

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Çok-h'li faz Kod, Mod, Tek, Day, Tas;
İş, Gör, ve Sön, Kan, hata Baş,

Yüksek Lisans Tezi

Aynur Karataş

1991

Ref
ELK
79
1991

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇOK-H'LI FAZ KODLAMALI MODÜLASYON TEKNİĞİNE DAYANARAK
TASARLANMIŞ İŞARETLERİN GÜRÜLTÜLÜ VE SÖNÜMLEMELİ
KANALLARDAKİ HATA BAŞARIMLARI.

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MÜH. AYNUR KARATAŞ

İSTANBUL 1991

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
KÜTÜPHANE DOKÜMANTASYON
DAİRE BAŞKANLIĞI

Kot : R 152
110

Alındığı Yer : FEN. BİL. ENS.

Tarih : 15.04.1992

Fatura : - - - - -

Fiyatı : 25.000. TL.

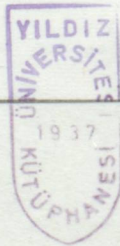
Ayniyat No : 1/2

Kayıt No : 48321

UDC : 621.3 378.242

Ek :

t



YILDIZ ÜNİVERSİTESİ

D.B. No 46099

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

ÇOK-H'LI FAZ KODLAMALI MODÜLASYON TEKNİĞİNE DAYANARAK
uyar: TASARLANMIŞ İŞARETLERİN GÜRÜLTÜLÜ VE SÖNÜMLEMELİ
Yrd. KANALLARDAKİ HATA BAŞARIMLARI.
değerli yardımlarından dolayı Müh. Cihan AKAR'a teşekkür
için teşekkür ederim.

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MÜH. AYNUR KARATAŞ



İSTANBUL 1991

Bu tezin hazırlanmasında bilgilerinden ve olumlu uyarılarından yararlandığım Sayın Hocam ve Tez Yöneticim Yrd. Doç. Dr. Ümit AYGÖLÜ'ne ve tezin yazılmasında değerli yardımlarından dolayı Müh. Cihan AKAR'a ilgileri için teşekkür ederim.

4.1 Sönümlenmeli iÇİNDEKİLER kanal.	.. 38
4.2 Özet	.. 38
4.3 Summary	.. 38
1. Giriş	.. 1
2. Bant verimlilikli sayısal iletişim sis-	.. 43
temlerine genel bakış.	.. 5
3. Çok-h'lı faz kodlamalı modülasyon tekni-	.. 47
ğinin tanıtılması.	.. 14
3.1 Sürekli fazlı frekans kaydırmalı modü-	.. 49
lasyon CPFSK	.. 14
3.2 Çok-h'lı faz kodlamalı modülasyon.	.. 15
3.3 Çok-h'lı faz kodlamalı modülasyon	.. 51
teknığının temel ilkeleri.	.. 16
3.4 Çok-h'lı faz kodlamalı modülasyonlu	.. 54
işaretlerin üretilmesi.	.. 18
3.5 Çok-h'lı faz kodlamalı işaretlerin	.. 55
demodülasyonu.	.. 19
3.6 İşaretlerin vektörel gösterimi.	.. 20
3.7 Çok-h'lı faz kodlamalı işaretlerin	.. 57
vektörel bileşenlerinin belirlenmesi.	.. 23
3.8 Bant verimlilikli işaret uzayı kod-	.. 58
larından çok-h'lı faz kodlamalı modülasyonlu	.. 30
işaretlerin özellikleri.	.. 30
3.9 Uzaklık yapısı ve hesaplama yöntemi.	.. 34
3.10 Kod çözme yöntemi, Viterbi algoritması.	.. 36
4. Sönümlenmeli (fading) kanallar için çok-h'lı	.. 53
faz kodlamalı modülasyon tekniğine göre tasarlanmış	.. 38
işaretlerin vektörel bileşenlerinin elde edilmesi.	.. 38

4.1 Sönümlmeli ("fading") kanal. yonlu işaretleme ..	38
4.2 Çok yollu sönümlmeli kanalların temel özellikleri.	38
4.3 Sönümlmeli kanal modelleri ve iletilen işaret karakteristiklerinin kanal seçimine etkisi.	43
4.4 Sönümlmeli kanallarda hata başarımı.	46
4.5 Rasgele genlik değişimi.	47
4.6 Genlik sönümlmeli kanalların çok-h'lı faz kodlamalı modülasyonlu işaretlere etkisi.	49
4.7 Rasgele faz değişimi.	50
4.8 Faz sönümlmeli kanalların çok-h'lı faz kodlamalı modülasyonlu işaretlere etkisi.	51
4.9 iletilen işaretin hem fazının hem genliğinin raslantısal değişmesi durumu.	54
4.10 Çok-h'lı faz kodlamalı modülasyonlu işaretlerin sönümlmeli kanallardan iletilmesi.	55
4.11 Saçılmalı sönümlmeli kanal modeli.	56
4.12 Saçılmalı kanallarda çok-h'lı faz kodlamalı modülasyonlu işaretlerin incelenmesi.	57
5. Çok-h'lı kodların çok-T'li olarak gerçekleştirilmesi.	58
5.1 Çok-T'li faz kodlamalı işaretlerin temel özellikleri.	59
5.2 Kafes üzerinde hata olaylarının uzaklıklarının hesabı.	59
5.3 Çok-T'li faz kodlamalı modülasyonlu işaretlerinin vektörel gösterimi.	62

6. Çok-h'lı faz kodlamalı modülasyonlu işa-	
retlerin gauss gürültüsü ve sönümlemeli kanallardan	
iletimdeki hata sınırlarının bulunması.	67
6.1 Sonsuz kod çözücü belleği için hata	
sınırlarının hesaplanması.	68
6.2 Çok-h'lı kodların hata ve simge hata	
olasılıkları üst sınırlarının bulunması.	73
6.3 Çok-T'li kodların hata ve simge hata	
olasılıkları üst sınırlarının bulunması.	81
7. Benzetim sisteminin tanıtılması ve elde	
edilen sonuçların değerlendirilmesi.	93
8. Sonuç.	104
9. Ekler.	105
10. Kaynakça.	111

THE ERROR PERFORMANCE OF MULTI-H PHASE CODED

ÖZET

Bu çalışmalarda, çok-h'li faz kodlamalı modülasyon tekniğine dayanarak tasarlanmış işaretlerin gürültülü ve sönmülemeli kanallardaki hata başarımları incelenmiştir. Çok-h'li faz kodlamalı modülasyon tekniğinde, ikili veri işaretleri yardımıyla sinüsoidal taşıyıcının fazı kodlanmakta aynı zamanda faz sürekliliği sağlanmaktadır. Bu modülasyon türü bant verimliliğini artırma amacına yönelik olarak kodlama ve modülasyon işlemlerinin bir bütün olarak düşünülmesine örnektir. Kullanılan modülasyon indeksi sayısı artırılarak işaret uzayında kodlanmış dizilerin birbirlerine uzaklıkları artırılmakta bu yolla hata başarımları düzeltilmektedir. Sabit zarf özelliği, bu işaretlerin özellikle uydu iletişiminde kullanılmasını çekici hale getirmektedir. Bu nedenle tezde, gerek gürültülü gerekse sönmülemeli (fading) kanallar için, literatürde verilen en basit çok-h'li kodların analitik hata üst sınırları hesaplanmış aynı zamanda oluşturulan bir benzetim modeli yardımıyla da hata olasılığı eğrileri çıkarılmıştır. Çok-h'li kodlarının geliştirilmiş bir biçimi olan çok-T'li kodlar içinde benzer yaklaşımlarla çok-h'li kodlara göre belirli üstünlükleri ortaya konulmuştur.

obtained. By the same approach, the multi-T codes, which are the modified form of the multi-h codes are also analysed and their improved performances are shown.

GİRİŞ

Bandı sınırlı sayısal iletişim sistemlerinin hata modülasyon indisi kullanan sürekli faz frekansa kaydırmalı anahtarlama (Continuous Phase Frequency Shift Keying, Güç sınırlaması altında ise, işaret aralığı başına bit sayısı artırılarak (hata düzeltme kodlaması) hata olasılığını düşürmek olanaklıdır. Bunun sonucunda ya bant genişliği artacak yada iletim hızında belli bir azalma olacaktır.

Son yıllarda sayısal iletişim sistemlerinin, bandı sınırlı kanallardaki hata başarımlarının artırılmasına yönelik kodlamalı modülasyon teknikleri geniş bir uygulama alanı bulmuştur. Bu tür sistemlerde, kanal kodlarının yeni bir sınıfını oluşturan çok-h'li faz işaret dizilerinin işaret uzayında birbirlerinden uzak kodlamalı modülasyon tekniğinin temellerini ortaya seçilmesi, kanal gürültüsü nedeniyle alıcıda oluşan sezme hatalarını azaltmaktadır. Kanal işareti kümesini genişleterek elde edilen kodlama fazlalığı, sonlu sayıda durum ve durum geçişlerini içeren kafes yapıda kodlayıcılara bağlı olarak işaret dizileri arasındaki serbest Oklid uzaklığını artırmak amacıyla kullanılmaktadır.

Birden fazla modülasyon indisi kullanılan çok-h'li faz kodlamalı modülasyon (Multi-h Phase Coded Modulation, MHPM) tekniğinde, ikili veri yardımıyla taşıyıcı işaretin hesaplanmasına ilişkin bir yöntem vermişlerdir. Bu fazı kodlanmakta, aynı zamanda faz sürekliliği sağlanmaktadır. Seçilen modülasyon indislerine bağlı olarak, iletilen işaret dizileri durumlar ve durum geçişleri içeren bir kafes yapı oluşturmaktadır. İşaret dizileri arasındaki serbest Oklid uzaklığı basarım ölçütü

olarak belirlenmekte ve sabit bant genişliği için tek modülasyon indisi kullanan sürekli faz frekans kaydırmalı anahtarlama (Continuous Phase Frequency Shift Keying, CPFSK), hızlı frekans kaydırmalı anahtarlama (Fast Frequency Shift Keying, FFSK) tekniklerinde belli bir işaret gürültü oranında sağlanamayan hata başarımlarına aynı iletim hızında erişilebilmektedir. Alıcıda, doğrudan kanal çıkışındaki modülasyonlu işaretleri işleyen, yumuşak karar verme tekniğine dayalı Viterbi algoritmasıyla çalışan bir kod çözücü kullanılmaktadır.

John Anderson ve Desmond Taylor [1], işaret uzayı kodlarının yeni bir sınıfını oluşturulan çok-h'lı faz kodlamalı modülasyon tekniğinin temellerini ortaya atmışlardır. Bu tekniğe göre tasarlanmış kodlu dizilerin doğrusal faz değişimleri sabit genlikli sinüsoidal işaretin fazında taşınmaktadır ve olurlu işaret fazları, silindirik bir kafes üzerinde yer almaktadır.

Daha sonra bu kodlamalı modülasyon tekniğinin alıcı yapısı, taşıyıcı ve demodülasyon eşzamanlaması üzerinde çalışmalar yapılmıştır. [3], [4] Wilson-Highfill-Dyihsu [9] bu kodlamalı modülasyon tekniğinde serbest uzaklığın, hata ve simge hata olasılıklarının üst sınırının hesaplanmasına ilişkin bir yöntem vermişlerdir. Bu yöntem, kodlayıcının birçok modülasyon indisi kullanması nedeni ile oluşturulan fark durumları kafesi yardımıyla modülasyon indis sayısı kadar aktarım işlevinin hesabına dayanır.

Holubowicz - Szulakiewicz [12], çok-h'lı faz kodlarını çok-T'li olarak gerçekleştirmiştir. Çok-h'lı faz kodlamalı modülasyonda, zaman aralığı sabit tutulup frekans sapması çevrimsel olarak değişmekteydi. Çok-T'li faz kodlamalı modülasyonda ise frekans sapması sabit tutulup zaman aralıkları çevrimsel olarak değişmektedir.

Bu tez çalışmasında, çok-h'lı ve çok-T'li faz kodlamalı modülasyon tekniklerine dayanarak tasarlanmış işaretlerin hata başarımları ilk kez gürültülü sönmülemeli kanallarda gerek analitik yöntemlerle gerekse oluşturulan bir benzetim modeli yardımıyla incelenmiştir.

Tezde izlenen yol ve getirilen yenilikler:

Çalışmanın ikinci bölümünde, bant verimlilikli sayısal iletişim sistemleri genel olarak ele alınmış, sayısal bir iletişim sistemiyle ilgili temel bilgiler ve bu sistemlerde hata başarımının artırılması için geliştirilen teknikler verilmiştir.

Üçüncü bölümde, çok-h'lı faz kodlamalı modülasyon tekniği tanıtılmış bu tür işaretlerin vektörel gösterimleri, uzaklık yapıları ve hesaplama yöntemleri verilmiştir.

Dördüncü bölümde, sönmülemeli kanalların yapısı, temel özellikleri ele alınıp, çok-h'lı faz kodlamalı modülasyon tekniğine göre tasarlanmış işaretlerin ilk kez bu çalışmalarda, yavaş sönmülemeli, frekans seçici olmayan kanallar için vektörel gösterimleri elde edilmiştir.

Beşinci bölümde, çok-T'li faz kodlamalı işaretlerin

2. BANT VERİMLİLİKLİ SAYISAL İLETİŞİM SİSTEMLERİNE
temel özellikleri incelenerek vektörel gösterimleri
GENEL BAKIŞ
çıkarılmıştır.

Bir sayısal iletişim sisteminin blok gösterimi
Altıncı bölümde, literatürde çok-h'lı kodlanmış
(Şekil-2.1) deki gibidir. Bir bilgi kaynağı, bir çoklu
işaretlerin Gauss gürültülü kanallarda hata olasılıkları
gönderilmek üzere modüle edilir. Mesajların
için verilen üst sınır hesaplama yöntemi, çok-T'li
karakteristikleri genel olarak bir bilgi kaynağının türüne
kodlara uygulanmış, elde edilen başarımlar eğrilerinden
bağlıdır. Örneğin, bir ses işareti, bir görüntü
çok-T'li kodların çok-h'lı kodlara üstünlükleri
işareti veya bilgisayar verisi olabilir. İletişim
görülmüştür. Diğer yandan bu yöntem, frekans seçici
sistemleri sayısal veya örneklem modülasyon teknikleri
olmayan yavaş sönmülemeli kanallar için genelleştirilmiş
kullanarak iletişimi sağlar. Örneklem iletişimi
ve söz konusu işaretlerin, bu kanallarda analitik hata
sistemlerinde işaretler, kanaldan doğrudan iletilen
üst sınırları bulunmuştur.

Yedinci bölümde çok-h'lı faz kodlamalı modülasyon
işaret (bilgi), sinüsoidal taşıyıcı işaretin genliğini
teknikğine göre tasarlanmış işaretlerin, gürültülü ve
fazını veya frekansını modüle eder.
sönmülemeli kanallardan iletimini içeren bir benzetim
Sayısal iletişim sisteminde, kaynak tarafından
modeli, kurulmuş, bu modele dayanarak hata başarımlar
üretilen mesajlar, ilgili sayı dizileriyle gösterilir. Bu
eğrileri çıkarılmıştır.

İletişim kaynak kodlamaları vardır. Bazı durumlarda kaynak,
sayısal olabilir. Bilgi-verici verici ve/veya bu durumda
kaynak kodlaması gerektirir. Kodlamaya ilgili diziler bir
kanal üzerinden alıcıya iletilir. Genelde iletişim
kanalları, bir çift teli, koaksiyal kablo, diğer kanalı,
radyo kanalı, iletken kanalı veya bunların birleşiminde
bir ortam olabilir. Böyle kanallar, dalga şekli
kanallardır. Kaynak tarafından kodlanan ilgili diziler
doğrudan iletilir. Böylece ilgili diziler kanal
karakteristiklerine uygun dalga şekillerine dönüşür.
sistem nasıl çalışır? Böyle bir sistem sayısal
modüle edilmiş veya kodlanmış olarak çalışır.

2. BAND VERİMLİLİKLİ SAYISAL İLETİŞİM SİSTEMLERİNE GENEL BAKIŞ

Bir sayısal iletişim sisteminin blok gösterilimi (Şekil-2.1)'deki gibidir. Bir bilgi kaynağı alıcıya gönderilmek üzere mesajlar üretir. Mesajların karakteristiği genel olarak bilgi kaynağının türüne bağlıdır. Örneğin mesaj, bir ses işareti, bir görüntü işareti veya bilgisayar verisi olabilir. İletişim sistemleri sayısal veya örneksel modülasyon teknikleri kullanarak iletişimi sağlar. Örneksel iletişim sistemlerinde işaretler, kanaldan doğrudan iletilen örneksel modülasyonlu işaretlere dönüştürülür. Örneksel işaret (bilgi), sinüsoidal taşıyıcı işaretin genliğini, fazını veya frekansını modüle eder.

Sayısal iletişim sisteminde, kaynak tarafından üretilen mesajlar, ikili sayı dizilerine dönüştürülür. Bu işleme kaynak kodlaması denir. Bazı durumlarda kaynak, sayısal olabilir. (Bilgisayar verisi vb.) Bu durumda kaynak kodlaması gerekmez. Kodlanmış ikili diziler bir kanal üzerinden alıcıya iletilir. Gerçek iletişim kanalları, bir çift tel, koaksiyal kablo, fiber kanal, radyo kanalı, uydu kanalı veya bunların ortak bulunduğu bir ortam olabilir. Böyle kanallar, dalga şekli kanallardır, kaynak tarafından kodlanan ikili diziler doğrudan iletilemezler. Öyleyse ikili dizileri kanal karakteristiklerine uyumlu dalga şekillerine dönüştüren sistem nasıl olmalıdır? Böyle bir sistem sayısal modülatör yada kısaca modülatör olarak adlandırılır.

Gerçek iletişim kanalları ideal olmayan impuls yanıtına sahiptir ve iletim ortamının gürültü ve girişim etkileri iletilen işaretin bozulmasına neden olur. Bu tür etkilerden mesajın az etkilenmesini sağlamak veya mesajın güvenilirliğini artırmak için ikili diziler kanal kodlayıcısı tarafından kodlanır. En basit kodlama ikili bilginin m kez ard arda tekrarlanmasıdır. (m tam sayı) Daha gerçek kodlama alınan k bitin n bitlik bir diziye dönüştürülmesidir. k/n kodlama oranını verir ve kanal band genişliği bilgi dizisine eklenen bitlerin artması ile büyür.

Sayısal modülatör giriş verisine göre $s_1(t)$ dalga şekillerinden birini iletir. Örneğin modülatör 0 ikili bitini $s_1(t)$, 1 ikili bitini $s_2(t)$ olarak modüle eder ve iletir. Alıcıda demodülatör kanal tarafından bozulmuş $s_1'(t)$ işaretini işler ve iletilen ikili verinin 0 veya 1 olduğuna karar verir.

Kodu çözülen dizinin değerlendirilmesinde ölçüt nedir? Sistemin başarımına neler etki eder? Çoğu sistemde, ortalama bit hata olasılığı; demodülatör/kod çözücünün başarımının ölçütüdür. Genellikle hata olasılığı, kodlama şekline, kanaldan bilginin iletimi için kullanılan dalga şekillerine, iletici gücüne, kanal karakteristiğine, kanaldaki gürültünün istatistiksel parametrelerine, demodülasyon/kod çözme yöntemine bağlıdır.

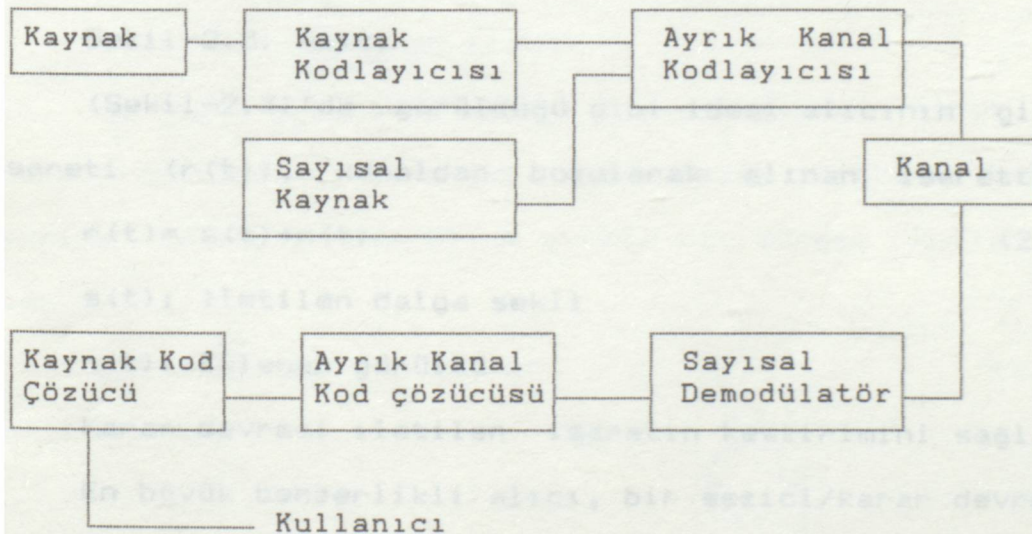
Sayısal iletişim sistemlerinde en yaygın kullanılan başarımlar ölçütü, belli SNR (işaret-gürültü oranı) için

hata olasılığıdır.

Uydu iletişiminde genellikle uygulanan sayısal modülasyon teknikleri FSK, MSK, FFSK, QPSK ve BPSK' dır. Sayısal modülatörün çıkış işareti sinüsoidaldır ve girişte kaynak simgelerine bağlı olarak sinüsoidal işaretin fazı, genliği veya frekansı değişir.

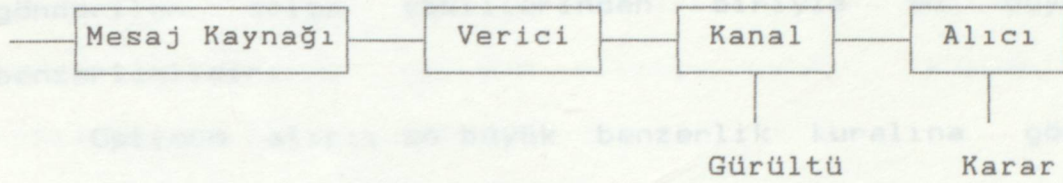
Sayısal iletişim sistemlerinin başarımı, ideal hata oranı ile karşılaştırılır. Uydu iletişim sistemlerindeki ideal hata oranı, en iyi başarımı veya yapılabilecek hatanın alt sınırını verir. İdeal hata oranı bulmanın şartları şunlardır;

- Bir yer istasyonu veya uydu osilatöründe faz veya frekans belirsizliğinin bulunmadığı kabul edilir.
- Hata düzelten kodlar kullanılmaz.
- Alıcı tarafta taşıyıcı ve saat bilgisi tam olarak yeniden çıkarılır.
- Toplamsal Gauss gürültülü kanallarda sistem başarımı incelenir.



Şekil-2.1 Sayısal iletişim sisteminin blok gösterilimi

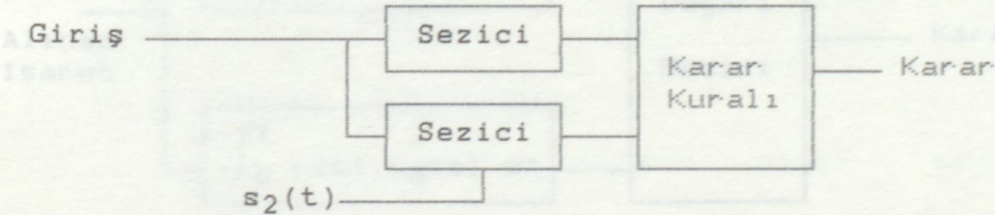
İdeal bir sistemin blok diyagramı Şekil-2.2 'de gösterilmiştir.



Şekil-2.2. ideal sistem modeli.

Mesaj kaynağı her T sn.de bir mesaj ve verici de her simge için uygun dalga şeklini üretir. İletişim sistemlerinde genel olarak dalga şekilleri periyodik sinüsoidal veya darbedir.

Kanalda her simgeye güç spektral yoğunluğu $N_0/2$ (W/Hz.) olan gürültü eklenir. Verici tarafından iletilen veri simgeleri, alıcıda kullanılan karar kuralı ile kestirilir.



Şekil-2.3. Alıcı

(Şekil-2.3)'de görüldüğü gibi ideal alıcının giriş işareti $(r(t))$, kanaldan bozularak alınan işarettir.

$$r(t) = s(t) + n(t) \quad (2.1)$$

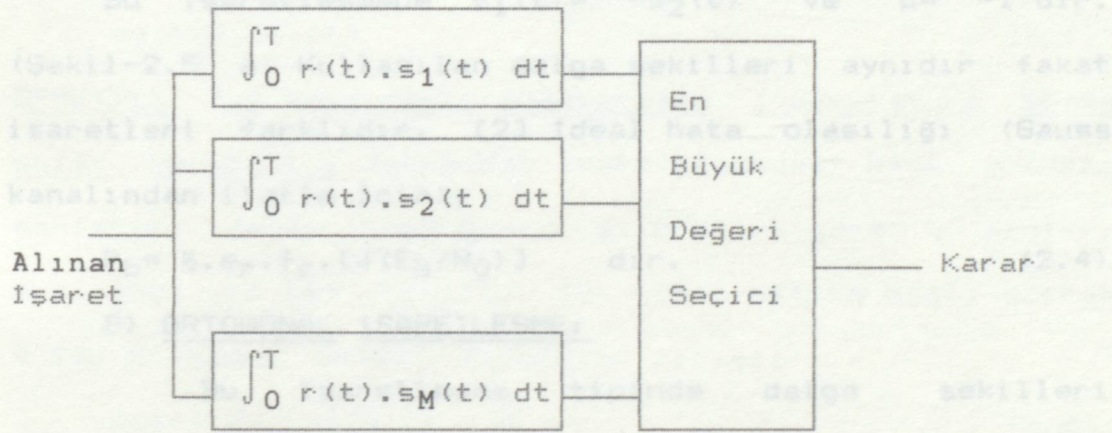
$s(t)$: İletilen dalga şekli

$n(t)$: Eklenen gürültü

Karar devresi iletilen işaretin kestirimini sağlar.

En büyük benzerlikli alıcı, bir sezici/karar devresi yapısındadır. Alınan işaret, iletilebilecek dalga

şekillerinden herhangi birine en yakın benzerliği bulunan dalga şeklidir. Başka bir deyişle, alınan dalga şekli, gönderilen dalga şekillerinden biriyle en büyük benzerliklidir. Optimum alıcı, uyumlu süzgeçler kullanılarak optimum alıcı, en büyük benzerlik kuralına göre oluşturulmuştur. (Şekil-2.4)'ten de görüldüğü üzere, alınan işaret $r(t)$ ile iletilebilecek dalga şekilleri $s_i(t)$; $i=1, 2, \dots, M$ arasındaki T aralığı boyunca karşılıklı ilişkisine bakılır. M çıkıştan hangisi en büyük ise $r(t)$ işaretinin o çıkışı veren $s_i(t)$ işareti olduğuna karar verilir.



Şekil-2.4. Optimum Alıcı

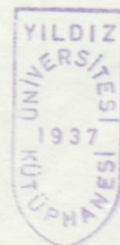
Optimum alıcıda T süresi boyunca alınan işaret ile gönderilebilecek işaretler arasındaki ilişkiye bakmak yerine her $s_i(t)$ işaretine uyumlu bir süzgeç kullanılır ve;

$$u(t) = \int_0^t h(t-\tau) \cdot r(\tau) d\tau \quad (2.2)$$

$t = T$ anında;

$$u(T) = \int_0^T h(T-\tau) \cdot r(\tau) d\tau \quad (2.3)$$

yazılır. Burada,



$h(t)$: Süzgecin impuls yanıtı

$r(t)$: Alınan dalga şeklidir.

$h(t-\tau) = s(\tau)$ için $u(t)$; karşılıklı ilişki çıkışına eşdeğerdir. Yani optimum alıcı, uyumlu süzgeçler kullanılarak oluşturulabilir.

İdeal hata oranının belirlenmesinde önemli bir nokta da iletişim sisteminde kullanılan işaretleme tekniğidir. Özellikle iletilen dalga şekilleri arasındaki ilişki belirlenmelidir. Temel olarak işaretleme yöntemleri iki grupta incelenir.

A) ANTİPODAL İŞARETLEŞME:

Bu işaretlemede $s_1(t) = -s_2(t)$ ve $p = -1$ 'dir.

(Şekil-2.5 a) Kullanılan dalga şekilleri aynıdır fakat işaretleri farklıdır. [2] İdeal hata olasılığı (Gauss kanalından iletim için);

$$P_B = \frac{1}{2} \cdot e_r \cdot f_c \cdot [J(E_B/N_0)] \quad \text{dır.} \quad (2.4)$$

B) ORTOGONAL İŞARETLEŞME:

Bu işaretleme tipinde dalga şekilleri birbirlerine diktir ve dolayısıyla ilişkisizdir.

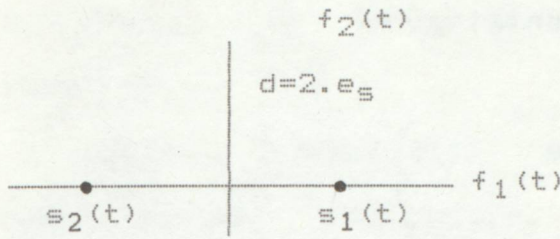
(Şekil-2.5 b) Bu durumdaki ilişki;

$$p = (1/E_B) \cdot \int_0^T s_1(t) \cdot s_2(t) dt = 0 \quad (2.5)$$

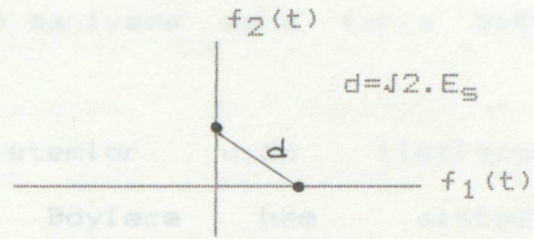
ve hata olasılığı;

$$P_B = \frac{1}{2} \cdot e_r \cdot f_c \cdot [J(E_B/(2 \cdot N_0))] \quad \text{dır.} \quad (2.6)$$

$(SNR)_{dB} = \frac{1}{2}$ veya 3 dB antipodal durumdan daha azdır. [2]



Şekil-2.5 a
Antipodal işaretleme



Şekil-2.5 b
Ortogonal işaretleme

Sayısal iletişim tekniklerinden en önemlilerini şöyle özetliyoruz;

BPSK (İkili faz kaydırmalı anahtarlama ("Binary phase shift keying")): Antipodal işaretlerdir. Her veri aralığında iki faz (0 ve π) değerlerinden biri gönderilir.

$$s_2(t) = -s_1(t) \quad (2.7)$$

QPSK (Dik faz kaydırmalı anahtarlama ("Quadrature phase shift keying")): Antipodal işaretlemedeki hata oranına sahiptir, ancak band genişliği BPSK'ya göre $\frac{1}{2}$ azalır. Aynı anda iki bit iletilir. İki giriş bitine bağlı olarak 4 faz bileşeni vardır. Modülatör çıkışı;

$$s(t) = \sqrt{2} \cdot \cos(W_c \cdot t + \theta_k) \quad (2.8)$$

$s(t)$ işareti; iki BPSK işaretine eşittir. QPSK işareti iki dik kanal çıkışlarının toplamıyla oluşur ve her kanal çıkışı BPSK işareti verir. Kanal çıkışları birbirlerinden bağımsız olarak sağlanır.

Offset QPSK: QPSK işaretinin özel bir biçimidir. Burada kanallar arasında bağıl bir gecikme vardır.

FSK (Hızlı frekans kaydırmalı anahtarlama ("Fast frequency shift keying")): $h = 0.5$ ve $p = 0$ dır. Yani işaretleme ortogonal ve modülasyon indeksi 0.5'dir. BPSK'ya göre

kullanılan bant genişliğinde saniyede daha fazla bit iletilir.

Bant verimlilikli sistemler uydu iletişim sistemlerinde kullanılır. Böylece hem sistem güvenilirliği arttırılmış hem de gücü arttırmadan daha dar bantlı iletim gerçekleşmiş olur. Modülasyon işleminde taşıyıcı işaret sürekli bir işaret olup, sayısal bilgi taşıyıcı işaretin fazını, frekansını veya genliğini modüle eder.

Çok-h'lı Faz Kodlamalı Modülasyonda (MHPM) her T aralığında çevrimsel olarak değişen modülasyon indisleri kullanılarak işaretin fazı doğrusal olarak değiştirilir.

Her kodlu işaret, oluşturulan bir kodlu işaretler kümesinden seçilir. Bilinen sayısal modülasyon tekniklerinde kodlanmamış bilgi bitleri iletilir. Gürültülü bir kanaldan iletilen işaret, alıcıda tanımlanan işaret kümesinden en yakın benzerlikte olan işaret olarak alıcı tarafından sezilir. Bant genişliği verimli kodlama, işaret bant genişliğini arttırmaksızın veri biti başına düşen enerjiyi kodlama yardımıyla korumak demektir. İkili simetrik kanallarda kullanılan parite kontrol kodu bant genişliği verimlilikli değildir. Çünkü eklenen parite bitleri, kanal bit iletim hızını artırır. Böylece işaret bant genişliği artar. Kodlama, bant genişliği ve enerji tüketiminden ya ikisini yada birini yerine göre azaltmalıdır. Başarılı kodlamalı modülasyonların en önemli özelliği sayısal modülasyon ve kodlamanın bir bütün olarak gerçekleştirilmesidir.

3. ÇOK-H'LI FAZ KODLAMALI MODÜLASYON TEKNİKİNİN

Bant genişliği verimli kodlama üzerine çalışmalar 1970'li yıllarda hız kazanmıştır. Bu çalışmaların pratikte uygulandığı alanlar uydu haberleşmesi ve doğrusal olmayan kuvvetlendiriciler kullanan sayısal radyolardır. 1970'li yılların ortalarında band genişliğini artırmadan nasıl kodlama kazancının artırılabilceği araştırılmaya başlanmıştır. Temel fikir; Nyquist darbeleri dik modülasyonlu işaretlerle, iki boyutlu uzayda işaret kümesi oluşturulması ve bu büyük kümenin alt kümelerine ayrılıp her işaretleşme aralığında verinin farklı alt kümelerine taşınmasıdır. Bu işaretler için daha büyük kodlama kazançları karmaşık ve titizlikle hazırlanan tasarımlarla artarken band genişliği sabit kalmıştır.

1980'li yıllarda bu alanda yapılan çalışmalar kafes kodlamalı modülasyon (TCM) olarak adlandırılan yaklaşım üzerine yoğunlaşmıştır.

Bant genişliği verimlilikli kodlamanın gelişmesinin yanında kullanım alanlarında da değişmeler olmuştur. Günümüzde en önemli uygulamalar telefon hatlarında, modemlerde ve sayısal taşınabilir radyodadır.

Sabit zarflı sürekli faz modülasyonlu kodlarında (CPM) alıcı karmaşıklığı ve eşzamanlama problemi azalır. İlk çalışmalar Anderson ve Swensson [11] tarafından başlanmıştır. Hwang [17] yeni bir tip olan Çok-h'li kodlama üzerine çalışmıştır.

3. ÇOK-H'LI FAZ KODLAMALI MODÜLASYON TEKNİĞİNİN TANITILMASI

3.1 Sürekli fazlı frekans kaydırmalı modülasyon

CPFSK

Sürekli fazlı frekans kaydırmalı modülasyonun temeli modülasyon indeksinin farklı değerlerde seçilmesi ilkesine dayanmaktadır. FFSK, CPFSK'nın $h = 0.5$ olan özel bir durumudur. FFSK'dan daha iyi hata oranı başarımına ulaşmak mümkündür. 1 bitlik gözlem aralığında FFSK, CPFSK'dan 3 dB daha kötü hata oranı başarımına sahiptir. 2 bit gözlem aralığında başarımlar DPSK'ya eşittir. O halde hata oranı başarımını iyileştirmek farklı h ve daha uzun gözlem aralıkları kullanılarak yapılabilir. FFSK için gözlem aralığının $2T$ alınması yeterlidir. Bu durum faz kafesi ile açıklanabilir. Kafes üzerinde belirli bir faz durumundan ayrılan farklı veri dizileri $2T$ aralık sonunda aynı faz durumunda birleşir. [2] (01 ve 10 veri dizileri) Böylece $2T$ gözlem aralığı FFSK için yeterlidir. Farklı h değerleri için gözlem aralığı daha uzun olabilir. Örneğin $h = 2/3$ olan CPFSK için gözlem aralığı $4T$ olduğu Debuda [14] tarafından gösterilmiş ve hata başarımı 0.8 dB artırılmış bir başka deyişle FFSK'ya göre aynı hata oranı için gereken E_b/N_0 oranı 0.8 dB azalmıştır.

Bu sonucun ışığında farklı modülasyon indekslerinin aynı sistem içinde kullanıldığı yeni bir modülasyon tekniği üzerinde çalışmalar yapılmıştır.

Bu çalışmanın E_b/N_0 oranı 2 - 4 dB daha iyileşir.

3.2 Çok-h'lı faz kodlamalı modülasyon

Cok-h'lı faz kodlamalı modülasyonlu işaret (Multi-h phase coded modulation (MHPM));

$$S_i(t) = \sqrt{2 \cdot E_s / T} \cdot \cos(W_c t + a_i \cdot \pi \cdot h_i \cdot (t - (i-1) \cdot T) / T + \pi \cdot h_i \cdot \sum_{j=1}^{i-1} a_j + \theta_0) \quad (3.1)$$

$(i-1) \cdot T \leq t \leq i \cdot T$ şekli olan $(h = 0.5)$ FFSK'da kafes

biçiminde ifade edilebilir. Burada, E_s : iletilecek verinin

E_s : T aralığı boyunca $S_i(t)$ işaretinin enerjisi

W_c : Taşıyıcı açısal frekans

a_i : Sayısal bilgi $[\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)]$

M : İkinci kuvveti olan çift tam sayı

h_i : Modülasyon indeks kümesinin i . elemanı $(h_1, h_2,$

Modülasyon $h_1, h_2, h_3, \dots, h_k)$

θ_0 : Başlangıç fazı

olarak tanımlanır.

(3.1) denklemindeki toplam terimi, i . aralığın

başlangıcına kadar iletilen veri dizisinin toplamıdır.

i . aralık boyunca iletilen bilgi, taşıyıcı işaretin

fazında yer alır.

Bu modülasyon tekniğinde ikili veri, çeşitli

modülasyon indekslerinin aynı sistem içinde kullanıldığı

sürekli modülasyonlu işaretler biçiminde iletir.

Bu yöntemin, temel özellikleri şunlardır;

1) MHPM, FFSK'nın sabit zarfak karakteristiğine

sahiptir. E_b/N_0 başarımı 4 dB daha iyidir ve uydu

haberleşmesine uygundur.

2) Ayrık kodlar ve modemler kullanarak veri oranını

genişletmeksizin E_b/N_0 oranı 2 - 4 dB daha iyileşir.

3) İşaretler, vektör uzayında gösterilebilir. En büyük benzerlikli kod çözme yöntemi Viterbi algoritması kullanılır.

3.3. Çok-h'lı faz kodlamalı modülasyon tekniğinin temel ilkeleri

CPFSK'nin özel bir şekli olan ($h=0.5$) FFSK'da kafes üzerinde, işaretleşme aralığı boyunca iletilen veriye göre $\pi/2$ 'nin artan veya azalan doğrusal faz geçişleri kurularak bit geçişlerinde faz sürekliliği sağlanır. MHPM'de benzer şekilde faz sürekliliğine sahiptir, bağlantılar arasındaki faz değişimleri parça parça süreklidir ve aralıktan aralığa faz eğimleri değişir. Modülasyon indekslerinin kümesi $[h_i, i=1, 2, 3, \dots, k]$ çevrimsel olarak kullanılır. İlk bit aralığı boyunca h_1 , ikinci bit aralığında h_2 ve bu işlem k . aralıkta h_k kullanılıncaya kadar sürer. Daha sonraki $(k+1)$. aralıkta h_1 modülasyon indeksi yeniden kullanılır ve işlem bu şekilde tekrarlanır. Veriye bağlı olarak (1 veya 0) her h_i için iki ton işareti iletir. Tonlar f_c taşıyıcı frekansının $\pm h_i/2T$ kadar sağında ve solundadır. h_i indisleri, q gibi bir tamsayının $1/q$ katı ise $t=n.T$ aralığındaki tüm faz değerleri $(2\pi)/q$ 'nin katlarıdır. Bu faz değerleri her $t=n.T$ için faz durumlarının bir kümesini belirler. (Kafes yapısına örnek, Bkz. Bölüm 6)

FFSK'da olduğu gibi, alıcı demodülasyon işlemi için, faz durum bilgisini kullanabilir. Bu işlemde;

1) Demodülatör gelen işarete eşzamanlı ("senkron") olmalıdır.

2) Kafes üzerinde durum geçişleri bilinmelidir.

h_i indislerinin kümesi C aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$C = \{h_i, i=1, 2, \dots, k\} = \{L_i/q, i=1, 2, \dots, k\} \quad (3.2)$$

C kümesi, $q \geq 2^k$ şartına sahiptir. İzin verilen faz değişimlerinin doğrusal oranı $\pm(\pi.h_i)/T$, $0 < h_i < 1$ dir. [11],[2]

Cok-h'lı kodların faz kafesinde $q.k$ durum vardır. $q.k$ küçük olduğunda en büyük benzerlikli kod çözme yöntemi (Viterbi algoritması) kullanılabilir. Faz yada durum kafesinde aynı durumdan ayrılan faz yolu çifti farklı yollar izleyip en az $k+1$ aralıktan sonra aynı durumda sonlanabilir. Bu uzaklık sınırlandırılmış uzunluk ("constraint lenght") olarak adlandırılır. Yani $h_1, h_2, \dots, h_k$ modülasyon indeks kümesini kullanan MHPM için sınırlandırılmış uzunluk $(k+1)$ 'dir.

Fazların sayısı, alıcının karmaşıklığına etki eder. Indisler yeterince küçük tam sayılar ile orantılı alınarak faz karmaşıklığı önlenir.

Kafes iki temel özelliğe sahiptir.

1) Kafesin periyodu T_p ;

$$r = \sum_{i=1}^k L_i \quad (3.3)$$

olup, burada $h_i = L_i/q$ dur.

r , çift ise $T_p = k.T$ dir.

r , tek ise $T_p = 2.k.T$ dir.

2) r , çift ise faz durumlarının sayısı q' 'dur.

r , tek ise faz durumlarının sayısı $2.q'$ 'dur.

3.4 Çok-h'lı faz kodlamalı modülasyonlu işaretlerin üretilmesi

CPFSK'da tek modülasyon indisi kullanılır ve iletim frekansı $(f_c \pm h/(2.T))$ dır. Benzer şekilde MHPM de kullanılan modülasyon indeksleri önceden belirlenir ve her aralıkta farklı bir indis çevrimsel olarak kullanılır. Her bir işaretleşme aralığında gönderilen frekans $(f_c \pm h_i/(2.T))$, $i=1, 2, \dots, k$ olup her h_i için iki yan band tonu üretilir. İkili veri iletiminde seçilen tonlar anahtar konumuyla saptanır. Örneğin, "1" verisi için üst ton, "0" verisi için alt ton seçilir. (Şekil-3.1)'de gösterildiği gibi. MHPM işaretinin, temel bantlı dik bileşenleri, $s(t)$ işaretinden bulunabilir.

$$s(t) = A \cdot \cos(W_c \cdot t + a_i \cdot (\pi \cdot h_i \cdot t)/T + \theta_i) \quad i.T \leq t \leq (i+1).T$$

$$= I(t) \cdot \cos(W_c \cdot t) - Q(t) \cdot \sin(W_c \cdot t) \quad (3.4)$$

olup burada,

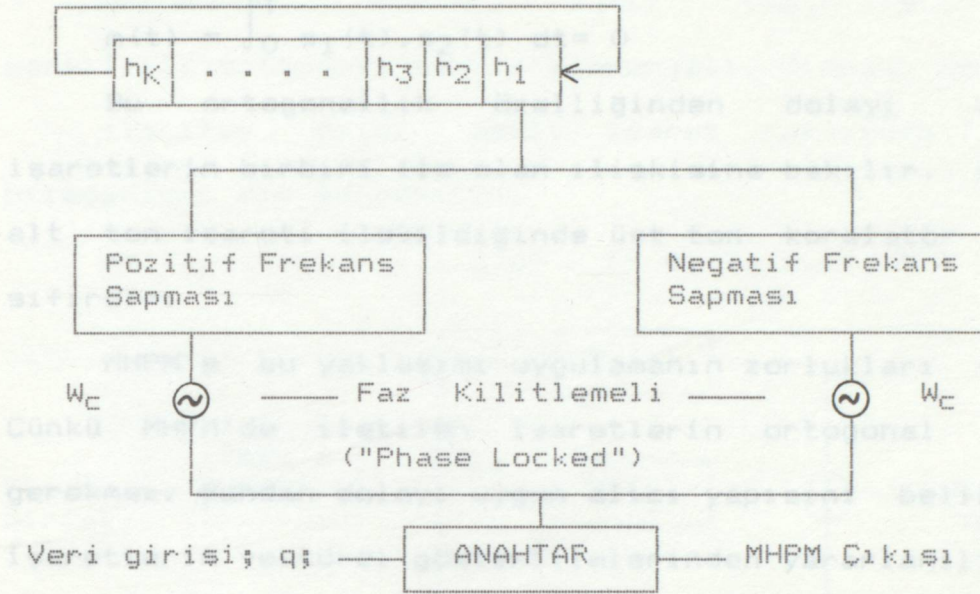
A : işaret genliği

θ_i : i . aralığın başlangıç fazı

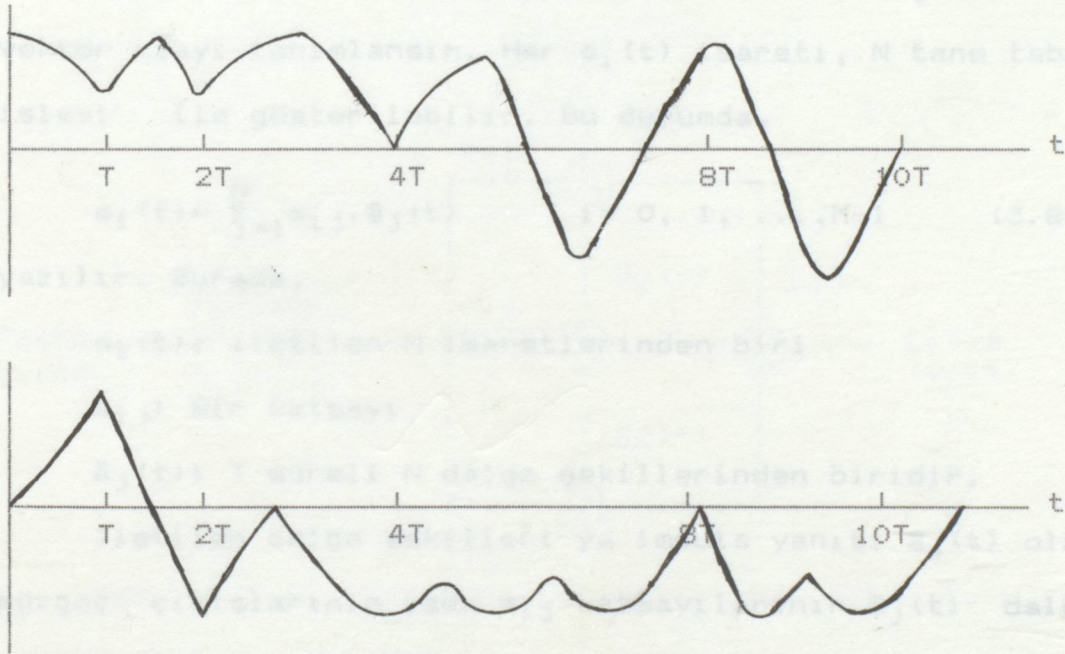
$$I(t) = A \cdot \cos((a_i \cdot \pi \cdot h_i \cdot t)/T + \theta_i) \quad (3.5)$$

$$Q(t) = A \cdot \sin((a_i \cdot \pi \cdot h_i \cdot t)/T + \theta_i) \quad (3.6)$$

olarak tanımlanır. I ve Q dalga şekillerine örnek Şekil-3.2'de verilmiştir.



Şekil-3.1. MHPM işaretlerinin Üretilmesi



Şekil-3.2. Temel bandlı MHPM'in dik bileşenleri.

3.5 Çok-h'lı faz kodlamalı işaretlerin demodülasyonu

FFSK, FSK'nın $h = 0.5$ 'li özel bir hali olup ortogonal yapıdadır. $s_1(t)$ ve $s_2(t)$ gibi iki işaretin belirli bir aralık boyunca çarpımlarının integrali sıfırsa bu işaret çifti birbirini ile ortogondur, denilir.

$$m(t) = \int_0^T s_1(t) \cdot s_2(t) dt = 0 \quad (3.7)$$

Bu ortogonalite özelliğinden dolayı alıcıda işaretlerin birbiri ile olan ilişkisine bakılır. Örneğin alt ton işareti iletildiğinde üst ton korelatör çıkışı sıfırdır.

MHPM'e bu yaklaşımı uygulamanın zorlukları vardır. Çünkü MHPM'de iletilen işaretlerin ortogonal olması gerekmez. Bundan dolayı uygun alıcı yapısını belirlemede işaretlerin vektörel gösterimlerinden yararlanılır.

3.6 İşaretlerin vektörel gösterilimi

$s(t)$ sürekli işaretlerini ifade edebileceğimiz bir vektör uzayı tanımlansın. Her $s_i(t)$ işareti, N tane taban işlevi ile gösterilebilir. Bu durumda,

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^N s_{ij} \cdot \tilde{a}_j(t) \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (3.8)$$

yazılır. Burada,

$s_i(t)$: iletilen M işaretlerinden biri

s_{ij} : Bir katsayı

$\tilde{a}_j(t)$: T süreli N dalga şekillerinden biridir.

İletilen dalga şekilleri ya impuls yanıtı $\tilde{a}_j(t)$ olan süzgeç çıkışlarının ya da s_{ij} katsayılarının $\tilde{a}_j(t)$ dalga şekilleri ile çarpılıp toplanmasıyla üretilir. (Şekil-3.3)

Seçilen taban işlevi dalga şekilleri kanala ve ileticinin pratikteki işlevine bağlıdır. Genelde sinüsoidal dalga şekilleri kullanılır.

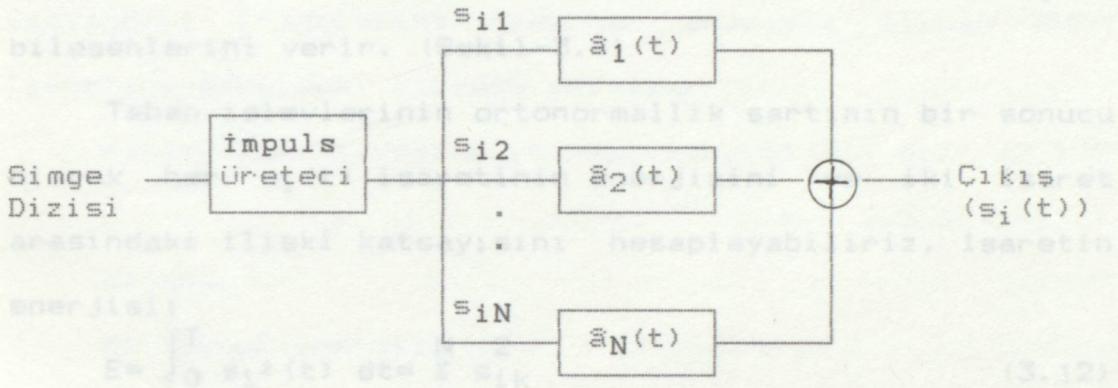
Çoğunlukla $\tilde{a}_j(t)$ fonksiyonları ortonormal seçilir:

$$\int_0^T \tilde{a}_j(t) \cdot \tilde{a}_i(t) dt = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (3.9)$$

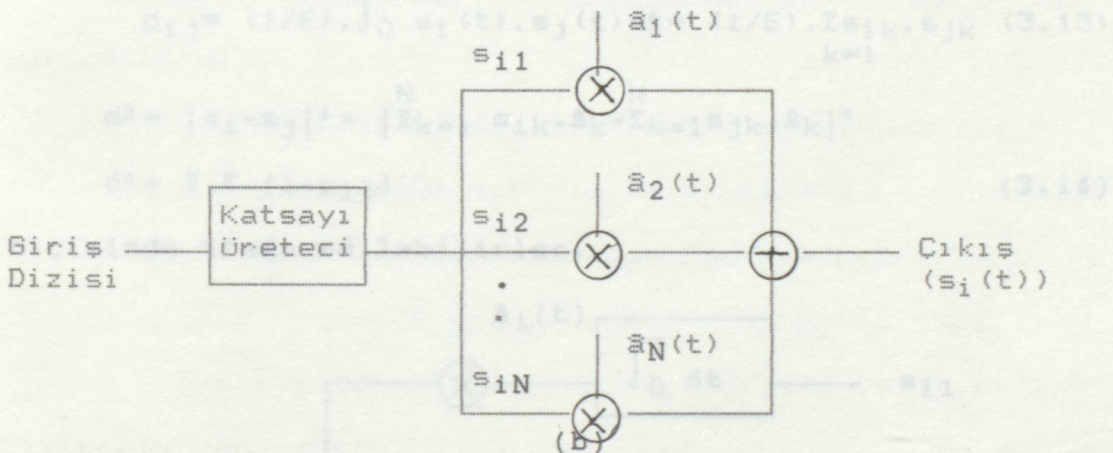
Ortonormal terimi, $\hat{a}_j(t)$ taban işlevlerinin karşılıklı ortogonal ve birim enerjili olması, demektir.

İletilen dalga şekli işaret uzayında vektör bileşenleri ile gösterilir.

$$\underline{s} = (s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{iN}) \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (3.10)$$



(a)



(b)

Sekil-3.3 a) Süzgeç çıkışlarının toplanmasıyla dalga şekillerinin üretilmesi

b) Çarpıcı çıkışlarının toplanmasıyla dalga şekillerinin üretilmesi

Alicıda $s_i(t)$ işaretinin katsayıları taban işlevlerinin ortogonalite özelliğinin kullanılmasıyla yeniden elde edilir. Örneğin $s_i(t)$ işaretini baz vektörlerinden biriyle çarpılır, integre edilirse sonuç;

o taban işlevi doğrultusundaki $s(t)$ işaret bileşeni,

$$\begin{aligned} \int_0^T s_i(t) \cdot \hat{a}_k(t) dt &= \int_0^T \left[\sum_{j=1}^N s_{ij} \cdot \hat{a}_j(t) \right] \cdot \hat{a}_k(t) dt \\ &= \sum_{j=1}^N s_{ij} \int_0^T \hat{a}_j(t) \cdot \hat{a}_k(t) dt \quad j=k \text{ ise integral 1'dir.} \\ &= s_{ik} \end{aligned} \quad (3.11)$$

dır. Bu işlem $k = 1, \dots, N$ 'e kadar olan tüm $s_i(t)$ bileşenlerini verir. (Şekil-3.4)

Taban işlevlerinin ortonormallik şartının bir sonucu olarak her $s_i(t)$ işaretinin enerjisini ve iki işaret arasındaki ilişki katsayısını hesaplayabiliriz. İşaretin enerjisi:

$$E = \int_0^T s_i^2(t) dt = \sum_{k=1}^N s_{ik}^2 \quad (3.12)$$

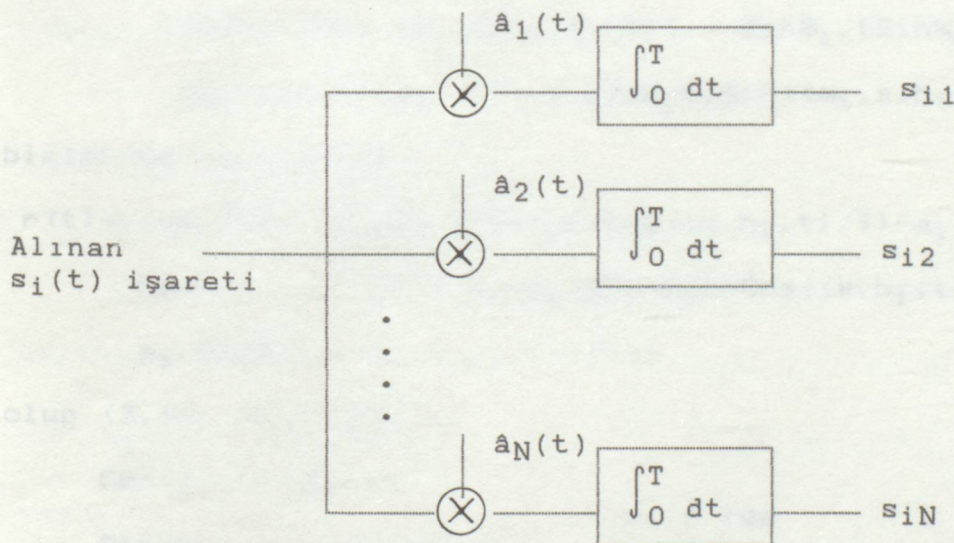
biçiminde, iki vektör arasındaki uzaklık da,

$$p_{ij} = (1/E) \cdot \int_0^T s_i(t) \cdot s_j(t) dt = (1/E) \cdot \sum_{k=1}^N s_{ik} \cdot s_{jk} \quad (3.13)$$

$$d^2 = |s_i - s_j|^2 = \left| \sum_{k=1}^N s_{ik} \cdot \hat{a}_k - \sum_{k=1}^N s_{jk} \cdot \hat{a}_k \right|^2$$

$$d^2 = 2 \cdot E \cdot (1 - p_{ij}) \quad (3.14)$$

biçiminde ifade edilebilirler.



Şekil-3.4. Alıcıda işaret vektörlerinin yeniden oluşturulması.

iki işaret arasındaki uzaklık sıfır ise yani $p_{ij} = 1$ olduğunda iletilen işaret ile alınan işaret aynıdır.

3.7 Çok-h'lı faz kodlamalı işaretlerin vektörel bileşenlerinin belirlenmesi

Alınan $r(t)$ (gürültüsüz) işaretinin h_i vektör uzayındaki ifadelerini çıkarmak amacıyla alınan MHPM işaretini aşağıdaki biçimde yazalım:

$$r(t) = \sqrt{2E/T} \cdot \cos(W_c t + (a_i \pi h_i t)/T + \theta_i) \quad (3.15)$$

li sinusoidal işaretlerin ortogonal olu $i.T \leq t \leq (i+1).T$

Burada; Schmidt yöntemi ortogonal olmayan işaret kümesi E : işaret enerjisi olan işlevleriyle gösteriliminde θ_i : i . aralığın başlangıç fazıdır.

(3.15) denklemin trigonometrik eşitlikler kullanılarak;

$$r(t) = \sqrt{2E/T} \cdot [\cos\theta_i \cdot \cos(W_c t + (a_i \pi h_i t)/T) - \sin\theta_i \cdot \sin(W_c t + (a_i \pi h_i t)/T)] \quad (3.16)$$

ya da $r(t) = \sqrt{2E/T} \cdot \{\cos\theta_i [\cos W_c t \cos(a_i \pi h_i t/T) - \sin W_c t \sin(a_i \pi h_i t/T)] - \sin\theta_i [\sin W_c t \cos(a_i \pi h_i t/T) + \cos W_c t \sin(a_i \pi h_i t/T)]\}$

biçiminde yazılabilir.

$$r(t) = \sqrt{2E/T} \cdot \{\cos\theta_i [\cos W_c t + \cos((\pi h_i t)/T) - a_i \sin W_c t \sin((\pi h_i t)/T)] - \sin\theta_i [\sin W_c t + \cos((\pi h_i t)/T) + a_i \cos W_c t \sin((\pi h_i t)/T)]\} \quad (3.17)$$

olup (3.17) denkleminde;

$$\cos(ax) = \cos(x) \quad \{ a = \pm 1 \text{ ise} \} \quad (3.18)$$

$$\sin(ax) = a \sin(x)$$

ilişkisi kullanılmıştır. Denklem düzenlenirse;

$$\begin{aligned}
r(t) = & J(2.E/T).(\cos\theta_i).((1+a_i)/2).\cos(W_c t + (\pi.h_i.t)/T) - \\
& J(2.E/T).(\sin\theta_i).((1+a_i)/2).\sin(W_c t + (\pi.h_i.t)/T) + \\
& J(2.E/T).(\cos\theta_i).(1-a_i)/2).\cos(W_c t - (\pi.h_i.t)/T) - \\
& J(2.E/T).(\sin\theta_i).((1-a_i)/2).\sin(W_c t - (\pi.h_i.t)/T)
\end{aligned} \quad (3.19)$$

yazılır. (3.19) denkleminde $+(\pi.h_i.t/T)$ ve $-(\pi.h_i.t/T)$ 'li her çift ortogonal, birinci çift terimleri ile ikinci çift terimleri ortogonal değildir. Gram-Schmidt ortogonalleştirme yöntemi [15] kullanılarak $\pm(\pi.h_i.t/T)$ 'li sinüsoidal işaretlerin ortogonal olması sağlanır.

Gram-Schmidt yöntemi ortogonal olmayan işaret kümesinin ortonormal taban işlevleriyle gösteriliminde kullanılır. Bu yöntem şu adımları içerir:

a) Ortogonal olmayan $\{s_i(t)\}$ işaret kümesi verilsin,

$$\tilde{s}_1(t) = s_0(t)/J(E_0) \quad , \quad E_0 = \int_0^T s_0(t) dt \quad (3.20)$$

$s_0(t)$, $J(E_0)$ 'a göre normalize edilerek $\tilde{s}_1(t)$ bulunur ve;

$$s_0(t) = J(E_0).\tilde{s}_1(t) \quad (3.21)$$

yazılır. s_{01} , $\tilde{s}_1(t)$ taban işlevi doğrultusundaki katsayıdır.

b) $f_1(t)$ yardımcı fonksiyonu belirlenir.

$$f_1(t) = s_0(t) - s_{11}.\tilde{s}_1(t) \quad (3.22)$$

$$s_{11} = \int_0^T s_1(t).\tilde{s}_1(t) dt \quad (3.23)$$

$f_1(t) = 0$ ise $f_1(t)$ 'den yeni bir ortogonal işlev belirlenir.

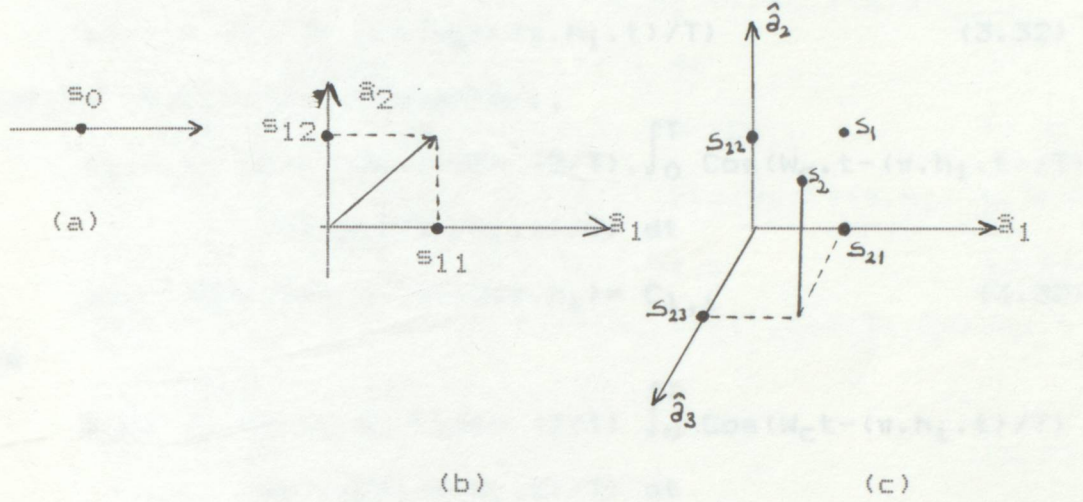
$$\tilde{s}_2(t) = f_1(t)/J(E_1) \quad , \quad E_1 = \int_0^T f_1^2(t) dt \quad (3.24)$$

ve;

$$s_1(t) = s_{11}.\tilde{s}_1(t) + f_1 = s_{11}.\tilde{s}_1(t) + J(E).\tilde{s}_2(t) \quad (3.25)$$

$$s_{12} = J(E_1) \text{ 'dir.}$$

M tane $\{s_i(t)\}$ işaretini, $\hat{a}_j(t)$ ortonormal taban işlevleriyle ifade edene kadar bu yöntem sürer.



Şekil-3.5 Gram-Schmidt yöntemi

- a) s_0 vektörü
- b) s_1 vektörü
- c) s_2 vektörü

Alınan $r(t)$ MHPM işaretinin ortonormal olan iki bileşeni, $\hat{a}_1(t)$ ve $\hat{a}_2(t)$ taban işlevi olarak kullanılabilir.

$$\hat{a}_1(t) = \sqrt{2/T} \cdot \cos(\omega_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) \quad (3.27)$$

$$\hat{a}_2(t) = \sqrt{2/T} \cdot \sin(\omega_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) \quad (3.28)$$

Pratikte bilindiği gibi taşıyıcı frekansı, bit veya simge iletim hızından çok büyüktür. Yani;

$$f_c \gg (1/T) \quad \text{veya} \quad \omega_c \cdot T \gg 2\pi \text{ dir.} \quad (3.29)$$

$\hat{a}_1(t)$ ve $\hat{a}_2(t)$ arasındaki ilişkiye (3.29) koşulu altında bakıldığında;

$$\int_0^T \hat{a}_1(t) \cdot \hat{a}_2(t) dt = 0 \quad (3.30)$$

dir ve $\hat{a}_1(t)$ 'nin normu;

$$N_1 = \int_0^T \hat{a}_1^2(t) dt = 1, \quad \omega_c \cdot T \gg 2\pi \quad (3.31)$$

dır. Kalan ortonormal işlevler aşağıdaki gibi belirlenir.
 $r(t)$ denkleminde;

$$s_3(t) = \sqrt{2/T} \cdot \cos(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) \quad (3.32)$$

yazılır. $s_3(t)$ 'nin bileşenleri,

$$\begin{aligned} s_{31} &= \int_0^T s_3(t) \cdot \hat{a}_1(t) dt = (2/T) \int_0^T \cos(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) \\ &\quad \cdot \cos(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) dt \\ s_{31} &= (\sin(2 \cdot \pi \cdot h_i)) / (2 \cdot \pi \cdot h_i) = C_{1,i} \end{aligned} \quad (3.33)$$

ve

$$\begin{aligned} s_{32} &= \int_0^T s_3(t) \cdot \hat{a}_2(t) dt = (2/T) \int_0^T \cos(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) \\ &\quad \cdot \sin(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) dt \\ s_{32} &= (1 - \cos(2 \cdot \pi \cdot h_i)) / (2 \cdot \pi \cdot h_i) \end{aligned} \quad (3.34)$$

Biçiminde belirlenir. Böylece;

$$f_3(t) = s_3(t) - s_{31} \cdot \hat{a}_1(t) - s_{32} \cdot \hat{a}_2(t) = 0$$

olduğundan $\hat{a}_3(t)$, $f_3(t)$ 'nin normalize değerinden bulunur.

$$\hat{a}_3(t) = f_3(t) / \sqrt{E_3} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned} E_3 &= \int_0^T f_3^2(t) dt \\ &= \int_0^T [\sqrt{2/T} \cdot \cos(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) - C_{1,i} \cdot \sqrt{2/T} \cdot \\ &\quad \cos(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) - C_{2,i} \cdot \sqrt{2/T} \cdot \sin(W_c t + \\ &\quad (\pi \cdot h_i \cdot t)/T)]^2 dt \end{aligned} \quad (3.36)$$

$$E_3 = 1 - C_{1,i}^2 - C_{2,i}^2 \quad (3.37)$$

olup;

$$\hat{a}_3(t) = (s_3(t) - C_{1,i} \cdot \hat{a}_1(t) - C_{2,i} \cdot \hat{a}_2(t)) / \sqrt{D_i} \quad (3.38)$$

dır. Burada;

$$D_i = 1 - C_{1,i}^2 - C_{2,i}^2 \quad (3.39)$$

dir. Son olarak;

$$f_4(t) = s_4(t) - s_{41} \cdot \hat{a}_1(t) - s_{42} \cdot \hat{a}_2(t) - s_{43} \cdot \hat{a}_3(t) \quad (3.40)$$

$f_4(t)$ 'nin sıfıra eşit olması için $s_4(t)$ işaretinin bileşenleri aşağıdaki gibi belirlenir:

$$\begin{aligned}
s_{41} &= \int_0^T s_4(t) \cdot \hat{a}_1(t) dt \\
&= \int_0^T J(2/T) \cdot \sin(W_c \cdot t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) \cdot J(2/T) \cdot \\
&\quad \cos(W_c \cdot t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) dt \\
&= (\cos(2 \cdot \pi \cdot h_i - 1)) / (2 \cdot \pi \cdot h_i) = -C_{2,i} \quad (3.41)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s_{42} &= \int_0^T s_4(t) \cdot \hat{a}_2(t) dt = \int_0^T J(2/T) \cdot \sin(W_c \cdot t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) dt \\
s_{42} &= (\sin(2 \cdot \pi \cdot h_i)) / (2 \cdot \pi \cdot h_i) = C_{1,i} \quad (3.42)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s_{43} &= \int_0^T J(2/T) \cdot \sin(W_c \cdot t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) \cdot J(2/T) \cdot \cos(W_c \cdot t - \\
&\quad (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) dt \\
&= 0 \quad (3.43)
\end{aligned}$$

$f_4(t) = 0$ olduğunda normalize değerlerden $\hat{a}_4(t)$ bulunur.

$$\hat{a}_4(t) = f_4(t) / J(E_4) \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned}
E_4 &= \int_0^T f_4^2(t) dt = \int_0^T [J(2/E) \cdot \sin(W_c \cdot t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) + \\
&\quad C_{2,i} \cdot J(2/E) \cdot \cos(W_c \cdot t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) - C_{1,i} \cdot J(2/E) \cdot \\
&\quad \sin(W_c \cdot t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T)]^2 dt \quad (3.45)
\end{aligned}$$

$$E_4 = 1 - C_{1,i}^2 - C_{2,i}^2 \quad (3.46)$$

olup;

$$\hat{a}_4(t) = (s_4(t) + C_{2,i} \cdot \hat{a}_1(t) - C_{1,i} \cdot \hat{a}_2(t)) / J(d_i) \quad (3.47)$$

dir.

$\hat{a}_i(t)$, ($i = 1, 2, 3, 4$); her işaretleme aralığı için gereken ortonormal işaret kümesini verir. $(W_c \pm (\pi \cdot h_i))$ 'li dik dalga şekilleri kümesi (3.48 a,b,c,d) denklemleriyle ortogonal dalga şekillerine dönüşür.

$$s_1(t) = \hat{a}_1(t) \quad (3.48 a)$$

$$s_2(t) = \hat{a}_2(t) \quad (3.48 b)$$

$$s_3(t) = C_{1,i} \cdot \hat{a}_1(t) + C_{2,i} \cdot \hat{a}_2(t) + J(D_i) \cdot \hat{a}_3(t) \quad (3.48 c)$$

$$s_4(t) = -C_{2,i} \cdot \hat{a}_1(t) + C_{1,i} \cdot \hat{a}_2(t) + J(D_i) \cdot \hat{a}_4(t) \quad (3.48 d)$$

$s_i(t)$, ($i = 1, 2, 3, 4$) ifadeleri (3.19) denklemlerinde

yerine konulur,

$$r(t) = JE \cdot \cos \theta_i \cdot ((1+a_i)/2) \cdot \hat{a}_1(t) - JE \cdot \sin \theta_i \cdot ((1+a_i)/2) \cdot \hat{a}_2(t) +$$

$$JE \cdot \cos \theta_i \cdot ((1-a_i)/2) \cdot [C_{1,i} \cdot \hat{a}_1(t) + C_{2,i} \cdot \hat{a}_2(t) + JD_i \cdot \hat{a}_3(t)] -$$

$$JE \cdot \sin \theta_i \cdot ((1-a_i)/2) \cdot [-C_{2,i} \cdot \hat{a}_1(t) + C_{1,i} \cdot \hat{a}_2(t) + JD_i \cdot \hat{a}_4(t)] \quad (3.49)$$

ve düzenlenirse;

$$r(t) = J(E) \cdot [A_{1,i} \cdot \hat{a}_1(t) + A_{2,i} \cdot \hat{a}_2(t) + A_{3,i} \cdot \hat{a}_3(t) + A_{4,i} \cdot \hat{a}_4(t)] \quad (3.50)$$

$$A_{1,i} = \cos \theta_i \cdot ((1+a_i)/2) + C_{1,i} \cdot \cos \theta_i \cdot ((1-a_i)/2) + C_{2,i} \cdot \sin \theta_i \cdot ((1-a_i)/2) \quad (3.51 a)$$

$$A_{2,i} = -\sin \theta_i \cdot ((1+a_i)/2) + C_{2,i} \cdot \cos \theta_i \cdot ((1-a_i)/2) - C_{1,i} \cdot \sin \theta_i \cdot ((1-a_i)/2) \quad (3.51 b)$$

$$A_{3,i} = \cos \theta_i \cdot ((1-a_i)/2) \cdot J(D_i) \quad (3.51 c)$$

$$A_{4,i} = -\sin \theta_i \cdot ((1-a_i)/2) \cdot J(D_i) \quad (3.51 d)$$

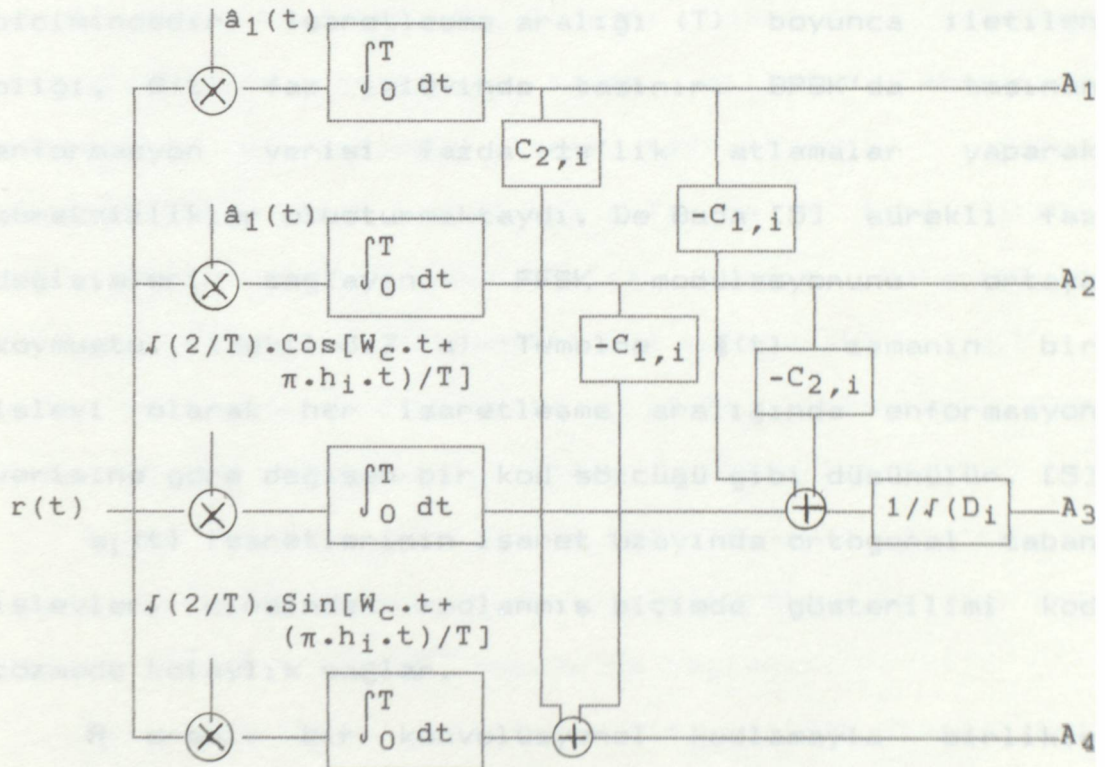
A_{ji} , ($j=1,2,3,4$) katsayıları enformasyon verisine bağlıdır. $a_i = \pm 1$ olup her işaretleşme aralığında θ_i başlangıç fazı, h_i modülasyon indisidir. Böylece $s_i(t)$ işareti vektör uzayında 4 vektör bileşeniyle bütünüyle belirlenmiş olur.

Alınan $r(t)$ işaretinden yeniden (A_{ij} , $j=1,2,3,4$) katsayıları elde edilir. Daha sonra alınan işaretin, iletilen işaret olup olmadığına karar verilir.

Alicıda 4 çarpıcı vardır. Her çarpıcıya $\cos(W_c \cdot t \pm (\pi \cdot h_i \cdot t)/T)$ ve $\sin(W_c \cdot t \pm (\pi \cdot h_i \cdot t)/T)$ den biri referans girişi olarak uygulanır. Referans işaretlerinin hepsi birbiri ile ortogonal değildir. Bileşenler taban işlevleri $\hat{a}_j(t)$ ($j=1,2,3,4$) kullanılarak belirlenir.

(Şekil-3.6)'dan görüldüğü gibi demodülatörün ilk referans girişi $\hat{a}_1(t)$ nin kendisidir ve çarpıcı çıkışı

$A_{1,i}$ 'dir. Benzer şekilde ikinci carpıcı çıkışı $A_{2,i}$ 'dir. $A_{3,i}$, $A_{1,i}$ ve $A_{2,i}$ 'nin bileşenleri ile çarpılıp toplanmasıyla belirlenir. Çünkü $\hat{a}_3(t)$ doğrudan referans girişi olarak uygulanmaz. Ortogonallik için bazı ara işlemler gerekir. $A_{4,i}$ 'de $A_{3,i}$ gibi üretilir.



Şekil-3.6. Çok-h'lı faz kodlamalı işaretlerin taban işlevleri cinsinden bileşenlerinin alıcıda elde edilmesi.

Sonuç olarak $r(t)$ işareti, ortonormal taban işlevleri cinsinden 4 bileşen ile işaret vektör uzayında bütünüyle belirlenmektedir. Uzak kodlarının genel bir

$$\hat{a}_1(t) = \sqrt{2/T} \cdot \cos(W_c \cdot t + (\pi \cdot h_1 \cdot t)/T) \quad \text{hata} \quad (3.52)$$

$$\hat{a}_2(t) = \sqrt{2/T} \cdot \sin(W_c \cdot t + (\pi \cdot h_1 \cdot t)/T) \quad (3.53)$$

$$\hat{a}_3(t) = 1/\sqrt{D_1} \cdot [\sqrt{2/T} \cdot \cos(W_c \cdot t - (\pi \cdot h_1 \cdot t)/T) - (3.54)]$$

$$\hat{a}_4(t) = 1/\sqrt{D_1} \cdot [\sqrt{2/T} \cdot \sin(W_c \cdot t - (\pi \cdot h_1 \cdot t)/T) + (3.55)]$$

$$C_{2,i} \cdot \hat{a}_1(t) - C_{1,i} \cdot \hat{a}_2(t) \quad (3.55)$$

3.8 Band verimlilikli işaret uzayı kodlarından çok-h'lı faz kodlamalı modülasyonlu işaretlerin özellikleri

Fazı kodlanmış sabit genlikli işaretlerin genel yapısı;

$$J((2.t/T).Cos(W_c.t+\theta(t)) \quad (3.56)$$

biçimindedir. İşaretleşme aralığı (T) boyunca iletilen bilgi, $\theta(t)$ faz işlevinde taşınır. BPSK'da taşınan enformasyon verisi fazda $\pm\pi$ 'lik atlamalar yaparak süreksizlikler oluşturmaktaydı. De Buda [5] sürekli faz değişimleri sağlayan FFSK modülasyonunu ortaya koymuştu. (Şekil-3.7 a) Temelde $\theta(t)$ zamanın bir işlevi olarak her işaretleşme aralığında enformasyon verisine göre değişen bir kod sözcüğü gibi düşünülür. [5]

$s_i(t)$ işaretlerinin işaret uzayında ortogonal taban işlevleri cinsinden kodlanmış biçimde gösterilimi kod çözmede kolaylık sağlar.

R oranlı bir konvolüsyonel kodlamayla birlikte yumuşak kararlı ("soft decision") kod çözme algoritması kullanılmasıyla iletim gücünden 2-5 dB kazanç sağlanır. Buna karşılık bant genişliğinde $1/R$ 'lik bir artış olur. Dolayısıyla güç kazancının bedeli bant genişliği artımıyla ödenir. İşaret uzayı kodlarının önemli bir bölümü bant genişliğini artırmadan hata başarımını iyileştirmektedir.

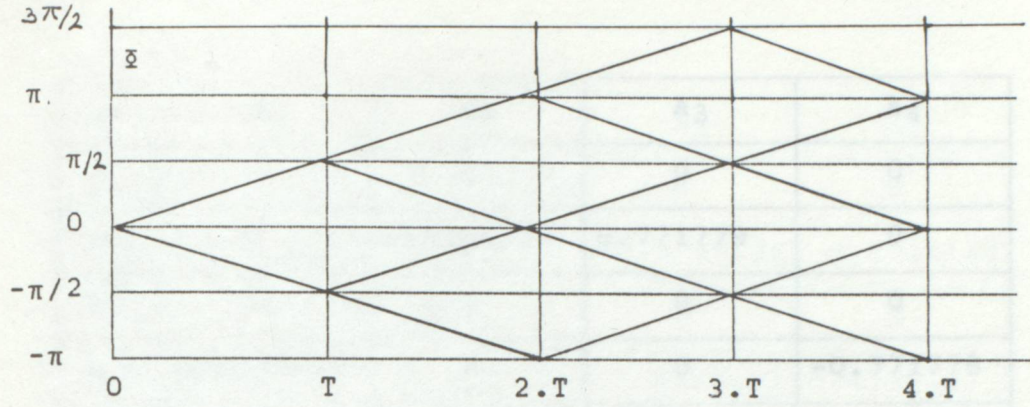
Çok-h'lı faz kodlamalı modülasyon tekniğini (MHPM) dayanarak tasarlanmış işaretler de işaret uzayında kodlanmış işaretler sınıfına girer. Her T işaretleşme aralığı boyunca işaret fazı $\theta(t)$ doğrusal olarak değişir

ve eğim bilgi bitiyle belirlenir. (Şekil-3.7 a)'dan da görüldüğü gibi böyle bir kodu içeren tüm faz dizileri zamanın işlevidir. Faz değerleri, mod 2π ile düzlem üzerinde değil bir silindir etrafında değişir. Kafes üzerinde her faz durumundan ayrılan yol çiftleri sadece durum bağlantılarını değil aynı zamanda kodlanmış işaretleri de gösterir. Kafes silindir etrafında simetriktir ve periyodik olarak tekrarlanır. Kafes üzerinde her zaman aralığında q faz ve K tane farklı indis kullanıldığı K zaman aralığı vardır. Dolayısıyla $q.K$ tane faz geçişi ("transition") bulunacaktır. $q.K$ küçük olduğunda kod çözücünde en büyük benzerlikli kod çözme yöntemi (Viterbi algoritması) kullanılabilir.

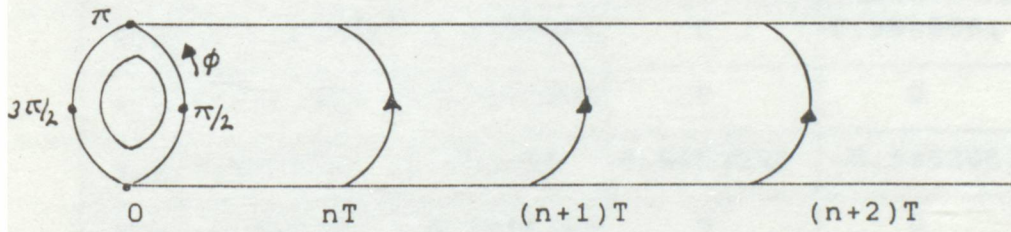
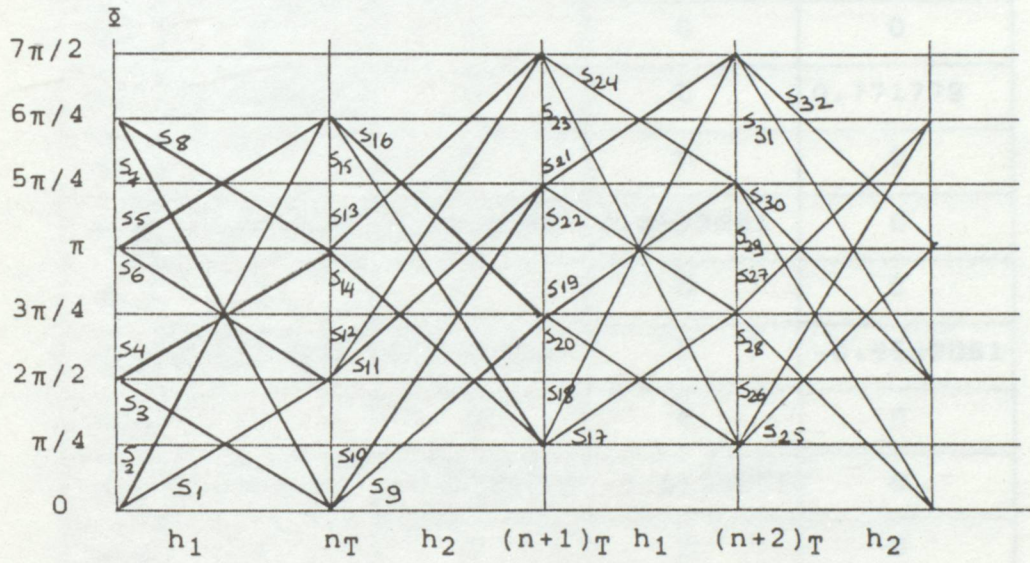
Indis kümesi, toplam 1'e eşit olmayan $1/q$ 'nın K farklı katından oluşur ve sınırlandırılmış uzunluğu $K+1$ olan bir kafes için $q \geq 2^K$ koşulu da sağlanır.

Faz kafesindeki fazların sayısı q olmak üzere, $(K+1)$ ile sınırlandırılmış kodlarda her zaman aralığında en az $q \geq 2^K$ faz bulunur.

Pratikteki faz kodları için q faz sayısı yeterince küçük tutulmalıdır. Küçük oranlara sahip olmayan h_i 'ler seçilirse kafes karmaşıklığı artar ve en büyük benzerlikli kod çözme işlemi zorlaşır.



Şekil-3.7 a. FFSK için faz geçişleri.



Şekil-3.7 b. $h_1=2/4$, $h_2=3/4$ lü 4 faz durumlu MHPM kod kafesi mod 2 ile silindirik bir yapıdadır. (Kırık çizgiler silindirin arkasındaki geçişleri gösterir.)

s_i	A_1	A_2	A_3	A_4
s_1	1	0	0	0
s_2	0	0.6366197	0.771779	0
s_3	0	-1	0	0
s_4	0.6366197	0	0	-0.771779
s_5	-1	0	0	0
s_6	0	-0.6366197	-0.771779	0
s_7	0	1	0	0
s_8	-0.6366197	0	0	0.771779
s_9	1	0	0	0
s_{10}	-0.2122066	0.2122065	0.9539061	0
s_{11}	0	-1	0	0
s_{12}	0.2122066	0.2122065	0	-0.9539061
s_{13}	-1	0	0	0
s_{14}	0.2122065	-0.2122066	-0.9539061	0
s_{15}	0	1	0	0
s_{16}	-0.2122066	-0.2122065	0	0.9539061
s_{17}	0.7071068	-0.7071068	0	0
s_{18}	0.450158	0.450158	0.5453052	-0.5453052
s_{19}	-0.707107	-0.7071066	0	0
s_{20}	0.4501581	-0.4501581	-0.5453053	-0.545305
s_{21}	-0.7071065	0.7071071	0	0
s_{22}	-0.450158	-0.450158	-0.5453049	0.5453053
s_{23}	0.7071068	0.7071068	0	0
s_{24}	-0.4501582	0.450158	0.5453052	0.5453052
s_{25}	0.7071068	-0.7071068	0	0
s_{26}	0	0.3001054	0.6745134	-0.6745134

s_1	A_1	A_2	A_3	A_4
s_{27}	-0.707107	-0.7071066	0	0
s_{28}	0.3001054	0	-0.6745136	-0.6745133
s_{29}	-0.7071065	0.7071071	0	0
s_{30}	0	-0.3001054	-0.6745132	0.6745137
s_{31}	0.7071068	0.7071068	0	0
s_{32}	-0.3001054	0	0.6745134	0.6745134

3.9 Uzaklık yapısı ve hesaplama yöntemi

Bir $s(t)$ işareti iletildiğinde bu işaretin alınma olasılığını hesaplamak için, bu iki işaret arasındaki işaret vektör bileşenlerinin uzaklığını bulmak gerekir. İkili doğrusal kodlardaki durumun aksine çok h'li kodlarda komşu uzaklıklar iletilen kod sözcüklerine bağlıdır ve her iletilen kod için hesaplanmalıdır.

s_1 iletildiğinde faz kafesindeki s_2 işaretine kod çözülme olasılığı, Gauss gürültülü kanallarda;

$$Q[d(1,2)\sqrt{E/(2N_0)}] \quad (3.56)$$

dir. Eşit dağılımlı Gauss gürültü gücü $N_0/2$ olup burada;

$$Q(x) = \int_x^\infty \exp(-t^2/2) \cdot 1/(\sqrt{2\pi}) dt \quad (3.57)$$

ve $d(1,2) = s_1$ ve s_2 işaretleri arasındaki Öklid uzaklığıdır.

$$d^2(1,2) = \sum_{n=1}^L d_n^2(1,2) \quad (3.58)$$

$$d_n^2(1,2) = 2 \cdot [1 - ((\sin D\theta_{n+1} - \sin D\theta_n) / (D\theta_{n+1} - D\theta_n))] \quad (3.59)$$

(3.59) denklemi, $d^2(1,2)$ 'nin hesaplanması bölümünde elde edilmiştir.

$$D\theta_{n+1} = D\theta_n \text{ ise;}$$

$$d_n^2(1,2) = 2 \cdot (1 - \cos D\theta_n) \quad (3.60)$$

dir.

$D\theta_n$: n. aralık başlangıcında s_1 ve s_2 işaretleri arasındaki faz farkıdır.

$d(.,.)$: Her aralığın başlangıcındaki faz farkına bağlıdır, aralıktan aralığa eklenerek artar.

(3.58)'de hata olayı uzunluğu L adımdır. Başka bir deyişle, s_1 ve s_2 işaretleri, L aralık boyunca farklı faz yolları izler.

Yeterince büyük E/N_0 ve d_s (serbest uzaklık, "d_{free}"), en büyük benzerlikli kod çözme algoritması yardımıyla, küçük hata olasılıklarına erişilebilir.

Serbest uzaklık, aynı durumdan kalkıp aynı durumda biten yol çiftleri arasında bulunabilecek en küçük Öklid uzaklığıdır.

İkili doğrusal kodlarda her zaman d_s bulmak için durum kafesinde tüm sıfır dizisi doğru dizi varsayılabildiğinden d_s 'in hesabı kolaydır. MHPM'de d_s iletilmiş yolla değişir. Burada d_s 'i bulmak için hem iletilen hem de komşu olan yollar değerlendirilmek zorundadır. Serbest uzaklık faz sayısı ve h_i ile artar.

İki işaret arasındaki uzaklık şöyle hesaplanabilir:

$s_1(t)$ ve $s_2(t)$ işaretleri;

$$\sqrt{2E/t} \cdot \cos(\omega_c t + \Omega_i t + \theta_i) \quad (3.61)$$

dir. Burada;

θ_i : T aralığı boyunca sabittir.

Ω_i : $2\pi h_i/T$, i. aralık boyunca frekans sapmasıdır.

h_i : i. aralık boyunca mod. indisidir.

n. aralık için $s_1(t)$ ve s_2 işaretleri arasındaki karesel

uzaklık;

$$\int_{nT}^{(n+1).T} (s_1 - s_2)^2 dt = \int_{nT}^{(n+1).T} s_1^2 dt + \int_{nT}^{(n+1).T} s_2^2 dt - 2 \int_{nT}^{(n+1).T} s_1 \cdot s_2 dt$$

$$= 2.E - 2 \int_{nT}^{(n+1).T} s_1 \cdot s_2 dt, \quad W_c \gg \quad (3.62)$$

(3.62)'deki ikinci terim,

$$\int_{nT}^{(n+1).T} s_1 \cdot s_2 dt = (2.E/T) \cdot \int_{nT}^{(n+1).T} \cos(W_c t + \Omega_1 \cdot t + \theta_1) \cdot \cos(W_c t + \Omega_2 \cdot t + \theta_2) dt \quad (3.63)$$

olup,

$$\cos a \cdot \cos b = (1/2) \cdot [\cos(a+b) + \cos(a-b)] \quad (3.64)$$

trigonometrik eşitliğinden;

$$\int_{nT}^{(n+1).T} s_1 \cdot s_2 dt = (E/T) \cdot \left\{ \int_{nT}^{(n+1).T} \cos(2.W_c t + \Omega_1 \cdot t + \Omega_2 \cdot t + \theta_1 + \theta_2) dt + \int_{nT}^{(n+1).T} \cos(\Omega_1 \cdot t - \Omega_2 \cdot t + \theta_1 - \theta_2) dt \right\} \quad (3.65)$$

$$\int_{nT}^{(n+1).T} s_1 \cdot s_2 dt = (E/T) \cdot \left[\frac{\sin[(\Omega_1 - \Omega_2) \cdot t + (\theta_1 - \theta_2)]}{(\Omega_1 - \Omega_2)} \right]_{nT}^{(n+1).T} + \epsilon$$

$$\epsilon \rightarrow 0 \text{ ve } W_c \rightarrow \infty \text{ ise} \quad (3.66)$$

$$= (E/T) \cdot \left\{ [\sin(\Omega_1 - \Omega_2) \cdot (n+1) \cdot T + (\theta_1 - \theta_2) - \sin(\Omega_1 - \Omega_2) \cdot n \cdot T + (\theta_1 - \theta_2)] / (\Omega_1 - \Omega_2) \right\} \quad (3.67)$$

yazılır.

$$(\Omega_1 - \Omega_2) \cdot (n+1) \cdot T + (\theta_1 - \theta_2) = D\theta_{n+1} \quad (3.68 a)$$

$$(\Omega_1 - \Omega_2) \cdot n \cdot T + (\theta_1 - \theta_2) = D\theta_n \quad (3.68 b)$$

olursa;

$$d^2(1,2) = 2.E - (2.E/T) \cdot \left\{ [\sin(D\theta_{n+1}) - \sin(D\theta_n)] / [(1/T) - (D\theta_{n+1} - D\theta_n)] \right\} \quad (3.69)$$

dır. $E = 1$ için;

$$d^2(1,2) = 2 \cdot \left\{ 1 - [\sin(D\theta_{n+1}) - \sin(D\theta_n)] / (D\theta_{n+1} - D\theta_n) \right\} \quad (3.70)$$

dir.

3.10 Kod çözme yöntemi, viterbi algoritması

Cok h'lı faz kodlamalı modülasyonda q.K, faz durum sayısı küçük olduğunda en büyük benzerlikli kod çözme

yöntemi (VİTERBİ algoritması) uygulanır. Bu tezde, Gauss ve sönümlmeli kanallar üzerinde MHPM'in başarımını benzetim çalışmasıyla incelerken Viterbi Kod Çözme algoritması kullanılmıştır.

Kod çözme işlemi, L aralıkta gerçekleştirilir.

$\underline{r}$: Her işaretleşme aralığında alıcıdaki işaret vektörü,

$\underline{s}_i$: Her aralık boyunca kafes üzerindeki her bir durumdan ayrılan işaret vektörü,
olmak üzere işlem adımları şöyle sıralanabilir;

1. Adım: $d^2(\underline{r}, \underline{s}_i)$, uzaklıkları, kafesin ilk T aralığındaki her bir durum için bulunur.

Her varış düğümü için $\underline{r}$ iki $\underline{s}_i$ 'den hangisine yakınsa

— uzaklığı (metrik)

— 0 $\underline{s}_i$ 'nin kalkış düğümünü kalan düğüm ("Survivor") olarak saklar.

2. Adım: $d^2(\underline{r}, \underline{s}_i)$

uzaklığı, ikinci aralık için de bulunur.

Her varış düğümü için $d^2(\underline{r}, \underline{s}_i) + (\text{Bir önceki adımdaki metrik})$ hesaplanır. İki $\underline{s}_i$ 'den hangisi yakınsa,

— uzaklığı (metrik)

— 0 $\underline{s}_i$ 'nin kalkış düğümü kalan düğüm olarak saklanır.

3. Adım: Son aralığa kadar 2. adım tekrarlanır.

4. Adım: Son aralıkta birikmiş uzaklığı minimum olan düğüm seçilir ve o düğümden önceki tüm kalan düğümlere dayanarak karar verilecek dizi belirlenir.

4. SÖNÜMLEMELİ ("FADING") KANALLAR İÇİN ÇOK-H'LI FAZ KODLAMALI MODÜLASYON TEKNİĞİNE GÖRE TASARLANMIŞ İŞARETLERİN VEKTÖREL BİLEŞENLERİNİN ELDE EDİLMESİ

4.1 Sönümlemeli ("fading") kanal

Kuramsal çalışmalarda bir sayısal iletişim sisteminin, klasik toplamsal Gauss gürültülü ("AWGN") kanalda daha iyi başarımlar sağlayabilmesi için, özel işaretleşme teknikleri geliştirilmiştir. Bu çeşit kanal modellerinde, kanal parametrelerinin zamanla değişmediği ve iletimin tek yol üzerinden yapıldığı kabul edildiği için, kanalın gönderilen işaret üzerindeki etkilerinin alıcı tarafından bilindiği varsayılır.

İletim ortamı olarak atmosfer kullanıldığında, gönderilen işaret, kırınım ve saçınım gibi fiziksel olaylar nedeniyle alıcıya birçok yol üzerinden genlik ve fazı zamana göre raslantısal olarak değişerek ulaşır. Kanalın zamanla değişen impuls yanıtları, ortamın fiziksel karakteristiğinin daima değişen bir işlevidir. [15],[18]

Kanal istatistiklerinin zamanla değişiminin, vericiden gönderilen işaretin genlik ve fazında oluşturduğu bozulmalar sönümleme ("fading"), bu tür kanallar da sönümlemeli kanal olarak adlandırılır. Sönümlemeli kanallarda sönümleme etkisinin yanında gürültünün bozucu etkisi de vardır.

4.2 Çok yollu sönümlemeli kanalların temel özellikleri

Zamanla değişen çok yollu bir kanala çok kısa süreli bir darbe veya bir impuls gönderirsek, alınan işaret bir

impuls dizisi olacaktır. Çok yollu ortamın temel özellikleri;

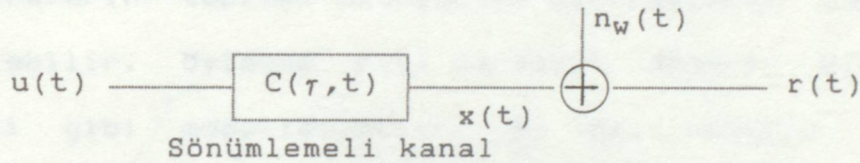
a) Kanalda iletilen işaretin zamana yayılması.

b) Ortamın yapısının zamanla değişmesi biçiminde sıralanabilir.

Darbe şeklinde gönderilen dizi ard arda tekrarlanırsa, alınan darbe dizisi, darbeler arasındaki bağıl gecikme ve darbe sayısı değişecektir.

Zaman değişimlerinin kanal kullanıcısı tarafından bilinmesi, ancak kanal istatistiklerine bakılarak sağlanabilir.

Bir sönümlmeli kanal modeli (Şekil-4.1)'de verilmiştir.



Şekil-4.1. Sönümlmeli kanal modeli

Kanaldan iletilen işaret $s(t)$;

$$s(t) = \text{Re}[u(t) \cdot \exp(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot t)] \quad (4.1)$$

dir. iletilen işaretin kanalda n yoldan ("path") yayıldığını varsayalım. Ortamın fiziksel özelliklerinden dolayı, her yolun bir yayılma gecikmesi ve bir zayıflama katsayısı olacaktır. Dolayısıyla sönümlmeli kanal çıkışındaki $x(t)$ işareti;

$$x(t) = \sum_n \alpha_n(t) \cdot s[t - \tau_n(t)] \quad (4.2)$$

burada,

$\alpha_n(t)$: n . yoldan alınan işaretin zayıflaması

$\tau_n(t)$: n . yolun yayılma ("propagation") gecikmesi

dir. $x(t)$ 'yi yeniden düzenlersek;

$$x(t) = \text{Re}(\{\sum_n \alpha_n(t) \cdot \exp(-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot \tau_n(t)) \cdot u[t - \tau_n(t)]\} \cdot \exp(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot t)) \quad (4.3)$$

olup, alçak geçiren eşdeğeri;

$$r(t) = \sum_n \alpha_n(t) \cdot \exp(-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot \tau_n(t)) \cdot u[t - \tau_n(t)] \quad (4.4)$$

$$\sum_n \alpha_n(t) \cdot \exp(-j \cdot \theta_n(t)) \cdot u[t - \tau_n(t)] \text{ dir. gecikmeli}$$

$u(t)$ eşdeğer alçak geçiren işaretine, kanalın eşdeğer alçak geçiren yanıtı $r(t)$ 'dir. Eşdeğer alçak geçiren kanalın zamanla değişen impuls yanıtı;

$$C(r,t) = \sum_n \alpha_n(t) \cdot \exp(-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f_c \cdot \tau_n(t)) \cdot \delta(t - \tau_n(t)) \quad (4.5)$$

biçimindedir. fonksiyonunda $Dt = 0$ olduğunda;

$r(t)$ işareti, n yoldaki rasgele zayıflama ve gecikmelerin toplamı olduğundan bir raslantı sürecidir, denilebilir. Öyleyse $r(t)$ karmaşık değerli bir Gauss süreci gibi modellenenebilir. Bu da, kanalın zamanla değişen impuls yanıtı, $C(r,t)$ 'nin t 'ye bağlı karmaşık değerli Gauss süreci olduğunu belirtir.

Impuls yanıtı $C(r,t)$, sıfır ortalamalı karmaşık değerli Gauss süreci şeklinde modellenirse, her t aralığındaki $|c(r,t)|$ zarfı Rayleigh dağılımına uyar ve kanal Rayleigh dağılımlı kanal olarak adlandırılır. Birçok gerçek iletim kanalı (örneğin HF ve troposcatter) bu özelliklere sahip olduğundan tez çalışmasında sadece Rayleigh sönümlmeli kanalları üzerinde çalışılmıştır.

Çok yollu sönümlmeli kanal karakteristiklerini belirlemek için güç spektral yoğunluk fonksiyonları ve ilişki fonksiyonlarından yararlanılır. [16] $C(r,t)$ kanal impuls yanıtı sıfır ortalamalı karmaşık değerli Gauss

raslantı süreci olup geniş anlamda durağan ("stasyonær") dir. $C(\tau, t)$ 'nin ilişki fonksiyonu;

$$\begin{aligned}\bar{\Phi}_C(\tau_1, \tau_2; Dt) &= \frac{1}{2} E[C^*(\tau_1; t) \cdot C(\tau_2; t+Dt)] \\ &= \bar{\Phi}_C(\tau_1; Dt) \cdot \delta(\tau_1 - \tau_2)\end{aligned}\quad (4.6)$$

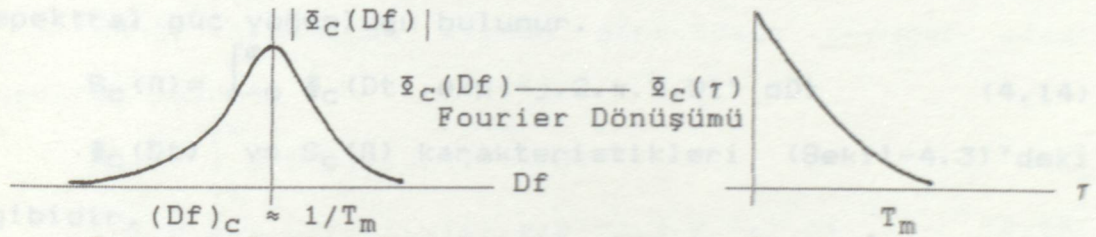
biçimindedir.

İlişki fonksiyonundan görüldüğü gibi, τ_1 gecikmeli yolla ilgili kanal zayıflatması ve faz kayması, τ_2 gecikmeli yolla ilgili kanal zayıflatması ve faz kayması ilişkisizdir. Bu durum ilişkisiz saçınım ("uncorrelated scattering") olarak adlandırılır.

Öz ilişki fonksiyonunda $Dt = 0$ olduğunda;

$$\bar{\Phi}_C(\tau, 0) = \bar{\Phi}_C(\tau) \quad (4.7)$$

olup, kanal çıkışındaki ortalama gücü verir.



Şekil-4.2 Kanalın impuls yanıtı $C(\tau, t)$ 'nin ilişki

fonksiyonu ve ortalama gücü.

Zamanla değişen kanalın gerçek karakteristiğini tanımlamak için frekans domeninde işlemler yapılır. Önce $C(\tau, t)$ impuls yanıtının Fourier dönüşümü alınır.

$$C(f, t) = \int_{-\infty}^{\infty} C(\tau, t) \cdot \exp(-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \tau) d\tau \quad (4.8)$$

$C(\tau, t)$ karmaşık değerli t değişkenli sıfır ortalamalı Gauss raslantı sürecidir. Dolayısıyla $C(f, t)$ de aynı özelliklere sahiptir. Bu koşullar altında kanal geniş anlamda durağandır ve özilişki fonksiyonu;

$$\bar{\Phi}_C(f_1, f_2; Dt) = \frac{1}{2} E[C^*(f_1, t) \cdot C(f_2; t+Dt)] \quad (4.9)$$

Yukarıdaki ifade $\Phi_C(\tau, Dt)$ 'nin Fourier dönüşümüdür.

Özilişki ifadesinde $Dt = 0$ olduğunda;

$$\Phi_C(Df, 0) \equiv \Phi_C(Df) \quad (4.10 \text{ a})$$

$$\Phi_C(\tau, 0) \equiv \Phi_C(\tau) \quad (4.10 \text{ b})$$

dır.

$$\Phi_C(Df) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_C(\tau) \cdot \exp(-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \tau) d\tau \quad (4.11)$$

frekans dönüşümünün bir sonucu olarak;

$$(Df)_C = 1/T_m \quad (4.12)$$

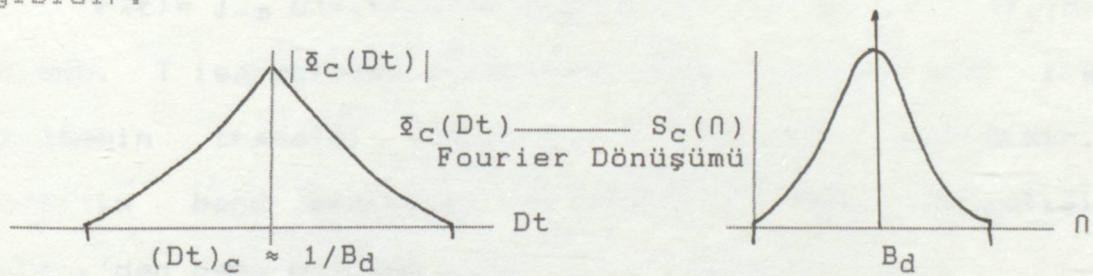
dir. $\Phi_C(Df, Dt)$ bağıntısının Dt 'ye göre Fourier dönüşümü alınarak, kanalın zamana bağlı değişimlerinin bir sonucu olan Doppler olayı, $S_C(Df, \Omega)$ bağıntısıyla bulunur.

$$S_C(Df, \Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_C(Df, Dt) \cdot \exp(-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \Omega \cdot Dt) dDt \quad (4.13)$$

Ω : Doppler frekansıdır. $Df = 0$ yapılarak kanalın spektral güç yoğunluğu bulunur.

$$S_C(\Omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_C(Dt) \cdot \exp(-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot \Omega \cdot Dt) dDt \quad (4.14)$$

$\Phi_C(Dt)$ ve $S_C(\Omega)$ karakteristikleri (Şekil-4.3)'teki gibidir.



Şekil-4.3 Kanalın spektral güç yoğunluğu grafiği.

Kanal zamanla değişmiyorsa $\Phi_C(Dt) = 1$ ve $S_C(\Omega)$ bir Delta dırac fonksiyonudur. ($\delta(\Omega)$) Kanalda zamanla bir değişme olmadığından iletilen frekans tonunda bir spektral genişleme olmaz.

Sönümlmeli kanalların temel özelliklerinden yararlanarak [18] sönümlmeli kanal modelleri

gerçekleştirilir.

4.3 Sönümlmeli kanal modelleri ve iletilen işaret karakteristiklerinin kanal seçimine etkisi

Sönümlmeli kanallar temel olarak iki şekilde modellenebilirler;

1) Yavaş sönümlmeli ("Slowly fading or short-term") kanal modeli.

2) Hızlı sönümlmeli ("Rapidly fading or long-term") kanal modeli.

İşaret karakteristiği cinsinden kanal;

1) Frekans seçici ("Frequency selective") kanal.

2) Frekans seçici olmayan ("Frequency nonselective") kanal sınıflamaları yapılabilir.

Kanal çıkışında alınan gürültüsüz eşdeğer alçak geçiren işaret;

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} C(\tau, t) \cdot u(t-\tau) d\tau$$

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} C(f, t) \cdot u(f) \cdot \exp(-j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) df \quad (4.15)$$

olsun. T işaretleşme aralığında alınan işaret $U(f)$ ile sistemin transfer fonksiyonu $C(f, t)$ 'nin çarpımıdır. $U(f)$ 'in band genişliği W, kanalın band genişliği $(Df)_c$ 'den daha büyükse kanal Frekans Seçici'dir.

$C(f, t)$ 'deki zamanla değişimler, işaretin bozulmasına neden olan sönümlemedir ve iletilen işaret her işaretleşme aralığında $C(f, t)$ 'deki değişimlerden etkilenir.

Kanalın iletilen işarete etkisinde, iletilen işaretin band genişliğinin ve işaret süresinin seçimi önemlidir. [18]

İşaretleşme aralığı $T \gg T_m$ olacak şekilde seçersek, kanaldaki işaretler arası girişim ihmal edilebilir. İşaretin band genişliği;

$W \approx 1/T$ ve $T \gg T_m$ ise $W \ll (Df)_c$ olur. Dolayısıyla işaret bant genişliği kanalın Coherent bant genişliğinden çok çok küçüktür. Kanal, Frekans Seçici Olmayan, durumdadır. Kanal boyunca iletilen işaret işaretleşme aralığı boyunca aynı zayıflama ve faz kaymasına sahip olacaktır.

Kanalın zamanla değişen transfer fonksiyonu $C(f,t)$, frekansla değişen karmaşık sabit değerdedir. $U(f)$ fonksiyonu $f = 0$ civarında temel bantlı bir işaret olduğundan;

$$\begin{aligned} C(f,t) &= C(0,t) \text{ ve} \\ r(t) &= C(0,t) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} U(f) \cdot \exp(j \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot t) df \\ &= C(0,t) \cdot U(t) \end{aligned} \quad (4.16)$$

İşaret bant genişliği W , kanal için yeterli olan $(Df)_c$ bant genişliğinden çok küçük olduğunda, alınan işaret kompleks değerli Gauss raslantı süreci $C(0;t)$ ile iletilen işaretin çarpımıdır ve alınan işaret kanalda saçılmalara uğramadan alınmıştır. Çünkü;

$$W \ll (Df)_c \quad (4.17)$$

dır.

Frekans seçici olmayan kanal için $C(0;t)$ transfer fonksiyonu;

$$C(0;t) = \alpha(t) \cdot \exp(-j \cdot \theta(t)) \quad (4.18)$$

$\alpha(t)$: Eşdeğer alçak geçiren kanalın zarfı

$\theta(t)$: Eşdeğer alçak geçiren kanalın fazıdır.

$C(0,t)$ sıfır ortalamalı kompleks değerli Gauss raslantı sürecine göre modellendiğinde herhangi bir t anı için $\alpha(t)$ zarfı RAYLEIGH dağılımlı ve $\theta(t) [-\pi, \pi]$ aralığında DÜZGÜN dağılımlıdır. Frekans Seçici olmayan kanalların sönümü ya ilişki fonksiyonu $I_C(Dt)$ yada Doppler Güç spektrumunu $S_C(f)$ ile belirlenir. Başka bir deyişle, sönümü karakterize eden faktör $(Dt)_C$, $T \ll (Dt)_C$ şartını sağlıyorsa T işaretleşme aralığı boyunca kanal zayıflatması ve faz kayması sabittir. Bu şart altındaki kanal, Yavaş Sönümlemeli Kanal ("Slowly Fading Channel") olarak adlandırılır.

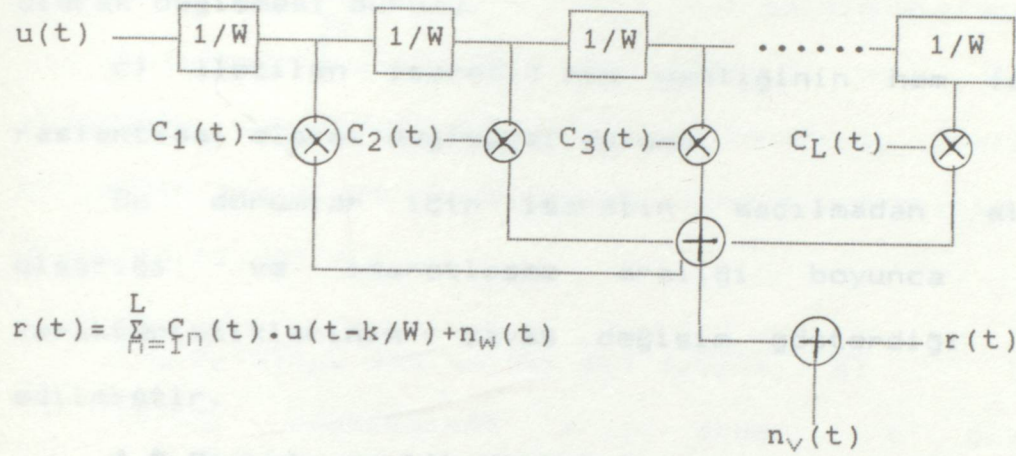
Frekans seçici olmayan ve yavaş sönümlemeli kanal;

$$T_m \cdot B_d < 1 \quad (4.19)$$

şartını sağlar. $T_m \cdot B_d$, kanalın saçılma faktörüdür. $T_m \cdot B_d < 1$ ise kanal saçılmasız ("underspread"), $T_m \cdot B_d > 1$ ise kanal saçılmalı ("overspread")'dir.

Yavaş Sönümleme özelliği, kanal karakteristiklerinin çok yavaş değişmesi ve bunların ölçülebilmesi anlamındadır. Yapılan tez çalışmasında, frekans seçici olmayan, yavaş sönümlemeli kanallar ele alınmıştır.

$(Df)_C \ll W$ olması kanalın frekans seçici özelliğini getirir. Hızlı sönümlemeli kanalların istatistiklerini çıkarabilmek için en güvenilir yol, kanalın uzun süreli değişimlerinin gözlenmesidir. Bu tür kanal zamanla değişen vurum katsayılı süzgeç ile modellenebilir.



Sekil-4.4 Frekans seçici kanal modeli

Sönümlmeli kanal modellerinde, kanaldan iletilen işaretin bant genişliğinin kanalın bant genişliğinden çok çok küçük olduğu ($W \ll (Df)_c$) kabul edilir. Bu kabul ile kanal istatistiklerinin işaretlenme aralığı boyunca değişmediği kanal karakteristiklerinin zamandan bağımsız olduğu düşünülebilir.

Frekans seçici kanallarda, iletilen her frekanstaki işaret farklı şekilde etkilenir. ($W \gg (Df)_c$) koşulu kabul edilir.

Frekans seçici yavaş sönümlmeli kanallar, geniş anlamda durağan, ilişkisiz saçınımlı kanal olarak ("wide-sense-stationary uncorrelated scattering channel model WSSUS) modellenenebilir.

4.4 Sönümlmeli kanallarda hata başarımı

Sönümlmeli kanallarda alıcıda yapılan hata olasılığı üç ayrı durum için incelenebilir.

a) iletilen işaretin sadece genliğinin raslantısal olarak değişmesi durumu.

b) iletilen işaretin sadece fazının raslantısal

olarak değişmesi durumu.

c) iletilen işaretin hem genliğinin hem fazının raslantısal olarak değişmesi durumu.

Bu durumlar için işaretin saçılmadan alıcıya ulaştığı ve işaretleşme aralığı boyunca kanal karakteristiklerinin yavaş değişim gösterdiği kabul edilmiştir.

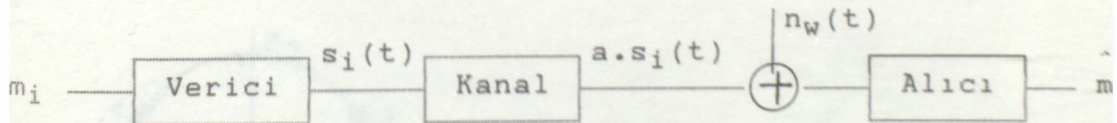
4.5 Rasgele genlik değişimi

Tek bir parametresi raslantısal olarak değişen sönümlmeli kanal en basit kanal modelidir [15] ve böyle bir kanaldan alınan işaret:

$$r(t) = a.s(t) + n_w(t) \quad (4.20)$$

olur. a , olasılık yoğunluk fonksiyonu $p(a)$ olan bir raslantı değişkenidir. a parametresi iletilen $s(t)$ işaretinden ve kanaldaki toplamsal Gauss gürültüsünden ($n_w(t)$) istatistiksel bağımsızdır.

Böyle bir iletişim sisteminin blok diyagramı (Şekil-4.5)'te verilmiştir.



Şekil-4.5 iletişim sisteminin blok diyagramı.

Optimum alıcıya gelen işaretin $m = m_i$ olması ancak ve ancak;

$$p(m_i | r=P) = (p(m_i) \cdot p(p|m_i)) / p_r(p) \quad (4.21)$$

en büyük olduğunda gerçekleşir. m_i 'ler eşit olasılıklı varsayıldığına göre i . giriş verisi için;

$p_r(p|m_i)$ maksimum olmalıdır. Optimum alıcı

ifadesinde, rasgele değişen a parametresinin etkisi;

$$P_r(p|m_i) = \int_{-\infty}^{\infty} P_r(p|m_i, a=\alpha) \cdot p_a(\alpha) d\alpha \quad (4.22)$$

olacaktır. Yukarıdaki eşitliğin sağ tarafı m_i işaretinde a 'lık bir zayıflama olduğunda ortalama p işaretinin olma olasılığını verir.

$$\int_{-\infty}^{\infty} P_r(p|m_i, a=\alpha) \cdot p_a(\alpha) d\alpha = \overline{P_r(p|m_i, a)} \quad (4.23)$$

(4.23) denkleminde p 'nın değeri, α değerine bağlıdır. $[\alpha, \alpha+d]$ aralığındaki a 'nın olasılığı $p_a(\alpha)d\alpha$ olup, a bir raslantı değişkenidir.

$$E[P_r(p|m_i, a)] = \int_{-\infty}^{\infty} P_r(p|m_i, a=\alpha) \cdot p_a(\alpha) d\alpha \quad (4.24)$$

olup aynı zamanda ;

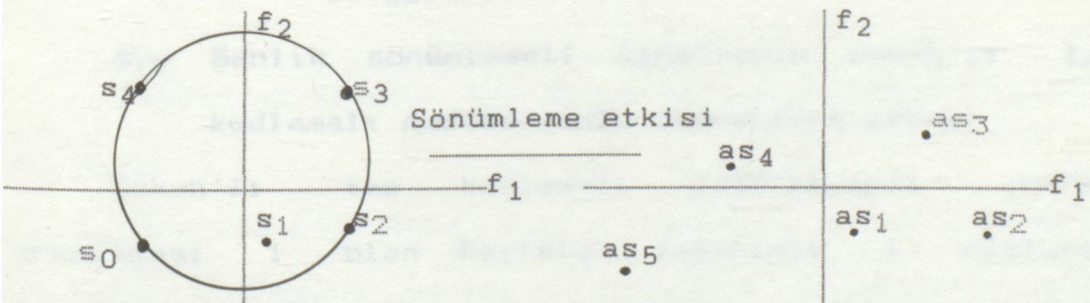
$$P_r(p|m_i) = \overline{P_r(p|m_i, a)} \quad (4.25)$$

dır ve;

$$P_r(p|m_i, a) = P_r(p - a s_i) \quad (4.26)$$

denkleminde beyaz Gauss gürültüsünün olasılığını verir.

İşaret vektör uzayında her $\{s_i\}$ bileşeni, bu raslantısal a değişkeninin etkisiyle $\{a s_i\}$ bileşenine dönüşecektir. Örneğin;



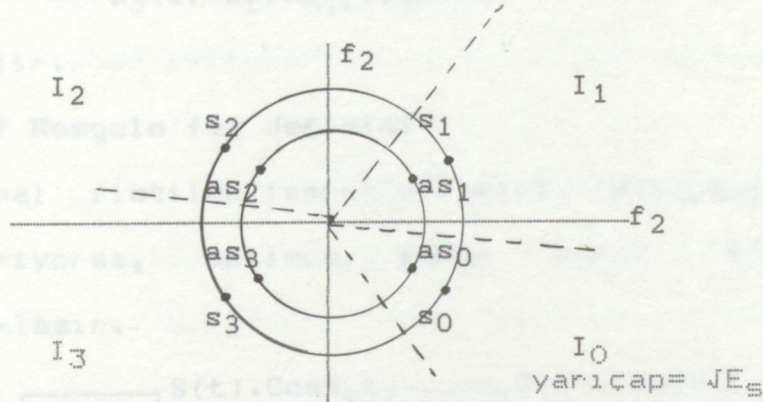
Şekil-4.6 işaret vektör uzayında genlik

sönümlemesinin etkisi.

(Şekil-4.6)'da görüldüğü gibi her bir s_i bileşeni a zayıflamasıyla radyal olarak ötelenir. İşaretlere ait

optimum karar bölgeleri a zayıflamasıyla değişmez. (a zayıflaması pozitif ve $\{s_i(t)\}$ 'ler eşit enerjili olduğunda) ve optimum alıcı hala optimumdur. Ancak, a raslantı değişkenlerinin sıfıra yakın olmaması gerekir. Çünkü bu $\{as_i\}$ işaretinin enerjisi çok küçülecek ve çok küçük bir Gauss gürültüsü bile işaretin farklı bir karar bölgesinde bulunmasına ve optimum alıcının yanlış bir s_i işaretine karar vermesine neden olacaktır.

Görüldüğü gibi sönümleme etkisi toplamsal Gauss gürültülü kanallarda optimum alıcının, daha fazla hata yapmasına neden olacaktır.



Şekil-4.7 Pozitif zayıflamayla değişmeyen karar bölgeleri.

4.6 Genlik sönümlemeli kanalların çok-h'lı faz kodlamalı modülasyonlu işaretlere etkisi

Çok-h'lı faz kodlamalı modülasyonda (MHPM) ortalaması 1 olan Rayleigh dağılımlı a raslantı değişkeni, $s_i(t)$ sürekli işaretinin işaret vektör uzayındaki bileşenlerinin genliklerini a kadar değiştirir.

MHPM işareti, yalnızca genlik değişimli sönümlemeli kanal çıkışındaki $r = a \cdot \underline{s}_i$ 'dir.

class: MHPM / işaretleri; fonksiyonu;

$$S_i(t) = \sqrt{2E_s/T} \cdot \cos[W_c t + (a_i \cdot \pi \cdot h_i \cdot t)/T + \theta] \quad (4.27)$$

(4.27) denkleminde N tane taban işlevi cinsinden işaret vektör uzayında;

$$S_i(t) = \sum_{j=1}^N S_{ij} \cdot \tilde{a}_j(t) \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (4.28)$$

yazılabilir. Genlik değişimli sönümlemeli kanal çıkışındaki işaret $s_i'(t)$ vektörel olarak;

$$S_i'(t) = \sum_{j=1}^N a_i \cdot S_{ij} \cdot \tilde{a}_j(t) \quad i = 0, 1, \dots, M-1 \quad (4.29)$$

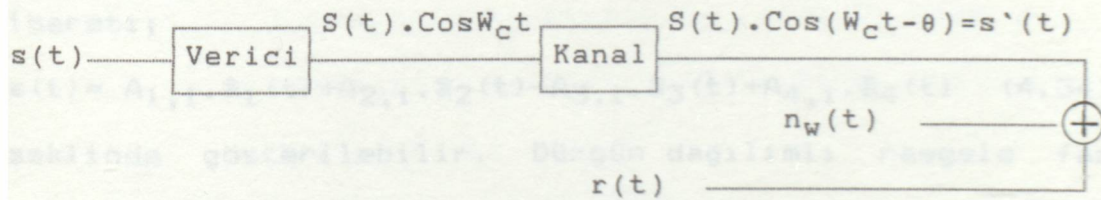
düzenlenirse;

$$S_i'(t) = \sqrt{E} \cdot [a_i \cdot A_{1,i} \cdot \tilde{a}_1(t) + a_i \cdot A_{2,i} \cdot \tilde{a}_2(t) + a_i \cdot A_{3,i} \cdot \tilde{a}_3(t) + a_i \cdot A_{4,i} \cdot \tilde{a}_4(t)] \quad (4.30)$$

gösterilir. Taban işlevleri cinsinden nasıl gösterilebilir?

4.7 Rasgele faz değişimi

Kanal iletilen işaretin fazını raslantısal olarak değiştiriyorsa, optimum karar kuralı biraz daha karmaşıklaşır. Şöyle ki, taban işlevleri cinsinden $s(t)$



Şekil-4.8 Rasgele faz değişimli sönümlemeli iletişim sistemi.

Yukarıda $s(t)$ temel bantlı işaretin, kanal çıkışında θ faz kaymasına uğramış, iletişim sisteminin blok diyagramı çizilmiştir. Alıcıya ulaşan $r(t)$ işareti;

$$r(t) = s(t) \cdot \cos(W_c t - \theta) + n_w(t) \quad (4.31)$$

olacaktır. Seçilen $s(t)$ işareti, eşit olasılıklı $\{S_i(t)\}$ işaretlerinden biridir ve θ raslantı değişkeninin

olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$P_{\theta}(\alpha) = \frac{1}{2\pi} \quad \text{İde } 0 \leq \alpha \leq 2\pi \quad (4.32)$$

Her $s_i(t)$ Operatörünün θ_i Dışında

düzgün dağılımlıdır.

4.8 Faz sönümlmeli kanalların çok-h'lı faz vektörel kodlamalı modülasyonlu işaretlere etkisi

MHPM işareti gürültüsüz durumda;

$$s(t) = \sqrt{2E/T} \cdot \cos(W_c t + (a_i \cdot \pi \cdot h_i \cdot t)/T + \theta_i) \quad (4.33)$$

biçimindedir. $s(t)$ işareti, işaret vektör uzayında 4 bileşenle tamamıyla belirlendiğine göre, kanalın θ kadar rasgele faz değişimlerinin işaret üzerindeki etkileri ortogonal taban işlevleri cinsinden nasıl gösterilebilir? veya faz değişimli sönümlmeli kanal çıkışındaki işaretin vektörel gösterimi nasıldır? Rasgele faz değişimi konusundaki bilgiler ışığında yukarıdaki sorular yanıtlanabilir. Şöyle ki, taban işlevleri cinsinden $s(t)$ işareti;

$$s(t) = A_{1,i} \cdot \tilde{a}_1(t) + A_{2,i} \cdot \tilde{a}_2(t) + A_{3,i} \cdot \tilde{a}_3(t) + A_{4,i} \cdot \tilde{a}_4(t) \quad (4.34)$$

şeklinde gösterilebilir. Düzgün dağılımlı rasgele faz değişimli $s(t)$ işaretini de taban işlevlerinin θ kadar gecikmesiyle belirlenir. O halde yeni taban işlevleri;

$$\tilde{a}_1'(t) = \sqrt{2/T} \cdot \cos(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T - \theta_i) \quad (4.35)$$

$$\tilde{a}_1'(t) = \sqrt{2/T} \cdot \cos(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) \cdot \cos\theta_i + \sqrt{2/T} \cdot$$

$$\sin(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) \cdot \sin\theta_i$$

biçimindedir.

Yukarıdaki ifade temel trigonometrik bağıntılardan yardımıyla eski taban işlevlerine bağlanırsa,

$$\tilde{a}_1'(t) = \cos\theta_i \cdot \tilde{a}_1(t) + \sin\theta_i \cdot \tilde{a}_2(t) \quad (4.36)$$

yazılır.

Benzer şekilde $\tilde{a}_2'(t)$, $\tilde{a}_3'(t)$ ve $\tilde{a}_4'(t)$ oluşturulur. Her $s_i(t)$ işaretinin θ_i kadar gecikmişi, işaret uzayında taban işlevlerinin θ_i kadar gecikmiş veya kaymış olan yeni taban işlevleri cinsinden yeni bir işaret uzayında vektörel bileşenlerle ifade edilmektedir. Buna göre,

$$\tilde{a}_2'(t) = J(2/T) \cdot \sin(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T - \theta_i) \quad (4.37)$$

$$= J(2/T) \cdot \sin(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) \cdot \cos(\theta_i) - J(2/T) \cdot \cos(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) \cdot \sin(\theta_i)$$

$$\tilde{a}_2'(t) = \cos(\theta_i) \cdot \tilde{a}_2(t) - \sin(\theta_i) \cdot \tilde{a}_1(t) \quad \text{ve}$$

$$\begin{aligned} \tilde{a}_3'(t) = & (1/JD_i) \cdot [J(2/D) \cdot \cos(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T - \theta_i) - C_{1,i} \cdot \\ & J(2/T) \cdot \cos(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T - \theta_i) - C_{2,i} \cdot J(2/T) \cdot \\ & \sin(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T - \theta_i)] \end{aligned} \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned} = & (1/JD_i) \cdot [J(2/T) \cdot \cos(\theta_i) \cdot \cos(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) + \\ & J(2/T) \cdot \sin(\theta_i) \cdot \sin(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) - C_{1,i} \{J(2/T) \cdot \\ & \cos(\theta_i) \cdot \cos(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) + J(2/T) \cdot \sin(\theta_i) \cdot \\ & \sin(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T)\} - C_{2,i} \{J(2/T) \cdot \cos(\theta_i) \cdot \\ & \sin(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) - J(2/T) \cdot \sin(\theta_i) \cdot \cos(W_c t + \\ & (\pi \cdot h_i \cdot t)/T)\}] \end{aligned}$$

$$\tilde{a}_3'(t) = \cos(\theta_i) \cdot \tilde{a}_3(t) + \sin(\theta_i) \cdot \tilde{a}_4(t)$$

olup,

$$\begin{aligned} \tilde{a}_4'(t) = & (1/JD_i) \cdot [J(2/T) \cdot \sin(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T - \theta_i) + \\ & C_{2,i} \cdot J(2/T) \cdot \cos(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T - \theta_i) - C_{1,i} \cdot \\ & J(2/T) \cdot \sin(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T - \theta_i)] \end{aligned} \quad (4.39)$$

$$\begin{aligned} = & (1/JD_i) \cdot [J(2/T) \cdot \cos(\theta_i) \cdot \sin(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) - \\ & J(2/T) \cdot \cos(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) \cdot \sin(\theta_i) + C_{2,i} \cdot J(2/T) \cdot \\ & \cos(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) \cdot \cos(\theta_i) + C_{1,i} \cdot J(2/T) \cdot \\ & \sin(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T) \cdot \sin(\theta_i)] \end{aligned}$$

$$\tilde{a}_4'(t) = \cos\theta_i \cdot \tilde{a}_4(t) - \sin\theta_i \cdot \tilde{a}_3(t)$$

bulunur.

Yeni baz vektörleri cinsinden MHPM dalga şekli;

$$s^o(t) = [A_{1,i} \cdot \tilde{a}_1'(t) + A_{2,i} \cdot \tilde{a}_2'(t) + A_{3,i} \cdot \tilde{a}_3'(t) + A_{4,i} \cdot \tilde{a}_4'(t)]$$

$$s^o(t) = [A_{1,i} \{ \cos\theta_i \cdot \tilde{a}_1(t) + \sin\theta_i \cdot \tilde{a}_2(t) \} + A_{2,i} \{ \cos\theta_i \cdot \tilde{a}_2(t) - \sin\theta_i \cdot \tilde{a}_1(t) \} + A_{3,i} \{ \cos\theta_i \cdot \tilde{a}_3(t) + \sin\theta_i \cdot \tilde{a}_4(t) \} + A_{4,i} \{ \cos\theta_i \cdot \tilde{a}_4(t) - \sin\theta_i \cdot \tilde{a}_3(t) \}]$$

$$s^o(t) = \{ [A_{1,i} \cdot \cos\theta_i - A_{2,i} \cdot \sin\theta_i] \cdot \tilde{a}_1(t) + [A_{1,i} \cdot \sin\theta_i + A_{2,i} \cdot \cos\theta_i] \cdot \tilde{a}_2(t) + [A_{3,i} \cdot \cos\theta_i - A_{4,i} \cdot \sin\theta_i] \cdot \tilde{a}_3(t) + [A_{3,i} \cdot \sin\theta_i + A_{4,i} \cdot \cos\theta_i] \cdot \tilde{a}_4(t) \} \quad (4.40)$$

yazılabilir.

Kanal çıkışındaki θ gecikmeli MHPM dalga şeklinin vektör bileşenleri, eski taban işlevleri cinsinden her işaretleşme aralığında 4 bileşen ile gösterilirler. Bu bileşenler;

$$A'_{1,i} = A_{1,i} \cdot \cos\theta_i - A_{2,i} \cdot \sin\theta_i \quad (4.41 \text{ a})$$

$$A'_{2,i} = A_{1,i} \cdot \sin\theta_i + A_{2,i} \cdot \cos\theta_i \quad (4.41 \text{ b})$$

$$A'_{3,i} = A_{3,i} \cdot \cos\theta_i - A_{4,i} \cdot \sin\theta_i \quad (4.41 \text{ c})$$

$$A'_{4,i} = A_{3,i} \cdot \sin\theta_i + A_{4,i} \cdot \cos\theta_i \quad (4.41 \text{ d})$$

dir. Her işaretleşme aralığında her $s_i(t)$ için farklı bir θ_i söz konusudur. Faz değişimli kanallardan alınan MHPM işaretinin ifadesini farklı bir yöntem ile aşağıdaki gibi elde ederiz.

MHPM işaretinin genel ifadesi;

$$s(t) = \sqrt{(2 \cdot E/T)} \cdot \cos(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T + \theta_i)$$

dir. Bu $s(t)$ işaretinin faz değişimli bir sönümlmeli

kanaldan iletilmesi sırasında işaretin fazı, aralıktan aralığa değişerek düzgün dağılımlı olarak gecikecektir. Bu gecikme " θ " işaret sürekliliğini bozmayacak büyüklükte olmalıdır. Bir başka ifade ile işaretin başlangıç fazı bir önceki işaretleşme aralığındaki işaretin bitiş fazı olmalıdır. Bundan dolayı θ faz gecikmesi küçüktür. $s(t)$ işaretinin θ_i kadar gecikmesi işaretleşme aralığındaki fazın, θ_i nin $\theta_i - \theta_i$ ye dönüşmesi demektir. Vektörel bileşenlerin de aynı vektör uzayındaki ifadeleri θ_i yerine $\theta_i - \theta_i$ ye bağlı olacaktır. Buna göre,

$$A'_{1,i} = \cos(\theta_i - \theta_i) \cdot ((1+a_i)/2) + C_{1,i} \cdot \cos(\theta_i - \theta_i) \cdot ((1-a_i)/2) + C_{2,i} \cdot \sin(\theta_i - \theta_i) \cdot ((1-a_i)/2)$$

$$A'_{1,i} = \cos\theta_i \cdot ((1-a_i)/2) \cdot \cos\theta_i + \sin\theta_i \cdot \sin\theta_i \cdot ((1+a_i)/2) + C_{1,i} \cdot \cos\theta_i \cdot ((1-a_i)/2) \cdot \cos\theta_i + C_{1,i} \sin\theta_i \cdot \sin\theta_i \cdot ((1-a_i)/2) + C_{2,i} \cdot \sin\theta_i \cdot \cos\theta_i \cdot ((1-a_i)/2) - C_{2,i} \cdot \sin\theta_i \cdot \cos\theta_i \cdot ((1-a_i)/2)$$

$$A'_{1,i} = \cos\theta_i \cdot [\cos\theta_i \cdot ((1+a_i)/2) + C_{1,i} \cdot \cos\theta_i \cdot ((1-a_i)/2) + C_{2,i} \cdot \sin\theta_i \cdot ((1-a_i)/2)] + \sin\theta_i [\sin\theta_i \cdot ((1+a_i)/2) + C_{1,i} \cdot \sin\theta_i \cdot ((1-a_i)/2) - C_{2,i} \cdot \cos\theta_i \cdot ((1-a_i)/2)]$$

$$A'_{1,i} = A_{1,i} \cdot \cos\theta_i + A_{2,i} \cdot \sin\theta_i$$

yazılır. Diğer vektörel bileşenler de gecikmesiz durumdaki vektör bileşenleri cinsinden yukarıdaki yöntemle hesaplanır,

4.9 İletilen işaretin hem fazının hem genliğinin raslantısal değişmesi durumu

Kanalın iki parametresinin birden raslantısal olarak değişmesi durumunda,

$$s^o(t) = s(t) \cdot \sqrt{2} \cdot \cos\omega_c t \quad (4.42)$$

iletilirse, alınan işaret gürültüsüz durumda,

$$r^o(t) = a.s(t). \sqrt{2}. \cos(W_c t - \theta) \quad (4.43)$$

dır. Rayleigh sönümlemeli kanal için genlik ve faz değişimlerinin olasılık yoğunluk fonksiyonları sırasıyla;

$$p_a(\alpha) = ((2.\alpha)/b). \exp(-\alpha^2/b) \quad , \quad \alpha \geq 0 \quad (4.44)$$

$$p_\theta(\theta) = 1/(2.\pi) \quad , \quad 0 \leq \theta \leq 2.\pi \quad (4.45)$$

olup ortak olasılık yoğunluk fonksiyonları;

$$p_{a,\theta}(\alpha,\theta) = \{(\alpha/(\pi.b)). \exp(-\alpha^2/b) \quad , \alpha \geq 0 \quad 0 \leq \theta \leq 2.\pi \\ \{ 0 \quad , \text{dışında} \quad (4.46)$$

ilişkisiyle verilir.[15] Görüldüğü gibi a ve θ istatiksel bağımsızdır. Böyle kanallarda iletilen enerji;

$$\int_{-\infty}^{\infty} [s^o(t)]^2 dt = \int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt = E_s \quad (4.47)$$

ve ortalama alınan işaret enerjisi;

$$E[\int_{-\infty}^{\infty} [r^o(t)]^2 dt] = E[a^2.E_s] = b.E_s = \overline{E_s} \quad (4.48)$$

olarak belirlenir.

4.10 Çok-h'lı faz kodlamalı modülasyonlu işaretlerin sönümlemeli kanallardan iletilmesi

Kanal çıkışında gürültüsüz olarak alınan işaretin hem genliğinde hemde fazında, sırasıyla Rayleigh dağılımına ve düzgün dağılımına uygun rasgele değişimler olacaktır. Bu değişimler,

$$r_i(t) = a.\sqrt{(2.E/T)}. \cos(W_c t + (a.\pi.h_i.t)/T + \theta_i - \theta_i) \quad (4.49)$$

$$r_i = \sum_{j=1}^4 r_{ij}. \hat{a}'_j(t) \quad (4.50)$$

$$r_{i,j} = A'_{j,i}$$

$$r_i = \sum a_i.s_{ij}.\hat{a}_j(t-\theta_i) \quad (4.51)$$

biçiminde gösterilebilir. Alınan işaretin bileşenleri, önceki genlik ve faz değişimli kanal özelliklerinden yararlanarak şöyle belirlenir;

4.12 Saçılmalı kanallarda çok-b'li faz

$$A'_{1,i} = a_i [A_{1,i} \cdot \cos \theta_i - A_{2,i} \cdot \sin \theta_i] \quad (4.51 \text{ a})$$

$$A'_{2,i} = a_i [A_{1,i} \cdot \sin \theta_i + A_{2,i} \cdot \cos \theta_i] \quad (4.51 \text{ b})$$

$$A'_{3,i} = a_i [A_{3,i} \cdot \cos \theta_i - A_{4,i} \cdot \sin \theta_i] \quad (4.51 \text{ c})$$

$$A'_{4,i} = a_i [A_{3,i} \cdot \sin \theta_i + A_{4,i} \cdot \cos \theta_i] \quad (4.51 \text{ d})$$

$s(t)$ işaretinin tek bir iletim yolu üzerinden alıcıya ulaştığını varsayarak 3 durum inceledik. Ayrıca her T aralığı boyunca seçilen kanal modeline göre her işarete, farklı rasgele değişkenler etkiyebilir.

4.11 Saçılmalı sönümlemeli kanal modeli

Gerçek sayısal haberleşme modellerinde en büyük problemlerden biri de işaretin kanal boyunca rasgele gecikmeler nedeniyle saçılmaya uğramasıdır. Sönümlemeli kanalda saçılan j . $r(t)$ işareti;

$$r_j(t) = C_j \cdot s(t - \tau_j) \cdot \sqrt{2} \cdot \cos \omega_0(t - \tau_j) \quad (4.52)$$

olup gürültüsüz olarak alınan toplam $r(t)$ işareti de;

$$r(t) = \sum_j r_j(t) \quad (4.53)$$

şeklinde tanımlanabilir. Burada,

C_j : Kanaldaki rasgele değişimlerini

τ_j : Kanalin saçıcı etkilerinden oluşan işaretin gecikme süresidir.

τ_j gecikmeleri $s(t)$ 'nin işaretleşme aralığından çok büyükse, kanal, frekans seçici değildir. $r(t)$ işareti de;

$$r(t) \approx s(t) \cdot \sum_j a_j \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega_0 t - \theta_j) \quad (4.54)$$

olup, $\theta_j = \omega_0 \cdot \tau_j$ 'dir. Tüm j 'ler veya tüm gecikmelerin bant genişliği $s(t)$ 'ninkinden çok büyük olduğundan;

$$s(t - \tau_j) \approx s(t) \quad (4.55)$$

dir.

4.12 Saçılmalı kanallarda çok-h'lı faz kodlamalı modülasyonlu işaretlerin incelenmesi

Herbir MHPM işareti j tane yol üzerinden alıcıya ulaşacağı için gecikme süreleri ve zayıflamalar her yol için (aynı işaretle) farklı farklı olacaktır.

$$r^o(t) = s(t) \cdot \sum_j C_j \cdot \sqrt{2} \cdot \cos(\omega_0 t + (a \cdot h_j t) / T - \theta_j) \quad (4.56)$$

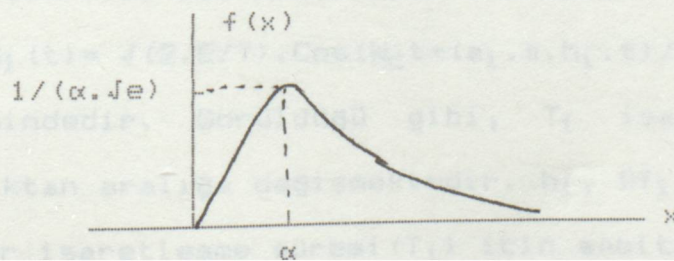
$$r^o(t) = \sum_j C_j \cdot \cos(\theta_j \cdot \cos A(t) + \sum_j C_j \cdot \sin \theta_j \cdot \sin A(t) \quad (4.57)$$

saçılmalı kanal çıkışındaki ifadeyi MHPM işareti içinde elde ettiğimizden, MHPM işaretinin vektör uzayı bileşenleri en genel durumda;

$$\underline{r} = \left\{ \sum_j C_j [A_{1,j} \cdot \cos \theta_j - A_{2,j} \cdot \sin \theta_j] \quad , \quad \sum_j C_j [A_{1,j} \cdot \sin \theta_j - A_{2,j} \cdot \cos \theta_j] \quad , \quad \sum_j C_j [A_{3,j} \cdot \cos \theta_j - A_{4,j} \cdot \sin \theta_j] \quad , \quad \sum_j C_j [A_{3,j} \cdot \sin \theta_j - A_{4,j} \cdot \cos \theta_j] \right\} \quad (4.58)$$

biçiminde yazılabilir. Ancak saçılmalar çok büyük olduğunda, kanal Rayleigh dağılımlı sönümlemeli kanal alınabiliyordu. Yapılan tez çalışmasında da saçılmalı modelde çok büyük sayıda saçıcıların bulunduğu varsayılarak Rayleigh dağılımlı sönümlemeli kanal modeli ile çalışılmıştır.

BİLGİ: $Z = \sqrt{x^2 + y^2}$ şeklinde verilen bir fonksiyonda x ve y raslantı değişkenleri istatistiksel bağımsız, Gauss dağılımlı, sıfır ortalamalı ve eşit varyanslı ise Z , Rayleigh dağılımlıdır.



$$E[Z] = \sigma \cdot \sqrt{\pi/2}$$

$$E[Z^2] = 2 \cdot \sigma^2$$

$$\sigma_Z^2 = (2 - \pi/2) \cdot \sigma^2$$

5. ÇOK H'LI KODLARIN ÇOK T'LI YAPIDA GERÇEKLEŞTİRİLMESİ

Sürekli 1- fazlı frekans kaydırmalı anahtarlama (CPFSK) tekniğinin genelleştirilmiş olan ve her işaretleşme aralığında farklı modülasyon indisleri kullanılan çok-h'lı faz kodlamalı modülasyonda hata başarımını iyileştirmek için çevrimsel olarak değişen h_i değerlerinin kümesine dayanarak zaman aralıkları değiştirildiğinde hata başarımı iyileşmektedir. [12]

h modülasyon indisi ya zaman aralığını sabit tutup çevrimsel olarak değişen frekans sapmasıyla (Çok-h'lı faz kodlamalı modülasyon yöntemi) ya da frekans sapmasını sabit tutup zaman aralığının çevrimsel değişmesiyle (Çok T'li faz kodlamalı modülasyon yöntemi) belirlenir.

Çok-h'lı faz kodlamalı modülasyonlu işaret;

$$S_i(t) = \sqrt{2E/T} \cdot \cos(W_c t + (a_i \cdot \pi \cdot h_i t)/T + \theta_i) \quad (5.1)$$

idi. Burada;

θ_i : i. aralığın başlangıç fazı

a_i : i. aralıktaki bilgi biti (± 1)

h_i : K taneden i. aralıkta kullanılan (i mod K) modülasyon indisidir.

h_i , $Df_i \cdot T$ 'ye eşittir. Dolayısıyla frekans sapması (Df) her işaretleşme aralığı (T) için değişkendir.

Çok T'li faz modülasyon işareti;

$$S_i(t) = \sqrt{2E/T} \cdot \cos(W_c t + (a_i \cdot \pi \cdot h_i \cdot t)/T_i + \theta_i) \quad (5.2)$$

biçimindedir. Görüldüğü gibi, T_i işaretleşme süresi aralıktan aralığa değişmektedir. h_i , $Df_i \cdot T_i$ 'ye eşit olup Df her işaretleşme süresi (T_i) için sabittir.

5.1 Çok-T'li faz kodlamalı işaretlerin temel özellikleri

1) K tane çevrimsel olarak değişen farklı işaretleşme aralığı vardır. Bit başına ortalama işaretleşme aralığı;

$$T = (T_1 + T_2 + \dots + T_K) / K \text{ dir.}$$

2) n. aralıktaki h_n , $Df \cdot T_n$ 'e eşittir. Frekans sapması (Df) aralıktan aralığa değişmez.

3) Modülasyon indisi, q gibi herhangi bir tamsayının $1/q$ katı olarak seçilebilir. $t_n = \sum_{j=1}^n T_j$ anındaki tüm faz değerleri $(2\pi/q)$ 'nin katıdır.

4) Her çok h'li kod için;

$$(h_1, h_2, \dots, h_K) = (P_1/q, P_2/q, \dots, P_K/q)$$

yazılabiliyordu. Benzer şekilde, her çok-T'li kod için;

$$(T_1, T_2, \dots, T_K) = (\eta_1 T, \eta_2 T, \dots, \eta_K T) \quad (5.3)$$

sabit uzunluklu T sürelerinin bir η_i katı olarak belirlenebilir. Buna göre,

$$\eta_i = h_i / h_{ort} \quad , \quad h_{ort} = (h_1 + h_2 + \dots + h_K) / K \quad (5.4)$$

yazılır.

5.2 Kafes üzerinde hata olaylarının uzaklıklarının hesabı

Çok-T'li kodlarda uzaklık, çok-h'li kodlarda olduğu gibi iki işaret arasındaki Öklid uzaklığı olarak tanımlanır. n işaretleşme aralığı olmak üzere,

$$d^2(1,2) = \sum d_n^2(1,2) \quad (5.5)$$

L uzaklık boyunca $s_1(t)$ ve $s_2(t)$ gibi iki işaret arasındaki uzaklıklar aralıkların başındaki faz farklarına bağlı olarak hesaplanır ve aralıktan aralığa

eklenir. Bir çok-T'li işareti;

$$S_i(t) = \sqrt{2.E/T} \cdot \cos(W_c t + (a_i \cdot \pi \cdot h_i \cdot t)/T_i + \theta_i) \quad \text{dir.}$$

$(a_i \cdot \pi \cdot h_i)/T_i = \Omega_{1,2}$, $a_i = \pm 1$ ve θ_i T_i süresince sabit aynı aralık içerisinde $s_1(t)$ işareti ile $s_2(t)$ işareti arasındaki uzaklık aşağıdaki gibi hesaplanır;

$$\begin{aligned} d_n^2(1,2) &= \int_{\sum_{j=1}^n T_j}^{\sum_{j=1}^n T_j} (s_1(t) \cdot s_2(t))^2 dt = \int_{\sum_{j=1}^n T_j}^{\sum_{j=1}^n T_j} s_1^2(t) dt + \\ &\quad \int_{\sum_{j=1}^n T_j}^{\sum_{j=1}^n T_j} s_2^2(t) dt - 2 \int_{\sum_{j=1}^n T_j}^{\sum_{j=1}^n T_j} s_1(t) \cdot s_2(t) dt \quad (5.6) \end{aligned}$$

olup, birinci terimi;

$$\begin{aligned} \int_{\sum_{j=1}^n T_j}^{\sum_{j=1}^n T_j} s_1^2(t) dt &= \int_{\sum_{j=1}^n T_j}^{\sum_{j=1}^n T_j} (2.E/T) \cdot \cos^2(W_c t + \Omega_1 t + \theta_1) dt \\ &= \int_{\sum_{j=1}^n T_j}^{\sum_{j=1}^n T_j} (2.E/T) \cdot [(1 + \cos 2(W_c t + \Omega_1 t + \theta_1))/2] dt \\ d_n^2(1,2) &= (2.E/T) \cdot (T_n/2) = (E/T) \cdot n_n \cdot T = n_n \cdot E \quad (5.6 a) \end{aligned}$$

ikinci terimi,

$$\begin{aligned} \int_{\sum_{j=1}^n T_j}^{\sum_{j=1}^n T_j} s_2^2(t) dt &= \int_{\sum_{j=1}^n T_j}^{\sum_{j=1}^n T_j} (2.E/T) \cdot \cos^2(W_c t + \Omega_1 t + \theta_2) dt \\ &= (2.E/T) \cdot (T_n/2) = n_n \cdot E \quad (5.6 b) \end{aligned}$$

üçüncü terimi,

$$\begin{aligned} \int_{\sum_{j=1}^{n-1} T_j}^{\sum_{j=1}^n T_j} s_1(t) \cdot s_2(t) dt &= 2 \int_{\sum_{j=1}^{n-1} T_j}^{\sum_{j=1}^n T_j} (2.E/T) \cdot \cos(W_c t + \Omega_1 t + \theta_1) \cdot \\ &\quad \cos(W_c t + \Omega_2 t + \theta_2) dt \end{aligned}$$

iyidir, denilemez. Örneğin, $K=3$ ve $q=10$ için en iyi MHPM (5/10, 6/10, 7/10), en iyi MTPM (6/10, 7/10, 8/10)'dur. [12] cinsinden belirtiriz. O halde bir $S_i(t)$

5.3 Çok-T'li faz kodlamalı modülasyonlu işaretlerin vektörel gösterilimi

$$S_i(t) = \sqrt{2.E/T} \cdot \cos(W_c t + (a_i \cdot \pi \cdot h_i \cdot t)/T_i + \theta_i) \quad (5.8)$$

$$a_i(t) = \sum_{j=1}^{i-1} T_j \leq t \leq \sum_{j=1}^i T_j \quad (5.9)$$

T_N işaretleşme süresinde gönderilen sürekli $S_i(t)$ işareti ortogonal taban işlevleri cinsinden Gram Schmidt yöntemiyle hesaplandığında dört taban işlevi yeterli olmaktadır. Şimdi, vektörel bileşenler cinsinden MTPM işaretleri elde edelim.

$$\cos(a+b) = \cos a \cdot \cos b - \sin a \cdot \sin b \quad (5.14)$$

Trigonometrik eşitliğinden yararlanarak, $S_i(t)$ işareti;

$$S_i(t) = \sqrt{2.E/T} \cdot [\cos \theta_i \cdot \cos(W_c t + (a_i \cdot \pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) - \sin \theta_i \cdot \sin(W_c t + a_i \cdot \pi \cdot h_i \cdot t)/T_i] \quad (5.9)$$

$$= \sqrt{2.E/T} \cdot \{ \cos \theta_i \cdot [\cos W_c t \cdot \cos((\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) - a_i \cdot \sin W_c t \cdot \sin((\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i)] - \sin \theta_i \cdot [\sin W_c t \cdot \cos((\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) + a_i \cdot \cos W_c t \cdot \sin((\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i)] \}$$

biçiminde yazılır. Burada,

$\cos(a \cdot x) = \cos x$, $\sin(a \cdot x) = a \cdot \sin x$ trigonometrik ilişkisi kullanılmıştır.

$$S_i(t) = \sqrt{2.E/T} \cdot \{ \cos \theta_i \cdot (1+a_i)/2 \cdot \cos(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) - \sin \theta_i \cdot (1+a_i)/2 \cdot \sin(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) + \cos \theta_i \cdot (1-a_i)/2 \cdot \cos(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) - \sin \theta_i \cdot (1-a_i)/2 \cdot \sin(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \} \quad (5.10)$$

dir. $S_i(t)$ işaretindeki tüm taşıyıcıları çarpanlar ikiser ikiser ortogonaldır, iki ortogonal işareti taban

işlevleri olarak seçebiliriz. $S_i(t)$ işaretinde geriye kalan birbirini ile ortonormal olan taşıyıcılı işaretleride dik bileşenler cinsinden belirtiriz. O halde bir $S_i(t)$ işaretini belirlemek için dört tane dik taban işlevi yeterli olacaktır:

Taban işlevlerinin ilk ikisi,

$$\bar{s}_1(t) = \sqrt{2/T} \cdot \cos(\omega_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \quad (5.11)$$

$$\bar{s}_2(t) = \sqrt{2/T} \cdot \sin(\omega_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \quad (5.12)$$

dir.

$$\begin{aligned} \int_0^{T_i} \bar{s}_1^2(t) dt &= (2/T) \cdot \int_0^{T_i} \cos^2(\omega_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) dt \\ &= (2/T) \cdot \int_0^{T_i} [(1 + \cos(2\omega_c t + (2\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i))/2] dt \\ &= (1/T) \cdot T_i = 1 \end{aligned} \quad (5.13)$$

$$\bar{s}_3(t) = \sqrt{2/T} \cdot \cos(\omega_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \quad (5.14)$$

olup bileşenleri,

$$\begin{aligned} s_{31}(t) &= \int_0^{T_i} \sqrt{2/T} \cdot \cos(\omega_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \cdot \sqrt{2/T} \cdot \cos(\omega_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) dt \\ &= (2/T) \cdot \int_0^{T_i} [\cos(2\omega_c t) + \cos((2\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i)] dt \\ &= (1/T_i) \cdot [\sin(2\omega_c t)/(2\omega_c) \Big|_0^{T_i} + T_i/(2\pi \cdot h_i) \cdot \sin((2\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \Big|_0^{T_i}] \\ &= \bar{\eta}_i \cdot (\sin(2\pi \cdot h_i)/(2\pi \cdot h_i)) \end{aligned} \quad (5.15)$$

$$s_{31} = C_{1,i} \cdot \bar{\eta}_i \quad (5.15)$$

$$\begin{aligned} s_{32}(t) &= \int_0^{T_i} \sqrt{2/T} \cdot \cos(\omega_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \cdot \sqrt{2/T} \cdot \sin(\omega_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) dt \\ &= (1/T) \cdot \int_0^{T_i} [\sin(2\omega_c t) + \sin((2\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i)] dt \\ &= (1/T) \cdot [-1/(2\omega_c) \cdot \cos(2\omega_c t) \Big|_0^{T_i} - (1/(2\pi \cdot h_i/T_i)) \Big|_0^{T_i}] \\ &= (1/T) \cdot [-T_i/(2\pi \cdot h_i) \cdot \cos(2\pi \cdot h_i) + T_i/(2\pi \cdot h_i)] \\ &= \bar{\eta}_i \cdot [(1 - \cos(2\pi \cdot h_i))/(2\pi \cdot h_i)] \end{aligned}$$

$$S_{32} = \Pi_i \cdot C_{2,i} \quad (5.16)$$

$$f_3(t) = S_3(t) - S_{31} \cdot \hat{a}_1(t) - S_{32} \cdot \hat{a}_2(t) \quad (5.17)$$

$$\hat{a}_3(t) = f_3(t) / J(E_3) \quad (5.18)$$

dir. $s_3(t)$ işaretinin enerjisi,

$$\begin{aligned} E_3 = & \int_0^{T_i} [(2/T) \cdot \cos^2(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i)] dt + \int_0^{T_i} \Pi_i^2 \cdot [C_{1,i} \cdot \\ & J(2/T) \cdot \cos(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) + C_{2,i} \cdot J(2/T) \cdot \sin(W_c t + \\ & (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i)]^2 dt - 2 \cdot \int_0^{T_i} (2/T) \cdot \cos(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \\ & \Pi_i \cdot [C_{1,i} \cdot \cos(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) + C_{2,i} \cdot \sin(W_c t + \\ & (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i)] dt \\ E_3 = & \Pi_i + C_{1,i}^2 \cdot \Pi_i^2 \cdot \Pi_i + C_{2,i}^2 \cdot \Pi_i^2 \cdot \Pi_i - 2 \cdot [\Pi_i \cdot C_{1,i}^2 \cdot \Pi_i + \\ & \Pi_i \cdot \Pi_i \cdot C_{2,i}^2] \end{aligned}$$

$$E_3 = D_i = \Pi_i \cdot [1 - \Pi_i^2 \cdot C_{1,i}^2 - C_{2,i} \cdot \Pi_i^2] \quad (5.19)$$

dir.

$$\begin{aligned} \hat{a}_3(t) = & [J(2/T) \cdot \cos(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) - \Pi_i \cdot C_{1,i} \cdot \cos(W_c t - \\ & (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) - \Pi_i \cdot C_{2,i} \cdot \sin(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i)] / \\ & [J(\Pi_i \cdot (1 - C_{1,i}^2 \cdot \Pi_i^2 - C_{2,i} \cdot \Pi_i))] \end{aligned} \quad (5.20)$$

$$\begin{aligned} f_3(t) = & J(2/T) \cdot \cos(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) - C_{1,i} \cdot \Pi_i \cdot J(2/T) \cdot \\ & \cos(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) - \Pi_i \cdot C_{2,i} \cdot \sin(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot \\ & t)/T_i) - \int_0^{T_i} J(2/T) \cdot \cos(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \cdot \\ & [J(2/T) \cdot \cos(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) - \Pi_i \cdot C_{1,i} \cdot \cos(W_c t + \\ & (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) - \Pi_i \cdot C_{2,i} \cdot \sin(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i)] / \\ & J(D_i) dt \end{aligned} \quad (5.21)$$

$$f_3(t) = 0$$

$s_4(t)$ işaretinin vektör bileşenleri,

$$S_4(t) = J(2/T) \cdot \sin(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \quad (5.22)$$

$$\begin{aligned} S_{41} = & J(2/T) \cdot \int_0^{T_i} \sin(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \cdot J(2/T) \cdot \cos(W_c t + \\ & (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) dt \\ = & (2/T) \cdot \int_0^{T_i} [\sin(2 \cdot W_c t) - \sin(2 \cdot \pi \cdot h_i \cdot t)/T_i] / 2 dt \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= (1/T) \cdot [(-1/(2 \cdot W_c)) \cdot \cos(2 \cdot W_c t) \Big|_0 + (T_i/(2 \cdot \pi \cdot h_i)) \cdot \\
&\quad \cos((2 \cdot \pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \Big|_0] \\
&= (1/T) \cdot (T_i/(2 \cdot \pi \cdot h_i)) \cdot [\cos((2 \cdot \pi \cdot h_i \cdot T_i)/T_i) - 1] \\
&= \eta_i \cdot [\cos(2 \cdot \pi \cdot h_i) - 1] / (2 \cdot \pi \cdot h_i)
\end{aligned}$$

$$S_{41} = -\eta_i \cdot C_{2,i} \quad (5.23)$$

$$\begin{aligned}
S_{42} &= \int_0^{T_i} (2/T) \cdot \sin(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \cdot \int_0^{T_i} (2/T) \cdot \sin(W_c t + \\
&\quad (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) dt \\
&= (2/T) \cdot \int_0^{T_i} [\cos((2 \cdot \pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) - \cos(2 \cdot W_c t)] / 2 dt \\
&= (2/T) \cdot (1/2) \cdot [T_i/(2 \cdot \pi \cdot h_i) \cdot \sin((2 \cdot \pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) - \\
&\quad 1/(2 \cdot W_c) \cdot \sin(2 \cdot W_c t) \Big|_0] \\
&= (1/T) \cdot (\pi/(2 \cdot \pi \cdot h_i)) \cdot \sin(2 \cdot \pi \cdot h_i) \\
&= \eta_i \cdot (\sin(2 \cdot \pi \cdot h_i)) / (2 \cdot \pi \cdot h_i)
\end{aligned}$$

$$S_{42} = \eta_i \cdot C_{1,i} \quad (5.24)$$

$$\begin{aligned}
S_{43} &= \int_0^{T_i} (2/T) \cdot \sin(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \cdot (1/J(D_i)) \cdot \\
&\quad [J(2/T) \cdot \cos(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) - \eta_i \cdot C_{1,i} \cdot \cos(W_c t + \\
&\quad (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) - \eta_i \cdot C_{2,i} \cdot \sin(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i)] dt \\
&= (1/J D_i) \cdot [0 - 0 - \eta_i \cdot C_{1,i} \cdot (-\eta_i \cdot C_{2,i}) - \eta_i \cdot C_{2,i} \cdot \eta_i \cdot C_{1,i}]
\end{aligned}$$

$$S_{43} = 0 \quad (5.25)$$

dir.

$$\hat{a}_4(t) = (f_4(t)/JE_4) \quad (5.26)$$

$$\begin{aligned}
&= [S_4(t) - S_{41} \cdot \hat{a}_1(t) - S_{42} \cdot \hat{a}_2(t) - S_{43} \cdot \hat{a}_3(t)] / (JE_4) \\
E_4 &= \int_0^{T_i} \int_0^{T_i} (2/T) \cdot \sin(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) + \int_0^{T_i} (2/T) \cdot \cos(W_c t + \\
&\quad (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \cdot \eta_i \cdot C_{2,i} - \int_0^{T_i} (2/T) \cdot \sin(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \cdot \\
&\quad C_{1,i})^2 dt \\
&= \int_0^{T_i} (2/T) \cdot \sin^2(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) dt + \int_0^{T_i} (2/T) \cdot \\
&\quad \eta_i^2 \cdot [\cos^2(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \cdot C_{2,i}^2 + \sin^2(W_c t + \\
&\quad (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \cdot C_{1,i}^2 - 2 \cdot \cos(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \cdot \\
&\quad \sin(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \cdot C_{1,i} \cdot C_{2,i}] dt
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 2 \cdot \int_0^{T_i} n_i \cdot (2/T) \cdot C_{2,i} \cdot \sin(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \cdot \\
&\quad \cos(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) dt - 2 \cdot \int_0^{T_i} \sin(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \cdot \\
&\quad \sin(W_c t + (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) \cdot n_i \cdot C_{1,i} dt \\
&\int_0^{T_i} (2/T) \cdot \sin^2(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i) dt = \int_0^{T_i} (2/T) \cdot (1/2) \cdot [1 - \\
&\quad \cos(2(W_c t - (\pi \cdot h_i \cdot t)/T_i))] dt = n_i
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
E_4 = & n_i \cdot [1 + n_i^2 \cdot C_{2,i}^2 + n_i^2 \cdot C_{1,i}^2 - 2 \cdot n_i^2 \cdot C_{2,i} \cdot C_{1,i}] \\
& C_{1,i}^2
\end{aligned}$$

$$E_4 = D_i \quad (5.27)$$

$$\tilde{a}_4(t) = [S_4(t) + n_i \cdot C_{2,i} \cdot \tilde{a}_1(t) - n_i \cdot C_{1,i} \cdot \tilde{a}_2(t)] / J(D_i) \quad (5.28)$$

biçiminde ifade edilir.

$$\begin{aligned}
r(t) = & JE \cdot \{ [\cos \theta_i \cdot (1+a_i)/2 \cdot \tilde{a}_1(t)] - [\sin \theta_i \cdot (1+a_i)/2 \cdot \\
& \tilde{a}_2(t)] + \cos \theta_i \cdot (1-a_i)/2 \cdot [C_{1,i} \cdot n_i \cdot \tilde{a}_1(t) + n_i \cdot C_{2,i} \cdot \\
& \tilde{a}_2(t) + J(D_i) \cdot \tilde{a}_3(t)] - \sin \theta_i \cdot (1-a_i)/2 \cdot [-n_i \cdot C_{2,i} \cdot \\
& \tilde{a}_1(t) + n_i \cdot C_{1,i} \cdot \tilde{a}_2(t) + J(D_i) \cdot \tilde{a}_4(t)] \} \quad (5.29)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r(t) = & JE \cdot \{ \tilde{a}_1(t) \cdot [\cos \theta_i \cdot (1+a_i)/2 + \cos \theta_i \cdot (1-a_i)/2 \cdot C_{1,i} \cdot \\
& n_i + \sin \theta_i \cdot (1-a_i)/2 \cdot n_i \cdot C_{2,i}] + \tilde{a}_2(t) \cdot [-\sin \theta_i \cdot \\
& (1+a_i)/2 + \cos \theta_i \cdot (1-a_i)/2 \cdot n_i \cdot C_{2,i} - \sin \theta_i \cdot (1-a_i)/2 \cdot \\
& n_i \cdot C_{1,i}] + \tilde{a}_3(t) \cdot [\cos \theta_i \cdot (1-a_i)/2 \cdot J(D_i)] + \tilde{a}_4(t) \cdot \\
& [-\sin \theta_i \cdot (1-a_i)/2 \cdot J(D_i)] \}
\end{aligned}$$

dir.

6. ÇOK-H'LI FAZ KODLAMALI MODÜLASYONLU İŞARETLERİN GAUSS GÜRÜLTÜLÜ VE SÖNÜMLEMELİ KANALLARDAN İLETİMİNDEKİ HATA SINIRLARININ HESAPLANMASI

Bu bölümde çok-h'lı ve çok-T'li faz kodlamalı modülasyonlu işaretlerin hata olasılıkları için analitik hata üst sınırı elde edilmiştir.

Bu işaretler, sonlu durumlu kafes üzerinde gösterilir. Stephen Wilson, Chungdy HSU ve J.H. HIGHFILL [9] konvolüsyonel kodlarda olduğu gibi birleşim sınır/transfer (geçiş) fonksiyonu yaklaşımını çok-h'lı kodların hata olasılığı sınırlarını bulmada kullanmışlardır. Burada temel zorluk durum diyagramı ve gerekli dal kazançlarının formüle edilmesidir.

Modülasyon indis kümesinin $H_2 = \{2/4, 3/4\}$ olduğu basit bir çok h'lı için durum kafesi (Şekil-6.1)'de gösterilmiştir. (Şekil-6.1)'dan da görüldüğü gibi kafes durum geçişlerini gösterir. Faz geçişleri parça parça süreklidir. Ancak kafesin tek karmaşıklığı mod 2π 'ye göre belirlenen faz durumlarının silindirik bir yapı göstermesidir. Örnekte, bilgi simgelerinin kümesi $M=2$ seçilmiştir. ($a_n = \pm 1$) Kafes üzerinde aynı başlangıç fazı θ_0 için iki farklı veri dizisi $(K+1)$ aralık sonra aynı faz durumuna gelir. Genel olarak $q \geq M^K$ için aynı başlangıç düğümünden ayrılan yol çiftleri $K+1$ aralık sonra aynı düğümde birleşir. Buna sınırlandırılmış uzunluk denir. (Bkz. Bölüm 2) Dolayısıyla en küçük hata olayı uzunluğu $(K+1) \cdot T$ 'dir.

Gauss gürültülü kanallardan alınan çok-h'lı kodlu

işaretlerin kod çözme işlemi alıcıda, uygun sezici veya karar verici Viterbi algoritmasıyla gerçekleştirilir. Kafes üzerinde T aralığı boyunca alınan işaret ile aralıkta olabilecek $s_i(t)$ işaretleri arasındaki uzaklık farkına bakılır. Her düğümde biriken uzaklık metriktir ve en küçük metrikli yoldan gönderilen modülasyonlu işaretlere karşı düşen simge dizisine karar verilir.

İki işaret arasındaki Öklid uzaklığı;

$$d^2_{12N} = 1/(2.E) \int_0^T (s_1(t) - s_2(t))^2 dt \quad (6.1)$$

ve test edilen iki işaret için hata olasılığı;

$$P_e = Q\left(\left(d^2_{12N}.E/N_0\right)^{1/2}\right) \quad (6.2)$$

biçimindedir. Burada,

E : Simgе başına enerji

N_0 : Tek yanlı gürültü spektral yoğunluğudur.

T uzunluklu antipodal işaretlerin uzaklıkları 2 'ye göre normalize edilmiştir. aktarım işlevi fonksiyonları normalizasyon yapılarak çizilmiştir.

N aralık boyunca minimum uzaklık;

$$d^2_{minN} = \min_i . \min_j d^2_{ijN} \quad (6.3)$$

6.1 Sonsuz kod çözücü belleği için hata sınırlarının bulunması

Kod çözme işleminde n . adımda hatalı bir simgeye karar verildiğinde bir hata olayı başlar. P_e ; hata olasılığı, P_s ; simge hata olasılığını gösterir. Kod çözücü belleği sonsuz varsayılarak, çok- h 'lı kodların, çözülmesinde hata üst sınırı belirlenecektir.

P_e : L adımlı bir kod çözme işleminde herhangi bir n . aralıkta hatalı simgeye karar verilirse iletilen L

uzunluklu 2^M dizi b hatalı alınır. Bir dizi boyunca L uzunluklu dizilerden hatalı olarak kodu çözülen dizilerin sayısı belirli bir SNR için hata olasılığını verir. (L , en az kodun sınırlı uzunluğuna eşit bir tam sayıdır.)

P_S : Kod çözücünde her simgenin iletilen simge olup olmadığına karar verilir. Bir dizi boyunca hatalı olarak kodu çözülen simgelerin sayısı belirli bir SNR için simge hata olasılığını verir.

n adımda iletilen a biti olduğu halde b biti kod çözücü tarafından seçilirse bir hata olayı başlar. İki dizinin olasılığı; E/N_0 yanında faz fark geçişlerine bağlıdır. a ve b ile başlayan yol çiftleri için faz farkı durumları belirlenmelidir. D_n : fark durumlarını gösterir.

$$D_n = \sum \pi \cdot h_j \cdot B_j, \text{ mod } 2; \quad B_j = a_j - b_j \quad (6.4)$$

Fark durumları kafesi q faz değerleri için (Şekil-6.2)'de gösterilmiştir. B_j ler, $(2M-1)$ tanedir ve $(2M-1)$ her düğüme gelen ve ayrılan dal sayısıdır. $D_n = 0$, $B_j = 0$ ise $a=b$ 'dir. Yani seçilen yol ile iletilen yol aynıdır. n aralıkta seçilen yol sıfır fark durumundan ayrılırsa bir hata olayı başlar. P_e hata olasılığının üst sınırı, n adımda sıfır fark durumundan ayrılan ve tekrar sıfıra dönene kadar seçilebilecek olurlu fark dizilerinin kod çözücü tarafından seçilme olasılıklarının toplanmasıyla belirlenen üst sınırdır. Örneğin $M=2$ için; B_j 'nin olurlu değerleri;

$$\begin{aligned} a_j &= +1, -1, +1, -1 \\ b_j &= +1, -1, -1, +1 \end{aligned} \quad \} B_j = a_j - b_j \text{ ise } 0, 0, 2, -2 \text{ dir.}$$

$$B_n = 2, (a_n, b_n) = (1, -1)$$

$$\beta_j = -2 \quad (a_n, b_n) = (-1, 1)$$

$$\beta_j = 0, \quad (a_n, b_n) = (1, 1) \text{ veya } (-1, -1)$$

durumlarından oluşur. β_j , iletilen dizi ile seçilen dizinin ilişkisini belirleyen bir parametredir. $\beta_n = \pm 2$ geçişlerinin etkisi $\beta_n = 0$ 'dan daha az olmalıdır. Aulin [9] bu etkiyi bir çarpan olarak göstermiştir.

$$C = \pi \cdot [M - |\beta_n|/2]/M \quad (6.5)$$

C çarpanı, ortalama özellikleri sağlamak için her farklı dizinin olasılığına uygulanmalıdır.?

n anında $h^{(1)}$ sapması etkin ise koşullu hata olayı olasılığı;

$$P_{e|1} = \sum C_i \cdot Q[(I \cdot d_i^2 \cdot E/N_0)^{1/2}] \quad (6.6)$$

i, hatanın başladığı, iletilen dizi ile seçilen dizinin farklı olduğu aralıktır. $I \cdot d_i^2$, $h^{(1)}$ indisinin etkin olduğu aralıkta i. diziye olan uzaklık, C_i bir çarpandır.

Fark durumları geçiş diyagramına dayanarak bir akış grafi oluşturulur. Fark durumlarındaki her düğümden ayrılan ve gelen yollar $C \cdot D^x \cdot I^y \cdot L$ dal kazançları ile etiketlenir. Burada $C = [M - |\beta|/2]/M$, x; fark durumları arasındaki geçişi oluşturan işaret çiftleri arasındaki uzaklık, y; hata belirticidir. ($\beta = 0$ ise $y = 0$, $\beta = 0$ ise $y = 1$ 'dir) (Şekil-6.3) Geçiş matrisi, her bir adımdaki durumlar arasındaki geçişleri dal kazançları cinsinden belirtir.

Cok-h'lı kodlarda geçiş diyagramı zamanla değişir. Alışılmış durumda tek bir geçiş matrisi yeterlidir. Burada ise K tane geçiş matrisi gerekir. Zamanla değişen

durumda $n = 1$. adımda, eşit olasılıklı olan K değerden biri rasgele seçilir. Herhangibir n . adımdaki hata olasılığı, K tane belirli frekans sapmasıyla bulunabilecek hata olasılıklarının ortalamasıdır.

$$P_e = (1/K) \cdot \sum_{j=1}^K P_{e|j} \quad (6.7)$$

$P_{e|j}$, $j = 1, \dots, K$ koşullu olasılıkları üst sınırı, verilen örnek için çıkarılmıştır. Hata olayı başladığında h_1 etkin olduğunda $P_{e|1}$, h_2 etkin olduğunda $P_{e|2}$ hata olayı belirlenir. h_1 etkin ise durum farkları arasındaki yol kazançları T_1 , h_2 etkin ise durum farkları arasındaki yol kazançları T_2 matrisi ile gösterilir. Her matris $q+1$ boyutlu kare matristir. q , durum farklarını $(q+1)$ indisi sıfır fark durumundan ayrılıp tekrar sıfır fark durumunda birleşen geçişleri gösterir. T_1 'in jk . elemanı, j durumdan k durumuna olan kazanç ifade eder. (D , I , L cinsinden) Şekil-6.4. Grafin transfer fonksiyonunun bulunmasında çok-h'lı faz kafesinde her aralıkta T_j matrisleri etkindir. İlk adımda T_1 , iki adım sonra $T_1.T_2$ ve üç adım sonra $T_1.T_2.T_3$ şeklinde devam eder. Herhangibir aralık sonunda toplam matrisinin sağ üst köşe elemanı, mümkün yol uzaklıklarını, uzunluklarını, işaret hatalarını gösterir.

$$M_1 = T_1 + T_1.T_2 + T_1.T_2.T_3 + \dots \quad (6.8)$$

Burada hata olayı tek bir adım ise T_1 , hata olayı iki adım ise hem h_1 etkin olduğundaki geçiş matrisini hemde iki adımda oluşabilecek hatalarını gösteren $T_1.T_2$ matrislerini kapsar. Bu işlem sonsuz adım için sürer. M_1 düzenlenirse;

dir. Burada v_i i . hata olayı ile belirlenen sığa

$$M_1 = \left[\sum_{j=0}^{\infty} (T_1 \cdot T_2 \dots T_K)^j \right] \cdot [T_1 + T_1 \cdot T_2 + \dots + T_1 \cdot T_2 \dots T_K]$$

$$M_1 = [I - T_1 \cdot T_2 \dots T_K]^{-1} \cdot [T_1 + T_1 \cdot T_2 + \dots + T_1 \cdot T_2 \dots T_K] \quad (6.9)$$

M_1 'in sağ üst köşe elemanı h_1 başlangıç sapması olduğunda $G_1(D, I, L)$ olarak tanımlanır. Genel olarak;

$$G_1(D, I, L) = \sum C_i \cdot D^{d_i^2} \cdot I^{v_i} \cdot L^{l_i} \quad (6.10)$$

C_i , pozitif sabit, d_i^2 , l_i uzunluğundaki bir hata olayıyla bulunan uzaklığı v_i hatalı simgelerin sayısını gösterir. Verilen uzunlukta farklı d_i^2 ve v_i 'li birçok hata olayı bulunabilir. (6.6) denkleminde verilen hata olayı üst sınırı, (6.10) denklemi toplam terimi olarak (6.6)'da yerine yazılarak belirlenir.

$$Q((a+b)^{\frac{1}{2}}) < Q(a^{\frac{1}{2}}) \cdot \exp(-b/2); a, b > 0 \quad (6.11)$$

eşitsizliği kullanılarak;

$$P_{e|1} < Q(((1d^2_{\min} \cdot E)/N_0)^{\frac{1}{2}}) \cdot \exp[(1d^2_{\min})/(2 \cdot N_0)] \cdot \sum_{i=1}^{\infty} C_i \cdot \exp(-(d_i^2 \cdot E)/(2 \cdot N_0)) \quad (6.12)$$

yazılır. kullanılması durumunda hata ve sığa hata

$G_1(D, I, L)$ eşitliğinde $D = \exp(-E/(2 \cdot N_0))$, $I = L = 1$ seçilerek (6.13)'teki toplam terimi yerine yazılırsa;

$$P_{e|1} < Q(((1d^2_{\min} \cdot E)/N_0)^{\frac{1}{2}}) \cdot \exp((1d^2_{\min} \cdot E)/(2 \cdot N_0))$$

$$G_1(D, I, L) \Big|_{\substack{D=\exp(-E/(2 \cdot N_0)) \\ I=L=1}} \quad (6.13)$$

$$< G_1(D, I, L) \Big|_{\substack{D=\exp((-E/(2 \cdot N_0)) \\ I=L=1}} / ((2 \cdot \pi \cdot 1d^2_{\min} \cdot E)/N_0)^{\frac{1}{2}} \quad (6.14)$$

elde edilir.

Düşük işaret/gürültü oranları için sınır;

$$Q(x) < \exp(-x^2/2) / (2 \cdot \pi)^{\frac{1}{2}} \cdot x \quad (6.15)$$

ilişkisi kullanılarak simge hata olasılığı koşullu üst sınırı;

$$P_{s|1} < \sum C_i \cdot v_i \cdot Q(((1d_i^2_{\min})/N_0)^{\frac{1}{2}}) \quad (6.16)$$

dir. Burada v_i i. hata olayı ile belirlenen simge hatalarının sayısıdır. Üsteki adım kullanılarak;

$$P_{s|1} < \frac{dG_1(D, I, L)}{dI} \Big|_{I=L=1} D = \exp(-E/(2.N_0)) / ((2.\pi. id^2_{min}.E)/N_0)^{\frac{1}{2}} \quad (6.17)$$

yazılır. Burada,

d: Kısmi türev operatörüdür.

$h^{(i)}$ 'nin K tane farklı değeri için ortalama bir sınır belirlenir. Sonuç olarak simge hata olasılığı ve hata olasılığı üst sınırları (6.18 a) ve (6.18 b) denklemleriyle verilmiştir.

$$P_e < (1/K) \cdot \sum_{i=1}^K (2.\pi.((id^2_{min}.E)/N_0))^{\frac{1}{2}}.$$

$$G_1(D, I, L) \Big|_{I=L=1} D = \exp(-E/(2.N_0)) \quad (6.18 a)$$

$$P_s < (1/K) \cdot \sum_{i=1}^K (2.\pi.((id^2_{min}.E)/N_0))^{\frac{1}{2}}.$$

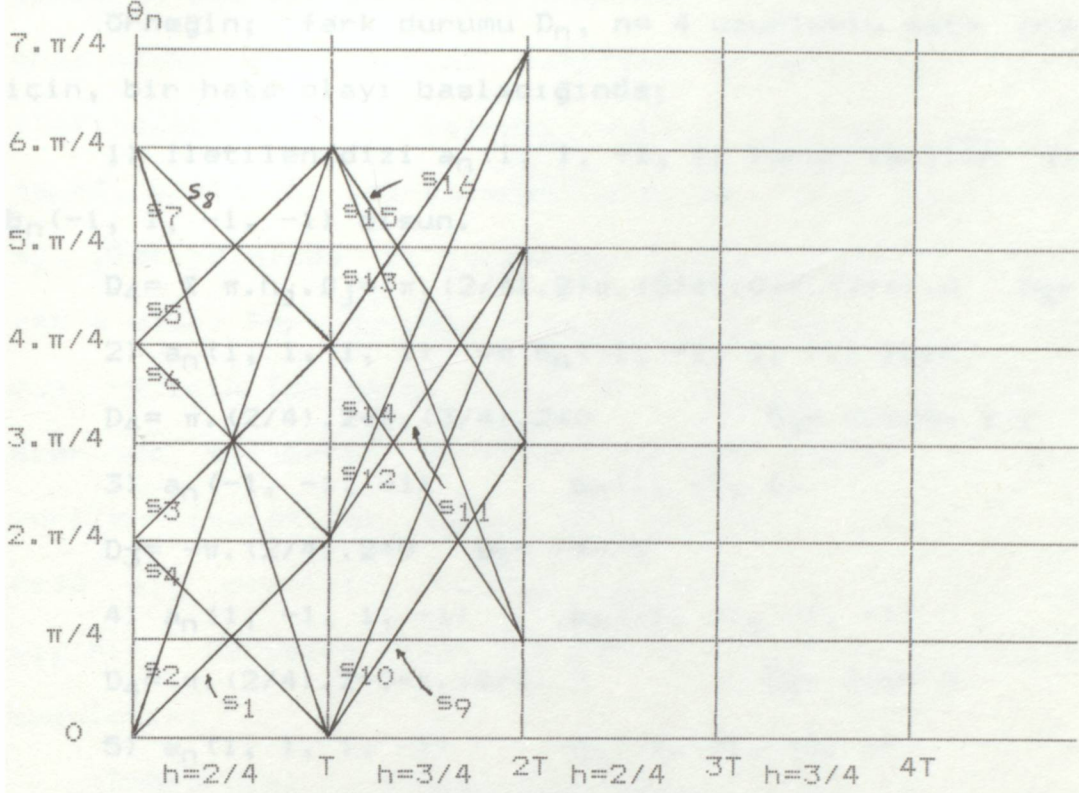
$$(dG_1(D, I, L)/dI) \Big|_{I=L=1} D = \exp(-E/(2.N_0)) \quad (6.18 b)$$

6.2 $H_2 = (2/4, 3/4)$ MHPM için sonsuz uzunluklu hafıza kullanılması durumunda hata ve simge hata olasılığı üst sınırlarının belirlenmesi.

MHPM sürekli $s(t)$ işareti $(2/4, 3/4)$ koduna ait kafes yapısı (Şekil-6.1)'de verilmiştir. Kafes üzerinde her işaretleşme aralığının başlangıcındaki θ_i faz değerlerine göre o aralık boyunca kullanılan h_i değeri ile parça parça sürekli faz geçiş durumları gösterilir. n. adımda bir hata olayı başladığında, (a_n, b_n) dizi çiftinin olasılığı faz farkı durumlarına bağlıdır. Fark durumları, biriken faz farkıyla verilir.

$D_n = \sum \pi.h_j.\beta_j$, mod $2.\pi$ ifadesi kullanılarak $(2/4, 3/4)$ kodu için faz durumları kafesi

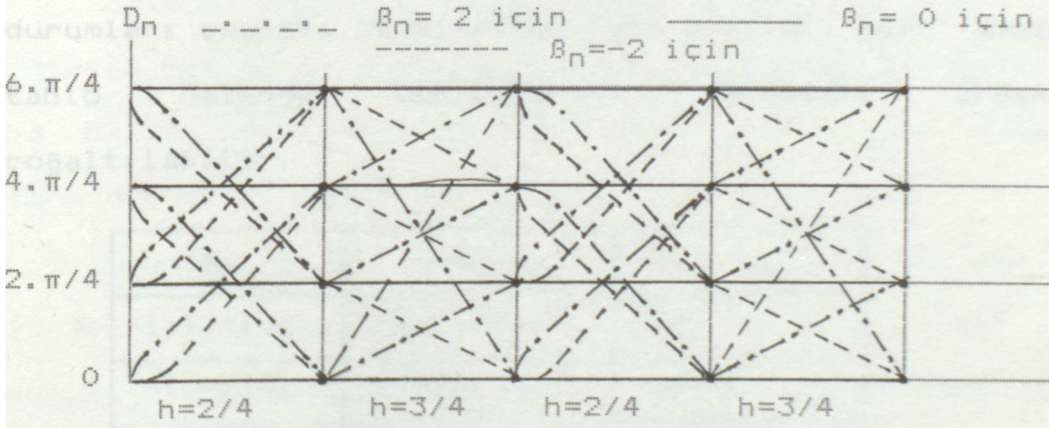
oluşturulmuştur. (Şekil-6.2.)



Şekil-6.1. (2/4, 3/4) kodu için durum kafesi.

—— geçişleri $a_n=1$ için

----- geçişleri $a_n=-1$ için



Şekil-6.2 (2/4, 3/4) kodu için fark durum kafesi;

a_i	b_i	$B_j = a_i - b_i$
1	-1	2
-1	1	-2
1	1	0
-1	-1	0

—— B_j 'nin olurlu değerleri

Örneğin; fark durumu D_n , $n=4$ uzunluklu hata olayı arasındaki faz farkına bakılır. Örneğin; a_n işaret için, bir hata olayı başladığında;

1) iletilen dizi $a_n(1, 1, -1, 1)$ karar verilen dizi $b_n(-1, 1, -1, -1)$ olsun.

$$D_4 = \sum \pi \cdot h_j \cdot \beta_j = \pi \cdot (2/4) \cdot 2 + \pi \cdot (3/4) \cdot 0 + \pi \cdot (2/4) \cdot 0 \quad D_4 = \pi$$

2) $a_n(1, 1, 1, 1)$ ve $b_n(-1, -1, 1, -1)$ için

$$D_4 = \pi \cdot (2/4) \cdot 2 + \pi \cdot (3/4) \cdot 2 + 0 \quad D_4 = 2 \cdot \pi / 4 = \pi / 2$$

3) $a_n(-1, -1, -1)$ $b_n(1, -1, 1)$

$$D_3 = -\pi \cdot (2/4) \cdot 2 + 0 \quad D_3 = -\pi = \pi$$

4) $a_n(1, -1, 1, -1)$ $b_n(-1, -1, -1, -1)$

$$D_4 = \pi \cdot (2/4) \cdot 2 + 0 + \pi \cdot (2/4) \cdot 2 \quad D_4 = 2 \cdot \pi = 0$$

5) $a_n(1, 1, 1, -1)$ $b_n(-1, -1, -1, 1)$

$$D_n = \pi \cdot (2/4) \cdot 2 + \pi \cdot (3/4) \cdot 2 + \pi \cdot (2/4) \cdot 2 = (3 \cdot \pi) / 2$$

a_n ve b_n dizi çifti için tüm olabilecek fark durumları çeşitli uzunluktaki hata olayları için aşağıda tablo halinde verilmiştir. Tablodaki örnekler çoğaltılabilir.

a_n	b_n	D_n
1,1,-1,1	-1,1,-1,-1	$D_4 = \pi$
-1,-1,-1	1,-1,1	$D_3 = -\pi$
1,-1,1,-1	-1,-1,-1,-1	$D_4 = 0$
1,1,1,1	-1,-1,1,-1	$D_4 = \pi/2$
1,1,1,-1	-1,-1,-1,1	$D_4 = (3 \cdot \pi) / 2$
...	...	...
...	...	...

Fark durumları arasındaki geçişler her işaretleşme aralığında farklıdır. Hata olayı h_1 aralığında başlasın.

Durum kafesi üzerinde aynı düğümden ayrılan dizi çiftleri arasındaki faz farkına bakılır. Örneğin, s_1 işareti iletildiğinde s_2 işareti hatalı olarak seçilirse ($a_n=1, b_n=1$) iki işaret arasındaki faz farkı π 'dir. Veya s_2 iletildiğinde s_1 seçilirse ($a_n=-1, b_n=1$) faz farkı $-\pi = \pi$ olur. Fark durumları kafesinde o halde $B_n = 2$ veya $B_n = -2$ için faz farkı π 'dir. İlk aralıkta, durum kafesi üzerinde s_1 karar verilmesi gereken işaret s_2 karar verilen işaret ise, ikinci aralıkta doğru işaret ya s_{11} yada s_{12} olabilir. Hatalı işaretler ise ya s_{15} yada s_{16} 'dır. Bu işlem olası tüm işaretler için her aralıkta uygulanır.

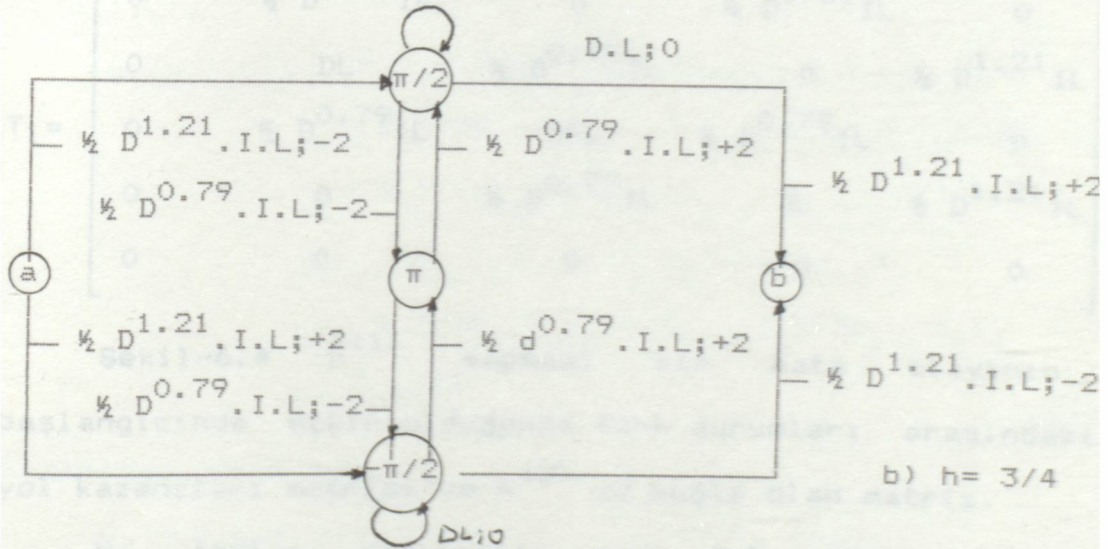
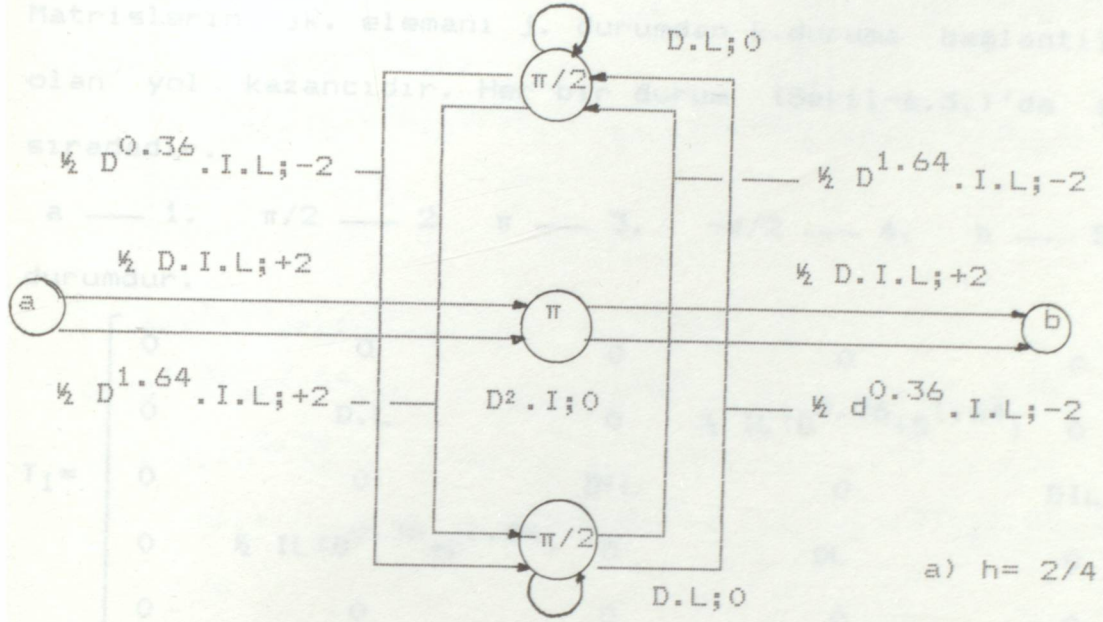
Doğru dizi 1, 1 veya s_1, s_{11}

Hatalı dizi -1, -1 veya s_2, s_{16} ise $DF = (\pi/2)$

Kısaca şöyle söyleyebiliriz; n. hata aralığı için hatanın başladığı andan itibaren biriken faz farkları a_n ve b_n 'in tüm olası değerleri için belirlenir. Böylece fark durumları arasındaki geçişler oluşturulur.

Oluşturulan faz farkı durumları kafesinden yararlanarak K farklı işaretleşme aralığı için fark durumları geçiş diyagramı oluşturulur. Diyagramdaki fark durumları arasındaki yollar $C.D^X.I^Y.L$ kazanç formu ile etiketlenir. x , seçilen aralıktaki fark durumları geçişini sağlayan, faz farklı işaret çifti arasındaki Oklid uzaklığının 2'ye normalize değeridir.

Fark durumları geçiş diyagramı; sıfır durumu ve giriş ve çıkış düğümleri ile bir işaret akış grafi olarak gösterilir.



a: Hata olayının başladığı andaki kalkış düğümü

b: Hata olayı sonundaki varış düğümü

Şekil-6.3. Fark durumları geçiş diyagramı, (ikili (2/4, 3/4) doğrusal faz kodu için)

T_1 ve T_2 geçiş diyagramından yararlanılarak oluşturulan yol kazancı matrisi $[5 \times 5]$ boyutundadır. Matrislerin jk . elemanı j . durumdan k . duruma bağlantılı olan yol kazancıdır. Her bir durum (şekil-6.3.)'da řu sıradadır.

a — 1. $\pi/2$ — 2 π — 3. $-\pi/2$ — 4. b — 5.
durumdur.

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & D.L & 0 & \frac{1}{2} IL(D^{0.36} + D^{1.64}) & 0 \\ 0 & 0 & D^2 L & 0 & DIL \\ 0 & \frac{1}{2} IL(D^{0.36} + D^{1.64}) & 0 & DL & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} D^{1.21} IL & 0 & \frac{1}{2} D^{1.21} IL & 0 \\ 0 & DL & \frac{1}{2} D^{0.79} IL & 0 & \frac{1}{2} D^{1.21} IL \\ 0 & \frac{1}{2} D^{0.79} IL & D^2 L & \frac{1}{2} D^{0.79} IL & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} D^{0.79} IL & DL & \frac{1}{2} D^{1.21} IL \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

şekil-6.4 $h^{(1)}$ sapması bir hata olayının başlangıcında etkin olduğunda fark durumları arasındaki yol kazançları matrisi ve $h^{(2)}$ ye bağlı olan matris.

M_1 toplam matrisinin sağ st köşe elemanı $G_1(D, I, L)$ 'yi verir.

$$M_1 = [I - T_1 \cdot T_2]^{-1} \cdot [T_1 + T_1 \cdot T_2] \text{ dir. } T_1 \cdot T_2 \text{ matrisi,}$$

$$T_1 \cdot T_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2} D^{1.79} I^2 L^2 & D^3 I L^2 \\ 0 & D^2 L^2 & \frac{1}{2} I L^2 D^{1.79} + \frac{1}{4} I^2 L^2 (D^{1.15} + D^{2.43}) \\ 0 & \frac{1}{2} D^{2.79} I L^2 & D^4 L^2 \\ 0 & \frac{1}{2} I L^2 (D^{1.36} + D^{2.64}) & \frac{1}{2} I L^2 D^{1.79} + \frac{1}{4} I^2 L^2 (D^{1.15} + D^{2.43}) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_2 \cdot T_1 = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} D^{1.79} I^2 L^2 & 0 \\ \frac{1}{2} (D^{1.36} + D^{2.64}) I L & \frac{1}{2} I L^2 D^{2.21} + \frac{1}{4} I^2 L^2 (D^{1.57} + D^{2.85}) \\ \frac{1}{2} I L^2 D^{2.79} & 0 \\ D^2 L^2 & \frac{1}{2} I L^2 D^{2.21} + \frac{1}{4} I^2 L^2 (D^{1.57} + D^{2.85}) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(6.21)

olup, buradan M_1 matrisinin sağ üst köşe elemanı

$G_1(D, I, L)$:

$$G_1(D, I, L) = (I^4 L^4 D^{3.36} + I^5 L^5 D^{3.94} + 2I^3 L^4 D^4 + 4I^2 L^3 D^4 + 2I^4 L^5 D^{4.58} + I^4 L^5 D^{4.64} - 4I^2 L^5 D^6 + I^5 L^5 D^{5.22} - 2I^3 L^5 D^{5.36} - 2I^3 L^5 D^{6.64}) / (4 - 2I L^2 D^{1.36} - 4D^2 L^2 - 2I L^2 D^{2.64} - I^3 L^4 D^{3.94} - 4L^2 D^4 - 2I^2 L^4 D^{4.58} - I^3 L^4 D^{5.22} + 2I L^4 D^{5.36} + 4L^4 D^6 + 2I L^4 D^{6.64}) \quad (6.22)$$

biçiminde ifade edilir.

$$G_1(D, I, L) = \text{Pay} / \text{Payda} \quad \text{ise } P_s \text{ için}$$

$$dG_1(D, I, L) / dI = [(\text{Pay})', \text{Payda} - (\text{Payda})', \text{Pay}] / (\text{Payda})^2 \quad (6.23)$$

$$(\text{Pay})' = 4I^3 L^4 D^{3.36} + 5I^4 L^5 D^{3.94} + 6I^2 L^4 D^4 + 8I L^3 D^4 + 8I^3 L^5 D^{4.58} + 4I^3 L^4 D^{4.64} - 8I L^5 D^6 + 5I^4 L^5 D^{5.22} - 6I^2 L^5 D^{5.36} - 6I^2 L^5 D^{6.64} \quad (6.24)$$

ve

$$G_2(D, I, L) = \frac{(Payda)}{(G_2Pay)} = \frac{-2I^2D^{1.36} - 2I^2D^{2.64} - 3I^2L^4D^{3.94} - 4IL^4D^{4.58} - 3I^2L^4D^{5.22} + 2L^4D^{5.36} + 2L^4D^{6.64}}{(6.25)}$$

dir.

Hata olayı başlangıcında $h^{(2)}$ etkin olduğunda;

$M_2 = [I - T_1 \cdot T_2]^{-1} \cdot [T_2 + T_2 \cdot T_1]$ dir. M_2 'nin sağ üst köşe elemanı $G_2(D, I, L)$ 'yi verir.

$$T_2 \cdot T_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}D^{1.21}IL(DL + \frac{1}{2}IL(D^{0.36} + D^{1.64})) & 0 \\ 0 & D^2L^2 & \frac{1}{2}IL^2D^{2.79} \\ 0 & \frac{1}{2}D^{0.79}IL(DL + \frac{1}{2}IL(D^{0.36} + D^{1.64})) & D^4L^2 \\ 0 & DL(\frac{1}{2}IL(D^{0.36} + D^{1.64})) & \frac{1}{2}IL^2D^{2.79} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$P_0 < \frac{1}{2}IL^2D^{1.79} \left[\begin{array}{c} \frac{1}{2}D^{1.21}IL(DL + \frac{1}{2}IL(D^{0.36} + D^{1.64})) \\ DL(\frac{1}{2}IL(D^{0.36} + D^{1.64})) \\ \frac{1}{2}D^{0.79}IL(DL + \frac{1}{2}IL(D^{0.36} + D^{1.64})) \\ D^2L^2 \\ 0 \end{array} \right]$$

olup,

$$G_2(D, I, L) = \frac{(I^3L^3D^{2.78} + I^4L^4D^{3.36} + 2I^2L^3D^{3.42} + 2I^3L^4D^4 + I^3L^3D^{4.06} + I^4L^4D^{4.64} - I^3L^5D^{6.78} - 2I^2L^5D^{7.62} - I^3L^5D^{8.06}) / (4 - 4L^2D^2 - 2IL^2D^{1.36} - 2IL^2D^{2.64} + 4L^4D^6 + 2IL^4D^{5.36} + 2IL^4D^{6.64} - 2I^2L^4D^{4.58} - I^3L^4D^{3.94} - I^3L^4D^{5.22} - 4L^2D^4)}{(6.27)}$$

dir.

$G_2(D, I, L) = G_2Pay / G_2Pyd$ ise P_s işaret hata olasılığını hesaplamak için gereken;

$$dG_2(D, I, L)/dI = [(G_2Pay)' \cdot G_2Pyd - (G_2Pyd)' \cdot G_2Pay] / (G_2Pyd)^2 \quad (6.28)$$

$$(G_2Pay)' = 3I^2 L^3 D^{2.78} + 4I^3 L^4 D^{3.36} + 4IL^3 D^{3.42} + 6I^2 L^4 D^4 + \\ 3I^2 L^3 D^{4.06} + 4I^3 L^4 D^{4.64} - 3I^2 L^5 D^{6.78} - \\ 4IL^5 D^{7.42} - 3I^2 L^5 D^{8.06} \quad (6.29)$$

$$(G_2Pyd)' = -2L^2 D^{1.36} - 2L^2 D^{2.64} + 2L^4 D^{5.36} + 2L^4 D^{6.64} - \\ 4IL^4 D^{4.58} - 3I^2 L^4 D^{3.94} - 3I^2 L^4 D^{5.22} \quad (6.30)$$

dir. Bu bilgiler ışığında (6.31) ve (6.32) denklemleri kullanılarak çeşitli E/N_0 oranları için işaret hata olasılığı ve hata olasılığı üst sınırı teorik olarak hesaplanmıştır.

Bu da (Şekil-6.7)'de gösterilmiştir.

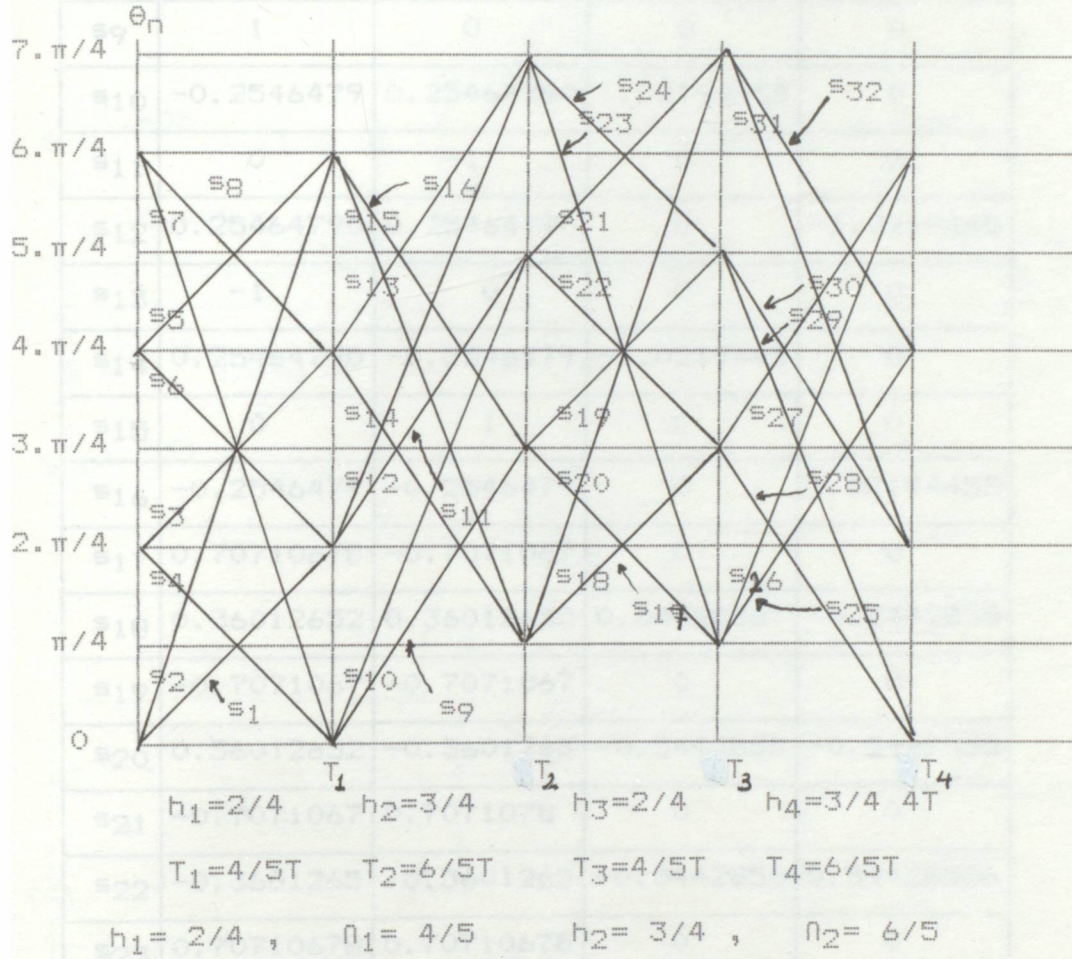
$$P_e < \frac{1}{2} [((2 \cdot \pi \cdot 3,36 \cdot E)/N_0)^{-\frac{1}{2}} \cdot G_1(D, I, L) \Big|_{\substack{I=L=1 \\ D=\exp(-E/(2N_0))}} + \\ ((2 \cdot \pi \cdot 2,78 \cdot E)/N_0)^{-\frac{1}{2}} \cdot G_2(D, I, L) \Big|_{\substack{I=L=1 \\ D=\exp(-E/(2N_0))}}] \quad (6.31)$$

$$P_s < \frac{1}{2} [((2 \cdot \pi \cdot 3,36 \cdot E)/N_0)^{-\frac{1}{2}} \cdot dG_1(D, I, L)/dI \Big|_{\substack{I=L=1 \\ D=\exp(-E/(2N_0))}} + \\ ((2 \cdot \pi \cdot 2,78 \cdot E)/N_0)^{-\frac{1}{2}} \cdot dG_2(D, I, L)/dI \Big|_{\substack{I=L=1 \\ D=\exp(-E/(2N_0))}}] \quad (6.32)$$

(2/3, 3/4) kodun $d_s = 5.56$ 'dır. Yukarıdaki denklemde kullanılan d_{min} uzaklığı 2'ye normalizedir.

6.3 Çok-T'li kodların hata ve simge olasılıkları üst sınırlarının bulunması

(2/4, 3/4) Çok-T'li kod kafesi için gereken parametreler hesaplanarak kafes çizilir. Kafes üzerindeki her dala $s_i(t)$ işaret kümesinden uygun olanı yerleştirilir.



Şekil-6.5 Çok-T'li faz kodlamalı modülasyon için

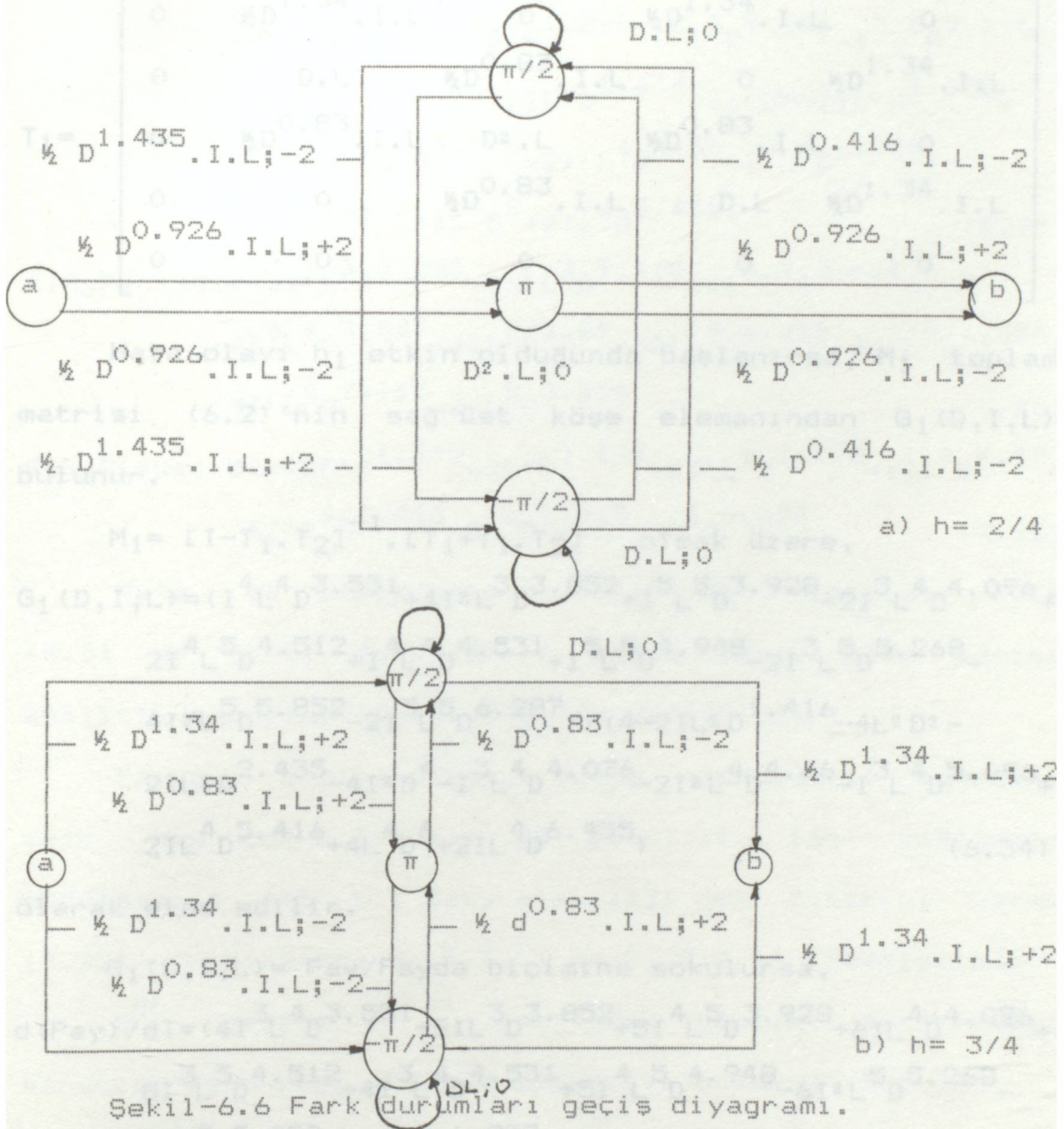
kafes diyagramı

s_i	A_1	A_2	A_3	A_4
s_1	1	0	0	0
s_2	0	0.50929581	0.76973645	0
s_3	0	-1	0	0
s_4	0.50929581	0	0	-0.7697364
s_5	-1	0	0	0
s_6	0	-0.5092958	-0.7697364	0
s_7	0	1	0	0
s_8	-0.5092958	0	0	0.76973645

s_i	A_1	A_2	A_3	A_4
s_9	1	0	0	0
s_{10}	-0.2546479	0.25464790	1.02194455	0
s_{11}	0	-1	0	0
s_{12}	0.25464790	0.25464790	0	-1.0219445
s_{13}	-1	0	0	0
s_{14}	0.25464790	-0.2546479	-1.0219445	0
s_{15}	0	1	0	0
s_{16}	-0.2546479	-0.2546479	0	1.02194455
s_{17}	0.70710678	-0.7071067	0	0
s_{18}	0.36012652	0.36012652	0.54428587	-0.5442858
s_{19}	-0.7071067	-0.7071067	0	0
s_{20}	0.36012652	-0.3601265	-0.5442858	-0.5442858
s_{21}	-0.7071067	0.7071078	0	0
s_{22}	-0.3601265	-0.3601265	-0.5442858	0.54428586
s_{23}	0.70710678	0.70710678	0	0
s_{24}	-0.3601265	0.36012652	0.54428587	0.54428587
s_{25}	0.70710678	-0.7071067	0	0
s_{26}	0	0.36012652	0.72262391	-0.7226239
s_{27}	-0.7071067	-0.7071067	0	0
s_{28}	0.36012652	0	-0.7226239	-0.7226239
s_{29}	-0.7071067	0.70710678	0	0
s_{30}	0	-0.3601265	-0.7226239	0.72262392
s_{31}	0.70710678	0.70710678	0	0
s_{32}	-0.3601265	0	0.72262392	0.72262392

Çok-T'li kodun fark durumları kafesi (Şekil-6.2.)'deki gibidir. Fark durumları geçiş diyagramı (Bölüm-6.1)'de

tanımlandığı şekilde (Şekil 6.6)'da gösterilmiştir.



Geliş diyagramından yararlanılarak T_1 ve T_2 kazanç matrisleri oluşturulur.

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & D^{0.926} \cdot I.L & 0 & 0 \\ 0 & D.L & 0 & \frac{1}{2} \cdot I.L \cdot (D^{1.425} + D^{0.416}) & 0 \\ 0 & 0 & D^2 \cdot L & 0 & D^{0.926} \cdot I.L \\ 0 & \frac{1}{2} D^{0.83} \cdot I.L & 0 & D.L & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{2}D^{1.34} \cdot I \cdot L & 0 & \frac{1}{2}D^{1.34} \cdot I \cdot L & 0 \\ 0 & D \cdot L & \frac{1}{2}D^{0.83} \cdot I \cdot L & 0 & \frac{1}{2}D^{1.34} \cdot I \cdot L \\ 0 & \frac{1}{2}D^{0.83} \cdot I \cdot L & D^2 \cdot L & \frac{1}{2}D^{0.83} \cdot I \cdot L & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2}D^{0.83} \cdot I \cdot L & D \cdot L & \frac{1}{2}D^{1.34} \cdot I \cdot L \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Hata olayı h_1 etkin olduğunda başlanırsa, M_1 toplam matrisi (6.2)'nin sağ üst köşe elemanından $G_1(D, I, L)$ bulunur.

$$M_1 = [I - T_1 \cdot T_2]^{-1} \cdot [T_1 + T_1 \cdot T_2] \quad \text{olmak üzere,}$$

$$G_1(D, I, L) = (I^4 L^4 D^{3.531} + 4I^2 L^3 D^{3.852} + I^5 L^5 D^{3.928} + 2I^3 L^4 D^{4.096} + 2I^4 L^5 D^{4.512} + I^4 L^4 D^{4.531} + I^5 L^5 D^{4.948} - 2I^3 L^5 D^{5.268} - 4I^2 L^5 D^{5.852} - 2I^3 L^5 D^{6.287}) / (4 - 2IL^2 D^{1.416} - 4L^2 D^2 - 2IL^2 D^{2.435} - 4I^2 D^4 - I^3 L^4 D^{4.076} - 2I^2 L^4 D^{4.66} - I^3 L^4 D^{5.096} + 2IL^4 D^{5.416} + 4L^4 D^6 + 2IL^4 D^{6.435}) \quad (6.34)$$

olarak elde edilir.

$$G_1(D, I, L) = \text{Pay/Payda biçimine sokulursa,}$$

$$d(\text{Pay})/dI = (4I^3 L^4 D^{3.531} + 8IL^3 D^{3.852} + 5I^4 L^5 D^{3.928} + 6IL^4 D^{4.096} + 8I^3 L^5 D^{4.512} + 4I^3 L^4 D^{4.531} + 5I^4 L^5 D^{4.948} - 6I^2 L^5 D^{5.268} - 8IL^5 D^{5.852} - 6I^2 L^5 D^{6.287}) / (-2L^2 D^{1.416} - 2L^2 D^{2.435} - 3I^2 L^4 D^{4.076} - 4IL^4 D^{4.66} - 3I^2 L^4 D^{5.096} + 2L^4 D^{5.416} + 2L^4 D^{6.435}) \quad (6.35)$$

olarak bulunur.

Hata olayı başladığında $h^{(2)}$ etkin ise;

$$M_2 = [I - T_2 \cdot T_1]^{-1} \cdot [T_2 + T_2 \cdot T_1] \quad \text{dir.}$$

M_2 'nin sağ üst köşe elemanı $G_2(D, I, L)$ denklemini verir.

$$G_2(D, I, L) = (I^3 L^3 D^{3.096} + I^3 L^3 D^{3.116} + I^4 L^4 D^{3.512} + I^4 L^4 D^{3.532} + \\ 2I^2 L^3 D^{3.68} + 2I^3 L^4 D^{4.096} - I^3 L^5 D^{7.096} - I^3 L^5 D^{7.116} - \\ 2I^2 L^5 D^{7.68}) / (4 - 2IL^2 D^{1.416} - 4L^2 D^2 - 2IL^2 D^{2.435} - \\ 4L^2 D^4 - I^3 L^4 D^{4.076} - 2I^2 L^4 D^{4.66} - I^3 L^4 D^{5.096} + \\ 2IL^4 D^{5.416} + 4L^4 D^6 + 2IL^4 D^{6.435}) \quad (6.37)$$

$$d(G_2 \text{Pay})/dI = 3I^2 L^3 D^{3.096} + 3I^2 L^3 D^{3.116} + 4I^3 L^4 D^{3.512} + \\ 4I^3 L^4 D^{3.532} + 4IL^3 D^{3.68} + 6I^2 L^4 D^{4.096} - 3I^2 L^5 D^{7.096} - \\ 3I^2 L^5 D^{7.116} - 4IL^5 D^{6.435} \quad (6.38)$$

$$d(G_2 \text{Payda})/dI = -2L^2 D^{1.416} - 2L^2 D^{2.435} - 3I^2 L^4 D^{4.076} - 4IL^4 D^{4.66} - \\ 3I^2 L^4 D^{5.096} + 2L^4 D^{5.416} + 2L^4 D^{6.435} \quad (6.39)$$

Hata ve simge hata olasılığı üst sınırları için (6.31 ve 6.32) denklemleri kullanılarak elde edilen analitik sonuçlar (Şekil-6.8)'de verilmiştir.

Frekans seçici olmayan yavaş sönmülemeli kanallar için hem çok-h'lı hem de çok-T'li faz kodlamalı modülasyona ait bit hata olasılığı üst sınırını veren (6.32) denkleminde $G_1(D, I, L)$ ve $G_2(D, I, L)$ ifadelerinde;

D^{d^2} yerine $D^{a^2 d^2}$ yazılarak genlik sönmülemeli kanallar için yeni aktarım işlevleri bulunur. Burada;

$$D^{a^2 d^2} = [(1+K)/(1+K+d^2 \alpha)] \exp[(-d^2 K \alpha)/(1+K+d^2 \alpha)],$$

$$\alpha = E_s / 2N_0$$

olup, K sönmüleme katsayısıdır. K'nın şu değerlerinde bit hata olasılığı üst sınır eğrileri çizilmiştir. (Şekil-6.9), (Şekil-6.10), (Şekil-6.11)

K= 0 ise aşırı sönmülemeli, Rayleigh kanal durumunu

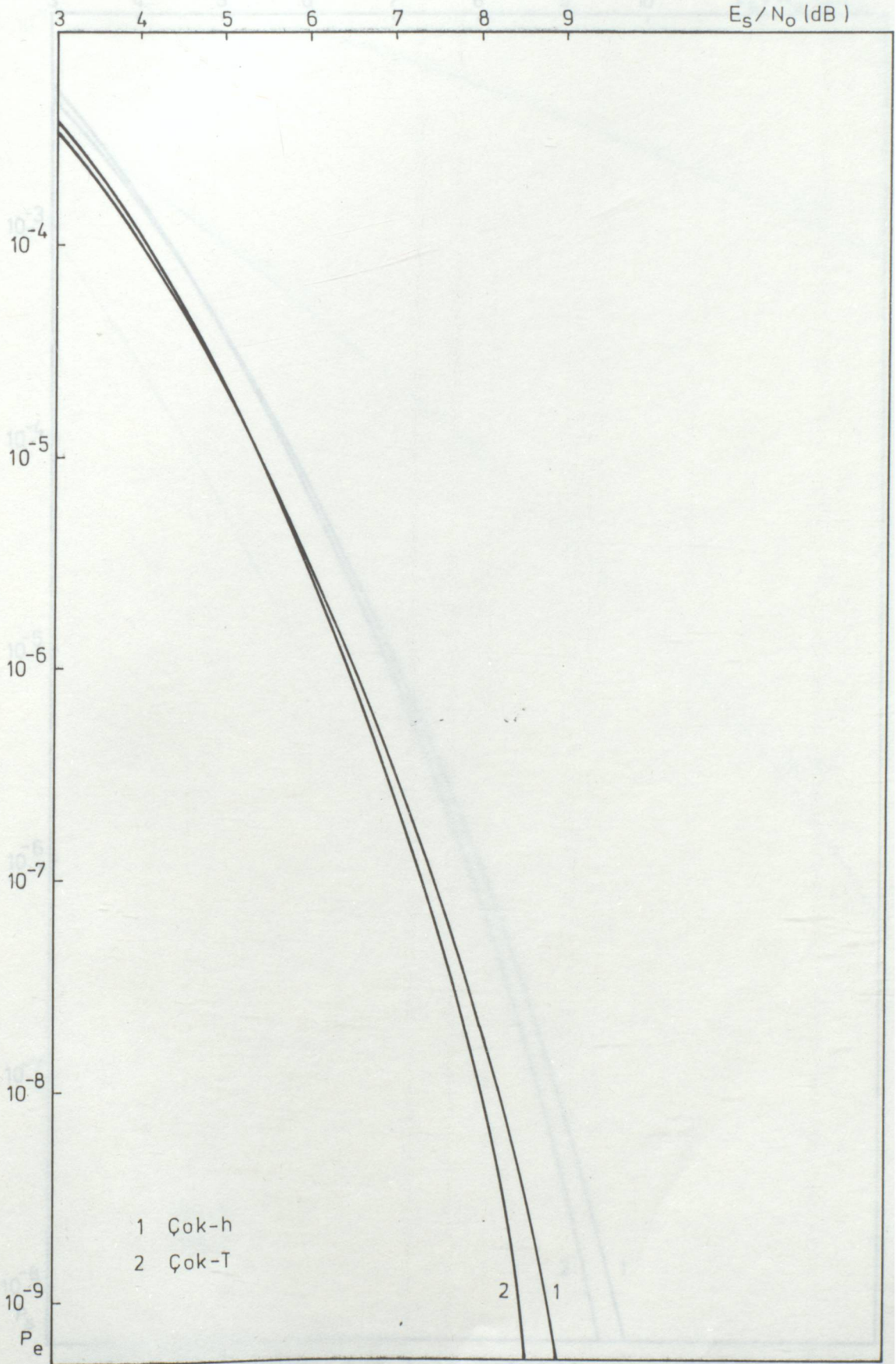
K= 10 ise uydu haberleşmesinde pratikte karşılaşılan durumunu

K= ∞ ise kanal Gauss gürültülü kanala yaklaşır.

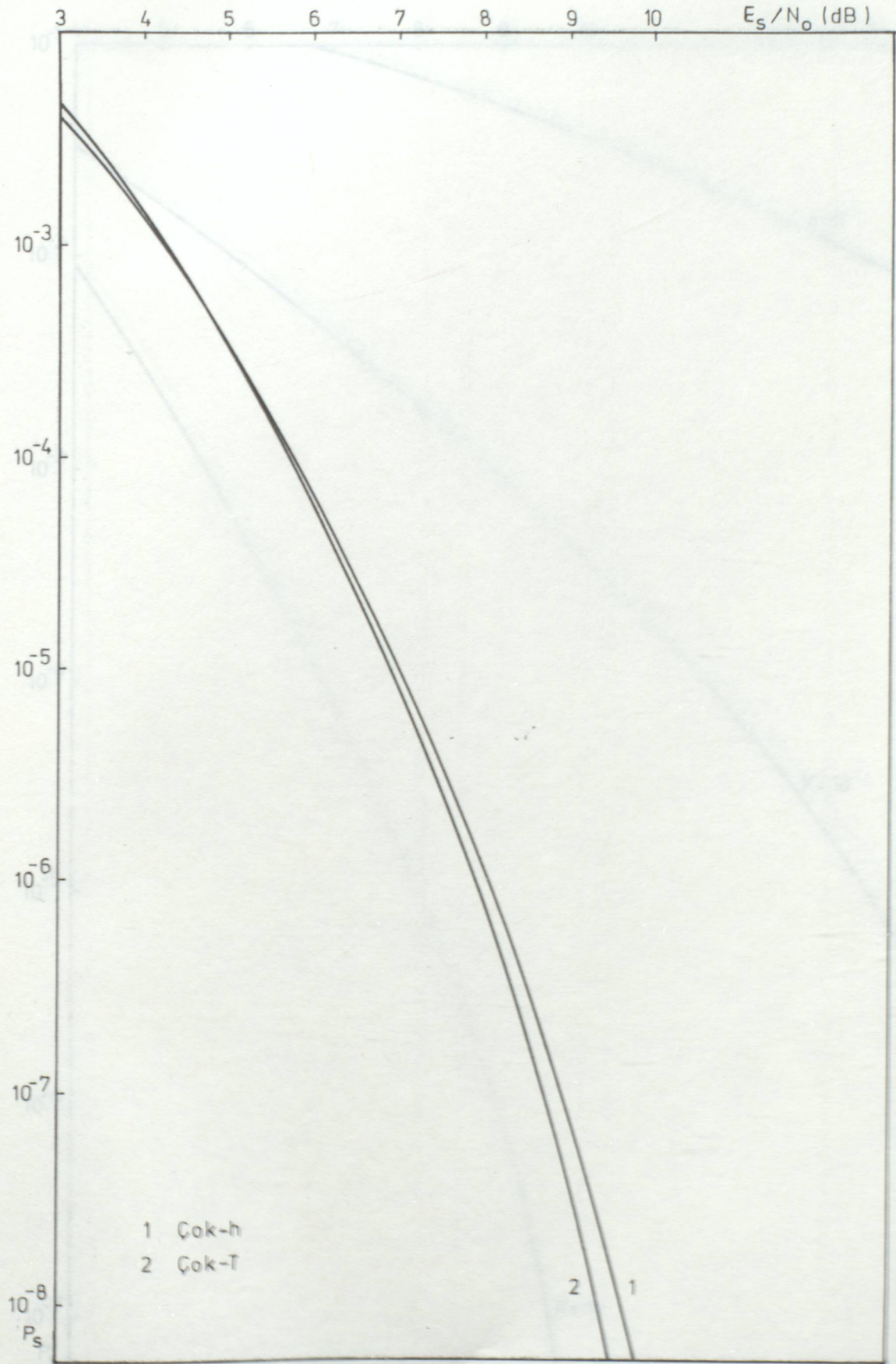
Sönümlenmesiz durumu gösterir.

Çok-T'li işaretlerin çok-h'lı faz kodlamalı işaretlerden sönümlemeli kanallardaki analitik olarak elde edilmiştir.

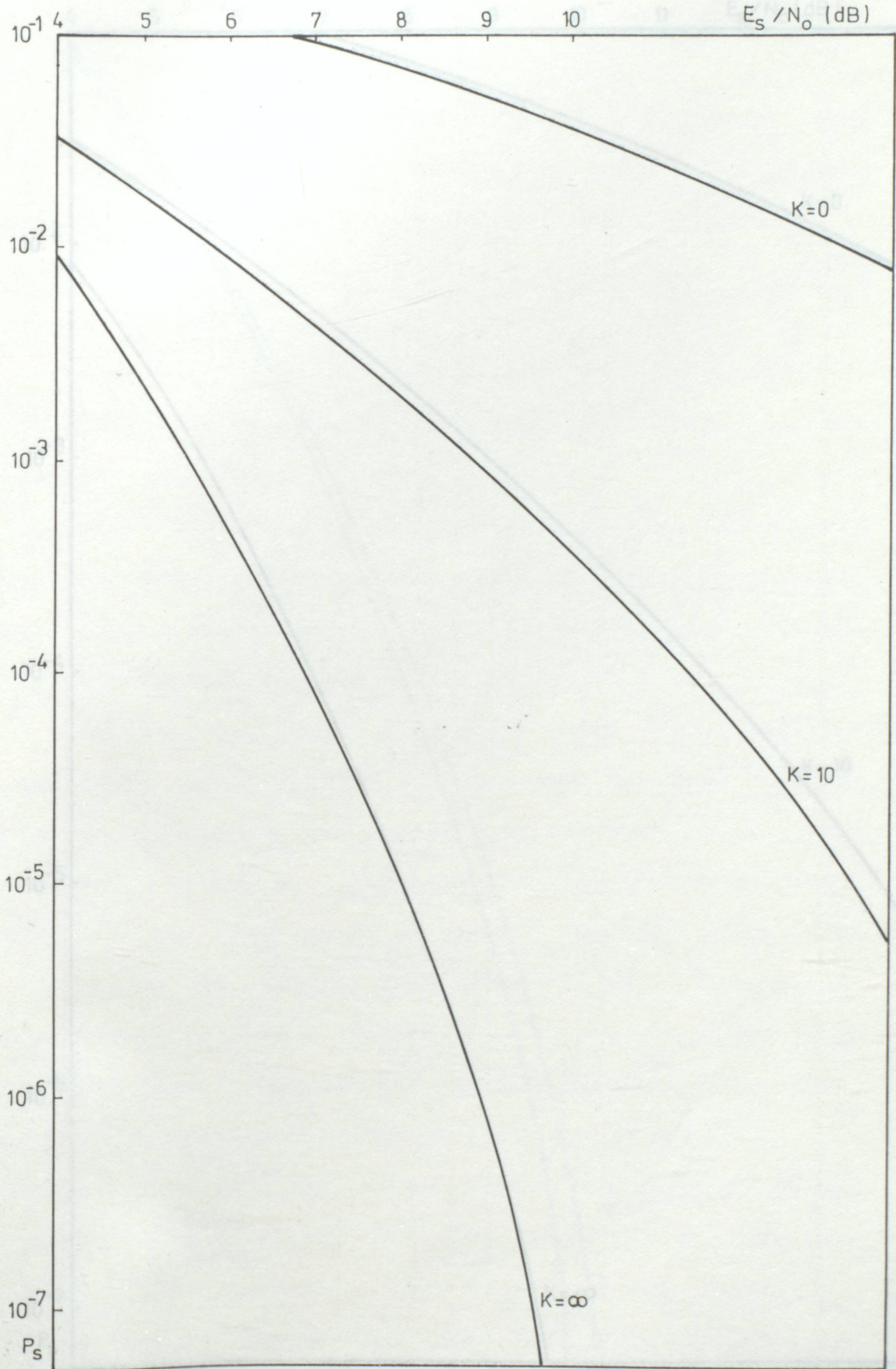




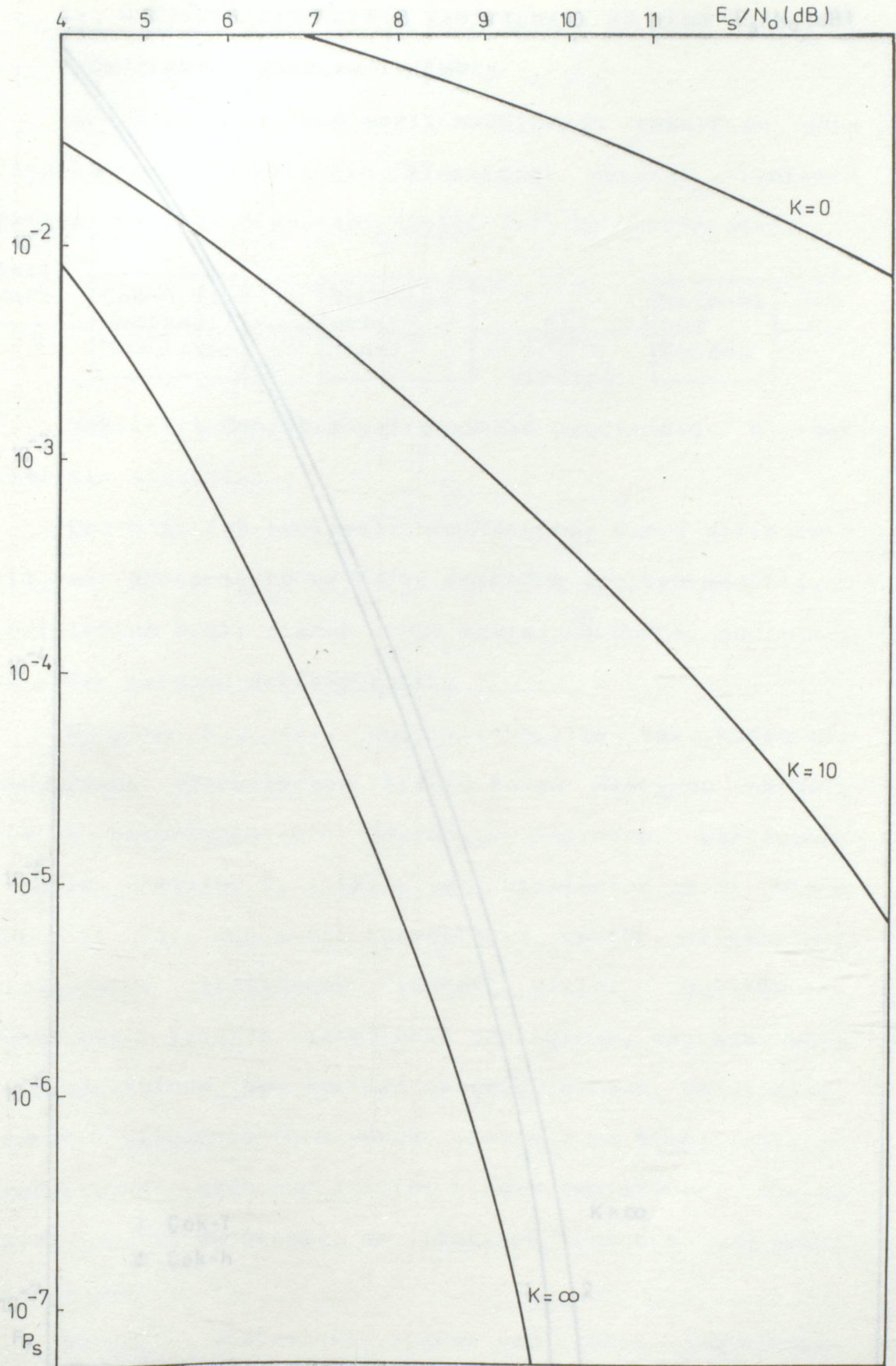
Şekil-6.7 $H=2/4, 3/4$ için çok-h'li ve çok-T'li faz kodlamalı işaretlerin gürültülü kanallarda hata başarımları.



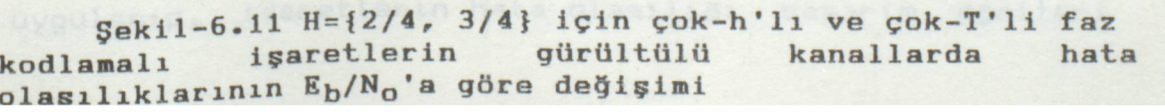
Şekil-6.8 $H=2/4, 3/4$ için çok-h'lı ve çok-T'li faz kodlamalı işaretlerin gürültülü kanallarda singe hata başarımları eğrileri



Şekil-6.9 $H = \{2/4, 3/4\}$ için faz kodlamalı işaretlerin gürültü ve sönmülemeli kanallarda hata olasılıklarının E_b/N_0 'a göre değişimi.

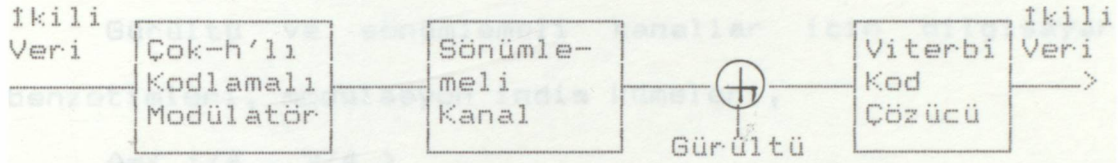


Şekil-6.10 $H = \{2/4, 3/4\}$ için faz kodlamalı çok-T'li işaretlerin gürültü ve sönmülemeli kanallarda hata olasılıklarının E_b/N_0 'a göre değişimi.



7. BENZETİM SİSTEMİNİN TANITILMASI VE ELDE EDİLEN SONUÇLARIN DEĞERLENDİRİLMESİ

Çok-h'lı faz kodlamalı modülasyon tekniğine göre tasarlanmış işaretlerin iletildiği sayısal iletişim sisteminin blok diyagramı (Şekil-7.1)'de verilmiştir.



Şekil-7.1 Benzetim çalışmasının uygulandığı sayısal iletişim sistemi.

Çok-h'lı faz kodlamalı modülasyonda kafes silindirik bir yapı göstermekte ve kafes üzerinde seçilen modülasyon indislerine bağlı olarak durum sayısı ve durum geçişleri ve kafes periyodu değişmektedir.

Seçilen $h_1, (h_1, h_2, \dots, h_k)$ 'li faz kodlamalı modülasyon işaretlerine ilişkin kafes üzerinde rasgele olarak belirlenen bir başlangıç fazından başlayarak rasgele üretilen 0, 1 ikili veri dizilerine karşı düşen çok-h'lı faz kodlamalı işaretlerin vektör bileşenleri oluşturulup iletilecek işaret dizisi belirlenir. Sönümlemeli kanalda işaretlerin genliğinde, fazında veya hem genliğinde hem fazında rasgele oluşan bozulmalar, işaretin bileşenlerinin vektör uzayında ya enerjisini, ya doğrultusunu yada her ikisini birden değiştirir. Ayrıca beyaz Gauss gürültüsü de iletilen işarete toplamsal olarak etkir.

Benzetim sisteminde Viterbi kod çözme algoritması uygulanıp, işaretlerin hata olasılığı başarımlar eğrileri

çeşitli işaret-gürültü oranı için çıkarılmıştır. 8 simge uzunluğundaki dizilerin kodları çözülmüş ve işlem her işaret gürültü oranında 500*10 defa yapılarak belli bir işaret-gürültü oranı için hata olasılığı değeri saplanmıştır. **Şekil-3.7 Şekil-7.2**

Gürültü ve sönümlemeli kanallar için bilgisayar benzetimleri, modülasyon indis kümeleri,

$$A=\{ 1/4 , 2/4 \}$$

$$B=\{ 1/5 , 3/5 \}$$

$$C=\{ 2/4 , 3/4 \}$$

$$D=\{ 3/5 , 4/5 \}$$

olan çok-h'lı faz kodlamalı modülasyonlu işaretler için yapılmıştır.

Aynı durum sayısına (q) sahip faz kodlamalı modülasyonlu sistemlere ait kafes yapıları oluşturulmuş, benzetim sonuçlarına göre elde edilen başarımlar eğrilerinden $a=\{1/4 , 2/4\}$, $B=\{1/5 , 3/5\}$ modülasyon indisi faz kodlamalı işaretlerin, $C=\{2/4 , 3/4\}$, $D=\{3/5 , 4/5\}$ modülasyon indisli faz kodlamalı işaretlerden, gürültülü, sönümlemeli kanallarda daha kötü hata başarımına sahip oldukları görülmüştür. (Şekil-7.3), (Şekil-7.4), (Şekil-7.5), (Şekil-7.6) Bu da aynı q'ya sahip kodlardan en iyi d_s 'li olanın üstün olması gerektiği savıyla uyumludur.

(Tablo-7.1)'deki çeşitli durum sayılarına sahip MHPM işaretlerin d_s 'lerine bakıldığında durum sayısı arttıkça $d_{s,min}$ 'nin de arttığı görülmektedir. Yapılan benzetim çalışmasında da $\{3/5 , 3/4\}$ indisli faz kodlamalı

modülasyondan gürültülü ve sönümlemeli kanallarda hata
sayısı (q) h_1, h_2, h_3
başarımının daha üstün olduğu görülmüştür. (Şekil-7.5) ,

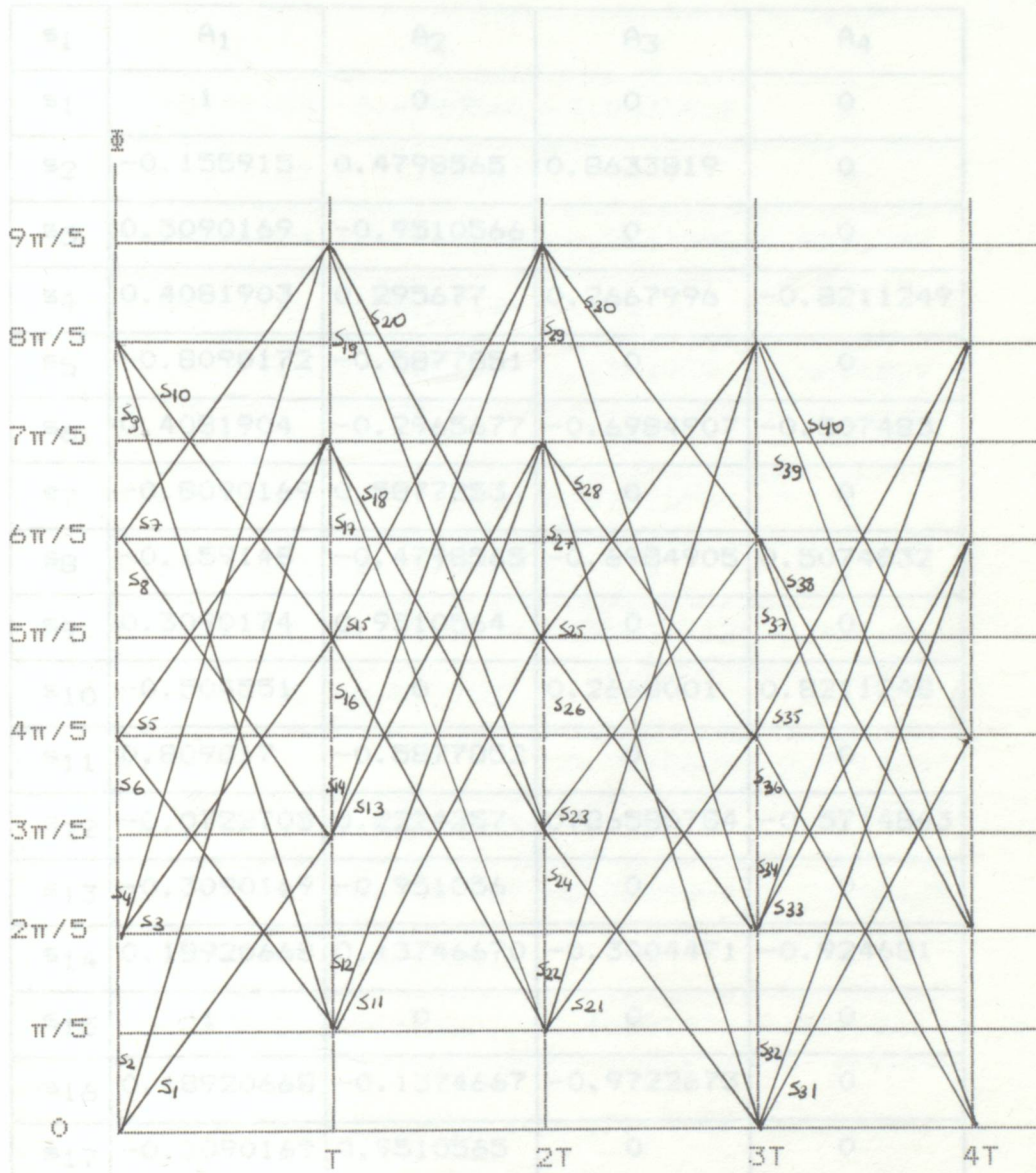
(Şekil-7.6)

	2/4,3/4	6.80	6.67	+0.13
5	3/5,4/5	6.71	6.18	+0.53
6	3/6,4/6	7.04	6.90	+0.14
7	3/7,6/7	7.08	6.69	+0.39
8	4/8,5/8	7.23	7.10	+0.13
Faz durum sayısı (q)	h_1, h_2, h_3	MTPM $d^2 s, a, m$	MTPM $d^2 s, a, m$	MTPM $d^2 s, a, m$
8	4/8,5/8,6/8	7.18	7.60	-0.42
9	5/9,7/9,8/9	6.19	6.80	-0.61
10	5/10,7/10,8/10	6.80	7.60	-0.80

Tablo 1. 2,3 T₁'li ve 4,5 T₁'li q değerleri için
ok-T₁ kodların serbest uzaklıklarının karşılaştırılması

Faz durum sayısı (q)	h_1, h_2	MTPM $d^2 s, \min 1$	MHPM $d^2 s, \min 2$	KAZANÇ $10 \log(d^2 s, \min 1 / d^2 s, \min 2)$
4	2/4, 3/4	6.40	5.57	+0.60
5	3/5, 4/5	5.71	6.14	-0.32
6	3/6, 4/6	7.06	6.90	+0.10
7	3/7, 5/7	7.06	6.65	+0.26
8	4/8, 5/8	7.20	7.10	+0.06
Faz durum sayısı (q)	h_1, h_2, h_3	MTPM $d^2 s, \min$	MHPM $d^2 s, \min 2$	KAZANÇ $10 \log(d^2 s, \min 1 / d^2 s, \min 2)$
8	4/8, 5/8, 6/8	7.18	7.58	-0.24
9	5/9, 7/9, 8/9	6.19	5.40	+0.59
10	6/10, 7/10, 8/10	8.00	7.63	+0.21

Tablo 1. 2,3 T_i 'li ve 2,3 h_i 'li q fazlı, çok-h'li ve çok-T'li kodların serbest uzaklıklarının karşılaştırılması.



$$h_1 = 3/5$$

$$h_2 = 4/5$$

$$h_3 = 3/5$$

$$h_4 = 4/5$$

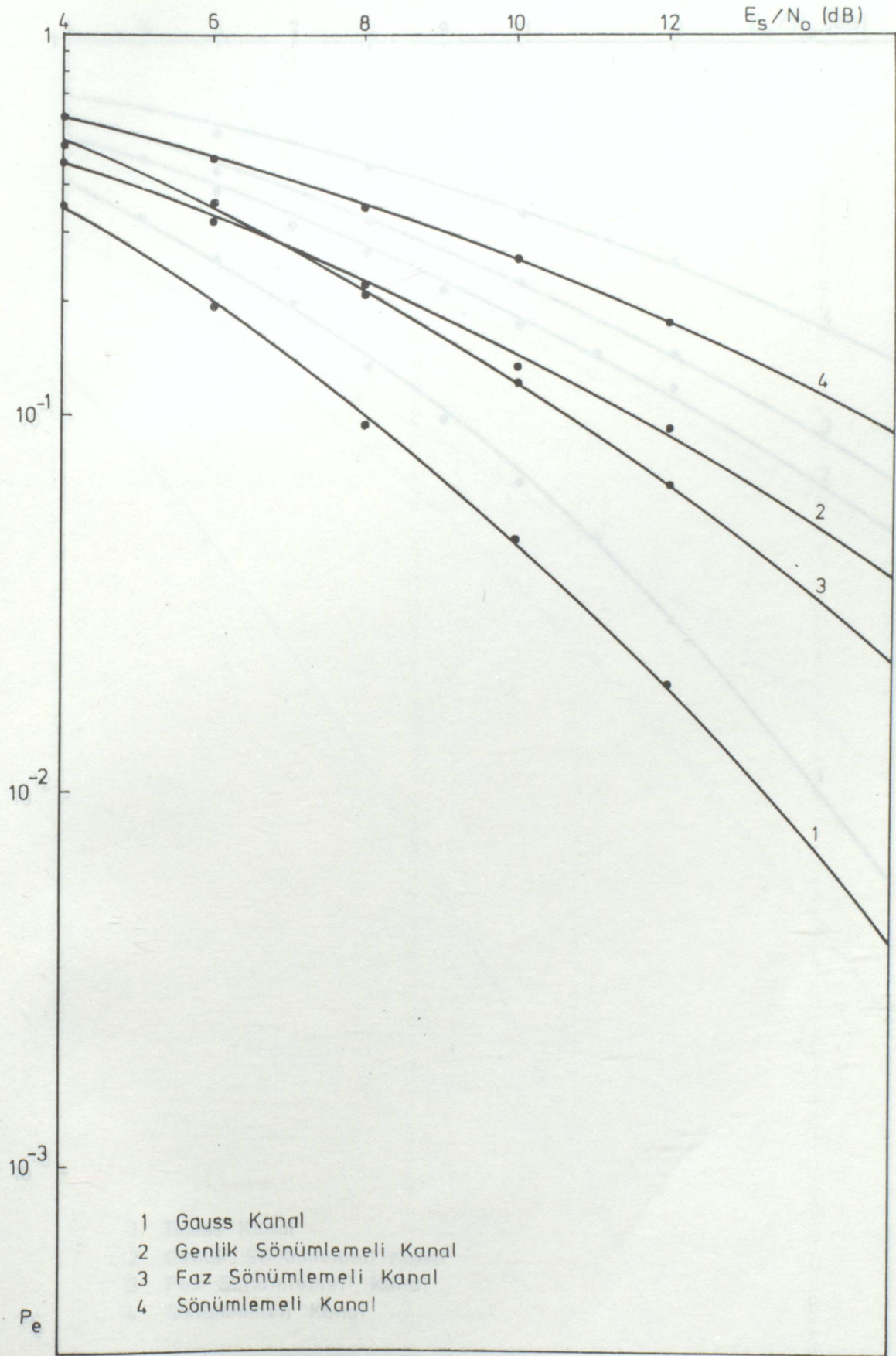
Şekil-7.2 Beş durumlu çok-T'li faz modülasyonlu işaretlerin durum kafesi.

s_i	A_1	A_2	A_3	A_4
s_1	1	0	0	0
s_2	-0.155915	0.4798565	0.8633819	0
s_3	0.3090169	-0.9510566	0	0
s_4	0.4081903	0.295677	0.2667996	-0.8211249
s_5	-0.8090172	-0.5877851	0	0
s_6	0.4081904	-0.2965677	-0.6984907	-0.507483
s_7	-0.8090169	0.5877853	0	0
s_8	-0.159148	-0.4798565	-0.6984905	0.5074832
s_9	0.3090174	0.9510564	0	0
s_{10}	-0.504551	0	0.2668001	0.8211248
s_{11}	0.809017	-0.5877852	0	0
s_{12}	-0.0722705	0.2224257	0.786580784	-0.5714843
s_{13}	-0.3090169	-0.951056	0	0
s_{14}	0.18920668	0.13746670	-0.3004471	-0.924681
s_{15}	-1	0	0	0
s_{16}	0.18920668	-0.1374667	-0.9722673	0
s_{17}	-0.3090169	0.9510565	0	0
s_{18}	-0.0722705	-0.222425	-0.3004471	0.924681
s_{19}	0.8090174	0.5877848	0	0
s_{20}	-0.2337298	0	0.7865811	0.5714839
s_{21}	0.80901699	-0.5877852	0	0
s_{22}	0.15591488	0.4798567	0.6984905	-0.507483
s_{23}	-0.3090169	-0.9510565	0	0
s_{24}	0.50455115	0	-0.266799	-0.8211248
s_{25}	-1	0	0	0

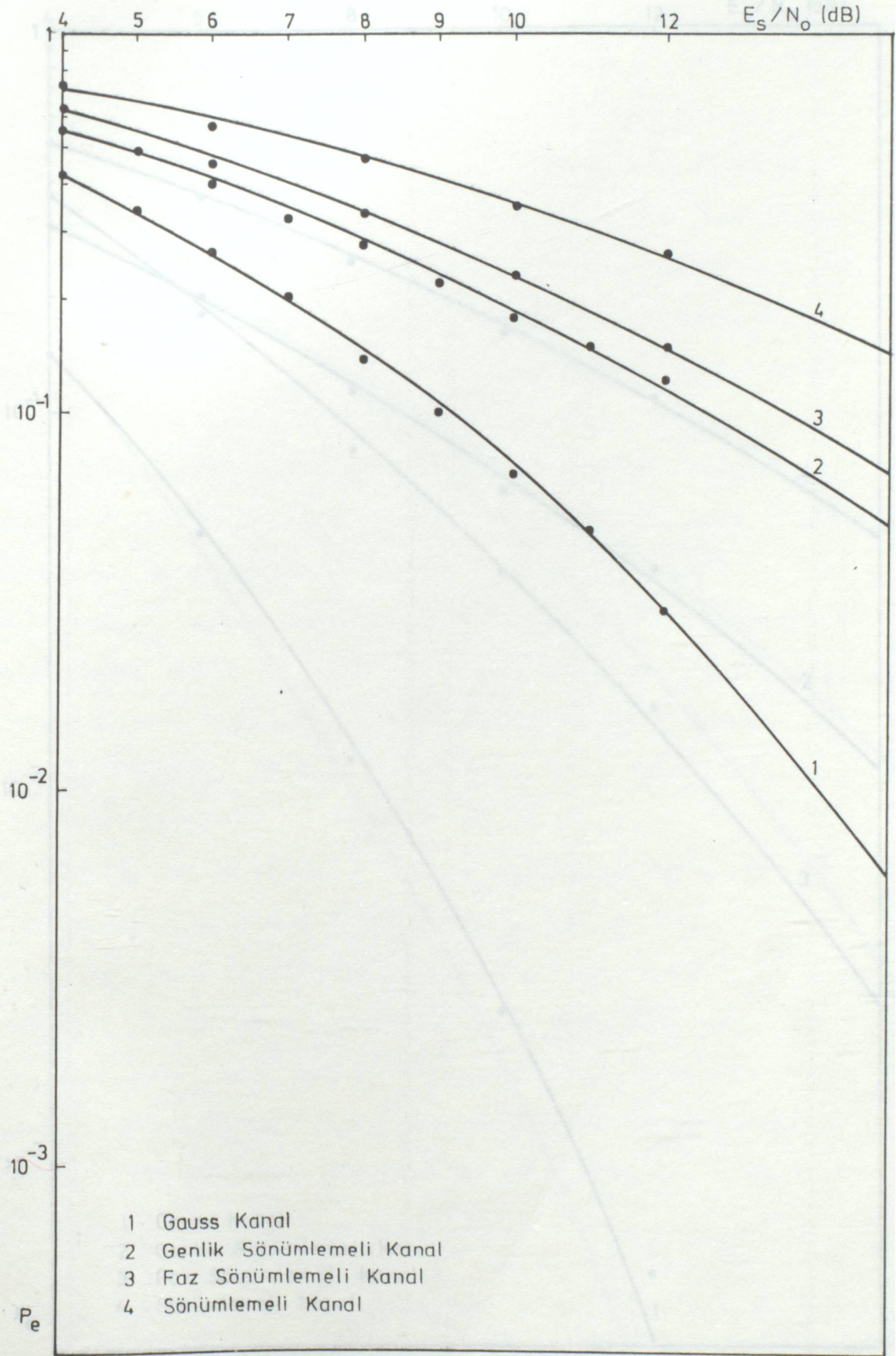
s_i	A_1	A_2	A_3	A_4
s_{26}	0.15591488	-0.4798566	-0.8633818	0
s_{27}	-0.3090169	0.95105651	0	0
s_{28}	-0.4081904	-0.2965677	-0.2667996	0.8211248
s_{29}	0.8090174	0.5877848	0	0
s_{30}	-0.4081903	0.2965678	0.6984909	0.5074827
s_{31}	1	0	0	0
s_{32}	-0.1892066	0.13746670	0.9722673	0
s_{33}	0.30901699	-0.9510565	0	0
s_{34}	0.0722705	0.22242579	0.30044712	-0.924681
s_{35}	-0.8090172	-0.5877851	0	0
s_{36}	0.2338722	0	-0.7865807	-0.5714843
s_{37}	-0.8090169	0.58778525	0	0
s_{38}	0.0722705	-0.2224257	-0.7865807	0.57148439
s_{39}	0.3090174	0.951056516	0	0
s_{40}	-0.1892066	-0.13746670	0.3090174	0.924681

Tablo 2. Beş durumlu çok-h'lı faz modülasyonlu işaretlerin

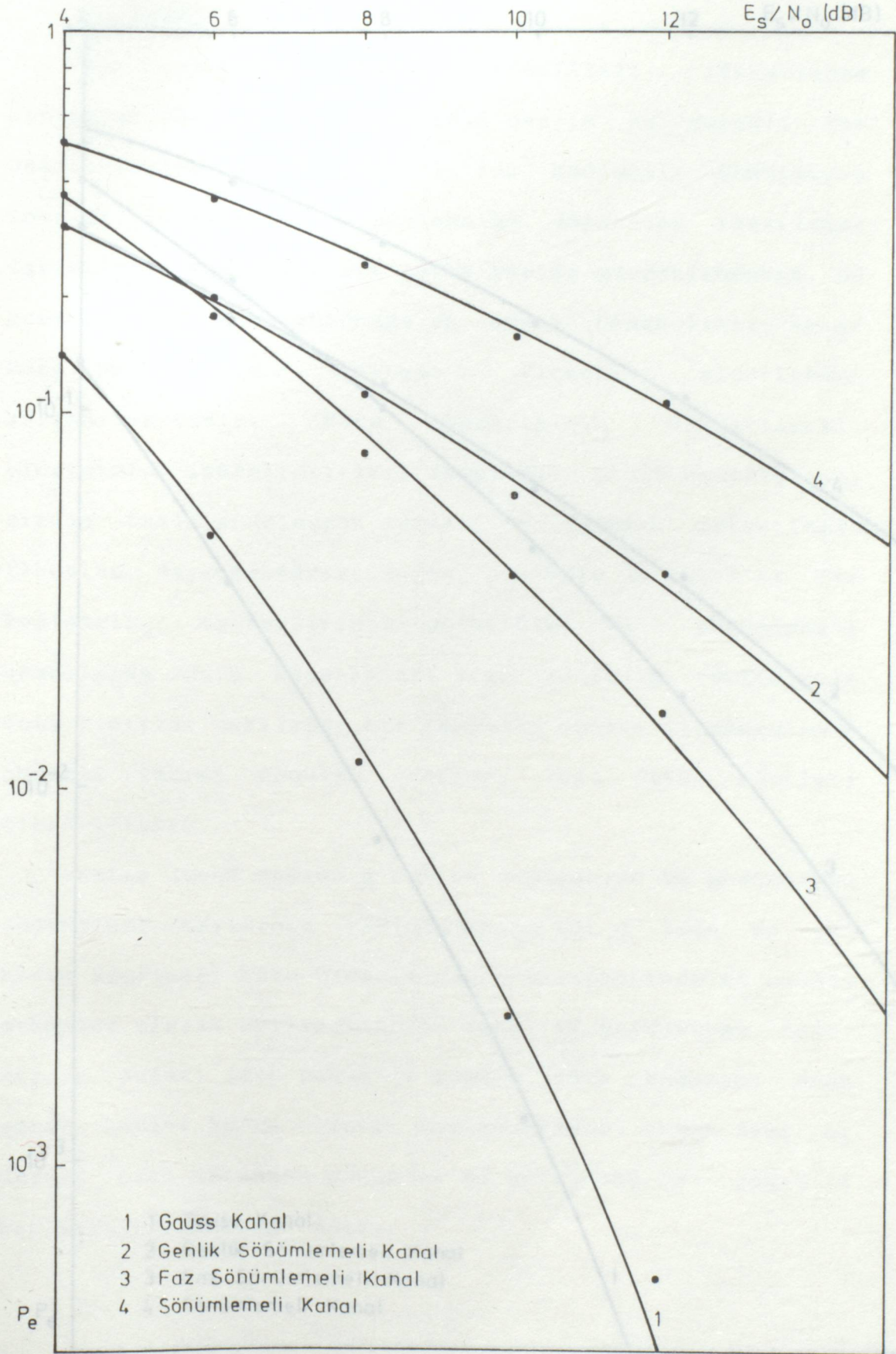




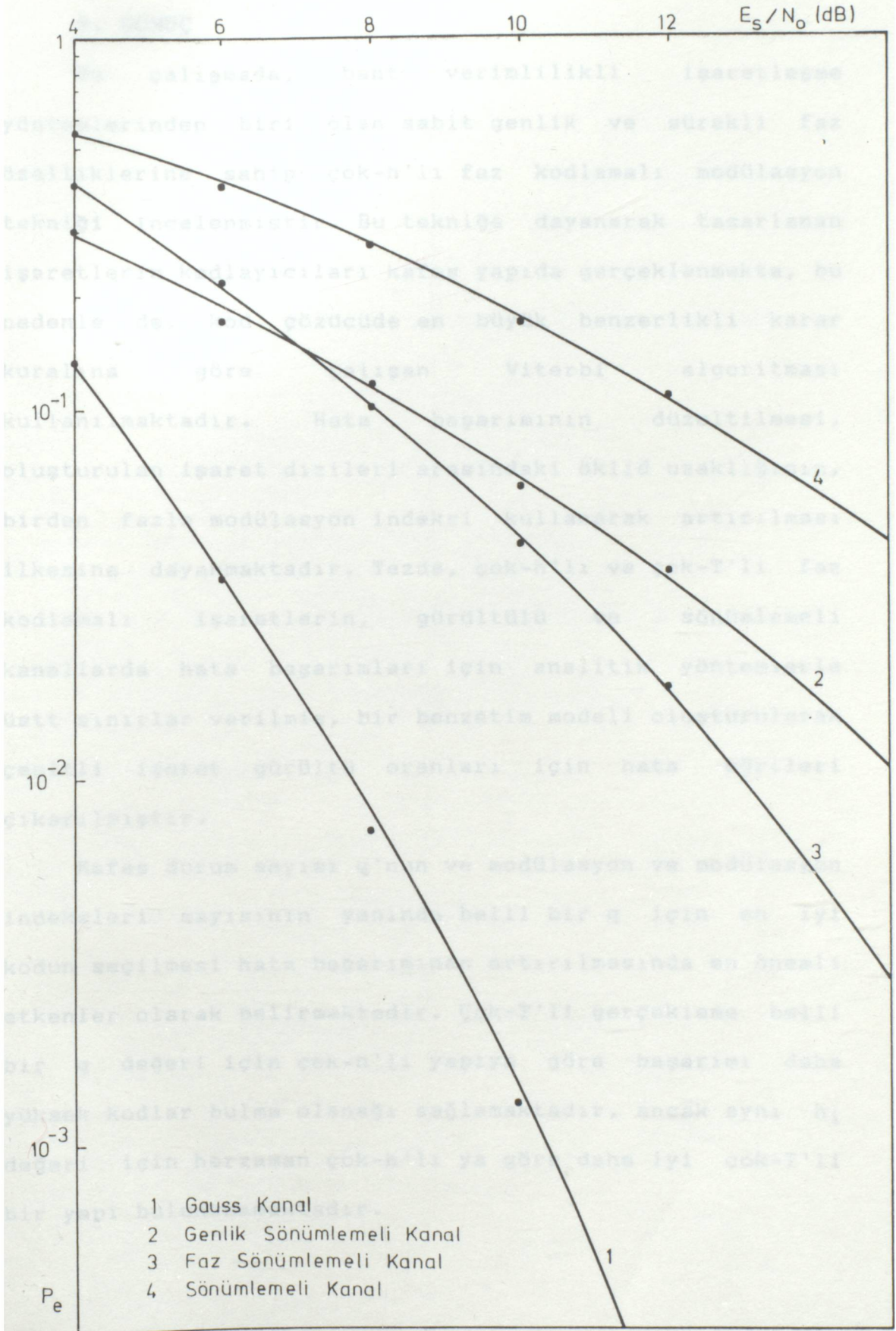
Şekil-7.3 $H = \{1/4, 2/4\}$ faz kodlamalı modülasyonlu işaretlerin gürültülü ve sönümlmeli kanallarda hata olasılıklarının E_b/N_0 'a göre değişimi



Şekil-7.4 $H = \{1/5, 3/5\}$ faz kodlamalı modülasyonlu işaretlerin gürültülü ve sönümlmeli kanallarda hata olasılıklarının E_b/N_0 'a göre değişimi



Şekil-7.5 $H = \{2/4, 3/4\}$ faz kodlamalı modülasyonlu işaretlerin gürültülü ve sönümlmeli kanallarda hata olasılıklarının E_b/N_0 'a göre değişimi

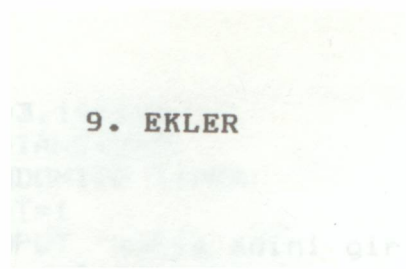


Şekil-7.6 $H = \{3/5, 4/5\}$ faz kodlamalı modülasyonlu işaretlerin gürültülü ve sönümlmeli kanallarda hata olasılıklarının E_b/N_0 'a göre değişimi

8. SONUÇ

Bu çalışmada, bant verimlilikli işaretleşme yöntemlerinden biri olan sabit genlik ve sürekli faz özelliklerine sahip çok-h'lı faz kodlamalı modülasyon tekniği incelenmiştir. Bu tekniğe dayanarak tasarlanan işaretlerin kodlayıcıları kafes yapıda gerçekleştirilmekte, bu nedenle de, kod çözücüde en büyük benzerlikli karar kuralına göre çalışan Viterbi algoritması kullanılmaktadır. Hata başarımının düzeltilmesi, oluşturulan işaret dizileri arasındaki öklid uzaklığının, birden fazla modülasyon indeksi kullanarak artırılması ilkesine dayanmaktadır. Tezde, çok-h'lı ve çok-T'li faz kodlamalı işaretlerin, gürültülü ve sönümlemeli kanallarda hata başarımları için analitik yöntemlerle üst sınırlar verilmiş, bir benzetim modeli oluşturularak çeşitli işaret gürültü oranları için hata eğrileri çıkarılmıştır.

Kafes durum sayısı q 'nın ve modülasyon ve modülasyon indeksleri sayısının yanında belli bir q için en iyi kodun seçilmesi hata başarımının artırılmasında en önemli etkenler olarak belirlemektedir. Çok-T'li gerçekleştirme belli bir q değeri için çok-h'lı yapıya göre başarımları daha yüksek kodlar bulma olanağı sağlamaktadır, ancak aynı h_1 değeri için her zaman çok-h'lı ya göre daha iyi çok-T'li bir yapı bulunamamaktadır.




```

PI=3.141593
RADIANS=2*PI
RANDOMIZE TIMER
KODT=1
INPUT "dosya adini giriniz=";DS$
if ds$="data2" then ds=4
IF DS$="DATA3" THEN DS=5
IF DS$="data4" THEN DS=6
IF DS$="DATA5" THEN DS=7
IF DS$="DATA6" THEN DS=9
IF DS$="data4" OR DS$="DATA5" OR DS$="DATA3" or
ds$="data2" THEN AD=4
IF DS$="data4" OR DS$="DATA5" OR DS$="DATA3" or
ds$="data2" THEN K=2
IF DS$="DATA6" THEN AD=3:k=3
if ds$="data10" then ad=4 : k=3 : ds=10
1PRINT " *** KANAL TIPLERI *** "
1PRINT " 1-GENLIK DEGISIMLI FADING KANAL "
1PRINT " 2-FAZ DEGISIMLI FADING KANAL "
1PRINT " 3-FADING KANAL "
1print " 4-GAUSS KANAL "
if ds$="data3" then lprint "h1=.6 h2=.8"
if ds$="data4" then lprint "h1=.5 h2=.66"
if ds$="data5" then lprint "h1=.43 h2=.71"
if ds$="data10" then lprint "h1=.6 h2=.7 h3=.8"
lprint ds$
lprint "periyod(t)=";k*ad : dim lamda(4)
lamda(1)=lamda(3)=.8 : lamda(2)=lamda(4)=1.2
V1=SQR(2/PI)
SAYI=1000
lprint "sayi=";sayi
kt=1
DIM V2(5)
V2(1)=.4466 : V2(2)=.3548 : V2(3)=.2818 : V2(4)=.2238 :
V2(5)=.1778
AS1=AD*K
DIM H(AD,2*K)
CLS
if ds$="data2" then h(1,1)=.5 : h(1,2)=.75
IF DS$="DATA3" THEN H(1,1)=.6 : H(1,2)=.8
IF DS$="data4" THEN H(1,1)=.5 : H(1,2)=.66
IF DS$="DATA5" THEN H(1,1)=.43 : H(1,2)=.71
IF DS$="data10" THEN H(1,1)=.6 : H(1,2)=.7 : H(1,3)=.8
dim u$(50)
gosub 380
275 lprint "kanal tipi=";kt : SAYAC=0 : KIK=1 : AYCI=1
280 H=0 : CARP=1
DIM QB(AD,K),QBIT(AD,K),HT(AD,K)
FOR I=1 TO K
H=H(1,I)+H
FOR J=1 TO AD
H(J,I)=H(1,I)
HT(J,I)=CINT(H(1,I)*DS)
NEXT J : NEXT I
360 HORT=H/K : HTO=CINT(H*DS) : HTO=HTO-2*INT(HTO/2)

```

```

IF HTO=1 THEN PD=2*K ELSE PD=K
goto 445
IF KODT<>1 THEN END
380 E=0
OPEN "I",#1,DS$
410 IF EOF(1) THEN 440
E=E+1
INPUT#1,U$(E):GOTO 410
440 CLOSE #1
return
445 RANDOMIZE TIMER
FOR I=1 TO 10
XA=INT(RND(1)*val(u$(1)))
FOR Q=2 TO DS+1
IF XA=VAL(U$(Q)) THEN GOTO 520
NEXT Q:NEXT I
520 DIM X(AS1,4)
DIM T(AS1,4),KDV(AS1),VDV(AS1),C(2,PD),D(PD)
IF KT=1 or kt=4 THEN DIM X1(AS1,4)
IF KT=2 THEN DIM X2(AS1,4)
IF KT=3 THEN DIM X3(AS1,4),x2(as1,4)
REM *** GONDERILEN BILGI DIZISI ***
T=0
FOR I=1 TO AD
FOR J=1 TO kimer
T=T+1
Z=RND(1):IF Z>=.5 THEN Z=1 ELSE Z=-1
IF J<>1 THEN QB(I,J)=QB(I,J-1):GOTO 670
IF I<>1 THEN QB(I,J)=QB(I-1,K):GOTO 670
QB(I,J)=XA
670 KD=QB(I,J):IF KD=2*DS THEN KD=0
KDV(T)=KD: 'LPRINT "KDV(";T;")=";KDV(T)
IF Z=1 THEN QB(I,J)=QB(I,J)+HT(I,J) ELSE
QB(I,J)=QB(I,J)-HT(I,J)
XX=QB(I,J)/DS:Y=2*DS
IF XX>2 THEN QB(I,J)=QB(I,J)-Y
IF QB(I,J)<0 THEN QB(I,J)=QB(I,J)+Y
VD=QB(I,J):IF VD=2*DS THEN VD=0
VDV(T)=VD
C(1,J)=SIN(2*PI*H(I,J))/(2*PI*H(I,J))
C(2,J)=(1-COS(2*PI*H(I,J)))/(2*PI*H(I,J))
D(J)=1-(C(1,J))^2-(C(2,J))^2
1490 IF Z=1 THEN GOTO 860
X(T,1)=CARP*(C(1,J)*COS(QB(I,J)*PI/DS)+C(2,J)*SIN(QB(I,J)*PI/DS))
X(T,2)=CARP*(C(2,J)*COS(QB(I,J)*PI/DS)-
C(1,J)*SIN(QB(I,J)*PI/DS))
X(T,3)=CARP*(COS(QB(I,J)*PI/DS)*SQR(D(J)))
X(T,4)=CARP*(-SIN(QB(I,J)*PI/DS)*((1-Z)/2)*SQR(D(J)))
GOTO 890
860 X(T,1)=CARP*(COS(QB(I,J)*PI/DS)*(1+Z)/2)
X(T,2)=CARP*(-SIN(QB(I,J)*PI/DS)*(1+Z)/2)
X(T,3)=0:X(T,4)=0
890 FOR L=1 TO 4
' LPRINT "X(";T;";L;")=";X(T,L),VDV(T),KDV(T),PD,HT(I,J)
NEXT L

```



```

ON KT GOSUB 1090,1290,1630,1090
NEXT J :NEXT I
GOTO 1380
1090 C=T :C=C-2*INT(C/2)
    REM ** RAYLEIGH DAGILIMLI GURULTU LIZILERI **
1110 RANDOMIZE TIMER
    R1=RND(1) :R2=RND(1)
    IF C=1 THEN GOTO 1150
    RX=SQR(-2*LOG(R1))*SIN(2*PI*R2) :RX1=RX*V1 :GOTO 1160
1150 RX=SQR(-2*LOG(R1))*COS(2*PI*R2) : RX1=RX*V1
1160 RANDOMIZE TIMER
    T1=RND(1) :T2=RND(1)
    IF C=1 THEN GOTO 1200
    TX=SQR(-2*LOG(T1))*SIN(2*PI*T2) :TX1=TX*V1 :GOTO 1210
1200 TX=SQR(-2*LOG(T1))*COS(2*PI*T2) :TX1=TX*V1
1210 RT=SQR(RX1^2+TX1^2)
    if kt=4 then rt=1
    IF KT=3 THEN GOTO 1650
    REM ** GENLIK DEGISIMLI FADING KANAL **
    FOR QI=1 TO 4
        X1(T,QI)=X(T,QI)*RT
    NEXT QI
    RETURN
1290 REM ***FAZ DEGISIMLI KANAL ***
1300 RANDOMIZE TIMER :TETA=(pi/18)*RND(1)
1310 X2(T,1)=X(T,1)*COS(TETA)-X(T,2)*SIN(TETA)
    X2(T,2)=X(T,1)*SIN(TETA)+X(T,2)*COS(TETA)
    X2(T,3)=X(T,3)*COS(TETA)-X(T,4)*SIN(TETA)
    X2(T,4)=X(T,3)*SIN(TETA)+X(T,4)*COS(TETA)
    KDV(T)=KD : VDV(T)=VD
    IF KT=3 THEN GOTO 1110
    RETURN
1380 REM ***GURULTU HESABI***
1390 FOR W=1 TO T
    FOR E=1 TO 4
        RANDOMIZE TIMER
        R1=RND(1) :R2=RND(1)
        RX=SQR(-2*LOG(R1))*COS(2*PI*R2) :RX1=RX*V2(KIK)
        IF KT=1 or kt=4 THEN GOTO 1520
        IF KT=3 THEN GOTO 1490
        T(W,E)=X2(W,E)+RX1
        GOTO 1540
1490 T(W,E)=X3(W,E)+RX1
        GOTO 1540
1520 T(W,E)=X1(W,E)+RX1
1540 NEXT E
    NEXT W
    IF KT=1 or kt=4 THEN ERASE X1
    IF KT=2 THEN ERASE X2
    IF KT=3 THEN ERASE X3,x2
    ERASE HT,QB,QBIT
    PS=DS*2
    DIM
    QB2(PS,PD+2),S(PD,PS,4),XD(DS),KDK(PS),VDK(PS),VDK1(PD,PS),KDK1(PD,PS)
    GOTO 1700

```



```

1630 REM *** FADING KANAL ***
      GOTO 1300
1650 FOR QK=1 TO 4
      X3(T,QK)=X2(T,QK)*RT
      NEXT QK
      RETURN
      GOTO 1390
1700 REM *** VITERBI ALGORITMASI ***
      FOR I=2 TO DS+1
      XD(I-1)=VAL(U$(I))
      NEXT I
      FOR J=1 TO PD
      TE=0
      FOR M=1 TO DS
      FOR N=1 TO 2
      TE=TE+1
      IF J=1 THEN QB2(M,J)=XD(M)*PI/DS ELSE GOTO 1820
      IF N=1 THEN GOTO 2020 ELSE GOTO 1880
1820 IF J>K THEN H(1,J)=H(1,J-K)
      IF N=1 THEN GOTO 2020
1880 VD=(QB2(M,J)-H(1,J)*PI)*DS/PI : yvd=cint(vd) : vd=yvd
      IF VD<0 OR VD>2*DS THEN VD=ABS(2*DS-ABS(VD))
      IF VD=2*DS THEN VD=0
      C(1,J)=SIN(2*PI*H(1,J))/(2*PI*H(1,J))
      C(2,J)=(1-COS(2*PI*H(1,J)))/(2*PI*H(1,J))
      D(J)=(1-((C(1,J))^2-(C(2,J))^2))
      KD=QB2(M,J)*DS/PI : YVD=CINT(VD) : VD=YVD : YKD=CINT(KD)
      :KD=YKD
      IF KD>2*DS THEN KD=ABS(2*DS-ABS(KD))
      KDK(TE)=KD : VDK(TE)=VD
      S(J,TE,1)=(C(1,J)*COS(QB2(M,J))+C(2,J)*SIN(QB2(M,J)))
      S(J,TE,2)=(C(2,J)*COS(QB2(M,J))-C(1,J)*SIN(QB2(M,J)))
      S(J,TE,3)=(COS(QB2(M,J))*SQR(D(J)))
      S(J,TE,4)=(-SIN(QB2(M,J))*SQR(D(J)))
      GOTO 2100
2020 VD1=(QB2(M,J)+H(1,J)*PI)*DS/PI : KD1=QB2(M,J)*DS/PI
      :YVD1=CINT(VD1) : VD1=YVD1
      YKD1=CINT(KD1) : KD1=YKD1 : IF KD1>2*DS THEN KD1=ABS(2*DS-ABS(KD1))
      IF VD1<0 OR VD1>2*DS THEN VD1=ABS(2*DS-ABS(VD1))
      IF VD1=2*DS THEN VD1=0
      KDK(TE)=KD1 : VDK(TE)=VD1
      S(J,TE,1)=(COS(QB2(M,J)))
      S(J,TE,2)=(-SIN(QB2(M,J)))
      S(J,TE,3)=0 : S(J,TE,4)=0
2100 FOR L=1 TO 4
      'lprint "s(";j;",";te;",";l;")=";s(j,te,l)
      NEXT L
      VDK1(J,TE)=VDK(TE) : KDK1(J,TE)=KDK(TE) : 'LPRINT
      "VDK1(";j;",";te;")=";VDK1(J,TE)
      NEXT N
      NEXT M
      FOR MM=1 TO DS*2-1 STEP 2
      FOR JJ=MM+2 TO DS*2 STEP 2
      IF VDK(MM)>VDK(JJ) THEN KLL=VDK(MM) : VDK(MM)=VDK(JJ) :

```



```

VDK(JJ)=KLL
NEXT JJ THEN J2=PD
NEXT MM
FOR MDS=0 TO DS-1
2970 QB2(MDS+1,J+1)=(VDK(MDS*2+1))*PI/DS : 'LPRINT
"QB2(";MDS+1;",";J+1;")=";QB2(MDS+1,J+1)E GOTO 2985
2980 NEXT MDS GOTO 2970
2985 NEXT J
2990 ERASE C,D,XD,KDK,VDK,SR,VDK1,KDK1,LMIN,HMU,SR,SUR,FF
DIM LMIN(AS1,DS), HMU(2),SR(2),SUR(AS1,DS),FF(AS1)
J=0 : SAYAC=SAYI THEN 280 ELSE 3000
3000 FOR I=1 TO T : J1=SAYAC=0 : J1=0 : KIK=KIK+1 : PRINT KIK
J=J+1 : IF J=5 THEN 3100 ELSE GOTO 280
3100 IF J>PD THEN J=1+1 : IF AYCI>50 THEN 3200 ELSE GOTO 280
3200 FOR M=1 TO DS : IF I=1 THEN KIK=KIK+1 : GOTO 275
N=0
MM=1
2205 IF VDK1(J,MM)=CINT(QB2(M,J+1)*DS/PI) THEN GOTO 2220 ELSE
2210
2210 MM=MM+1 : GOTO 2205
2220 N=N+1 : SER=0
FOR L=1 TO 4
DSER=ABS(S(J,MM,L)-T(I,L)) : 'LPRINT
"S(";J;",";MM;",";L;")=";S(J,MM,L) ,"T(";I;",";L;")=";T(I,L)
SER=SER+DSER
NEXT L
SR(N)=KDK1(J,MM)
IF I<>1 THEN GOTO 2230 ELSE HMU(N)=SER : GOTO 2240
2230 II=1
2233 IF CINT(QB2(II,J)*DS/PI)=KDK1(J,MM) THEN GOTO 2238 ELSE
2236
2236 II=II+1 : GOTO 2233
2238 HMU(N)=SER+LMIN(I-1,II)
2240 IF N=2 THEN GOTO 2250 ELSE 2210
2250 IF HMU(1)<HMU(2) THEN SUR(I,M)=SR(1) ELSE SUR(I,M)=SR(2)
IF HMU(1)<HMU(2) THEN LMIN(I,M)=HMU(1) ELSE
LMIN(I,M)=HMU(2)
NEXT M
NEXT I
FOR L=1 TO T
FOR S=1 TO DS
'LPRINT "SUR(";L;",";S;")=";SUR(L,S)
"LMIN(";L;",";S;")=";LMIN(L,S)
NEXT S : NEXT L
EK=LMIN(T,1)
FOR I=1 TO DS
IF EK>=LMIN(T,I) THEN EK=LMIN(T,I) : F=I
NEXT I
FF(T)=SUR(T,F) : 'LPRINT "FF(";T;")=";FF(T)
J2=PD
FOR J=T-1 TO 1 STEP -1
FOR M=1 TO DS
IF FF(J+1)=CINT(QB2(M,J2)*DS/PI) THEN FF(J)=SUR(J,M) :
'LPRINT "FF(";J;")=";FF(J)
NEXT M

```

J2=J2-1

IF J2=0 THEN J2=PD

NEXT J

I=1

2970 IF I>T THEN GOTO 2990

IF FF(I)=KDV(I) THEN GOTO 2980 ELSE GOTO 2985

2980 I=I+1: GOTO 2970

2985 J1=J1+1

2990 ERASE X,T,KDV,VDV,QB2,S,VDK1,KDK1,LMIN,HMU,SR,SUR,FF

SAYAC=SAYAC+1

IF SAYAC<sayi THEN 280 ELSE 3000

3000 LPRINT V2(KIK),J1 : SAYAC=0 : J1=0: KIK=KIK+1 : PRINT KIK

IF KIK>5 THEN 3100 ELSE GOTO 280

3100 KIK=1 : AYCI=AYCI+1 : IF AYCI>50 THEN 3200 ELSE GOTO 280

3200 IF kt>=4 THEN END ELSE kt=kt+1 : GOTO 275

Com. Vol.Com-29, No.3, pp 267-286 March 1981

4- N. Premji - D. Taylor, "Receiver Structures For Multi-h Signalling Formats", IEEE Trans. on Com. Vol.Com-35, No.4, pp 439-451, April 1987

5- S. Naitas, "Effect of Multi-Phase Modulations on Coherent detection of FFSK Signals", IEEE Vol.Com-26, pp 807-815, June 1978

6- D. Taylor - H. Chan, "A Simulation Study of Two Bandwidth Efficient Modulation Techniques", IEEE Trans. on Com. Vol.Com-29, No 3, pp 267-275, March 1981

7- B.G. Wilson - S. Gagne, "Power Spectra of Multi-h Phase Codes", IEEE Trans. on Com., Vol.Com-29, No 3, pp 280-286, March 1981

8- J.B. Anderson, "Simulation Error Performance of Multi-h Phase Codes", IEEE Trans. on Information Theory, Vol.IT-27, No 3, pp 357-363, May 1981

9- S. Wilson - J.E. Highfill - C. Byrnes, "Error Bounds For Multi-h Phase Codes", IEEE Trans. on Inf.

KAYNAKÇA

- 1- J.B. Anderson - D.P. Taylor, "A Bandwidth-Efficient Class of Signal Space Codes", IEEE Trans. Inf. Vol.IT-24, pp 703-712 Nov. 1978
- 2- V. Bhargava - D. Haccoun - R. Matyas, "Digital Communication By Satellite", John Wiley, 1981
- 3- B. Mazur - D. Taylor, "Demodulation and Carrier Synchronization of Multi-h Phase Codes", IEEE Trans. on Com. Vol.Com-29, No.3, pp 257-266 March 1981
- 4- N. Premji - D. Taylor, "Receiver Structures For Multi-h Signalling Formats", IEEE Trans. on Com. Vol.Com-35, No.4, pp 439-451, April 1987
- 5- R. Matyas, "Effect of Noisy Phase Referances on Coherent detection of FFSK Signals", IEEE Vol.Com-26, pp 807-815, June 1978
- 6- D. Taylor - H. Chan, "A Simulation Study of Two Bandwidth Efficient Modulation Techniques", IEEE Trans. on Com. Vol.Com-20, No 3, pp 267-275, March 1981
- 7- S.G. Wilson - R. Gauss, "Power Spectra of Multi-h Phase Codes", IEEE Trans. on Com., Vol.Com-29, No 3, pp 250-256, Marc 1981
- 8- J.B. Anderson, "Simulation Error Performance of Multi-h Phase Codes", IEEE Trans. on Information Theory, Vol.IT-27, No 3, pp 357-362, May 1981
- 9- S. Wilson - J.H. Highfill - C. Dyihsu, "Error Bounds For Multi-h Phase Codes", IEEE Trans. on Inf.

Teo., Vol.IT-28, No 4, pp 660-665, July 1982

10- G.D Corney, Jr., "The Viterbi Algorithm", Proc. IEEE Vol.61, pp 268-278, March 1973

11- J. Anderson, "Bandwidth and Power Coded Modulation", IEEE Journal on Selected Areas in Com., Vol.1, No 6, pp 873-875, August 1989

12- W. Holubowicz - P. Szulakiewicz, "Multi-T Realization of Multi-h Phase Codes", IEEE Trans. on Inf. Teo., Vol.IT-31, No 4, pp 528-529, July 1985

13- P. Szulakiewicz, "M-ary Linear Phase Multi-T Phase Codes", IEEE Trans. on Com. Vol. 37, No 3, pp 197-199

14- R. Padovani - J. Wolf, "Coded Phase/Frequency Modulation", IEEE Trans. on Com., Vol.Com-34, No 5, pp 446-453, May 1986

15- S. Wozencraft - I.M. Jakobs, "Principles of Communication Engineering", Wiley 1965

16- S. Stein, "Fading Channel Issues in System Engineering", IEEE Journal on Selected Areas in Com., Vol.SAC-5, No 2, pp 68, Feb. 1987

17- H.K. Hwang - L.S. Lee -S.H. Chen, "Multi-h Phase Coded Modulation With Asymmetric Modulation indexes", IEEE Journal on Selected Areas in Com. Vol. 7, No 9, pp 1450-1461, December 1989

18- J. Proakis, "Digital Communication", 1983

Özgeçmişim:

19.3.1967 İstanbul doğumluyum. 1984 yılında Yıldız Üniversitesi Elektronik ve Haberleşme Mühendisliği bölümüne girdim. Aynı üniversitenin yüksek lisans çalışma programına başladım ve 1989 yılında Telekomünikasyon ana bilim dalında araştırma görevlisi olarak çalışmaya başladım. Halen aynı üniversitede araştırma görevlisi olarak görev yapmaktayım.

