4'E BAKIŞ**, Birinci Baskı, Ankara: Seçkin Yayınevi, 1999, ss.9-10.

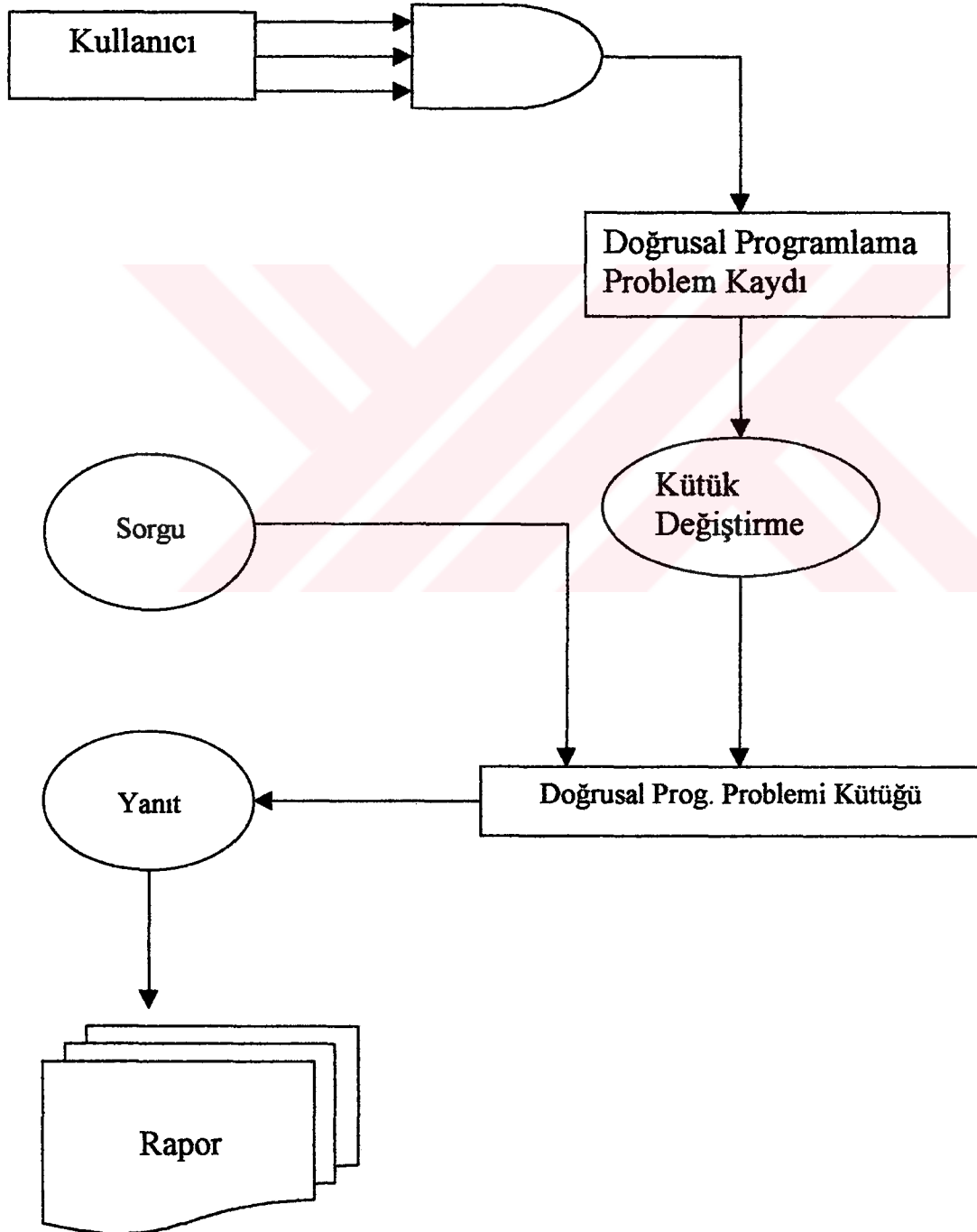
¹⁰⁶ Özkan, s.5.

alınabilmesi için en az Pentium tabanlı ve 16 MB RAM'e sahip olan bir bilgisayarla çalışmak daha sağlıklı olacaktır.

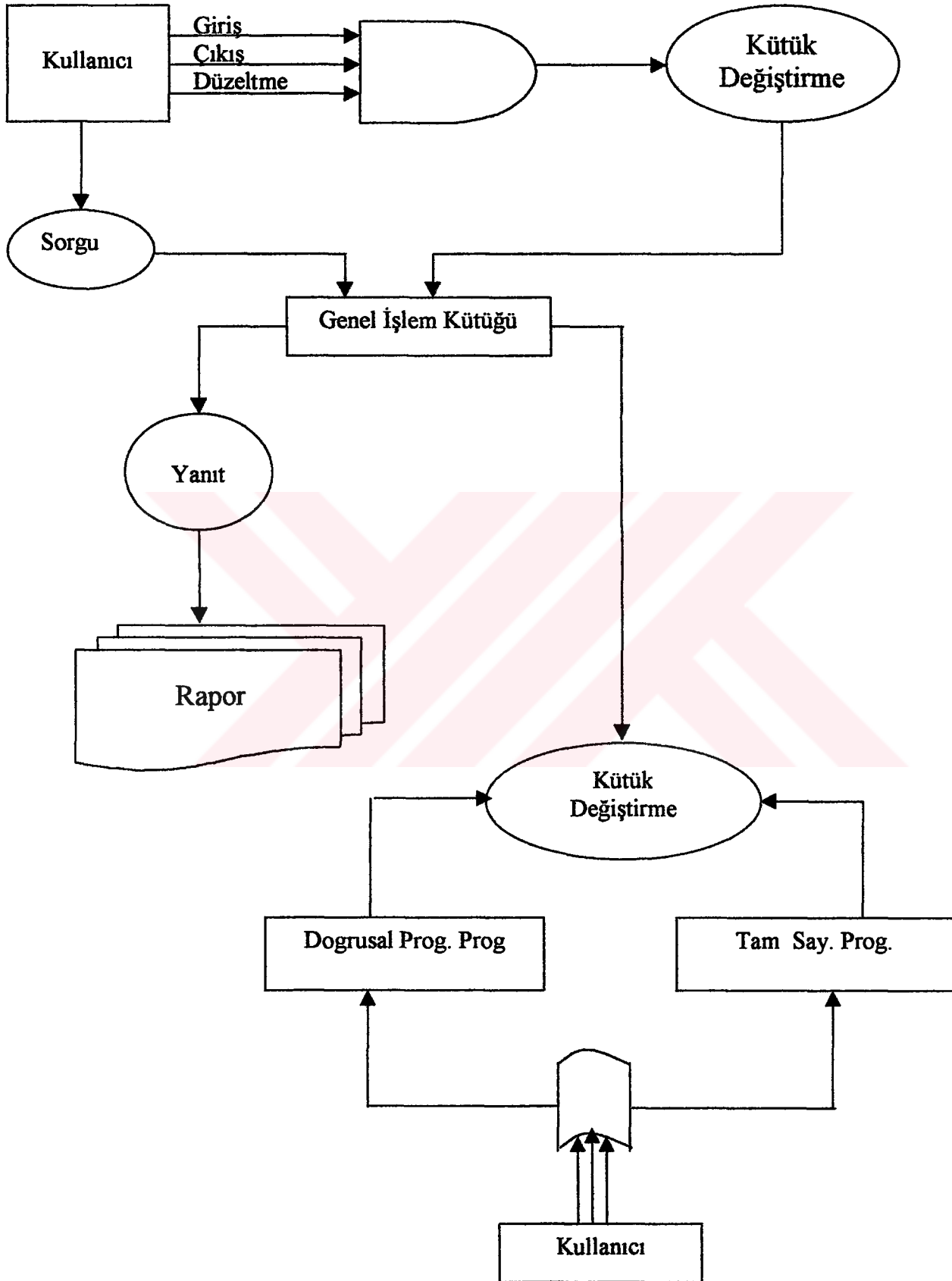
3.3. SİSTEM TASARIMI

3.3.1.PROGRAM TASARIMI

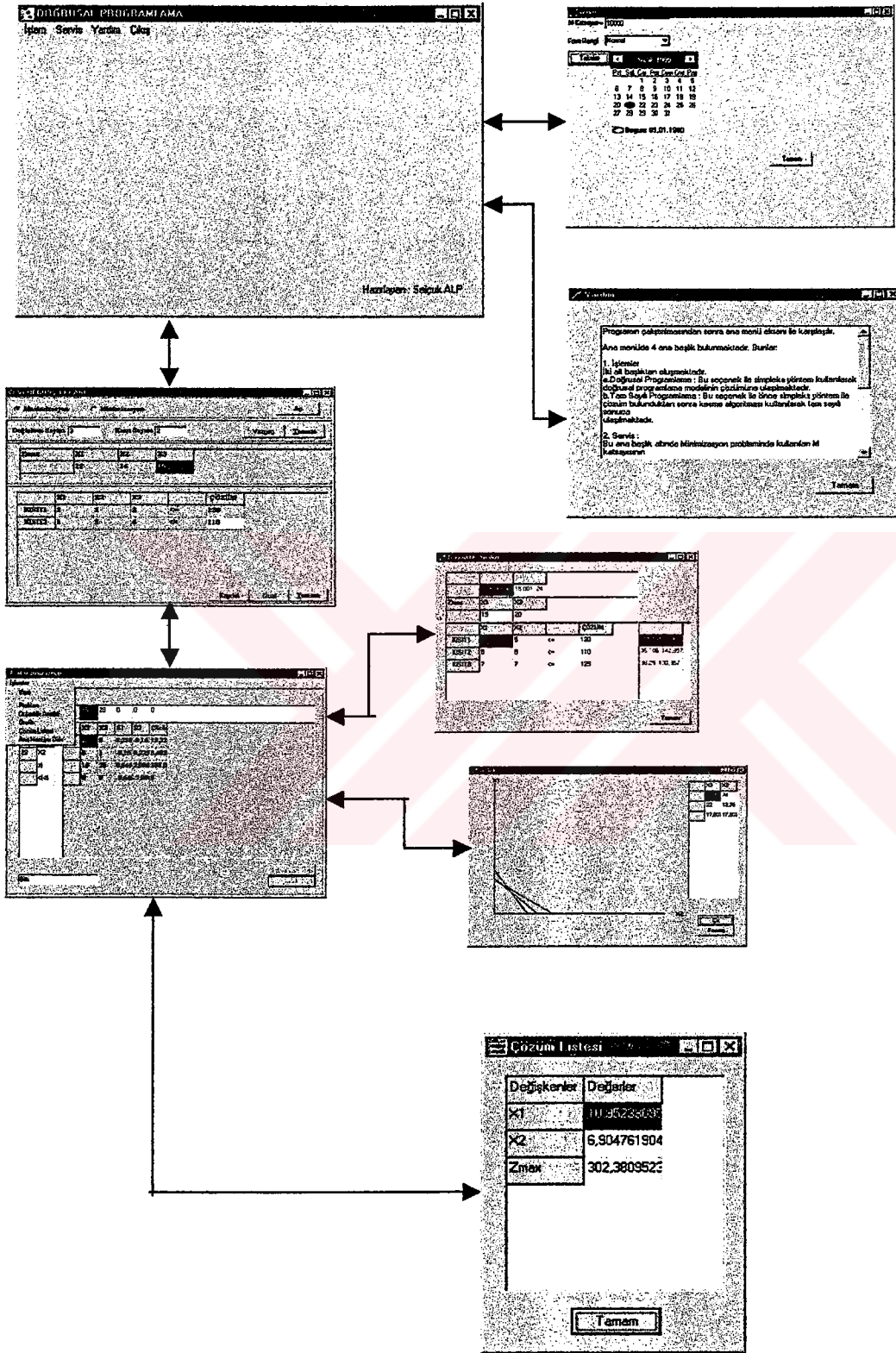
Şekil 5 : Veri Akış Diyagramı



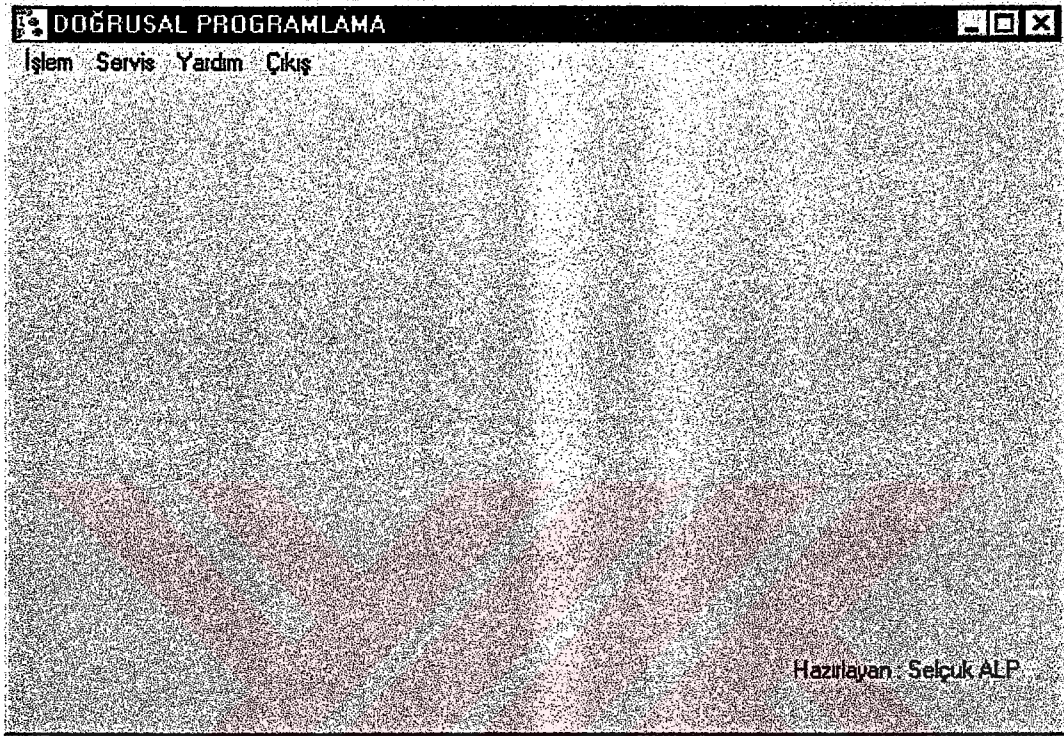
Şekil 6 : Ayrıntılı Veri Akış Diyagramı



3.3.2. PROGRAMIN GÖRSEL DİYAGRAMI



3.3.3. PROGRAMIN KULLANIMI



Ekrana gelen bu form ana menü formudur. Ana menüde 4 ana başlık bulunmaktadır. İşlem seçeneğinde Doğrusal Programlama Problemini, “Simpleks” ve “Tam Sayılı” olarak çözmek için bu seçenek seçilmelidir. Servis seçeneğinde Minimizasyon probleminde kullanılan M katsayısının değeri ve programdaki formların renklerini belirlenebilmektedir. Yardım seçeneğinde programın kullanımı hakkında bilgi bulunmaktadır. Çıkış seçeneği ise programın sona erdirilmesini sağlamaktadır.

Veri Giriş Ekranında, öncelikle Amaç fonksiyonunu tipini (Maksimizasyon ya da minimizasyon) belirleyecek bir kontrol ve doğrusal programlama probleminin kısıt ve değişken sayısının girilebileceği iki giriş hücresi bulunmaktadır. Bunlar girildikten sonra Tamam düğmesine (button) tıklandığında Amaç Fonksiyonu ve kısıtların girilebileceği hücreler ekrana gelmektedir. Amaç fonksiyonu ve kısıtlar girildikten sonra adımlara geçebilmek için ikinci Tamam düğmesine tıklanmalıdır.

Bu ekranda ayrıca girilen doğrusal problemi saklamak için “Kaydet” düğmesi ve dual haline çevirmek için de “Dual” düğmesi bulunmaktadır.

VERİ GİRİŞ EKRANI

☒ Maksimizasyon ☐ Minimizasyon Aç

Değişken Sayısı Kısıt Sayısı Vazgeç Tamam

Zmax	X1	X2	X3
	12	14	15

	X1	X2	X3		ÇÖZÜM
KISIT1	3	2	2	←	120
KISIT2	1	3	4	←	110

Kaydet Dual Tamam

Maksimizasyon

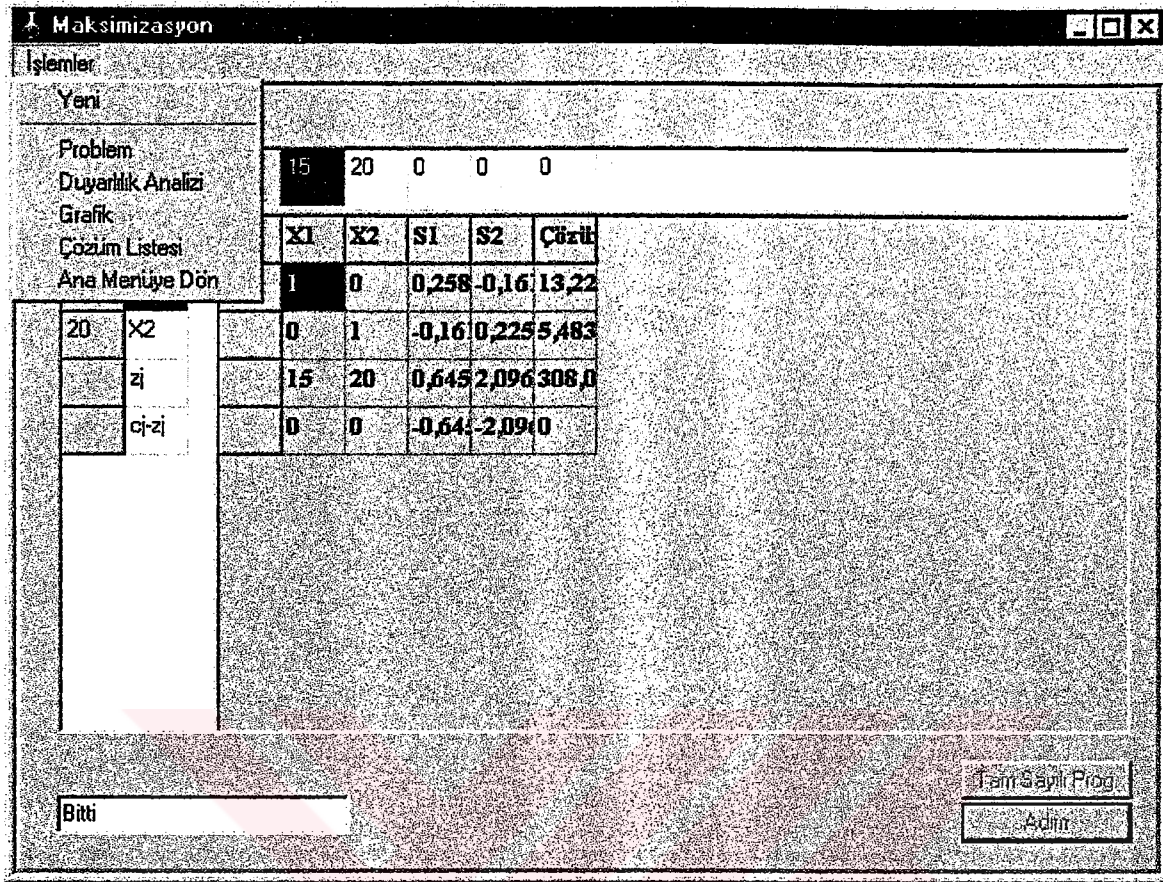
İşlemler

		15	20	0	0	0	0
		X1	X2	S1	S2	S3	Çözüm
0	S1	7	5	1	0	0	120
0	S2	5	8	0	1	0	110
0	S3	7	7	0	0	1	125
	zj	0	0	0	0	0	
	cj-zj	15	20	0	0	0	0

Tam Sayılı Prog.

Adım

Daha sonra gelen ve Maksimizasyon veya Minimizasyon başlıklı form, Simpleks yöntemdeki her bir adımı (iterasyon) göstermektedir. Sonraki adımı görebilmek için “Adım” düğmesine basılır. Çözüme ulaşıldığı zaman Adım düğmesi seçilebilirlik özelliğini kaybeder. Eğer Tamsayılı Programlama işlemi gerçekleştiriliyorsa ve Simpleks çözüm sonunda Tam Sayılı çözüm bulunamamışsa yeni kısıt eklemek için “Tam Sayılı Prog.” düğmesine tıklanır ve iterasyona devam edilir.



Maksimizasyon (ya da minimizasyon) ekranında “İşlemler” seçildiğinde yukarıdaki 6 seçenekli bir menü açılmaktadır. Bu menüdeki seçenekler programın çalışma durumuna bağlı olarak seçilebilen ya da seçilemeyen şekilde olabilmektedir.

Yeni seçeneği ile yeni bir problem girişi sağlanmaktadır. O anda çözülen problem iptal edilmiş olur. Problem seçeneği, şu anda çözülen doğrusal programlama problemi görüntüler. Duyarlılık Analizi, problemin çözümü tamamlandığında aktif hale gelir. Seçildiğinde amaç fonksiyonunun katsayılarının ve çözüm sütununun değişim aralığını verir. Grafik seçeneği ise, yine problemin çözümü tamamlandıktan sonra aktif hale gelir ve yalnızca iki değişkeni bulunan problemlerin grafik çözümünü göstermektedir. Çözüm Listesi seçeneğinde, her bir değişkenin ve Amaç fonksiyonunun çözüm değeri listelenmektedir.

Duyarlılık Analizi					
	12,5..19,999	15,001..24			
Zmax	X1	X2			
	15	20			
	X1	X2		ÇÖZÜM	
KISIT1	7	5	<=	120	111,191..120
KISIT2	5	8	<=	110	96,786..142,857
KISIT3	7	7	<=	125	96,25..130,967
Tamam					

Duyarlılık analizi ekranında çözümü yapılan doğrusal programlama problemi ve amaç fonksiyonunun katsayılarının ve çözüm sütunundaki sabitlerin değişim aralığı gösterilmektedir.

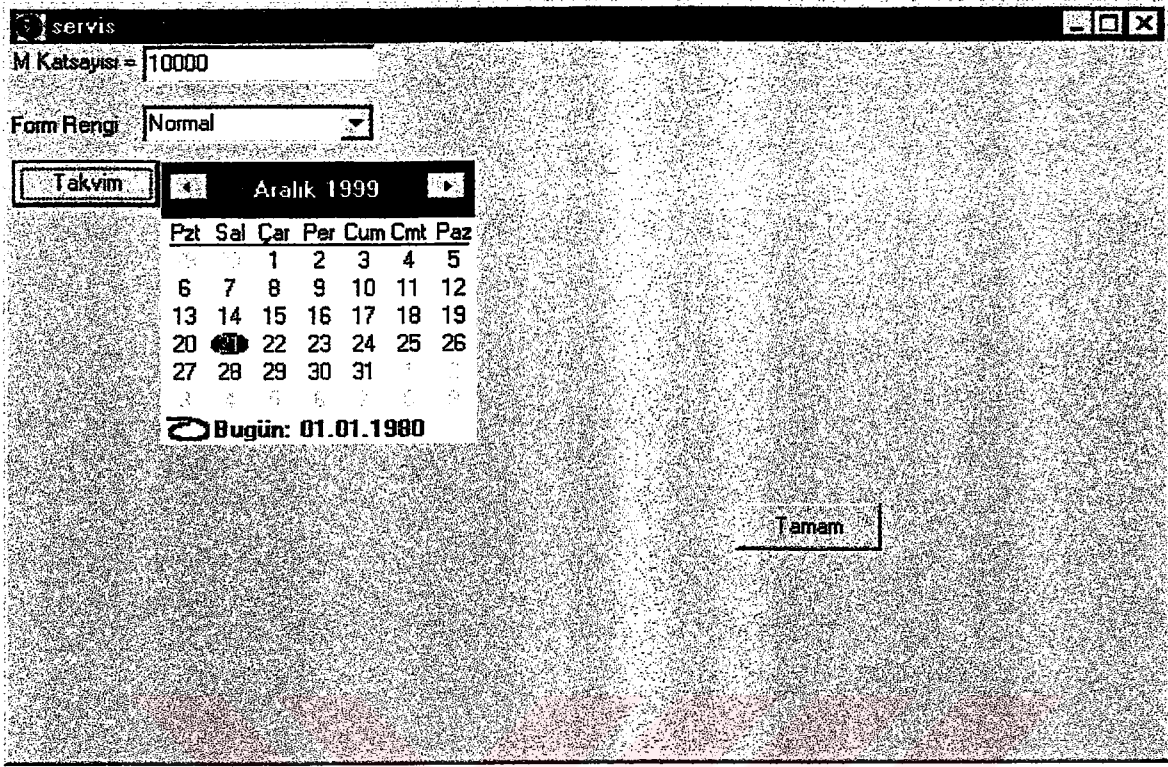


Grafik ekranında iki değişkeni bulunan doğrusal programlama probleminin grafiği görülmektedir. Bu grafik çizilirken her bir kısıtın doğrusu çizilerek ortak noktalar gösterilmektedir. Sağ tarafta bulunan tabloda ise kısıtların eksenleri kestiği noktalar görüntülenmektedir.

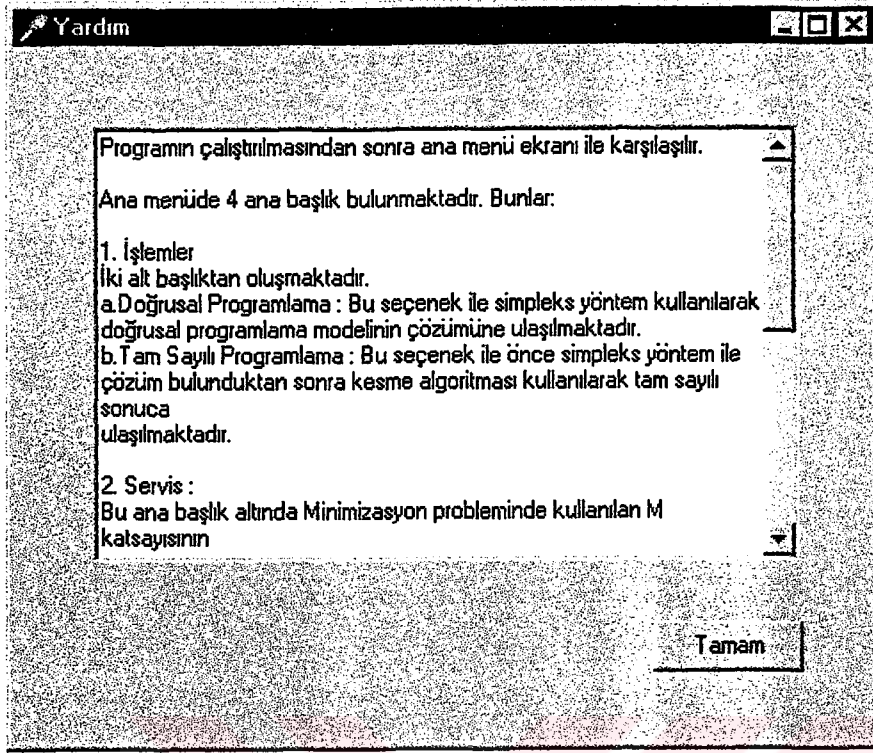
Çözüm Listesi	
Değişkenler	Değerler
X1	10,95238095
X2	6,904761904
Zmax	302,3809523
Tamam	

Çözüm Listesi ekranında Doğrusal Programlama Probleminin her bir değişkeninin ve amaç fonksiyonunun çözüm sonunda aldığı değerler listelenmektedir.

servis																																																		
M Katsayısı =	10000																																																	
Form Rengi	Normal																																																	
Takvim Haziran 2000 <table border="1"> <tr> <th>Pzt</th><th>Sal</th><th>Çar</th><th>Per</th><th>Cum</th><th>Cmt</th><th>Paz</th></tr> <tr> <td>29</td><td>30</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td></td></tr> <tr> <td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td></tr> <tr> <td>12</td><td>13</td><td>14</td><td>15</td><td>16</td><td>17</td><td>18</td></tr> <tr> <td>19</td><td>20</td><td>21</td><td>22</td><td>23</td><td>24</td><td>25</td></tr> <tr> <td>26</td><td>27</td><td>28</td><td>29</td><td>30</td><td>1</td><td>2</td></tr> <tr> <td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr> </table> Bugün: 20.06.2000		Pzt	Sal	Çar	Per	Cum	Cmt	Paz	29	30	1	2	3	4		5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Pzt	Sal	Çar	Per	Cum	Cmt	Paz																																												
29	30	1	2	3	4																																													
5	6	7	8	9	10	11																																												
12	13	14	15	16	17	18																																												
19	20	21	22	23	24	25																																												
26	27	28	29	30	1	2																																												
3	4	5	6	7	8	9																																												
Tamam																																																		



Servis ekranında Minimizasyonda problemlerinin çözümünde kullanılan M katsayısının değeri ve form ekranların rengi (form rengi) belirlenebilmektedir. Ayrıca bir takvim de görüntülenmektedir.



Yardım Formunda ise, programın kullanımı ile ilgili bilgiler verilmektedir.

3.4.ÖRNEK OLAY

3.4.1. AMAÇ

Amaç, doğrusal programlama yöntemi kullanılarak içecek sanayiinde faaliyet gösteren Efes Biracılık şirketinin Merter'deki fabrikasında kazancın en iyilenmesi (Maksimizasyonu) için üretim çeşitliliğinin ve ürün karmasının (bir işletmenin satışa sunduğu tüm mallar ürün karmasını oluşturur¹⁰⁷) ne olması gerektiğinin bulunmasıdır.

3.4.2. VARSAYIMLAR

- Yalnızca İstanbul Merter'deki üretim yeri dikkate alınmıştır.
- Hammadde için herhangi bir tedarik sorunu olmadığı kabul edilmiştir.
- Fabrikanın tam kapasite ile çalıştığı kabul edilmiştir.

¹⁰⁷ İsmet Mucuk, **Pazarlama İlkeleri**, İstanbul: Der Yayınları, 1982, s.89.

- Fabrikada üretilen mamüller az farklılıklarla ve promosyon için çeşitli hediyelerle birlikte çeşitli ürün seçeneklerini oluşturmaktadır. Bu seçenekler bazı durumlarda binlerle ifade edilebilmektedir. Ancak en temel olan ve daima üretilen 5 temel mamül çeşidi işlemlerde dikkate alınmıştır.
- Fabrikada toplam maliyetin mamüllere ayrı ayrı yüklenme işi gerçekleştirilmemiştir. Doğrusal programlama problemi kurulurken toplam maliyet göz ardı edilmiştir.
- Üretilen tüm ürünlerin satılabildiği kabul edilmiştir.

3.4.3. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA PROBLEMİ

İşletmede kullanılan bilgisayar programının incelenmesi ve bilgi işlem departmanı olan ATİM'deki çalışanlarla yapılan görüşmeler sonunda, değişkenleri oluşturacak olan ürün yelpazesinin çok geniş olduğu görüldü. Her bir ürünün değişken olarak kabul edilmesinin, pratik açıdan herhangi bir yararı olmaması ve ürünlerin sürekli bir değişim göstermesi (promosyon ve ambalajlama farklılıkları gibi nedenlerle) yalnızca belirleyici tipteki ve sürekli üretilen temel ürünlerin dikkate alınması gerektiği ortaya kondu. Bu ön araştırmanın amaçlarına uygun olarak araştırma konusu ürünler aşağıda gösterilmiştir.

- Efes Light (24xKutu(50 cl))
- Efes Pilsener (24xŞişe(50 cl))
- Efes Pilsen (24xŞişe(50 cl))
- Efes Extra(20xŞişe(50 cl))
- Efes Dark (24xKutu(50 cl))

Bu ürünlerin maliyet çizelgeleri EK – 1'de gösterilmiştir.

Her bir ürünün tanklarda bekleme süreleri farklı olmaktadır. Bu durumda üretililecek, ürün miktarı her bir ürün için farklı olacaktır. Her bir ürün miktarının bekletilme süreleri EK – 2' de verilmiştir.

Fabrikada toplam depolama miktarı 23 500 000 litre'dir. Bir günde üretilebilecek en çok ürün miktarı olarak kabul edilmiştir. Günde toplam olarak 2.880.000 kutu ve 3.960.000 şişe doldurulabilmektedir.

3.4.4. MATEMATİKSEL MODEL

Değişkenler :

X1 : Efes Light (24xKutu(50 cl))

X2 : Efes Pilsener (24xŞişe(50 cl))

X3 : Efes Pilsen (24xŞişe(50 cl))

X4 : Efes Extra(20xŞişe(50 cl))

X5 : Efes Dark (24xKutu(50 cl))

Amaç Denklemi :

$$Z_{\max} = 2450 X1 + 3260 X2 + 3250 X3 + 2270 X4 + 2150 X5$$

Kısıtlar :

$$(I) \quad 12 X1 + 12 X2 + 12 X3 + 10 X4 + 12 X5 \leq 23\,500\,000$$

$$(II) \quad 12 X1 \leq 840\,000$$

$$(III) \quad 12 X2 \leq 980\,000$$

$$(IV) \quad 12 X3 \leq 840\,000$$

$$(V) \quad 10 X4 \leq 980\,000$$

$$(VI) \quad 12 X5 \leq 980\,000$$

$$(VII) \quad 24 X1 + 24 X5 \leq 2.880.000$$

$$(VIII) \quad 24 X2 + 24 X3 + 20 X4 \leq 3.960.000$$

I. kısıt, depolama kısıtı olup, toplam depolama alanı 23.500.000 litredir. Her bir ürünün toplam kaç litre olduğu bulunduktan sonra, bunların toplamının depolama alanından daha az olması gerekeceği için kısıt yukarıdaki gibi olmaktadır.

II, III, IV, V ve VI kısıtlar, ürünlerden yalnızca üretilebilecek en çok miktarlar bulunup oluşturulmuşlardır. Bunun için toplam depolama miktarı her bir ürünün EK - 2’de gösterilen bekleme sürelerine bölünüp ve toplam üretim miktarı bulunmuştur.

VII ve VIII kısıtlar ise, ambalajlama tekniği ile ilgilidir. VII. kısıtta kutularda pazarlanan ürünler değişken olarak kabul edilmiş toplam günlük kutu doldurma kapasitesi ile ilgili bir sınırlamadır. VIII kısıtı ise, VII kısıt benzeri olarak günlük şişe doldurma kapasitesi sınırlayıcı kısıtı oluşturur.

3.4.5.ÇÖZÜM

VERİ GİRİŞ EKRANI

☒ Maximizasyon ☐ Minimizasyon Aç

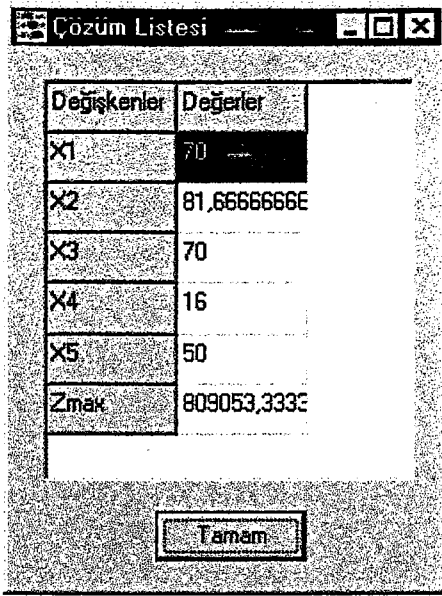
Değişken Sayısı Kısıt Sayısı Vazgeç

Zmax	X1	X2	X3	X4	X5
	2450	3260	3250	2270	2150

	X1	X2	X3	X4	X5		ÇÖZÜM
KISIT1	12	12	12	10	12	<=	23500
KISIT2	12	0	0	0	0	<=	840
KISIT3	0	12	0	0	0	<=	980
KISIT4	0	0	12	0	0	<=	840
KISIT5	0	0	0	10	0	<=	980
KISIT6	0	0	0	0	12	<=	980
KISIT7	24	0	0	0	24	<=	2880
KISIT8	0	24	24	20	0	<=	3960

Kaydet Dual Tamam

3.4.6. SONUÇ



Değişkenler	Değerler
X1	70
X2	81,6666666E
X3	70
X4	16
X5	50
Zmax	809053,333E

Tamam

Bu formda, Çözüm sonunda her bir değişkenin aldığı değer listelenmektedir. Listelenmiş olan sayılar birimi 1000 adet'tir.

Sonuç olarak, X1'den (Efes Light (24xKutu(50 cl))) 70.000, X2'den (Efes Pilsener(24xŞişe(50 cl))) 81.666, X3'den (Efes Pilsen (24xŞişe(50 cl))) 70.000, X4'den (Efes Extra (24xŞişe(50 cl))) 16.000 ve X5'den (Efes Dark (24xKutu(50 cl))) 50.000 adet üretilmelidir.

Bu üretim seviyesinde amaç fonksiyonun değeri (Zmax) ise 809.053.333.000 TL. olmaktadır.

[illegible]

Duyarlılık analizinde, amaç fonksiyonundaki değişkenlerin katsayılarının ve çözüm sütunundaki sabitlerin değişim aralığı gösterilmektedir. Değişken ve katsayılar bu değişim aralığında herhangi bir değer aldığı anda mevcut çözüm bozulmayacaktır.

X2 değişkeninin katsayısı yani birim karı 2724 ile 3260 aralığında olduğu sürece mevcut çözüm değişmeyecektir.

7. kısıttaki sağ taraf sabiti ise 1680 ile 3640 aralığında olduğu sürece yine mevcut çözüm değişmeyecektir.

SONUÇ

Günümüzde sürekli artan rekabet, bu ortamda faaliyet gösteren firmaları daha verimli çalışması için zorlamaktadır. Rekabet ortamında bulunan tüm firmalar verimli çalışmak zorundadırlar. Verimli çalışmayan firmaların yaşamaları mümkün değildir.

Ülkemiz açısından bakıldığında, gelişmeye çalışmakta olan firmaların hem ülke içinde, hem de ülke dışında rakipleriyle yarışabilmesi için her alanda verimli olmaları gerekmektedir. En az maliyetle, en çok karı sağlayacak üretim düzeyini belirlemek, yani optimum (en uygun) üretimi belirlemek oldukça önemlidir. Bunun yanı sıra, depolama, pazarlama yöntemlerinin de en uygun şekilde, firmaya en fazla getiriye sağlayacak şekilde düzenlenmesi gerekmektedir.

Bu nedenlerden dolayı işletmeler hiçbir faaliyetlerini rastgele yapmamalıdır. Yapılacak bütün faaliyetler önceden planlanmalıdır. Bu planlardan yapılmasından sonra söz konusu faaliyetlerin gerçekleştirilmesi için en uygun yollar aranmalıdır. Bu aşamada, başvurulabilecek teknik yöntemler kullanılmalı ve bunların sonuçlarına göre hareket edilmelidir.

Bu çalışmanın konusu olan doğrusal programlama bu tekniklerden biri ve en çok kullanılanlardan biridir. Bu konuda bir çok kitap yazılmış ve bilimsel çalışmalar yapılmıştır. Ülkemizde de gelişme açısından, işletmelerin verimli olabilmesi için bu tekniklerden olabildiğince yararlanılması yoluna gidilmelidir.

Doğrusal programlama modeli, yöneticilere gerek mikro ve gerekse makro düzeydeki kararlarında oldukça yararlı olmaktadır. Yönetici işletmede ek kaynak kullanımı ile üretimin hangi düzeyde karlı olacağını ve yatırımlar için hangi alanların çekici olduğu konusunda bir çok kararları, fırsat ve gölge fiyatlar kavramını kullanarak görebilirler. Ayrıca gölge fiyatlar optimal kaynak dağılımının bir göstergesi olduğundan, piyasa fiyatlarının gölge fiyatlardan ne ölçüde saptığını belirlemek ve de bu sapmayı önlemek için ne gibi politikaların yürütülmesi gerektiği konusunda bilgi vermektedir.

KAYNAKÇA

KİTAPLAR

Bal, Hasan Çebi, Can, Murat, **Başlangıçtan İleri Seviyeye BİLGİSAYAR**, 3. Baskı, Rize: Akademi Yayınevi, 1999.

Barengi, Ruhber, **DEPLHI 4'E BAKIŞ**, Birinci Baskı, Ankara: Seçkin Yayınevi, Ankara 1999

Bilgisayar Ansiklopedisi, Milliyet © 1991

Bronson, Richard, **Operations Research**, Singapore: Mcgraw-Hill Book, 1983

Cantu, Marco, **Deplhi 3**, İstanbul: Alfa Basım Yayım Dağıtım, Mayıs 1998

Cengiz, Yaşar Baki, **Yöneylem Araştırması**, İstanbul: Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, 1989

Demir Hulusi, Gümüšoğlu Şevkinaz, **Üretim Yönetimi**, İzmir: Aydın Yayınevi, 1986

Dündar Durmuş, Kalıpsız Oya, **Bilgi İşlem Sistemi**, İstanbul: İ.Ü. Basımevi Ve Film Merkezi, 1990

Goldstein Larry J., C.Lay David, Schneider David I., **Mathematics For The Management,Life And Social Sciences**,New Jersey: Prentice-Hall, 1984

Halaç Osman, **Kantitatif Karar Verme Teknikleri (Yöneylem Araştırması)**, 3. Baskı, İstanbul: Evrim Basım Yayım Dağıtım, İstanbul, 1991

Kalıpsız Oya, **Bilgisayar Veri Tabanı Sistemleri**, İstanbul: İ.Ü. Basımevi Ve Film Merkezi, 1996

Kara İmdat, **Doğrusal Programlama**, 1. Baskı, Eskişehir: Bilim Teknik Yayınevi, Ekim 1991

Karakoyunlu Yılmaz, **Doğrusal Programlama Ve Oyun Teorisi**, Ankara: Bursa İktisadi Ve Ticari İlimler Akademisi Yayını No.7, Ege Matbaası, 1973

Karayalçın İlhami, **Harekat Araştırması (Yöneylem Araştırması)**, Geliştirilmiş 2. Baskı, İstanbul: Fatih Yayınevi Matbaası, 1979

Levin Richard I., Kirkpatrick Charles A., **Planning And Control With Pert/Cpm**, New Delhi: Mcgraw-Hill, 1977

- Levin Richard I., Kirkpatrick Charles A., Rubin David S., **Quantitative Approaches To Management**, Fifth Edition, Tokyo: McGraw-Hill, 1982
- Miller David M., Schmidt J.W., **Industrial Engineering And Operations Research**, Usa: John Wiley&Sons, 1984
- Mucuk İsmet, **Modern İşletmecilik**, 6. Baskı, İstanbul: Türkmen Kitabevi, 1996
- Mucuk İsmet, **Pazarlama İlkeleri**, İstanbul: Der Yayınları, 1982
- Ravidran A., Phillips, Don T., Solberg J. **James Operations Research, Principles And Practice**, Second Edition, New York: John Wiley & Sons, 1987
- Şahin Mehmet, **İş İdaresine Giriş**, Eskişehir: Anadolu Üniversitesi Yayınları No: 170, Fasikül : 2, 4. Baskı, Eylül 1992
- Özçelik Ahmet Remzi, **Doğrusal Programlama Teknikleri Ve Yem Sanayiinde Bir Uygulama**, Yıldız Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul, 1986
- Özkan Turhan, **Bütün Yönleriyle Bilgisayar**, 2. Bası, İstanbul: Beta Basım Yayım, Ocak 1994
- Öztürk Ahmet, **Yöneylem Araştırması**, Genişletilmiş 6. Baskı, Bursa: Ekin4 Kitabevi Yayınları, 1997
- Taha Hamdy A., **Operations Research An Introduction**, Fifth Ed., Singapore: Macmillan Publishing Company, 1992
- Tanyaş Mehmet, **Endüstri Mühendisliğine Giriş**, Cilt 1, İstanbul: İrfan Yayıncılık, 1995
- Tulunay Yılmaz, **Matematik Programlama Ve İşletme Uygulamaları**, 3. Baskı, İstanbul: İstanbul Üniversitesi, İşl. Fak. Yayın No:244, 1999
- Uzel Turgut, **Harita Mühendisliğinde Yöneylem Araştırması**, İstanbul: Yıldız Üniversitesi Yayınları, Sayı :189, 1986
- Wilkers Michael, **Operational Research : Analysis and Applications**, London: McGraw-Hill Book Company, 1989
- Mik Wisniewski, Tony Dacre, **Mathematical Programming**, McGRAW-HILL Book Company, London, 1990

DİĞER

Arditi Davut, “Mühendislikte İşletmecilik Ve Yöneylem Araştırması İlişkileri Konusunda Düşünceler”, **Yöneylem Araştırması 2. Ulusal Kongresi**, Ankara: 16-18 Haziran 1976, ss.45-29.

Bazaraa Mokhtar S., “Methods for Optimizing Lagrangian Dual Functions”, **Yöneylem Araştırması 2. Ulusal Kongresi**, Ankara: 16-18 Haziran 1976, ss. 28-44.

Bulut Necdet, “Bilişim Sistemlerinin Olurluğunda İki Farklı Düzey”, **Yöneylem Araştırması 2. Ulusal Kongresi**, Ankara: 16-18 Haziran 1976, ss.211-216.

Doğrusöz Halim, “Çok Boyutlu Değer Ölçüsü İle Karar Verme”, **Yöneylem Araştırması 2. Ulusal Kongresi**, Ankara: 16-18 Haziran 1976,ss.14-27.

Doğrusöz Halim, “Tükenir Kaynaklara Dayalı Üretim Sistemlerinin Planlama”, **Yöneylem Araştırması 2. Ulusal Kongresi**, Ankara : 16-18 Haziran 1976, ss.53-73.

Ersel Hasan, “Kaynak Dağıtım Mekanizmalarında Dürtü Uygunluğu”, **Yöneylem Araştırması 5. Ulusal Kongresi**, Eskişehir: 23-25 Mayıs 1979, ss.244-257

Linear Programming FAQ, <http://www.unix.mcs.anl.gov/otc/guide/faq/linear-programming-faq.html>

Leblebici Hüseyin, “Örgütlerin Karar Verme Yöntemlerinde Ortaya Çıkan Belirsizlik Kavramının Ölçülmesi Üzerine Yeni Bir Yaklaşım”, **Yöneylem Araştırması 2. Ulusal Kongresi**, Ankara: 16-18 Haziran 1976, ss.3-13.

Öztürk Eda, **Çok Amaçlı Karar Verme Metodları Ve Tekstil Sanayiinde Bir Uygulama**, İTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, Şubat 1992

Tepe Sezgin, **Ekonomik Yazılımların Karşılaştırılması**, Yıldız Teknik Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul, 1999

Yıldırım Servet, **Doğrusal Programlama Teknikleri Ve Bir Uygulama**, İstanbul: Yıldız Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi, 1986

EK – 1 : ÜRÜN MALİYETLERİ

		Maliyet	Satış Fiyatı	Kar
Efes LIGHT	24xKutu (50 cl)	1.742.071,8420	4.200.000,0000	2.457.928,1580
Ambalaj Maliyeti	1.463.411,8420			
Kutu	1.410.216,0000			
Maliyeti(x24)				
<i>Kapak</i>	<i>10.387,0000</i>			
<i>Kapak Altı</i>	<i>48.372,0000</i>			
Shrink Maliyeti	20.095,8420			
<i>Kg Fiyatı</i>	<i>772.917,0000</i>			
<i>Koli başına birim</i>	<i>0,0260</i>			
Koli Maliyeti	33.100,0000			
Bira Maliyeti	278.660,0000			
Malt	230.660,0000			
<i>Kg Fiyatı</i>	<i>190.000,0000</i>			
<i>Koli başına birim</i>	<i>1,2140</i>			
Şerbetçi Otu	48.000,0000			
<i>Kg Fiyatı</i>	<i>6.000.000,0000</i>			
<i>Koli başına birim</i>	<i>0,0080</i>			
Efes Pilsener	24xŞişe (50 cl)	649.795,8800	3.910.000,0000	3.260.204,1200
Ambalaj Maliyeti	203.342,8800			
Kasa Maliyeti	0,0000			
Şişe Maliyeti	0,0000			
Etiket	55.056,0000			
Maliyeti(x24)				
<i>Ön Etiket</i>	<i>1.523,0000</i>			
<i>Arka Etiket</i>	<i>771,0000</i>			
Tutkal(x24)	148.286,8800			
<i>Kg Fiyatı</i>	<i>882.660,0000</i>			
<i>Şişe başına birim</i>	<i>0,0070</i>			
Bira Maliyeti	446.453,0000			
Malt	301.530,0000			
<i>Kg Fiyatı</i>	<i>190.000,0000</i>			
<i>Koli başına birim</i>	<i>1,5870</i>			
Glikoz	90.923,0000			
<i>Kg Fiyatı</i>	<i>217.000,0000</i>			
<i>Koli başına birim</i>	<i>0,4190</i>			
Şerbetçi Otu	54.000,0000			
<i>Kg Fiyatı</i>	<i>6.000.000,0000</i>			
<i>Koli başına birim</i>	<i>0,0090</i>			

Efes Pilsen	24xŞişe (50 cl)	658.790,8800	3.910.000,0000	3.251.209,1200
Ambalaj Maliyeti	208.790,8800			
Kasa Maliyeti	0,0000			
Şişe Maliyeti	0,0000			
Etiket	60.504,0000			
Maliyeti(x24)				
Ön Etiket	1.657,0000			
Arka Etiket	864,0000			
Tutkal(x24)	148.286,8800			
Kg Fiyatı	882.660,0000			
Şişe başına birim	0,0070			
Bira Maliyeti	450.000,0000			
Malt	324.900,0000			
Kg Fiyatı	190.000,0000			
Koli başına birim	1,7100			
Glikoz	65.100,0000			
Kg Fiyatı	217.000,0000			
Koli başına birim	0,3000			
Şerbetçi Otu	60.000,0000			
Kg Fiyatı	6.000.000,0000			
Koli başına birim	0,0100			

Efes Extra	20xŞişe (50 cl)	1.930.717,2000	4.200.000,0000	2.269.282,8000
Ambalaj Maliyeti	1.384.039,2000			
Koli Maliyeti	175.140,0000			
Şişe Maliyeti(x20)	956.160,0000			
Şişe Fiyatı	47.808,0000			
Etiket	65.620,0000			
Maliyeti(x20)				
Ön Etiket	2.247,0000			
Arka Etiket	1.034,0000			
Tutkal(x20)	105.919,2000			
Kg Fiyatı	882.660,0000			
Şişe başına birim	0,0060			
Kapak(x20)	81.200,0000			
Kapak Fiyatı	4.060,0000			
Bira Maliyeti	546.678,0000			
Malt	397.860,0000			
Kg Fiyatı	190.000,0000			
Koli başına birim	2,0940			
Glikoz	76.818,0000			
Kg Fiyatı	217.000,0000			
Koli başına birim	0,3540			
Şerbetçi Otu	72.000,0000			
Kg Fiyatı	6.000.000,0000			
Koli başına birim	0,0120			

Efes Dark	24xKutu (50 cl)	2.052.736,4290	4.200.000,0000	2.147.263,5710
Ambalaj Maliyeti	1.826.211,8420			
Koli Maliyeti	43.786,0000			
Shrink Maliyeti	20.095,8420			
Kg Fiyatı	772.917,0000			
Koli başına birim	0,0260			
Kutu	1.760.880,0000			
Maliyeti(x24)				
Kapak	10.387,0000			
Alt Kapak	62.983,0000			
Tutkal	1.450,0000			
Bira Maliyeti	226.524,5870			
Malt	1,5870			
Kg Fiyatı	190.000,0000			
Koli başına birim	2,0940			
Glikoz	90.923,0000			
Kg Fiyatı	217.000,0000			
Koli başına birim	0,4190			
Şerbetçi Otu	60.000,0000			
Kg Fiyatı	6.000.000,0000			
Koli başına birim	0,0100			
Dark Extract	75.600,0000			
Kg Fiyatı	1.050.000,0000			
Koli başına birim	0,0720			

EK – 2 : BEKLEME SÜRELERİ

Ürün Adı	Bekleme Süreleri
Efes Light(6+7)	13
Efes Dark(7+8)	15
Efes Extra(7+6)	13
Efes Pilsen(7+8)	15
Efes Pilsener(7+8)	15



ÖZGEÇMİŞ

Doğum Tarihi : 15.04.1973

Doğum Yeri : Siirt

Medeni Hali : Bekar

Öğrenim : 1986 – 1999 İstanbul Hasköy Lisesi

1989 –1991 Yıldız Teknik Üniversitesi Meslek
Yüksekokulu Bilgisayar Programcılığı

1992 –1996 İstanbul Üniversitesi Hukuk Fakültesi

1997 - Yıldız Teknik Üniversitesi Sosyal
Bilimler Enstitüsü İşletme Yönetimi

Çalıştığı Kurum : 1992 – 1999 Yıldız Teknik Üniversitesi Meslek
Yüksekokulu Bilgisayar Programcılığı
Uzman

1999 - Yıldız Teknik Üniversitesi Meslek
Yüksekokulu Bilgisayar Programcılığı
Öğretim Görevlisi