

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ  
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ  
ELEKTRONİK BÖLÜMÜ

DÜZLEMSEL VE SİLİNDİRİK FİBER OPTİK  
HATLARDA MODAL ETKİLEŞİM ANALİZİ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

SEBAHATTİN POLAT

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU  
DOKÜMAN YAKINLAŞTIRMA MERKEZİ

İSTANBUL 1993

Yaptığım bu çalışmada bana her türlü yardımı yapan sayın hocam Yrd. Doç. Dr. Cahit CANBAY'a, saygıdeğer arkadaşım Araştırma Görevlisi N. Özlem Ünverdi'ye, Teletaş Eğitim Departmanı Eğitim Mühendisi sayın Ayşegül Hanım'a ve bölüm hocalarıma en derin saygılarımı sunar hepsine burada ayrı ayrı teşekkür ederim.

## İÇİNDEKİLER

|               |   |
|---------------|---|
| Özet .....    | 1 |
| Preface ..... | 2 |

## BİRİNCİ BÖLÜM

### FİBER OPTİK TEKNOLOJİ

|       |                                                      |    |
|-------|------------------------------------------------------|----|
| 1.1   | Giriş.....                                           | 3  |
| 1.1.1 | Fiber Optik Sistemlerin Tarihi .....                 | 3  |
| 1.2   | Fiber Optik Sistem ve Kabloların Avantajları.....    | 5  |
| 1.3   | Fiber Optik Sistem ve Kabloların Dezavantajları..... | 7  |
| 1.4   | Uygulama Alanları .....                              | 8  |
| 1.5   | Temel Işık Bilgileri.....                            | 9  |
| 1.6   | Fiber Kablo Çeşitleri .....                          | 12 |
| 1.7   | Fiber Optik Kablolarda Zayıflama .....               | 15 |
| 1.7.1 | Dispersiyon.....                                     | 18 |
| 1.8   | Fiber Optik Kablolarda Bağlantı Yapma.....           | 21 |
| 1.8.1 | Fiber Optik Kablolarda Ek Yapma .....                | 22 |
| 1.9   | Işık Kaynakları ve Dedektörler.....                  | 23 |
| 1.10  | Fiber Optik Sistem Tasarımı.....                     | 28 |
| 1.11  | Fiber Kabloların Üretimi.....                        | 30 |

## İKİNCİ BÖLÜM

### KATMANLI DALGAKILAVUZU YAKLAŞIMI

#### VE MODAL ANALİZ

|      |                                                                       |    |
|------|-----------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1  | Dielektrik Dalgakılavuzunda EM Dalga Propagasyonu.....                | 32 |
| 2.2  | Katmanlı Dalgakılavuzu (SLAB) Yaklaşımı.....                          | 33 |
| 2.3  | Katmanlı Dalgakılavuzu Modları .....                                  | 33 |
| 2.4  | Dielektrik Katmanlı Dalgakılavuzunda Çift TE Modlar.....              | 37 |
| 2.5  | Dielektrik Katmanlı Dalgakılavuzunda Tek TE Modlar .....              | 39 |
| 2.6  | TE Mod Karakteristik Denklemleri .....                                | 41 |
| 2.7  | Dielektrik Katmanlı Dalgakılavuzunda Multimod<br>Grup Gecikmesi ..... | 45 |
| 2.8  | Dielektrik Katmanlı Dalgakılavuzu TM Modlar.....                      | 47 |
| 2.9  | Dielektrik Katmanlı Dalgakılavuzu Çift TM Modlar.....                 | 48 |
| 2.10 | Dielektrik Katmanlı Dalgakılavuzu Tek TM Modlar .....                 | 49 |
| 2.11 | Dielektrik Katmanlı Dalgakılavuzunda Öndeğerler.....                  | 50 |

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### SİLİNDİRİK YAPIDA FİBER OPTİK VE MODAL ANALİZ

#### 3.1 Dielektrik Dalga Kılavuzlarının Silindirik

|                               |    |
|-------------------------------|----|
| Koordinatlarda Çözümleri..... | 53 |
|-------------------------------|----|

## DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

### KESİM KOŞULLARI VE MODLARIN ANALİZİ

|     |                                                                        |    |
|-----|------------------------------------------------------------------------|----|
| 4.1 | Dielektrik Dalgakılavuzunda Kesim Şartları ve<br>Modların Analizi..... | 74 |
|-----|------------------------------------------------------------------------|----|

|       |                                                                                                         |    |
|-------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| 4.2   | TE, TM ve Karışık Modların Fiziksel Karşılaştırmalı Yorumları.....                                      | 80 |
| 4.3   | Dielektrik Dalgakılavuzunda Farklı Yaklaşımlarla Modların Analizi.....                                  | 82 |
| 4.3.1 | Dielektrik Dalgakılavuzunda, Çekirdek Kırılma İndisi ve Kabuk Kırılma İndisinin Eşit Olması Durumu..... | 86 |

## BEŞİNCİ BÖLÜM

### MODAL ETKİLEŞİM ANALİZİ

|     |                                                  |     |
|-----|--------------------------------------------------|-----|
| 5.1 | Giriş.....                                       | 95  |
| 5.2 | Modal Etkileşim Analizi.....                     | 97  |
| 5.3 | Katmanlı Dielektrik Dalgakılavuzu Yaklaşımı..... | 102 |

## ALTINCI BÖLÜM

|                |     |
|----------------|-----|
| SONUÇ .....    | 107 |
| EK 1 .....     | 108 |
| EK 2.....      | 110 |
| KAYNAKLAR..... | 112 |
| ÖZGEÇMİŞ.....  | 114 |

## ÖZET

Günümüzde, fiber optik teknolojisi çok hızlı bir şekilde gelişmektedir. Yaşantımızda vazgeçemediğimiz birçok pratik cihaz, fiber optik sistem veya kablo içermektedir.

Fiber optik teknolojisi niçin bu kadar hızla gelişti? Bu yeni teknoloji elektriksel işareti, ışık işaretine veya ışık işaretini, elektriksel işarete çevirir. Normal Kablo'ya göre fiber optik kabloların birçok üstünlükleri vardır. Bu çalışmada, bu konu üzerinde, birinci bölümde gerekli bilgiler mevcuttur.

Fiber optik kablolar çok yüksek bant genişliğine sahiptir. Çok düşük güç kayıpları, fiber kabloların üstünlüklerinden belki de birincisidir. Günümüzde çok daha düşük kayıplı fiber kabloların üretimi başarılmıştır.

Fiber optik, temel hammadde kum olduğu için doğada bol miktarda bulunur. Şu an sadece, çok ince fiber kablo yapmak için pahalı teknoloji gerekmektedir. Zamanla bu teknolojide ucuzlayacak ve fiber optik teknoloji çok daha yaygınlaşacaktır.

1976'dan bu yana, birçok şirket fiber optik konusunda çalışmalar yapmaktadır. Amerika, İngiltere ve diğer birçok Avrupa ülkesinde bu konuda halen çalışmalar yapılmaktadır. Biz bu çalışmada, önce fiber optik geometrik yapıyı, katmanlı dalga kılavuzu yaklaşımı (slab), silindirik yapıda fiber optik yapı ve model etkileşim analizini inceleyeceğiz.

## **PREFACE**

High technology is not limited to optics, computer integrated circuits and other electronic technology. Fiber optics have a permanent position in this field revolution. It is no longer an infant in the electronic field. It has grown from a laboratory science into a practical tool for the transmission of information. Fiber optic electronics are spreading rapidly to aerospace, heavy equipment, medicine, mining, oceanography and most other technical fields.

Just what are fiber optics and why this rapid expansion? This new technology converts electrical impulses into light energy and transmits the light waves over an extremely small fiber to a receiver, At the receiver, the light energy is converted back to electrical impulses to perform its original task.

Why do fibers use instead of electrical wire? First, because fibers are extremely light and small. Second, they are virtually immune to electrical interference. The fibers can be directed past high voltage areas. Neither they will radiate outward the signal which they carry, nor they are susceptible to the acceptance of induced signals. Finally, optical fibers will accept a large bandwidth with extremely low power loss. Altogether, these attributes are indicative of efficient advanced high technology.

Much of the credit for the phenomenal growth of fiber optics is due to the pioneers in the development of glass fibers, such as Standard Telecom Labs in England, Nippon Sheet Glass Company in Japan and Bell Labs and Corning Glass Works in the United States. Since 1976, advancements in the fiber optics field have come so quickly that it is difficult to determine who developed what. Dozens of companies in the United States launching devices and related electronics.

## **BİRİNCİ BÖLÜM**

### **FİBER OPTİK TEKNOLOJİ**

#### **1.1. Giriş**

Günümüzde, kablolu iletişimde kullanılmakta olan ikili ve koaksiyel kabloların yanında 1970'li yıllardan itibaren fiber optik kablolar geniş boyutlarda haberleşme alanında kullanılmaya başlanmıştır.

Elektriksel işaretlerin bir ışık kaynağı aracılığıyla (LED veya LD) ışık işaretine dönüştürülüp karşı tarafa iletilmesi ve ışık işaretinin de karşı tarafta tekrar elektriksel işarete dönüştürülmesi prensibine dayanan fiber optik tekniğinde, söz konusu merkezler arasındaki transmisyon ortamını oluşturan fiber optik kablolar günümüzde önemli iletişim teknolojisini bu alanda yeni bir dönem başlatmıştır.

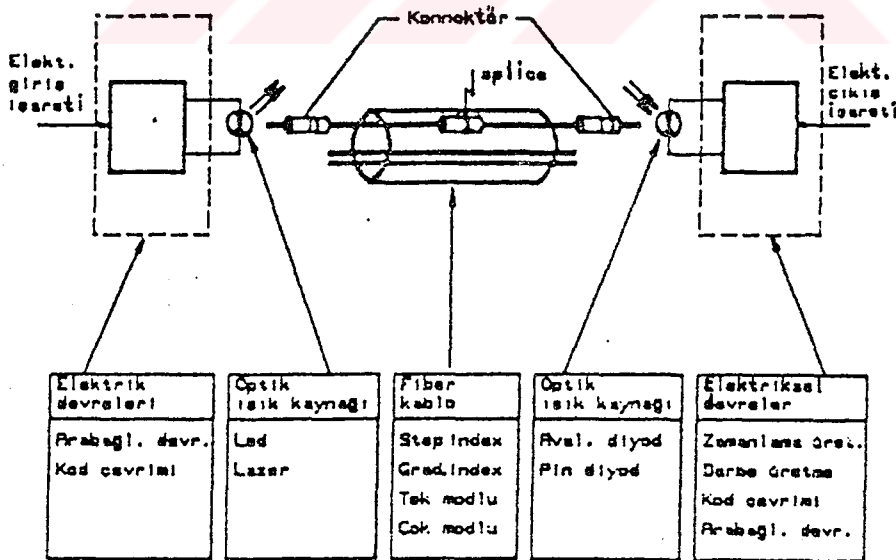
#### **1.1 Fiber Optik Sistemlerin Tarihi**

Fiber optik elektronığının kurucusu, bir İngiliz fizikçisi olan John Tyndall'dır. Tyndall 1870 yılında, ışığın cam tüp içindeki suyu takip ettiğini ve dışarı çıktığını görmüş ve bundan yararlanabileceği firini savunmuştur. Fakat ne yazık ki, II. Dünya Savaşı sonlarına kadar bu alanda herhangi bir ilerleme kaydedilmemiştir ki ancak 1950'li yıllarda belli başlı bazı kuruluşlar fiber optik alanında çalışmaya koyulmuşlardır. 1968 yılında İngiltere'deki Standart Telecom Labs adlı araştırma Laboratuvarı oldukça küçük transmisyon kayıp değerine sahip olan silika camı yapmıştır.



Daha sonraki yıllarda Amerika'da Corning Glass Works ve Bell Telephone Labs ile Japonya'daki Nippon Sheet Glass Company kuruluşları 1 ile 2 dB/km ve laboratuvar şartlarında daha da düşük (0,1 dB/km) kayıp değerli cam fiberler geliştirmişlerdir. Bu çok düşük değerli kayıp olanakları, düşük maliyetli ve etkin kullanımlı haberleşme sistemlerinin gelişimini beraberinde getirmiştir. 1976'dan sonra bu alandaki gelişim o kadar hızlanmıştır ki kimin neyi geliştirdiği izlenemez hale gelmiştir.

ABD'de çok sayıda firma, yeni fiber ve konnektörler ile ışık kaynakları ve buna bağlı elektroniği oldukça ileri bir düzeye getirmişlerdir. Bundan sonra yeni teknolojik gelişmelerini beklemek ya da en azından bugünkü teknolojik düzeyin çok ilerisine ulaşmak olası görülüyor. Çünkü istenilen düzeye zaten varılmış bulunuluyor. Bundan sonrası için beklenen gelişmeler, yeni üretim tekniklerinin ortaya çıkarılması ile kişilerde daha ucuz hizmet götürülmesi yollarının araştırılması olacaktır.



Şekil 1.1.1 En Basit Bir Fiber Optik Sistem

Şekil 1.1.1'de en temel optik sistemi, esas elemanlarıyla gösterilmiştir. Sistemin giriş ve çıkış işaretleri optik ışık kaynağını modüle eder. Verici ışık kaynağı fiber optik kabloya bir konnektörle bağlanır. Eğer hattın iki ucu arasındaki mesafe çok büyükse ve elimizdeki kablonun standart uzunluğu bunu karşılamaya yetmiyorsa, bu durumda ihtiyacı karşılamaya yetecek kadar kablo birbirine ek yapılmalıdır. Alıcı tarafta fiber kabloya optik alıcıya bağlamak için yine konnektör gerekir. [21]

Alıcı diyod tarafından elektriksel hale dönüştürülen işaret genelde zayıf olduğundan kuvvetlendirilmesi, sayısal haberleşme durumunda işaretin tekrar oluşturularak kullanılır hale getirilmesi gerekir.

## 1.2 Fiber Optik Sistem ve Kabloların Avantajları

Fiber optik tekniğinin sağladığı yüksek bant genişliği yüksek data hızına imkân verir. Bir haberleşme sisteminin performansını belirleyen iki büyüklük vardır, iletim uzaklığı ve gönderilen bilgi miktarıdır. Bu iki büyüklüğün çarpımı sabittir ve Fiber Optik te diğerlerine oranla oldukça büyüktür. Örneğin çok modlu fiberde bu büyüklük 367 MHz km'dir. Aşağıda bunların karşılaştırılması yapılmıştır.

| İletim Ortamı        | Bant Genişliği | İletim Mesafesi |
|----------------------|----------------|-----------------|
| Bakır Tel            | 1 MHz          | 250 m           |
| Koaksiyel Kablo      | 100 MHz        | 1 km            |
| Tek modu Fiber Kablo | 100 GHz        | 10 km           |

Fiber optik kabloların işaret zayıflatması çok küçüktür. Örneğin tek modlu fiberin zayıflatması 1 dB/km'den daha azdır. Zayıflatmanın bu derece küçük olması sayesinde işaretin tekrarlayıcılarla yükseltilmesi için gereken mesafe uzar. Diğer önemli bir konu da, işaret zayıflatmasının bakır kablolarda olduğu gibi modülasyon frekansına bağlı olmamasıdır. Tekrarlayıcılar arası mesafe sadece data hızına bağlıdır ve hız arttıkça söz konusu mesafe azalır.

Fiberler dielektrik özellikte olduklarından EM dalgalardan etkilenmesi söz konusu değildir. Yani fiberler ne EM dalga kapar ne de yayarlar. EM girişimli transmisyon ortamlarında ortaya çıkan sorunlar (diafoni, kros-talk, işaret distorsiyonu) meydana gelmeyeceğinden ideal bir transmisyon ortamı oluşturur. Diofoni ve distorsiyonunun olmaması ise hatasız bir işaret iletilmesi anlamını taşır.

Fiber optik gizlilik sağlar. EM dalga yaymadığı için herhangi bir işaret dedekte etmek mümkün olmadığı gibi araya girip gizlice dinleme teknikleri de kullanışlı değildir.

Fiberin dielektrik özellikte olması onu elektriksel olarak izole eder. Fiber elektrik akımı taşımaz. Herhangi bir elektriksel kıvılcım olasılığı olmadığından dolayı yanma ve patlama riski olan yerlerde, örneğin rafineri ve kimyasal fabrikalarda emniyetle kullanılır.

Fiber kablo, koaksiyel emsaline göre oldukça küçük boyutludur. Küçük boyutlu olması, işareti taşıyan kabloların fazla yer kaplamaması anlamına gelir. Bu özellik bilgisayar iletişiminin kullanıldığı yerlerde önem taşır. Örneğin tek modlu bir fiberden iletilen yüksek hızlı bilgi, bu fiber kablolarına göre çok daha büyük hacim kaplayan, birbirine paralel birçok kabolardan oluşan bir demetle iletilebilir.

Cam bakıra göre daha hafif bir malzeme olduğu için sağlanan ağırlık tasarrufu dikkate değerdir ki ağırlığın önem kazandığı uygulamalarda örneğin uçak ve otomobillerde bu özelliklerden yararlanılabilir.

Kablonun kopukluk yerinin tesbiti 0.5 m yaklaşıklıkla tesbit edilebilmektedir. Bu işlem, OTDR denilen bir cihazla yapılabilir.

### **1.3 Fiber Optik Sistem ve Kabloların Dezavantajları**

Fiber belirli bir nükleer radyasyon seviyesinden itibaren iletim özelliklerini kaybetmeye başlar. Bunun nedeni zayıflama değerinin oldukça büyük rakamlara ulaşmasıdır. Söz konusu olay katılanmamış veya az katkılı fiberlerde etkili olmamakla beraber zayıflatmanın düşük olduğu yüksek dalga boylarında yine pek etkili değildir.

Fiber elektrik enerjisini iletmez. Bu durum alış tarafında hattın enerjilenmesi gereken terminal (örneğin telefon seti) varsa, olanakları kısıtlayan bir etki yapar. Bunun için ayrı bir iletken çekmek gerekir.

Fiberin belirli bir değerden daha küçük bir açıyla bükülmesi hem kırılma riski taşır, hem de zayıflatma düzeyini artıracak yönde etki yapar. Bu nedenlerden dolayı fiber optik kablolar bükülmesi zor bir sertlikte üretilir. Fakat ek yapma işlemi sırasında ve “pig-tail” halinde bu sakıncalar ortaya çıkabilir.

Moleküler yapıdaki hidrojen fiber malzemesinin içine nüfus edebilir ve zayıflamanın artmasına neden olur. Hidrojen belirli bir kablo veya fiber tampon malzemesinden fiber yapısına geçebilir.

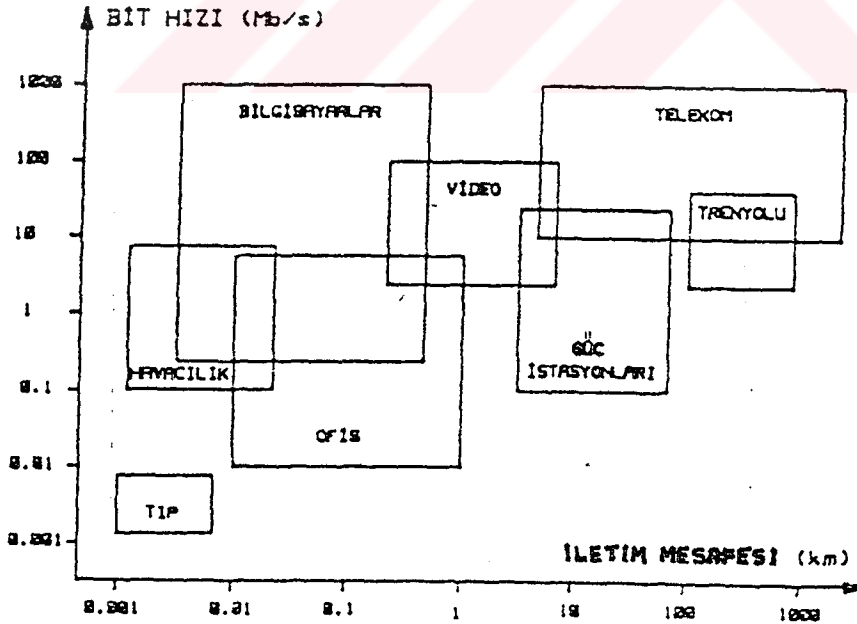
Fiber optik sistemleri, düşük zayıflatma ve yüksek bant genişliği gibi özelliklerin önemli olduğu uygulamalarda kullanılır. Eğer yüksek kalitedeki fiberi düşük bant genişliği ve kısa mesafeli bir alanda kullanılırsa, bu durum, bakır kabloluyla göre daha pahalı çözüm olabilir.

Bu şartlardan anlaşılacağı üzere, fiber optik kablo ve sistemlerin avantajları, dezavantajlarından daha çoktur. İşte bütün bu nedenlerden dolayı, günümüzde kullanım alanı her geçen gün yaygınlaşan fiber optik kablolar ve sistemler hayatımızın vazgeçilmez bir parçası olmuştur.

## 1.4 Uygulama Alanları

Fiber optik haberleşme sistemlerinin zayıflamasının çok az, bant genişliğinin çok yüksek olması bu sistemlerin yüksek hızlı data iletimi, telefon haberleşmesi, video işaretlerinin iletimi, kablolu TV vb. gibi sistemlerde tercih edilir hale gelmesine sebep olmuştur. Bunlardan başka bazı özel uygulamalarda, şöylece not edilebilir.

1. Askeri uygulamalar (gürültüden etkilenmemesi, küçük hacimli olması)
2. Banka uygulamaları (data, şebekelerine yapılabilecek kaçak girişlere karşı emniyetli olması)
3. Patlayıcı madde ortamlarında (kısa devre gibi bir sorun olmaması)
5. Güç istasyonları (gürültüden bağımsız ve sağlam izolasyonlu olması)
5. Proses kontrol (gürültüden bağımsız ve küçük hacimli olması)



Şekil 1.4.1 Uygulama Alanları Grafiği

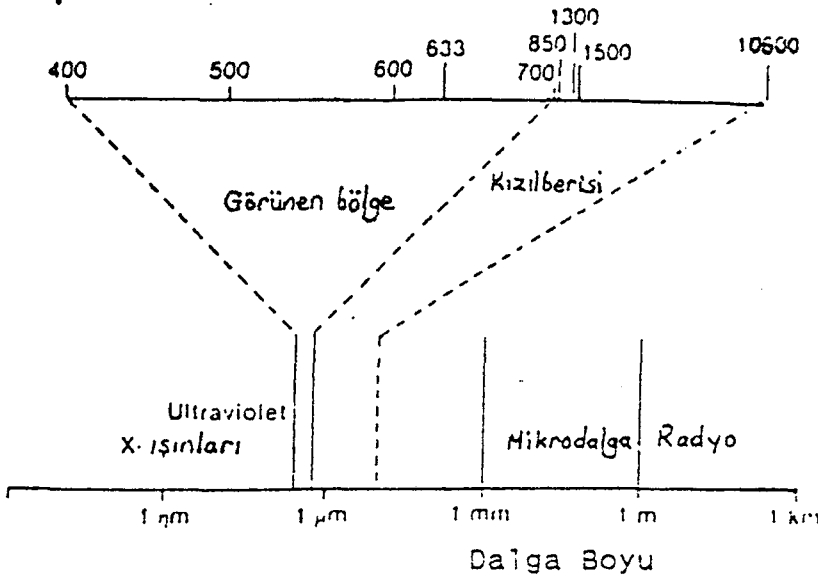
Şekil 1.4.1'de mümkün olan uygulamaların hız ve uzunluk parametrelerine göre değişimleri verilmiştir. Şu anda fiber optik haberleşme sistemlerinin en yaygın olarak kullanıldığı saha telefon ve data haberleşme sistemleridir.

Haberleşme uygulamalarına bakıldığında üç farklı sistem görülebilir. Bunlar, abone yada locak şebeke, santraller arası bağlantı yani jonsiyon şebekesi ve nihayet uzun mesafe haberleşmeleri için Trunk şebekeleridir.

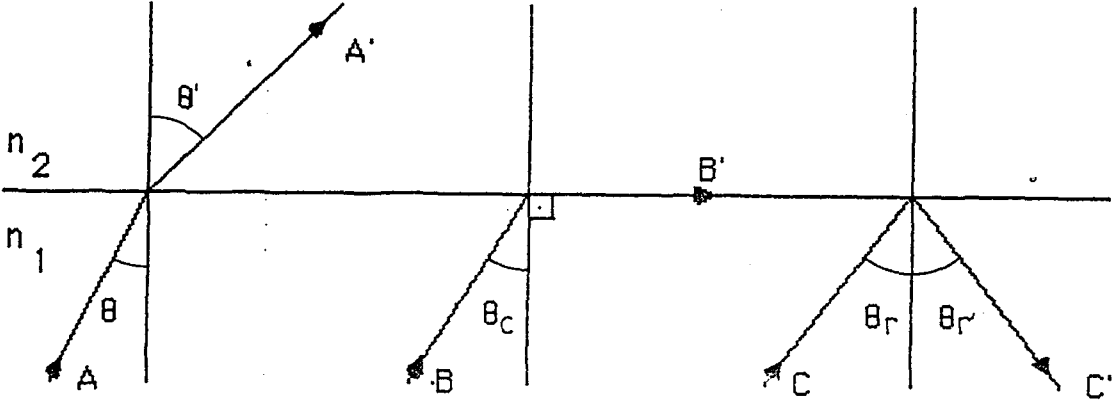
### 1.5. Temel Işık Bilgileri

Işık denilince EM spektrumun gözümüzle görebildiğimiz kısmı akla gelir. Fakat optik haberleşmede kaynak olarak kullanılan ışık EM radyasyonun görünmeyen kısımlarını kapsar. Bugün fiber optik haberleşme sistemlerinde kızıl ötesi ışınlar bölgesine düşen 850 nm, 1300 nm ve 1550 nm dalga boylarında ışık kullanılır.

Birinci ikinci ve üçüncü pencere olarak adlandırılan bu dalga boylarında çalışılması, fiber kablolarındaki zayıflamalarla ilgilidir.



Şekil 1.5.1 EM Spektrum



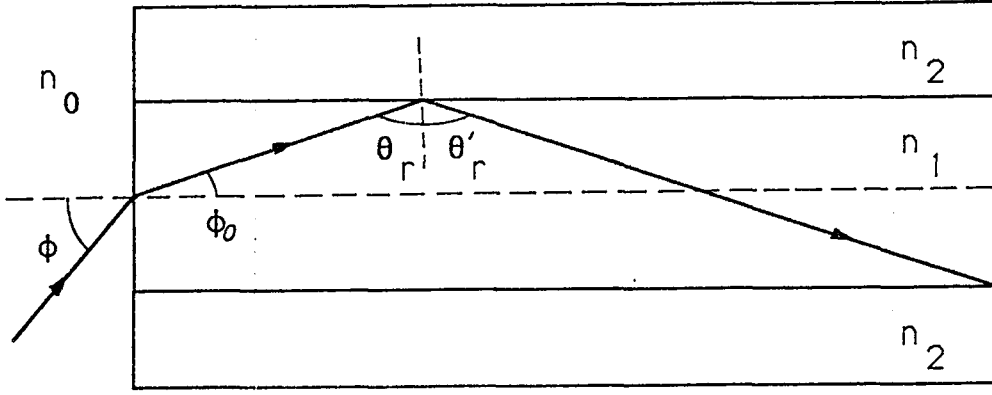
Şekil 1.5.2 Işığın Geometrik Yapısı

$n_1 > n_2$  olma koşulunda, Snell yasaları,

$$n_1 \cos \alpha_1 = n_2 \cos \alpha_2 \quad (1-1)$$

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (1-2)$$

olur. Yukarıdaki en genel Snel yasalarını fiber optik yapıda kullanabiliriz.



Şekil 1.5.3 Fiber Optik Hatların Geometrik Yapısı

$$n_0 \sin \phi_0 = n_1 \sin \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) = n_1 \cos \theta \quad (1-3)$$

$$\theta_c = \frac{\pi}{2} - \phi_0 \quad (1-4)$$

$$n_0 \sin \phi_{\max} = n_1 (1 - \sin^2 \theta_c)^{1/2} = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \quad (1-5)$$

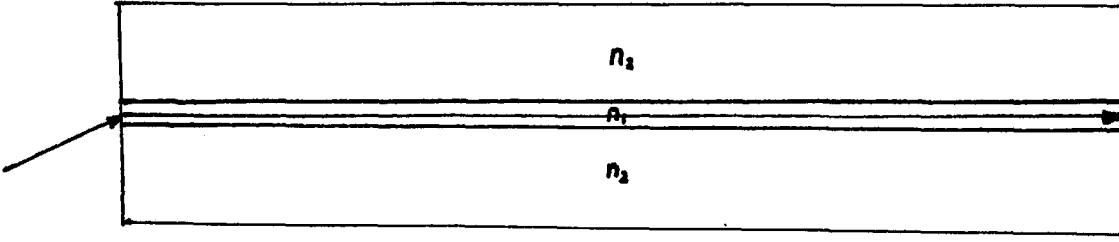
$$\sin \phi_{\max} = \left[ \frac{(n_1^2 - n_2^2)^{1/2}}{n_0} \right] \quad (1-6)$$

$\theta$  gelme açısı,  $\theta_c$  kritik açısından daha büyük olduğunda tam iç yansıma oluşur. Böylece fiber optik içerisine giren ışık kabuk tarafına geçmeden ilerler.

Çok düzgün çekirdek-kılıf yapısı kaybın çok az olmasını sağlar. Günümüzde kaybın daha az olması için çekirdek çapını küçülterek, ışık demeti hiç yansıma yapmadan fiberin bir ucundan diğer ucuna ulaşır.

Şekil 1.5.4, bu çalışmanın amacını açıklamaya yeterlidir.





Şekil 1.5.4 Çekirdek Çapının Küçültülmesi ve Işığın Davranışı

Denklem (1-6),  $n_0$  ile çarpılırsa,

$$N.A = (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} = n_0 \sin \theta_{\max} \quad (1-7)$$

Denklem (1-7) “Nümerik Açıklık” olarak adlandırılır. Bunun diğer bir ismi fiberin kabul açısıdır. Bu açı büyüdükçe dielektrik kılavuzun ışık alma açısı kapasitesi artar. Dielektrik dalga kılavuzunu tanımlayan en önemli özelliklerden birisi N.A'dır.

## 1.6 Fiber Kablo Çeşitleri

Fiber genelde, kırılma indis profillerine, çekirdek çaplarına ve sayısal açıklık değerlerine göre sınıflandırılırlar. Üç ayrı fiber tipi mevcuttur; bunlar,

1. Adım indisli çok modlu fiber
2. Değişken (derceli) indisli çok modlu fiber
3. Adım indisli tek modlu fiber

### 1. Adım İndisli Çok Modlu Fiber

Bu fiberin çekirdek çapı 50 ile 100 µm arasındadır. Bu geniş çekirdek boyutu çeşitli modda ışık yayılımına olanak verir. Işık ışınlarının herbirinin farklı açılarda fibere girmeleri sonucunda modal dağılma ortaya çıkar. Dağılma olayı bant genişliğini yada fiberin bilgi taşıma kapasitesini sınırlayan en önemli faktördür.

Adım indisli çok modlu fiberler malzeme bileşimine göre şu şekilde sınıflandırılırlar.

- a. Tümüyle cam (cam çekirdek, cam kılıf)
- b. Palastik ve cam (cam çekirdek, plastik kılıf)
- c. Tümüyle plastik (plastik çekirdek plastik kılıf)

### 2. Değişken İndisli Çok Modlu Fiber

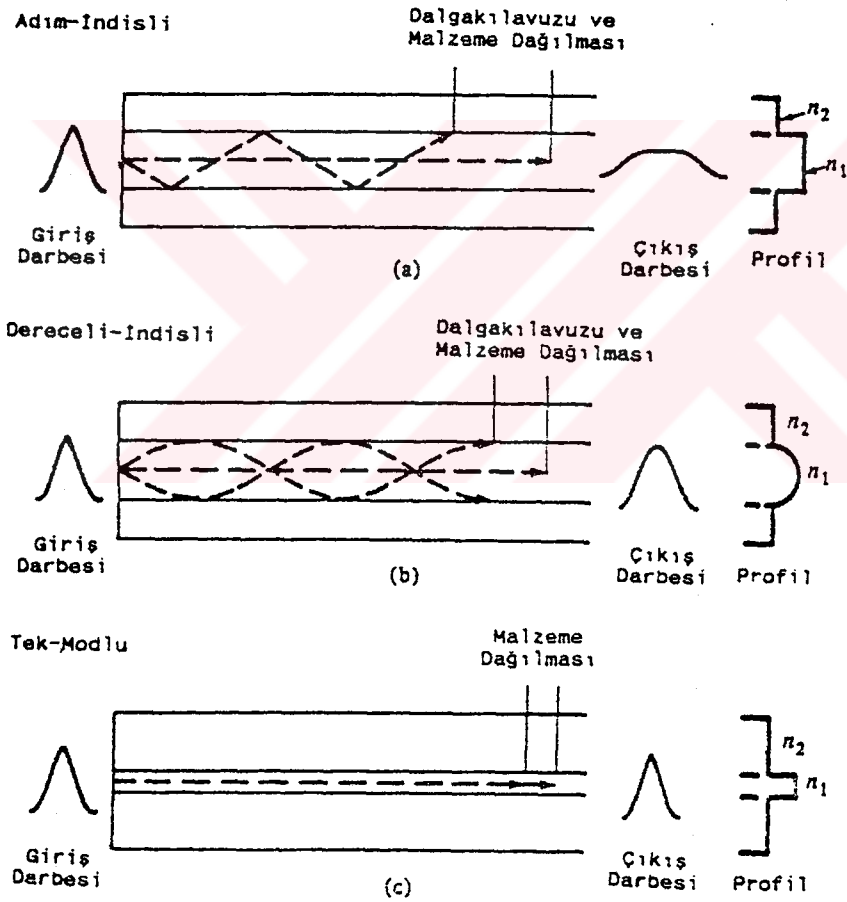
Bu fiberlerin çekirdek çapı da aynı olup, çekirdeklerinin kırılma indisi dereceli olarak değişir. Merkezde en büyük olan bu indis çekirdek-kılıf sınırına yaklaştıkça küçülür.

$V = C/n$  bağıntısından hareketle, merkezdeki ışık ışınlarının daha yavaş, fakat çekirdek-kılıf sınırına yaklaştıkça daha hızlı yayıldığı; böylece daha uzun yol izleyen dıştaki ışınlarla daha kısa yol izleyen içteki ışınların hızlarının değiştirilmesiyle öbür uca yaklaşık aynı anda yitmeleri sağlanmış olur. Dağılma olayının bu şekilde azaltılması ile bant genişliği daha yüksek fiberler elde edilmiş olmaktadır. Bu çalışmada dereceli indisli çok modlu fiberler incelenmiyecektir.

### 3. Tek Modlu Fiber

Modal dağılmayı sınırlama olanağı veren fiber türüdür. Bu fiberin çekirdek çapı 9-10 µm olup, içinden sadece bir tek mod iletilebilecek büyüklüktedir. Bundaki dağılma sadece kilometrede bir-iki piko saniye mertebesinde. Bu fiber tipi olağan üstü büyük bant genişliği çok düşük transmisyon kaybı özelliği ile uzun mesafeli ve yüksek data hızlı iletişim için uygundur.

Dezavantajları ise, çok küçük çekirdek çapı nedeniyle ek yapma zorluğunun olması ve genelde lazer kaynağı gerekir. Tablo 1.6.1'de çeşitli tipteki fiberlerin ve çalışma parametrelerinden bazılarını liste halinde vermektedir. Bir sistem için belirli bir fiber tipinin seçiminde bu parametrelerin göz önüne alınması kaçınılmamazdır.



Tablo 1.6.1 Fiber Parametreleri ve Tipleri

## 1.7 Fiber Optik Kablolarda Zayıflama

İşaret zayıflaması (fiber kaybı veya işaret kaybı da denir), optik fiberin en önemli özelliklerinden birini oluşturur. Çünkü verici ile alıcı arasındaki repetörsüz mesafeyi belirleyen büyüklüklerden en başta gelenidir. Repetörlerin üretimi, montajı, bakımı oldukça pahalı olduğu için zayıflama düzeyi sistemin maliyetinde çok büyük rol oynayan bir parametredir. Bu nedenle, bir optik iletişim sisteminin tasarlanması sırasında göz önüne alınması gereken temel büyüklük zayıflama değeridir.

Optik fiber içindeki zayıflama düzeyi dalga boyuna bağlıdır. Aynı fiber içine enjekte edilmiş olan farklı dalga boyundaki ışık değişik zayıflama etkilerine maruz kalır.

Kısaca bu zayıflama aşağıdaki formülle gösterilebilir. [22]

$$\alpha = 10 \log \frac{P_{in}/P_{out}}{L} \text{ (dB/km)} \quad (1-8)$$

Fiber içindeki temel zayıflama mekanizmaları aşağıdaki üç faktörden kaynaklanır.

1. Absorpsiyon (emilme)

2. Rayleigh Saçılması

3. Bükülme

1. Absorpsiyon

Absorpsiyon, iletilen enerjinin bir bölümünün ısı olarak harcanması şeklinde bir kayıp mekanizmasıdır. Üç ayrı mekanizmadan kaynaklanır.

a. Dahili Absorpsiyon

## **b. Harici Absorpsiyon**

## **c. Atomik Kusurlar**

Dahili absorpsiyon temel fiber malzemesiyle ilgilidir ( $\text{SiO}_2$ ). Sözkonusu absorpsiyon camın belirli bir spektral bölge için saydam olması, bu temel malzemenin ideal saflıkta olması, yani yoğunluk değişimlerinin olmaması, atomların homojen dağılmış olması ve yabancı atomlardan arındırılmış olması demektir.

Fotonlar elektronlarla valans bandı içinde etkileşime girerler ve elektronlar daha yukarıdaki bir enerji seviyelerine itilirler ve bu şekilde absorpsiyon gerçekleşmiş olur.

Harici absorpsiyon fiber içinde bulunabilen istenmeyen maddelerden dolayı meydana gelir. Demir, krom, bakır gibi geçiş metal iyonları ve su iyonları varlığının yol açtığı bu absorpsiyon türü en etkili olanıdır. Dolayısıyla fiber kaybını büyük ölçüde bu absorpsiyon türü oluşturur. Mevcut olan bu yabancı iyonlar elektriksel yük etkileşimi ile absorpsiyona neden olurlar.

## **2. Rayleigh Saçılması**

Cam içindeki saçılma kaybı, malzeme yoğunluğundaki mikroskopik değişimler, bileşimindeki dalgalanmalar yapısal homojensizliği veya fiberin üretimi esnasında ortaya çıkan kusurlardan kaynaklanır. Bu bozukluklar, fiberin kırılma indisinin, dalga boyundan daha küçük bir mesafede farklılıklar göstermesi sonucunu getirir. Cam içindeki Rayleigh Saçılması olayı, sonuçta gökyüzünün mavi renkte olmasına yol açan, güneş ışınlarının atmosfer içinde süzülmesi olayının aynıdır. Rayleigh zayıflama katsayısı dalgaboyu arttıkça azalır.

## **3. Bükülme Kaybı**

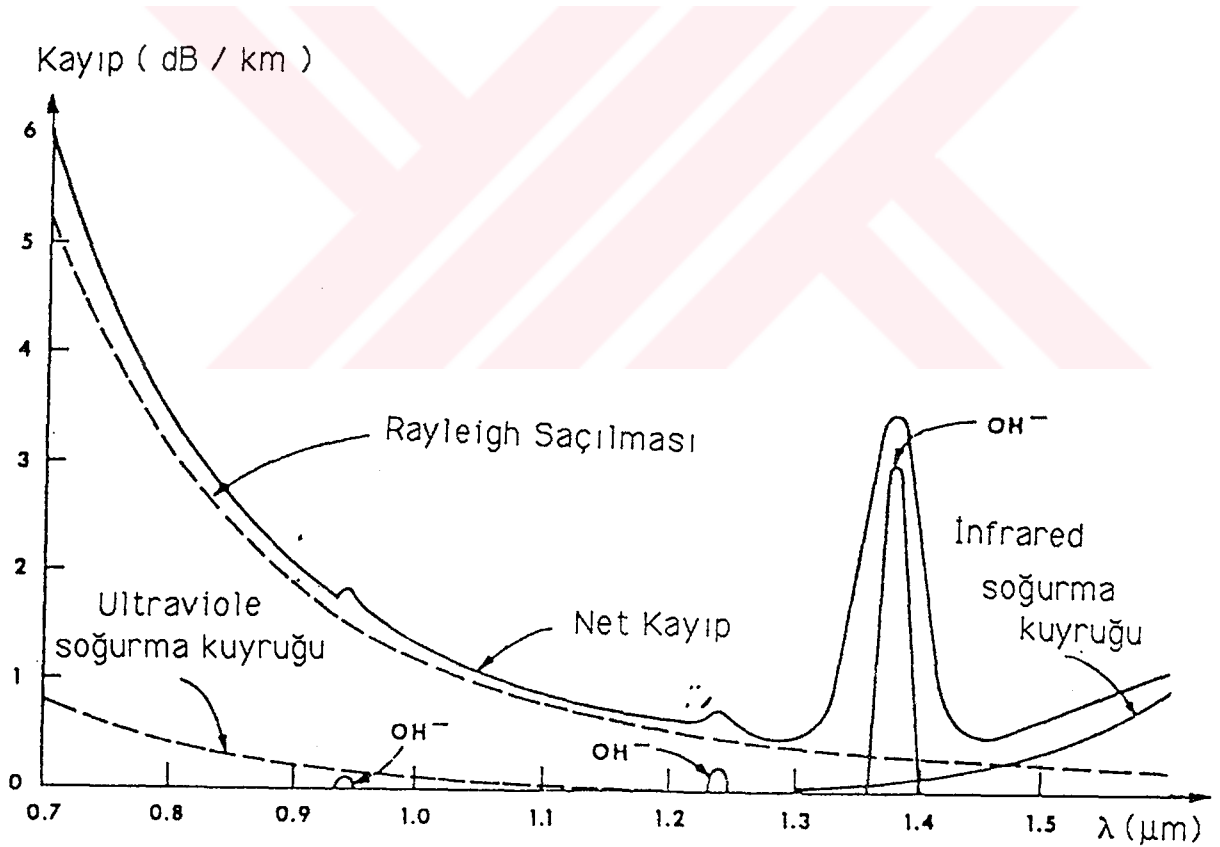
Üçüncü zayıflama mekanizması optik fiberin bükülmesinden kaynaklanır, iki tipi vardır,

**a. Küçük tip bükülme**

**b. Büyük tip bükülme**

Küçük tipten bükülme, üretim esnasında veya mekanik baskı, zorlama ya da çekme sonucu oluşabilecek mikroskobik boyuttaki geometrik kusurlardır.

Büyük tip bükülme ise, fiberin kendi çapından daha büyük radyüste bir açıyla eğilmesi, örneğin kablonun köşe yapacak şekilde bükülmesi şeklindedir. Bu bükülme, eğilme çapının birkaç santimetre olması halidir.



Şekil 1.7 Absorpsiyon ve Saçılma Kayıplarının Dalga Boyuna Göre Değişimi

### 1.7.1 Dispersiyon

Işık işaretinin optik fiber boyunca bozulmasına dispersiyon denir. Zaman domeninde impuls cevabı, frekans domeninde ise faz gecikmesi ile tanımlanır. Dispersiyon yüksek hızlı haberleşme sistemlerinin tasarımında göz önünde tutulması gereken önemli bir parametredir.

Fiberde üç ana neden ile dispersiyon meydana gelir, bunlar, dalga kılavuzu dispersiyonu mod arası dispersiyon ve mod içi dispersiyonla, malzeme dispersiyonunu içeren modal dispersiyondur.

#### 1. Dalga Kılavuzu Dispersiyonu

Dalga kılavuzu dispersiyonu, optik fiber yapısının kılavuzluk fonksiyonu ile ilişkilidir ve bir modun içinde farklı frekanstaki bileşenlerin farklı biçimde iletilmesi sonucu oluşur. Bu tür dispersiyon genellikle yalnızca tek modlu optik fiberlerde önemlidir. Çok modlu optik fiberler de ihmal edilebilir. Çünkü bu tür optik fiberlerde yüksek dreceli modlar önemlidir. Bunlar da hızla zayıfladıkları için uzun optik fiberler için çok fazla önem taşımazlar.

#### 2. Mod Arası Dispersiyon

Farklı modlardaki işaretlerin belli iki nokta arasındaki mesafeyi farklı zamanlarda almalarından dolayı grup gecikmesi dispersiyonu söz konusudur. Bilhassa basamak indisli optik fiberlerde çok önemli olan bu dispersiyon, modlar arası grup hızı farklılıklarının dengelendiği sürekli değişen indisli optik fiberlerde çok daha az önem taşır.

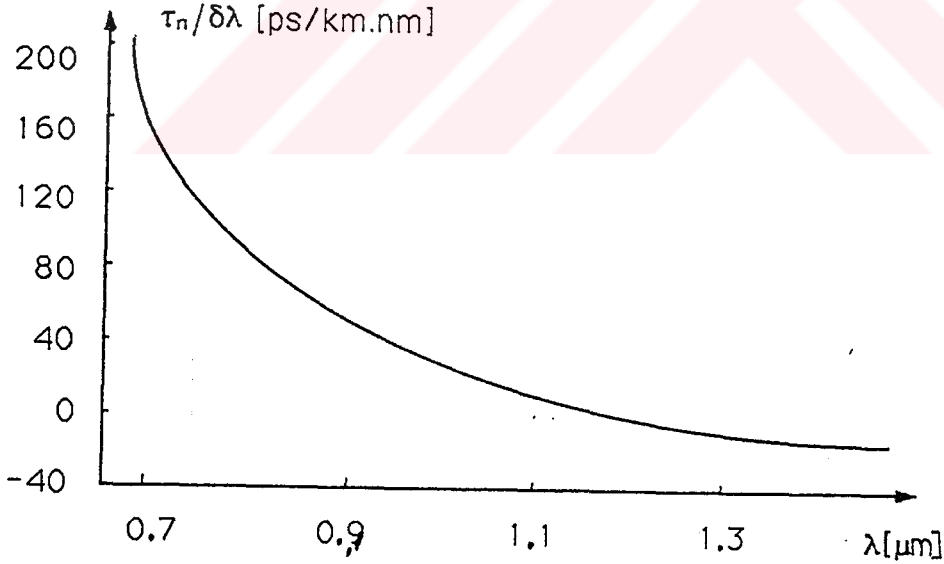
Grup gecikmesi saniye cinsinden,

$$t = \frac{L}{V_g} \quad (1-8)$$

### 3. Modal Dispersiyon

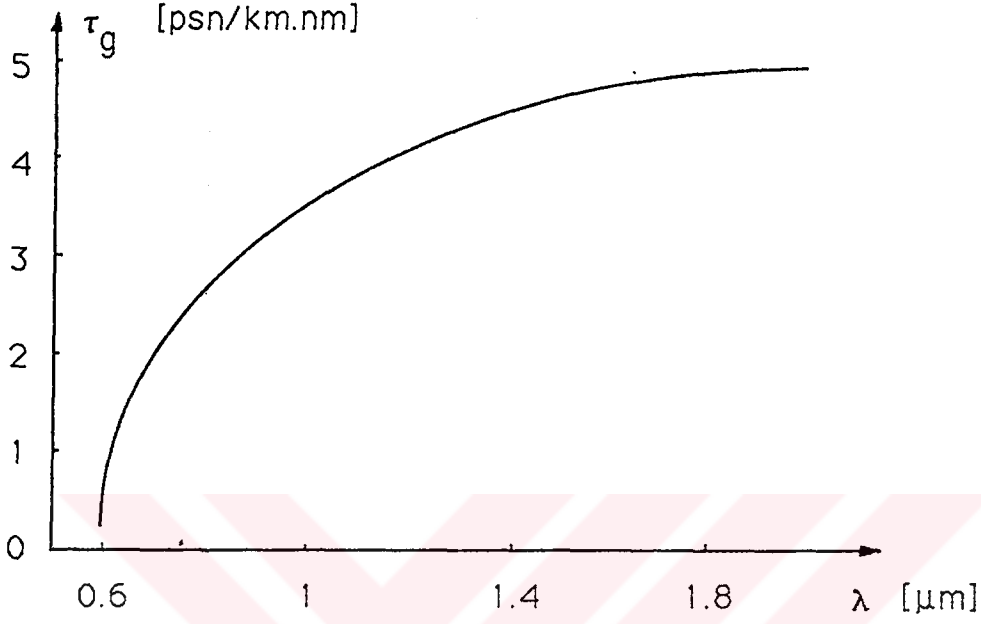
$$\frac{d^2\bar{B}}{d\lambda^2} = \cos\varnothing \frac{d^2n}{d\lambda^2} - 2\sin\varnothing \frac{dn}{d\lambda} \frac{d\varnothing}{d\lambda} - n \frac{d}{d\lambda} \left( \sin\varnothing \frac{d\varnothing}{d\lambda} \right) \quad (1-9)$$

$d\varnothing/d\lambda$  değeri, özdeğer denkleminde hesaplandığı zaman (1-9) eşitliğinin ikinci terimi ihmal edilebilir. Bu durumda modal dispersiyonun (1-9) eşitliğinin birinci ve üçüncü terimlerinde yer alan  $\tau_n$  malzeme dispersiyonu ile  $\tau_g$  mod içi dispersiyonu olmak üzere iki bileşeni vardır.



Şekil 1.7.1.1 Malzeme Dispersiyonunun Dalga Boyunu Göre Değişimi





Şekil 1.7.1.2 Mod İçi Dispersiyonunun Dalgaboyuna Göre Değişimi

Optik fiberlerde dispersiyon karmaşık bir sorundur. Sayısal haberleşme sistemlerinde giriş işareti darbeler halinde gönderildiği için dispersiyon doğal olarak, zaman domeninde bir darbe genişlemesi problemi olarak incelenebilir.

Şekil 1.7.1.1 malzeme dispersiyonunun dalga boyuna göre değişim grafiğinde görüldüğü gibi,  $\lambda = 1.3 \mu\text{m}$ 'de malzeme dispersiyonu sıfır değerini alır. Bu nedenle incelemelerde çalışma dalga boyu  $1.3 \mu\text{m}$  seçilir.

## 1.8. Fiber Optik Kablolarda Bağlantı Yapma

Fiber kabloların uç uca bağlanmasında iki ayrı yöntem kullanma olanağı vardır. Bunlar, konnektör kullanmak veya ek (splice) yaparak sağlanır.

### 1. Konnektörler

Konnektörler, yapılan bağlantıyı istenildiği zaman kolayca tekrar çözmeye imkan verdiği için sistem tasarımcısı tarafından tercih edilir. Elektronik devrelerde bağlantı sadece iki iletkenin fiziksel olarak birbirine temas ettirilmesi ile sağlanır. Fakat optik fiberler arasındaki bağlantı için gerekenler çok daha kritiktir. Optik işaret sadece fiberin çekirdeğinden aktığı için birleştirilen 2 fiber arasında çizgisellik sağlama olayından emin olmak gerekir. Buradaki en ufak bir kayma önemli güç kayıplarına yol açar.

Daha büyük çaplı fiber daha küçük olanına konnektörlerle bağlanmışsa boşta kalan kesitten gelen bilgiler kayıp olacaktır. Bunun aksi durumda, yani ışığın geldiği fiberin çapı küçük fakat ışığın geçeceği buna konnektörlenmiş fiberin çapı büyükse yani modal dağılımlar ortaya çıkacaktır.

Bu durum bize ilave kayıplar verecektir. Çekirdek çapları farklı iki dielektrik kılavuzu bağlarsak, oluşan kaybı şu şekilde ifade edebiliriz.

$$\text{Kayıp} = -\text{Log} \left( \frac{D_r}{D_t} \right) \quad (1-10)$$

$D_r$ : Alıcı fiber çekirdek çapı

$D_t$ : Verici fiber çekirdek çapı

Yüksek değerli sayısal açıklığa sahip fiberin, düşük değerli sayısal açıklığa sahip olanına konnektörle bağlanması, kayıplara neden olur.

$$\text{Kayıp} = -10 \log \left( \frac{NA_r}{NA_t} \right) \quad (1-11)$$

$NA_r$ : Alıcı fiber sayısal açıklık

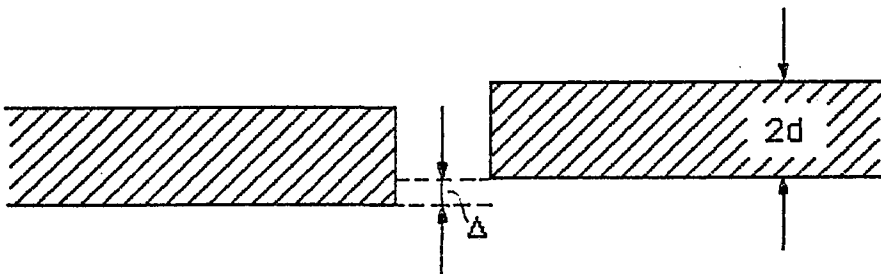
$NA_t$ : Verici fiber sayısal açıklık

Çoğu konnektör tasarımcıları kabloları konnektörlemede cam kılıfı referans olarak alırlar. Eğer çekirdek merkezlemesinde herhangi bir sapma varsa, bu durum çekirdeklerin kesitlerinin çakışmaması gibi bir sonucu ortaya çıkarır ki bu da kayıplara yol açar.

### 1.8.1 Fiber Optik Kablolarda Ek Yapma

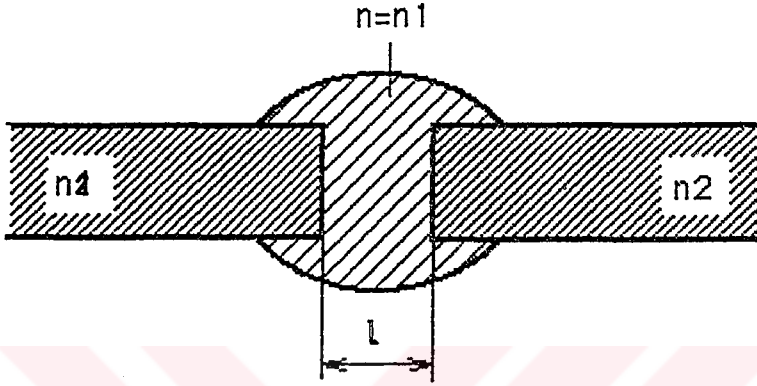
Fiber optik endüstrisinde kullanılan onlarca ek yapma tekniği vardır. Bütün bu tekniklerin ortak bazı noktaları vardır. Bunlardan en önemlisi düşük bir kayıpla işin yapılabilmesi ki bu kayıp olabildiğince 0.1 dB civarında tutlabilmelidir. Ayrıca ek çabuk yapılabilmeli, sağlam ve düşük ağırlıklı olmalıdır.

Şekil 1.8.1.1'de ekleme sırasında meydana gelen hata, Şekil 1.8.1.2'de epoxy kullanılarak yapılan ek görülebilir.



Şekil 1.8.1.1 Ekleme Sırasında Optik Fiber Çekirdeğinin

Uç Uca Gelmemesi Durumu



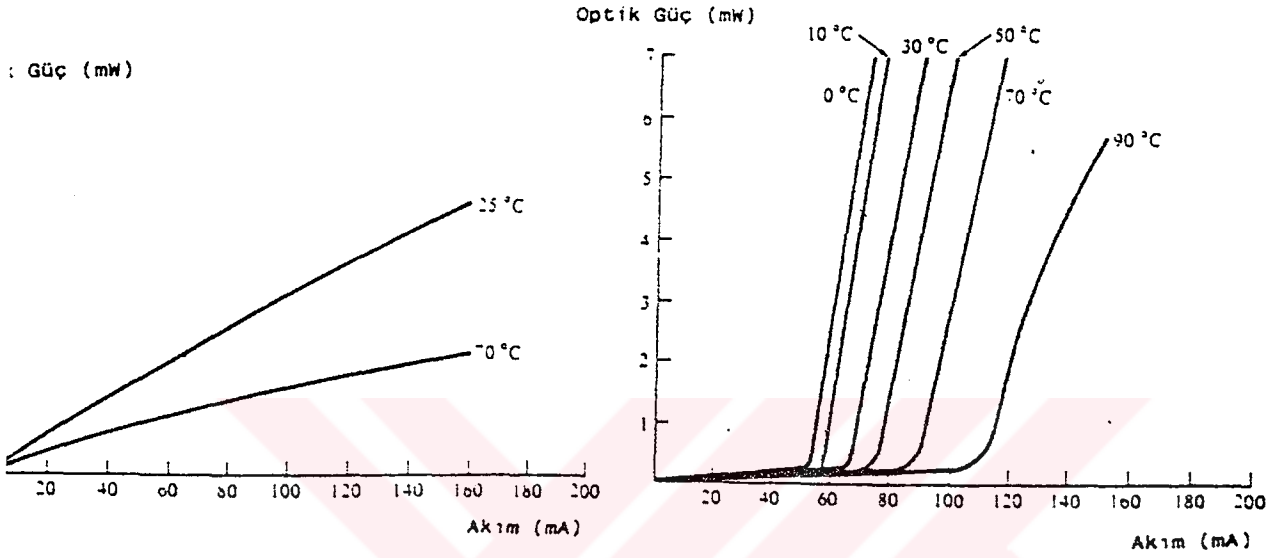
Şekil 1.8.1.2 Epoxy İle İki Optik Fiberin Ek Yapılması

## 1.9 Işık Kaynakları ve Dedektörler

Telekomünikasyon uygulamalarında kullanılan optik kaynakların fiberin içine kuple edebildikleri optik güç olarak tanımlanabilir. Lazer diyodların verdiği güç LED'lere göre oldukça yüksektir. Bu değer lazerler için 50 mW (17 dBm) seviyelerine çıkmakla birlikte LED'ler için en çok 3-4 mW (10-12 dBm) civarında kalmaktadır.

LED'ler kendilerini süren akıma karşı Lineer bağlı bir optik güç verirler, ancak lazer diyodları lineer olmayan bir cevap'a sahiptirler. Belli bir eşik akımının altında LED gibi davranırlar. Bu eşik aşınca normal lazer gibi çalışır. Lazer diyodun eşik akımı sıcaklık ve süreyle değişir. Bundan dolayı LD'ların çalışma ortamı sıcaklığı ile çıkış güçlerini kararlı hale getirecek önlemler alınmalıdır.

Şekil 1.9.1'de soldaki eğri Lazer diyodun karakteristiğini, sağdaki eğri ise LED diyodun karakteristik eğrisidir.



Şekil 1.9.1 Lazer Diyod ve LED Diyod'un Karakteristik Eğrileri

Lazer diyodları doğal yapıları itibarıyla LED'lerden daha hızlıdır. LED'ler için tipik çalışma hızları 100 MHz civarındayken Lazerler için bu birkaç GHz olabilmektedir.

Bütün kaynaklar belli bir çalışma dalga boyu etrafında dağılmaya sahiptir. Daha önce bahsedildiği gibi darbe dağılması sistemin bilgi taşıma kapasitesi ya da hızını sınırlayan bir faktördür. Kromatik bozulmadan gelecek zararlı etkiler, mümkün olduğu kadar monokromatik olan kaynaklar kullanılarak azaltılmaya çalışılır. Lazer diyodları çok dar spektral genişliğe sahiptirler ki tipik değeri birkaç nm'dir. LED'ler ise 100nm civarındadır.

## 1. Lazer Diyod ve LED

Fiber optik elektroniğinde kullanılan iki temel ışık kaynağı vardır. LED (light Emitting Diode) ve ILD (Injection Laser Diode). Bu iki eleman da küçük boyutlu, düşük gerilimle sürülebilen ve istenilen dalga boyunda ışık yayabilen özelliktedir. Herbirinin uygulaması, gösterdikleri karakteristik özelliklere bağlı olarak, farklılıklar gösterir.

LED'lerin ömrü uzun, kararlılıkları yüksek çalışma sıcaklık aralıkları geniş ve ILD'ye göre çok daha ucuzdur. Bunlar çok modlu kullanılır. Yüzeyi ya da kenar yayılımı olabilirler. Yüzey yayılımı olanlar daha geniş bir açıyla ışık yaydıkları için büyük NA değerli ve daha büyük çaplı fiberlerle kuple oldukları zaman daha çok ışık enjekte edebilirler. Kenar yayılımı olanlar ise daha küçük bir alana ışık verebilir, dolayısıyla daha küçük NA'lı kablolarla kuple olabilirler.

LED'ler lazer diyotlara göre daha az güç çıkarırlar ve daha yavaş çalışırlar. Buna karşın, birkaç yüz megabitlik data hızı ve birkaç yüz kilometrelik mesafeli iletim uygulamaları için oldukça uygundur. Daha yüksek hız ve daha uzun mesafeli haberleşme uygulamalarında Lazerin kullanımı gerekir.

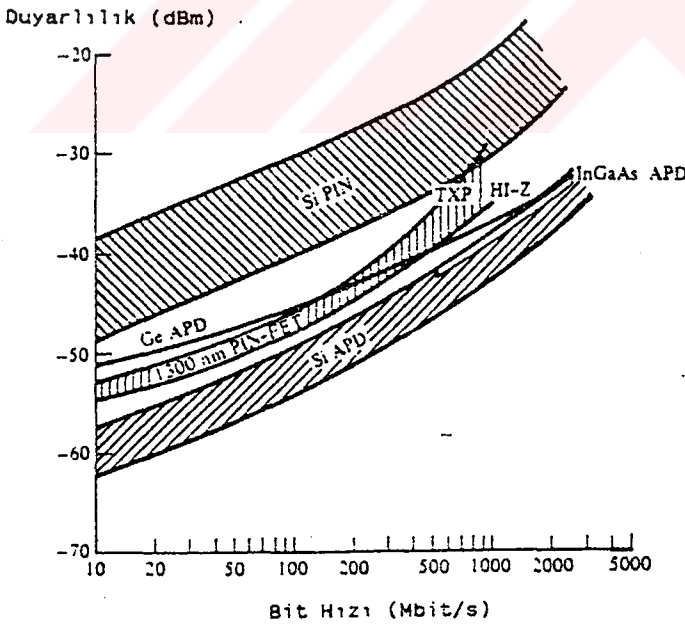
LED'in yaydığı ışığın spektral genişliği Lazerinkine oranla geniş olduğu için oldukça büyük değerli dağılmaya sebep olur. Yüksek dalga boylu LED'ler düşük dalga boylu LED'lere göre daha geniş bir spektral genişliğe sahiptir.

Lazer diodlar tek modlu ya da küçük boyutlu olan çok modlu fiberlerle birlikte kullanılırlar. 1 Gb/s'in üzerinde bir data hızı ile 20 dBm'in üzerinde bir güç verebilirler. Lazerin sıcaklık değişimlerinden çok etkilenmesi nedeniyle elektronik devrelere, bunun sözkonusu değişimlerden etkilenmesini önleyecek olan kompanzasyon devresinin eklenmesi gerekir ki bu da maliyeti arttıran bir faktördür.

## 2. Alıcı Duyarlılığı

Duyarlılığın kalitesi daima hata oranına göre kıyas edilir. Sayısal sistemlerde bu hata oranı, bit hata oranı (BER) olarak tanımlanır. Pratikte  $BER < 10^{-9}$  olması istenir. Buna göre bir optik alıcının duyarlılığın,  $BER < 10^{-9}$  olmasını sağlayacak biçimde alıcının girişine kabul edebileceği minimum optik güç olarak tarif edebiliriz. Gerçekten de, alıcı girişine gelen optik güç seviyesi bu duyarlık değerinden daha küçük olduğu takdirde bit hata oranı istenen değerden daha büyük olabilecektir ki bu da istenmeyen bir durumdur.

850 nm'de çalışan alıcılar, 1300 nm'de çalışan alıcılardan daha iyi duyarlılık değerine sahiptirler. Duyarlılık sistemin hızı yani bit oranı arttıkça azalır. Şekil 1.9.2'de bit hızına bağlı olarak çeşitli dedektör tipleriyle elde edilen duyarlılık eğrileri verilmiştir.



Şekil 1.9.2 Çeşitli Alıcılarda Duyarlılık Eğrileri

### 3. Pin-Fet ve APD

Işık algılayıcıları fiberden gelen ışık işaretini alıp elektrikselsel akıma çevirirler. Kullanılan iki tip dedektör vardır. Pin diyodu en basit ve en temel parçadır. Ayrıca herhangi bir yükseltme yapmadığı gibi, pek pahalı da değildir, kullanımı kolay ve cevap süresi çabuktur. Çok hızlı düzenler istisna edilirse, aktif bölgesi oldukça geniştir, 200  $\mu\text{m}$ 'ye kadar olan fiberler için aynı duyarlık olanağı verir. Cevabı dalga boyu ve malzeme teknolojisiyle değişmekle beraber, alışılmış cevabı 0.4 ile 0.7 A/W'dır.

Avalans fotodiyodu (APD) belirli bir kazanç sağlamakla birlikte pin fotodiyoduna göre düşük seviyeli işaretlere daha duyarlıdır.

Tipik bir APD'nin cevabı pin fotodiyodundan 100 kat daha hızlıdır. APD'nin pin fotodiyoduna olan ilave üstünlüğü açılıp kapanma süresinin çok daha hızlı olmasıdır. APD'nin olumsuz tarafı ise karmaşıklığı ile pahalı olmasıdır. Çalışma için yüksek gerilime ihtiyaç duyar ve sıcaklık değişimlerine duyarlıdır.

Kaynak olarak kullanılan Lazerlere benzer olarak yüksek hız ve mesafelerin önem kazandığı uygulamalarda kullanılır. Dedektör-Yükseltgeç tümdevresi (IDP) aynı tümdevrede yer alan dedektör yükseltgeçten oluşur. Bunun avantajı yük direncine bağlı gürültüyü kapmadan önce hemen işareti kuvvetlendirmesidir. Bunun önemi ise işaretin gürültü ile birlikte değil yalnız kendisinin kuvvetlendirilmesidir. Bir IDP nin tipik cevabı 15 mV/W'dır. Ayrıca işaret-gürültü oranı oldukça uygun seviyededir.

Dedektörün en uygun biçimi alıcı modülü olarak kılıflanmış şeklidir. Alıcı direkt olarak standart lojik ailelere uygunluk gösterir. Düşük seviyeli PIN işaretlerini Lojik seviyeli işaretlere dönüştürmek için gerekli tam analog devreler alıcının içinde bulunur. DIP kılıfı içine konmuş olup fibere konnektörlerle kolayca bağlanabilir özelliktedir. Buna ek olarak alıcı çoğunlukla optik işaretin varlığını gösteren duyarlı bir devre içerir. Bu devre "taşıyıcı algılayıcı" veya "işaret dedektörü" olarak adlandırılır.

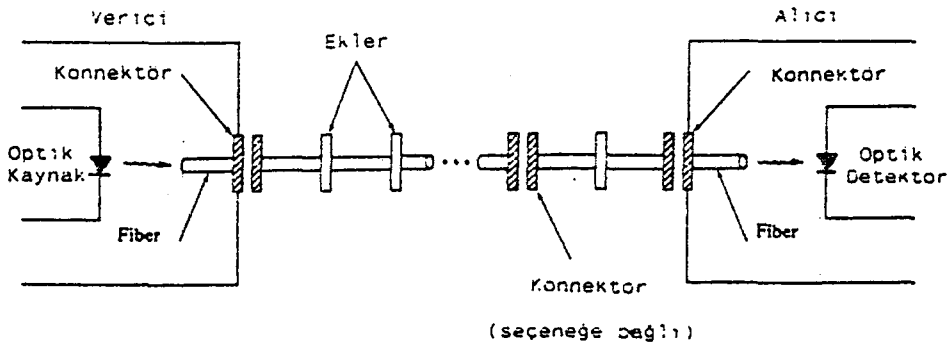


## 1.10 Fiber Optik Sistem Tasarımı

Optik kaynaktan gönderilen ışık enerjisi optik hatta çeşitli etkilerle belirli bir zayıflamaya uğradıktan sonra alıcı uca, buradaki dedektörün duyarlılık değerinin üzerinde bir seviyeyle ulaşmalıdır. Kayıplara yol açan belli başlı etkiler şunlardır.

1. Konnektör zayıflamaları
2. Yapılmış olan eklerin zayıflatmaları
3. Fiberin kendi zayıflatması
4. Kaynak yaşlanması nedeniyle olduğu zayıflama
5. Fiber kablonun veya kullanılan konnektörlerin hatalı olmasının yol açtığı zayıflama

İlk üç kayıp olayı her zaman vardır. Fakat diğerleri azaltılabilir veya yok edilebilir türdendir. Fakat tasarım hesaplarında bu ilave kayıpların var olduğu düşünülerek 6 dB'lik bir marj alınır.



Şekil 1.10.1 Sistem Tasarımı Blok Diagramı

Kaynaktan verilen güç  $P_k$ , alıcının kabul edebileceği min. güç  $P_A$  ise, optik hatta harcanabilecek güç, başka bir deyişle güç bütçesi  $P_H$  olur.

$$P_H = P_k - P_A \quad (1-12)$$

Kablonun km başına zayıflatması  $a_f$ , konnektörün zayıflatması,  $a_c$  ve ek zayıflatması  $a_e$  olarak alınırsa,

$$P_H = (a_f L) + (2 a_c) + (a_e \frac{L}{2}) + 6dB \quad (1-13)$$

ifadesi bulunur.

Bant genişliği ya da yükselme zamanı analizi bir fiber optik linkinin olanaklarının dağılma olayından dolayı sınırlanma düzeyini belirleme açısından uygun bir yöntemdir. Bu yöntem özellikle sayısal sistemler için uygulanır.

Linkin toplam yükselme zamanı  $t_s$ , Linki oluşturan temel elemanların ayrı ayrı yükselme zamanlarının toplamına eşittir. Sistem hızını sınırlayan dört temel eleman, vericinin yükselme zamanı  $t_v$ , fiberin malzeme dağılmasına bağlı yükselme zamanı  $t_m$ , modal dağılmaya bağlı yükselme zamanı  $t_{mo}$  ve alıcının yükselme  $t_a$  zamanıdır.

$$t_s = [t_v^2 + t_m^2 + t_{mo}^2 + t_a^2]^{1/2} \quad (1-14)$$

Genelde, sayısal bir Linkin toplam yükselme zamanının sisteme ilişkin NRZ işaretin bit periyodunun %70'ini aşmaması istenir.

## 1.11 Fiber Kabloların Üretimi

Şu anda geçerli olan iki tip üretim tekniği mevcuttur. Bunlar, Likit faz tekniği ve buhar faz tekniği'dir.

### a. Likit Faz Teknikleri

Düşük erime sıcaklığına sahip cam bileşikleri, Sodyum Kalsiyum-Silikat, Sodyum-Borosilikat, bunların eritilmesi ile optik fiberin elde edilmesi Likit faz tekniğidir. Bu tekniğin dezavantajı, toz halindeki hammaddelerin karıştırılması ve potalarda eritilmesi, potadan gelecek yabancı maddelerin fazlalığı sonuç, düşük kayıplı fiber optik kabloların bu şekilde elde etmek imkansızdır.

Bu teknikte ilk aşama, saf olan toz halindeki hammaddeler ile cam bileşikleri hazırlanır. Bunlar silisyum dioksit, germanyum dioksit gibi oksitler, sodyum karbonat, potasyum karbonat ve baryum karbonat gibi karbonatlardır. Potalardan karışan yabancı maddeler azaltılır, ardından hammadde damıtma yoluyla temizlenir.

Daha sonra yüksek saflıkta toz hammaddeler oluşur. Hava kabarcıklarından arınmış şekilde eritilerek optik fiber camı hazırlanır. İkinci aşama, optik fiberin çekilmesidir. En eski yöntem, çekirdeği oluşturarak cam çubuk, kılıf bölgesini oluşturacak boru içine yerleştirilir, kül fırını içinden geçirilir. Yüksek kayıplı basamaklı indisli optik fiberler bu şekilde üretilirler.

Çift pota yöntemi ise sürekli değişen indisli optik fiberin çekiminde kullanılır. Bu yöntemde, çekirdek ve kılıf bölgeleri için hazırlanan camlar iç içe geçmiş iki adet silindirik kapta eritilir sonra optik fiber çekilir. Fiber optik kabloda merkezden kılıfa doğru kırılma indisinin azalması, cam eriyik içinde çekirdek-kılıf sınırındaki hareketli iyonların difüzyonu ile elde edilir.

## **b. Buhar Faz Teknikleri**

Bu ikinci yöntemin temeli, fiber biçiminde çekilen katı haldeki bir taban malmezesi üzerine yapılan bir gaz fazı oksidasyon reaksiyonu oluşturmasıdır. Burada kullanılan taban malzeme için katkı malzemelerinden faydalanılır.

Bu tekniğin üstünlüğü,  $\text{SiCl}_4$  ve  $\text{GeCl}_4$  gibi hızlı buharlaşan maddelerin başlangıç malzemesi olarak kullanılmasıdır. Bu şekilde soğurma kayıpları azaltılır. Bu teknik 3 grupta incelenir. Bunlar, alev hidrolizi, ısı oksitlenme, plazma oksidasyonu'dur.



## İKİNCİ BÖLÜM

### KATMANLI DALGAKILAVUZU YAKLAŞIMI

#### VE MODAL ANALİZ

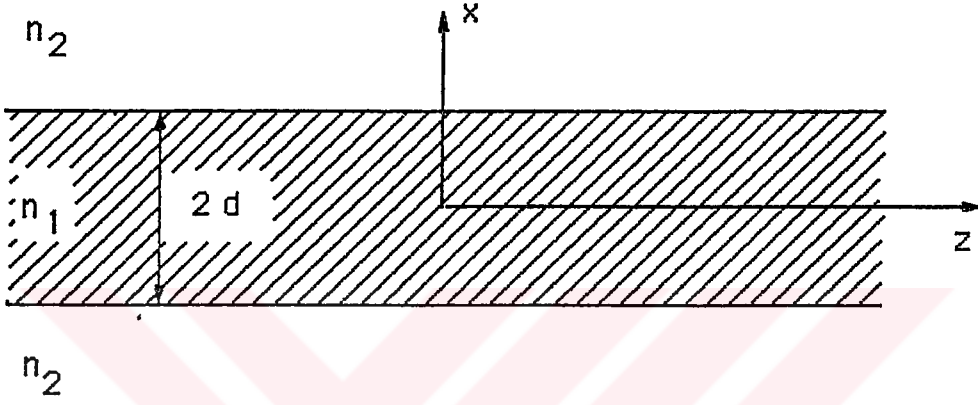
##### 2.1 Dielektrik Dalga Kılavuzunda EM Dalga Propagasyonu

Metal dalga kılavuzlarında mükemmel iletken dielektrik sınır koşullarında çalışma yapılırken, optik fiberde dielektrik-dielektrik sınır koşullarına göre Maxwell denklemleri çözülür.

Kısacası optik fiberler birer dielektrik dalga kılavuzlarıdır. Dielektrik dalga kılavuzlarında polarizasyon ihmal edilemez. Dielektrik dalga kılavuzları dairesel, dikdörtgen, eliptik ve hegzagonal olabilir. Bu çalışmada sadece silindirik koordinatlarda çözümler aranacaktır.

Silindirik yapıda dielektrik dalga kılavuzlarının radyasyon kayıplarının matematiksel ifadeleri oldukça zor ve karışıktır. Bu çalışmada radyasyon modlarına değinilmemiştir. Silindirik yapıya geçmeden önce buna göre incelenmesi basit olan katmanlı dalga kılavuzu yaklaşımı yapılacaktır. Daha sonra silindirik koordinatlarda incelencektir.

## 2.2 Katmanlı Dalga Kılavuzu (Slab) Yaklaşımı



Şekil 2.1 Slab Dalga Kılavuzu

Katmanlı dalga kılavuzunda elektromagnetik dalganın  $z$  yönünde ilerlediği kabul edilmiştir. Slab yaklaşımı optik fiberde modların analizini kolaylaştırır. Silindirik koordinatlarda ve slab yaklaşımında düşünce aynıdır. Bu sebeple daha basit olan slab yaklaşımı modların analizi için öncelikle ele alınacaktır.

## 2.3 Katmanlı Dalga Kılavuzu Modları

Bu çalışmada kılavuzlanmış modlar incelenecek. Ama radyasyon modları incelenmeyecektir. Silindirik yapıya çok benzerliği nedeniyle, slab yaklaşımı incelenmesi faydalı ve basit olacaktır.

Şekil 2.1'de çizilen katmanlı dalga kılavuzu yaklaşımında y eksenine göre değişim olmadığı farzedilir.

$$\partial/\partial y \equiv 0 \quad (2-1)$$

Elektrik alan için, dielektrik dalga kılavuzunda şu şekilde bir ifade yazılabilir.

$$\vec{E} = \vec{E}_0(x) \exp(-j\beta z) \exp(j\omega t) \quad (2-2)$$

TE modunda  $E_z = 0$ , TM modunda  $H_z = 0$  metalik dalga kılavuzunda geçerli olan özellik, dielektrik dalga kılavuzu için de geçerlidir.

TE mod bileşenleri:  $E_y, H_x, H_z$

TM mod bileşenleri:  $E_x, H_z, H_y$

Helmholtz denklemi,

$$\nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0 \quad (2-3)$$

dalga sayısı,

$$k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon \quad (2-4)$$

TE modunda elektrik alanın tek bileşeni  $E_y$ 'dir.

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k^2 E_y = 0 \quad (2-5)$$

$E_y$  şu şekilde yazılabilir

$$E_y(x,z) = E_y(x) \exp(-j\beta z) \quad (2-6)$$

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \kappa^2 E_y = 0 \quad (2-7)$$

burada  $\kappa$ ,

$$\kappa^2 = k^2 - \beta^2 \quad (2-8)$$

Denklem (2-7)'nin çözümü slab içinde ve dışında farklı çözümlere sahiptir. Önce Maxwell denklemlerinden  $E_y$  için  $H_x$  ve  $H_z$  elde edilir.

Denklem (2-7) nin genel çözümü slab içinde şöyle yazılabilir.

$$E_{y1} = A \cos \kappa x + B \sin \kappa x \quad (2-9)$$



$$\kappa^2 = n_1^2 k_0^2 - \beta^2 \quad |x| \leq d \quad (2-10)$$

Denklem (2-9) iki ayrı bileşen olarak düşünülebilir.

$A \cos(\kappa x)$  çift TE modlar

$B \sin(\kappa x)$  tek TE modlar

Cosinüsün çift fonksiyon, sinüs'ün tek fonksiyon olması, yukarıdaki bağıntıyı yazmamıza imkân tanır.

Kabuk bölgesinde alan ifadesi evanescent'dir. Yani sönümlü olup,  $x$  sonsuz'a gittikçe bu alan sıfıra gider.

Denklem (2-7)'nin kabuk bölgesinde çözümü,

$$E_{y2} = C \exp[-\gamma(|x| - d)] \quad |x| \geq d \quad (2-11)$$

$\gamma$ , burada ikinci bölgenin yani kabuk'ta sönümlü alanın özdeğer sabitidir.

Sınır koşullarında  $E_{y1} = E_{y2}$  eşitliği bizi şu eşitliğe götürür,

$$\tan(\kappa d) = \frac{\sin(\kappa d)}{\cos(\kappa d)} = \frac{\gamma}{\kappa} \quad (2-12)$$

Toplam alan için, çift ve tek mod çözümlerinin süperpozisyonu bizim ulaşmak istediğimiz sonuçtur.

## 2.4 Dielektrik Katmanlı Dalga Kılavuzunda Çift TE Modlar

Slab dielektrik dalga kılavuzu içinde ( $|x| \leq d$ ) çift TE mod çözümleri için elektrik alan ifadesi şöyle yazılabilir.

$$E_{y1} = A \cos(\kappa x) \quad (2-13)$$

$$H_{x1} = \frac{-\beta}{w\mu_0} A \cos(\kappa x) \quad (2-14)$$

$$H_{z1} = \frac{-j\kappa_1}{w\mu_0} A \sin(\kappa x) \quad (2-15)$$

Dielektrik slab dalga kılavuzunun kabuk bölgesinde  $|x|$  sonsuza yaklaştıkça, evanescent alan sıfıra gider. Böylece kabuk bölgesinde elektrik alan bileşeni şu şekilde ifade olunabilir,

$$E_{y2} = B \exp[-\gamma(|x| - d)] \quad |x| \geq d \quad (2-16)$$

Denklem (2-5)'de, denklem (2-16) yerine konursa, z yönünde alan değişimi  $\exp(-j\beta z)$  olur. Elde edilen eşitlik (2-17) olur.

$$\gamma^2 = \beta^2 - n_2^2 k_0^2 \quad (2-17)$$

Dielektrik slab dalga klavuzunun dışındaki magnetik alan  $H_{x2}$  ve  $H_{z2}$

$$H_{x2} = \frac{-\beta}{w\mu_0} B \exp [-\gamma (|x| - d)] \quad (2-18)$$

$$H_{z2} = \frac{J\gamma}{w\mu_0} \left( \frac{-x}{|x|} \right) B \exp [-\gamma (|x| - d)] \quad (2-19)$$

Sınır koşullarında, çekirdek-kılıf ara geçişinde elektrik alanın teğetsel bileşeni ( $x = d$ ),

$$E_{y1} = E_{y2} \quad (2-20)$$

$$B = A \cdot \cos(\kappa d) \quad (2-21)$$

olur. Sınır koşullarında, çekirdek-kılıf ara geçişinde magnetik alanın boyuna bileşeni ( $x = d$ )

$$H_{z1} = H_{z2} \quad (2-22)$$

$$\frac{-J\kappa}{w\mu_0} A \sin(\kappa d) = A \cos(\kappa d) \left( \frac{-d}{|d|} \right) \left( \frac{J\gamma}{w\mu_0} \right) \quad (2-23)$$

olur. Denklem (2-23) sadeleştirilirse, çift TE modunun dielektrik katmanlı dalga kılavuzu karakteristik denklemi,

$$\frac{\sin (\kappa d)}{\cos (\kappa d)} = \tan (\kappa d) = \frac{\gamma}{\kappa} \quad (2-24)$$

olur.

## 2.5 Dielektrik Katmanlı Dalga Kılavuzunda Tek TE Modlar

Kılavuzun çekirdeğinde tek TE mod alanları için  $|x| \leq d$  bölgesinde,

$$E_{y1} = A \sin (\kappa x) \quad (2-25)$$

$$H_{x1} = \frac{-\beta}{w\mu_0} E_{y1} = \frac{-\beta A}{w\mu_0} \sin (\kappa x) \quad (2-26)$$

$$H_{z1} = \frac{J}{w\mu_0} \frac{\partial E_{y1}}{\partial x} = \frac{J\kappa}{w\mu_0} A \cos (\kappa x) \quad (2-27)$$

Kılavuzun kabuk bölgesinde, tek TE mod alanları için  $|x| \geq d$  koşulunda alan ifadeleri,

$$E_{y2} = B \exp [-\gamma (|x| - d)] \quad (2-28)$$

$$H_{x2} = \frac{-\beta}{w\mu_0} \text{Bexp} [-\gamma (|x| - d)] \quad (2-29)$$

$$H_{z2} = \frac{J\gamma}{w\mu_0} \left( \frac{-x}{|x|} \right) \text{Bexp} [-\gamma (|x| - d)] \quad (2-30)$$

Sınır koşullarında, çift TE modları çözümlerindeki aynı yol takip edilerek,

$x = \pm d$  için,

$$E_{y1} = E_{y2} \quad (2-31)$$

$$B = A \sin (\kappa d) \quad (2-32)$$

Denklem (2-31) ve denklem (2-32) birleştirilerek B katsayısı için genel denklem elde edilebilir.

$$B = \frac{x}{|x|} A \sin (\kappa d) \quad (2-33)$$

Denklem (2-33), denklem (2-30)'da yerine konursa, sınır koşulları uygulanarak,  $x = d$ 'de  $H_{z1} = H_{z2}$  olur.

$$\frac{J\kappa_1}{w\mu_0} A \cos (\kappa d) = \frac{-J\gamma}{w\mu_0} A \sin (\kappa d) \quad (2-34)$$

Denklem (2-34) basitleştirilerek tek TE modları için karakteristik denklem aşağıdadır.

$$\frac{\sin (\kappa d)}{\cos (\kappa d)} = \tan (\kappa d) = \frac{-\kappa}{\gamma} \quad (2-35)$$

Denklem (2-35) ve denklem (2-24)'un analizi (dielektrik slab dalga kılavuzu için çift ve tek TE modları karakteristik denklemleri) yapılabilir.

## 2.6 TE Mod Karakteristik Denklemleri

Biz bu bölümde kılavuzlanmış TE modlarının analizini yapabiliriz. Bütün modlar için propagasyon sabiti  $\beta$ 'yi oluşturan değerlere ( $n_1$ ,  $n_2$ ,  $d$  ve  $\lambda_0$ ) bağlı bir eşitlik elde edebiliriz. [2]

$$\kappa^2 = n_1^2 k_0^2 - \beta^2 \quad (2-36)$$

$$\gamma^2 = \beta^2 - n_2^2 k_0^2 \quad (2-37)$$

$$\tan (\kappa d) = \frac{\gamma}{\kappa} \quad (2-38)$$

$$\tan (\kappa d) = \frac{-\kappa}{\gamma} \quad (2-39)$$

Denklem (2-36) ve denklem (2-37)  $d^2$  ile çarpılıp toplanırsa,

$$\gamma^2 d^2 + \kappa^2 d^2 = (n_1^2 - n_2^2) k_0^2 d^2 \quad (2-40)$$

Şu eşitlikler kullanarak,

$$X = \kappa d \quad (2-41)$$

$$Y = \gamma d \quad (2-42)$$

$$R = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} k_0 d \quad (2-43)$$

$$X^2 + Y^2 = R^2 \quad (2-44)$$

Denklem (2-44) bir daire denklemdir. Eğer denklem (2-38),  $d$  ile çarpılırsa eşitlik (2-45) elde edilir.

$$\gamma d = \kappa d \tan(\kappa d) \quad (2-45)$$

Aynı şekilde tek TE modları için denklem (2-39),  $d$  ile çarpılırsa, elde edilen eşitlik,

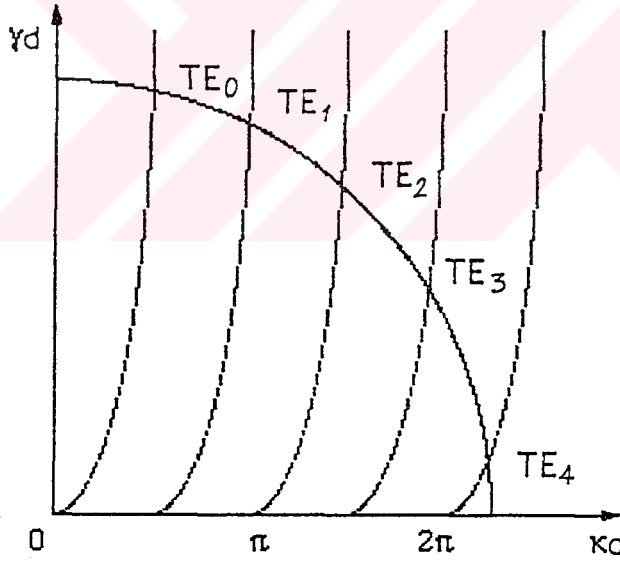
$$\gamma d = -\kappa d \cot(\kappa d) \quad (2-46)$$

Denklem (2-45) ve (2-46) X ve Y'ye bağılı olarak şu şekilde ifade edilebilir.

$$Y = X \tan(x) \quad (2-47)$$

$$Y = -X \cot(x) \quad (2-48)$$

Denklem (2-44) (2-47) ve (2-48) X-Y diagramında çizilebilir, bu şekil 2.2 de gösterilmiştir.



Şekil 2.2 Slab dalga kılavuzu karakteristik denklem diagramı TE modları

$$V^2 = k_0^2 d^2 (n_1^2 - n_2^2) \quad (2-49)$$



Denklem (2-49) mod sayısını verir. Bu denklem göz önüne alınırsa, tek mod iletim şartı aşağıdadır.

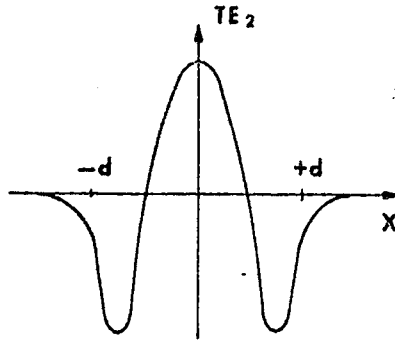
$$(n_1^2 - n_2^2) k_0^2 d^2 < \frac{\pi}{2} \quad (2-50)$$

Aynı şekilde şekil 2.2 incelenirse, multimod iletim şartını gösterebiliriz.

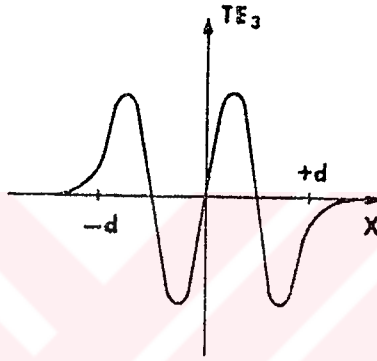
$$(n_1^2 - n_2^2) k_0^2 d^2 > 2\pi \quad (2-51)$$

Multimod slab dielektrik dalga kılavuzu için çekirdek yarıçapı şu şekilde ifade edilebilir.

$$d > \frac{\lambda_0}{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}} \quad (2-52)$$



Şekil 2.3. x'e Bağlı TE<sub>2</sub> Modunun Grafiği



Şekil 2.4 x'e Bağlı  $TE_3$  Modunun Grafiği

## 2.7 Dielektrik Katmanlı Dalga Kılavuzunda

### Multimod Grup Gecikmesi

Optik fiber haberleşme için transmisyon ortamı olarak kullanılır. Tipik puls kod modüleli işaret, dizi formunda, transmisyon sisteminde bir noktadan diğer noktaya gönderilir. Kılavuzun girişinden uygulanan puls, çıkıştan alınırken değişim nedir? Bu olay haberleşme sistemlerinde önemlidir.

Darbelerde bozulmalar meydana gelir, bunlardan bir çeşit bozulma, yani distorsiyon, multimod katmanlı dielektrik kılavuzlarda, modal gecikme distorsiyonu olarak bilinir. Düşük dereceli modlar ile yüksek dereceli modlar arasındaki fark hesaplanabilir.

$\tau_{gL}$  : Düşük dereceli modlarda grup gecikmesi

$\tau_{gh}$  :Yüksek dereceli modlarda grup gecikmesi

$$\Delta\tau_g = \tau_{gL} - \tau_{gh}$$

Şekil 2.2'de x'in değişim aralığı incelenirse, propagasyon modlar için  $\kappa$ ,

$$0 < \kappa < \sqrt{n_1^2 - n_2^2} k_0 \quad (2-53)$$

$$\beta = \sqrt{n_1^2 k_0^2 - \kappa^2} \quad (2-54)$$

$\kappa = 0$ , düşük dereceli modları simgeler.  $\beta$ 'nin değişim aralığı bulunabilir,

$$\kappa = \sqrt{n_1^2 - n_2^2} k_0, \text{ yüksek dereceli modları simgeler}$$

$$n_2 k_0 < \beta < n_1 k_0 \quad (2-55)$$

$n_2 k_0$  : Yüksek dereceli modları,  $n_1 k_0$  : düşük dereceli modları simgeler.

$$\tau_g = \frac{d\beta}{d\omega} \quad (2-56)$$

$k_0 = \frac{\omega}{c}$  bilinen bir eşitliktir, bu şartlar altında,

$$\frac{d}{d\omega} \left( n_2 \frac{\omega}{c} \right) < \frac{d\beta}{d\omega} < \frac{d}{d\omega} \left( n_1 \frac{\omega}{c} \right) \quad (2-57)$$

olur.

## 2.8 Dielektrik Katmanlı Dalga Kılavuzu Tek TM Modlar

TM modundaki tek magnetik alan bileşeni  $H_y$ , Elektrik alan bileşenleri  $E_x$ ,  $E_z$ 'dir,  $H_z = 0$  olur.

$$H_y = H_y(x) \exp(-j\beta z) \quad (2-58)$$

Helmholtz denkleminde (2-58) denklemi yerine konur.

$$\frac{d^2 H_y}{dx^2} + \left( n^2 k_0^2 - \beta^2 \right) H_y = 0 \quad (2-59)$$

$H_y$ 'nin elde edilmesi, kabuk kısmında ve çekirdek bölgesinde olmak üzere iki farklı çözüme sahiptir. TE modunda olduğu gibi, burada, yani TM modu çift ve tek olarak düşünülür.

TE modunun elde edilmesinde kullanılan aynı metotla,  $E_x$  ve  $E_z$  elde edilir.

$$E_x = \frac{\beta}{\omega \epsilon} H_y \quad (2-60)$$

$$E_z = \frac{-J}{w\epsilon} \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (2-61)$$

## 2.9 Dielektrik Katmanlı Dalgakılavuzu Çift TM Modlar

Çekirdek bölgesinde,  $|x| \leq d$

$$H_y = B \cos (\kappa x) \quad (2-62)$$

$$E_x = \frac{\beta}{w\epsilon_1} B \cos (\kappa x) \quad (2-63)$$

$$E_z = \frac{J\kappa_1}{w\epsilon_1} B \sin (\kappa x) \quad (2-64)$$

Kabuk bölgesinde,  $|x| \geq d$

$$H_y = B \cos (\kappa d) \exp [-\gamma (|x| - d)] \quad (2-65)$$

$$E_x = \frac{\beta}{w\epsilon_2} (B \cos (\kappa d)) \exp [-\gamma (|x| - d)] \quad (2-66)$$

$$E_z = \frac{x}{|x|} \left( \frac{J\gamma}{w\epsilon_2} \right) (B \cos (\kappa d)) \exp [-\gamma (|x| - d)] \quad (2-67)$$

$$\gamma^2 = \beta^2 - n_2^2 k_0^2 \quad (2-68)$$

Çift TM modları için karakteristik denklem,

$$\tan(\kappa d) = \frac{n_1^2}{n_2^2} \left( \frac{\gamma}{\kappa} \right) \quad (2-69)$$

## 2.10 Dielektrik Katmanlı Dalga Kılavuzu Tek TM Modlar

Çekirdek bölgesinde,  $|x| \leq d$

$$H_y = B \sin(\kappa x) \quad (2-70)$$

$$E_x = \left( \frac{\beta}{w\epsilon_1} \right) B \sin(\kappa d) \quad (2-71)$$

$$E_z = \left( \frac{-j\kappa}{w\epsilon_1} \right) B \cos(\kappa d) \quad (2-72)$$

Kabuk bölgesinde,  $|x| \geq d$

$$H_y = \frac{x}{|x|} B \sin(\kappa d) \exp[-\gamma(|x| - d)] \quad (2-73)$$

$$E_x = \frac{x}{|x|} \left( \frac{\beta}{w\epsilon_2} \right) (B \sin(\kappa d) \exp[-\gamma(|x| - d)]) \quad (2-74)$$

$$E_z = \frac{J\gamma}{w\epsilon_2} (B \sin(\kappa d) \exp[-\gamma(|x| - d)]) \quad (2-75)$$

Tek TM mod karakteristik denklemi,

$$\tan(\kappa d) = \frac{-n_2^2}{n_1^2} \left( \frac{\kappa}{\gamma} \right) \quad (2-76)$$

TE ve TM kılavuzlanmış modlar, katmanlı dalga kılavuzu yaklaşımında bir çözüm seti olarak çıkartılmıştır.

## 2.11 Dielektrik Katmanlı Dalga Kılavuzunda Özdeğerler

Kılavuzlanmış modlarda

$$\kappa^2 = k_0^2 n_1^2 - \beta^2 > 0 \quad (2-77)$$

$$\gamma^2 = \beta^2 - k_0^2 n_2^2 > 0 \quad (2-78)$$

Özdeğerler olarak bilinen eşitlik (2-77) ve (2-78) 3. bölümde incelenecektir. Bu özdeğerlerin pozitif olma koşulunda,

$$n_2 k_0 < \beta_g < n_1 k_0 \quad (2-79)$$

olur.

Eşitlik (2-79)'dan anlaşıldığı gibi,

$$k_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \quad (2-80)$$

Dalga sayısı eşitlik (2-80) olur, kılavuzlanmış modların propagasyon sabitinin alacağı değerler, serbest uzay dalga boyu ve ortamların kırılma indisleri ile sınırlandırılmıştır. Bu şartlarda, kılavuzlanmış modlar,  $\beta$  propagasyon sabiti reel olduğu zaman, absorba olmayan dalga kılavuzlarında zayıflamaya uğramazlar.

Slab dalga kılavuzunun kırılma indisinin alacağı değerlerin,  $n_1$  ve  $n_2$ 'nin arasında alacağı düşünülürse, minimum faz hızının,  $c$  ışık hızı olmak şartıyla, dalga kılavuzunda  $c/n_1$  hızına eşit olacağı,  $c/n_2$ 'den büyük olduğu zaman, kaybın söz konusu olacağı anlaşılır. Bizim incelememiz dışında kalan, radyasyon modlarında özdeğer,

$$g^2 = n_2^2 k_0^2 - \beta^2 \quad (2-81)$$



$g$ 'nun alacağı pozitif değerler için,

$$0 < \beta_r < n_2 k_0 \quad (2-82)$$

$\beta_r$ , reel bir sayıdır, propagasyon sabitinin reel kısmı,  $\beta_r = 0$  ve imajiner kısmı ise,

$$0 < \beta_j < \infty \quad (2-83)$$

Bu durumda sönümlü modlar meydana gelir.

## ÜÇÜNCÜ BÖLÜM

### SİLİNDİR YAPIDA FİBER OPTİK VE MODAL ANALİZ

#### 3.1 Dielektrik Dalga Kılavuzlarının

#### Silindirik Koordinatlarda Çözümleri

İkinci bölümde en basit inceleme şekli olan slab yaklaşımı incelenmiş, modal analiz yapılmıştır. Bu bölümde aynı işlemler silindirik koordinatlarda yapılacak, modal analiz ayrıntılı şekilde incelenecektir.

Maxwell denklemlerinden hareketle,

$$\nabla \times \vec{E} = -j \omega \mu \vec{H} \quad (3-1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = j \omega \epsilon \vec{E} \quad (3-2)$$

$$\mu = \mu_0, \epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r = \epsilon_0 n^2 \quad (3-3)$$

Eşitlik (3-3), ortamların parametrelerinin aldığı değerlerdir. Yine bu incelemede,

$$\vec{\nabla} \vec{B} = 0 \quad (3-4)$$

olur.

Eşitlik (3-4)'den eşitlik (3-5) elde edilir.

$$\vec{\nabla} \vec{E} = - \frac{\Delta \epsilon}{\epsilon} \vec{E} = - \nabla (Ln \epsilon) \vec{E} \quad (3-5)$$

Eşitlik (3-1)'in her iki tarafının rotasyoneli alınır. [7]

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E} = -J_w \mu \vec{\nabla} \times \vec{H} \quad (3-6)$$

$$\vec{\nabla} (\vec{\nabla} \vec{E}) - \vec{\nabla}^2 \vec{E} = -J_w \mu (J_w \epsilon \vec{E}) = k^2 \vec{E} \quad (3-7)$$

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = -\vec{\nabla} (\vec{E} \nabla Ln(n^2)) \quad (3-8)$$

Eşitlik (3-1)'e uygulanan işlemler, eşitlik (3-2)'ye uygulanırsa, eşitlik (3-9) elde edilir.

$$\nabla^2 \vec{H} + k^2 \vec{H} = 0 \quad (3-9)$$

EM dalga denkleminde bilinen dalga sayısı, eşitlik (3-10)'da elde edilmiştir.

$$k = \omega (\mu_0 \epsilon_0)^{1/2} \Rightarrow k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 n^2 \quad (3-10)$$

EM alan bileşenleri iki tane skaler fonksiyondan elde edilir. Kılavuzlanmış EM dalga olduğu için z değişimi exponansiyel ifade olunabilir ( $\exp \pm j\beta z$ ).

Daha kolay olması için +z yönünden ilerlediği varsayılır. İki skaler fonksiyon  $E_z$  ve  $H_z$  ifadelerine bağlı iki tane denklemin bulunması gerekir. Ayrıca biz bu ilerleyen sayfalarda  $H_z$  ve  $E_z$ 'i yazarken  $\exp (\pm j\beta z)$ 'i yazmıyacağı bunun zaten olduğu varsayılır.

Rotasyonel operatörün silindirik koordinatlardaki ifadesi vasıtasıyla,

$$\nabla \times \vec{E} = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \vec{a}_r & r\vec{a}_\phi & \vec{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_r & rE_\phi & E_z \end{vmatrix} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (3-11)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \vec{a}_r & r\vec{a}_\phi & \vec{a}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \phi} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_r & rH_\phi & H_z \end{vmatrix} = -j\omega\epsilon\vec{E} \quad (3-12)$$

Determinant (3-11) ve (3-12) açılırsa, gerekli işlemler yapılarak aşağıdaki denklemler ortaya çıkar.

$$H_{\phi} = \frac{-J}{k^2 - \beta^2} \left[ \frac{\beta}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} H_z + w\epsilon \frac{\partial}{\partial r} E_z \right] \quad (3-13)$$

$$H_r = \frac{-J}{k^2 - \beta^2} \left[ -\frac{w\epsilon}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} E_z + \beta \frac{\partial}{\partial r} H_z \right] \quad (3-14)$$

$$E_r = \frac{-J}{k^2 - \beta^2} \left[ \frac{w\mu}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} H_z + \beta \frac{\partial}{\partial r} E_z \right] \quad (3-15)$$

$$E_{\phi} = \frac{-J}{k^2 - \beta^2} \left[ \frac{\beta}{r} \frac{\partial E_z}{\partial \phi} - w\mu \frac{\partial}{\partial r} H_z \right] \quad (3-16)$$

$\kappa^2 = k^2 - \beta^2$  eşitliği kullanılır. Ayrıca kılıf ve çekirdek için,

$$\kappa_j^2 = k^2 - \beta^2 = k_{0j}^2 - \beta^2 \quad (J = 1, 2) \quad (3-17)$$

genel bir eşitlik (3-17)'dir.

Basamak indisli fiberlerde enine ifade,

$$\nabla_t^2 = \nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (3-18)$$

olur.

Eşitlik (3-18) yardımıyla, dalga denklemi kılıf ve çekirdek için J'ye bağlı olarak (J = 1 olursa çekirdek, J = 2 olursa kabuk için) dalga denklemi eşitlik (3-19)'da ifade edilmiştir.

$$(\nabla_t^2 + \kappa_j^2) \begin{bmatrix} E_{\vec{j}}(r, \emptyset) \\ H_{\vec{j}}(r, \emptyset) \end{bmatrix} = 0 \quad (3-19)$$

Bu denklemler, aşağıdaki 4 şart altında çözülür.

1. EM alan,  $r = 0$ 'da sonlu olmalı.

2. Ez ve Hz  $r \rightarrow \infty$  'da sıfır olmalı (3-20)

3. Ez ve Hz  $\emptyset$ 'de  $2\pi$  ile periodik olmalı.

4. Ez, Hz, Hr, Er ve  $n^2 E_r$  sınır yüzüünde sürekli olmalıdır. Ayrıca sınır koşulları altında çözüme ulaşılmaya çalışılır.

Eşitlik (3-19) kullanılarak, silindirik koordinatlarda dalga denklemi Ez'e bağlı eşitlik (3-21), Hz'e bağlı eşitlik (3-22) elde edilir.

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} E_z + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} E_z + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \emptyset^2} + \kappa^2 E_z = 0 \quad (3-21)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} H_z + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial z} H_z + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \varnothing^2} E_z + \kappa^2 H_z = 0 \quad (3-22)$$

Bu denklemleri Bessel Diferansiyel denklem biçiminde ifade etmek için, (3-20)'deki 1,2 ve 3. şartları sağlayan

$$S_j = E_j = H_j \quad (j = 1,2) \quad (3-23)$$

eşitlik (3-23) notasyonuyladır

$$S_j(r, \varnothing) = R_j(r) \cdot w_j(\varnothing) \quad (3-24)$$

Separasyon yöntemiyle çözülebilir.

Ez aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$E_z = A G(r) G(\varnothing) = A G(r) \exp(j\varnothing\varnothing) \quad (3-25)$$

A modal genişliği ifade eder. Ayrıca  $G(r) \exp(j\varnothing\varnothing)$  burada  $E_z(r, \varnothing)$  yerine kullanılmıştır,  $\varnothing$  sabit bir değerdir. Pozitif veya negatif olabilir,  $\varnothing$  tam sayı olursa EM alanlar  $\varnothing = 2\pi$ 'de mutlaka periyodik olmalıdır.

Ez yerine  $G(r) G(\varnothing)$  yazılırsa, eşitlik (3-21) aşağıdaki denkleme dönüşür.

$$G(\emptyset) \frac{d^2 G(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} G(\emptyset) \frac{d G(r)}{dr} + \frac{1}{r^2} G(r) \frac{d^2 G(\emptyset)}{d\emptyset^2} + \kappa^2 G(r) G(\emptyset) = 0 \quad (3-26)$$

Eşitlik (3-26),  $r^2$  ile çarpılırsa, eşitlik (3-27) elde edilir.

$$r^2 G(\emptyset) \frac{d^2 G(r)}{dr^2} + r G(\emptyset) \frac{d G(r)}{dr} + G(r) \frac{d^2 G(\emptyset)}{d\emptyset^2} + r^2 \kappa^2 G(r) G(\emptyset) = 0 \quad (3-27)$$

Eşitlik (3-27),  $G(r).G(\emptyset)$  ile bölünürse,

$$r^2 \frac{1}{G(r)} \frac{d^2 G(r)}{dr^2} + r \frac{1}{G(r)} \frac{d G(r)}{dr} + \frac{1}{G(\emptyset)} \frac{d^2 G(\emptyset)}{d\emptyset^2} + \kappa^2 r^2 = 0 \quad (3-28)$$

eşitlik (3-28) elde edilir.

Denklem (3-28)'den anlaşılacağı üzere, denklem  $r$ 'nin ve  $\emptyset$ 'nin fonksiyonudur. Denklem (3-25)'den yararlanarak (3-28) denkeleminin tamamen  $G(r)$ 'nin fonksiyonu olması sağlanır. Eşitlik (3-28), eşitlik (3-29)'a dönüşür.

$$r^2 \frac{1}{G(r)} \frac{d^2 G(r)}{dr^2} + r \frac{1}{G(r)} \frac{d G(r)}{dr} + r^2 \left( \kappa^2 - \frac{\emptyset^2}{r^2} \right) G(r) = 0 \quad (3-29)$$

Burada matematiksel işlemlerle, denklem (3-29) düzenlenir, separasyon yöntemi de uygulanarak, Bessel Deferansiyel denklemine geçilir.



$$\frac{d^2 G}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dG}{dr} + \left( \kappa^2 - \frac{\nu^2}{r^2} \right) G = 0 \quad (3-30)$$

Denklem (3-30) bir Bessel Diferansiyel denklemi olup, 2. dereceden bir diferansiyel denklemdir. Birbirinden bağımsız iki tane çözümü vardır. Denklem (3-30)'un çözümleri, Bessel diferansiyel denklemi ( $J_\nu(\kappa r)$ ) ve Neumann fonksiyonudur. ( $Y_\nu(\kappa r)$ ). Tablo 3.1'de her iki fonksiyonun özellikleri mevcuttur.

| $(\kappa r)$ | Çözümler                                                      | $\kappa r \rightarrow 0$                                                                                                                                                               | $\kappa r \rightarrow \infty$                                                                                  |
|--------------|---------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $(\kappa r)$ | $J_\nu(\kappa r) + iY_\nu(\kappa r)$                          | $1 - i \frac{2}{\pi} \log \left[ \frac{2}{\gamma \kappa r} \right] \quad \nu = 0$<br>$\frac{(\kappa r)^\nu}{2^\nu \nu!} - i \frac{2^\nu (\nu - 1)!}{\pi (\kappa r)^\nu} \quad \nu > 0$ | $\left[ -\frac{2i}{\pi \kappa r} \right]^{1/2} i^{-\nu} \exp(i \kappa r)$                                      |
| $(\kappa r)$ | $J_\nu(\kappa r) - iY_\nu(\kappa r)$                          | $1 + i \frac{2}{\pi} \log \left[ \frac{2}{\gamma \kappa r} \right] \quad \nu = 0$<br>$\frac{(\kappa r)^\nu}{2^\nu \nu!} - i \frac{2^\nu (\nu - 1)!}{\pi (\kappa r)^\nu} \quad \nu > 0$ | $\left[ \frac{2i}{\pi \kappa r} \right]^{1/2} i^\nu \exp(-i \kappa r)$                                         |
| $(\kappa r)$ | $\frac{1}{2} [H_\nu^{(1)}(\kappa r) + H_\nu^{(2)}(\kappa r)]$ | $1 \quad \nu = 0$<br>$\frac{(\kappa r)^\nu}{2^\nu \nu!} \quad \nu > 0$                                                                                                                 | $\left[ \frac{2}{\pi \kappa r} \right]^{1/2} \cos \left[ \kappa r - \frac{\nu \pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right]$ |
| $(\kappa r)$ | $\frac{1}{2} [H_\nu^{(1)}(\kappa r) - H_\nu^{(2)}(\kappa r)]$ | $-\frac{2}{\pi} \log \left[ \frac{2}{\gamma \kappa r} \right] \quad \nu = 0$                                                                                                           | $\left[ \frac{2}{\pi \kappa r} \right]^{1/2} \sin \left[ \kappa r - \frac{\nu \pi}{2} - \frac{\pi}{4} \right]$ |

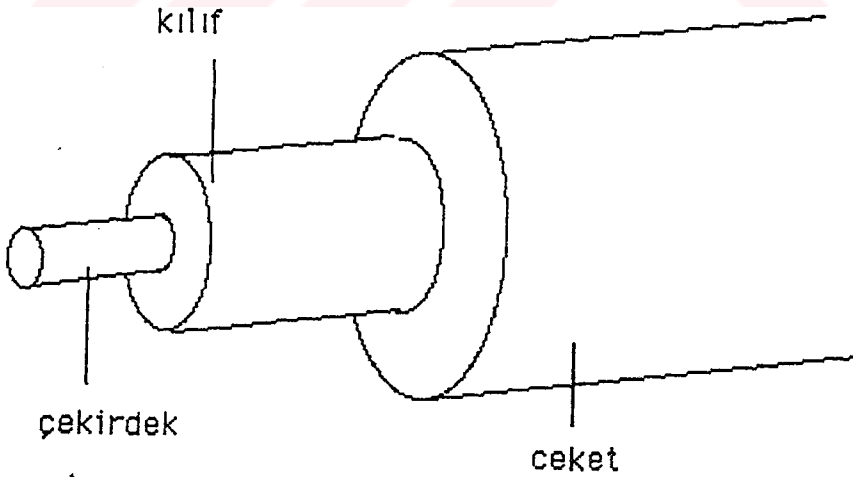
Tablo 3.1 Bessel ve Neumann Fonksiyonlarının Özellikleri

Bir diğ er çözüm seti 1. ve 2. derece Hankel fonksiyonlarıdır. 1. ve 2. derece Hankel fonksiyonlarının  $r = 0$ 'da tekilliğı sözkonusudur. Argümanın büyük değ erleri için  $H_0^{(1)}$  ,  $-r$  doğ rultusunda,  $H_0^{(2)}$  ise  $+r$  doğ rultusunda yayılan dalgayı temsil eder. Hankel fonksiyonlarının  $\kappa$  değ eri  $J_\nu$ 'dir.

Bu durumda, argümanın büyük değ erleri için  $H_0^{(1)}(j\gamma r)$ ,  $\exp(-\gamma r)$ ,  $H_0^{(2)}(j\gamma r)$  ise  $\exp(\gamma r)$  şeklinde davranır. Optik fiberin  ekirdeğ i içinde kılavuzlanmış modları tanımlamak için exponansiyel olarak artan  $H_0^{(2)}(j\gamma r)$ 'nin seçilmesi gerekir. Aynı şekilde çekirdek dışında kılavuzlanmış modları tanımlamak için expononsiyel olarak azaldığ ı için  $H_0^{(1)}(j\gamma r)$ 'nin seçilmesi gerekir.

Çeşitli kaynaklarda, Bessel ve Neumann fonksiyonları, 1. ve 2. derece Hankel fonksiyonları, silindirik fonksiyonlar olarak adlandırılır.

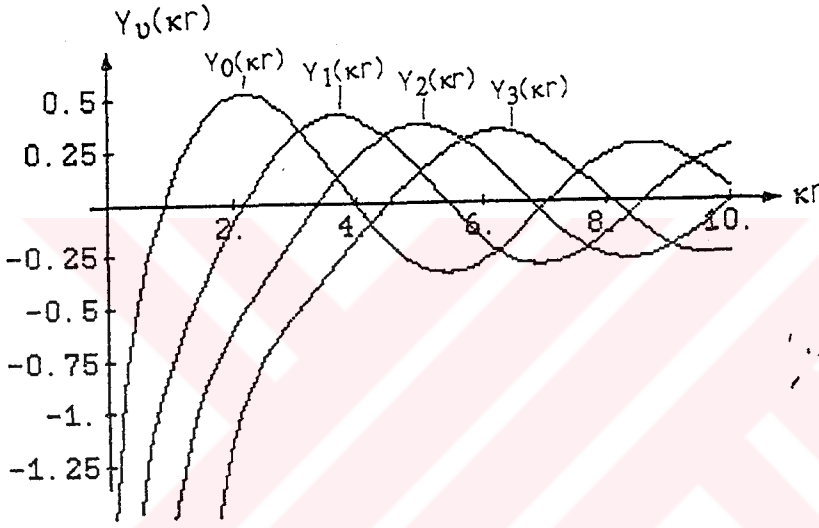
Şekil 3.1'de optik fiber kesiti yer almaktadır.



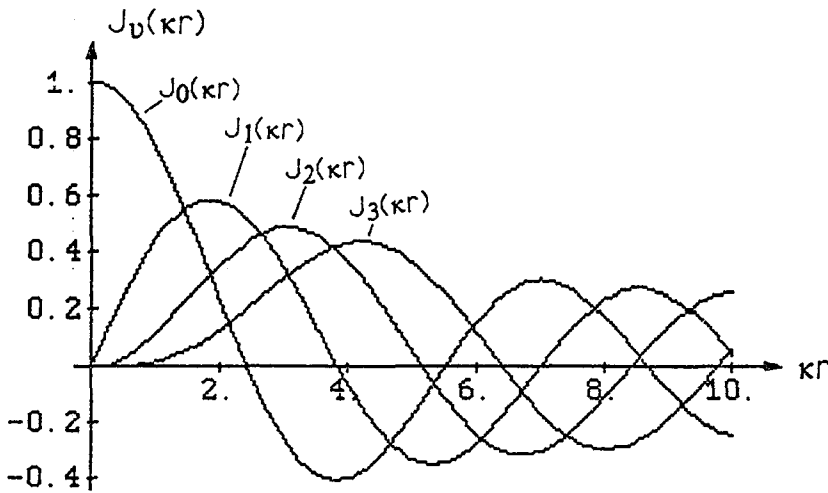
Şekil 3.1 Fiber Optik Kesiti

Şekil 3.1'den anlaşılacağı üzere,  $r = 0$  da çözümler sonlu olmalı kılavuzlanmış mod çözümlerinde, çekirdek dışında çözümler exponansiyel olarak azalmalıdır.

Bu çalışmada notasyonlar fiber çapı  $d$ , çekirdek kırılma indisi  $n_1$ ,  $n_2 < n_1$  ve  $n_2$  kılıf kırılma indisinin sonsuza vardığı varsayılmıştır. Çekirdek kılıf arayüzeyindeki dielektrik-dielektrik sınır koşullar altında inceleme yapılmıştır. Ayrıca kılıf, hava arasındaki EM alan değişimleri ihmal edilmiştir.



Şekil 3.2 Neumann Fonksiyonları



Şekil 3.3 Bessel Fonksiyonları

Çekirdek ve kılıf bölgesi için, sırasıyla, eşitlik (3-27), şu özdeğerlere dönüşür

$$\kappa_1^2 = k_0^2 n_1^2 - \beta^2 \quad (3-31)$$

$$\kappa_2^2 = k_0^2 n_2^2 - \beta^2 \quad (3-32)$$

Bu özdeğerler (eigenvalue) değişik koşullarda irdelenebilir.

1. Radyasyon yapan modlar ( $\kappa_1^2 > 0, \kappa_2^2 > 0$ )
2. Kılavuzlanmış (yüzey) modlar, işte zaten bizim incelemememiz bu şart altında gerçekleşecektir.

$$(\kappa_1^2 > 0, \kappa_2^2 < 0)$$

3. Kesim Frekansları ( $\kappa_1^2 = 0, \kappa_2^2 = 0$ )
4. Çözümsüz modlar ( $n_1 > n_2$  ( $\kappa_1^2 < 0, \kappa_2^2 > 0$ ))
5. Fiziksel mümkün olmayan modlar ( $\kappa_1^2 < 0, \kappa_2^2 < 0$ )

Yukarıda bahsedildiği gibi, biz bu çalışmada 2. şart üzerinde çalışma yapacağız. Çekirdek bölgesi için özdeğer, eşitlik (3-33)dür.

$$\kappa_1^2 = k_0^2 n_1^2 - \beta^2 > 0 \quad (3-33)$$

Aynı şekilde kılıf bölgesi için

$$\gamma^2 = \beta^2 - k_0^2 n_2^2 > 0 \quad (3-34)$$

olur.

Biz şimdi uygun çözümlere göre EM alan ifadelerine geçebiliriz. Çekirdek bölgesinde Bessel diferansiyel denklemi geçerlidir. Bunun nedeni daha önce açıklanmıştır. Elektrik ve magnetik alanlarının z bileşenleri, sırasıyla eşitlik (3-35) ve (3-36)'da ifade olunmuştur.

$$E_z = A J_0(\kappa r) \exp(j\omega t) \quad (3-35)$$

$$H_z = B J_0(\kappa r) \exp(j\omega t) \quad (3-36)$$

Elektrik alan bileşenleri denklem (3-15), (3-16)'dan elde edilir. Sırasıyla  $E_r$  ve  $E_\phi$ ,

$$E_r = -\frac{j}{\kappa} \left[ \beta \kappa A J_0'(\kappa r) + j\omega \mu_0 \frac{\partial}{\partial r} B J_0(\kappa r) \right] \exp(j\omega t) \quad (3-37)$$

$$E_\phi = -\frac{j}{\kappa} \left[ j\beta \frac{\partial}{\partial r} A J_0(\kappa r) - \kappa \omega \mu_0 B J_0'(\kappa r) \right] \exp(j\omega t) \quad (3-38)$$

olur.

Magnetik alanların bileşenleri, denklem (3-14), (3-13)'den elde edilir.

$$H_r = -\frac{J}{\kappa} \left[ -Jw\epsilon \frac{\partial}{\partial r} A J_\vartheta(\kappa r) + \kappa \beta B J'_\vartheta(\kappa r) \right] \exp(J_\vartheta \varnothing) \quad (3-39)$$

$$H_\varnothing = -\frac{J}{\kappa} \left[ \kappa w\epsilon \frac{\partial}{\partial r} A J'_\vartheta(\kappa r) + J \beta \frac{\partial}{\partial r} B J_\vartheta(\kappa r) \right] \exp(J_\vartheta \varnothing) \quad (3-40)$$

Bessel ve Hankel fonksiyonlarında türev ve diğer ayrıntılar Ek1'den incelenebilir.

Kılıf bölgesi için önceden bilindiği gibi 1. derece Hankel fonksiyonu geçerlidir. Çekirdek bölgesinde olduğu gibi aynı işlemler yapılarak elektrik alan bileşenleri ve magnetik alan bileşenleri bulunur.

$$E_z = C H_\vartheta^{(1)}(J\gamma r) \exp(J_\vartheta \varnothing) \quad (3-41)$$

$$H_z = D H_\vartheta^{(1)}(J\gamma r) \exp(J_\vartheta \varnothing) \quad (3-42)$$

Alan bileşenleri  $E_r$ ,  $E_\varnothing$  ve  $H_r$ ,  $H_\varnothing$  sırasıyla yukarıdaki yöntem izlenerek bulunur.

$$E_r = \frac{1}{2} \left[ \beta \gamma C H_\vartheta^{(1)'}(J\gamma r) + w \mu_0 \frac{\partial}{\partial r} D H_\vartheta^{(1)}(J\gamma r) \right] \exp(J_\vartheta \varnothing) \quad (3-43)$$

$$E_{\varnothing} = \frac{1}{\gamma} \left[ \beta \frac{\varnothing}{r} CH_{\varnothing}^{(1)}(J\gamma r) - \gamma w \mu_0 DH_{\varnothing}^{(1)'}(J\gamma r) \right] \exp(J\varnothing\varnothing) \quad (3-44)$$

$$H_r = \frac{1}{\gamma} \left[ -w \epsilon \frac{\varnothing}{2r} CH_{\varnothing}^{(1)}(J\gamma r) + \gamma \varnothing DH_{\varnothing}^{(1)'}(J\gamma r) \right] \exp(J\varnothing\varnothing) \quad (3-45)$$

$$H_{\varnothing} = \frac{1}{\gamma} \left[ \gamma w \epsilon \frac{\varnothing}{2r} CH_{\varnothing}^{(1)}(J\gamma r) + \beta \frac{\varnothing}{r} DH_{\varnothing}^{(1)}(J\gamma r) \right] \exp(J\varnothing\varnothing) \quad (3-46)$$

Katsayılar A, B, C ve D'nin çözümü için Maxwell denklemlerine, dielektrik-dielektrik sınır koşullarına ve  $\beta$  propagasyon sabitine ihtiyaç vardır.

Dielektrik-dielektrik sınır koşullarında ( $r = d$ ), elektrik ve magnetik alanların teğetsel bileşenleri sürekli olmalıdır. Denklem (3-35), denklem (3-41)'e eşitlenirse

$$AJ_{\varnothing}(\kappa d) - CH_{\varnothing}^{(1)}(J\gamma d) = 0 \quad (3-47)$$

olur.

Aynı şekilde denklem (3-38) ve (3-44)'den

$$\frac{\beta^2}{2d} AJ_{\varnothing}(\kappa d) + J \frac{w \mu_0}{\kappa} BJ_{\varnothing}'(\kappa d) + \frac{\beta}{2d} CH_{\varnothing}^1(J\gamma d) - \frac{w \mu_0}{\gamma} DH_{\varnothing}^{(1)'}(J\gamma d) = 0 \quad (3-48)$$

Eşitlik (3-48) elde edilir. Denklem (3-36) ve (3-42) için de aynı işlemleri yaparsak,

$$BJ_{\vartheta}(\kappa d) - DH_{\vartheta}^{(1)'}(J\gamma d) = 0 \quad (3-49)$$

elde edilir.

Denklem (3-40) ve (3-46)'dan, denklem (3-50) elde edilir.

$$-J \frac{w\epsilon_1}{\kappa} AJ_{\vartheta}'(\kappa d) + \frac{\beta}{\kappa} \frac{\vartheta}{2} BJ_{\vartheta}(\kappa d) + \frac{w\epsilon_2}{\gamma} CH_{\vartheta}^{(1)'}(J\gamma d) + \frac{\beta}{\gamma} \frac{\vartheta}{2} DH_{\vartheta}^{(1)'}(J\gamma d) = 0 \quad (3-50)$$

Denklem (3-47), (3-48), (3-49) ve (3-50)'den (3-51) determinantı elde edilir.

$$\begin{vmatrix} J_{\vartheta}(\kappa d) & 0 & -H_{\vartheta}^{(1)}(J\gamma d) & 0 \\ \frac{\vartheta}{d} \frac{\beta}{\kappa} J_{\vartheta}(\kappa d) & J \frac{w\mu_0}{\kappa} J_{\vartheta}'(\kappa d) & \frac{\vartheta}{d} \frac{\beta}{\gamma} H_{\vartheta}^{(1)}(J\gamma d) & -\frac{w\mu_0}{\gamma} H_{\vartheta}^{(1)'}(J\gamma d) \\ 0 & J_{\vartheta}(\kappa d) & 0 & -H_{\vartheta}^{(1)}(J\gamma d) \\ -J \frac{w\epsilon_1}{\kappa} J_{\vartheta}'(\kappa d) & \frac{\vartheta}{d} \frac{\beta}{\kappa} J_{\vartheta}(\kappa d) & \frac{w\epsilon_2}{\gamma} H_{\vartheta}^{(1)'}(J\gamma d) & \frac{\vartheta}{d} \frac{\beta}{\gamma} H_{\vartheta}^{(1)}(J\gamma d) \end{vmatrix}$$

(3-51)



Denklem (3-47) ve (3-49)'dan hareketle katsayılar arasındaki ilişki, şöyle ifade edilebilir.

$$C = \frac{J_{\vartheta}(\kappa d)}{H_{\vartheta}^{(1)}(J\gamma d)} A \quad (3-52)$$

$$D = \frac{J_{\vartheta}(\kappa d)}{H_{\vartheta}^{(1)}(J\gamma d)} B \quad (3-53)$$

Denklem (3-50), (3-52) ve (3-53)'den yararlanarak sadece A ve B'ye bağlı bir tek denklem elde edilebilir.

$$B = J \frac{d\kappa\gamma \left[ \epsilon\gamma J_{\vartheta}(\kappa d) H_{\vartheta}^{(1)}(J\gamma d) + J\epsilon_2 \kappa J_{\vartheta}(\kappa d) H_{\vartheta}^{(1)}(J\gamma d) \right]}{\vartheta w (\epsilon_1 - \epsilon_2) \mu_0 \beta J_{\vartheta}(\kappa d) H_{\vartheta}^{(1)}(J\gamma d)} A \quad (3-54)$$

$\beta$  propagasyon sabitini elde etmek için eşitlik (3-51)'de yer alan determinant sıfıra eşitlenir.  $[J_{\vartheta}(\kappa d) H_{\vartheta}^{(1)}(J\gamma d)]^2$  'ye bölünür ve gereken matematiksel işlemler yapılırsa,

$$\gamma^2 \kappa^2 \left[ \gamma \frac{J_{\vartheta}'(\kappa d)}{J_{\vartheta}(\kappa d)} + J\kappa \frac{H_{\vartheta}^{(1)'}(J\gamma d)}{H_{\vartheta}^{(1)}(J\gamma d)} \right] \left[ w^2 \mu_0 \epsilon_1 \gamma \frac{J_{\vartheta}'(\kappa d)}{J_{\vartheta}(\kappa d)} + Jw^2 \mu_0 \epsilon_2 \kappa \frac{H_{\vartheta}^{(1)'}(J\gamma d)}{H_{\vartheta}^{(1)}(J\gamma d)} \right] = \left[ \frac{\vartheta \beta}{d} \right] (\kappa^2 + \gamma^2) \quad (3-55)$$

denklem (3-55) elde edilir.

Eşitlik (3-10), (3-42) ve (3-43) yardımıyla,

$$\kappa^2 + \gamma^2 = k_1^2 - k_2^2 = k_2^2 \left( \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} - 1 \right) \quad (3-56)$$

eşitlik (3,56) elde edilir.

Denklem (3-10), denklem (3-55)'de yerine konur,  $\frac{d^2}{k^2 \kappa^2}$  ile çarpılırsa, denklem (3-57) elde edilir.

$$\left[ \frac{\epsilon_1 d \gamma^2 J_{\vartheta}^2(\kappa d)}{\epsilon_2 \kappa J_{\vartheta}^2(\kappa d)} + J_{\gamma d} \frac{H_{\vartheta}^{(1)'}(J_{\gamma d})}{H_{\vartheta}^{(1)}(J_{\gamma d})} \right] \left[ \frac{d \gamma^2 J_{\vartheta}^2(\kappa d)}{\kappa J_{\vartheta}^2(\kappa d)} + J_{\gamma d} \frac{H_{\vartheta}^{(1)'}(J_{\gamma d})}{H_{\vartheta}^{(1)}(J_{\gamma d})} \right] = \left[ \vartheta \left( \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} - 1 \right) \frac{\beta k_2^2}{\kappa^2} \right]^2 \quad (3-57)$$

Dielektrik dalga kılavuzu modları 6 tane alan bileşenine sahiptir. TE ve TM modlarını birbirinden ayırmak zordur. Bu durumda, dielektrik dalga kılavuzlarında modların analizi, metalik dalga kılavuzundaki mod analizinden oldukça zordur.

Dilektrik dalga kılavuzunda karışık modlar da geçerlidir. Denklem (3-57)'de  $\vartheta = 0$  olunca, denklemin sağ tarafı sıfır olur, iki farklı durum ortaya çıkar. Bunlardan bir tanesi TE moduna, diğeri TM moduna karşı düşer.

Ek 1'de yer alan silindirik fonksiyonların özelliklerinden faydalanarak, denklem (3-58) TM modu, (3-59) TE modlarını gösterir.

$$\frac{\varepsilon_1 \gamma J_1(\kappa d)}{\varepsilon_2 \kappa J_0(\kappa d)} + J \frac{H_1^{(1)}(J\gamma d)}{H_0^{(1)}(J\gamma d)} = 0 \quad (3-58)$$

$$\frac{\gamma J_1(\kappa d)}{\kappa J_0(\kappa d)} + J \frac{H_1^{(1)}(J\gamma d)}{H_0^{(1)}(J\gamma d)} = 0 \quad (3-59)$$

Denklem (3-55)'de paydadaki  $\vartheta = 0$  olunca,  $B = \infty$  olur. Bu fiziksel durum, B'nin sonlu olabilmesi için A'nın sıfır olmasını gerektirir. Denklem (3-35) sıfıra eşit olur,  $E_z = 0$  olması bize TE modunu verir.

TM modunun elde edilmesinde, denklem (3-55)'in paydasındaki  $\vartheta$ 'den kurtulmak gerekmektedir. Bu nedenle, denklem (3-57)'den yararlanarak, B ile A arasındaki ilişki yeniden başka bir form'da yazılabilir.

$$B = J\vartheta \frac{w(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)BJ\vartheta(\kappa d)H_{\vartheta}^{(1)}(J\gamma d)}{\kappa\gamma d \left[ \gamma J_{\vartheta}(\kappa d)H_{\vartheta}^{(1)}(J\gamma d) + J\kappa J_{\vartheta}(\kappa d)H_{\vartheta}^{(1)'}(J\gamma d) \right]} A \quad (3-60)$$

Denklem (3-60)'da  $\vartheta = 0$  olunca,  $B = 0$  olur. Bu durum  $H_z$ 'in sıfır olması demektir, bu da TM modunu ifade eder.

Ek 1'den yararlanarak özdeğer eşitliklerini farklı formlarda yazabiliriz. Yine Ek 1'de yer alan silindirik fonksiyonların özelliklerinden yararlanarak, denklem (3-57),  $a^4\gamma^4$  ile bölünür ve bir dizi matematiksel işlem sonucunda başka bir form'da yazılabilir. Denklem (3-61), denklem (3-57)'nin bir başka ifadesidir.

$$(J^+ - H^+) + (J^- - H^-) = \frac{2\vartheta^2}{d} \left( \frac{1}{\kappa^2} + \frac{1}{\gamma^2} \right) \quad (3-61)$$

Denklem (3-61),  $\kappa$ ,  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $k_1$  ve  $k_2$  cinsinden yazılabilir.

$$\left( \frac{\varepsilon}{\kappa^2} + \frac{1}{\gamma^2} \right) \left( \frac{1}{\kappa^2} + \frac{1}{\gamma^2} \right) = \left( \frac{(\varepsilon-1)\beta k_2}{\kappa^2 \gamma^2} \right)^2 \quad (3-62)$$

Bir dizi kısaltmalar sonucu denklem (3-61) daha kısa ve öz ifade edilebilir.

$$(\varepsilon J^- - H^-)(J^+ - H^+) + (\varepsilon J^+ - H^+)(J^- - H^-) = 0 \quad (3-63)$$

Denklem (3-57) ve (3-63) özdeğer denklemin iki farklı şeklidir. Ek 1'de yer alan Hankel fonksiyonları özelliklerinden faydalananarak  $\vartheta$ 'nin sıfırdan farklı durumlarda,  $\gamma$ 'nin küçük değerleri için, denklem (3-63), denklem (3-64)'e dönüşür.

$$(\varepsilon J_{\vartheta-1}^- - \kappa d \bar{H} J_{\vartheta}^-) \left( d^2 \gamma^2 J_{\vartheta+1}^2 + 2\vartheta \kappa d J_{\vartheta}^2 \right) + \left( \varepsilon d^2 \gamma^2 J_{\vartheta+1}^2 + 2\vartheta \kappa d J_{\vartheta}^2 \right) (J_{\vartheta-1}^- - \kappa d \bar{H} J_{\vartheta}^-) = 0 \quad (3-64)$$

Kesim koşulları  $\gamma = 0$  ve  $\vartheta = 1$  için eşitlik (3-64),

$$\left( 2(\kappa d) J_1(\kappa d) \right)^2 \text{Ln} \left( \frac{r\gamma d}{2} \right) = 0 \quad (3-65)$$

Denklem (3-65)'in çözümü

$$J_1(\kappa d) = 0 \quad (3-66)$$

olur.

$\gamma = 0$  ve  $\vartheta > 1$  şartları altında eşitlik (3-64)

$$J_\vartheta(\kappa d) \left( (\varepsilon + 1) J_{\vartheta-1}(\kappa d) - \frac{\kappa d}{\vartheta - 1} J_\vartheta(\kappa d) \right) = 0 \quad (3-67)$$

olur.

Eşitlik (3-67)'nin iki tane çözümü vardır.

$$J_\vartheta(\kappa d) = 0 \quad \kappa d \neq 0 \quad (3-68)$$

$$(\varepsilon + 1) J_{\vartheta-1}(\kappa d) = \frac{\kappa d}{\vartheta - 1} J_\vartheta(\kappa d) \quad (3-69)$$

Denklem (3-68)'de  $\kappa d = 0$  özümü mümkün olmaz. Bessel'in küçük argümanları için,

$$J_0(\kappa d) = 1 \quad (3-70)$$

$$J_\vartheta(\kappa d) = \frac{1}{\vartheta!} \left( \frac{\kappa d}{2} \right)^\vartheta \quad \vartheta = 1, 2, 3, \dots \quad (3-71)$$

olur.

$\vartheta = 0$  ve  $\gamma$ 'nin küçük değerleri için denklem (3-66), denklem (3-72)'ye dönüşür.

$$\frac{1}{\varepsilon} \frac{\kappa}{\gamma} \frac{J_0(\kappa d)}{J_1(\kappa d)} = - (d\gamma) \ln \left( \frac{2}{d\gamma r} \right) \quad (3-72)$$

$\gamma d$  değerinin küçülmesi,  $\ln$ 'in sonsuza gitmesinden daha hızlı olacağı için  $\gamma = 0$  durumunda, eşitliğin sağ tarafı azalır. TE ve TM modlarının çözümü için

$$J_0(\kappa_\epsilon d) = 0 \quad (3-73)$$

yazılabilir. Kısaca  $\vartheta = 0$ , TE ve TM modlarını verirken,  $\vartheta \neq 0$ , HE ve EH hibrid modlarını verir.  $HE_{11}$  moduna dominant mod denir.

Denklem (3-69)'dan yararlanarak,  $\kappa d$ 'nin  $\mu$ . kökü olarak,  $EH_\vartheta\mu$  için,

$$(\varepsilon + 1) J_{\vartheta-1}(\kappa d) = \frac{d\kappa c}{\vartheta - 1} J_\vartheta(\kappa_\epsilon d) \quad \vartheta = 2, 3, 4, \dots \quad (3-74)$$

denklem (3-74) yazılabilir.

## DÖRDÜNCÜ BÖLÜM

### KESİM KOŞULLARI VE MODLARIN ANALİZİ

#### 4.1 Dielektrik Dalga Kılavuzunda

##### Kesim Koşulları ve Modların Analizi

Kesim koşulu eşitlik (4-1)'de ifade edilmiştir.

$$\gamma = \kappa_2 = \left( \beta^2 - k_2^2 \right)^{1/2} = 0 \quad (4-1)$$

Metalik dalga kılavuzunda geçerli olan dalga sayısı, burada denklem (4-2)'deki şekliyle geçerlidir.

$$k^2 = \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 n^2 \quad (4-2)$$

Denklem (4-2), (3-42) ve (3-43)'den faydalanarak

$$\kappa_c^2 = w^2 \mu_0 \epsilon_1 - w^2 \mu_0 \epsilon_2 = k_1^2 - k_2^2 \quad (4-3)$$

yazılabilir.  $W = 2\pi f_c$

$$w = 2\pi f_c$$

olur. Bu şartlarda  $f_c$  kesim frekansı,

$$f_c = \frac{\kappa_c}{2\pi \left( \mu_0 (\epsilon_1 - \epsilon_2) \right)^{1/2}} \quad (4-5)$$

olur. Metal dalga kılavuzunda olduğu gibi, dielektrik dalga kılavuzunda kesim frekansı ( $f_c$ ) mod oluşumunda en alt sınırı gösterir. Bilindiği gibi  $HE_{11}$  modunun oluşma koşulları,  $k_d = 0$  ve  $\vartheta = 1$ 'dir. Denklem (4-5)'den görüldüğü gibi, bu durum  $f_c = 0$ 'dır.

Bunun fiziksel yorumu  $HE_{11}$  modunun kesim frekansı sıfırdır. Yani  $HE_{11}$  modu bütün frekansları kapsar, herhangi çapta bir fiber optik dalga kılavuzunda da, bu durum geçerlidir. Bu nedenle  $HE_{11}$  moduna temel mod denir.

Denklem (3-74) ve  $\vartheta = 1$ ,  $k_d = 0$  şartlarından  $EH_{1\mu}$  ve  $HE_{1\mu}$  hibrid modları aynı esim frekansına sahip, iki tane mod grubudur. Kesim frekansı dışındaki frekanslarda farklı  $\beta$ 'lara sahiptirler.

Aynı şekilde TE ve TM modlarının ( $\vartheta = 0$ ) kesim frekansları aynıdır. Bu durumlar, tablo halinde Tablo 4.1'de sınırlı sayıda değerlerle verilmiştir.



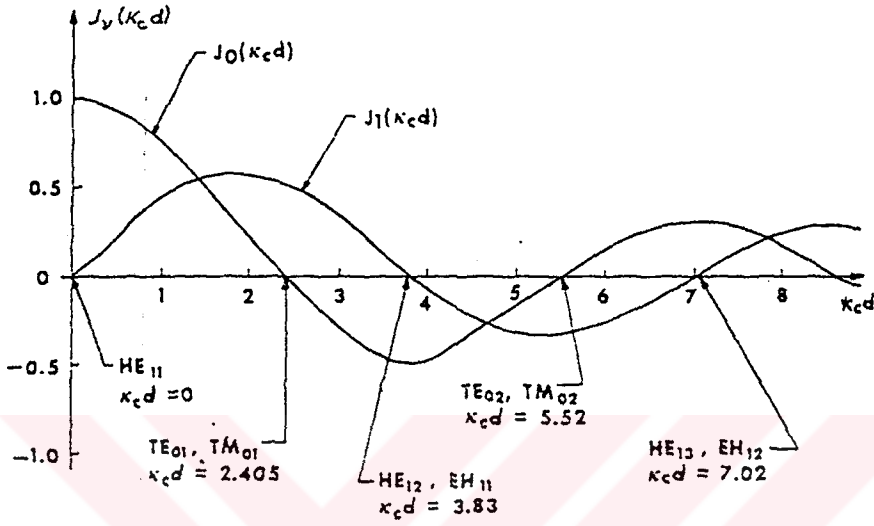
| <b>Modlar</b>                       | <b>k.d</b> |
|-------------------------------------|------------|
| HE <sub>11</sub>                    | 0.0        |
| TE <sub>01</sub> , TM <sub>01</sub> | 2.405      |
| HE <sub>21</sub>                    | 2.42       |
| HE <sub>12</sub> HE <sub>11</sub>   | 3.83       |
| HE <sub>31</sub>                    | 3.86       |
| EH <sub>21</sub>                    | 5.14       |
| HE <sub>41</sub>                    | 5.16       |
| TE <sub>02</sub> , TM <sub>02</sub> | 5.52       |
| HE <sub>22</sub>                    | 5.53       |

Tablo 4.1 Modların Kesim Şartları

Şekil 4.1'den yararlanarak ve birinci ortam  $\epsilon_1$  ile ikinci ortam  $\epsilon_2$  arasında 0.1 fark olması şartıyla, kılavuzlanmış modun oluşma şartı, denklem (4-5)'den hareketle,

$$0 < f < \frac{2.405}{2\pi d \left( \mu_0 (\epsilon_1 - \epsilon_2) \right)^{1/2}} \quad (4-6)$$

olur.



Şekil 4.1 Bessel Fonksiyonu Üzerinde Modların Kesim Noktaları

Şekil 4.2'de

$$V \equiv \kappa_c d = \frac{2\pi d}{\lambda_0} (n_1^2 - n_2^2)^{1/2} \quad (4-7)$$

$\kappa_c d$  yaklaşıklıkla,  $V$ 'ye eşitlenebilir.  $V$  burada modların sayısını verir. Burada denklem (4-7) elde edilirken, denklem (4-8)'den faydalanılmıştır.

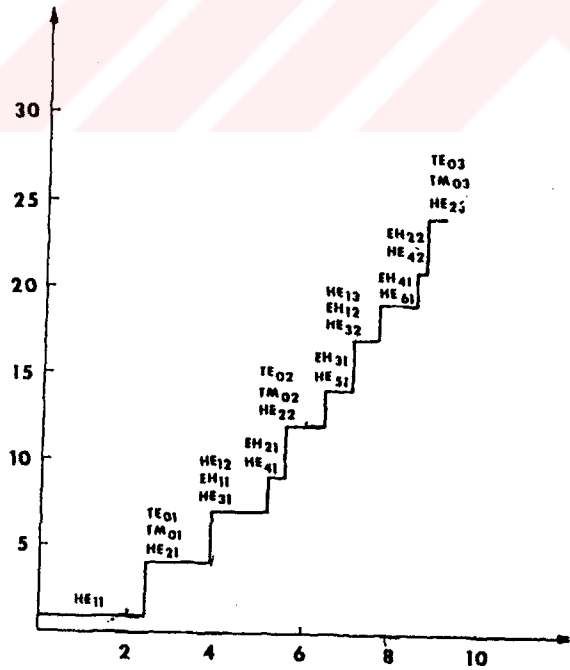
$$w_c (\mu \epsilon_0)^{1/2} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \quad (4-8)$$

Şekil 4.2'de x ekseninde fiber sayısını (kesim parametresi), y ekseninde mod sayısını gösterebiliriz.

Tablo 4.2'de mod sayılarının  $d$ ,  $n_1$ ,  $n_2$  ve  $\lambda_0$ 'a bağlılıkları incelenebilir.

| <u>Artan Fiziksel Parametre</u> | <u>Mod Sayısı</u> |
|---------------------------------|-------------------|
| Çekirdek yarıçapı $d$           | Artar             |
| Çekirdek kırılma indisid, $n_1$ | Artar             |
| Kabuk kırılma indisi $n_2$      | Azalır            |
| Kaynak dalga boyu $\lambda_0$   | Azalır            |

Tablo 4.2 Mod sayılarının  $d$ ,  $n_1$ ,  $n_2$  ve  $\lambda_0$ 'a bağlılıkları

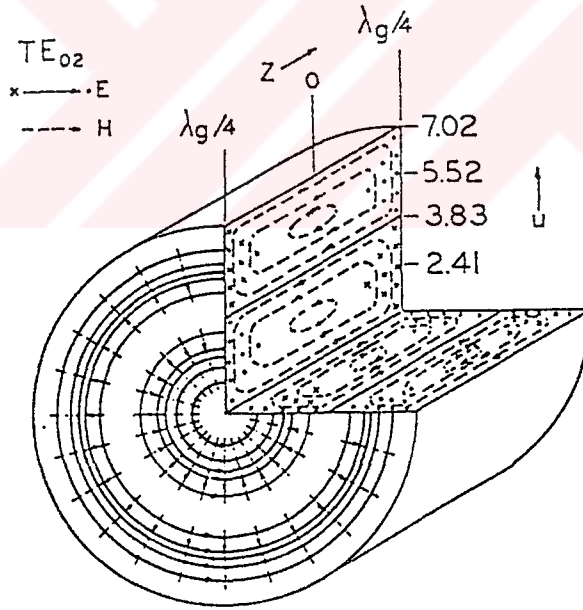


Şekil 4.2 Mod Sayısını Gösteren Grafik

Tablo 4.2 ve şekil 4.2 incelenirken,

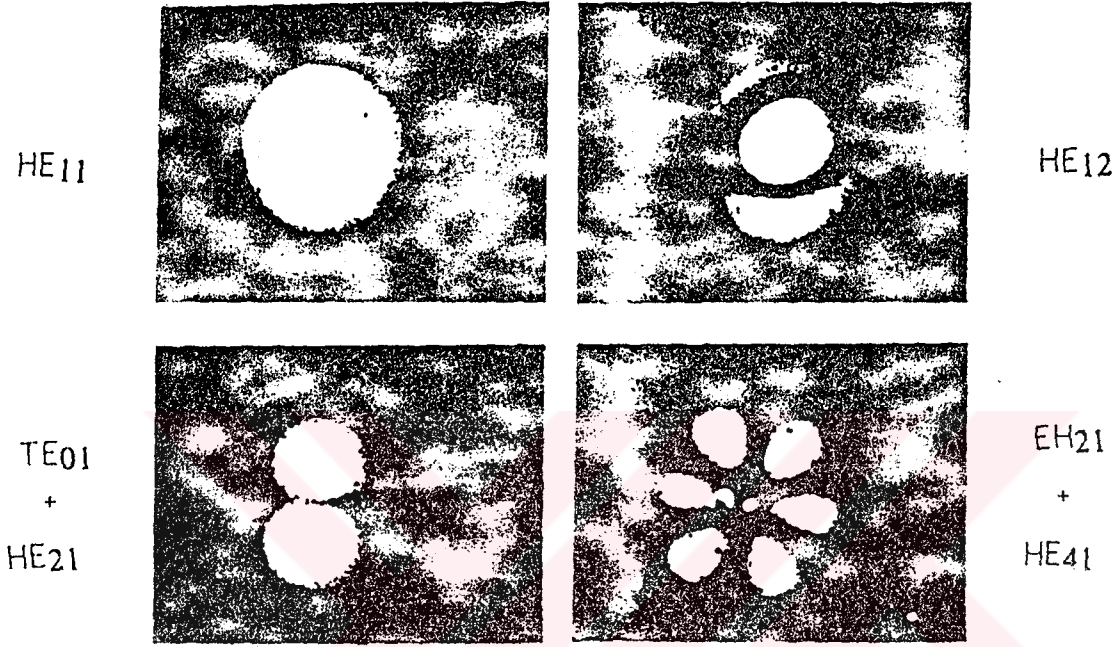
$$\frac{n_1}{n_2} = 1.02 , \quad \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} = 1.0404 \quad (4-9)$$

eşitlik (4-9) göz ardı edilmelidir.



Şekil 4.3 TE<sub>02</sub> Modunun Davranışı

Şekil 4.3 TE<sub>02</sub> Modunun Davranışı



Şekil 4.4 Basamak indisli Fiberde Modların İletiminden Fotoğraflar

## 4.2 TE, TM ve Karışık Modların

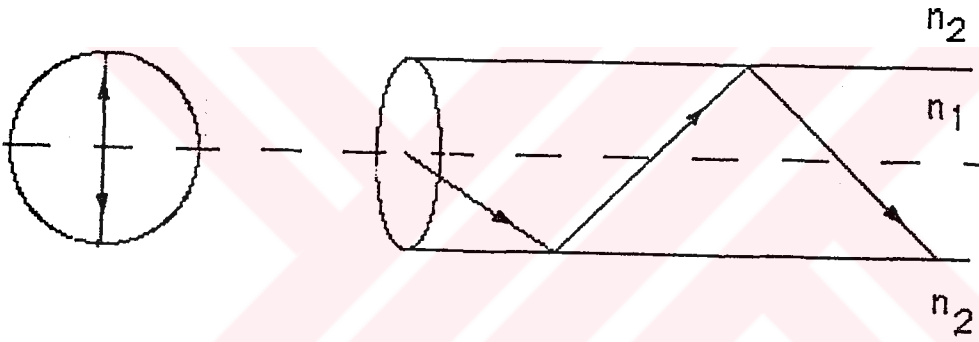
### Fiziksel Karşılaştırmalı Yorumları

Düzlem dalga kılavuzlarında E ve H modu olarak bilinen TE ve TM modları, elektrik ve magnetik alanın boyuna bileşenlerine göre oluşurlar. Bilindiği gibi TE modunda  $E_z = 0$ 'dır. TM modunda ise  $H_z$  sıfırdır. TE ve TM modun birbirine karışması mümkün değildir.

Bu tür dalga kılavuzlarında TE ve TM modlarının oluşumu, düzlem dalgaının yansımalarının polarizesine bağlıdır. Bu tür kılavuzlarda TE ve TM modunun

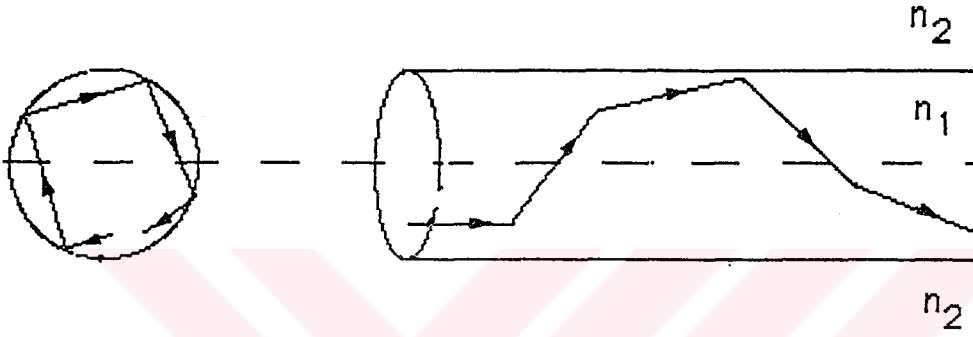
davranışı, dielektrik dalga kılavuzunda aynıdır. Bu modların oluşumunda eksenel ışın rol oynar. TE  $\delta_\mu$  ve TM $\delta_\mu$  modlarında  $\emptyset$ 'ye göre değişim olmadığı için  $\emptyset = 0$  olur.

Metalik dalga kılavuzlarından hatırlandığı gibi TE ve TM modları, incelenmesi kolay modlardır. Bu modların sebep olduğu ışınlar şekil 4.5'de gösterilmiştir.



Şekil 4.5 Dielektrik Dalga Kılavuzunda eksenel ışın

Düzlem dalga kılavuzunda olmayan, silindirik yapıdaki dielektrik dalga kılavuzunda mevcut olan skew (helisel) ışınlar vardır. Bu durum Ez ve Hz'in sıfır olmadığı modları meydana getirir. Bu modlara bilindiği gibi karışık modlar denir. Şekil 4.6'da Hibrid modlarının oluşumuna sebep olan ışınları görülmektedir.



Şekil 4.6 Dielektrik Dalga Kılavuzunda Skew Işın

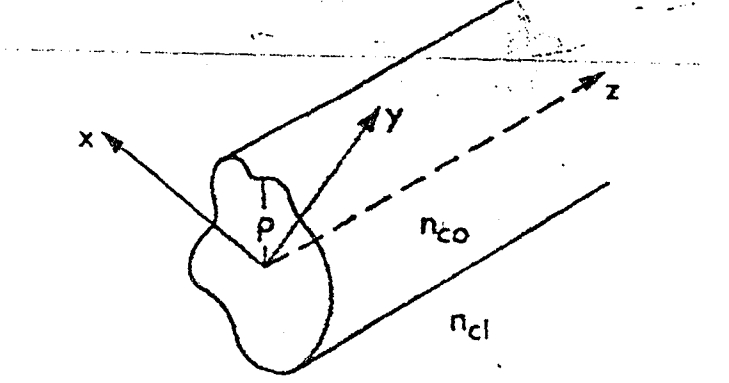
Dielektrik dalga kılavuzunda TEM geçersizdir. Bunun nedeni aynı anda  $E_z$  ve  $H_z$  sıfır olamaz. TEM modu koaksiyel kablo gibi genelde iki iletkenli dalga kılavuzlarında geçerlidir.

### 4.3 Dielektrik Dalga Kılavuzunda Farklı

#### Yaklaşımlarla Modların Analizi

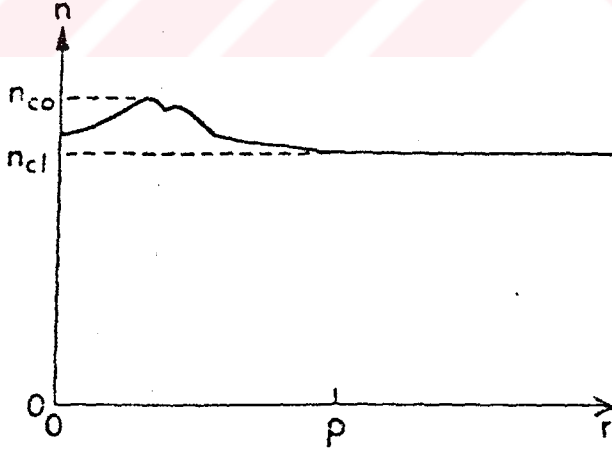
Bu yaklaşımda, kabuk kırılma indisi  $n_{cl}$  ve çekirdek kırılma indisi  $n_{co}$  olmak üzere  $n_{co} \equiv n_{cl}$  yaklaşımıyla oluşan bir analizdir. Aslında bu fiziksel olarak mümkün olamaz. Şekil 4.3'de dielektrik dalga kılavuzu silindirik simetrisi görülebilir.

Şekil 4.3.2'de ise, dielektrik dalga kılavuzunun ışınsal doğrultu ile kılıf ve çekirdek kırılma indisinin değişimi keyfi bir şekilde, bu yaklaşıma uygun olarak çizilmiştir.



Şekil 4.3.1 Dielektrik Dalga Kılavuzu

Silindirik Simetrisi ( $n_{cl} = n_2$ ,  $n_{co} = n_1$ )



Şekil 4.3.2 Kılıf ve Çekirdek Kırılma İndisinin Işınsal

Doğrultuya Göre Değişimi



Elektrik magnetik alanın enine ve boyuna bileşenleri,

$$\vec{E}(x,y,z) = \vec{e}(x,y) \exp[-j(\beta z)] = (\vec{e}_t + \vec{e}_z) \exp[-j(\beta z)] \quad (4-10)$$

$$\vec{H}(x,y,z) = \vec{h}(x,y) \exp[j(\beta z)] = (\vec{h}_t + \vec{h}_z) \exp[j(\beta z)] \quad (4-11)$$

Bu denklemlerde zamana bağlılık  $\exp(-j\omega t)$ 'dir. Burada  $\vec{e}_t$  dalga denkleminin çözümüdür.

$$\nabla_t^2 \vec{e}_t + (k^2 - \beta^2) \vec{e}_t = -\nabla_t \vec{e}_t \nabla_t \ln \epsilon \quad (4-12)$$

Denklem (4-12)'de yer alan  $\nabla_t$ ,

$$\nabla_t = \nabla - \left( \frac{\partial}{\partial t} \right) \vec{a}_z \quad (4-13)$$

olur.

Bu denklem (4-13), EM dalga teorisinde bilinen bir özelliktir. Yine burada dalga sayısı,

$$k(x,y) = w [\mu \epsilon(x,y)]^{1/2} = \frac{2\pi n(x,y)}{\lambda} \quad (4-14)$$

ve  $\epsilon_0$  boşluktaki bir değer olmak üzere,

$$\epsilon = \epsilon_0 n^2 \quad (4-15)$$

olur.

Alan bileşenleri  $e_t$  'den faydalanılarak elde edilmiştir. Üçüncü bölümde ele alındığı gibi  $\beta$ 'nın sınırları aynıdır.

$$k_2 \leq \beta \leq k_1, \quad (4-16)$$

Burada  $k_1$  ve  $k_2$  sırasıyla

$$k_2 = \frac{2\pi n_2}{\lambda} \quad (4-17)$$

$$k_1 = \frac{2\pi n_1}{\lambda} \quad (4-18)$$

olur.

Yine buradan  $n_1$ , çekirdek maximum kırılma indisi ve  $n_2$  kılıf maximum kırılma indisidir.

#### 4.3.1 Dielektrik Dalga Kılavuzunda, Çekirdek Kırılma

##### İndisi ve Kabuk Kırılma indisi'nin Eşit Olma Durumu

Öncelikle kritik açının hesaplanması gerekir.

$$\sin \theta_c = \left( 1 - \frac{n_2^2}{n_1^2} \right)^{1/2} \equiv \theta_c \quad (4-19)$$

İkinci gereken değer, çok iyi bilinen V değeridir.

$$V = g \left( n_1^2 - n_2^2 \right)^{1/2} = \left( k_1 g \sin \theta_c \right) \quad (4-20)$$

Burada g değeri birdir.  $\theta_c \ll 1$  olursa, optik kılavuzdaki alan, güç serisi gibi genişletilebilir.

$$e(V, \theta_c) = e_0(V, 0) + \theta_c e_1(V, 0) + \theta_c^2 e_2(V, 0) \dots \quad (4-12)$$

Denklem (4-21) çok iyi bir yaklaşımdır. Alanlar çok zayıfca  $\theta_c$  'ye bağlıdır. Bu yaklaşımda  $n_1 \equiv n_2$ , aslında bu fiziksel olarak mümkün değildir. Bu sadece bir anolojidir. Bu anoloji üç grupta incelenebilir.  $n_1 = n_2$ , şartı altında inceleme,  $n_1 = n_2$ , şartında LP (Lineer polarizeli modlar)'nın yani TEM modunun incelenmesi,  $n_1 \equiv n_2$ , şartında modların analizidir.

**1.  $n_1 = n_2$  olması durumunda modların analizi:**

Çekirdek kırılma indisinin, kılıf kırılma indisine eşit olma durumudur. Bu konu

2. yaklaşımda daha ayrıntılı incelenecektir.

**2.  $n_1 = n_2$  olması ve TEM modunun analizi**

$$n = n_1 = n_2 \quad (4-22)$$

$$\beta = k_1 = k_2 = k = \frac{2\pi n}{\lambda} \quad (4-23)$$

Eşitlik (4-22) ve (4-23), z yönünde yayılan EM (TEM) dalga olması için yeterlidir.

$$\vec{h}_z = \vec{e}_z = 0 \quad (4-24)$$

$$\vec{h}_t = \left( \frac{\epsilon}{\mu} \right)^{1/2} \vec{z} \times \vec{e}_t \quad (4-25)$$

Modal alanlar, eşitlik (4-24) ve (4-25)'de ifade olunmuştur.  $n_1 = n_2$  şartında  $\nabla_t \ln \epsilon$  ihmal edilebilir. Vektör modal alan dikdörtgen koordinatlarda ifade edilebilir.

$$\vec{e}_x = \psi \vec{x} \quad , \quad \vec{e}_y = \psi \vec{y} \quad (4-26)$$

Burada  $\vec{x}$  ve  $\vec{y}$  birim vektör,  $\Psi$  ise (4-27)'nin çözümüdür.

$$\left\{ \nabla_t^2 + k^2 - \beta^2 \right\} \Psi = 0 \quad (4-27)$$

$\nabla_t^2$ , transvers (enine) laplasyen operatörüdür. Burada elde edilen çözümler daha önce belirtildiği gibi mümkün olmayan yani fiziksel olarak gerçekleşmeyen çözümlerdir.  $\lambda = 0$  olunca  $\beta$  sonsuza gider,  $V$  keyfi bir sabit kabul edilir.

$n_1 = n_2$  durumundaki çözümler,  $n_1 \equiv n_2$  şartındaki çözümlere temel oluşturur. Bu şartlar altındaki çözüm geneldir. Çok modlu fiber ile ilgili çözüm değildir. ( $V \gg 1$ ). Kısaca, bu çözümde elde edilen modlar Lineer polarizeli (LP) modlar diye adlandırılır.

### 3. $n_1 \equiv n_2$ olması durumunda modların analizi

Önemli sonuçlardan bir tanesi,  $n_1 \equiv n_2$  durumunda, yani bir miktar çekirdek kırılma indisi, kabuk kırılma indisinden farklı olursa dielektrik dalga kılavuzunun polarizasyon özellikleri başlar.

Polarizasyon özelliği, dalga denkleminde  $\nabla_t \epsilon$  terimini içerir. Bu nedenle  $\nabla_t (e_t \nabla_t \ln \epsilon)$  terimi,  $n_1 = n_2$  olursa sıfır,  $n_1$   $n_2$ 'den çok az bir farka sahipse, bu terim sıfırdan farklıdır.

$$n_1 \equiv n_2 \quad (4-28)$$

$$\beta \equiv k \quad (4-29)$$

$\vec{h}_t$  , bu yaklaşımda denklem (4-30)'dur.

$$\vec{h}_t \equiv \left( \frac{\epsilon}{\mu} \right)^{1/2} \vec{a}_z \times \vec{e}_t \quad (4-30)$$

$\vec{h}_z$  olanı, Maxwell divercans denkleminde elde edilebilir.

$$\vec{h}_z \equiv \left( \frac{J}{B} \right) \nabla_t \vec{h}_t \quad (4-31)$$

$$\vec{e}_z = \left( \frac{J}{B} \right) \left( \nabla_t \vec{e}_t + (\nabla_t \ln \epsilon) \vec{e}_t \right) \quad (4-32)$$

$$\vec{e}_z \equiv \left( \frac{J}{B} \right) \nabla_t \vec{e}_t \quad (4-33)$$

Denklem (4-31) kullanılarak,  $H_z$  elde edilir.

$$H_z = \frac{J}{B} H_t \quad (4-33a)$$

Denklem (4-32)'den ve ayrıca toplam E ifadesinden,  $E_z$  bulunabilir.

$$E = \frac{J}{B} E_{top} \quad (4-33b)$$

$$E_z = \frac{J}{\beta} \left( \nabla_t E_t + (\nabla_t \ln \epsilon) E_t \right) \quad (4-34)$$

Denklem (4-34)'deki  $\nabla_t \ln \epsilon$  terimi ihmal edilebilir.

$$E_z = \left( \frac{J}{\beta} \right) \nabla_t E_t \quad (4-35)$$

Denklem (4-35) bizim maksadımıza uygundur. Biz  $g\beta \gg 1$  olduğunu biliyoruz. Denklem (4-30) ve (4-35)  $n_1 \equiv n_2$  olması halinde dielektrik dalga kılavuzunda yakın TEM dalgasını gösterir.

Propagasyon sabiti  $\beta$ , denklem (4-27)'den  $\tilde{\beta}$  elde edilerek bulunur.

$$\beta - \tilde{\beta} \equiv \frac{\beta^2 - \tilde{\beta}^2}{2k} = \frac{\int_{A_{\infty}} \tilde{e}_t \nabla_t (e_t \nabla_t \ln \epsilon) dA}{2k \int_{A_{\infty}} \tilde{e}_t e_t dA} \quad (4-36)$$

$$\left( \nabla_t + (k^2 - \tilde{\beta}^2) \tilde{e}_t \right) = 0 \quad (4-37)$$

olur.

$\tilde{\beta}$  ve  $\tilde{e}_t$  denklem (4-27) ve (4-26)'dan elde edilebilir. Denklem (4-12) ve (4-37)  $e_t$  ile integre edilirse, ve Green teoremi kullanılarak, sonsuzda çizgi integrale dönüşür.

$$\int_{A_{\infty}} \left( \tilde{e}_t \nabla_t^2 e_t - e_t \nabla_t^2 \tilde{e}_t \right) dA \quad (4-38)$$

Bu ifade,  $e_t$  ve  $\tilde{e}_t$  exponansiyel olarak yok olunca yok olur. Denklem (4-36) bu çeşit işlemlerle elde edilmiştir.  $\beta$ , denklem (4-36)'dan elde edilebilir. Denklem (4,36)'daki  $\tilde{e}_t$  herhangi bir  $e_t$  'nin yaklaşıklıkla elde edilmiş halidir. Basamak indisli yapıda denklem (4-36), Ek 2'de yer alan özelliklerle basitleştirilebilir.

$$\int_{A_{\infty}} \tilde{e}_t \nabla_t (e_t \nabla_t L n \epsilon) dA = \theta_c^2 \oint_{\text{Çekirdek}} (\nabla_t \tilde{e}_t) (e_t n) dL \quad (4-39)$$

$$= J \theta_c^2 \beta \oint_{\text{çekirdek}} (\tilde{e}_z \vec{d}_z) (e_t \tilde{n}) dL \quad (4-40)$$

Denklem (4-36) Ek 2'de yer alan özelliklerden basitleştirilerek denklem (4-40)'a dönüştürülmüştür. Burada  $\tilde{n}$  dışıduvarda, arageçiş normaldir.

Özetle,  $n_1 \equiv n_2$  durumunda TEM dalgası elde edilebilir. Alanın enine bileşeni,  $n_1 = n_2$  durumunun (denklem (4-26) ve (4-27) lineer kombinasyonundan elde edilmiştir. Biz şimdi, vektör modal alanların yaklaşım probleminin,  $n_1 = n_2$  lineer kombinasyonundan elde edilmesini tartışacağız. Ek 2'de yer alan matematiksel işlemler bu konu için yeterlidir.

Bu metodun ana prensibi, dielektrik kılavuzun simetrik özelliklere sahip olmasıdır. Bu simetrik özellikler, vektör dalga denklemlerinde,  $\nabla_t \epsilon$  teriminde vardır. Böylece otomatik olarak dalga denkleminin çözümü yapılmış olur. Burada 2 tane tercih edilen simetrik özellik mevcuttur. Bunlar, dielektrik dalga kılavuzunda dairesel simetri ve elips gibi eksenel olarak tercih edilen dielektrik dalga kılavuzu



simetrisidir. Biz burada sadece ilk simetri özelliğinden hareketle çözümler arayacağız.

### 1. Dielektrik dalga kılavuzunda dairesel simetri:

$n_1 = n_2$  şartı altında, denklem (4-26)'daki  $\Psi$ , skalar bir fonksiyondur. Dairesel simetride, denklem (4-27) skalar dalga denkleminin 2 tane çözümü vardır. Çözümlerden bir tanesi  $\Psi_e$ , çift simetriye  $\Psi_0$  ise tek simetriye sahiptir.

$$\Psi_e(r, \emptyset) = f_1(r) \cos(L \emptyset), \quad \Psi_0(r, \emptyset) = F_L(r) \sin(L \emptyset) \quad (4-41)$$

Denklem (4-41)'de,  $\emptyset$  bölgesel bir açıdır ve  $F_L(r)$ 'nin çözümü,

$$\left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} + k^2(r) - \beta^2 - \frac{L^2}{r^2} \right) F_L(r) = 0 \quad (4-42)$$

olur.

$n_1 = n_2$  şartlarında dalga denkleminin 4 adet çözümü vardır.

$$\tilde{e}_x = f_L(r) \cos(L \emptyset) \tilde{x}, \quad \tilde{e}_{x0} = f_L(r) \sin(L \emptyset) \tilde{x} \quad (4-43)$$

$$\tilde{e}_y = f_L(r) \cos(L \emptyset) \tilde{y}, \quad \tilde{e}_{y0} = f_L(r) \sin(L \emptyset) \tilde{y} \quad (4-44)$$

Biz burada,  $n_1 \cong n_2$  şartlarında, modal alan yaklaşımı formunda  $\tilde{e}$  modal alanların lineer kombinasyonunun nasıl elde edildiğini tartışacağız.

### 1a. Temel modlar ( $L = 0$ )

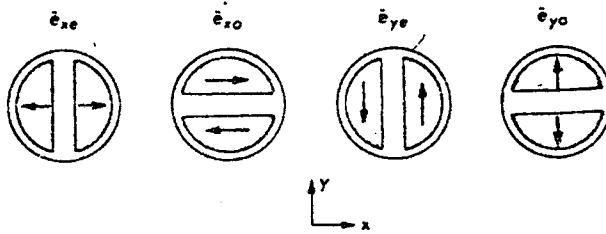
( $L = 0$ ) , olduğu zaman iki tane  $n_1 = n_2$  modu vardır,  $\tilde{e}_x$  ve  $\tilde{e}_y$  'dir.

$$e_x = f_0(r) \tilde{x} , e_y = f_0(r) \tilde{y} \quad (4-45)$$

### 2a. Yüksek dereceli modlar ( $L \geq 1$ )

Bu durumda 4 tane mod söz konusudur,  $\tilde{e}_{xe}$ ,  $\tilde{e}_{ye}$  ve  $\tilde{e}_{xo}$ ,  $\tilde{e}_{yo}$ dur. Şekil 4.3.3'de bu modların grafiği görülebilir. Biz bu modları bazı temel özellikler altında  $90^\circ$  döndürerek ve x ve y eksenlerinde yansıma altında inceleyeceğiz.

$L = 1$  durumunda modlar, şekil 4.3.3a'da görülebilir.



Şekil 4.3.3

$L = 0$  için  $n_1 = n_2$  LP modlar,  $\tilde{e}_x$  ve  $\tilde{e}_{y0}$  simetri ve x ve y ekseninde yansıma özelliklerine sahipken,  $\tilde{e}_{x0}$ ,  $\tilde{e}_{ye}$  simetrik değildir. Yukarıda verilen alanlardan bir tanesi keyfi bir açıyla döndürülürse, lineer 4 tane kombinasyon oluşur. [17]

$$\tilde{e}_x = e_1 + e_2, \tilde{e}_{x0} = e_3 - e_4, \tilde{e}_{ye} = e_3 + e_4, \tilde{e}_{y0} = e_1 - e_2, \quad (4-46)$$

$n_1 \equiv n_2$  modları  $L = 1$  için, keyfi yansıma ve döndürme altında,  $e_1$  ve  $e_4$  değişmez.

Simetrik ve antisimetrik kombinasyonlar alınarak  $n_1 \equiv n_2$  daga kılavuzu modları 4 tanedir.

$$e_{11} = \tilde{e}_x + \tilde{e}_{y0}, \quad e_{12} = \tilde{e}_x - \tilde{e}_{y0} \quad (4-47)$$

$$e_{13} = \tilde{e}_{x0} + \tilde{e}_{ye}, \quad e_{14} = \tilde{e}_{x0} - \tilde{e}_{ye} \quad (4-48)$$

Modlar çift  $EH_{L-1,m}$  ve çift  $EH_{L+1,m}$ , tek  $H_{L+1,m}$  ve tek  $H_{L-1,m}$  modları, sırasıyla şekil 4.3.3b de ise  $L = 1$  için bu modlar çizilmiştir.

Denklem (4-36)'da  $e_t$  yerine konursa  $e_t$  bulunur ve  $\tilde{e}_t$  için  $\tilde{e}_x$  bulunur, biz mod 1 ve diğer 3 mod için aynı yolla  $B'$ 'yı elde ederiz.

Genelde, HE ve EH modlarının  $B'$ 'ları farklıdır.

## **BEŞİNCİ BÖLÜM**

### **MODAL ETKİLEŞİM ANALİZİ**

#### **5.1 Giriş**

Bu bölümde, önce genel ideal fiberdeki, kuplaj dalga teorisi kavramı ele alınmıştır. Daha sonra bu teorinin fiberdeki kılavuzlanmış ve radyasyon modlarının incelenmesindeki rolü ortaya konmuştur.

Dielektrik dalga kılavuzlarında sonlu sayıda kılavuzlanmış mod, sonsuz sayıda da radyasyon modu mevcuttur. Dalga kılavuzunda sadece bir tane kılavuzlanmış mod olduğu durumda bile, sonsuz sayıda radyasyon modu olduğu varsayılmalıdır.

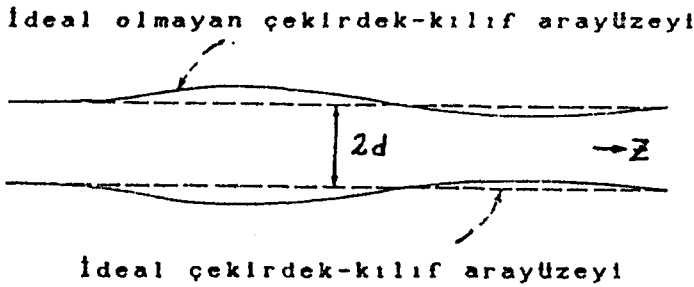
Çok modlu dalga kılavuzunda kılavuzlanmış modlar arasındaki kuplajın nedeni, kırılma indisi dağılımında veya optik dalga kılavuzunun geometrisindeki süreksizliklerdir. Bu süreksizliklerin etkileri, gecikme distorsiyonunun azalmasında yararlı olabilir. Kılavuzlanmış modlarla, radyasyon modlarının arasındaki kuplaj, genellikle dalga kılavuzunda incelenir ve anten problemlerinde rol oynar.

Kuplaj, saçılma kayıplarının analizinde ihmal edilemez. E.G. Rawso, düzensiz çekirdekli dalga kılavuzlarındaki saçılmayı yaklaşım teknikleriyle hesaplamıştır.

Bununla birlikte bu metot kılavuzlanmış modlar arasındaki kuplajın hesaplanmasında uygun değildir. [11,17]

Optik fiberlerdeki radyasyon kayıpları teorisi oldukça zor ve karışıktır. Bu teori, fiberin kesin modların alan ifadelerine dayanır. Synder ve Gloge, dielektrik dalga kılavuzlarında mod analizini, çekirdek ve kılıf kırılma, indisleri arasındaki farkın çok az olması durumunda, basite indirgemişlerdir. [11]

Çekirdek bölgesiyle kılıf bölgesi arasında düzgün olmayan sınır özellikleri, kılavuz içindeki saçılmaya neden olan boşluklar, bükülme ve mikro bükülmeler gibi optik dalga kılavuzu yapısındaki geometrik bozukluklar ve ortam parametrelerindeki düzensizlikler modlar arasında kuplaja neden olur. Kılavuzlanmış modlar arasında olabileceği gibi kılavuzlanmış modlar ile radyasyon modları arasında da gerçekleşebilen kuplaj modlar arasında güç transferi ve dolayısıyla zayıflamaya yol açar.



Şekil 5.1 İdeal ve İdeal Olmayan Katmanlı Dielektrik Dalga Kılavuzu

Yaklaşık modlara dayalı, kuplaj mod teorisinde, kuplaj katsayıları bulunur ve bu katsayılar katmanlı dalga kılavuzunda bulunan kuplaj katsayıları gibi basit bir formdadır. İdeal olmayan dalga kılavuzlarının incelenmesinde Lokal normal modlar daha uygundur.

## 5.2 Modal Kuplaj Teorisi

Süreksizlikleri olan dielektrik dalga kılavuzunda kırılma indisi  $n = n(x,y,z)$ 'dir. Bu durumda Maxwell denklemleri,

$$\nabla \times \vec{H} = J\omega \epsilon_0 n^2 \vec{E} \quad (5-1)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -J\omega \mu_0 n^2 \vec{H} \quad (5-2)$$

Zamana bağlılık  $\exp(-j\omega t)$ , reel olmayan dalga kılavuzunun kırılma indisi  $n$ , ideal dalga kılavuzunun kırılma indisi  $n_0$ 'dır. Enine ve boyuna bileşenler cinsinden,

$$\left( \nabla_t + \frac{\partial}{\partial z} \vec{a}_z \right) \times (\vec{H}_t + \vec{H}_z) = J\omega \epsilon_0 n^2 (\vec{E}_t + \vec{E}_z) \quad (5-3)$$

$$\left( \nabla_t + \frac{\partial}{\partial z} \vec{a}_z \right) \times (\vec{E}_t + \vec{E}_z) = -J\omega \mu_0 (\vec{H}_t + \vec{H}_z) \quad (5-4)$$

yazılabilir. Denklem (5-3) ve (5-4)'den, sırasıyla

$$\vec{E}_z = \frac{1}{J\omega \epsilon_0 n^2} \nabla_t \cdot \vec{H}_t \quad (5-5)$$

$$\vec{H}_z = - \frac{1}{J\omega \mu_0 n^2} \nabla_t \cdot \vec{E}_t \quad (5-6)$$

elde edilir. İdeal dalga kılavuzu modlarında indis dağılımı no (x,y) alınırsa,

$$\nabla_t \times \vec{H}_{\partial z} - J \beta_{\partial} (\vec{a}_z \times \vec{H}_{\partial t}) = J\omega \epsilon_0 n_0^2 \vec{E}_{\partial t} \quad (5-7)$$

$$\nabla_t \times \vec{E}_{\partial z} - J \beta_{\partial} (\vec{a}_z \times \vec{E}_{\partial t}) = - J\omega \mu_0 \vec{H}_{\partial t} \quad (5-8)$$

olur.

Burada  $\partial$  , modlara göre değişir,  $\beta_{\partial}$  ,  $\partial$ . modun propagasyon sabittir. Alanların enine ve boyuna bileşenleri aşağıdadır.

$$\vec{E}_{\partial z} = - \frac{1}{J\omega \epsilon_0 n_0^2} \nabla_t \times \vec{H}_{\partial t} \quad (5-9)$$

$$\vec{H}_{\partial z} = - \frac{1}{J\omega \mu_0} \nabla_t \times \vec{E}_{\partial t} \quad (5-10)$$

$$\vec{E}_t = \sum_{\vartheta} a_{\vartheta} \vec{E}_{\vartheta t} \quad (5-11)$$

$$\vec{H}_t = \sum_{\vartheta} b_{\vartheta} \vec{H}_{\vartheta t} \quad (5-12)$$

İdeal dalga kılavuzundaki modların orthogonallite bağıntıları yardımıyla  $a_{\vartheta}$  ve  $b_{\vartheta}$  belirlenebilir.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \vec{a}_{\lambda} \left( \vec{E}_{\vartheta t} \times \vec{H}_{\mu t}^* \right) dx dy = 2 \frac{\beta_{\mu}^*}{|\beta_{\mu}|} P \delta_{\vartheta \mu} \quad (5-13)$$

$$\sum_{\vartheta} \rightarrow \sum \int_0^{\infty} d\delta$$

$a_{\vartheta}$  ve  $b_{\vartheta}$  modal genliklerdir. Bu katsayıların bulunması için  $\vartheta$  ve  $\mu$ 'nün ayrık değerler alması koşulunda  $\delta_{\vartheta \mu}$  ile  $\vartheta$  ile  $\mu$ 'den birisi kılavuzlanmış, diğeri radyasyon modu iken Kronecker Deltası, her ikisi de kılavuzlanmış mod iken Dirak Delta ve P kılavuzundan iletilen güç olursa eşitlik (5-13) elde edilir.

Ortogonalite bağıntısından yararlanılarak ve Maxwell Denklemleri kullanılarak,

$$\frac{db_{\mu}}{dz} + j\beta_{\mu} a_{\mu} = 2 \sum_{\vartheta} \bar{\mu}_{\mu \vartheta} a_{\vartheta} \quad (5-15)$$



$$\frac{da_{\mu}}{dz} + J\beta_{\mu} b_{\mu} = 2 \sum_{\vartheta} \bar{N}_{\mu\vartheta} b_{\vartheta} \quad (5-16)$$

Kuplaj mod denklemleri elde edilir. Kuplaj katsayıları,

$$\bar{M}_{\mu\vartheta} = \frac{w\epsilon_0}{4JP} \frac{|\beta_{\mu}|}{\beta_{\mu}} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (n^2 - n_0^2) \vec{E}_{\mu}^* \vec{E}_{\vartheta} dx dy \quad (5-17)$$

$$\bar{N}_{\mu\vartheta} = \frac{w\epsilon_0}{4JP} \frac{|\beta_{\mu}|}{\beta_{\mu}^*} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{n_0^2}{n^2} (n^2 - n_0^2) \vec{E}_{\mu z}^* \vec{E}_{\vartheta z} dx dy \quad (5-18)$$

elde edilir.  $\oplus$  ve  $(-)$  yönde yayılan yürüyen dalgalar,

$$a_{\mu} = c_{\mu}^{(+)} \exp[-J(\beta_{\mu} z)] + c_{\mu}^{(-)} \exp[J(\beta_{\mu} z)] \quad (5-19)$$

$$b_{\mu} = c_{\mu}^{(+)} \exp[-(J\beta_{\mu} z)] - c_{\mu}^{(-)} \exp[J(\beta_{\mu} z)] \quad (5-20)$$

elde edilir. Eşitlik (5-15) ve (5-16) yardımıyla,

$$\frac{dc_{\mu}^{(+)}}{dz} = \sum_{\vartheta} \left\{ M_{\mu\vartheta}^{(+,+)} c_{\vartheta}^{(+)} \exp [J(\beta_{\mu} - \beta_{\vartheta})z] + M_{\mu\vartheta}^{(+,-)} c_{\vartheta}^{(-)} \exp [J(\beta_{\mu} + \beta_{\vartheta})z] \right\} \quad (5-21)$$

$$\frac{dc_{\mu}^{(-)}}{dz} = \sum_{\vartheta} \left\{ M_{\mu\vartheta}^{(-,+)} c_{\vartheta}^{(+)} \exp [-J(\beta_{\mu} + \beta_{\vartheta})z] + M_{\mu\vartheta}^{(-,-)} c_{\vartheta}^{(-)} \exp [-J(\beta_{\mu} - \beta_{\vartheta})z] \right\} \quad (5-22)$$

Kuplaj mod denklemleri elde edilir. Burada,  $\delta$  ve  $t$   $(+)$  ve  $(-)$  faktörlerini göstermek üzere, kuplaj katsayısı,

$$\mu_{\mu\vartheta}^{(st)} = \frac{w\epsilon_0}{4JP} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left( n^2 - n_0^2 \right) \left\{ S \frac{|\beta_{\mu}|}{\beta_{\mu}} \vec{E}_{\mu}^* \vec{E}_{\vartheta}^* \frac{|\beta_{\mu}| n_0^2}{\beta_{\mu}^* n^2} \vec{E}_{\mu z}^* \vec{E}_{\vartheta z}^* \right\} dx dy \quad (5-23)$$

olur.

Elde edilen uzaysal kuplaj mod denklemlerinin yanısıra zamansal kuplaj mod denklemlerini de yazabiliriz.

$$\frac{da_{\mu}}{dt} = Jw_{\mu} a_{\mu} + \overline{M}_{\mu\vartheta} a_{\vartheta} \quad (5-24)$$

$$\frac{da_{\vartheta}}{dt} = Jw_{\vartheta} a_{\vartheta} + \overline{N}_{\vartheta\mu} a_{\mu} \quad (5-25)$$

### 5.3 Katmanlı Dielektrik Dalga Kılavuzu Yaklaşımı

Dalga Denklemleri Yardımıyla TE modları için,

$$E_y(x, z, t) = E_y(x) \exp [j (\omega t - \beta z)] \quad (5-26)$$

$$E_y(x) = \begin{cases} C \exp \gamma \left( - \left( x + \frac{d}{2} \right) \right) & \frac{d}{2} \leq |x| < \infty \\ C \left\{ \cos \kappa \left( x + \frac{d}{2} \right) \right\} - \frac{\gamma}{\kappa} \sin \left( \kappa \left( x + \frac{d}{2} \right) \right) & -\frac{d}{2} \leq x \leq \frac{d}{2} \end{cases} \quad (5-27)$$

elde edilir. Burada  $\kappa$  ve  $\gamma$  özdeğerlerdir.

$$\kappa = \left( n_1^2 k_0^2 - \beta^2 \right)^{1/2} \quad (5-28)$$

$$\gamma = \left( \beta^2 - n_2^2 k_0^2 \right)^{1/2} \quad (5-29)$$

dir. Sınır koşullarına göre,  $E_y$  ve  $H_z$ 'in sürekliliği koşulunda özdeğer denklemi,

$$\tan \left( \kappa \frac{d}{2} \right) = \frac{2\gamma}{\kappa \left( 1 - \frac{\gamma^2}{\kappa^2} \right)} \quad (5-30)$$

$P = 1 \text{ W}$  koşulu ve denklem (5-13)'deki ortogonalite bağıntısı yardımıyla,

$$c_{\mu} = 2\kappa_{\mu} \left[ \frac{w\mu_0}{|B_{\mu}| \left( \frac{d}{2} + \frac{2}{\gamma_{\mu}} \right) (\kappa_{\mu}^2 + \gamma_{\mu}^2)} \right]^{1/2} \quad (5-31)$$

bulunur. Benzer şekilde Maxwell Denklemleri ışığında TM modları için,

$$H_y(x,z,t) = H_y(x) \exp [J (\omega t - \beta_z z)] \quad (5-32)$$

$$H_y(x) = \begin{cases} -\left[ \frac{n_2}{n_1} \right]^2 \frac{\kappa C}{\gamma} \exp \left[ -\gamma \left( x + \frac{d}{2} \right) \right] & \frac{d}{2} \leq |x| \leq \infty \\ C \left\{ -\left[ \frac{n_2}{n_1} \right]^2 \frac{\kappa}{\gamma} \cos \left[ \kappa \left( x + \frac{d}{2} \right) \right] + \sin \left[ \kappa \left( x + \frac{d}{2} \right) \right] \right\} & \frac{d}{2} \leq x \leq \frac{d}{2} \end{cases}$$

(5-33)

ve özdeğer denklemi

$$\tan \left( \kappa \frac{d}{2} \right) = \frac{2 \left[ \frac{n_1}{n_2} \right]^2 \kappa \gamma}{\kappa^2 - \left[ \frac{n_1}{n_2} \right]^4 \gamma^2} \quad (5-34)$$

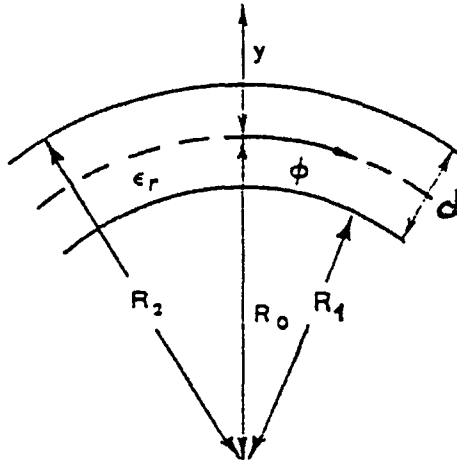
dir.

Sınır koşullarına göre,

$$c_{\mu} = 2 \left( \frac{w \epsilon_0}{\beta_{\mu} \left( \frac{d}{2} \right)_{\text{eff}}} \right)^{1/2} \quad (5-35)$$

$$\left( \frac{d}{2} \right)_{\text{eff}} = \frac{\left[ \frac{n_1}{n_2} \right]^4 \gamma^2 + \kappa^2}{\left[ \frac{n_1}{n_2} \right]^4 \gamma^2} \left[ \frac{2}{n_2^2 \gamma} \frac{\gamma^2 + \kappa^2}{\left[ \frac{n_1}{n_2} \right]^4 \gamma^2 + \kappa^2} + \frac{d}{2 n_1^2} \right] \quad (5-36)$$

dir. TE ve TM modlarının kendi aralarında ve karşılıklı kuplaj denklem (5-15) ve (5-16) eşitliklerinden incelenebilir.



Şekil 5.2 Bükülmüş Katmanlı Dielektrik Kılavuzu

Şekil 5.2'de görülen bükülmüş katmanlı dalga kılavuzunda

$$H_z = \begin{cases} A J_{\vartheta}(\gamma r) \exp(J\vartheta\varnothing) & r < R_1 \\ [B J_{\vartheta}(\kappa r) + C N_{\vartheta}(\kappa r)] \exp(J\vartheta\varnothing) & R_1 < r < R_2 \\ D H_{\vartheta}^{(2)}(\gamma r) \exp(J\vartheta\varnothing) & r > R_2 \end{cases} \quad (5-37)$$

dir. Burada, A, B, C ve D katsayıları,  $J_{\vartheta}(\kappa r)$  Bessel fonksiyonu,  $N_{\vartheta}(\kappa r)$  Neumann fonksiyonu,  $H_{\vartheta}^{(2)}(k_0 r)$  2. dereceden Hankel fonksiyonudur.

Bükülmüş L uzunluğundaki katmanlı dielektrik dalga kılavuzu için denklem (5-21) ifadesi kullanılarak,

$$C_{\mu}(L) = C_{\mu}(0) \int_0^L M_{\mu\vartheta}(z) \exp[J\beta_{\mu} - \beta_{\vartheta}]_z dz \quad (5-38)$$

yazılır. R bükülme yarıçapı,  $e_{\mu\vartheta}$  modal özelliklere göre 0,1,2 ve 4,  $e_{\vartheta}$ ,  $\vartheta = 0$  için 2,  $\vartheta \neq 0$  için 1 değerini alan katsayılar olmak üzere, rastgele bükülmüş simetrik katmanlı dielektrik dalga kılavuzunda modlar arası güç kuplaj katsayısı,

$$h_{\mu\vartheta} = \frac{e_{\mu\vartheta}^2}{e_{\mu} e_{\vartheta}} \frac{\kappa_{\vartheta}^2 \kappa_{\mu}^2}{4 d^2 n^2 k_0^2 (\beta_{\mu} - \beta_{\vartheta})^4} C\left(\frac{1}{R}\right) \quad (5-39)$$

olur.

Burada,

$$C\left(\frac{1}{R}\right) = \left\langle \left| \frac{1}{\sqrt{L}} \int_0^L \frac{1}{R(z)} \exp [J (\beta_\mu - \beta_\phi)] dz \right|^2 \right\rangle \quad (5-40)$$

dir,  $\langle \rangle$  ortalama değeri temsil eder. [13, 9, 14]

İdeal olmayan dalga kılavuzlarının incelenmesinde Lokal Normal Modlar daha uygundur. Yaklaşık modları incelemek daha kolaydır. Pratikte, kolaylık açısından  $\frac{n_1}{n_2} - 1 \ll 1$  alınır. İncelemelerin silindirik koordinatlar yerine kartezyen koordinatlarda yapılmasının daha uygun olduğu bir gerçektir.

## 6. BÖLÜM

### SONUÇ

Bu tez'de günümüzde kullanımı artan fiber optik teknoloji incelenmiştir. İncelenmesi daha basit olan katmanlı dalga kılavuzu yaklaşımı öncelikle incelenmiş, daha sonra silindirik yapıya geçilmiştir. Modal analiz farklı yaklaşımlarla incelenmiş, beşinci bölümde modal etkileşim analizi yapılmıştır.

Düz ve bükülmüş optik fiberlerde iletilen modlar arasındaki etkileşim kavramı ortaya konulmuş ve analitik olarak incelenmiştir. Sayısal hesaplamalar sonucunda kuplaj katsayıları nümerik olarak elde edilmiştir. Kuplaj katsayılarının sayısal sonuçları, bizi şu gerçeklere götürür;

Aynı mod gruplarındaki (TE - TE, HE - HE gib) kuplajın, farklı mod gruplarındaki (TE - HE, TM - EH) kuplajdan daha fazla olduğu gözlenmiştir.



## EK 1

### E 1.1 Basamak İndisli Fiberde Özdeğerler

$$J^+ = \frac{1}{\kappa d} \frac{J_{\vartheta+1}(\kappa d)}{J_{\vartheta}(\kappa d)} \quad (\text{E1-1})$$

$$J^- = \frac{1}{\kappa d} \frac{J_{\vartheta-1}(\kappa d)}{J_{\vartheta}(\kappa d)} \quad (\text{E1-2})$$

$$H^+ = \frac{1}{J\gamma d} \frac{H_{\vartheta+1}^{(l)}(J\gamma d)}{H_{\vartheta}^{(l)}(J\gamma d)} \quad (\text{E1-3})$$

$$H^- = \frac{1}{J\gamma d} \frac{H_{\vartheta-1}^{(l)}(J\gamma d)}{H_{\vartheta}^{(l)}(J\gamma d)} \quad (\text{E1-4})$$

#### E 1.1.2 Silindirik Fonksiyonların Özellikleri

$$Z'_{\vartheta} = \frac{1}{2} (Z_{\vartheta-1} - Z_{\vartheta+1}) \quad (\text{E1-5})$$

$$\frac{Z_{\vartheta}}{x} = Z_{\vartheta}(x) = Z_{\vartheta+1}(x) + Z_{\vartheta-1}(x) \quad (\text{E1-6})$$

$$\text{Lim}_{\gamma \rightarrow 0} H_0^{(1)}(J\gamma d) = \frac{2J}{\pi} \text{Ln} \left| \frac{\gamma d}{2} \right| \quad (\text{E1-7})$$

$$r = 1.781672 \quad (\text{E1-8})$$

$$\text{Lim}_{\gamma \rightarrow 0} H_{\vartheta}^{(1)}(J\gamma d) = \frac{-J(\vartheta-1)!}{\pi} \left( \frac{2}{(J\gamma d)} \right)^{\vartheta} \quad \vartheta > 0 \quad (\text{E1-9})$$

$$\text{Lim}_{\gamma \rightarrow 0} H^{-} = -\text{Ln} \frac{\gamma d}{2} \quad \vartheta = 1 \quad (\text{E1-10})$$

$$\text{Lim}_{\gamma \rightarrow 0} H^{-} = \frac{1}{2(\vartheta-1)} \quad \vartheta = 2, 3, 4, \dots \quad (\text{E1-11})$$

$$\text{Lim}_{\gamma \rightarrow 0} H^{+} = \frac{-2\vartheta}{(\gamma d)^2} \quad \vartheta > 0 \quad (\text{E1-12})$$

## EK 2

$$\left[ \nabla_t^2 + (k^2 - \beta^2) \right] \vec{e}_t = - \nabla_t (\vec{e}_t \nabla_t \ln \epsilon) \quad (\text{E2-1})$$

Denklem (E2-1),  $n_1 = n_1$  durumunda denklem (E2-2) olur.

$$\left[ \nabla_t^2 + (k^2 - \tilde{\beta}^2) \right] \tilde{e}_t = 0 \quad (\text{E2-2})$$

Denklem (E2-1) ve (E2-2)  $e_t$  ile integre edilirse ve Green teoremi uygulanarak, sonsuzda çizgi integrale dönüşür.

$$\int_{A_\infty} \left( \tilde{e}_t \nabla_t^2 e_t - e_t \nabla_t^2 \tilde{e}_t \right) dA \quad (\text{E2-3})$$

$$\beta^2 - \tilde{\beta}^2 \equiv \frac{\beta^2 - \tilde{\beta}^2}{2k} = \frac{\int_{A_\infty} \tilde{e}_t \nabla_t (e_t \ln \epsilon) dA}{2k \int_{A_\infty} \tilde{e}_t e_t dA} \quad (\text{E2-4})$$

Yaklaşım olmadan,  $\beta^2 - \tilde{\beta}^2$  için elde edilen değer, yaklaşım yapılarak,

$$\beta \equiv \tilde{\beta} = k, \quad \beta^2 - \tilde{\beta}^2 \equiv 2k (\beta - \tilde{\beta}) \quad (\text{E2-5})$$

Eğer biz adım indisli fiber için işlem yaparsak ( $\epsilon(x,y)$ ) denklem (E2-4)'ün, payı basitleştirilebilir.

$$(\nabla \ln \epsilon) dA = \left[ \ln \left( \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \right) \right] \delta(B) \tilde{n} dL = -\theta_c^2 \delta(B) \tilde{n} dL \quad (\text{E2-6})$$

$\delta(B)$  çekirdeğin sınır koşullarındaki, delta fonksiyonudur.  $dA$ , sınırda, o bölgenin diferansiyelidir.  $\tilde{n}$ , çekirdek ile kılıf arasında arageçişin normalidir.

$$\int \tilde{e}_t \nabla_t (e_t \nabla_t \ln \epsilon) dA = \theta_c^2 \oint_B (\nabla_t \tilde{e}_t) (e_t \tilde{n}) dL \quad (\text{E2-7})$$

## KAYNAKLAR

/1/ A.H. Cherin, An Introduction Optical Fibers, First Printing, Mc Graw-Hill Book Company Japan, 1983

/2/ Gerd Keiser, Optical Fiber Communications, Second Printing Mc Graw-Hill Series in Electrical Engineering, 1983

/3/ Stewart D. Personick, Fiber Optics Technology and Applications, Bell Communications Research Red Bank, New Jersey, 1985

/4/ Allan W. Snyder, William R. Young, "Modes of Optical waveguides", J. Opt. Soc. Am., Vol. 68, No. 3, March 1978, pp 297, 301

/5/ Henry F. Taylor, Fiber Optics Communications, International Standart Book Number: 0-89006-127.0, 1983

/6/ Robert G. Seippel, Fiber Optics, A pentice Hall Company Reston, Virginia, 1984

/7/ N. Özlem Ünverdi, "Optik Fiberde Propagasyon Özelliklerinin İncelenmesi ve Bükülme Kaybının Analizi", Yüksel Lisans Tezi, Yıldız Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 1991

/8/ Alan R. Mickelson, Morten Eriksrud, "Mode dependent attenuation in optical fibers", J. Opt. Soc. Am. Vol. 73, No. 10, October 1983

/9/ D. Morcuse, The Theory of Dielektric Optical Waveguides, Academic, New York, 1974

/10/ Yrd. Doc. Dr. Cahit Canbay, "Antenler ve Propagasyon", Ders Notları, Yıldız Üniversitesi, 1987

/11/ S.E. Miller "Coupled Wave Teheory and Waveguide Applications", B.S.T.J., Vol. 33, No. 3, pp. 661-720, May 1954

/12/ H.A. Haus, Waves and Fields In Optoelectronics, Prentice-Hall, 1989

/13/ A. Yariv, "Coupled-Mode Theory For Guided-Wave Optics", IEEE Journal of Quantum Electronics, Vol. QE-9, No. 9, pp. 919-933, Sept. 1973.

/14/ A. Yariv, "On the Coupling Coefficients in the Coupled-Mode Theory", Proc. IRE, Vol. 46, pp. 1956-1957, Dec 1958

/15/ D. Marcuse, "Coupled Mode Theory Of Round Optical Fibers", B.S.J.T. Vol. 52, No. 6 pp. 217-842, August 1973.

/16/ D Marcuse, Light Transmission Optics, Van Nostrand Reinhold Company Inc., N.Y., 1982

/17/ A.W Snyder, "Coupled-Mode Theory For Optical Fibers", Journal Opt. Soc. Am., Vol. 62, No. 11, pp. 1267-1277, No. 1972

/18/ A.W Snyder and J.D. Love, Optical Wave guide Theory, J.W Arrowsmith Ltd., Bristol-Great Britain, 1983.

/19/ A. Cardama, E.T. Kornhavser, "Modal Analysis of Coupling Problems in Optical Fibers." IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-23, No. 1, pp. 162-169, Jan. 1975

/20/ Y. Chen, "Coupling of Periodic Modes", Light wave Technology, Vol. 9, No. 7, pp. 859-863, July 1991.

/21/ Teletaş, "Fiber Optik Tekniği" Eğitim Departmanı, yayın kodu; 481 05250 TAAİ (Teletaş kodu)

/22/ J. Hecht, Understanding Fiber Optics, Macmillan Computer Book Publishing Division, The United States of America, 1990.

## ÖZGEÇMİŞ

Sebahattin Polat, 1964 yılında İstanbul'da doğdu. 1990 yılında Yıldız Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektronik ve Haberleşme Mühendisliğinden mezun oldu.

Aynı sene, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Elektronik bölümünde yüksek Lisans programına başladı. Halen Teletaş, Radyolink bölümünde montaj ve test mühendisi olarak çalışmaktadır.

**YÜKSEKÖĞRETİM KURULU  
DOKÜMANİTASYON MERKEZİ**