

87698

WAVELET DÖNÜŞÜMÜ İLE SES SIKIŞTIRMA

Elektronik Müh. Abdullah BAL

F.B.E Elektrik Mühendisliği Ana Bilim Dalında
Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Prof. Dr. Halit Pastacı
Prof. Dr. Filiz Güneş
Prof. Dr. Asum Karapaglu
Tez Danışmanı: Prof. Dr. Halit Pastacı

İSTANBUL, 1997

TEŞEKKÜR

Bu çalışmamda yardımlarını esirgemeyen çok değerli Hocam Sayın Prof. Dr. Halit PASTACI Bey'e ve çalışmalarında bana engin hoşgörüsü ile yardımcı olan Teknik Müdürüm Sayın Hakan Ergincan Bey'e ve Muhammed Yıldırım arkadaşşıma sonsuz teşekkürlerimi bir borç bilirim.

İÇİNDEKİLER

KONU	SAYFA NO
ÖZET.....	IV
ABSTRACT.....	V
BÖLÜM 1 KONUŞMA VE SES KODLAYICILAR.....	1
1.0. GİRİŞ.....	1
1.1. Konuşma ve Ses İşaretinin Band Genişliği.....	1
1.2. Konuşma Kodlayıcıların Sınıflandırılması.....	1
1.3. Konuşma ve Ses Kodlayıcıların Karşılaştırılması.....	2
BÖLÜM 2 İŞARET UZAYI.....	6
2.0. Giriş.....	6
2.1. Dik Vektör ve İşaret Uzayları.....	6
2.1.1. Dik Vektör Uzayı.....	7
2.1.2. Dik İşaret Uzayı.....	10
2.1.3. Genelleştirilmiş Dik Açılımlar.....	12
BÖLÜM 3 WAVELET DÖNÜŞÜMÜ.....	16
3.1. Wavelet Fonksiyonları.....	16
3.2. Wavelet Dönüşümü.....	17
3.3. Wavelet Serisi.....	19
3.3.1. Seride Kullanılan Dik Fonksiyonlar.....	20
3.3.2. Wavelet Katsayıları.....	22
3.3.3. Wavelet Serisine Açılım.....	24
BÖLÜM 4 ALT BAND KODLAMA.....	25
4.1. Sayısal Filtreler.....	25

4.2.	Alt Örnekleme (Down Sampling).....	29
4.2.1.	Alt Örneklenmiş İşaretin Spektrumu.....	32
4.3.	Üst Örnekleme (Up Sampling).....	34
4.3.1.	Üst Örneklenmiş İşaretin Spektrumu.....	36
4.4.	İki Kanal Filtre Bankaları.....	37
4.4.1.	İki Kanal Analiz Filtre Bankası.....	38
4.4.2.	İki Kanal Sentez Filtre Bankası.....	40
4.5.	Dörtgen Ayna Filtre Bankası (QMF).....	41
4.5.1.	İki Kanal SBC Filtre Bankaları.....	41
4.5.2.	Standart QMF Bankaları.....	43
BÖLÜM 5	ALT BAND KODLAMA ALGORİTMASI.....	46
5.1.	Giriş.....	46
5.2.	Kodlama Algoritmaları.....	47
	SONUÇLAR.....	60
	KAYNAKLAR.....	61
	ÖZGEÇMİŞ	

ÖZET

Verilerin iletilmesi ve saklanması karşılaşılan sorunlar, sıkıştırma yöntemleri üzerinde yoğun çalışmalarda bulunmaya yol açmıştır. Veri iletimi (verinin özelliğine göre) günümüzde dahi istenilen hızlarda olamamaktadır. Veri saklama konusunda en büyük problem olan maliyeti aşağıya çekebilmek de ancak az yere daha çok verinin saklanması, yani sıkıştırma ile mümkündür. Tabi ki bu yapılırken kalite de önemli bir sınırlayıcı etkindir. Kalitede ise önemli olan sesin kullanım alanıdır. Bu tez çalışmasında ses işaretlerinin kullanım alanları ve bu alanlara uygun sıkıştırma yöntemleri ele alınmıştır.

Bu tezde sıkıştırma yöntemlerinden biri olan ‘Altband Kodlama’ ve ‘Wavelet Dönüşümü’ incelenmiştir. Mekanik problemlerinden işaret işlemeye kadar çok geniş uygulama alanlarına sahip olan Wavelet Dönüşümlerinin işaret işlemeye yönelik özellikleri kullanılarak Altband Kodlama tekniği ile ilişkisi ortaya konmuştur. Daha sonra Altband Kodlama tekniği incelenerek ses sıkıştırma işlemi gerçekleştirilmiştir.

Altband kodlama tekniğini şu şekilde açıklamak mümkündür. Orjinal ses işareti altbandlara filtreler yardımıyla ayrıştırılır. Bu altbandların birbirleriyle ilişkisiz olması için (örtüşmeden dolayı) filtre takımlarının uygun seçilmesine dikkat edilir. Daha sonra elde edilen altbandların enerjilerine göre bit ataması yapılarak, daha az bit sayısı ile daha çok ses bilgisinin saklanması veya iletilmesi sağlanır.

ABSTRACT

The problems in storing and transmitting data made research in data compressing methods necessary. Even today, data transmitting and storing, depending on the type of data, is not fast and cheap enough. The only way to solve these problem is to find how we can put more information in less space. Only data compression can give us this opportunity. A limiting factor in data compression is quality and in sound compression the area of use of sound determines the quality. In this work, the areas of use of sound and proper sound compression methods are taken in consideration.

By using the sound signal processing abilities of the Wavelet Transformation, which has a wide area of application from mechanics to signal processing, we predicted the relationship between Wavelet Transformation and Subband Coding, one of the compression methods.

Subband Coding Technique can be explained as follows: The original signal is divided in subband by proper filters. To be sure that these subbands are independent the filter set must be chosen properly. Later, by assigning bit values to each subband, storing or transmitting sound information by less bits can be performed.

BÖLÜM 1

KONUŞMA VE SES KODLAYICILAR

1.0. GİRİŞ

Ses işaretlerinin iletilmesinde ve depolanmasında verimliliği artırmakta en önemli metodlardan biri ses kodlamadır. İletimde verimlilik bant genişliğinin veya bit oranının azaltılmasıyla sağlanır. Depolamada ise ses işaretinin en düşük bit oranında saklanması hedeflenir.

Ses işaretini sıkıştırmanın kullanıldığı başlıca alanlar; telefon haberleşmesi, telsiz haberleşmesi, özel gizli ses güvenliği, dijital ses yayıncılığı (DAB) , CD, Frekans modülasyon kanalları üzerinden ses (FM) ve yüksek çözünürlüklü televizyonlardır (HDTV).

1.1. Konuşma Ve Ses İşaretinin Bant Genişliği

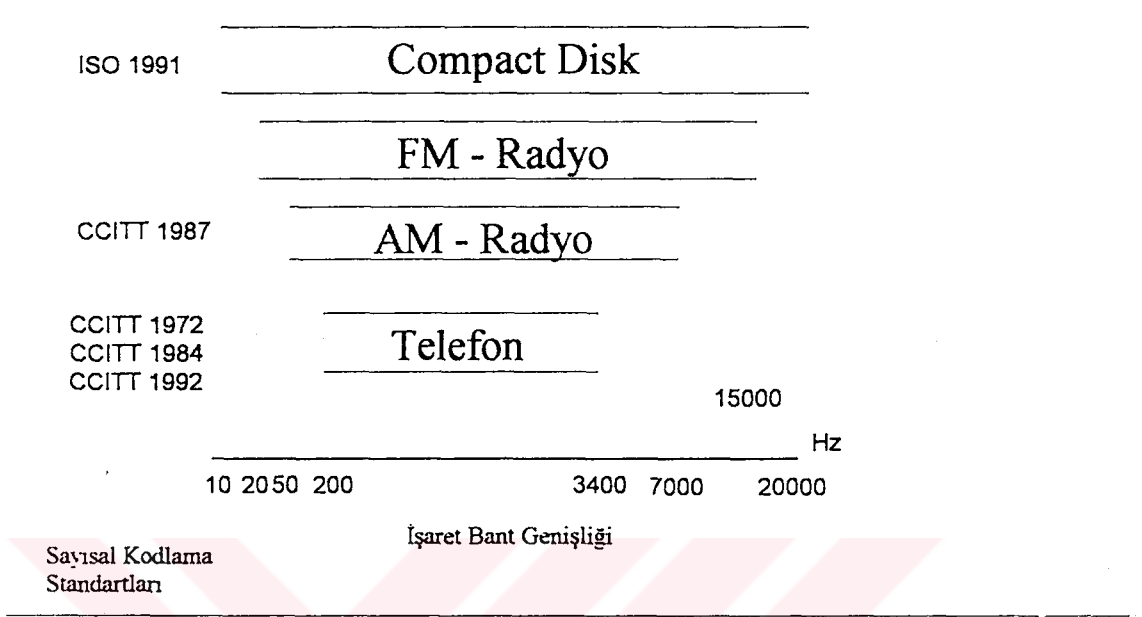
Konuşma (veya ses) işaretlerinin kodlanmasında bit oranlarının tesbitinde işaret bant genişliği önemli bir etkindir.

Şekil 1.1de CD, FM, AM ve telefon işaretleri bant genişlikleri görülmektedir. Telefon kanalları bant genişliği 200-3400 Hz, AM-radyo 50-7000 Hz, FM radyo 20-15000 Hz ve CD ses ise 10-20000 Hz arasındadır. (B.S.Atal,1987)

1.2. Konuşma Kodlayıcıların Sınıflandırılması

Konuşma kodlayıcıları, genel olarak dalga biçimi kodlayıcılar ve kaynak kodlayıcılar olmak üzere iki grupta toplanırlar. (J.H.Chen ,1992)

Kaynak kodlayıcılar, işaretin kaynağından üretilme şekline göre modelleme yapılarak tasarlanırlar. Dalga biçimi kodlayıcılar işareten bağımsız tasarlanabilirler. Yani konuşma, müzik, ton gibi çeşitli işaretleri eşit kalitede kodlayabilirler



Şekil 1.1 Telefon, AM-Radyo, FM-Radyo ve Compact Disk ses işaretleri için

1.3. Konuşma Ve Ses Kodlayıcıların Karşılaştırılması

Bütün konuşma kodlayıcılar dört terim ile karakterize edilebilirler;

- 1) Bit oranı
- 2) Kalite
- 3) İşaret geçikmesi
- 4) Komplekslik

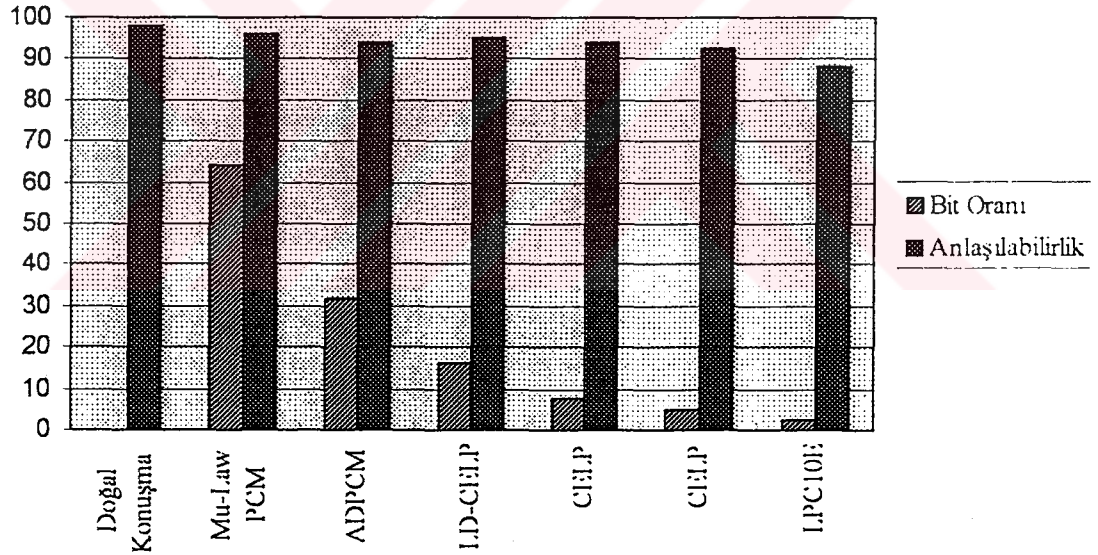
Şekil 1.2 ve 1.3 te telefon bant genişliği, kodlayıcının konuşma anlaşılabilirliği ve konuşma kalitesi 64kb/s - 2.4kb/s aralığındaki bit oranlarında ölçülmüştür.

PCM ve ADPCM kodlayıcı sabit veya adaptif kuantalayıcılı basit dalga formu kodlayıcılardır.

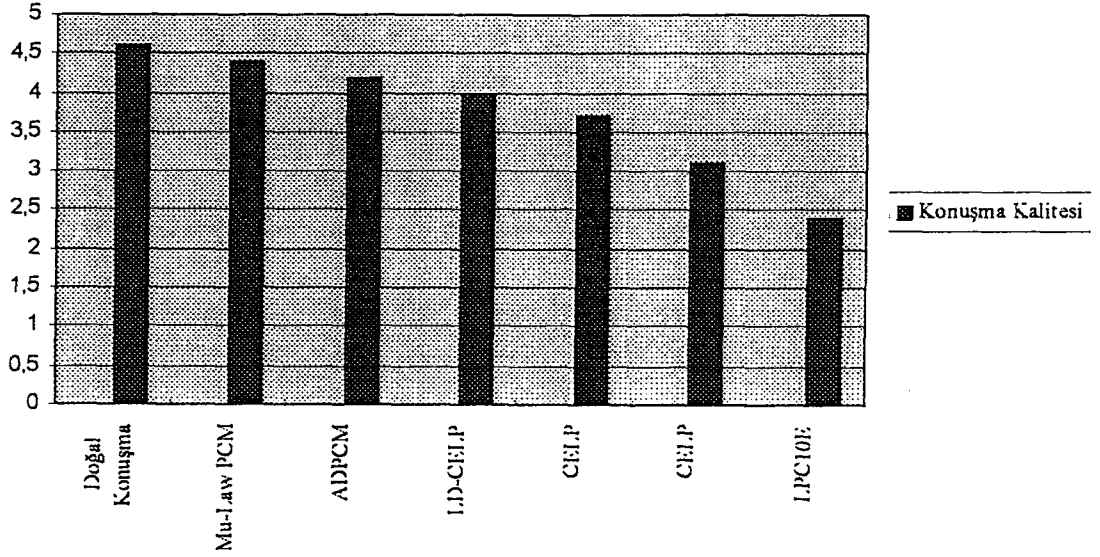
LD-CELP, VSELP ve CELP kodlayıcı, stokastik kodlayıcılardır. LPC 10E kodlayıcı Amerikan standartlarında bir ses kodlama standardıdır.

Kodlayıcıların bit oranları:

- 1) M-Law darbe kod modülasyonu (PCM)-64kb/s
- 2) Adaptif değişken kod modülasyonu (ADPCM)-32kb/s
- 3) Düşük gecikmeli kod-sürülmeli lineer öngörü (LD-VELP)-16kb/s
- 4) Vektörel uyarmalı lineer öngörü (VSELP)-8kb/s
- 5) Kod uyarmalı lineer öngörü (CELP)-4,8kb/s
- 6) Lineer öngörülü kodlama (LPC 10E)-2,4kb/s



Şekil 1.2. Değişik kodlayıcıların DRT ile belirlenmiş konuşma anlaşılabilirliği değerleri



Şekil 1.3. Değişik kodlayıcıların ses kalitesi ortalama değerleri

Ses kalitesindeki MOS (measure opinion scores) kullanılan beş nokta şu şekilde yorumlanmıştır:

- 1) 5- mükemmel kalite, dikkate değer bozulma yok
- 2) 4-iyi kalite, çok önemsiz bir bozulma
- 3) 3- sıradan kalite, dikkat edilir fakat kabul edilebilir bozulma
- 4) 2- kötü kalite, fazla bozulma
- 5) 1- kötü kalite, fazlaca konuşma azalması.

Dalga biçimi kodlayıcılar zaman domeni kodlayıcılar ve frekans domeni kodlayıcılar olmak üzere iki gruba ayrılır. Darbe kod modülasyonu (PMC), diferansiyel darbe kod modülasyonu (DPCM), Delta modülasyonu (DM), Adaptif öngörü kodlaması (APC) zaman domeni kodlama yöntemleridir.

Frekans domeni kodlama tekniklerinde ise giriş işareti çeşitli sayıda frekans bantlarına ayrılır ve herbir bant ayrı ayrı kodlanır. Alt bant kodlama (SBC) ve adaptif dönüşüm kodlaması (ATC) bu tür kodlama tekniğidir.

Tablo-I de ses kodlama tekniklerinin karşılaştırılması görülmektedir. (Lawrance,R.R.,1994)

Tablo 1-Konuşma ve Ses Kodlayıcıları için Hesaplama Kuralları

Telefon Bandgenişliği Kodlama (3.2 kHz Bandgenişliği)				
Algoritma	Oran (kb/s)	Sıkıştırma	MIPS*	Uygulama
PCM	128	1	0	network
Mu-Law	64	2	0	network
ADPCM	32	4	1	network
LD-CELP	16	8	50	network
LC-CELP	16	8	10	ses mesajı kodlayıcısı
RPE-LTP	13	9.7	10	sayısal telsiz
VSELP	8	16	24	sayısal telsiz
CELP+	6.8	18.8	30	videofon/sayısal telsiz
RCELP	4.8	26.7	16	Telefon güvenlik aracı
CELP+	4.8	26.7	30	güvenlik
TFI	4	32	150	sayısal telsiz
LPC10E	2.4	53.3	15	güvenlik
TFI	2.4	53.3	120	güvenlik
Genişband Konuşma Kodlama (7 kHz Bandgenişliği)				
Algoritma	Oran (kb/s)	Sıkıştırma	MIPS*	Uygulama
Sıkıştırılmamış	256	1	0	telekonferans
Altband Kodlayıcısı	64	4	10	telekonferans
LD-CELP	32	8	100	telekonferans
LD-CELP	16	16	400	telekonferans
Ses Kodlama (20 kHz Bandgenişliği)				
Algoritma	Oran (kb/s)	Sıkıştırma	MIPS*	Uygulama
Sıkıştırılmamış	1410	1	0	sayısal ses
ASPEC-Kodlayıcı	256	5.5	150	sayısal ses
ASPEC-KOd Çözücü			25	sayısal ses
PAC-Kodlayıcı	128	11	230	sayısal ses
PAC-KOd Çözücü			20	sayısal ses

* Milyon Komut Saniye

BÖLÜM 2

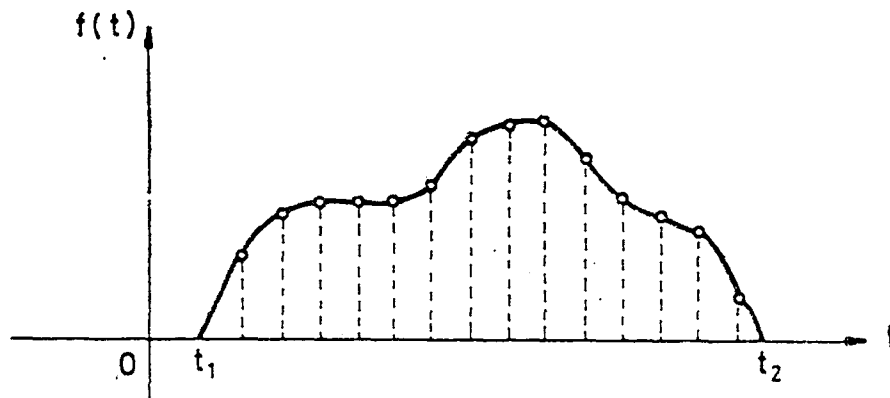
İŞARET UZAYI

2.0. GİRİŞ

İşaret analizinde spektrum kavramı esastır. İşaret işleme ve kodlama konusunda geniş bir uygulama alanına sahip olan wavelet fonksiyonları ve dönüşümlerinin incelenebilmesi için öncelikle bu bölümde dik vektör ve işaret uzayları ele alınacaktır.

2.1. Dik Vektör Ve İşaret Uzayları

Şekil 2.1 de görüldüğü gibi (t_1, t_2) aralığında zamanın tüm değerleri için tanımlanan $f(t)$ işaretini ele alalım. $f(t)$ işareti sınırlı zamanlı ve sonlu enerjilidir. Bu şekil $f(t)$ yi belirlemenin yollarından biridir. Bağımsız değişken t nin herbir değeri için $f(t)$ işaretinin aldığı değeri göstermektedir. Zamanın belirli anlarında alınacak örneklerle de bu işareti göstermek mümkündür. Eğer bu örnekleme aralıklarını sıklaştırırsak, $f(t)$ nin değişimlerini daha iyi biliriz. Açık olarak, $f(t)$ yi tamamen belirlemek için sonsuz sayıda örneğe ihtiyaç vardır.



Şekil 2.1 Sınırlı Zamanlı ve Sonlu enerjili işaret

Alternatif olarak, t eğişkeninin seçimine bağılı bulunmayan sayılabilir bir sayı kümesi ile bu $f(t)$ işaretini belirlemek mümkündür. Diğer bir deyişle, $f(t)$ işaretini

$$f(t) = \sum_n f_n \phi_n(t) \quad (2.1)$$

biçiminde ifade etmek istiyoruz. (2.1) de $\phi_n(n)$, belirlenecek bir dik fonksiyon kümesini ve f_n ler ise zamandan bağımsız sayıları göstermektedir.

Vektörleri sayılabilir bir sayılar kümesi ile gösterilmeye alışkın olunulduğundan öncelikle dik vektör uzayının bazı temel özellikleri ele alınacaktır.

2.1.1 Dik Vektör Uzayı

x ve y verilen iki vektör ise, y vektörü, x yönünde bulunan keyfi bir y' bileşeni ve hata vektörü e cinsinden ifade edilebilir. Bu durum şekil 2.2(a)'da gösterilmektedir. O halde, y vektörü

$$y = y' + e = kx + e \quad (2.2)$$

$$y' = kx \quad (2.3)$$

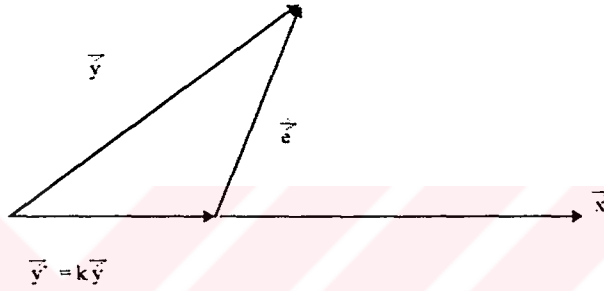
biçiminde yazılabilir. Şimdi hata vektörü e yi minimum yapacak k nın değerinin bulunması gerekmektedir. $k=k_{\min}$ hatayı minimum yapan değeri gösteriyorsa, y nin ne kadarının x yönünde olduğunun ölçüsü $k_{\min}$ ile gösterilmektedir. Eğer $k_{\min} = 0$ ise, x ve y vektörleri diktir. Üçgenler için kosinüs kuralından

$$|e|^2 = |y|^2 + k^2|x|^2 - 2|y||x|k \cos\theta \quad (2.4)$$

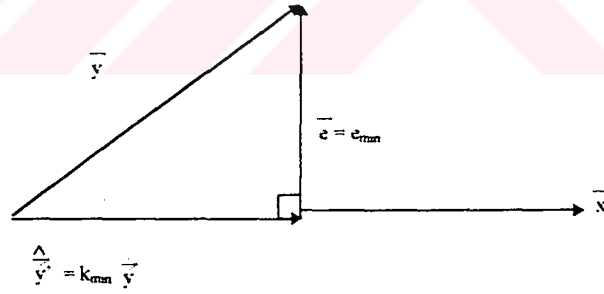
yazılabilir. Hatanın genliğinin karesi k 'nın parabolik bir fonksiyonu olduğundan, $|e|^2$ nin k ya göre türevini sıfır yapan $k=k_{\min}$ değeri $|e|^2$ yi de minimum yapar. Yani,

$$k_{\min} = \frac{|\mathbf{x}||\mathbf{y}|\cos\theta}{|\mathbf{x}|^2} = \frac{\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}}{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}} \quad (2.5)$$

olarak bulunur. (2.5) denkleminde iki vektörün skaler çarpımlarının oranı biçiminde $k_{\min}$ ifade edilmektedir.



a) Hata vektörünün tanımı.



b) Diklik

Şekil 5.2 Dik vektör uzayları

N. dereceden iki vektör

$$\mathbf{x} = [x_1 x_2 \dots x_N]^T \quad (2.6)$$

$$\mathbf{y} = [y_1 y_2 \dots y_N]^T \quad (2.7)$$

biçiminde yazılabildiğinden,

$$\begin{aligned} \mathbf{x} \cdot \mathbf{y} &= \langle \mathbf{x}, \mathbf{y} \rangle = \mathbf{x}^T \mathbf{y} = \mathbf{y}^T \mathbf{x} \\ &= x_1 y_1 + x_2 y_2 + \dots + x_N y_N \end{aligned} \quad (2.8)$$

yazılabilir. $k=k_{\min}$ olduğu zaman, $\mathbf{y}$ nin $\mathbf{x}$ yönündeki bileşini y' olarak gösterilirse,

$$\mathbf{y}' = k_{\min} \mathbf{x} = \left(\frac{\mathbf{y}^T \mathbf{x}}{\mathbf{x}^T \mathbf{x}} \right) \mathbf{x} \quad (2.9)$$

ilişkisi geçerlidir.

Hata vektörünün karesinin minimumu,

$$|e|_{\min}^2 = |\mathbf{y}|^2 (1 - \cos^2 \theta_0) = |\mathbf{y}|^2 \sin^2 \theta_0$$

$$|\mathbf{y}|^2 - k_{\min}^2 |\mathbf{x}|^2 = |\mathbf{y}|^2 - |\mathbf{y}'|^2 \quad (2.10)$$

olmalıdır. Bu ise, hata vektörünün $k=k_{\min}$ için minimum olmasının yanısıra x vektörüne dik olduğunu göstermektedir. Yani, $e_{\min} \perp x$ dir. Şekil 2.2(b) de bu durum görülmektedir. Eğer $e_{\min} = [e_1 \ e_2 \dots \ e_N]^N$ ise,

$$\begin{aligned} \langle e_{\min}, x \rangle &= e_{\min} \cdot x \\ &= e_{\min} \cdot x = \sum_{n=1}^N e_n x_n = 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

(2.11) ilişkisi diklik koşulu olarak bilinir.

2.1.2. Dik İşaret Uzayı

Vektör uzayı kavramı işaret uzayı ve zamanın fonksiyonlarına genelleştirilebilir x ve y vektörleri yerine zamanın kompleks bir fonksiyonu olan $x(t)$ ve $y(t)$ işaretlerini ele alalım. (2.2) denklemine benzer şekilde, $y(t)$ işareti $x(t)$ ve hata fonksiyonu $e(t)$ cinsinden ifade edilebilir.

$$y(t) = kx(t) + e(t) \quad (2.12)$$

$kx(t)$ terimi $y(t)$ nin $x(t)$ fonksiyonu üzerine olan projeksiyonudur. $e(t)$ ise hata terimi olup

$$e(t) = y(t) - kx(t) \quad (2.13)$$

olarak yazılabilir. Sabit bir (t_1, t_2) zaman aralığında hatanın karesinin integralini minimum yapan k 'nın değeri $k=k_{\min}$ olarak gösterilirse, $e_{\min}$ vektör uzayındakine benzer şekilde bulunur.

* karmaşık eşleniği gösterirse, minimize edilecek hatanın karesinin integrali

$$\begin{aligned}\langle e(t), e(t) \rangle &= \int_{t_1}^{t_2} e(t) e^*(t) dt \\ &= \int_{t_1}^{t_2} |e(t)|^2 dt\end{aligned}\quad (2.14)$$

notasyonu ile gösterilir.(2.13)den

$$|e(t)|^2 = [y(t) - kx(t)][y^*(t) - k^*x^*(t)] \quad (2.15)$$

ve

$$\begin{aligned}\langle e(t), e(t) \rangle &= \langle y(t), y(t) \rangle + |k|^2 \langle x(t), x(t) \rangle \\ &\quad - k \langle x(t), y(t) \rangle - k^* \langle y(t), x(t) \rangle\end{aligned}\quad (2.16)$$

(2.16) denklemden, $k_{\min}$

$$k_{\min} = \frac{\langle y(t), x(t) \rangle}{\langle x(t), x(t) \rangle} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} y(t) x^*(t) dt}{\int_{t_1}^{t_2} x(t) x^*(t) dt} \quad (2.17)$$

olarak bulunur. (2.17) ve (2.5) denklemlerinin karşılaştırılmasından, işaret ve vektör uzaylarında $k_{\min}$ un elde edilmesindeki benzerlik görülmektedir. Ayrıca (2.17) denklemden $k_{\min}=0$ yapılarak $x(t)$ ve $y(t)$ işaretlerinin dik olma koşulu

$$\int_{t_1}^{t_2} y(t)x^*(t)dt = 0 \quad (2.18)$$

olarak bulunur. $k = k_{\min}$ olduğu zaman $y(t)$ fonksiyonun $x(t)$ üzerine olan izdüşümü $y'(t)$ olarak gösterilir ve

$$y'(t) = k_{\min} x(t) \quad (2.19)$$

olarak verilir. (2.19) dan minimum hatanın karesinin integrali

$$\langle e_{\min}(t), e_{\min}(t) \rangle = \langle y(t), y(t) \rangle - k_{\min}^2 \langle x(t), x(t) \rangle \quad (2.20)$$

olarak bulunur. Yukarıdaki denklem (2.10) nun benzeridir. Ayrıca, $e(t) = e_{\min}(t) x(t)$ işaretine dik olduğu zaman $k = k_{\min}$ olarak belirlenecektir.

$$\int_{t_1}^{t_2} e_{\min}(t)x^*(t)dt = 0 \quad (2.21)$$

2.1.3. Genelleştirilmiş Dik Açılımlar

Fonksiyonların yaklaşık olarak ifadesi için dik işaret uzayı kavramı genelleştirilmiş dik açılımlar teorisi biçiminde genişletilebilir (Papoulis, A., 1962). Bu genel teoride, Fourier serisi bir örnek olarak verilecektir. Verilen bir $f(t)$ fonksiyonuna $\phi_{\min}(t)$ ile gösterilen fonksiyonlarının sabit katsayılarla çarpımlarının toplamı biçiminde yaklaşık olarak ifade etmek istenilmektedir. O halde, $f(t)$ nin yaklaşık olarak ifadesi

$$\begin{aligned}
 f'(t) &= \sum_{k=-N}^N f_k \phi_k(t) \\
 &= F^T \psi(t) = \psi^T(t) F
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

biçiminde yazılabilir. (2.22) ifadesinde F sayısal katsayılardan oluşan vektörü gösterir.

$$F = [f_{-N} \dots f_{-1} f_0 f_1 \dots f_N]^T \tag{2.23}$$

$\psi(t)$ ise bu açılımda kullanılan temel fonksiyonlardan oluşan vektörü göstermektedir.

$$\psi(t) = [\phi_{-N}(t) \dots \phi_{-1}(t) \phi_0(t) \phi_1(t) \dots \phi_N(t)]^T \tag{2.24}$$

(2.14) de olduğu gibi burada da temel amaç, sabit bir aralık üzerinde hata fonksiyonu $e(t)$ nin karesinin integralini minimum yapacak şekilde f_n katsayılarını belirlemektir. Hata fonksiyonu

$$e(t) = f(t) - f'(t) \tag{2.25}$$

biçiminde yazılır. (2.22) ve (2.25) yardımı ile

$$e(t) = f(t) - \psi^T(t) F \tag{2.26}$$

ve

$$e^*(t) = f^*(t) - F^T \psi^*(t) \tag{2.27}$$

elde edilir. Buradan hatanın karesinin (t_1, t_2) aralığındaki integrali,

$$\begin{aligned}
 \langle e(t), e(t) \rangle &= \int_{t_1}^{t_2} e(t) e^*(t) dt \\
 &= \langle f(t) - F^T \psi(t), f(t) - \psi^T(t) F \rangle \\
 &= \langle f(t), f(t) \rangle + F^T \langle \psi(t), \psi^T(t) \rangle F \\
 &\quad - F^T \langle \psi(t), f(t) \rangle - \langle f(t), \psi(t) \rangle F
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

biçiminde yazılabilir.

(2.28) deki $\langle \psi(t), \psi^T(t) \rangle$ terimi,

$$\begin{aligned}
 \langle \psi(t), \psi^T(t) \rangle &= \int_{t_1}^{t_2} \psi(t) \psi^{*T}(t) dt \\
 &= \left[\langle \phi_i(t), \phi_j(t) \rangle \right]
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

olarak yazılabilir. $\psi(t)$ bir sütun vektörü ve $\psi^{*T}(t)$ bir satır vektörü olduğundan

$\langle \psi(t), \psi^T(t) \rangle$ bir kare matrisi oluşturur. $\langle \phi_i(t), \phi_j(t) \rangle$ notasyonu ise bu sözkonusu matrisin terimlerini göstermektedir. Eğer $\phi_k(t)$ fonksiyonları birbirine dik ise, yani $i \neq j$ için $\langle \phi_i(t), \phi_j(t) \rangle = 0$ olur. Böylece, $\langle \psi(t), \psi^T(t) \rangle$ bir diyagonal matris biçimini alır.

$$\langle \psi(t), \psi^T(t) \rangle = \text{Diag} \left[\langle \phi_i(t), \phi_i(t) \rangle \right]$$

F nin parbolik bir fonksiyonu olan (2.28) denklemi F nin elemanlarına bağı olarak minimum yapılabilir. F nin herhangi bir terimi f_k için, (2.28) aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$\langle e(t), e(t) \rangle = \langle f(t), f(t) \rangle + f_k^2 \langle \phi_k(t), \phi_k(t) \rangle$$

$$-f_k \langle \phi_k(t), f(t) \rangle - f_k^* \langle f(t), \phi_k(t) \rangle \quad (2.30)$$

$\phi_k(t)$ fonksiyonlarının dik oldukları varsayıldığından, (2.30) denklemi (2.16) ile aynı biçimdedir. f_k ya göre alınacak türevin sıfıra eşitlenmesi ile (2.17) nin benzeri elde edilir (Kayran, A.H., 1990) . Yani,

$$f_k = \frac{\langle \phi_k(t), \phi_k(t) \rangle}{\langle f(t), \phi_k(t) \rangle} = \frac{\int_{t_1}^{t_2} f(t) \phi_k^*(t) dt}{\int_{t_1}^{t_2} \phi_k(t) \phi_k^* dt} \quad (2.31)$$

BÖLÜM 3

WAVELET DÖNÜŞÜMÜ

3.1. Wavelet Fonksiyonları

İşaret işleme ve özellikle kodlama konusunda geniş bir uygulama alanına sahip olan wavelet fonksiyonları ve dönüşümü ilk olarak Calderon tarafından ortaya atılmıştır. Bu çalışma kuantum mekaniği ve istatistiksel mekanik problemlerine uygulanmıştır. Bu iki konuda gelişmelere yol açan wavelet fonksiyonları işaret işleme ve kodlama alanında yeni ve etkili bir algoritmanın ortaya çıkmasına öncülük etmiştir.

Bu bölümde wavelet dik işaret kümesinin elemanları olan wavelet fonksiyonlarının tanımı yapılacak ve bu tanımı sağlayan haar fonksiyon kümesi örnek olarak verilecektir. (Calderon, A.P, 1964)

$H(\omega)$, $h(x)$ 'in fourier dönüşümü olmak üzere;

$$\int_{-\infty}^{\infty} h(x) dx = 0 \quad (3.1)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 |\omega|^{-1} d\omega < \infty \quad (3.2)$$

$h(x)$ 'in x eksenini boyunca yayılması (veya sıkıştırılması) ve ötelenmesi anlamına gelen;

$$h_{ab}(x) = |a|^{-1/2} h\left(\frac{x-b}{a}\right) \quad (a, b \text{ sabit}) \quad (3.3)$$

dönüşümü ile elde edilen $h_{ab}(x)$ fonksiyonlarına wavelet fonksiyonları denir. Bu tanımı sağlayan bir wavelet fonksiyon kümesi meydana getirmek için haar tarafından önerilen ve “Haar Basis” olarak bilinen modelde;

$$h(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 1/2 \\ -1, & 1/2 \leq x < 1 \\ 0, & \text{diger} \end{cases} \quad (3.4)$$

olarak alınmıştır.

3.2. Wavelet Dönüşümü

$f(x)$ herhangi bir fonksiyon olmak üzere;

$$F(a, b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) h\left(\frac{x-b}{a}\right) dx \quad (3.5)$$

tanımı ile verilen dönüşüme wavelet dönüşümü denir (Daubechies, 1988).

(3.5) eşitliğinde;

$f(x)$: Wavelet dönüşümü alınacak işaret

$h(x)$: Wavelet fonksiyonu

$F(a,b)$: $f(x)$ in wavelet dönüşümü

a : Yayılma parametresi

b : Öteleme parametresini göstermektedir.

Kuantum mekaniği ve istatistiksel mekanik konularında geniş ve etkili bir uygulama alanına sahip olan bu dönüşümdeki a ve b değişkenlerine, işaret analizi için kullanıldığı çalışmalarda, m ve n tamsayı olmak üzere;

$$a=a_0^m \text{ ve } b=b_0na_0^m \quad (3.5.a)$$

şeklinde bir kısıtlama getirilmiştir (Grosman, A. and Morlet, J., 1984). Bu kısıtlama $a_0=2$ ve $b_0=1$ alınarak (3.3) eşitliği ile verilen wavelet fonksiyonu tanımına uygulanırsa,

$$h_{mn}(x) = 2^{-m/2} h(2^{-m}x - n) \quad m, n \in \mathbb{Z} \quad (3.6)$$

eşitliği elde edilir. Wavelet dönüşümü alınacak $f(x)$ fonksiyonunun $x \in [0, N]$ aralığında tanımlı olduğu düşünölsün. Bu durumda m ile n arasında;

$$n = \frac{N}{2^m} \quad (3.6.a)$$

ilişkisi vardır. a ve b Parametrelerine (3.5.a) eşitliği ile getirilen kısıtlama sonucu wavelet dönüşümü;

$$F(m, n) = \langle h_{mn}(x), f(x) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} h_{mn}(x) f(x) dx \quad (3.7)$$

şeklini alır. (3.7) eşitliği ile verilen $F(m, n)$ wavelet dönüşümünü kullanılması sonucu, $f(x)$ fonksiyonu sabit bir m değeri için;

$$f(x) = \sum_{n=0}^{N/2^m} F(m, n) h_{mn}(x) + R(x) \quad (m=\text{sabit}) \quad (3.8)$$

şeklinde ifade edilebilir. $R(x)$ hata terimini göstermektedir. Toplamdaki terim sayısını n belirler. Terim sayısı arttıkça hatanın küçölmesi beklenir.

$h(x)$ fonksiyonunun (3.4) eşitliğinde belirtilen Haar modeli olarak alınması durumunda $h_{mn}(x)$ wavelet fonksiyonları dik bir küme oluştururlar. Dik bir küme oluşturan ve (3.1), (3.2) eşitliklerini sağlayan $h_{mn}(x)$ ve $h(x)$ fonksiyonları için Y. Meyer, P. Lemarie ve G. Battle tarafından çeşitli tanımlar yapılmıştır. Bu modellerin Haar tarafından önerilen $h(x)$ modeline göre, işaretin analizi ve yeniden elde edilmesi

bakımından daha elverişli oldukları söylenebilir. Fakat temel olması ve (4.1) bölümünde incelenecek olan algoritmanın açıklanmasında kolaylıklar sağlaması açısından Haar tarafından önerilen $h(x)$ modeli dah uygundur. Önerilen modellerin tümünde;

$$a_0 = 2 \quad \text{için} \quad a = a_0^m, \quad a = 2^m$$

$$b = 1 \quad \text{için} \quad b = b_0 n a_0^m, \quad b = n 2^m$$

alınmıştır. Bundan sonra yapılacak incelemelerin tümünde, işaret işleme için uygun olan ve yukarıda belirtilmiş olan kabuller esas alınacaktır.

3.3. Wavelet Serisi

Haar tarafından önerilen $h(x)$ fonksiyonu ve bundan elde edilen $h_{mn}(x)$ dik wavelet ailesi kullanılarak herhangi bir sürekli $f(x)$ fonksiyonu, sabit bir m değeri için fonksiyonu bir toplam serisi şeklinde ifade edilebilir.

$$f(x) = \sum_{n=0}^{N/2^m} F(m,n) h_{mn}(x) + R(x) \quad (m=\text{sabit}) \quad (3.8.a)$$

Burada görünen $F(m,n)$ fonksiyonu (3.7) eşitliği ile tanımlanmış olan wavelet dönüşümdür. Bu bölümde, (3.4) bağlantısında tanımlanmış olan $h(x)$ fonksiyonundan yararlanarak, $p(x)$ ve $q(x)$ tanımlanacak, bu fonksiyonların (3.6) bağıntısına uyarlanması sonucu elde edilen $p_{mn}(x)$ ve $q_{mn}(x)$ ailesinin normleştirilmiş dik bir küme oluşturdukları gösterilecek ve bu küme kullanılarak herhangi bir sürekli $f(x)$ fonksiyonunun wavelet serisine açılımı bulunacaktır.

3.3.1. Seride Kullanılan Dik Fonksiyonlar

(3.8.a) eşitliği ile verilen açılımda kullanılan $h_{mn}(x)$ wavelet fonksiyonları ile tamlık koşulu sağlanamaz. Tamlık koşulunun sağlanması için wavelet serisi yönteminde iki tip fonksiyon ailesi kullanılır. Bunlar $p_{mn}(x)$ ve $q_{mn}(x)$ fonksiyonlarıdır.

$$P(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & \text{diger} \end{cases} \quad (3.9)$$

$$q(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x < 1/2 \\ -1, & 1/2 \leq x < 1 \\ 0, & \text{diger} \end{cases} \quad (3.10)$$

(3.9) ve (3.10) eşitlikleri ile tanımları verilen $p(x)$ ve $q(x)$ fonksiyonları (3.6) eşitliğine uygulanırlarsa;

$$p_{mn}(x) = 2^{-m/2} p(2^{-m}x - n)$$

$$p_{mn}(x) = \begin{cases} 2^{-m/2}, & 2^m n \leq x < 2^m (n+1) \\ 0, & \text{diger} \end{cases} \quad (3.11)$$

$$q_{mn}(x) = 2^{-m/2} q(2^{-m}x - n)$$

$$q_{mn}(x) = \begin{cases} 2^{-m/2}, & 2^m n \leq x < 2^m (n+1/2) \\ -2^{-m/2}, & 2^m (n+1/2) \leq x < 2^m (n+1) \\ 0, & \text{diger} \end{cases} \quad (3.12)$$

elde edilir.

$p_{mn}(x)$ ve $q_{mn}(x)$ fonksiyonları normalize edilmiş dik bir küme oluşturduklarını göstermek amacı ile $p_{mn}(x)$ ailesinin n inci ve k inci elemanlarının sabit bir m değeri için çarpımını elde edelim.

$$p_{mn}(x)p_{mk}(x) = \begin{cases} 2^{-m} & , 2^m n \leq x < 2^m (n+1) \\ 0 & , \text{diğer} \end{cases} \quad (3.13)$$

(3.13) eşitliğinde her iki tarafın integrali alınırsa;

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_{mn}(x)p_{mk}(x)dx = \int_{2^{m-n}}^{2^{m(n-1)}} 2^{-m} dx \quad , \quad n = k \quad (3.14)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_{mn}(x)p_{mk}(x)dx = \begin{cases} 1 & , \quad n = k \\ 0 & , \quad n \neq k \end{cases} \quad (3.15)$$

bulunur. (3.15) eşitliği $p_{mn}(x)$ fonksiyonu ailesinin sabit bir m değeri için normalize edilmiş dik bir küme oluşturduğunu gösterir. Benzer şekilde, (3.11) ve (3.12) eşitliklerinden yararlanarak, sabit bir m değeri için;

$$\int_{-\infty}^{\infty} q_{mn}(x)dx = 0 \quad (3.16)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_{mn}(x)q_{mn}(x)dx = 0 \quad (3.17)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} p_{mn}(x)q_{mk}(x)dx = 0 \quad (3.18)$$

olduğu görülebilir. (3.17) ve (3.18) eşitliklerinden anlaşılabileceği gibi sabit bir m için $p_{mn}(x)$ ve $q_{mn}(x)$ fonksiyon aileleri birbirlerine diktir. Ayrıca $q_{mn}(x)$ kümesinin normalleştirilmiş dik bir küme olduğunu ifade eden;

$$\int_{-\infty}^{\infty} q_{mn}(x)q_{mk}(x)dx = \begin{cases} 1, & n = k \\ 0, & n \neq k \end{cases} \quad (3.19)$$

eşitliği de elde edilebilir.

3.3.2 Wavelet katsayıları

(3.11) ve (3.12) eşitlikleri ile tanımlanmış olan $p_{mn}(x)$ ve $q_{mn}(x)$ fonksiyonları kullanılarak $c(m,n)$ ve $d(m,n)$ wavelet katsayıları sabit bir m için;

$$c(m,n) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)p_{mn}(x)dx \quad (3.20)$$

$$d(m,n) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)q_{mn}(x)dx \quad (3.21)$$

(3.20) ve (3.21) eşitlikleri ile tanımlanır. (3.11) ve (3.12) eşitliklerinden yararlanarak, $c(m,n)$ ve $d(m,n)$ katsayılarının sabit bir m için;

$$c(m,n) = 2^{-m/2} \int_{2^m n}^{2^{m(n+1)}} f(x)dx \quad (3.22)$$

$$d(m,n) = 2^{-m/2} \int_{2^m n}^{2^{m(n+1/2)}} f(x)dx - 2^{-m/2} \int_{2^{m(n-1/2)}}^{2^{m(n+1)}} f(x)dx \quad (3.23)$$

olduğu görülebilir.

seriye açılacak $f(x)$ fonksiyonunun $x \in [0, N]$ olduğu düşünölsün.

$$f(x) = \begin{cases} f(x) & , \quad 0 \leq x < N \\ 0 & , \quad \text{diger} \end{cases} \quad (3.24)$$

Bu durumda $c(m, n)$ wavelet katsayıları sabit bir m için,

$$c(m, n) = \begin{cases} 2^{-m/2} \int_{2^m n}^{2^m(n+1)} f(x) dx & , \quad 0 \leq x \leq N \\ 0 & , \quad \text{diger} \end{cases} \quad (3.25)$$

olarak elde edilir. (3.25) bağıntısına göre işaretin uzunluğu N , açılımın derecesi m ve açılımdaki terim sayısı n arasında bir ilişki vardır. $f(x)$ işaretinin $[2^m n, 2^m(n+1)]$ aralıkları boyunca entegrali alınmaktadır. Terim sayısı n pozitif bir tamsayı olduğuna göre bu aralıklar birbirine eşit ve 2^m uzunluğundadır. Bu durumda terim sayısı n ile işaret uzunluğu N arasındaki ilişki;

$$n = N / 2^m \quad (3.26)$$

şeklinde olacaktır.

(3.26) eşitliği, seriye açılacak olan $f(x)$ fonksiyonunun $[0, N]$ aralığında tanımlı olması durumunda seçilecek sabit bir m değeri için, seride kullanılacak olan $c(m, n)$ ve $d(m, n)$ katsayılarının adedini göstermektedir. Sabit bir m değeri için (3.22) ve (3.23) eşitlikleri,

$$c(m, n) = \begin{cases} 2^{-m/2} \int_{2^m}^{2^{m(n-1)}} f(x) dx & , \quad 0 \leq n \leq N/2^m \\ 0 & , \quad \text{diger} \end{cases} \quad (3.27)$$

$$d(m, n) = \begin{cases} 2^{-m/2} \left(\int_{2^m}^{2^{m(n-1/2)}} f(x) dx - \int_{2^{m(n-1/2)}}^{2^{m(n-1)}} f(x) dx \right) & , \quad 0 \leq n \leq N/2^m \\ 0 & , \quad \text{diger} \end{cases} \quad (3.28)$$

şeklinde yazılabilir.

3.3.3. Wavelet Serisine Açılım

Seriye açılacak olan $f(x)$ fonksiyonunun $[0, N]$ aralığında tanımlı olduğu düşünölsün. $p_{mn}(x)$ ve $q_{mn}(x)$ fonksiyonları ve seriye açılacak olan $f(x)$ fonksiyonunun sabit bir m için $p_{mn}(x)$, $q_{mn}(x)$ ler üzerine izdüşümü olan $c(m, n)$ katsayıları kullanılarak, $f(x)$ in wavelet serisine açılımı;

$$f(x) = \sum_{n=0}^{N/2^m} c(m, n) p_{mn}(x) + \sum_{n=0}^{N/2^m} d(m, n) q_{mn}(x) + R(x) \quad (3.29)$$

şeklinde tanımlanır. $R(x)$ hata fonksiyonudur. Toplamdaki terim sayısı, $m \in \mathbb{Z}$ olmak üzere, kullanıcı tarafından seçilen bir m ile değıştirilebilir. (Koçak, O.H., 1991)

BÖLÜM 4

ALTBAND KODLAMA

4.1. Sayısal Filtreler

Bu bölüme kadar yapılan incelemelerde sürekli bir $f(x)$ fonksiyonunun, $p_{mn}(x)$ ve $q_{mn}(x)$ wavelet fonksiyonları kullanılarak elde edilen $c(m,n)$ ve $d(m,n)$ katsayıları yardımı ile seriye açılımı incelendi. Farklı dereceli açılımlarda kullanılan katsayıların birbiri ile olan ilişkisi gösterildi.

Elde edilen $c(m,n)$ wavelet katsayıları, m ve n in tamsayı olduğu gözönünde bulundurularak, sabit bir m değeri için, $c(n)$ dizisi şeklinde yorumlanabilir. Bu dizideki elaman sayısı n , sürekli $f(x)$ fonksiyonunun uzunluğu N ve açılımın derecesi m olmak üzere:

$$n = N / 2^m \quad (4.1)$$

şeklinde bir ilişki vardır. Herhangi bir açılım derecesi m ise, $c(m,n)$ dizisi,

$$c_m(n) = c(m,n) \quad (4.2)$$

şeklinde gösterilmiş olsun. $c_m(n)$ ve $c_{m-1}(n)$ dizileri arasındaki ilişki;

$$c_m(k) = \sum_{n=0}^{2L} c_{m-1}(n)h(n-2k) \quad (4.3)$$

olarak verilebilir. $h_0(n)=h(-n)$ şeklinde tanımlanan bir $h_0(n)$ dizisi kullanılarak;

$$h(n-2k) = h_0(2k-n) \quad (4.4)$$

yazılabilir. Bu durumda (4.3) eşitliği;

$$c_m(k) = \sum_{n=0}^{2L} c_{m-1}(n)h(n-2k) \quad (4.5)$$

şeklini alır. $2k=k$ değişken dönüşümü ile ;

$$c_m(K/2) = \sum_{n=0}^{2L} c_{m-1}(n)h_0(K-n) \quad (4.6)$$

aşamasına gelinir.

$$x(K) = c_m(K/2) \quad (4.7)$$

şeklinde bir $x(K)$ dizisi tanımlanarak ;

$$x(K) = \sum_{n=0}^{2L} c_{m-1}(n)h_0(K-n) \quad (4.8)$$

bulunur. Bu son eşitlik, $c_{m-1}(k)$ dizisi ile $h_0(k)$ dizilerinin konvolüsyon toplamıdır. Başka bir deyişle impuls cevabı $h_0(n)$ olan bir sayısal filtrenin girişine $c_{m-1}(n)$ işaretinin uygulanması ve çıkışta $x(n)$ işaretinin elde edilmesidir.

$$x(n) = c_m(n/2) \quad , \quad x(2n) = c_m(n) \quad (4.9)$$

olduğuna göre, $x(n)$ den $c_m(n)$ işaretinin elde edilmesi için $h_0(n)$ filtresinin çıkışındaki her iki örnekten biri tutulmalıdır.

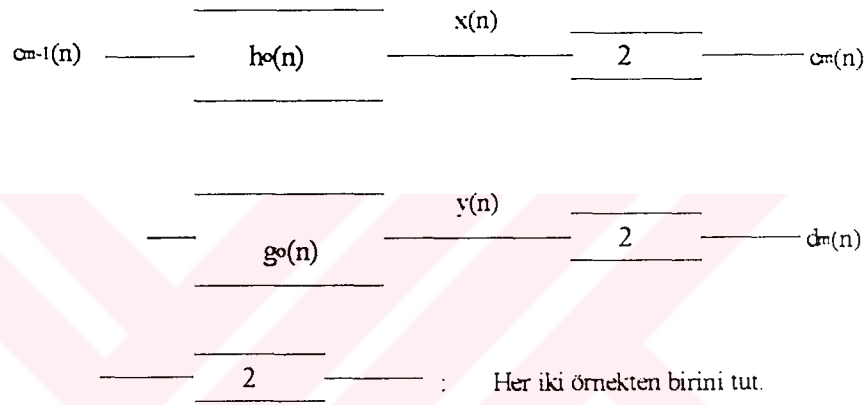
Benzer işlemlerle $g(n)$ dizisini kullanarak;

$g_0(n) = g(-n)$ olan $g_0(n)$ yardımı ile;

$d_m(n) = d(m, n)$ işareti ;

$$y(n) = \sum_{k=0}^{2L} c_{m-1}(k)g_0(n-k) \quad (4.10)$$

filtreleme işlemi sonucu elde edilen $y(n)$ işaretinin her iki örneğinden birinin tutulması ile bulunabilir. Şekil (4.1) ile gösterilen bu yapının işleyişini açıklayan bir örnek tablo (2) verilmiştir.



Şekil 4.1. İşaretin ayrıştırılması

Tablo-2 $a(n)$ ve $b(n)$ katsayıları

$a(n)$ — 2 — $b(n)$ $b(n) = a(2n)$

n	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
a(n)	1	3	11	17	21	35	2	15	12	1	5
b(n)	1	11	21	2	12	5					

Şekil (4.1) den izlendiği gibi, $c_{m-1}(n)$ işareti, impuls cevapları $h_0(n)$ ve $g_0(n)$ olan iki filtreden geçirildikten sonra filtre çıkışlarındaki işaretlerin her iki örneğinden birinin tutulması ile elde edilen $c_m(n)$ ve $d_m(n)$ işaretlerine ayrıştırılmıştır. $c_m(n)$ ve $d_m(n)$ işaretlerine benzer filtreleme ve örnekleme işlemleri uygulanarak $c_{m-1}(n)$ 'i yeniden elde etmek mümkündür. Bu amaçla;

$$c_{m-1}(k) = \sum_{n=0}^L c_m(n)h(k-2n) + \sum_{n=0}^L d_m(n)g(k-2n) \quad (4.11)$$

şeklinde yazılabilir. $i=2n$ değişken dönüşümü ile;

$$c_{m-1}(k) = \sum_{l=0}^L c_m(l/2)h(k-l) + \sum_{l=0}^L d_m(l/2)g(k-l) \quad (4.12)$$

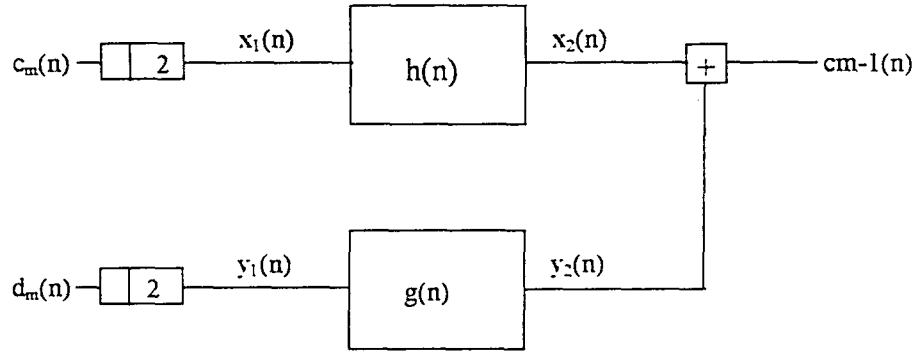
aşamasına gelinir.

$x_1(n) = c_m(n/2)$ ve $y_1(n) = d_m(n/2)$ tanımları verilerek;

$$c_{m-1}(k) = \sum_{n=0}^L x_1(n)h(k-n) + \sum_{n=0}^L y_1(n)g(k-n) \quad (4.13)$$

sonucuna varılır. Bu son eşitlik, $y_1(n)$ ve $x_1(n)$ işaretlerinin, impuls cevapları $h(n)$ ve $g(n)$ olan iki sayısal filtreye uygulanması ve filtre çıkışlarındaki işaretlerin toplanarak $c_{m-1}(n)$ işaretinin elde edilmesinin matematik modelidir. $h(n)$ ve $g(n)$ filtrelerinin girişlerine uygulanan $x_1(n)$ ve $y_1(n)$ işaretleri tanımları gereği, $c_m(n)$ ve $d_m(n)$ işaretlerinin zaman domeninde iki kat genişletilmesi ile elde edilebilir.

Şekil (4.2) de gösterilen bu işlemler tablo (3) de verilen örnekle açıklanmıştır.



—  — : Her iki örnek arasına bir sıfır koy.

Şekil 4.2. İşaretin sentezi

Tablo 3. $a(n)$ ve $b(n)$ katsayıları

$a(n)$ —  — $b(n)$

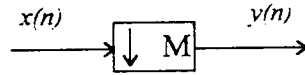
n	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$a(n)$	1	3	11	17	21				
$b(n)$	1	.	3	.	11	.	17	.	21

4.2. Alt Örnekleme (Down Sampling)

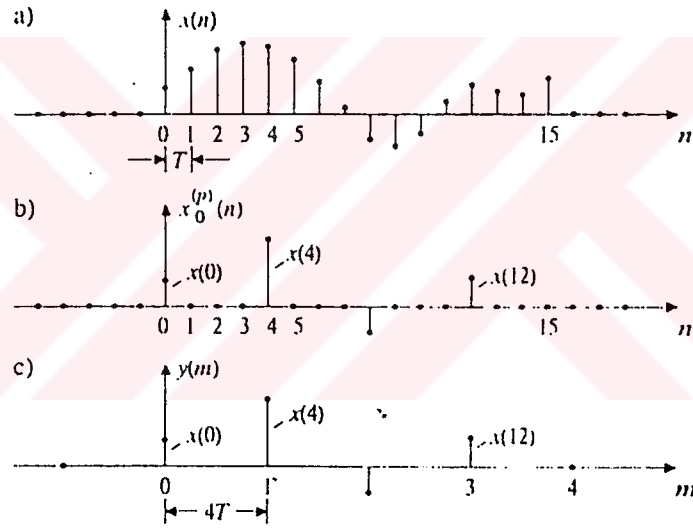
Ayrık işaret $x(n)$ nin örnekleme hızı, işaretin her M inci değeri alınarak, M faktörüyle azaltılmasıdır. Sonuç işaret $y(m)$ ve orijinal işaret $x(n)$ arasındaki ilişki

$$y(m)=x(m.M) \quad (4.14)$$

Şekil 4.3 de bu işlemin gösterilimi görülmektedir. Şekil 4.4 de bir ayrık $x(n)$ işareti görülmektedir. Çok fazla bileşen $x_0^{(p)}(n)$ şekil 4.4 b de görülmektedir. Bu ayrık örneklemeyle elde edilmiştir. Alt örneklenmiş işaret $y(m)$ şekil 4.4 c görülmektedir.



Şekil 4.3 Alt örnekleyci



Şekil 4.4. Altörnekleme için izlenen işaret işleme adımları

z domeninde, orijinal işaret, işaretin z transformu kullanılarak

$$x(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)Z^{-n} \quad (4.15)$$

ve $\lambda = 0$ dan z transformu elde edilir.

$$X_0^{(p)}(z^M) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m.M)z^{-m.M}$$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} y(m)(z^M)^{-m}$$

$$= Y(z^M) = Y(z') \quad (4.16)$$

ayrık örneklenmiş işaretler şekil 4.4 de görülmektedir.

İkinci adımda her bir örnekteki çıkış $M-1$ sıfırlarıyla ayrılır. Bu şu ilişkiyle tanımlanır.

$$Y(z^M) = Y(z') \bullet \text{---} \circ y(m) \quad (4.17)$$

Bu ifade aşağıdaki işlemlerle doğrulanmıştır. Orjinal işaret $x(n)$ in örnekleme uzayı $T.x(z)$ deki değişken z şu şekilde yazılabilir.

$$z = e^{sT} \quad (4.18)$$

Buradaki s laplas transformundaki s den farklıdır. Alt örneklenmiş işaret $y(c)$ deki örnekleme uzay ile kullanılan uzay arasında

$$T' = MT \quad (4.19)$$

yeni değişken tanımlayabiliriz.

$$z' = e^{sT'} \quad (4.20)$$

(4.19) da, iki değişken arasındaki ilişkiden

$$z' = z^M \quad (4.21)$$

z-transformundan $Y(z^M)$ (4.16), kullanılan orjinal örnekleme hızının toplam işlemidir. Ancak, sadece herbir M inci değer bu değeri alır ve diğer değerler sıfır olur.

z- transformundaki $Y(z')$ toplam işlemle aynıdır. Ancak, bu zamanda sadece sıfır olmayan değerler değişimi değerlendirilir. $x_0^{(p)}(z^M) = Y(z^M)$ den $Y(z')$ e değişim uygundur, zaman döneminde $x_0^{(p)}(n)$ (Şekil 4.4.b) den $y(m)$ (şekil 4.4.c) ye değişimin uygun olduğu görölmektedir.

4.2.1. Alt Örneklenmiş İşaretin Spektrumu

(4.16) daki ayırık örneklenmiş işaret $Y(z^M)$ in z transformu modülasyon bileşeni kullanılarak ifade edilebilir. $\lambda = 0$ ile kullanılarak.

$$Y(z^M) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} x(z\omega_M^k) \quad (4.22)$$

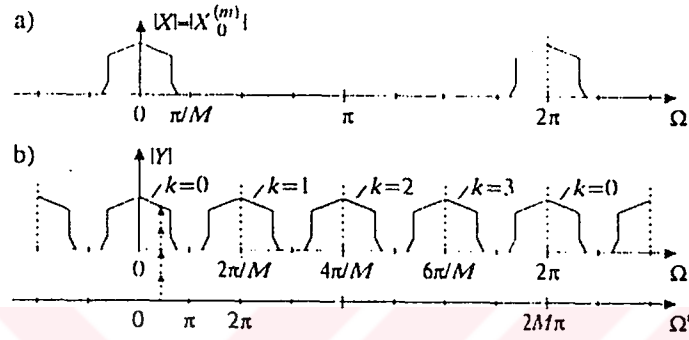
elde edilir.

Duraęan işaretler için, $z \rightarrow \exp(j\Omega)$ dönüşümü ile ayırık fourier transformuna geçiş yapılır.

$$Y(e^{jM\Omega}) = \frac{1}{M} \sum_{k=0}^{M-1} x(e^{j\Omega - j2\pi k/M}) \quad (4.23)$$

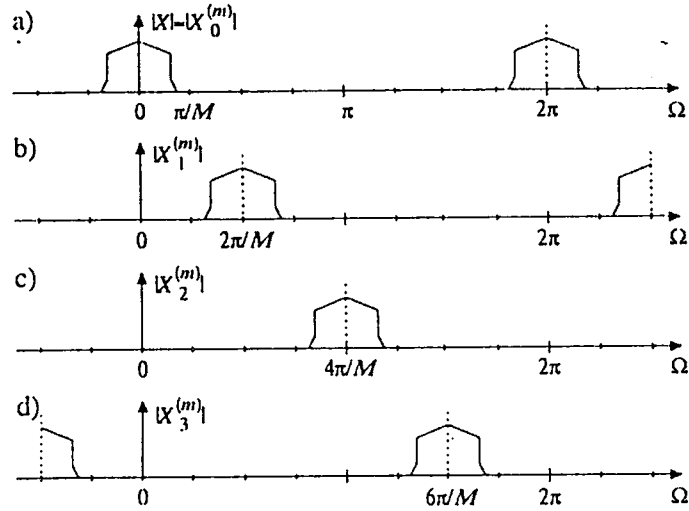
(4.23) eşıtlığı alt örnekleme işaretinin spektrumunu verir. Şekil 4.5.a da orjinal işaretin $|x(\exp j\Omega)|$ spektrumuna bir örnektir. İşaretin bant sınırlandırmasının

$\Omega = \Pi/M$ olduğu kabul edilir. Spekturumun periyodu Ω , normalize edilmiş örnekleme oranı 2π olmuştur.



Şekil 4.5. Altörnekleme sonucu elde edilen spektrum

Şekil 4.5.b (4.23) ye göre alt örneklenmiş $y(m)$ işaretinin spektrumunu göstermektedir. Bu şekilde şekil 4.6 ve eşitlik 4.23 karşılaştırıldığında, $y(m)$ alt örneklenmiş işaretin, orjinal işaret $x(n)$ nin bütün modülasyon bileşenlerinin toplamı olduğu görülmektedir. Orjinal işaretin $|x|$ spektrumu $2\pi/m$ aralığında tekrarlanmaktadır. 2π aralığının her birinde, biz sadece orjinal işareti bulabiliriz. Fakat $M-1$ eşit uzaylarında kopyalar mevcuttur. Not: Ancak 4.23 de de görüleceği üzere genlik M faktörüyle azaltılmaktadır.



Şekil 4.6 $X(e^{j\Omega})$ İşaretinin modülasyon gösterimi

$s = j\omega$ olduğunda ve normalize edilmiş frekans $\Omega = \omega T$ kullanıldığında, 4.18 den 4.21 e eşitlikler elde edilir ki

$$e^{jM\Omega} = e^{jM\omega T} = e^{j\omega T'} = e^{j\Omega'} \quad (4.24)$$

Normalize frekans

$$\Omega' = M\Omega \quad (4.25)$$

örnekleme uzayı T' ne karşı gelmektedir.

4.3. Üst Örnekleme (Upsampling)

Eğer bazı darbant işaretler, geniş bant işaretler içeriyorsa onların örnekleme oranları biraz artırılmalıdır.

Ayrık işaret $y(m)$ in örnekleme hızı L faktörüyle $L-1$ eşit uzaylarda her bir örnek arasına sıfır konarak artırılır. Sonuçta $U(n)$ işareti

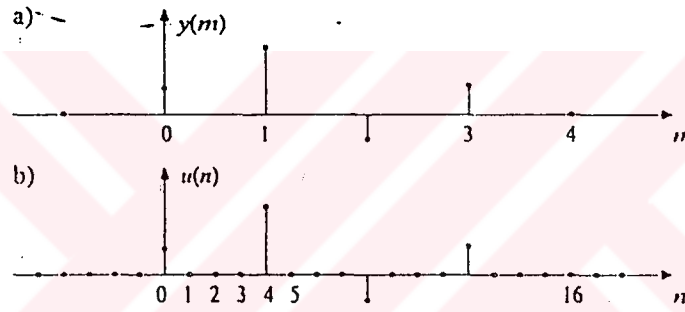
$$U(n) = \begin{cases} y(n/L) & n = mL \text{ için} \\ 0 & \text{diğer} \end{cases} \quad (4.26)$$

Bunun için kullanılan sembol şekil 4.7 dedir.



Şekil 4.7 Üst örnekleyici

Şekil 4.8 a da $y(m)$ işareti ve şekil 7.8.b de $L=4$ ile üst örneklenmiş işaret görülmektedir. Şekil 4.4.b den şekil 4.4.c ye adımlar üst örnekleme için şekil 4.4 de açıklanmıştır.



Şekil 4.8 Bir ayrık işaretin üst örneklenmesi

Bunlar, eğer z - transform

$$Y(z) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} y(m)z^{-m} \quad (4.27)$$

$y(m)$ işareti üst örneklemeden önce (4.16) dan $Y(z')$ ile aynıdır.

$$u(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} u(n)z^{-n} \quad (4.28)$$

(4.16) dan $x_0^{(p)}(z^m)$ üstörneklenmiş işaret, (4.16) kullanılarak şu elde edilir;

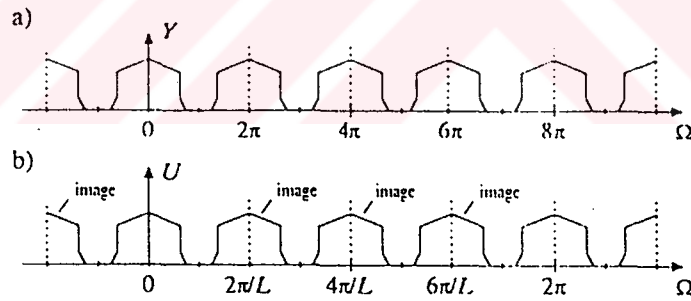
$$U(z)=Y(z^2) \quad (4.29)$$

4.3.1. Üst Örneklenmiş İşaretin Spektrumu

(4.29) dan $Z \exp(j \cdot)$ olması ile iki işaret arasındaki fourier spektrum ilişkisi şekil 1.2.6 da görülmektedir.

$$u(e^{j\Omega})=Y(e^{jL\Omega})=Y(e^{j\Omega'}) \quad (4.30)$$

Orjinal işaret $y(m)$ in örnekleme hızı $\Omega'=2\pi$, ve üst örneklenmiş işareti $u(n)$ nin örnekleme hızı $\Omega=2\pi$ dir. Şekil 4.9 da $L=4$ için iki işaret örneği görülmektedir.



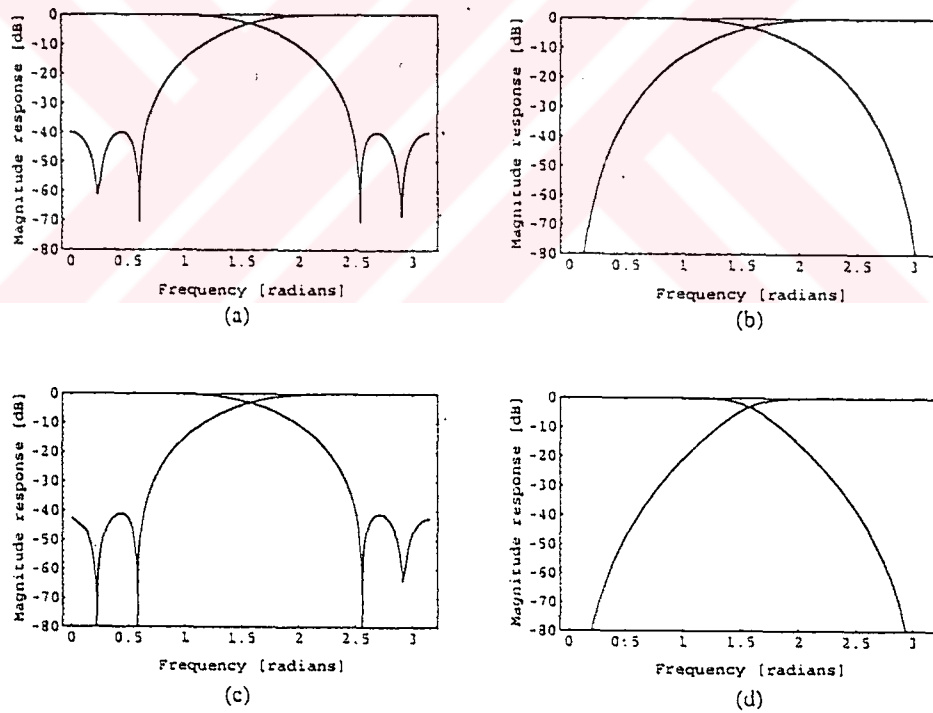
Şekil 4.9 Orjinal işaretin (a) ve üst örneklenmiş işaretin (b) spektrumu

Eğer Ω' ve Ω arasındaki değerler hertz olarak hesaplanırsa iki frekansında aynı olduğu görülecektir. Üst örnekleme ile spektrum değişmez. Aynı sebeplerle sıfırlara ek olarak ne enerji nede spektral dağılım değişmez. Sonuç olarak örnekleme hızı $\Omega'=2\pi$ den $\Omega'=L2\pi$ (veya $\Omega=2\pi$) olarak değişir.

4.4. İki Kanal Filtre Bankaları

Filtre bankaları, işaret spektrumunu birbirine komşu frekans bantlarına ayırır veya birleştirir. Filtre bankaları, alçak geçiren, band geçiren ve yüksek geçiren filitrelerden oluşmuştur. Frekans bantlarına ayırma işlemi analiz filtre bankaları ile yapılır. Bu işlemin tersi yani frekans bantlarını birleştirmek sentez filtre bankaları ile yapılır.

Bir alt bant kodlama (SBC) filtre bankası bu analiz ve sentez filtre bankalarından oluşmaktadır. Şekil 4.10 da Smith ve Barnwell filtreleri , Daubechies filtresi, Vaidyanathan ve Hoang filtresi ile Butterworth filtrelerinin genlik cevapları görülmektedir.

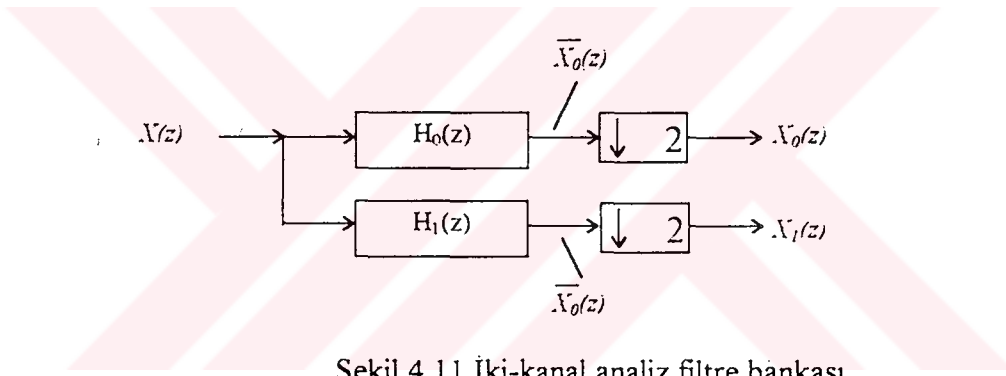


Şekil 4.10 Ortogonal filtre dizaynları. (a) Smith ve Barnwell filtresi, (b) Daubechies' filtresi, (c) Vaidyanathan ve Hoang filtresi, (d) Butterworth filtresi genlik cevapları

Bu bölümde transfer fonksiyonları, filtre ve filtre bankalarının dizaynı ve topolojileri üzerinde durulacaktır.

4.4.1. İki Kanal Analiz Filtre Bankası

İşareti ayrıştırmada en basit yol işareti yüksek ve düşük frekans bileşenlerine ayırmaktır. Şekil 4.11 de görülen filtre bankası giriş işareti $X(z)$ yi alçak geçiren $H_0(z)$ ve yüksek geciren $H_1(z)$ filtrelerinden geçirir. Kullanışlı frakans aralığı $\Omega=0$ den $\Omega = \Pi$ ye (yarım örnekleme oranı) genellikle iki yarı parçaya bölünür. Şekil 4.12.a filtrelenmiş işaretin bant genişliği yaklaşık olarak $b=\frac{\pi}{2}$ dir ve örnekleme oranıda ikiye bölünmüştür.



Şekil 4.11 İki-kanal analiz filtre bankası

Şekil 4.11 deki filtrelenmiş iki işaret

$$\bar{X}_0(z) = X_z \cdot H_0(z) \quad (4.31)$$

$$\bar{X}_1(z) = x(z) \cdot H_1(z) \quad (4.32)$$

$M=2$ ile desimasyon (4.22) kullanılarak altbant işaretler elde edilir.

$$X_0(z) = \frac{1}{2}x(z^{1/2})H_0(z^{1/2}) + \frac{1}{2}x(-z^{1/2})H_0(-z^{1/2}) \quad (4.33)$$

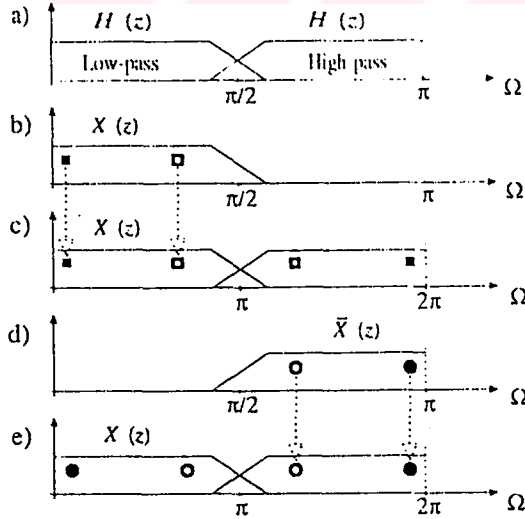
$$X_1(z) = \frac{1}{2}x(z^{1/2})H_1(z^{1/2}) + \frac{1}{2}x(-z^{1/2})H_1(-z^{1/2}) \quad (4.34)$$

Bu eşitlikleri matris formda yazarsak:

$$\begin{bmatrix} x_0(z) \\ x_1(z) \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} H_0(z^{1/2}) & H_0(-z^{1/2}) \\ H_1(z^{1/2}) & H_1(-z^{1/2}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X(z^{1/2}) \\ X(-z^{1/2}) \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

Şekil 4.12.b ve 4.12.d'e frekans domeninde $\bar{X}_0(z)$ ve $\bar{X}_1(z)$ işaretleri görülmektedir. Burada $X(z)$ nin beyaz gürültüye sahip olduğu kabul edilmiştir.

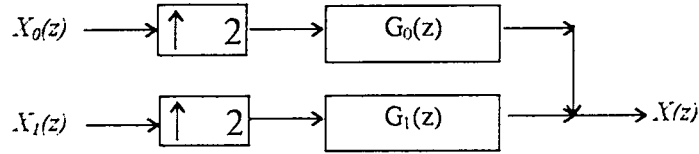
Şekil 4.12.c ve 4.12.e de de desimasyon işlemlerinin spektrumunu görülmektedir. Yüksek geçiren işaret $X_1(z)$ $0 \leq \Omega \leq \Omega$ temel bandın içinde kalmaktadır ve frekansı ters dönmüştür. 4.14 ve 4.15 deki spektral bileşenler $X(z^{1/2})$ bağlıdır ve bu temel bandtır. $x(-z^{1/2})$ nun fonksiyonuna ait spektral bileşenler burada tekrarlı periyodiktir.



Şekil 4.12 (a) Transfer fonksiyonları, (b) ve (d) Filtre edilmiş işaretlerin spectrumu, (c) ve (e) Alt örneklenmiş işaretlerin spektrumları

4.4.2. İki Kanal Sentez Filtre Bankası

Şekil 4.13 görünen iki-kanal sentez filtre bankası alçak geçiren $G_0(z)$ ve yüksek geçiren $G_1(z)$ filtrelerinden oluşmaktadır. Bunlar şekil 4.11 deki analiz filtre bankasının çiftleridir.



Şekil 4.13 İki-kanal sentez filtre bankası

Tamamen karakteristik olarak iki filtrede analiz filtre bankasının benzeridir. $X_0(z)$ ve $X_1(z)$ alt işaretlerinin interpolasyonundan sonra alçak geçiren filtre $G_0(z)$ den elde edilen önemli işaret parçası, $\pi/2 \leq \Omega \leq \pi$ aralığında alçak geçiren işaret $X_0(z)$ in görüntü spektrumudur.

$G_1(z)$ yüksek geçiren filtresinden geçirilen yüksek geçiren işaret $X_1(z)$ $0 \leq \Omega \leq \frac{\pi}{2}$ aralığındaki görüntü spektrumunun çoğunluğunu teşkil eder. İki frekans cevabının üst üste birleştirilmesi ile kayıp olmadan işaretin tekrar elde edilmesi sağlanmıştır.

Sentez filtre bankasının çıkış işareti $X(z)$ (4.29) kullanılarak şu şekilde ifade edilebilir.

$$X(z) = G_0(z) \cdot X_0(z^2) + G_1(z) X_1(z^2) \quad (4.36)$$

matris olarak yazacak olursak:

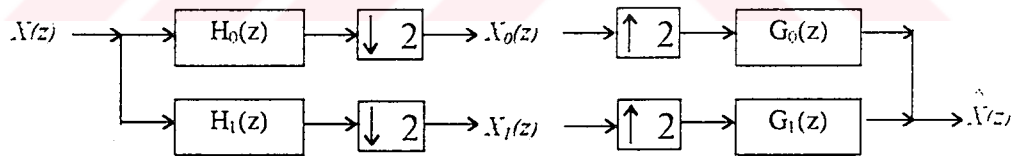
$$X(z) = [G_0(z) \ G_1(z)] \begin{bmatrix} x_0(z^2) \\ x_1(z^2) \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

4.5. Dörtgen Ayna Filtre Bankası (QMF)

İki kanal alt bant kodlayıcı (SBC) filtre bankasının güç tamamlayıcı frekans cevabı ifadesi 4.52 de gösterilmiştir. Bu bölümde iki kanal SBC filtre bankaları standard QMF bankaları kullanılarak anlatılacaktır.

4.5.1. İki Kanal SBC Filtre Bankaları

(SBC) Alt bant kodlama filtre bankası bir analiz filtre bankası ve sentez filtre bankasından oluşmaktadır. Şekil 4.14 te iki kanal (SBC) filtre bankası görülmektedir. $H_0(z)$ ve $H_1(z)$ ten oluşan analiz filtre bankası giriş işareti $X(z)$ 'i $X_0(z)$ ve $X_1(z)$ e ayırır. $G_0(z)$ ve $G_1(z)$ ten oluşan sentez filtre bankası alt işaretlerden $X(z)$ çıkış işaretini oluşturur.



Şekil 4.14 İki-kanal SBC filtre bankası

Burada bütün alt işaretler giriş işaretinin eşit oranda bölünmüş şeklidir. Ancak altbant işaretlerin gücü genelde orjinal işaretten daha düşüktür. Bu bize kodlama kuantlama hatalarının belli düşük enerjili alt bantlarda toplayarak kuantlama hatasının azaltılması temin eder.

(4.37) nin yerine (4.35) verilen $X(z)$ çıkış işareti ile $X(z)$ giriş işareti arasındaki ilişki:

$$\hat{X}(z) = [G_0(z) G_1(z)] \frac{1}{2} \begin{bmatrix} H_0(z) & H_0(-z) \\ H_1(z) & H_1(-z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(z) \\ x(-z) \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

Açılımı:

$$\begin{aligned} X(z) &= \frac{1}{2} [G_0(z)H_0(z) + G_1(z)H_1(z)]X(z) + \frac{1}{2} [G_0(z)H_0(-z) + G_1(z)H_1(-z)]X(-z) \\ &= F_0(z)X(z) + F_1(z)X(-z) \end{aligned} \quad (4.39)$$

$F_0(z)$ fonksiyonu filtre bankasının transfer karakteristiğini tanımlar. $F_1(z)$ fonksiyonu diğer bileşenleri gösterir. Bu üst üste çakışmış frekans cevabıdır. Eğer $F_1(z)$ sifıra eşitse, bir serbest filtre bankası elde edilir.

$$F_1(z) = \frac{1}{2}G_0(-z) + \frac{1}{2}G_1(z)H_1(-z) = 0 \quad (4.40)$$

Kalan $F_0(z)$ fonksiyonu yeniden yapılandırmanın kalitesini gösterir. Eğer sadece bir gecikme ise, $F_0(z) = z^{-k}$. filtre bankasının performansı mükemmel yapılandırılmıştır ve bu

$$F_0(z) = \frac{1}{2}G_0(z)H_0(z) + \frac{1}{2}G_1(z)H_1(z) = z^{-k} \quad (4.41)$$

(4.38) yerine (4.40) ve (4.41)de iki kanal SBC filtre bankası için amaçlanan dizayn verilmiştir.

$$\frac{1}{2} [G_0(z)G_1(z)] \begin{bmatrix} H_0(z) & H_0(-z) \\ H_1(z) & H_1(-z) \end{bmatrix} = [z^{-k} 0] \quad (4.42)$$

4.5.2. Standart QMF Bankaları

Başlangıç filtresi olan alçak geçiren $H(z)$ aşağıdaki dört filtre özelliğini sağlar:

$$H_0(z) = H(z) \quad (4.43)$$

$$H_1(z) = H(-z) \quad (4.44)$$

$$G_0(z) = 2H(z) \quad (4.45)$$

$$G_1(z) = -2H(-z) \quad (4.46)$$

(4.40) ın yerine kullanılan eşitliklerde açıklanan $F_1(z)=0$ şartı memnun edicidir. $H(z)$ alçak geçiren ise $H(-z)$ yüksek geçiren filtredir. $z = \exp(j\Omega)$ ve $-z = \exp(j\Omega - j\pi)$ yerine kullanılmasıyla bu görülebilir.

4.41 den 4.46 ya kadar olanların yerine geçen 4.43 te işaret yeniden yapılandırılması için şu koşul verilmiştir.

$$H^2(z) - H^2(-z) = z^{-k} \quad (4.47)$$

Mükemmel yapılandırma için $H(z)$ prototipi (4.47) deki şartları sağlamalıdır.

Aşağıdaki şartlar lineer faz FIR filtre için sınırlandırır. Bu filtreler N katsayıya sahiptir. Bu durumda,

$$H(z) = A(z)z^{-(N-1)/2} \quad (4.48)$$

$A(e^{j\Omega})$ sıfır faz genlik frekans cevabıdır. (4.47)'nin yerine (4.48) verilen:

$$A^2(z)z^{-(N-1)} - A^2(-z)(-1)^{-(N-1)}z^{-(N-1)} = z^{-k} \quad (4.49)$$

Açıkça, bütün filtre bankalarının gecikmesi $N-1$ saat periyodudur. Bu nedenle k sayısı $N-1$ aynı olduğu ispatlanabilir. Buradan şunu söyleyebiliriz,

$$A^2(z) + A^2(-z) = -1 \quad (4.50)$$

veya frekans cevabının terimleri yazılır.

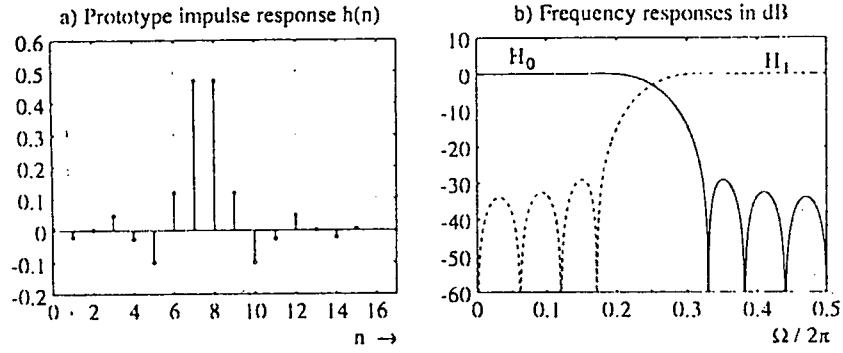
$$A^2(e^{j\Omega}) + A^2(e^{j(\Omega-\pi)}) = 1 \quad (4.51)$$

$$|H(e^{j\Omega})|^2 + |H(e^{j(\Omega-\pi)})|^2 = 1 \quad (4.52)$$

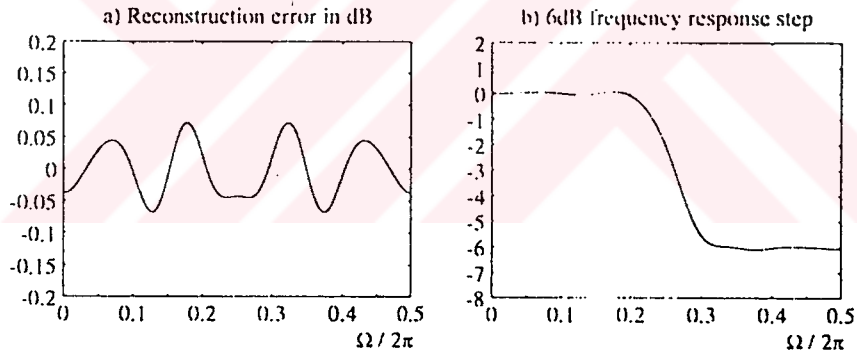
$H(z)$ ve $H(-z)$ filtrelerinin frekans cevapları ve $H_0(z), H_1(z), G_0(z), G_1(z)$ filtreleri, güç tamamlamalı olmalıdır. Frekans cevabının genliğinin karesi $A^2(e^{j\Omega})$ yarım bant yüksek geçiren filtredir. $A^2(e^{j(\Omega-\pi)})$ yarım bant yüksek geçiren filtredir.

Frekans cevabının genliğinin karesi $\Omega = \frac{\pi}{2}$ ye göre diğer tarafla ayna özelliği gösterir. Bu nedenle QMF (karesel ayna filtreleri) denir.

Gerçekte lineer faz FIR filtreleri 4.52 deki şartları tam sağlamaz. Diğer taraftan 4.52 eşitliği sayısal optimizasyon metodlarında iyi bir yaklaşımdır. Şekil 4.15 ve 4.16 da QM filtrelerinin impuls ve frekans cevapları görülmektedir.



Şekil 4.15 (a) $N=16$ katsayılı optimize edilmiş QM filtresinin impulse cevabı
(b) Analiz filtrelerinin sonuçlarının frekans cevapları



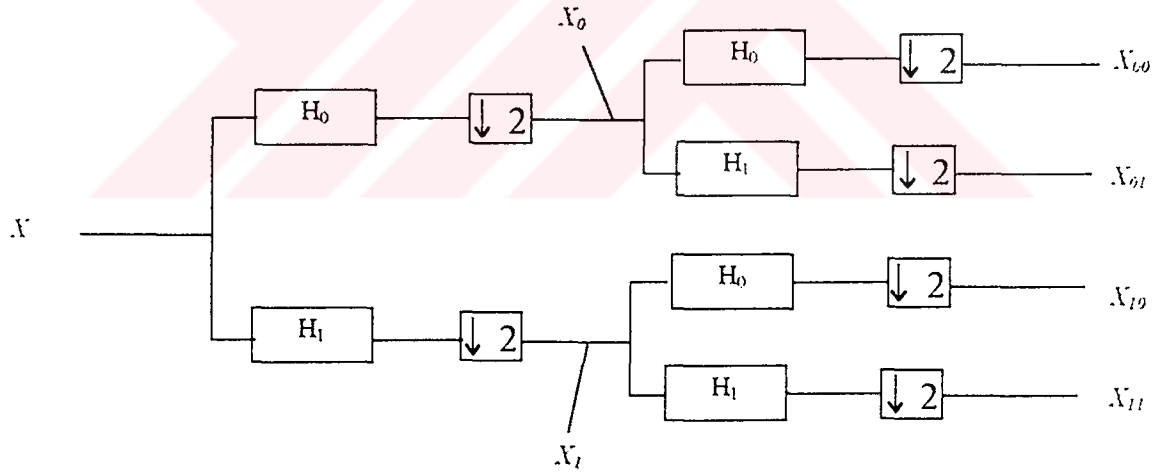
Şekil 4.16 (a) QM Filtre bankasının yeniden yapılanma hatası
(b) Filtre bankasının genel frekans cevabı

BÖLÜM 5

ALTBAND KODLAMA ALGORİTMASI

5.1. GİRİŞ

Dördüncü bölümde anlatıldığı üzere altband kodlama işleminin temeli QMF filtre takımları ile işaretin bantlara ayrılması ve altörnekleme işlemlerinin uygulanmasıdır. Burada bilgisayarda Matlab programı aracılığı ile Şekil 5.1' de görülen işlemler yapılacaktır. Filtre takımı olarak Daubechies filtrelerinden yararlanılmıştır.



Şekil 5.1 Altband Kodlama Şeması

5.2. KODLAMA ALGORİTMASI

Altband kodlama işlemi için matlab kullanılarak yazılan bilgisayar programı şu şekildedir:

SES SIKIŞTIRMA PROGRAMI

PROGRAM BÖLÜMÜ 1

SES DOSYASININ OKUNMASI

```
FID = FOPEN ('uygulama.Wav');
X = FREAD (FID);
X = (X'-MEAN(X))/MAX(X);
FCLOSE(FID);
FIGURE;
PLOT(X);
GTEXT('Şekil 5.1 X(n) İşaretinin spektrumu');
FIGURE;
PLOT(ABS(FFT(X)));
GTEXT('Şekil 5.2 X(n) İşaretinin fourier spektrumu');
```

PROGRAM BÖLÜMÜ 2

FİLTRELERİN TANIMLANMASI

```
HO =(.01159 -.02932 -.0476 .273 .5746 .2948 -.054 -.042 .0167 .0039 -.0012 -.0005);
FOR N=1:12
    H1(N) = (-1)^(N).*H0(13-N);
END
FIGURE;
PLOT(ABS(FFT(H0,512)));
```

GTEXT ('Şekil 5.3 H0 alçak geçiren filtresinin frekans cevabı') ;
 FIGURE;
 PLOT(ABS(FFT(H1,512)));
 GTEXT ('Şekil 5.4 H1 yüksek geçiren filtresinin frekans cevabı') ;

PROGRAM BÖLÜMÜ 3

İŞARETİN ALÇAK GEÇİREN FİLTREDEN GEÇİRİLMESİ (A)

Y=CONV (X,H0);
 (A B) = SIZE (X);
 X0 = Y(6:B+6);
 X0 = X0(1:2:B);

İŞARETİN YÜKSEK GEÇİREN FİLTREDEN GEÇİRİLMESİ (Y)

Y=CONV (X,H1);
 X1 = Y(6:B+6);
 X1 = X1(1:2:B);
 (A B1) = SIZE (X1);

PROGRAM BÖLÜMÜ 4

X0 İŞARETİNİN ALÇAK GEÇİREN FİLTREDEN GEÇİRİLMESİ (AA)

Y=CONV(X0,H0);
 X00 = Y(6:B1+6);
 X00 = X00(1:2:B1);

X0 İŞARETİNİN YÜKSEK GEÇİREN FİLTREDEN GEÇİRİLMESİ (AY)

```
Y=CONV(X0,H1);
X01 = Y(6:B1+6);
X01 = X01(1:2:B1);
```

X1 İŞARETİNİN ALÇAK GEÇİREN FİLTREDEN GEÇİRİLMESİ (YA)

```
Y=CONV(X1,H0);
X10 = Y(6:B1+6);
X10 = X10(1:2:B1);
```

X1 İŞARETİNİN YÜKSEK GEÇİREN FİLTREDEN GEÇİRİLMESİ (YY)

```
Y=CONV(X1,H1);
X11 = Y(6:B1+6);
X11 = X11(1:2:B1);
(A B2) = SIZE(X11);
```

PROGRAM BÖLÜMÜ 5

ELDE EDİLEN İŞARETLERİN KARŞILAŞTIRILMASI

```
E00 = COV (X00)/COV(X)
E01 = COV (X01)/COV(X)
E10 = COV (X10)/COV(X)
E11 = COV (X11)/COV(X)
FIGURE;
PLOT(X00);
GTEXT ('Şekil 5.5 X00 İşaretinin spektrumu') ;
FIGURE;
```

```

PLOT(X01);
GTEXT ('Şekil 5.6 X01 İşaretinin spektrumu') ;
FIGURE;
PLOT(X10);
GTEXT ('Şekil 5.7 X10 İşaretinin spektrumu') ;
FIGURE;
PLOT(X11);
GTEXT ('Şekil 5.8 X11 İşaretinin spektrumu') ;

```

PROGRAM BÖLÜMÜ 6

ORJİNAL İŞARETİN TEKRAR ELDE EDİLMESİ

```

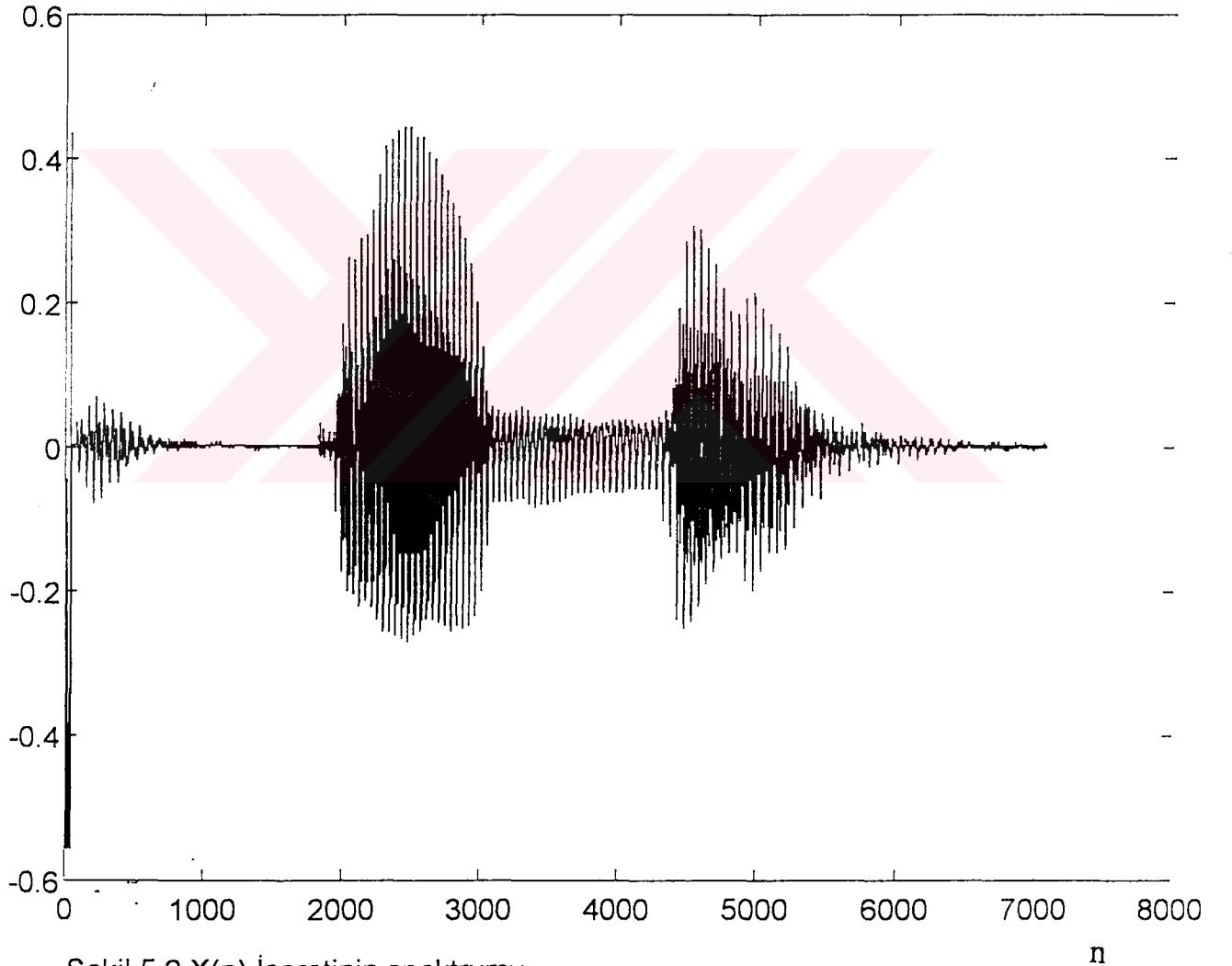
X00 = CONV (X00,H0);
(A B) = SIZE (X00);
FOR İ=1:B
    T0(2*İ-1) = X00(İ);
END
(A B1) = SIZE (T0);
T=CONV(T0,H0);
T = T(6:B1+6)
FOR İ=1:B1
    T1(2*İ-1) = T(İ);
END
XN = CONV(T1,H0);
SUBPLOT (2,1,1)
PLOT(X);
GTEXT ('Şekil 5.9 Orjinal işaretin spektrumu') ;
SUBPLOT (2,1,2)
PLOT(XN);
GTEXT ('Şekil 5.10 Açılmış işaretin spektrumu') ;

```

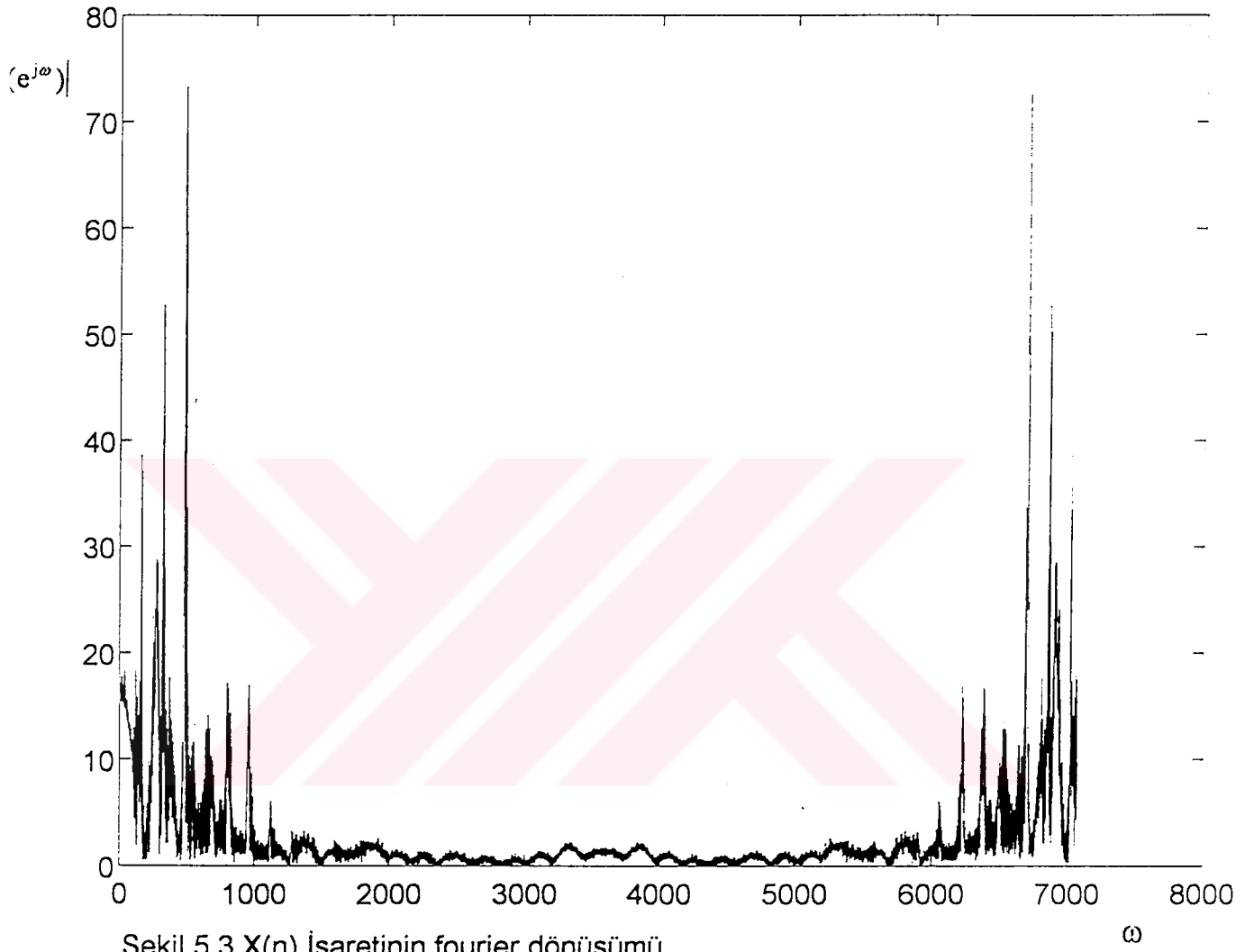
Programda yapılan işlemlere kısaca göz atarsak:

Program Bölümü 1: Uygulama ismindeki ses dosyamız 8 kHz örnekleme frekansı ile bilgisayara kaydedilmiş 7 kB'lık bir ses işaretidir.

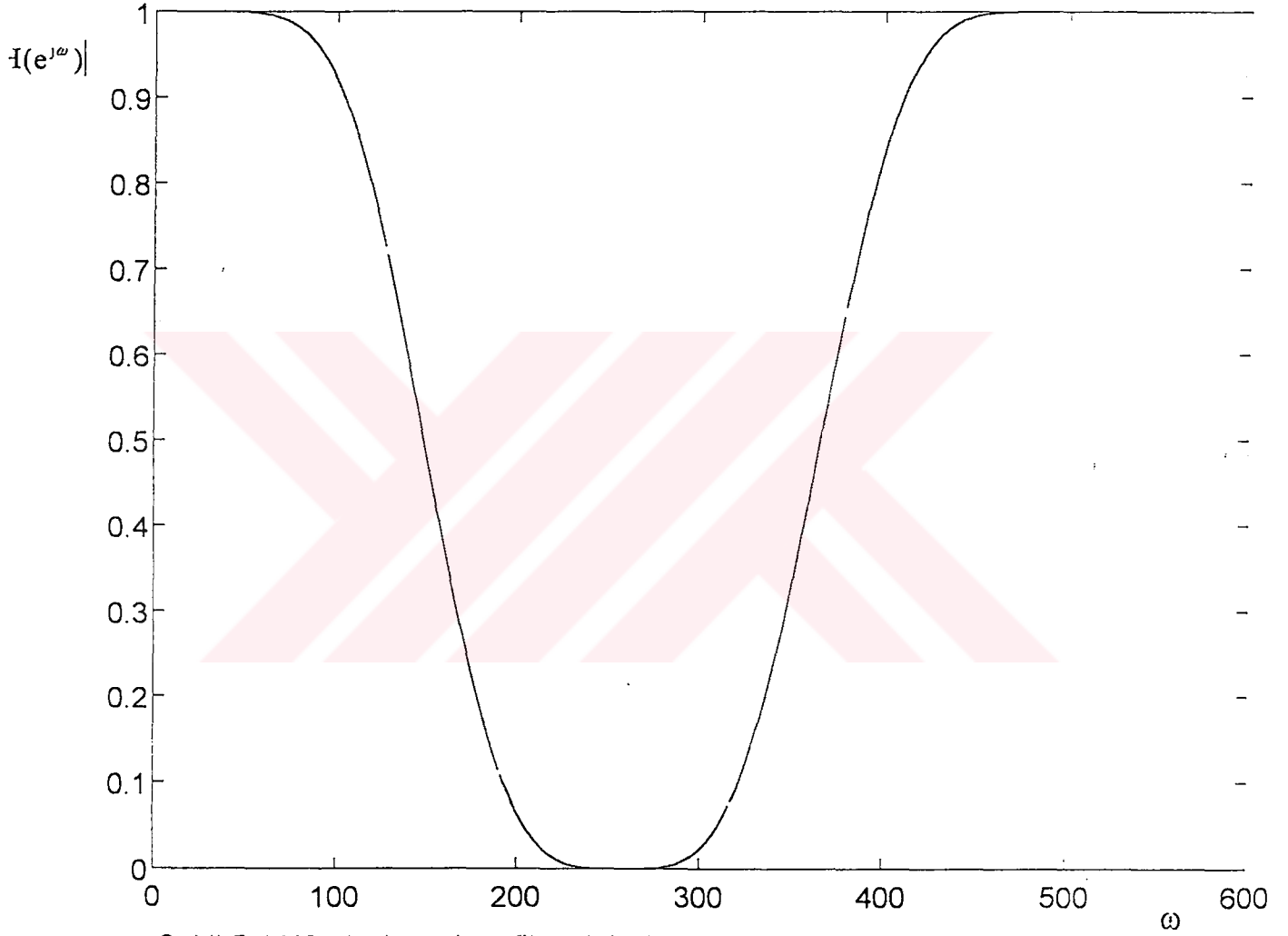
Bu bölümde uygulama ses dosyası okunup 1×7200 matris formda yazılması sağlanmıştır. Şekil 5.2'de orjinal işaret X 'in spektrumu görülmektedir. Şekil 5.3'de X işaretinin Fourier dönüşümü görülmektedir.



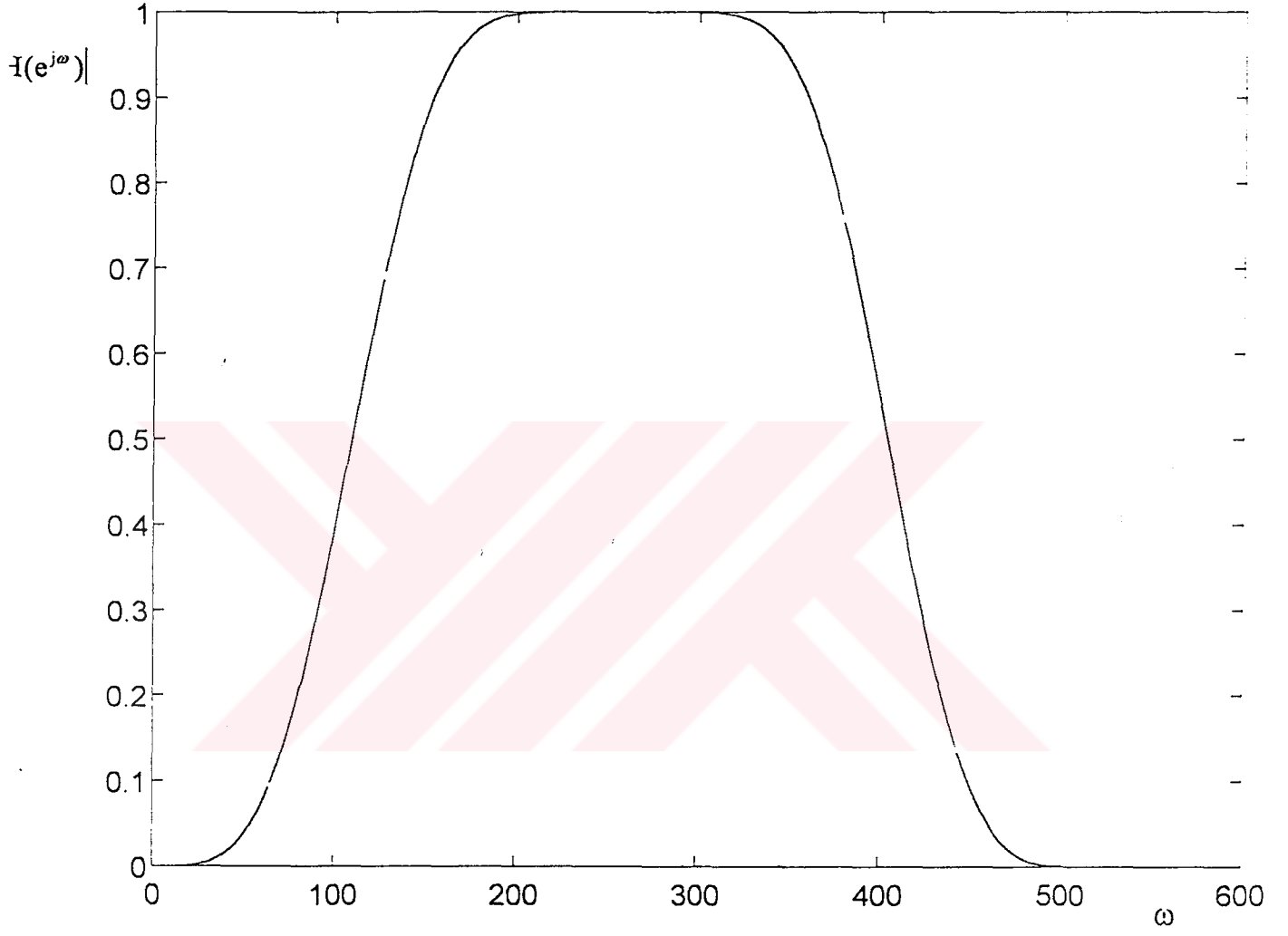
Şekil 5.2 $X(n)$ işaretinin spektrumu



Program Bölümü 2: H_0 ve H_1 filtreleri 12 katsayılı Daubechies filtreleridir. H_0 alçak geçiren, H_1 yüksek geçiren filtrelerdir. Şekil 5.4 ve şekil 5.5’de H_0 ve H_1 filtrelerinin frekans cevapları görülmektedir.



Şekil 5.4 H_0 Alçak geçiren filtresinin frekans cevabı



Şekil 5.5 H1 yüksek geçiren filtresinin frekans cevabı

Program Bölümü 3: Orjinal X işaretinin H0 alçak geçiren filtresinden geçirilmesi X işaretinin H0 Filtresiyle konvolüsyonu alınarak yapılmıştır. Alt örnekleme işlemi 2 faktörüyle yapılarak X0 işareti elde edilmiştir. Bu saydığımız işlemler H1 filtresi yardımıyla yapıp 2 faktörüyle alt örnekleme yapılarak X1 işareti elde edilmiştir.

X0 işareti orjinal X işaretinin alçak frekans bandı, X1, X işaretinin yüksek frekans bandıdır.

Program Bölümü 4: X0 işareti H0 alçak geçiren filtresiyle konvole edildikten sonra 2 faktörüyle alt örnekleme yapılmıştır. Ve sonuçta X00 işareti elde edilmiştir.

Aynı işlem X0 işareti ile H1 yüksek geçiren filtresi, X1 işareti ile H0 alçak geçiren filtresi ve X1 işareti ile H1 yüksek geçiren filtresi ile yapılmıştır. Sonuç olarak sırasıyla X01, X10 ve X11 işaretleri elde edilmiştir.

Program Bölümü 5: Bu bölümde yukarıdaki bölümlerde elde edilmiş olan X00, X01, X10 ve X11 işaretlerinin enerjileri hesaplanmıştır. Enerjileri hesaplamak için işaretlerin kovaryansları alınmıştır. Bulunan sonuçlar orjinal işaret X'in enerjisiyle oranlanarak şu sonuçlar bulunmuştur:

$$E00 = \% 93$$

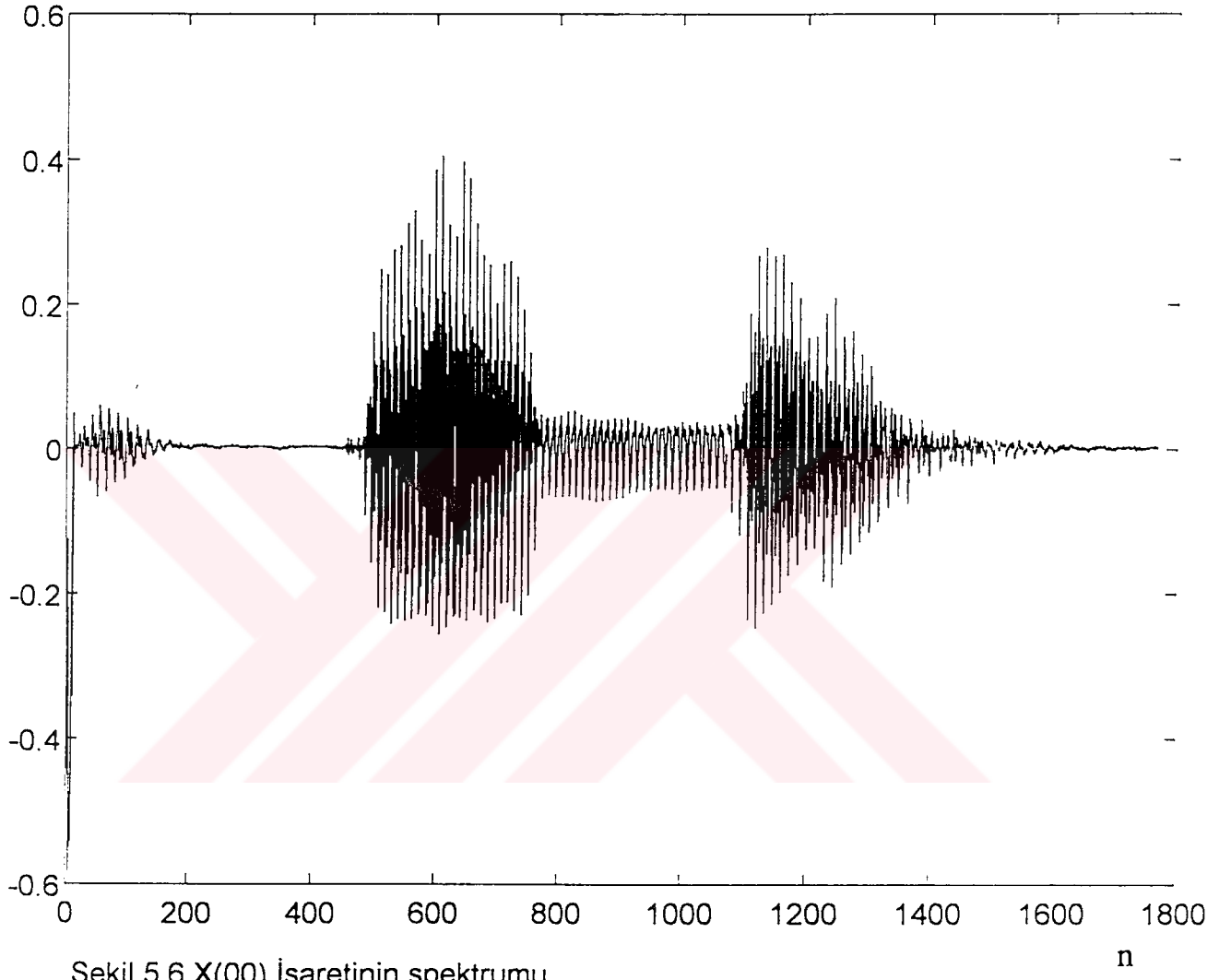
$$E01 = \% 04$$

$$E10 = \% 0,6$$

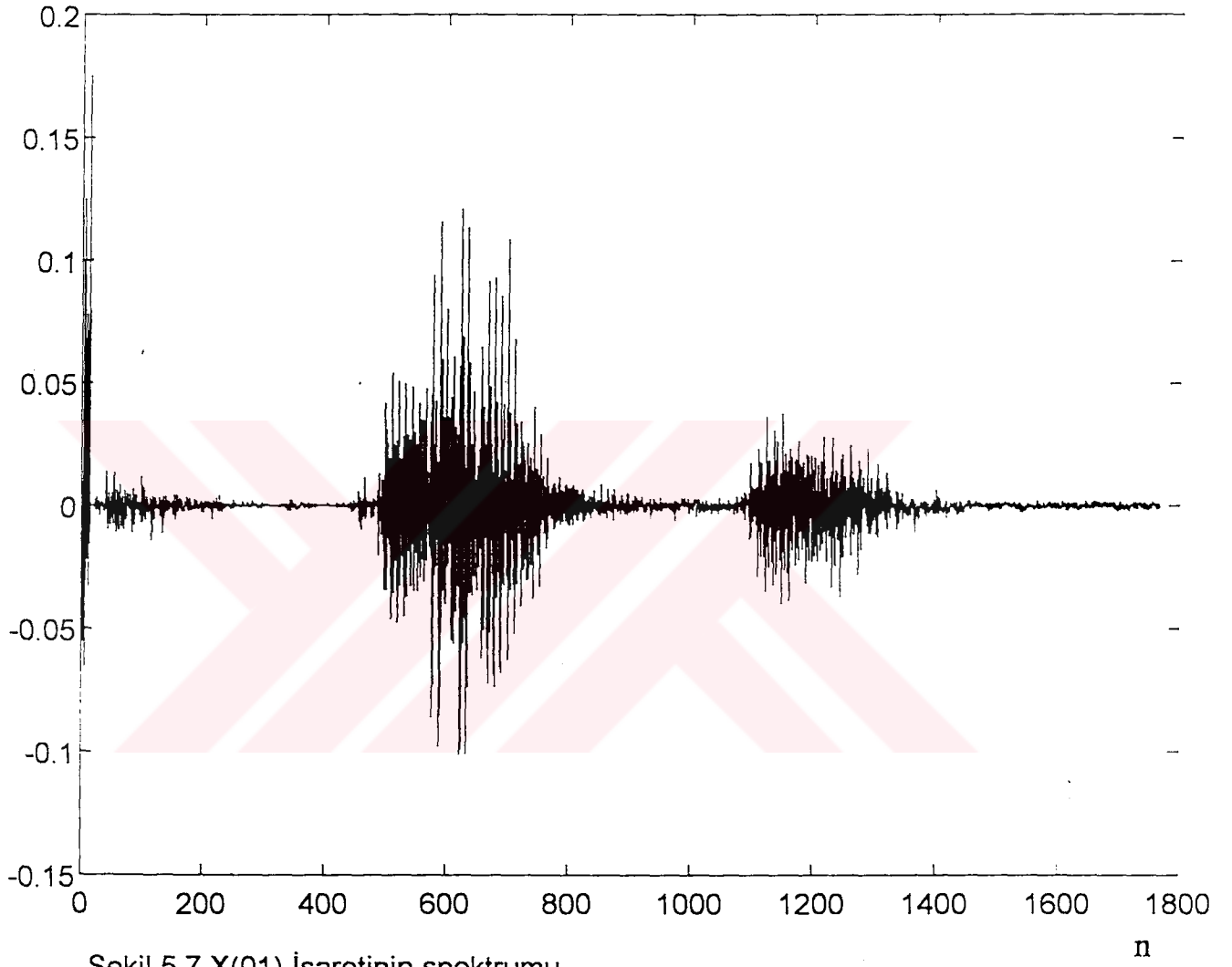
$$E01 = \% 0,7$$

Bulunan bu sonuçlar bize X00 işaretinin enerjisinin diğer işaretlerden daha yüksek olduğunu göstermektedir. Bu sonuca dayanarak 7200 datadan oluşan orjinal X işaretinin yerine 1800 datadan oluşan X00 işaretinin saklanması karar verilmiştir.

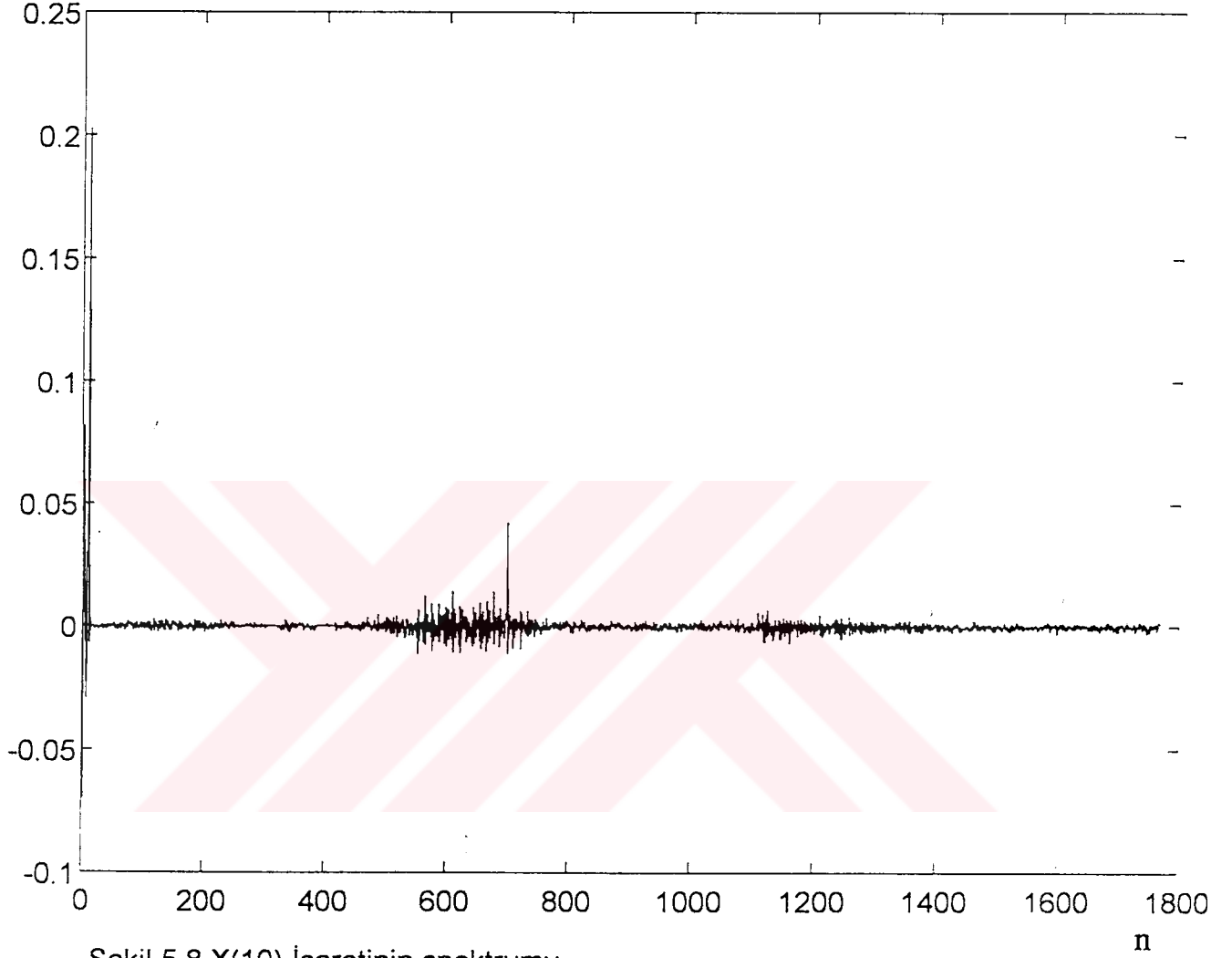
Elde edilen işaretlerin spektrumları şekil 5.6-5.8' de görülmektedir.



Şekil 5.6 $X(00)$ İşaretinin spektrumu

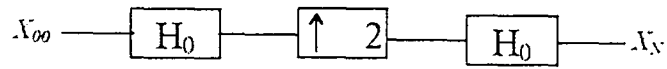
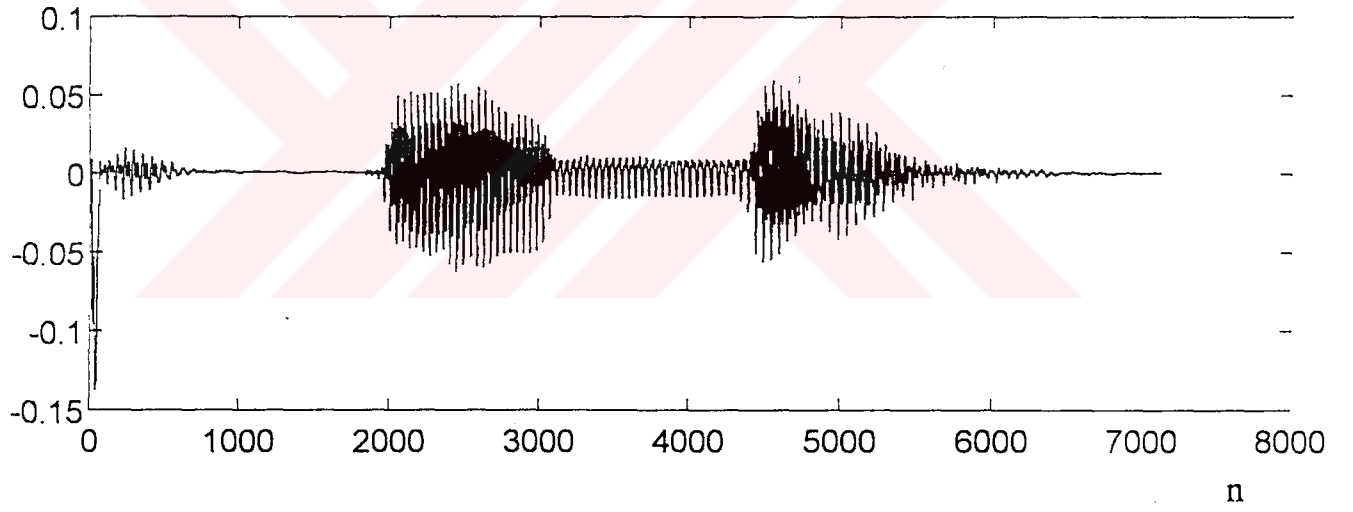
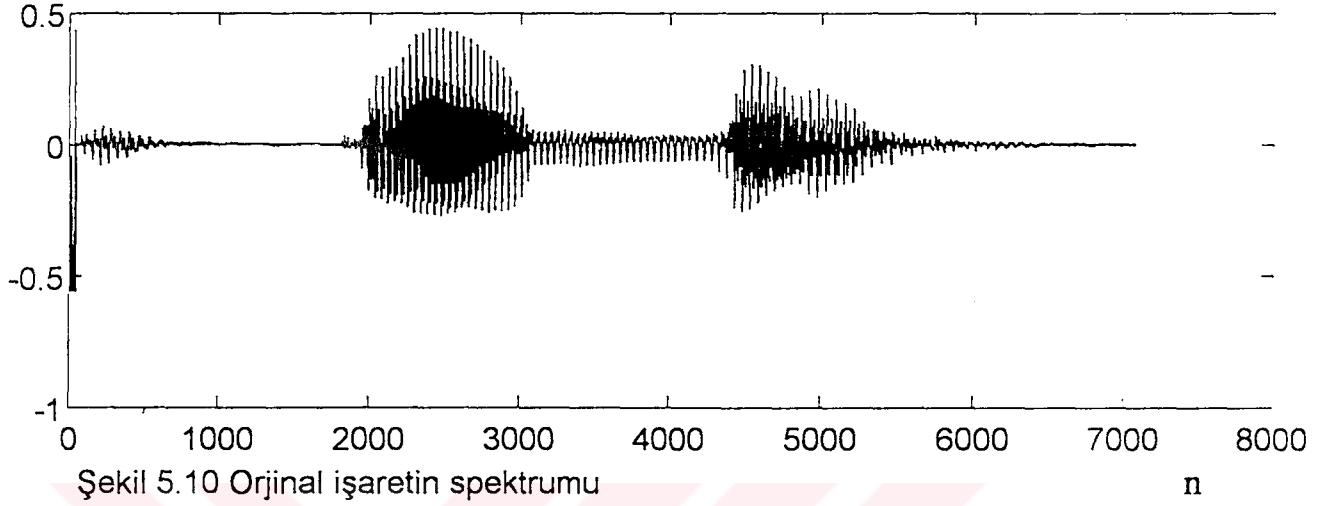


Şekil 5.7 X(01) İşaretinin spektrumu



Şekil 5.8 X(10) İşaretinin spektrumu

Program Bölümü 6: Bir önceki bölümde X00 işaretinin X işaretine göre %75 daha az dataya sahip olmasına rağmen %7 bir enerji kaybına sahip olduğu görülmüştü. Bu bölümde şekil 5.12’de görüldüğü üzere daha önceki uygulanan algoritmaların ters işlemi uygulanarak XN işareti elde edilmiştir. X işaretiyle tekrar elde edilen XN işaretinin spektrumlarının büyük benzerlik gösterdiği şekil 5.10 ve şekil 5.11’de görülmektedir.



Şekil 5.12 Sıkıştırılmış işaretin tekrar elde edilmesi şeması

SONUÇLAR

Bilinen en yaygın dönüşüm yöntemi Fourier Dönüşümüdür. Özellikle işaret işleme konusunda geniş uygulama alanına sahip olan Fourier Dönüşümüne alternatif olan Wavelet Dönüşümünün kullanım alanlarından biride işaret işlemedir. Bu tez çalışmasında konu ses sıkıştırma olduğundan dolayı wavelet dönüşümünün ses sıkıştırmada kullanımı incelenmiştir.

Birinci bölümde şu anda güncel kodlama teknikleri özellikleriyle karşılaştırılmıştır ve şu sonuçlar çıkartılmıştır:

- * Her kodlama tekniği farklı özelliklere sahip olup sonuçta kullanım alanlarında bu özelliklere göre değişmektedir.

- * Tez çalışmasının konusu olan alt bant kodlama tekniğinin (SBC) 64 kb/s oranlı, 4 kat sıkıştırmaya olanak sağlayan , 10 milyon komut/s iletim hızına imkan tanıyan ve uygulama alanı telekonferans sistemleri olan bir kodlama tekniği olduğu sunulmuştur.

Sonraki bölümde wavelet dönüşümü , wavelet serisi ve wavelet fonksiyonları detaylı bir şekilde anlatılmıştır. Daha sonra wavelet fonksiyonlarının sayısal filtre ve alt örnekleme ile temsil edilebileceği gösterilmiştir. Bu özellikler kullanılarak wavelet dönüşümünün pratik kullanımı gösterilmiş ve alt bant kodlama (SBC) tekniği olarak adlandırılmıştır.

Bu kodlama sisteminde önemli olan filtrelerin örtüşme problemine karşı uygun seçilmesidir. Bununla ilgili olarak filtre takımlarının sağlaması gereken özellikler verilerek **karesel ayna filtrelerinin (QMF) alt bant kodlama tekniği için uygun olduğu** sonucu elde edilmiştir.

Çıkarılan sonuçlar ışığında alt bant kodlama algoritması yazılmış ve Mathlab matematiksel programlama ortamında bilgisayar programı yazılarak işletilmiştir. Programın çalıştırılması ile şu sonuçlar ortaya çıkmıştır.

- * Ses işareti 4 kat sıkıştırılmıştır.
- * Dört kat sıkıştırılmaya karşın işaretin enerjisi %7 oranında kayba uğramıştır.
- * Sıkıştırılmış ses işareti ile tekrardan açılmış ses işareti arasında büyük hata oranının olmadığı görülmüştür.

- * Alt bant kodlama işleminin pratik kullanıma sahip olduğu ispatlanmıştır.

Bu tez çalışmasında verilen bilgiler ve yukarıda elde edilen sonuçlar ışığında alt bant kodlama tekniğinin, maliyet azlığının kalite yüksekliğine tercih edildiği telekonferans sistemlerine, yarı iletken tabanlı telesekreter sistemlerine uygun olduğu sonuçları elde edilmiştir.



KAYNAKLAR

ATAL, B.S., Speech Processing Based on Linear Prediction, Encyclopedia of Physical Science and Technology, Vol. 13, pp. 219-230, Academic Press, New York, 1987

BATTLE, G., A Block Spin Construction of Ondelettes, Part I LeMarie Functions. Comm. Math. Phys. June 1987

CALDERON, A.P., Intermediate Spaces and Interpolation - the Complex Method. Studia Math., Vol.24, pp. 113-190, 1964

CHEN, J.H., COX, R.V., LIN, Y.C., JAYANT, N.S., MELCHNER M.J., A Lowdelay

CELP Coder for the CCITT Speech Coding Standard, IEEE J. Select. Areas Comm., Vol.10, No. 2, pp. 830-849, June 1992

DAUBECHIES, I., Orthonormal Bases of Compactly Supported Wavelets, Comm. On Pure and Applied Math., Vol. XLI, pp. 909-996, 1988

FLANAGAN, J.L., SCHROEDER, M.R., Speech Coding IEEE Trans. On Comm., Vol. Com 27, No.4, pp. 710-735

FLIEGE, N.J., Multirate Digital Signal Processing, England, 1994

GROSSMANN, A. & MORLET, J., Decomposition of Hardy Functions into Square Integrable Wavelets of Constant Shape, Siam j. Math. Anal., Vol. 15, pp. 723-736. 1984

HADDAD, R., AKANSU, A., Multiresolution Signal Decomposition, Transforms, Subbands, and Wavelets, Academic Press, Inc., 1992

KAYRAN, A.H., Sayısal İşaret İşleme, İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik- Elektronik Fakültesi, İstanbul, 1990

KOÇAL, O.H., Wavelet Dönüşümü , İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Fakültesi, 1991

LAWRENCE, R.R., Applications of Voice Processing to Telecommunication., Proceedings of the IEEE, Vol. 82, No.2, February, 1994.

MEYER, Y., Principe d'Incertainitude, Bases Hilbertiennes et Algebres d'Operateurs. Buurbaki Semineri, Nr. 662, 1985

PAPOULIS, A., The Fourier Integral and its Applications, McGraw-Hill, New York, 1962

VETTERLI, M., KOVACEVIC, J., Wavelets and Subband Coding, New Jersey, Englewood Cliffs, 1995