

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Dördörtgen Bet. Kesit, Burulma

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Bülent Çubuk

1987

150
116

117
100072

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

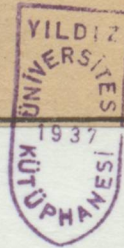
DİKDÖRTGEN BETONARME
KESİTLERDE BURULMA

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İnş. Müh. Bülent ÇUBUK

İSTANBUL, 1987

YILDIZ UNIVERSİTESİ
GENEL KİTAPLIĞI

Kot : R 150
Alındığı Yer : Fen Bil. Ens. 116
Tarih : 24.12.1988
Fatura :
Fiatı : 3500 TL
Ayniyat No : 1/24
Kayıt No : 45928
UDC : 624.012.45
Ek : 378.242



YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DİKDÖRTGEN BETONARME
KESİTLERDE BURULMA

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İnş. Müh. Bülent ÇUBUK

İSTANBUL, 1987

KONU DİZİNİ

- 1- Giriş
- 2- Burulma Tipleri
- 2.1- Denge Burulması
- 2.2- Uygunluk Burulması
- 3- Basit Burulma
- 3.1- Davranış
- 3.1.1- Elastik Davranış
- 3.1.2- Plastik Davranış
- 4- Eğilme ve Burulma
- 5- Kesme ve Burulma
- 6- Betonarme Kirişlerde Burulma
- 6.1- Eğik Eğilme Teorisi
- 6.2- Uzay Kafes Benzeşimi
- 6.3- CEB Önerisi
- 7- Betonarme Kirişlerde Eğilme ve Burulma
- 8- Betonarme Kirişlerde Kesme ve Burulma
- 9- Eğilme, Kesme ve Burulmanın Birleşik Etkisi
- 10- Dikdörtgen Betonarme Kesitlerin Taşıma Gücü
- 11- Sonuç

ÖZET

Betonarme yapılarda burulma genellikle elemanlar arasındaki süreklilikten kaynaklanmaktadır. Burulma ve bileşik etkiler altındaki betonarme elemanların incelenmesi eğik eğilme, uzay kafes ve basınç alanları gibi çeşitli teorik yaklaşımlara yol açmıştır. Bu çalışmanın asıl konusu dikdörtgen betonarme kesitlerde burulma etkisidir. Ancak konuya açıklık getirmek amacıyla, önce dikdörtgen beton kesitlerde burulma ve birleşik etkiler ele alınmıştır. Daha sonra aynı etkiler altındaki betonarme kesitler, sözü edilen teoriler için ayrı ayrı incelenmiştir. Bunun yanı sıra dikdörtgen betonarme kesitlerde elastisite ve plastisite teorilerinin karşılaştırması yapılarak plastisite teorisinin deney sonuçları ile uyum sağladığı ve elastisite teorisinden daha gerçekçi sonuçlar verdiği gösterilmiştir.

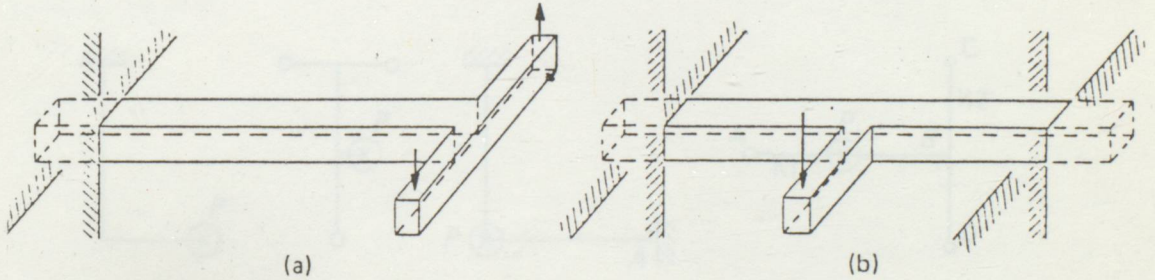
SUMMARY

Torsion in reinforced concrete structures often arises from continuity between members. The investigation of the behaviour of reinforced concrete members subjected to torsion and combined actions led to the development of different theoretical approaches such as the skew bending, space truss and diagonal compression field theories. The real subject of this investigation was torsion action in reinforced concrete cross sections. But for giving a space to subject, before torsion and combined actions examined in the concrete cross sections. After reinforced cross sections under the same actions, investigated separately for mentioned theories. After that in reinforced concrete cross sections elasticity and plasticity theories compared and the plasticity theory came to an understanding with the experiment results and shown that it gave more realistic results from the elasticity theory.

1- GİRİŞ

Betonarme yapılarda burulma genellikle elemanlar arasındaki süreklilikten kaynaklanır. Burulma sistemin geometrisinden veya simetrik olmayan yük uygulamalarından oluşabilir. Betonarme çerçevelerde burulma çoğu kez eğilme momenti, kesme kuvveti ve eksenel kuvvet ile birlikte görülmektedir.

Burulma betonarme yapılarda birinci veya ikinci derece etkilerin sonucunda ortaya çıkabilir. Birinci derece burulma durumunda dış yükün burulma dışında karşılanamaması söz konusudur. Böyle durumlarda gerekli dengenin sağlanabilmesi için burulma tekil olarak hesaplanabilir. Açıklığı boyunca eksantrik yük taşıyan kirişler ve konsollar birinci derece burulma örnekleridir.



Şekil 1.1

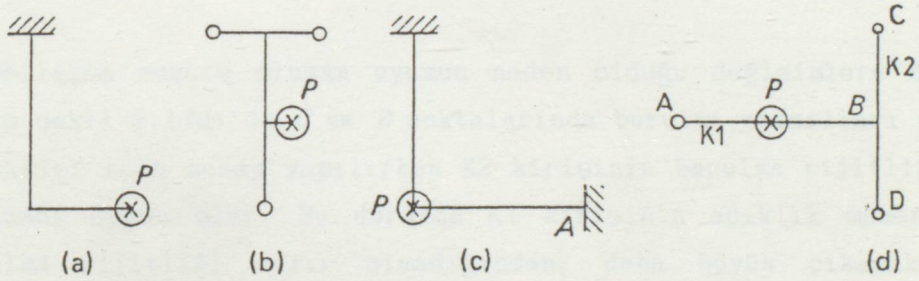
Hiperstatik sistemlerde burulma ikinci derece etki olarak ortaya çıkabilir. Tasarımda böyle bir sürekliliğin ele alınmaması aşırı çatlak genişliklerine neden olur. Tasarımda genellikle, ciddi bir mantığa dayanmayan kişisel düşünceler ve boşvermişlik nedeni ile yok sayılmaktadır. Oysa döşemeyi taşıyan çerçeve kenar kirişleri yalnız üzerlerindeki eğilme momenti ve kesme kuvvetinin değil aynı zamanda döşemenin kenarında oluşan momente eşit miktarda burulma momentinin de etkisindedirler. Benzer şekilde saplama kirişlerini taşıyan çerçeve kirişleri büyük miktarda burulma almaktadırlar.

2- BURULMA TIPLERİ

Betonarme yapılarda burulma iki sınıfa ayrılmaktadır.

2.1- Denge Burulması:

Yapı sisteminde ve elemanlarında dengeyi sağlayabilmek için burulma momentine gereksinim varsa bu burulma "denge burulması"dır. Bu gereksinim elastik aşamadaki değil kırılma aşamasındaki gereksinimdir. Şekil 2.1(a) ve 2.1(b)'deki durumlar denge burulması örnekleridir. Bu gibi durumlarda oluşan burulma mafsalları konarak önlenemez, tersine sistem stabilitesini yitirir. Denge burulmasında burulma momenti sistemin ayrılmaz bir parçasıdır, elemanın davranışı doğrusal olsa da olmasa da vardır. Denge burulması olan sistemlerde doğrusal-elastik yöntemlere göre hesaplanan burulma momenti yok sayılamaz ve azaltılamaz.



Şekil 2.1

2.2- Uygunluk Burulması:

Eğer bir sistemde burulma momentinin bulunması denge için zorunlu koşul değilse veya burulma önlemediği durumda sistem stabilitesini yitirmiyorsa söz konusu olan burulma "Uygunluk burulması"dır. Sistem elastik sınırlar içindeyken denge koşulunda burulma yer almakta ise de, sistemin stabilitesini bozmadan, belirli noktalarda oluşturulacak plastik mafsallarla denge için burulmaya gerek kalmayabilir. Betonarme yapılarda uygunluk burulmasına, denge burulmasına oranla daha çok rastlanır.

Şekil 2.1(c) ve 2.1(d) uygunluk burulması örnekleridir. Örneğin şekil 2.1(c)'deki A mesnedi çıkartılırsa burulma yok sayılabilir. Şekil 2.1(d)'de ise B noktasına eğilme mafsalı veya C ve D noktalarına burulma mafsalı konması sonucunda sistem burulma almayacaktır. Her iki durumda da sistem hala stabil bir sistem olduğundan söz konusu olan uygunluk burulmasıdır.

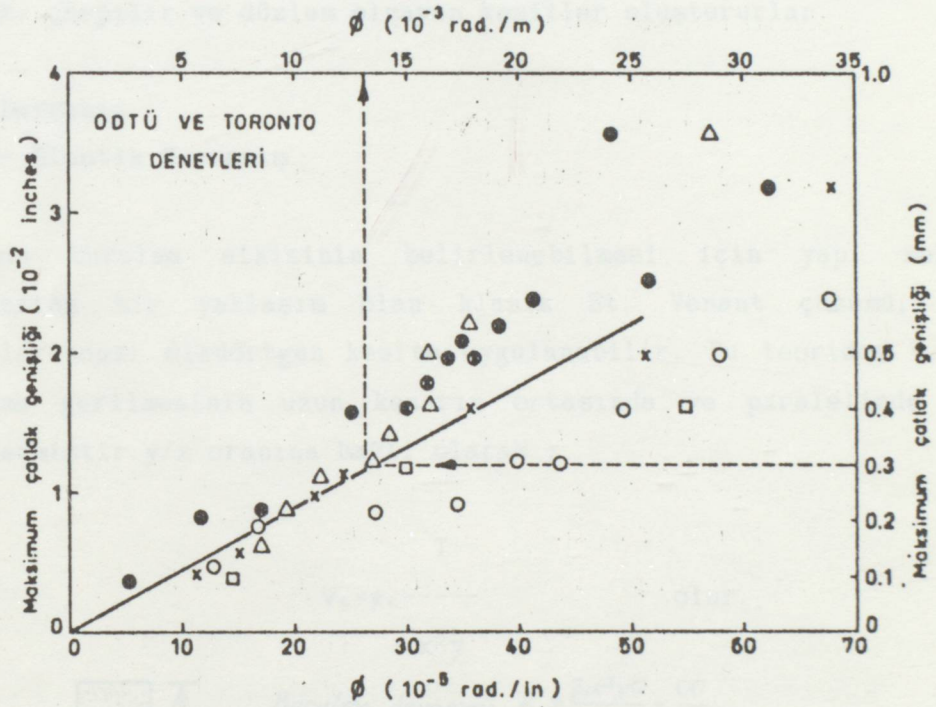
Uygunluk burulmasında , burulma çatlaması ile oluşan plastik mafsallarda burulma momentinin sabit kaldığı varsayılmaktadır. Bu sabit değer çatlama momentidir. O halde uygunluk burulmasının söz konusu olduğu durumlarda, burulma momentinin hesabına gerek yoktur. Bu moment $T=T_{cr}$ varsayılabilir. Varılan bu sonuç son derece önemlidir. Bu durumda, pratikte en sık rastlanan burulma türü olan uygunluk burulmasında, burulma momentinin saptanması için çok sayıda karmaşık hesaba gerek kalmamaktadır. Ancak bu yapıldığında mafsallaşan kesitlerin dönme kapasitelerinin yeterli olması sağlanmalı ve çatlak genişliği kontrol edilmelidir.

Mafsallaşma sonucu oluşan uyumun neden olduğu değişimlere örnek olmak üzere şekil 2.1(d)'de C ve D noktalarında burulma mafsalları oluştuğunda K1 kirişi için hesap yapılırken K2 kirişinin burulma rijitliğinin sıfır alınması uygun olur. Bu durumda K1 kirişinin açıklık momenti, gerçek burulma rijitliği sıfır olmadığından, daha büyük çıkacaktır. Sonuç güvenli bölgede kalacağından, daha ayrıntılı hesaplama bunun değiştirilmesi gereksizdir.

Burulma mafsalı oluşan kesitteki çatlak genişliği 0.3 mm. ile sınırlandırılmalıdır. Ancak burulma çatlağı genişliğinin hesaplanması son derece zordur. ODTÜ'nde yapılan deneylerde, çatlak genişliğinin birim dönme açısı ile değiştiği gözlenmiş ve Şekil 2.2'de gösterilmiştir. Bu durumda hesaplanacak birim dönmenin $10 \cdot 10^{-3}$ rad/m ile sınırlandırılması uygun olacaktır. Hesaplanacak olan birim dönme şekil 2.1(d)'deki K1 kirişinin K2 kirişine saplandığı noktada K1 kirişi basit mesnetli varsayılarak bulunabilir. Bulunan bu dönme açısı saplanma noktası ile kolon arasındaki uzaklığa (burulma açıklığı) bölündüğünde birim dönme açısı elde edilmiş olur.

Uygunluk burulması için yapılacak işlemler şöyle sıralanabilir.

- Burulma yok sayılır. ($T=T_{cr}$)
- Burulma rijitliği sıfır varsayımı ile diğer elemanlara gelen zorlamalar hesaplanır.
- Kirişe minimum burulma donatısı yerleştirilir.
- Birim dönme açısı hesaplanır. Birim dönme açısı $10 \cdot 10^{-3}$ rad/m'yi geçerse, sistem veya eleman boyutları değiştirilir.



Şekil 2.2

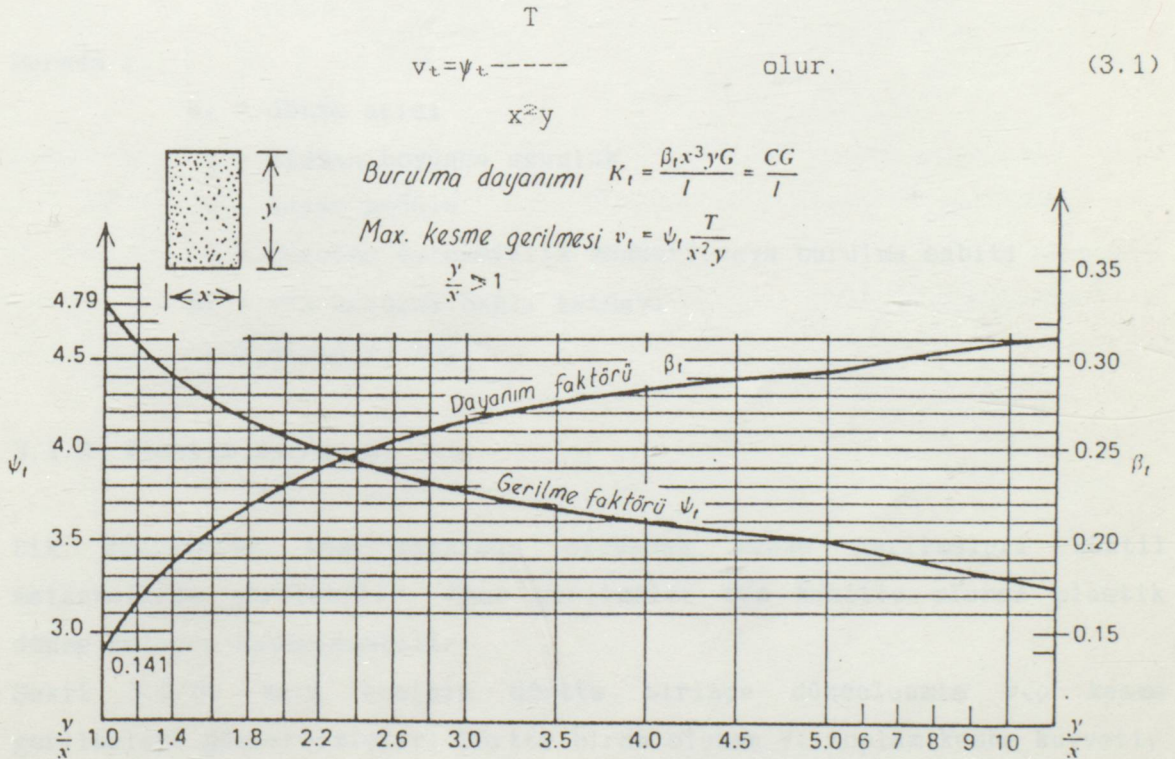
3- BASİT BURULMA

Basit burulmaya pratikte pek rastlanmaz, burulma genellikle eğilme ve kesme ile birlikte etkir. Ancak burulmanın tek başına ele alınması bir sınır durum oluşturduğundan basit burulma altındaki kesitlerin davranışının bilinmesi gerekir. Dikdörtgen kesitlerde burulma sorunu oldukça karmaşıktır. Çünkü dikdörtgen kesitlerde, burulmadan önce düzlem olan kesitler, burulmadan sonra dairesel kesitlerde olduğu gibi düzlem kalmaz, çarpılır ve düzlem olmayan kesitler oluştururlar.

3.1- Davranış

3.1.1- Elastik Davranış

Betonda burulma etkisinin belirlenebilmesi için yapı mekaniğinde kullanılan bir yaklaşım olan klasik St. Venant çözümü, x ve y boyutlarındaki dikdörtgen kesite uygulanabilir. Bu teoriden v_t maximum burulma gerilmesinin uzun kenarın ortasında ve paralelinde olduğu belirlenmiştir. y/x oranına bağlı olarak ;



Şekil 3.1

Burada ;

- T = kesite etkiyen burulma momenti
 x, y = dikdörtgen kesitin boyutları ($x < y$)
 ψ_t = y/x oranına bağlı gerilme faktörü

Bir burulma elemanı için yükleme-boşaltma ilişkisini bilmek de bunun kadar önemlidir. Bu ilişki ise ;

$$\frac{d\theta_t}{dz} = \frac{T}{GC} \quad \text{'dir.} \quad (3.2)$$

$$C = \beta_t x^3 y \quad (3.3)$$

Burulma dayanımı da ;

$$K_t = \frac{T}{\theta} = \frac{GC}{L} \quad \text{olur.} \quad (3.4)$$

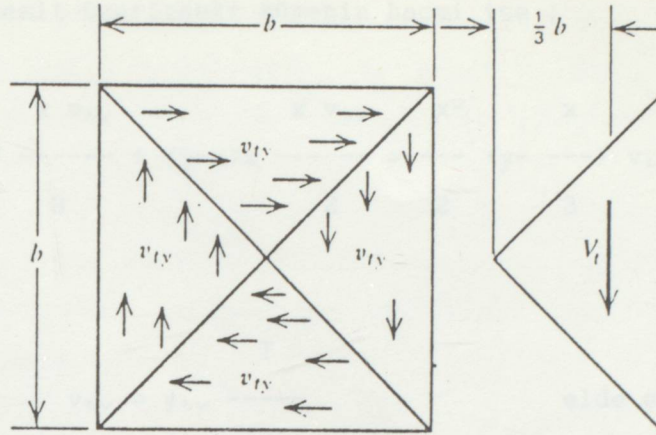
Burada ;

- θ_t = dönme açısı
 z = eleman boyunca uzunluk
 G = kayma modülü
 C = Burulma eylemsizlik momenti veya burulma sabiti
 β_t = y/x oranına bağlı katsayı
 L = elemanın boyu

3.1.2- Plastik Davranış

Dik kesitlerin tüm alanında oluşacak kesme gerilmeleri düktil malzemelerde görülebilir. Eğer gerilmeler tüm kesitte olursa plastik dönme kolayca hesaplanabilir.

Şekil 3.2'de kare kesitin dörtte birinde düzenlenmiş v_{tx} kesme gerilmeleri gösterilmiştir. Dörtte birde oluşan V_t toplam kesme kuvveti;



Şekil 3.2

$$V_t = b \frac{1}{2} \frac{b^2}{2} v_{ty} = \frac{b^3}{4} v_{ty} \quad \text{'dir.} \quad (3.5)$$

Buna göre toplam burulma momenti ;

$$T = 4 V_t \frac{b}{3} = \frac{4 b^3}{3} v_{ty} \quad \text{olur.} \quad (3.6)$$

Nadai'nin "kum kümesi benzeşimi" kullanılarak benzer sonuçlar elde edilebilir. Şekil 3.3'daki dik kesitin üzerine yerleştirilen kumun hacmi, bu kesitin plastik dönmesi ile orantılıdır. Bu küme x dik kesitin küçük boyutu olmak üzere, $x v_{ty}$ yüksekliğindedir. Böylece kare kesitin üzerindeki piramidin hacmi ;

$$T = b^2 \frac{b v_{ty}}{3} = \frac{b^3}{3} v_{ty} \quad \text{olur.} \quad (3.7)$$

Dikdörtgen kesit üzerindeki kümenin hacmi ise ;

$$T = x^2 \frac{v_{ty}}{3} + (y-x)x \frac{v_{ty}}{2} = \frac{x^2}{2} \left(y - \frac{x}{3} \right) v_{ty} \quad \text{'dir.} \quad (3.8)$$

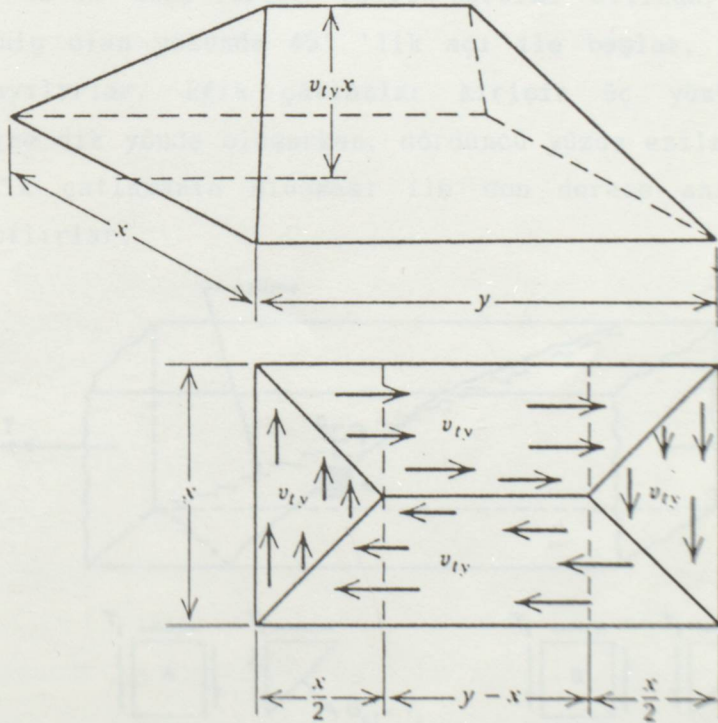
Buradan ;

$$v_{ty} = \frac{T}{x^2 y} \quad \text{elde edilir.} \quad (3.9)$$

Burada ise ;

$$\psi_{ty} = \frac{2}{1-x/3y} \quad \text{'dir.} \quad (3.10)$$

Denklemden $x/y=1$ olduğunda $\psi_{ty}=3$, $x/y=0$ olduğunda $\psi_{ty}=2$ olacağı açıktır. (3.9) denkleminin elastik davranış için çıkarılan (3.1) denklemine benzediği görülebilir.



Şekil 3.3

Beton yeterli düktilitede değilse, özellikle kesme gerilmelerinin tam plastik dağılımına izin verir. Bu bakımdan beton kesitlerin burulma gerilmeleri tam elastik ve tam plastik çözümleri arasında değerler alacaktır.

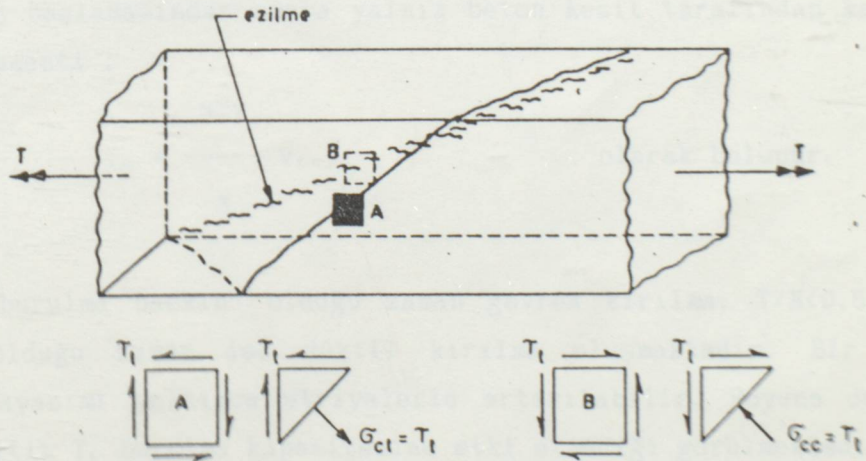
Kesme gerilmeleri, deformasyonu başlatacak olan eğik çekme gerilmelerine neden olur. Ana çekme gerilmelerinin belirlenmesi için ACI basitleştirilmiş ;

$$v_{ty} = v_t = \frac{3T}{x^2y} \quad \text{denklemini vermiştir. (3.11)}$$

Burada $x \leq y$ 'dir.

ψ_t veya ψ_{ty} için 3 değeri elastik teori için minimum, plastik teori için maximumdur. ACI $0.5 \sqrt{f_{cd}}$ (N/mm^2) değerini burulmaya bağlı eğik çekme çatlaklarının başlamasına neden olan yüklerin oluşumuna göre belirlemiştir.

Dikdörtgen beton kesitlerde, basit burulma altında, çatlaklar önce kesitin geniş olan yüzünde 45° 'lik açı ile başlar, daha sonra diğer yüzlere yayılırlar. Eğik çatlaklar kirişin üç yüzünde asal çekme gerilmelerine dik yönde oluşurken, dördüncü yüzde ezilme görülür. Beton kesitler ilk çatlamanın oluşması ile son derece ani ve gevrek bir biçimde kırılırlar.



Şekil 3.4

4- EĞİLME VE BURULMANIN BİRLEŞİK ETKİSİ

Burulma ve eğilme etkisindeki kirişlerin davranışı bunlardan birinin yoğunluğuna bağlıdır. T/M , burulma momentinin eğilme momentine oranı uygun bir parametredir. Eğilme dayanımının eğilme donatısı miktarına bağlı olmasına karşın, burulma dayanımının eğilme momenti varolması durumunda belirlenmesi oldukça zordur.

Eğilme gerilmeleri, kesme durumu için olduğu kadar, burulma durumu için de eğik çatlakların başlamasına yolaçar. Eğilme varlığında bu çatlaklar basınç bölgesinde görülmez. Bu nedenle eğik çatlak oluşmuş bir kiriş sınırlı bir miktar burulmayı taşıyabilecek durumdadır. Burulmanın bu şekilde karşılanması araştırma konusudur.

Çatlamış bir kesitin burulma dayanımı, çatlamamış kesitin burulma dayanımının yaklaşık yarısı kadardır. Buna göre çatlamaya neden olan burulma momentinin yarısı çatlağın oluşmasından sonra taşınabilir. Bu şekilde karşılanan burulma momenti o kadar küçüktür ki, bunun eğilme üzerindeki etkisi yok sayılabilir.

Burulmadan oluşan kesme gerilmesi, ACI tarafından verilen $0.5 \sqrt{f_{cd}}$ çatlama gerilmesinin % 40 'ı kadar oluşmaktadır.

$$v_{tc} = 0.4 (0.5 \sqrt{f_{cd}}) = 0.2 \sqrt{f_{cd}} \quad (4.1)$$

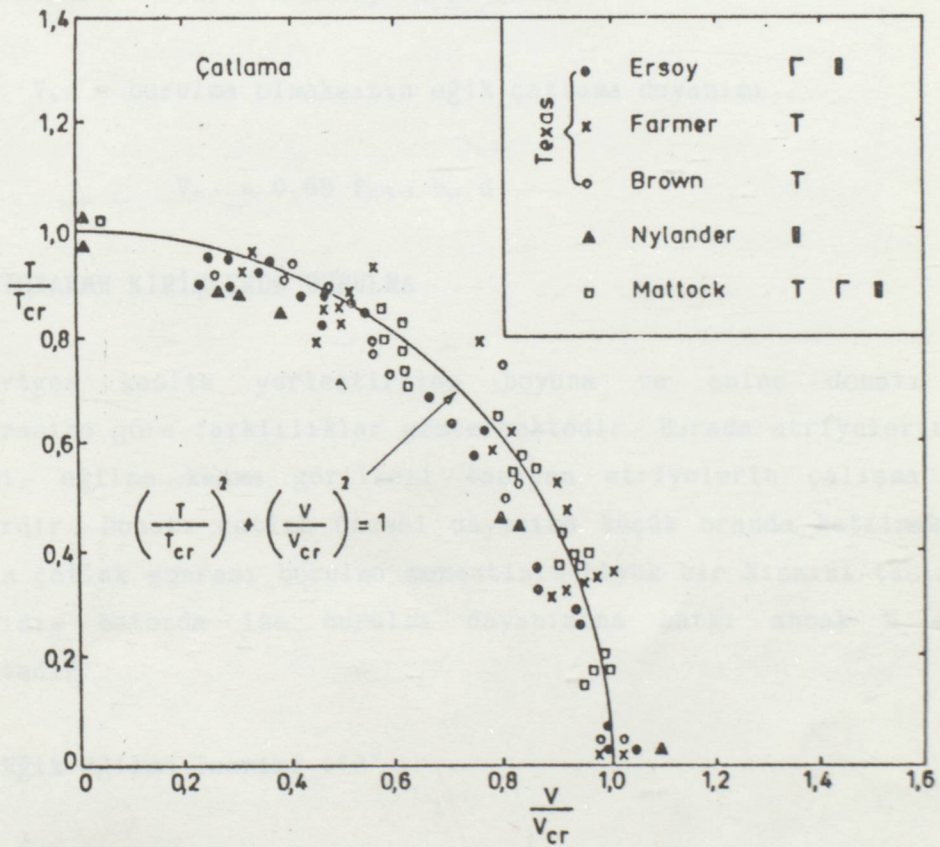
Çatlamadan başlamasından sonra yalnız beton kesit tarafından karşılanan burulma momenti ;

$$T_c = \frac{x^2 y}{3} v_{tc} \quad \text{olarak bulunur.} \quad (4.2)$$

$T/M > 0.5$ "burulma baskın" olduğu zaman gevrek kırılma, $T/M < 0.5$ "eğilme baskın" olduğu zaman ise düktil kırılma oluşmaktadır. Bir kirişin burulma dayanımı yalnızca etriyelerle artırılabilir. Boyuna donatının, beton kesitin T_c burulma kapasitesine etki etmediği görülmektedir.

5- KESME VE BURULMANIN BİRLEŞİK ETKİSİ

Burulma ve kesme kuvvetinin birlikte etkidiği durumda ortaya çıkan gerilmelerin, dikdörtgen kesitin yan yüzlerinden birinde toplamının, diğerinde ise farkının etkidiği açıktır. Sonuçta ortaya çıkan eğik çekme gerilmeleri, ayrıca betondaki eğilme nedeniyle oluşan çekme gerilmelerinden de etkilenmektedir. Çünkü kesme kuvvetini eğilme olmaksızın düşünmek olanaksızdır. Eğilme momenti varlığında, kesme ve burulma arasındaki karşılıklı etkileşim tam olarak belirlenememektedir. Bu nedenle deneylerden çıkarılan sonuçlara bağlı kalmaktadır. Bu tip deneylerde çoğu zaman yük çatlamaya kadar artırılırken, burulmanın kesmeye oranı sabit tutulmaktadır. Ancak pratikte birleşik etkilerden herhangi birinin diğerine oranının ne olacağı ve bu oranın ne derece sabit kalacağı bilinemez.



Şekil 5.1

Şekil 5.1 deneylerden elde edilen sonuçlarla, burulma ve kesmenin dairesel karşılıklı etkileşim ilişkisini göstermektedir. Burulma ve kesme için TS 500 'de verilen karşılıklı etkileşim denklemi ;

$$\left(\frac{T}{T_{cr}} \right)^2 + \left(\frac{V}{V_{cr}} \right)^2 = 1 \quad (5.1)$$

ile deney sonuçları şekilde karşılaştırılmıştır. Denklemin sol tarafının 1' den küçük olması durumunda çatlama olmayacaktır. Bu denklemde ;

T = uygulanan burulma momenti

V = uygulanan kesme kuvveti

T_{cr} = basit burulma altında çatlama momenti

$$T_{cr} = \frac{1}{2} x^2 (y - x/3) f_{ctd}$$

V_{cr} = burulma olmaksızın eğik çatlama dayanımı

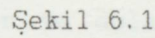
$$V_{cr} = 0.65 f_{ctd} b_w d$$

6- BETONARME KİRİŞLERDE BURULMA

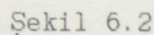
Dikdörtgen kesite yerleştirilen boyuna ve enine donatı betonun çalışmasına göre farklılıklar göstermektedir. Burada etriyelerin çalışma biçimi, eğilme kesme gerilmesi taşıyan etriyelerin çalışma biçimine benzerdir. Donatı çatlak öncesi dayanıma küçük oranda katılmakta, buna karşın çatlak sonrası burulma momentinin büyük bir kısmını taşımaktadır. Donatısız betonda ise burulma dayanımına katkı ancak % 40 kadar olmaktadır.

6.1- Eğik Eğilme Teorisi :

Eğik eğilme görüşü Lessig tarafından ortaya atılmış ve Goode-Helmy tarafından geliştirilmiş, Collins-Below ise bu görüşü birleşik eğilme ve burulmaya uygulamışlardır. Hsu bu teoriyi basit burulmaya uygulamış ve ACI yönteminin temellerinin dayandığı ilkeleri geliştirmiştir.



(a)



Şekil 6.2 'da görüldüğü gibi basınç bölgesindeki boyuna donatı P_1 gerilme kuvveti ile çatlak yüzeye paralel P_m kesme dayanımına ve buna dik doğrultudaki P_c basınç dayanımına yardımcı olmaktadır. Basınç bölgesindeki etriye dayanımı yok sayılmıştır, çünkü donatı basınç dayanımına önemli bir derecede etkimemektedir.

Çekme bölgesinde boyuna doğrultuda kuvvet ortaya çıkmadığı belirlenmiştir. Böyle bir kuvvet etkiseydi, dengelemek amacıyla ters doğrultuda bir karşı kuvvet gerekirdi. Yalnızca P_v , Q_x ve Q_y 'nin çalıştığı kabul edildiği ve bileşke kuvvetin basınç bölgesindeki P 'ye zıt yönde yukarıya doğru yönlendirilmesi gerektiği sürece, eğilme altında çekme oluşan bölgede boyuna doğrultuda hiçbir çekme ve basınç gerilmesi oluşmaz. Şurası bilinmelidir ki, burulma momentinin yönü analizlerle kesin olarak belirleninceye kadar çekme ve basınç bölgelerindeki tüm iç kuvvetler ve dolayısıyla donatı eşit olmalıdır. Çünkü momentin yön değiştirmesi ile çekme ve basınç bölgeleri birbirleriyle yer değiştirecektir.

- Betonun dayanımı :

Kesme kuvveti ;

$$P_m = v_{ort}(y\sqrt{2})a \quad \text{'dir.} \quad (6.1.1)$$

Burada;

v_{ort} = basınç bölgesine etkiyen ortalama kesme gerilmesi

$y\sqrt{2}$ = basınç bölgesinin genişliği

a = basınç bölgesinin derinliği

Diğer bir şekilde etkili alan $xy\sqrt{2}$, $\sqrt{f_{cd}}$ ile orantılı olduğuna göre ;

$$P_m = k_1 xy \sqrt{f_{cd}} \quad \text{olur.} \quad (6.1.2)$$

k_1 = orantı sabiti

$$P = \sqrt{2} P_m + P_1 \quad (6.1.3)$$

Bu denklemin ilk terimi beton özelliğini belirtmektedir. Böylece betonun T_c burulma kapasitesi moment kolunun $\sqrt{2} P_m$ katına eşittir. (Örneğin 0.80x)

$$\begin{aligned} T_c &= \sqrt{2} P_m \text{ (kol)} \\ &= \sqrt{2} k_{xy} \sqrt{f_{cd}} (0.80x) \\ &= k_z x^2 \sqrt{f_{cd}} \end{aligned} \quad (6.1.4)$$

k_z sabiti deneysel olarak $0.2/\sqrt{x}$ olarak belirlenmiştir. Böylece ;

$$T_c = (0.2/\sqrt{x}) x^2 y \sqrt{f_{cd}} \quad (6.1.5)$$

Bu denklem basınç bölgesindeki betonun burulma momenti dayanımını vermektedir.

- Etriyelerin ve boyuna donatıların dayanımları :

Şekil 6.1 ve 6.2 de görüldüğü gibi çekme bölgesinde P_v, Q_x ve Q_v , basınç bölgesinde ise P_1 iç kuvvetleri oluşmaktadır.

1- Dik etriyelerin etkisi;

$$P_v = A_t f_y (y_1/s) \text{ dir.} \quad (6.1.6)$$

Burada y_1/s 45° açıyla çatlamış yüzeyin içerdiği etriye sayısıdır.

2- Beton basınç bölgesindeki boyuna donatıların P_1 iç kuvveti;

$$P_1 = \xi (A_1/2) f_y \text{ dir.} \quad (6.1.7)$$

Burada ξ iki veya daha fazla noktada yerleştirilmiş boyuna donatıların etki faktörü ve A_1 ise boyuna donatıların toplam alanıdır. (Basınç bölgesinde $A_1/2$ alınır)

3- Q_x ve Q_v aktarma kuvvetleri beton çatladıktan sonra çalışmaya başlar. Bu kuvvetler donatı dik kesit alanı ve donatının dönme merkezinden uzaklığı ($0.5x_z$ veya $0.5y_z$) ile orantılı olan donatı deformasyonu ile orantılıdır.

$$Q_x = k_3 A_1 y_2$$

$$Q_y = k_3 A_1 x_2$$

(6.1.8)

$k_3 = \text{sabit}$

Boyuna donatı hacminin etriye hacmine oranı ise ;

$$M = \frac{A_1 s}{2A_t(x_1 + y_1)}$$

veya

(6.1.9)

$$A_1 = A_t \frac{2m(x_1 + y_1)}{s}$$

olur.

(6.1.10)

(6.1.10) denklemi (6.1.7) denklemine yerleştirilirse ;

$$P_1 = \frac{f}{s} m (1 + y_1/x_1) (x_1 A_t f_y / s) \text{ olur.}$$

(6.1.11)

(6.1.10) denklemi (6.1.8) denklemlerine yerleştirilirse ;

$$Q_x = k_3 y_2 (2m A_t (x_1 + y_1) / s)$$

$$= 2k_3 / f_y (y_2 / y_1) m (1 + y_1 / x_1) (x_1 y_1 A_t f_y / s)$$

(6.1.12)

Benzer şekilde;

$$Q_y = 2k_3 / f_y (x_2 / y_1) m (1 + y_1 / x_1) (x_1 y_1 A_t f_y / s) \text{ olur.}$$

(6.1.13)

Donatının burulma direnci ise;

$$T_m = P_v (x_1 / 2) + P_1 (x_2 / 2) + 2Q_x (y_2 / 2) + 2Q_y (x_2 / 2)$$

(6.1.14)

Şeklini alır. (6.1.6), (6.1.11), (6.1.12), (6.1.13) denklemlerinin (6.1.14) denklemine yerleştirilmesi ile ;

$$T_m = \alpha_t \left(\frac{x_1 y_1 A_t f_y}{s} \right)$$

bulunur.

(6.1.15)

Burada ;

$$\alpha_t = -\frac{1}{2} \left[\frac{y_1}{x_1} \frac{x_2}{2y_1} \frac{k_3}{f_y} \frac{y_1}{x_1} \frac{1}{y_1} \right] m(1+---)(---) + 2(---)m(1+---)(x_2+y_2)(---) \quad (6.1.16)$$

'dir. $x_2 \approx x_1$ ve $y_2 \approx y_1$ olduğu kabul edilirse, bu durumda m ve y_1/x_1 parametrelerinin fonksiyonu olan α_t şöyle yazılabilir ;

$$\alpha_t = C_1 + C_2 m + C_3 (y_1/x_1) \quad (6.1.17)$$

Buradaki C_1, C_2 ve C_3 sabitleri deneysel olarak belirlenebilir. Hsu boyuna donatı ve etriye kapasitelerinin eşit olmaları ($m=1$) durumunda ACI'nin kabul ettiği şekilde ;

$$\alpha_t = 0.66 + 0.33 (y_1/x_1) \text{ olduğunu göstermiştir.} \quad (6.1.18)$$

Böylece betonarme dikdörtgen kesitlerin son burulma dayanımları (6.1.5) ve (6.1.15) denklemlerinden;

$$T_n = T_c + T_m = (0.2/\sqrt{x}) x^2 y \sqrt{f_{cd}} + \alpha_t (x_1 y_1 A_t f_y / s) \quad (6.1.19)$$

elde edilir.

6.2. Uzak Kafes Benzeşimi^[4]

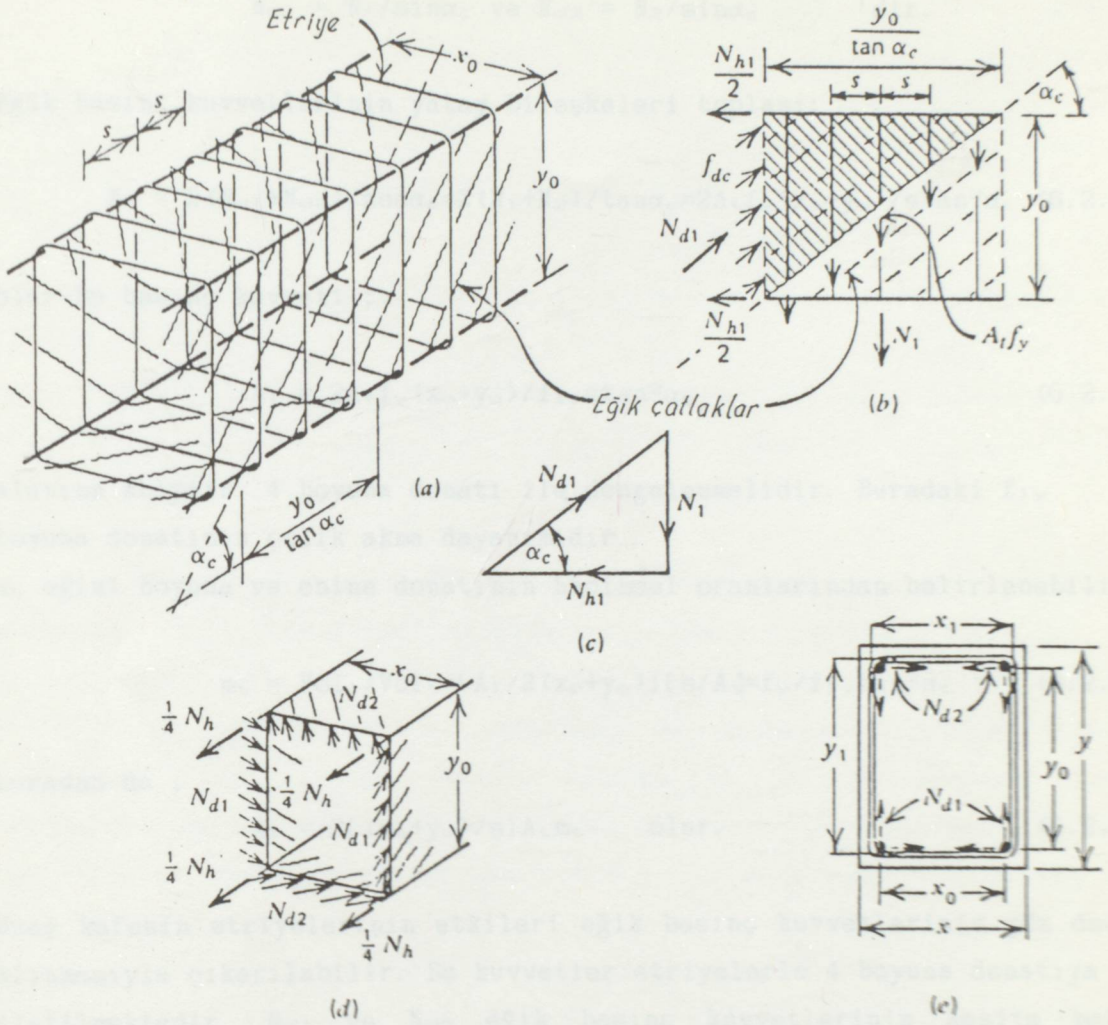
Boyuna donatı ve dik etriyelerden oluşmuş bir uzak kafes yapı alışıl gelmiş bir modeldir. Şekil 6.2.1(a)'daki kesikli çizgiler α_c açısıyla oluşan eğik çatlakları göstermektedir. Bugüne kadar $\alpha_c=45^\circ$ kabul edilmiştir. Şekil 6.2.1(b)'deki gibi bir eğik çatlak $n_1 = y_c / (\tan \alpha_c)$ sayılı etriye ile geçilmiştir. Burada y_c etriyenin içten içe uzunluğudur. Çatlak karşısında oluşan gerilme ise ;

$$N_1 = n_1 A_t f_y \quad \text{dir.} \quad (6.2.1)$$

Burada;

A_t = kapalı etriyenin bir kolunun alanı

f_y = kapalı etriyenin çelik akma dayanımıdır.



Şekil 6.2.1

Benzer şekilde uzay kirişin üst düzleminde eğik çatlakla ilgili olarak gelişen gerilme ;

$$N_2 = n_2 A_s f_y$$

olur.

$$(6.2.2)$$

Burada etriye sayısı

$$n_2 = x_0 / (s \tan \alpha_c) \text{ dir.}$$

Dik etriye kuvvetleri kirişin yatay ve eğik bileşenleri doğrultusundaki birleşim noktalarında kendi kendilerini sönmölemektedirler. Şekil 6.2.1 (b), (c) ve (d) 'de gösterilmiştir.

$$N_{d1} = N_1/\sin\alpha_c \text{ ve } N_{d2} = N_2/\sin\alpha_c \quad \text{'dir.}$$

Eğik basınç kuvvetlerinin yatay bileşkeleri toplamı;

$$N_{T1} = 2(N_{d1}+N_{d2})/\sec\alpha_c = 2(N_1+N_2)/\tan\alpha_c = 2A_t f_y (x_o+y_o)/\tan^2\alpha_c \quad (6.2.3)$$

olur. Bu basınç kuvveti ;

$$A_1 = 2A_t f_y (x_o+y_o)/f_{1y} \tan^2\alpha_c \quad (6.2.4)$$

alanına shiptir. 4 boyuna donatı ile dengelenmelidir. Buradaki f_{1y} boyuna donatının çelik akma dayanımıdır.

α_c eğimi boyuna ve enine donatının hacimsel oranlarından belirlenebilir.

$$m_t = Vol_1/Vol_t = [A_1/2(x_o+y_o)][s/A_t] = f_y/f_{1y} \tan^2\alpha_c \quad (6.2.5)$$

buradan da ;

$$A_1 = 2[(x_o+y_o)/s] A_t m_t \quad \text{olur.} \quad (6.2.6)$$

Uzay kafesin etriyelerinin etkileri eğik basınç kuvvetlerinin göz önüne alınmasıyla çıkarılabilir. Bu kuvvetler etriyelerle 4 boyuna donatıya iletilmektedir. N_{d1} ve N_{d2} eğik basınç kuvvetlerinin kesite bağlı durumları Şekil 6.2.1(e)'de görülmektedir. Bu basınç kuvvetlerinin yatay bileşenleri burulmayı doğurmaktadır.

Şekil 6.2.1(d) ve (e)'ye göre ;

$$T_{\Sigma} = (x_o N_{d1} + y_o N_{d2}) \sin\alpha_c = x_o N_1 + y_o N_2 \quad \text{olur.}$$

Denklem (6.2.1) ve (6.2.2) 'den

$$T_{\Sigma} = 2[A_t f_y / \tan\alpha_c] x_o y_o \quad \text{elde edilir.} \quad (6.2.7)$$

(6.2.5) ve (6.2.7) denklemlerinden A_t =etriere kolu alanı, A_1 =toplam boyuna donatı alanı olacak şekilde kafes burulma direnci ;

$$T_m = 2x_o y_o \sqrt{(A_t f_y / s) [A_1 f_1 / 2(x_o + y_o)]} \quad (6.2.8)$$

bulunur. Lampert bu denklemin ;

$$T_m = 2A_o \sqrt{(A_t f_y / s) (A_1 f_1 / P_o)} \quad (6.2.9)$$

şeklinde olması durumunda her kesit için sabit olduğunu göstermiştir. Burada ;

A_o = Boyuna donatının merkezlerini birleştiren doğruların sınırladığı alan

P_o = Aynı doğruların sınırladığı alanın çevresi

Çesitli araştırmalarla yapılan deneylerin sonuçlarının karşılaştırılması sonucunda (6.2.8) denklemi ile uygunluk sağlandığı gözlenmiştir. Bu denklem T burulma momentini belirlemek için tasarlanmış olup betonun burulma dayanımına katkısı gözönüne alınmamıştır. Yalnız burulma etkisindeki bir kirişte kesit şekline ve donatı düzenine bağlı olmaksızın kiriş eksenine 45° açıyla çatlaklar oluşmaya başlamaktadır. Ancak yük limite yaklaşırken donatı oranına bağlı olarak açı değişmektedir. ($m_t \neq 1$)

Boyuna donatı ile etriyelerin çelik akma dayanımları ($f_y = f_{1y}$) ve hacimleri eşit ise belli bir burulma momenti için teorik minimum donatı miktarı belirlenebilir. Bu belirleme (6.2.5) denkleminde $m_t = 1$ ve $\alpha_c = 45^\circ$ alınmasıyla elde edilebilir.

(6.2.8) ve (6.2.6) denklemlerinden $m_t = 1$ alınarak yapılacak indirgeme ile verilen bir T_m burulma momentini karşılamak için gerekli olan etriye alanı ;

$$A_t = T_m s / 2 f_y x_o y_o \text{ olarak bulunur.} \quad (6.2.10)$$

Kapalı etriye aralıklarının $(x_1 + y_1) / 4$ ve 250 mm den büyük olmaması gerekir.

Boyuna donatının kiriş içerisinde yerleştirilme biçimi burulma açısından önemli görülmemektedir. Boyuna donatı boyuna çekme gerilmesini (N_h) karşılamakta ve eğik çatlak oluşmasından sonra deformasyon yapmaktadır.

Uzay kafesin düğüm noktalarında eğik basınç kuvvetlerinin sönümlenmesini sağlamak için kesitin dört köşesinde boyuna donatı bulundurulmalıdır. Bu yapılmazsa eğik basınç gerilmeleri özellikle etriyelerin geniş aralıklı olmaları durumunda etriyeler arasındaki betonu dışarı itebilir. Bu nedenle boyuna donatı çapı etriye aralığının 1/16'sından az olmamalıdır. Kapalı etriye alanı için ACI tarafından verilen aşağıdaki denklem (6.2.10) denklemi ile benzerdir.

$$A_t = sT_s / \alpha_t f_y x_1 y_1 \quad (6.2.11)$$

Burada ;

$$\alpha_t = 0.66 + 0.33(y_1/x_1) \leq 1.50 \text{ ve } y_1 \geq x_1 \text{ dir} \quad (6.1.8)$$

Eşit hacimli boyuna donatı ve etriye kullanıldığı, $m_t=1$, $x_o=x_1$ ve $y_o=y_1$ olduğu zaman (6.2.10) denklemi $\alpha_t=2.0$ değerini verir. α_t için ACI değeri Hsu tarafından deneysel sonuçlarla verilmiştir. Şekil 6.2.2 'de Hsu'nun bulduğu sonuçlarla CEB'nin verdiği değerler burulma momenti-etriye parametresi ($T-x_1 y_1 A_t f_y / s$) ilişkisi ile dikdörtgen kesitlerde $m_t=1$ ve değişken donatı alanları için verilmiştir. Denge altı donatılı kirişlerde boyuna donatı ve etriyeler çekme dayanımına ulaşmakta ve kırılma düktil olmaktadır. Dengeli donatılı kirişlerde ise etriye ve boyuna donatılar gerilmeye erişmezler. Denge üstü donatılı kirişlerde ise her iki donatı da gerilmeye ulaşmaktadır.

Şekil 6.2.2'den basit burulma için ACI'nin verdiği eğrinin doğru kısmı için ;

$$T = T_c + T_s = T_c + \alpha_t x_1 y_1 A_t f_y / s \quad \text{elde edilir.} \quad (6.2.12)$$

Bu denklemle hem boyuna donatı hem de etriyeler akma gerilmesine ulaştığı zaman T burulma momenti bulunabilir. Deneysel sonuçlara uyan doğru kısmın uzaması burulma momentinin bir kısmı olan T_c 'nin donatı dışında taşındığını göstermektedir. Bu fark burulmayı beton taşımaktadır. Şekil 6.2.2 'de gösterilen sonuçlar sabit üniform yükleme altındaki deney kirişlerinden elde edilmiştir. Çeşitli işletme yükleri

$$V_t \leq 1.0 \sqrt{f_{cd}} \text{ (N/mm}^2\text{)} \quad \text{verilmistir.} \quad (6.2.14)$$

Deformasyonun düktil elde edilebilmesi için burulma elemanı denge altı donatılı olmalıdır. Çıkarılan denklemlerin ışığı altında eşit hacimli boyuna donatılı yalnız burulma etkisi altındaki bir kirişte kapalı etriye oranı ;

$$\rho_t = A_t/sx \leq 0.266xy \sqrt{f_{cd}}/\alpha_t x_1 y_1 f_y = \rho_{t,max} \quad (6.2.15)$$

olur. Bu denklemin bazı test kirişlerine uygulanması sonucunda Şekil 6.2.2 'de gösterildiği gibi burulmanın artması durumunda donatının maximumu aşabileceği görülmüştür. Bu testler donatı oranı ρ_t , denklemde verilen $\rho_{t,max}$ değerini geçerse sonucun uygun olmadığını göstermiştir. Şurası da gerçektir ki burulma momenti nedeniyle donatısız kiriş çatlayacak ve döneceğinden minimum oranda bir burulma donatısı konmalıdır. Bunun için ACI ;

$$\rho_{t,min} \leq A_t/sx = 0.345/f_y \text{ (N/mm}^2\text{)} \quad (6.2.16)$$

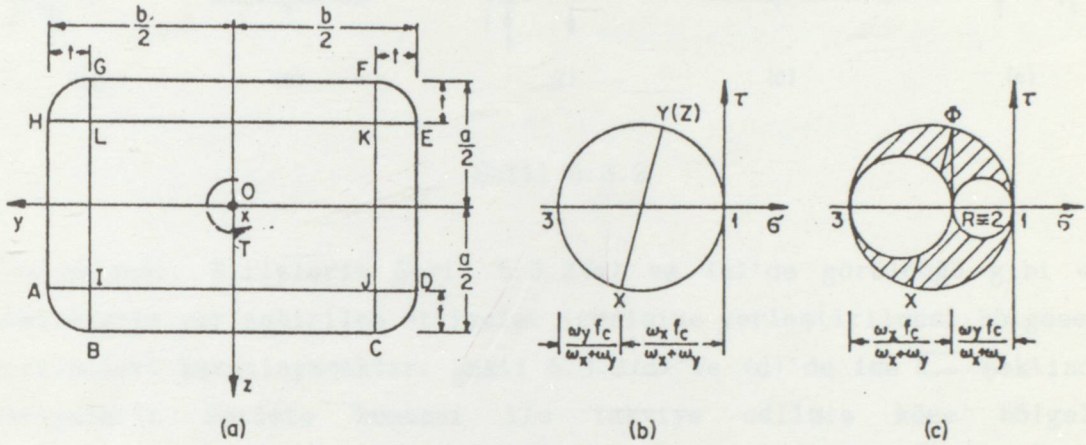
önermiştir. Eğik çatlak sonucu beton tarafından taşınan burulma kesit üzerindeki çatlak öncesi burulmaya oranla çok küçük olduğundan uygunluk için ACI'nin önerdiği minimum etriye oranı yeterli değildir. Ancak boyuna donatının artışı ile ($m_t > 1$) burulma dayanımı artırılabilir. Bu nedenle burulma etriyesinin çok az gerektiği durumlarda boyuna donatı miktarını artırmak için ACI koşul olarak ;

$$A_{t,min} = \frac{2.76xs}{f_y} \frac{v_t}{v_t+v} - 2A_t \frac{x_1+y_1}{s} \quad (6.2.17)$$

denklemini vermiştir. Burada $2 A_t$ için $0.345xs/f_y$ 'den küçük değer alınmasına gerek yoktur.

6.3. CEB Önerisi : [5]

Betonarme dikdörtgen kesitlerde beton ile etriye arasında oluşacak yük alışverişi kesit köşelerinde dikkatle incelenmelidir.



Şekil 6.3.1

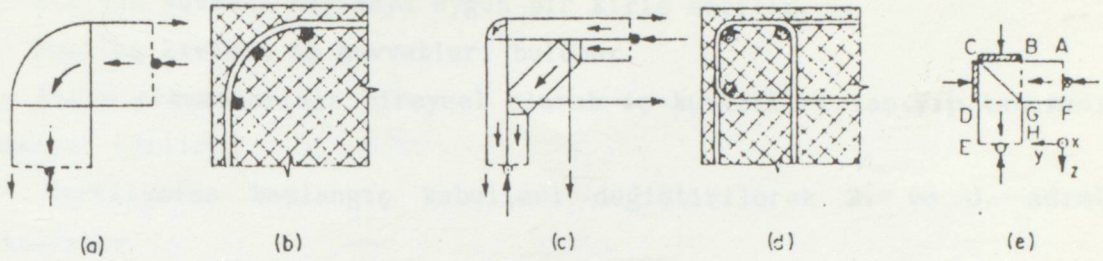
Şekildeki "I, J, K, L" iç bölgesi gerilmelerden bağımsızdır. "I, B, C, J", "J, D, E, K", "K, F, G, L" ve "L, H, A, I" gerilme durumları ikinci şekilde ve "ABI", "COJ", "EFK" ve "GHL" köşe bölgelerindeki gerilme durumları ise üçüncü şekilde gösterilmiştir. Etriyelerin $\sigma_r = \sigma_v$ sabit gerilmelerini oluşturdukları kabul edilir. Dış bölgelerdeki ve köşelerdeki ana eksenler 3 ve x eksenleriyle sınırlı ($\sigma_3 = -f_c$) olan x çaplı dairedir. ω_x ve ω_y ;

$$\omega_y = \frac{A_{ef_{ym}}}{a \leq f_c}, \quad \omega_x = \frac{1}{2} (C_1 - \sqrt{C_1 - 4C_2}) \quad (6.3.1)$$

$$C_1 = \frac{2(1+b/a)}{(8-\pi)} - \omega_y, \quad C_2 = \frac{\sum A_{ex} f_{yx}}{(8-\pi)a^2 f_c} \quad (6.3.2)$$

formülleri ile bulunur. Beton örtü kalınlığı $(\omega_x + \omega_y)a$ 'ya eşittir. Burulma momenti ise ;

$$T = 2f_c a^3 \sqrt{\omega_x \omega_y} [(b/a) - (\omega_x + \omega_y)(1+b/a) + (\pi/3)(\omega_x + \omega_y)^2] \quad (6.3.3)$$



Şekil 6.3.2

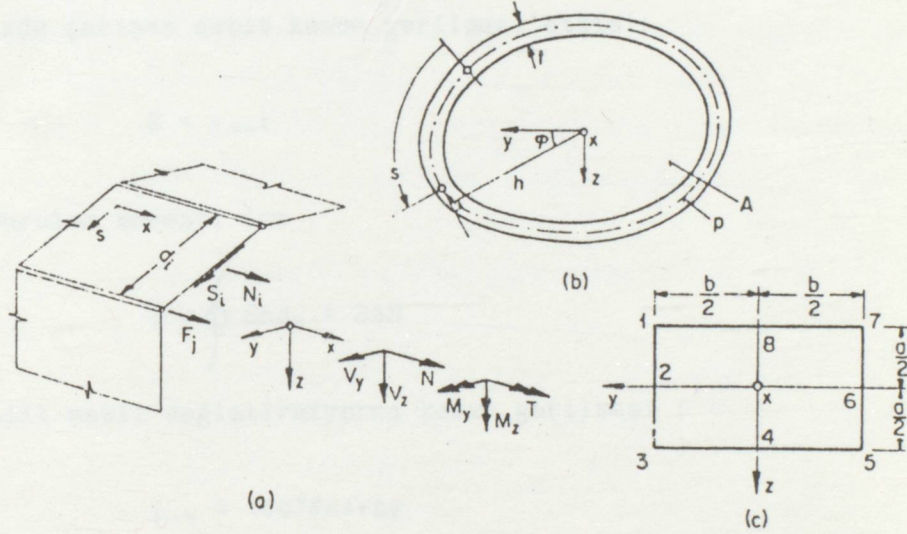
ile bulunur. Kirişlerin Şekil 6.3.2(a) ve (b)'de görüldüğü gibi eşit aralıklarla yerleştirilen etriyeler içerisine yerleştirilmesi bölgesel gerilmeleri karşılayacaktır. Şekil 6.3.2(c) ve (d)'de ise  şeklindeki etriyelerin üstüste konması ile takviye edilmiş köşe bölgeleri tasarlanmıştır. Dış bölgelerde kuvvetin akışı şekil 6.3.2(a) daki gibi dönme yapmaktadır. Etriyelerin içinde kalan çift yönlü gerilme etkisindeki tabaka iki üçgen alan ve bu alanları birleştiren destekle gösterilmiştir. Şekil 6.3.2(e)'de ise etriyelerin köşelerine BC ve CD gibi demir takviyeler konularak bir gerilme bölgesi tasarlanmıştır. Bu şekildeki "ABGF" ve "DEHG" bölgelerinde oluşan gerilme pozisyonları sırasıyla Şekil 6.3.1(a)'daki "FGLK" ve "HAIL" bölgelerindeki duruma benzemektedir. "GCB" ve "GCD" üçgen bölgelerinde takviyelere bağlı olarak σ_x ve σ_y basınç gerilmeleri de ortaya çıkmaktadır.

Burulma etkisindeki betonarme bir elemanın dayanımı donatıların artırılması ile orantılı olarak artmamaktadır. Artan donatı oranları ile beton basınç bölgelerinin kalınlığının artması ve buna bağlı olarak moment kolunun azalması söz konusudur. Aynı durum eğilme ve birleşik etkiler için de geçerlidir.

Burulma ve birleşik etki altındaki betonarme elemanların limit tasarımları betonda ve çelikteki iç kuvvetlerin tutarlı statik denge denklemlerine dayanması gerekir. Betonun çekme mukavemeti yok sayılmalıdır. " f_c " basınç mukavemeti kullanım yerine göre dikkatli seçilmelidir. Düşük mukavemetli elemanlar için " f_c "nin seçimi daha önemlidir. CEB eğilme için $0.85 f_{cd}$, kesme için $0.67 f_{cd}$ ve burulma için $0.5 f_{cd}$ değerlerini vermiştir.

Uygulanabilen bir yöntem olarak çözümlemede şu yol izlenebilir.

- 1- Etkiyen yükleri taşımaya uygun bir kiriş seçilir.
- 2- Seçilen kirişin iç kuvvetleri bulunur.
- 3- Kiriş elemanlarının bireysel olarak iç kuvvetleri taşıyıp taşımadığı kontrol edilir.
- 4- Gerekliyse başlangıç kabulleri değiştirilerek 2. ve 3. adımlar yinelenir.
- 5- Sonuç olarak gerilme bölgesi belirlenerek takviye detayları belirlenir.



Şekil 6.3.3

Çoğu zaman M_y, M_x, T, V_y, V_x, N bölgesel kuvvetleriyle boyuna doğrultudaki F_x kuvvetleri ve farklı yönlerdeki S_x ve N_x kuvvetlerinin eşit denge sistemiyle yer değiştirmesiyle beton ve çelik boyutları belirlenebilir. Her " t_i " için deneysel bir değerle başlayarak moment kolları bulunabilir ve S_x, N_x, F_x seçilebilir. Sonuç olarak kabul edilen t_i kalınlıkları eğik beton basınç kuvvetlerini $-f_c$ ortalama gerilmesiyle taşıyacak şekilde hesaplanmış değerlerle karşılaştırılır ve tasarım hesaplarının yinelenmesiyle yeniden düzenlenebilir. Bu yöntemle elde edilen değerler ortalama olarak ele alınmalıdır. Bu nedenle bu yöntem

yalnızca bölgesel çalışan kuvvetlerde ve elemanın geometrisinde ani değişiklikler olmadıkça uygulanabilir.

Bir elemanın çatlak bölge veya çatlağa yol açan yük altındaki deformasyonları elastisite teorisi ile kontrol edilebilir. Çatlak bölgedeki deformasyonlar dayanım analizi için kullanılan uzay kirişleri veya model elemanların deformasyonlarının incelenmesi ile de bulunabilir. Bir elemanın deformasyonunun yalnızca genel birleşik etkiler olan burulma ve eğilme momenti, normal kuvvet ve kesme kuvveti etkisinde ortaya çıkmadığı aynı zamanda dönme, burkulma ve uzama gibi durumlardada oluştuğu bilinmelidir.

Şekil 6.3.3(b) 'deki ince çeperli içi boş kirişte "A" alanının "P" çevresinde çalışan sabit kesme gerilmesi etkisi;

$$S = \tau_{\text{kes}} t \quad (6.3.4)$$

'dir. Burulma momenti ise ;

$$T = \oint S h d_{\text{es}} = 2AS \quad (6.3.5)$$

Eğer kesit şekil değiştirmiyorsa kesme gerilmesi ;

$$\gamma_{\text{kes}} = (\delta u / \delta s) + h\psi \quad (6.3.6)$$

ile belirlenir. Burada u, x yönündeki kayma bileşenini, ψ ise birim uzunluk için dönmeyi göstermektedir. Bu denklemin integrali ;

$$\oint \gamma_{\text{kes}} d_{\text{es}} = 2A\psi \quad (6.3.7)$$

denklemini verir. Lineer elastisite için ;

$$\gamma_{\text{kes}} = \tau_{\text{kes}} / G \quad , \quad \psi = T / 4A^2 G \oint ds / t \quad (6.3.8)$$

denklemleri bulunur. Çeper kalınlığının sabit olması durumunda ;

$$\psi = TP / 4A^2 G t \text{ olur.} \quad (6.3.9)$$

Çatlak durum analizi için betondaki gerilme bölgeleri şekil 6.3.3(a)'daki gibi d_1 sabit kabul edilmiştir. Buna karşın ϵ_{∞} uzamaları d_1 boyunca lineer olarak değişebilir. Bu durum $\gamma_{\infty m}$ ve ϵ_m gerilmelerinin de d_1 doğrultusunda değişebileceğini göstermektedir. Çünkü ;

$$\gamma_{\infty m}/2 = (\epsilon_{\infty} - \epsilon_t) \tan v, \quad \epsilon_m - \epsilon_t = (\epsilon_{\infty} - \epsilon_t) \tan^2 v \quad (6.3.10)$$

denklemleri ile ϵ_t ve v değerleri sabittir. Benzer şekilde ϵ_m 'in d_1 boyunca değişmesi lineer olarak gerçekleşmektedir. Tüm çeperlerin ortalama uzaması $\epsilon_{\infty i}^m$ biliniyorsa, ϵ_{∞} uzamalarının tüm değerleri belirlenebilir.

Eğer v_i açıları ve $\epsilon_{t i}$ gerilmeleri biliniyorsa bunların ortalaması $\gamma_{\infty m i}$ ve $\epsilon_{m i}$ değerleri hesaplanabilir. Çatlak betondaki ϵ_m uzamalarının lineer değişimi s doğrultusundaki üzengi şeklindeki etriyeleri etkilememektedir, çünkü kabullere göre etriyeler yüzey boyunca ilişkisizdirler, yalnız yüzey kenarlarından bağlıdırlar. Bu nedenle yalnızca $\epsilon_{m i}^m$ gerilmeleri etkilidir.

Yalnız burulma etkisindeki bir eleman ele alınırsa, x ve s doğrultularında düzenli olarak yerleştirilmiş donatıyla takviye edilmiş yüzeylerdeki boyuna donatıların kesit alanlarının toplamı $A_{\infty i}$, etriyelerin kesit alanları $A_{m i}$, etriye aralıkları ise $s_{m i}$ olmak üzere geometrik açıdan uygun donatı oranları;

$$\rho_{\infty i} = A_{\infty i} / (t_i d_i) \quad \rho_{m i} = A_{m i} / (t_i s_{m i}) \quad (6.3.11)$$

olur. Sabit kesme gerilmeleri $T_{\infty m i} = T/2At_i$, $k=-1$ ve $\alpha=\pi/4$ olmak üzere elastik haldeki v açılarının;

$$\cot^2 v_i = \frac{\rho_{m i} (1 + \rho_{\infty i} R)}{\rho_{\infty i} (1 + \rho_{m i} R)} \quad (6.3.12)$$

olduğu ortaya çıkar. Buradan da $\epsilon_{\infty i}^m$, $\epsilon_{m i}^m$ ortalama deformasyonları ve $\epsilon_{t i}$ ana gerilmeleri ;

$$\epsilon_{>c,i}^m = \frac{Td_i}{2AE_{cs}A_{>c,i}} \tan v_i, \quad \epsilon_{s,i}^m = \frac{Ts_{s,i}}{2AE_{cs}A_{s,i}} \cot v_i \quad (6.3.13)$$

$$\epsilon_{t,i} = \frac{-T}{AE_{ct,i} \sin(2v_i)}$$

'dir. $\gamma_{>c,i}^m$ ortalama kesme kuvvetleri ise ;

$$\gamma_{>c,i}^m = (\epsilon_{>c,i} - \epsilon_{t,i}) \tan v + (\epsilon_{s,i} - \epsilon_{t,i}) \cot v = \epsilon_{>c,i} \tan v + \epsilon_{s,i} \cot v - (\epsilon_{t,i} / \sin v \cos v) \quad (6.3.14)$$

denkleminde elde edilebilir. Sonuç olarak birim uzunluk için dönme ;

$$\psi = \frac{T}{4A^2E_{cs}} \left[\frac{d_i^2}{A_{>c,i}} \tan^2 v_i + \frac{s_{s,i} d_i}{A_{s,i}} \cot^2 v_i + \frac{E_{cs} d_i}{E_{ct,i} \sin^2 v_i \cos^2 v_i} \right] \quad (6.3.15)$$

'dir. Her yüzey için eşit donatılar da ;

$$\rho_{>c,i} t_i = A_{>c,i} / d_i = A_{>c} / P$$

ve

$$\rho_{s,i} t_i = A_{s,i} / s_{s,i} = A_s / s_s \quad (6.3.16)$$

'dir. v açısı tüm yüzeylerde eşittir ve ψ denklemi ;

$$\psi = \frac{T}{4A^2E_{cs}} \left(\frac{P^2}{A_{>c}} \tan^2 v + \frac{s_s P}{A_s} \cot^2 v + \frac{E_{cs} 4P}{E_{ct} \sin^2(2v)} \right) \quad (6.3.17)$$

olur. Eğer $v = \pi/4$ olur ve beton basınç bölgeleri yok sayılırsa ($E_s/E_c \approx 0$);

$$\psi = \frac{T}{4A^2E_s} \left(\frac{P^2}{A_x} + \frac{s_s P}{A_s} \right) \approx \frac{T}{A^2E_s} \left(\frac{A_{>c}}{p^2} + \frac{A_s}{s_s p} \right)^{-1} \quad (6.3.18)$$

Benzer şekilde eleman eksenleriyle 45° 'lik açı yapan helezonik donatılar kullanılırsa ve $v=\pi/4$ ise ;

$$\psi = \frac{TPS_{mp}}{4A^2E_mA_{mp}} \left(1 + \frac{E_mA_{mp}}{E_ctS_{mp}} \right) \quad (6.3.19)$$

olur. Burada ;

A_{mp} = helezon donatının kesit alanı

S_{mp} = ortogonal aralıklardır.

Eger boyuna donatı etriyeleri içine yerleştirilirse ;

$$\tan^2 v_1 = \frac{\epsilon_{xi}^m - \epsilon_{ti}}{\epsilon_{xi}^m - \epsilon_{ti}} \quad (6.3.20)$$

olur. Burada ;

ϵ_{xi}^m = i yüzeyindeki donatının ortalama uzamasıdır.

Örneğin ; şekil 6.3.3(c) 'de gösterilen dikdörtgen kesitin 3 ve 5 donatılarının ortalama uzamaları ;

$$\epsilon_{x3} = \frac{T}{4abE_mA_3} (b \tan v_4 + a \tan v_2)$$

$$\epsilon_{x5} = \frac{T}{4abE_mA_5} (b \tan v_4 + a \tan v_6)$$

A_3 ve A_5 boyuna donatıların kesit alanlarını göstermektedir. Ortalama uzama ;

$$\epsilon_{x4}^m = \frac{1}{2} (\epsilon_{x3} + \epsilon_{x5})$$

ϵ_{m4} ve ϵ_{t4} değerlerinin $\tan^2 v_1$ denkleminde yerine konmasıyla $\cot v_4$ için aşağıdaki denklem elde edilir.

$$\left(\begin{array}{cc} S_{s4} & n \\ \hline A_{s4} & t_4 \end{array} \right) \cot^4 v_4 = \left(\begin{array}{ccc} n & b & A_3 + A_5 \\ \hline t_4 & 4 & A_3 A_5 \end{array} \right) + \frac{a}{4} \left(\begin{array}{cc} 1 & 1 \\ \hline A_3 \cot v_2 & A_5 \cot v_6 \end{array} \right) \cot v_4$$

Diğer yüzeyler içinde benzer denklemler türetilebilir.

Tüm denklemler birlikte $\cot v_1$ bilinmeyenleri için denklem çiftleri oluştururlar. Şurası belirtilmelidir ki kesitler genelde deformasyona uğrayacaktır. Yukarıdaki kinematik koşullar kesit yüzeylerinin kalıcı deformasyona uğramaları kabulüne dayanmaktadır. Örneğin düzenli yerleştirilmiş boyuna ve enine donatılı dikdörtgen kesitli yalnız burulma etkisinde olan bir eleman ele alalım. Kesit çevresi boyunca γ_{xs} kesme gerilmeleri sabit olacaktır. Şekil 6.3.3(c) 'deki kesit köşelerindeki ;

$$u_1 = -u_3 = u_5 = -u_7 = \gamma_{ab}(b-a)/4(b+a)$$

'ya eşit olacak, deformasyonlar köşeler arasında lineer değişecektir.

Bu kinematik koşullar;

- i) Boyuna gerilmelerin deformasyonu
- ii) Kesit şeklinin korunumu
- iii) Kalıcı deformasyonlar , kabullerine dayanan bölgesel yaklaşımlara uymaktadır. Tüm kuvvetler boylamasına sabittir ve s çevre ordinatı tek bağımsız değişkendir.

Betonarme elemanların birleşik burulma ve eğilme etkisindeki davranışlarını incelemek amacıyla benzer bölgesel bir yaklaşımın uygulanabileceği Muller tarafından gösterilmiştir. Uygun mekanizmalar boylamasına sabit gerilme oranları ve sürekli hız bölgeleri ile karakterize edilmişlerdir. Ancak bu gibi mekanizmalar uç kesitlerinin deformasyonuna yol açmaktadır. Muller'in süreksiz uzay mekanizmaları bu sorunun üstesinden gelebilmektedir. Bunlar uzay kiriş çözümlerine benzer mekanizmalardır. Bu nedenle Muller'in mekanizmaları sabit burulma ve eğilme etkisindeki çokgen kesitli elemanlar için tam plastik elemanlar teorisinin uygulama kapsamında kesin çözümler getirmektedir.

7- BETONARME KESİTLERDE EĞİLME VE BURULMA ETKİSİ^[3]

Uygulamada genellikle eğilme ve burulma birlikte ortaya çıkar. Eğilme ve burulmanın karşılıklı etkileşim eğrileri birçok çalışma sonucunda elde edilmiş, ancak bunlardan en uygun sonuca Zia varmıştır.

Hem eğik eğilme, hem de uzay kafes benzeşimi eğilme-burulma karşılıklı etkileşim diyagramları birbirine uymaktadır. Her iki teoride şunu göstermektedir ki; pozitif moment etkisi altında eşit kapasiteli boyuna donatı ve etriye kullanılması durumunda çekme ve basınç bölgelerindeki boyuna donatı alanları eşitse, çekme bölgesindeki boyuna donatı akar. Teoriler yaklaşık olarak ;

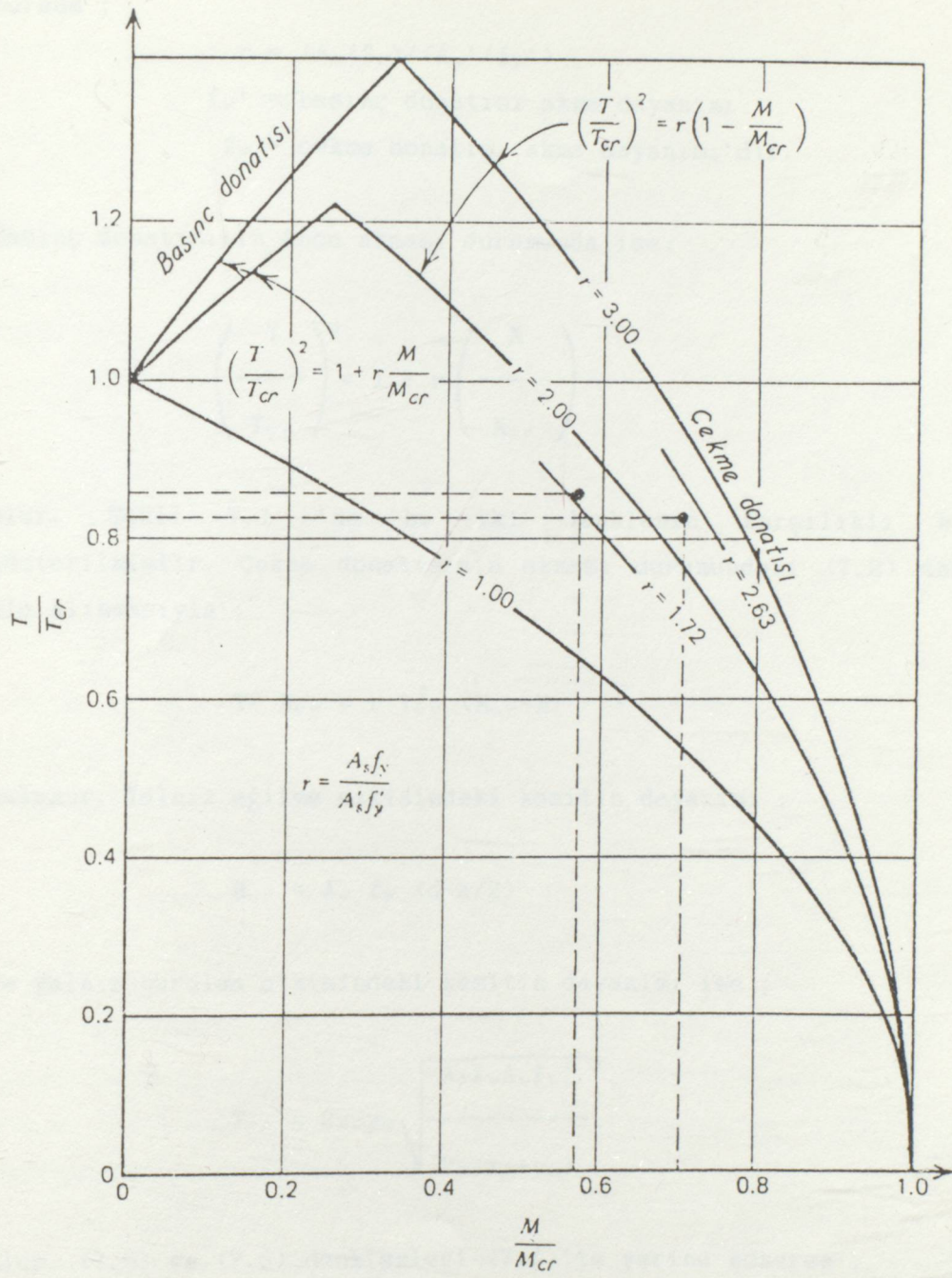
$$\left(\frac{T}{T_{cr}} \right)^2 + \left(\frac{M}{M_{cr}} \right)^2 = 1 \quad (7.1)$$

denklemini verir. Burada ;

- T = elemanın eğilme momenti etkisinde burulma dayanımı
- T_{cr} = elemanın yalnız burulma etkisinde burulma dayanımı
- M = elemanın burulma momenti etkisinde eğilme dayanımı
- M_{cr} = elemanın yalnız eğilme etkisinde eğilme dayanımı 'dır.

- Çekme ve basınç donatılarının eşit olmaması durumu ($A_s' < A_s$)

Yalnız burulma etkisindeki kesitlerde üst ve alt kenardaki donatıların eşit çekme gerilmelerini karşılamaları gerekir. Oysa pozitif eğilme momentini burulma ile birlikte bulunduğu durumda, çekme ve basınç donatıları eşitse, çekme donatısı akar. Buna karşın basınç donatısı çekme donatısından az ise pozitif eğilme momenti etkisinde burulma dayanımında artış olur. Çünkü eğilme momenti nedeniyle oluşan basınç gerilmesi ile burulma momenti nedeniyle oluşan çekme gerilmesi birlikte çalışır. Tasarımda bu yararlı etkinin gözönüne alınması ile kesit dayanımı en üst düzeye çıkar.



Şekil 7.1

Çekme donatısının önce akması durumunda ;

$$\left(\frac{T}{T_{cr}} \right)^2 = r \left(1 - \frac{M}{M_{cr}} \right)$$

(7.2)

olur.

Burada ;

$$r = (A_{ts}/f_y)/(A_{ts}'/f_y')$$

f_y' = basınç donatısı akma dayanımı

f_y = çekme donatısı akma dayanımı'dır.

Basınç donatısının önce akması durumunda ise ;

$$\left(\frac{T}{T_{cr}} \right)^2 = 1 + r \left(\frac{M}{M_{cr}} \right) \quad (7.3)$$

olur. Şekil 7.1 'de bu iki denklemin karşılıklı etkileşimi gösterilmiştir. Çekme donatısının akması durumundaki (7.2) denkleminin ele alınmasıyla ;

$$T^2 M_{cr} = r T_{cr}^2 (M_{cr} - M) \quad (7.4)$$

bulunur. Yalnız eğilme etkisindeki kesitin dayanımı ;

$$M_{cr} = A_m f_y (d-a/2) \quad (7.5)$$

ve yalnız burulma etkisindeki kesitin dayanımı ise ;

$$T_{cr} = 2x_2 y_2 \sqrt{\frac{A_1 f_y A_t f_y}{2s(x_2 + y_2)}} \quad (7.6)$$

olur. (7.5). ve (7.6) denklemleri (7.4)'te yerine konursa ;

$$\frac{1}{r} T^2 A_m f_y (d-a/2) = 4x_2^2 y_2^2 \frac{A_1 f_y A_t f_y}{2s(x_2 + y_2)} [A_m f_y (d-a/2) - M] \quad (7.7)$$

olur. Boyuna donatı ve etriye kapasitelerinin eşit olması ve etriyenin yalnız burulmaya göre tasarlanmış olması durumunda, A_m ve A_m' den küçük olanı $A_1/2$ 'ye eşit alınır ve (7.6) denklemindeki A_1 yerine konursa ;

$$T = 2(A_t f_y / s) x_z y_z$$

elde edilir. Etriye miktarı ;

$$\frac{A_t f_y}{s} = \frac{T}{2x_z y_z} \quad (7.8)$$

denklemleri ile belirlenebilir. $r = A_s / A_s'$ ve $A_1/2 = A_s'$ alınır ve (7.8) denklemleri (7.7)'de yerine konursa ;

$$\begin{aligned} \frac{A_s}{A_s'} T^2 A_s f_y (d-a/2) &= 4x_z^2 y_z^2 \frac{A_s' f_y}{(x_z + y_z)} \frac{T}{2x_z y_z} [A_s f_y (d-a/2) - M] \\ T(d-a/2) &= \frac{2x_z y_z}{x_z + y_z} [A_s f_y (d-a/2) - M] \end{aligned} \quad (7.9)$$

elde edilir ve A_s için çözülürse ;

$$A_s = \frac{T(x_z + y_z)}{2x_z y_z f_y} + \frac{M}{f_y (d-a/2)} \quad (7.10)$$

olur. Bu denklem gerekli çekme donatısının, eğilme ve burulma için gerekli donatı miktarlarının toplamı olduğunu göstermektedir.

Basınç donatısının akma durumu için $r = A_m / A_s'$ alınır ve (7.3) denklemlerine uygulanırsa ;

$$A_s' T^2 = [A_s' + A_m (M/M_{cr})] T_{cr}^2 \quad (7.11)$$

olur. (7.5) ve (7.6) denklemlerinin M_{cr} ve T_{cr} için yerine konması ve $A_1/2 = A_s'$ alınmasıyla ;

$$A_s' T^2 = \left[A_s' + A_s \frac{M}{A_s f_y (d-a/2)} \right] 4x_z^2 y_z^2 \frac{A_s' f_y}{x_z + y_z} \frac{A_t f_y}{2} \quad (7.12)$$

elde edilir.

Etriyenin yalnızca burulma için tasarlanması ve çekme donatısının akması durumunda (7.8) denklemi (7.12) 'de yerine konursa ;

$$A_m' = \frac{T(x_z+y_z)}{2x_zy_zf_v} - \frac{M}{f_v(d-a/2)} \quad (7.13)$$

olur. Buna göre basınç donatı miktarı eğilme ve burulma gereksinimleri arasındaki farktır. Genellikle birleşik eğilme ve burulma etkisindeki kesitlerde minimum basınç donatısı yeterli olmaktadır.

ACI, birleşik eğilme ve burulma etkisini tam olarak gözönüne almamış, (7.10) denklemini kullanarak burulma ve eğilme etkileri için gerekli donatı miktarlarını toplamıştır.

8- BETONARME KESİTLERDE KESME VE BURULMA ETKİSİ [4]

Varolan ACI önerileri, kesme veya burulmanın bir kısmının donatıdan farklı yapılarca tasındığı varsayımına dayanmaktadır. Bu yapıların birleşik kesme ve burulma etkisi altında nasıl etkili oldukları bilinmemektedir. Ancak dairesel karşılıklı etkileşim ilişkileri kullanılarak gerilmeler için yeterli varsayımlar ortaya konmaktadır. DeneySEL verilerin dağınıklığından hiçbir yaklaşım diğerinden daha doğru kabul edilememektedir.

Liao ve Ferguson kirişler üzerinde yaptıkları bir dizi testlerden çeşitli tip kesitlerde bir dairesel karşılıklı etkileşim eğrisinin donatılı durumlarda kullanılabilir olduğunu bulmuşlardır.

Birleşik kesme ve burulma etkisi altındaki bir kirişte eğik beton basınç çatlamasının etriyelerle önlenmesi için birleşik yüke bir üst sınır konmalıdır. Kolaylık açısından kesme ve burulma için gerilme miktarları yine bir dairesel karşılıklı etkileşim ilişkisi verebilmek için birleştirilmiştir.

$$\left(\frac{v_t}{1.0 \sqrt{f_{cd}}} \right)^2 + \left(\frac{v}{0.83 \sqrt{f_{cd}}} \right)^2 \leq 1.0 \quad (N/mm^2) \quad (8.1)$$

Bu denklemin güvenli olmasına karşın kesinliğini göstermek açısından kesme ve burulma için ara değerlerde deneysel kanıtı azdır. Uygunluk için bu denklem yeniden düzenlenerek ;

$$v_t \leq \frac{1.0 \sqrt{f_{cd}}}{\sqrt{[1+(1.2v/v_t)^2]}} \quad (8.2)$$

$$\text{veya ;} \quad v \leq \frac{0.83 \sqrt{f_{cd}}}{\sqrt{[1+(v_t/1.2v)^2]}} \quad (8.3)$$

şekline getirilmiştir.

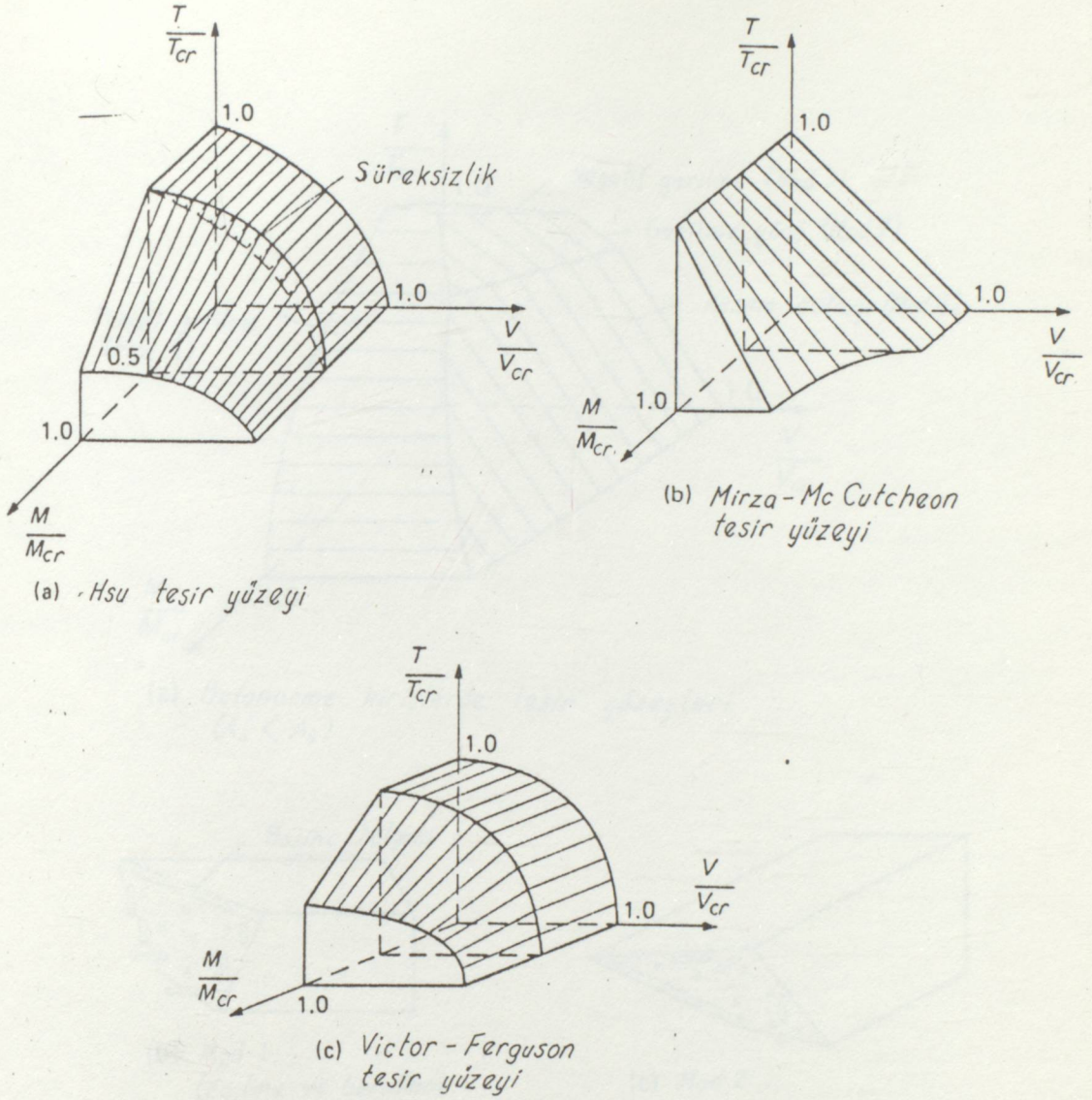
9- BİRLEŞİK EĞİLME, KESME VE BURULMA ETKİSİNDEKİ BETONARME KESİTLERDE TESİR YÜZEYLERİ^[3]

Birleşik eğilme, kesme ve burulma etkisi en kolay şekilde karşılıklı etkileşim yüzeyleri ile belirlenebilir. Bu yüzeyler Şekil 9.1 ve 9.2 'de gösterilmiştir.

Eğilme, kesme ve burulma birleşik etkisindeki elemanların, yalnız eğilme etkisindeki basınç bölgesinde, çekme bölgesindekine oranla daha az boyuna donatı gerektirdiği Şekil 9.2 'de gösterilmiştir. Çekme ve basınç donatıları eşit miktarda olduğu zaman Mod 3 durumu olur, yani pozitif moment bölgesinin üst donatısında çekme gerilmesi olmaz. Bu durumda Mod 1 ve Mod 2 yüzeyleri yukarıya kadar uzar ve T/T_{cr} eksenini ile kesişirler.

Eğilme, kesme ve burulmanın karşılıklı etkileşimi durumunda aşağıdaki sonuçlar çıkarılmıştır ;

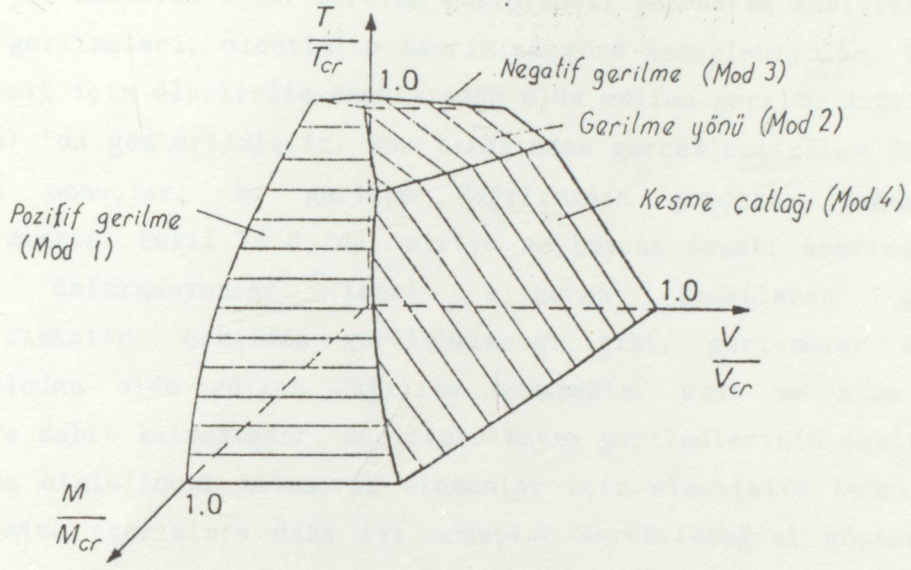
a) Burulma ve kesmenin karşılıklı etkileşimi durumunda $A_m' < A_m$ ise sonuç çeyrek daire karşılıklı etkileşim diyagramı ile belirlenebilir. Bu değer kesme ve burulma yokken eğilme dayanımının yarısının üçte birine eşit miktarda eğilme momentini taşıyabilir.



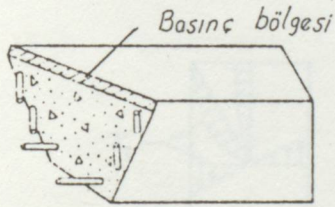
Şekil 9.1

b) Eşit miktarda çekme ve basınç donatısı kullanıldığı durumda çeyrek daire kesme ve burulma karşılıklı etkileşim eğrisi yine kullanılabilir. Ancak eğilme momenti de etkirse dayanımda azalma olur.

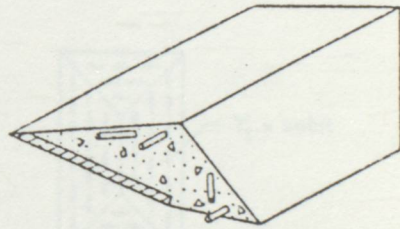
c) Uygulanan birçok deney sonucuna göre doğrusal burulma ve kesme karşılıklı etkileşimi kolaydır ancak bağlayıcıdır.



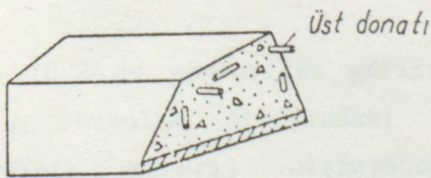
(a) Betonarme kirişlerde tesir yüzeyleri ($A'_s < A_s$)



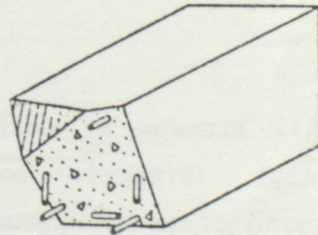
(b) Mod 1
(Eğilme ve burulma)



(c) Mod 2
(Kesme ve burulma)
 $V < T$



(d) Mod 3
(Eğilme ve burulma) $M < T$

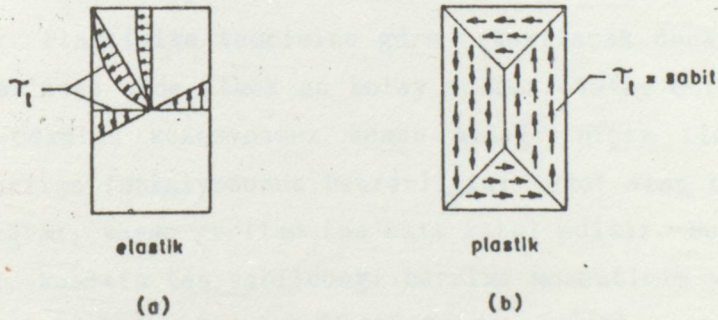


(e) Mod 4
(Kesme ve burulma) $V > T$

Şekil 9.2

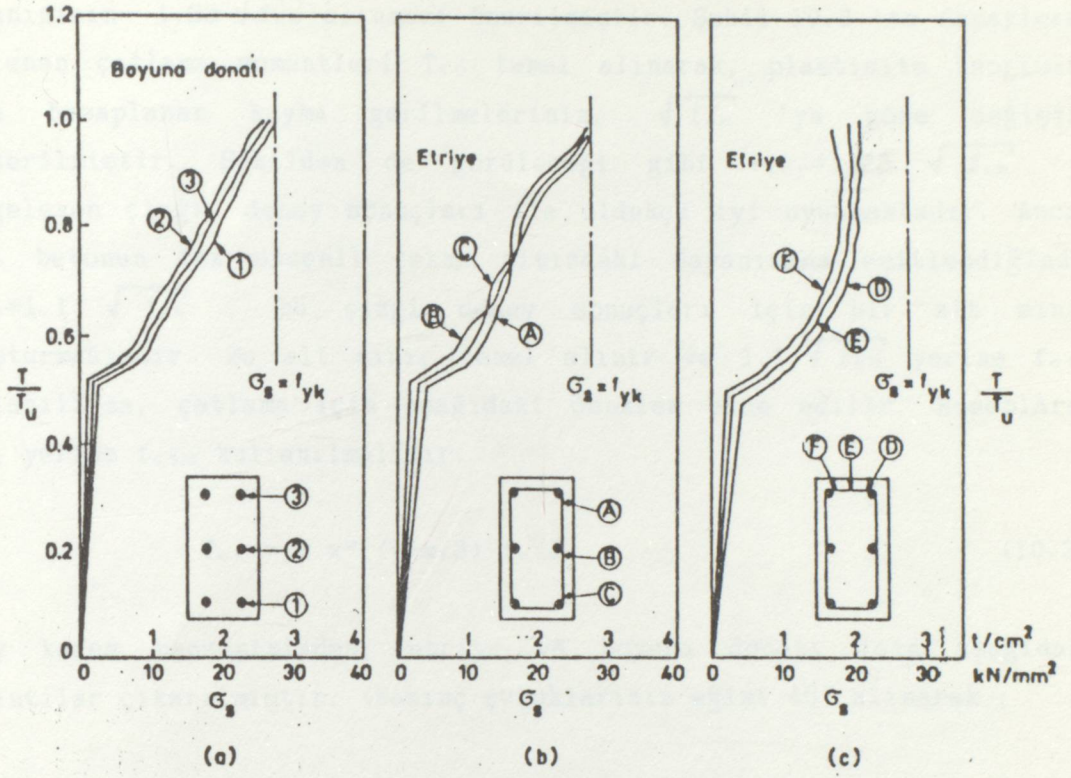
10- DİKDÖRTGEN BETONARME KESİTLERİN TAŞIMA GÜCÜ⁽²³⁾

Yirmi yıl öncesine kadar burulma etkisindeki betonarme kesitlerde oluşan kayma gerilmeleri, elastisite teorisine göre hesaplanıyordu. Dikdörtgen bir kesit için elastisite teorisinden elde edilen gerilme dağılımı Şekil 10.1(a) 'da gösterilmiştir. Hsu tarafından gerçekleştirilen deneylerden alınan sonuçlar, bu gerilme dağılımının gerçekte bağdaşmadığını göstermiştir. Şekil 10.2 'de, etriye ve boyuna donatı üzerinde ölçülen birim deformasyonlar temel alınarak hesaplanan gerilmeler gösterilmiştir. Şekilden görülebileceği gibi, gerilmeler elastisite teorisinden elde edilen dağılıma uymamakta, uzun ve kısa kenarlar boyunca sabit kalmaktadır. Kesitteki kayma gerilmelerinin sabit kalması, burulma etkisindeki betonarme elemanlar için elastisite teorisi yerine plastisite teorisinin daha iyi sonuçlar verebileceğini göstermektedir. Plastisite teorisine göre burulma etkisi altında oluşan gerilme dağılımı Şekil 10.1(b) 'de gösterilmiştir.



Şekil 10.1

Şekil 10.2 de gösterilen gerilme dağılımı ve bununla ilgili irdeleme sonucu, burulma etkisindeki betonarme elemanlar için elastisite teorisinin geçerli olamayacağı sonucuna varılmıştır. Kesitteki gerilmelerin sabit kalması, plastisite teorisinin daha gerçekçi sonuçlar verebileceği izlenimini uyandırmaktadır. Yapılan deneyler sonucu plastisite teorisi kullanıldığında kesit kapasitesinin daha gerçekçi olarak saptanabileceği anlaşılmıştır. Plastisite teorisine göre burulma için elde edilen denklemler, elastisite teorisinden elde edilenlere



Sekil 10.2

oranla basittir. Plastisite teorisine göre çıkarılacak denklemleri "kum kümesi benzeşimi"nden elde etmek en kolay yoldur. Yatay durumda tutulan kesit üzerine dökülen kohezyonsuz kumun aldığı biçim ile plastisite teorisindeki gerilme fonksiyonunun benzerliğini temel alan bu benzeşimde kum kümesinin eğimi, kayma gerilmesine eşit kabul edilir. Bu durumda kum kümesinin hacmi, kesitin taşıyabileceği burulma momentinin yarısına eşit olur. Bu benzeşimden yararlanılarak dikdörtgen kesitler için çıkarılan denklem ;

$$T = \frac{1}{2} b^2 (h-b/3) \tau_t \quad (10.1)$$

'dir. Davranışta bu denli büyük değişimlere neden olan çatlamanın doğru olarak hesaplanabilmesi çok önemlidir. Plastisite teorisinin geçerli olduğu varsayılırsa, çatlama karşı olan burulma momenti T_{cr} , denklem 10.1 'de τ_t yerine betonun çekme dayanımı kullanılarak hesaplanabilir. (Basit burulmada asal çekme, kayma gerilmesine eşittir.) Bu konuda ODTÜ 'de yapılan kapsamlı bir çalışma sonucunda, betonun çekme

dayanımının $1.23 \sqrt{f_{ck}}$ alınması önerilmiştir. Şekil 10.3 'te deneylerde gözlenen çatlama momentleri T_{cr} temel alınarak, plastisite teorisine göre hesaplanan kayma gerilmelerinin, $\sqrt{f_{ck}}$ 'ya göre değişimi gösterilmiştir. Şekilden de görüleceği gibi $\tau_{tcr}=1.23 \sqrt{f_{ck}}$ 'yi simgeleyen çizgi, deney sonuçları ile oldukça iyi uyuşmaktadır. Ancak τ_{tcr} betonun tek eksenli çekme altındaki dayanımına eşitlendiğinde, $\tau_{tcr}=1.1 \sqrt{f_{ck}}$, bu çizgi deney sonuçları için bir alt sınır oluşturmaktadır. Bu alt sınır temel alınır ve $1.1 \sqrt{f_{ck}}$ yerine f_{ctk} kullanılırsa, çatlama için aşağıdaki denklem elde edilir. Hesaplarda f_{ctk} yerine f_{ctd} kullanılmalıdır.

$$T_{cr} = \frac{1}{2} x^2 (y-x/3) f_{ctk} \quad (10.2)$$

Uzay kafes benzeşiminden, etriye ve boyuna donatı için aşağıdaki bağıntılar çıkarılmıştır. (Basınç çubuklarının eğimi 45° alınarak ;

$$\frac{A_{ot}}{s} = \frac{T}{2A_{es}\sigma_{sw}} \quad (10.3)$$

$$A_{s1} = \frac{T u_{ef}}{2A_{es}\sigma_{s1}} = \frac{A_{ot}}{s} u_{ef} \frac{\sigma_{sw}}{\sigma_{s1}} \quad (10.4)$$

Burada ;

A_{ot} = etriye kesit alanı

T = uygulanan burulma momenti

s = etriye aralığı

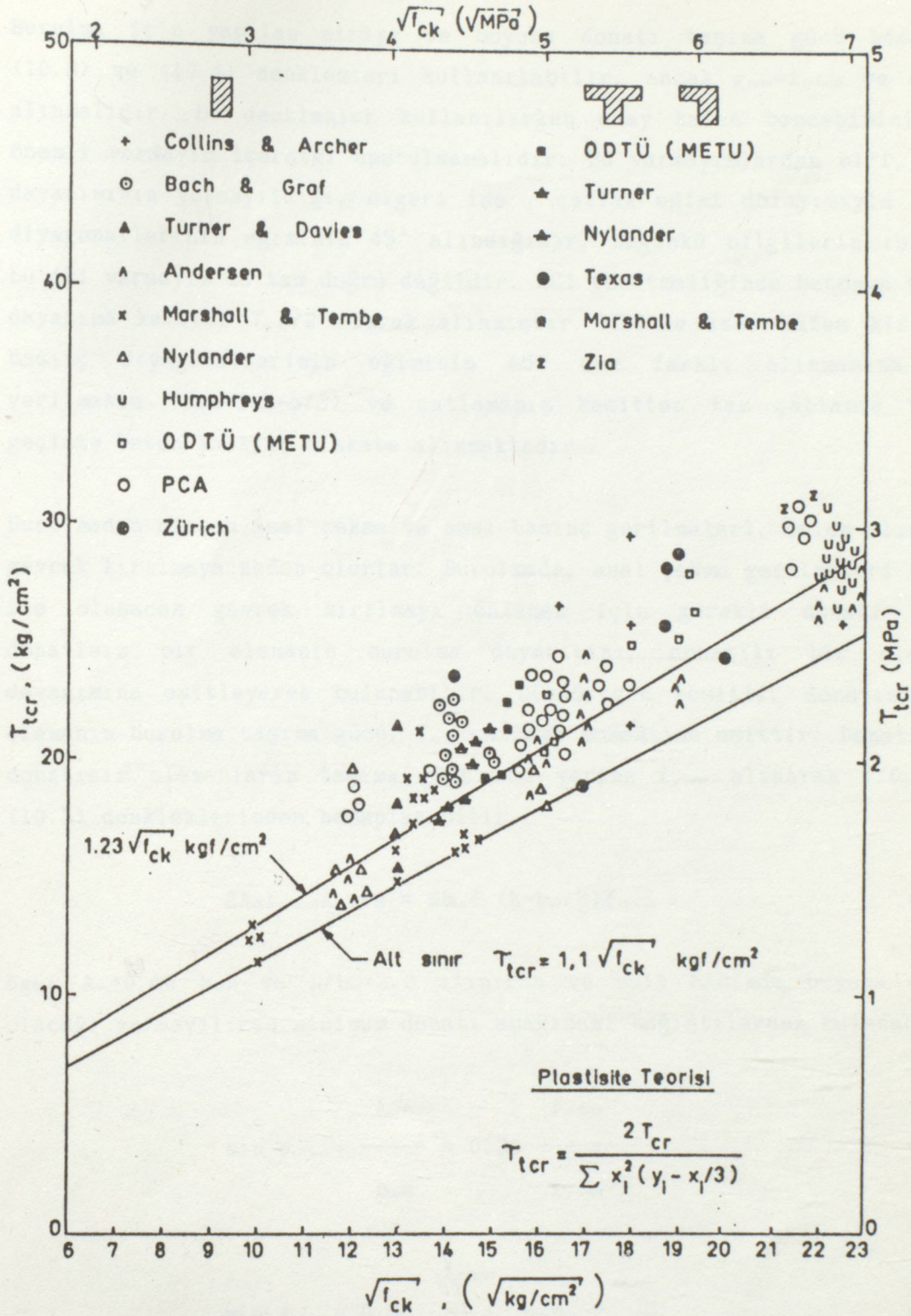
σ_{sw} = etriyedeki gerilme (taşıma gücünde $\sigma_{sw}=f_{ywd}$)

A_{es} = dört köşedeki boyuna donatıların merkezleri arasında kalan alan

A_{s1} = kesitte burulma için gerekli toplam boyuna donatı alanı

u_{ef} = A_{es} alanının çevresi

σ_{s1} = boyuna donatıdaki gerilme (taşıma gücünde $\sigma_{s1}=f_{yd}$)



Sekil 10.3

Burulma için yapılan etriye ve boyuna donatı taşıma gücü hesabında (10.3) ve (10.4) denklemleri kullanılabilir, ancak $\sigma_{sw}=f_{ywd}$ ve $\sigma_s=f_{yd}$ alınmalıdır. Bu denklemler kullanılırken uzay kafes benzeşiminin iki önemli varsayım içerdiği unutulmamalıdır. Bu varsayımlardan biri, beton dayanımının yoksayıldığı, diğeri ise , çatlak eğimi dolayısıyla basınç diyagonallerinin eğiminin 45° alındığıdır. Bugünkü bilgilerin ışığında bu iki varsayım da tam doğru değildir. ACI yönetmeliğinde betonun toplam dayanıma katkısı $T_{cr}/2$ olarak alınmıştır. CEB'de ise, kafes kirişteki basınç diyagonallerinin eğiminin 45° den farklı alınmasına izin verilmekte ($\tan=3/5-5/3$) ve çatlamamış kesitten tam çatlamış kesite geçişte beton katkısı dikkate alınmaktadır.

Burulmadan oluşan asal çekme ve asal basınç gerilmeleri, önlem alınmazsa gevrek kırılmaya neden olurlar. Burulmada, asal çekme gerilmeleri nedeni ile oluşacak gevrek kırılmayı önlemek için gerekli donatı alanı, donatısız bir elemanın burulma dayanımını, donatılı bir elemanın dayanımına eşitleyerek bulunabilir. Dikdörtgen kesitli, donatısız bir elemanın burulma taşıma gücü, T_{cr} çatlama momentine eşittir. Donatılı ve donatısız elemanların taşıma gücü σ_{sw} yerine f_{ywd} alınarak (10.2) ve (10.3) denklemlerinden hesaplanabilir.

$$2A_s f_{ywd} A_{ct} / s = \frac{1}{2} b_w^2 (h - b_w / 3) f_{ctd} \quad (10.5)$$

Eğer $A_s = 0.60 b_w h$ ve $h/b_w = 3.0$ alınırsa ve eşit hacimde boyuna donatı olacağı varsayılırsa minimum donatı aşağıdaki bağıntılardan bulunabilir.

$$\min \rho_{wt} = \frac{A_{ct}}{b_w s} = 0.38 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} \quad (10.6)$$

$$\min A_{s1} = 0.38 \frac{f_{ctd}}{f_{yd}} u_e b_w \quad (10.7)$$

Asal basınç gerilmeleri nedeni ile gövdede oluşacak ve gevrek bir kırılmaya yolaçabilecek ezilmeyi önlemek için, burulma momentine bir üst sınır getirilmesi gerekmektedir. Hsu tarafından denenen elemanlar taranmış ve dengeli kırılma gösterenler seçilmiştir. Dengeli kırılma, etriyenin akması ile gövdedeki ezilmenin aynı anda olduğu durum olarak tanımlanmıştır. Dengeli kirişler, gevrek kırılma için bir üst sınır oluşturmaktadır. Seçilen bu kirişlerin kırılma anındaki burulma momentleri temel alınarak, plastisite teorisine göre, gerilmeler hesaplanmıştır. $\tau_t = 0.25f_{ck}$ değeri deneylerle uyum sağlamaktadır. Bu nedenle burulma momenti için belirlenecek üst sınırdaki bu bağıntı, temel alınmalı, ancak f_{ck} yerine f_{cd} kullanılmalıdır.

$$\max \tau_t = 0.25 f_{cd} \quad (10.8)$$

$$\max T = \frac{1}{2} x^2 (y-x/3) 0.25 f_{cd} \quad (10.9)$$

Egilme için ayrı hesap yapılacağından, taşıma gücü açısından yalnız kesme ve burulma etkileşimini dikkate almak yeterlidir. Basit burulma taşıma gücü T_{ro} , yalnız kesme etkisindeki taşıma gücü V_{ro} olduğuna göre birleşik etki için ;

$$\left(\frac{T}{T_{ro}} \right)^2 + \left(\frac{V}{V_{ro}} \right)^2 = 1.0 \quad (10.10)$$

olur. Kesme dayanımı V_{ro} saptanırken, beton katkısının dikkate alınması, burulma kapasitesi T_{ro} saptanırken de bu katkının yok sayılması yerinde olacaktır.

$$V_{ro} = \frac{2A_{os}}{s} f_{ywd} d + 0.5f_{ctd}bwd \quad (10.11)$$

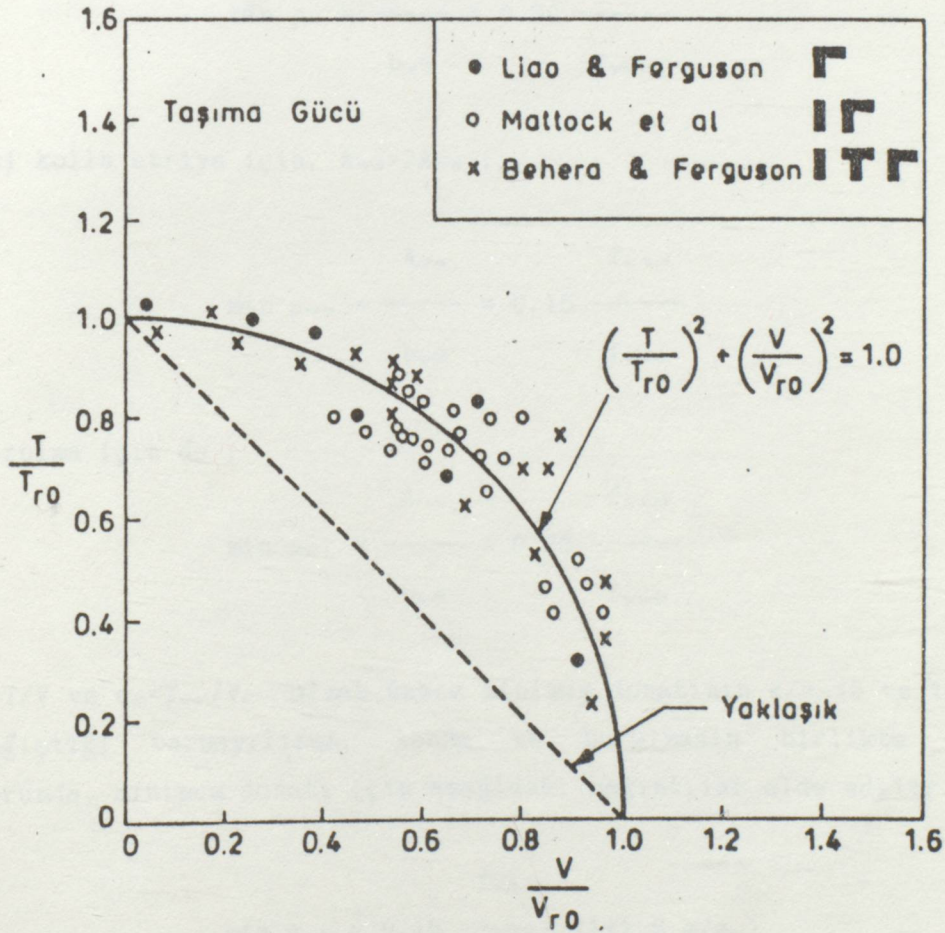
Burada ; $A_{os} = A_{sw}/2$ 'dir.

$\sigma_{sw} = f_{ywd}$ ve $T = T_{r0}$ alınarak ;

$$T_{r0} = A_{ot}/S (2A_{ef}f_{ywd}) \quad (10.12)$$

bulunur. Bu denklem Şekil 10.4 'te gösterildiği gibi deney sonuçlarıyla oldukça iyi bir uyum sağlamaktadır. Birçok yönetmelikte, burulma ve kesmenin birlikte etkidikleri durumlarda, kayma donatısı hesabını basitleştirmek için, dairesel etkileşim diyagramı bir düz çizgi ile değiştirilmektedir. Bu yaklaşım Şekil 10.4 'te kesik çizgilerle gösterilmiş olup, yaklaşık olarak aşağıdaki denklemle bulunabilir.

$$A_o = A_{os} + A_{ot} \quad (10.13)$$



Şekil 10.4

Bu denklemdeki A_{os} ve A_{ot} , bağımsız olarak denklem (10.11) ve (10.12) 'den hesaplanan donatı alanlarıdır. Burulma için ayrıca, A_{ot} temel alınarak gerekli boyuna donatı hesaplanmalıdır.

$$A_{s1} = \frac{A_{ot}}{s} \cdot \frac{f_{ywd}}{u_e} \quad (10.14)$$

Kesme ve burulmanın birlikte etkidiği durumda, kayma donatısız bir elemanın çatlama dayanımı, donatılı bir kirişin taşıma gücüne eşitlenerek minimum donatı hesaplanabilir.

Kesme için ;

$$\min \rho_w = \frac{A_{sw}}{b_w s} = 0.30 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} \quad (10.15)$$

İki kollu etriye için, $A_{sw}=2A_{os}$;

$$\min \rho_{ws} = \frac{A_{os}}{b_w s} = 0.15 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} \quad (10.16)$$

Burulma için de ;

$$\min \rho_{wt} = \frac{A_{ot}}{b_w s} = 0.38 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} \quad (10.17)$$

$e=T/V$ ve $e_o=T_{cr}/V_{cr}$ olmak üzere minimum donatının $e/e_o=0$ ve 1.0 arasında değiştiği varsayılırsa, kesme ve burulmanın birlikte etkidikleri durumda, minimum donatı için aşağıdaki bağıntılar elde edilir.

$$\min \rho_{wo} = 0.15 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} (1+1.5 e/e_o) \quad (10.19)$$

$$\min A_{s1} = 0.38 \frac{f_{ctd}}{f_{yd}} \frac{e}{b_w u_e} \quad (10.20)$$

$$e/e_o \leq 1.0$$

Bu denklemlerle belirlenen minimum donatının, ODTÜ'de yapılan deneyler sonucunda gerçekçi olduğu görülmüştür. Önerilen donatı kullanılırsa, sünnek bir kırılma elde edilmektedir. ACI'da önerilen minimum donatının T/Vb_w oranı büyük olduğunda gevrek kırılmayı önleyemediği görülmüştür.

- Hesaplarda kullanılacak olan denklemler :

$$V_{cr} = 0.65 f_{ctd} b_w d$$

$$T_{cr} = f_{ctd} S \quad (10.21)$$

S şekil katsayısıdır. Dikdörtgen kesitler için ;

$$\text{TS 500 'de ;} \quad S = 1.35 b_w h/3 \quad \text{ve} \quad (10.22)$$

$$\text{Plastisite teorisine göre ;} \quad S = \frac{1}{3} b_w (h-b_w/3) \text{ verilmiştir.} \quad (10.23)$$

$$\frac{A_o}{s} = \frac{A_{ow}}{s} + \frac{A_{ot}}{s} = \frac{V_d - V_c}{2f_{ywd}d} + \frac{T_d}{2A_e f_{ywd}} \quad (10.24)$$

$$A_o/s \geq \min A_o/s$$

$$A_{ot} = \frac{A_{ot}}{s} u_e \frac{f_{ywd}}{f_{yd}} \quad (10.25)$$

$$V_c = 0.50 f_{ctd} b_w d \quad (10.26)$$

$$A_e = b_w h_e, \quad u_e = 2(b_w + h_w) \quad (10.27)$$

Bu denklemlerde ;

A_{cs} = kesme ve burulma için gerekli etriyenin kesit alanı

A_{st} = burulma için gerekli toplam boyuna donatı alanı

A_{cs} = yalnız kesme için gerekli etriyenin kesit alanı

A_{st} = yalnız burulma için gerekli etriyenin kesit alanı

b_k, h_k = köşelerdeki boyuna donatıların eksenleri arası uzaklık

Minimum donatı için (10.19) ve (10.20) denklemlerinde e/e_o yerine $T_d/V_d b_w$ konulmuştur.

$$\min \rho_{wco} = \frac{A_{cs} + A_{st}}{s b_w} = 0.15 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} \frac{T_d}{1 + 1.5 \frac{T_d}{V_d b_w}} \quad (10.28)$$

$$\min A_{st} = 0.38 \frac{f_{ctd}}{f_{ywd}} b_w u_e \frac{T_d}{V_d b_w} \quad (10.29)$$

Maximum zorlama ;

$$\tau_{max} = 0.25 f_{ctd}$$

$$\tau = \tau_{wo} + \tau_{to} = \frac{V_d}{b_w d} + \frac{T_d}{s}$$

11- SONUÇ

Pratikte genellikle yok sayılan burulma etkisi, özellikle denge burulması durumunda, göz ardı edilemeyecek bir önem taşımaktadır. Bu denli önemli bir etki olan dikdörtgen betonarme kesitlerde burulma ve birleşik etkiler araştırmacılar tarafından ancak son 15-20 yıldır ciddi bir şekilde ele alınmıştır.

Bu araştırmada Avrupa, Amerika ve Türkiye'de kullanılan farklı yöntemler ele alınmış ve karşılaştırılmıştır. Hiperstatik bir sistemde yapı elemanına etkiyen burulma momentinin, malzemenin doğrusal elastik davrandığı varsayımına göre hesabının, gerçekçi sonuçlar vermediği görülmüştür. Çünkü kesit üzerindeki gerilmeler, elastisite teorisinden elde edilen dağılıma uymamakta, uzun ve kısa kenarlar boyunca sabit kalmaktadır. Kesitteki kayma gerilmelerinin dağılımı, elastisite teorisi yerine, plastisite teorisinin kullanılmasıyla gerçeğe daha yakın sonuçlar elde edilebileceğini göstermektedir.

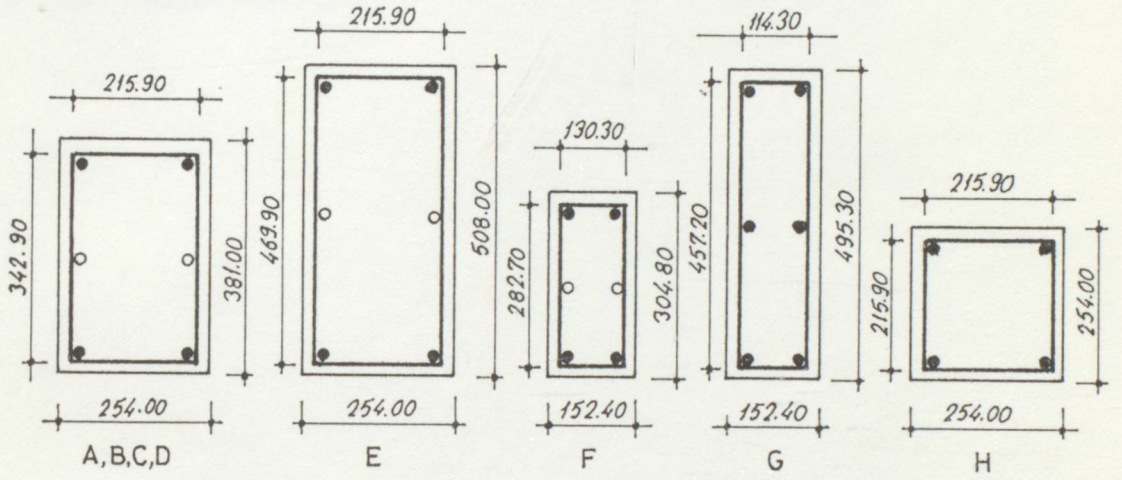
Taşıma gücü yönteminin gerçeğe yakın sonuçlar verdiğini görmek açısından 5 farklı tip dikdörtgen kesit üzerinde, CEB tarafından yapılan deneylerin ve yine CEB tarafından önerilen yöntemin sonuçları Ek 1 'de karşılaştırılmıştır.

Ayrıca Ek 2 'de kesme ve burulma birleşik etkisi altındaki dikdörtgen betonarme bir kesitin, taşıma gücü yöntemine göre çözümü yapılmış, gerekli etriye ve boyuna donatı alanları bulunmuştur. Aynı kesit malzemenin doğrusal elastik davrandığı kabulüne göre çözüldüğünde, kesitin kesme kuvveti ve burulma momentini taşıyamadığı ve kesme gerilmelerinin maximum kesme gerilmesini aştığı görülmüştür.

Buradan çıkan sonuç ise, elastik yöntemle göre yapılan hesaplarda, kesitin elastik bölgede üzerindeki yükleri taşıdığı, ancak çatlama sonucu plastik deformasyon oluştuktan sonra taşıma gücünü yitirdiğidir. Bu nedenle elastik yöntemle göre yapılan hesaplarda daha büyük kesitler gerekecektir. Buna karşın taşıma gücü yöntemine göre yapılan örnekten de görüleceği gibi, kesit üzerindeki etki kesitin çatlamasına neden olsa bile çatlamış kesit taşıma gücünü yitirmemektedir. Kesit üzerindeki etki çatlağın oluşumuna kadar beton tarafından karşılanmakta, çatlak sonrasında ise donatı tarafından taşınmaktadır. Oysa elastik yöntemle göre yapılan hesaplarda betonun katkısı gözönüne alınmamaktadır.

Burulma Deneyleri ile Karşılaştırma : [5]

Şekilde görülen 5 farklı tip dikdörtgen betonarme kesit için yapılan 49 burulma deneyi ve (6.3.3) denklemi ile limit çözümü yapılarak bulunan burulma momenti değerleri tabloda karşılaştırılmıştır.



Çözümde kullanılan f_c değerleri silindirik basınç dayanımıdır. Kesitlerin etriyeleri dışında kalan betonun dayanımı yok sayılmıştır. Böylece dikdörtgen kesitlerin etkili boyutları a ve b , etriyelerin sınırladığı alanın boyutlarıdır. ω_x ve ω_y değerleri (6.3.1) denklemleri ile hesaplanmış, uygun $A_s, f_{ys}, s, \epsilon A_x$ ve f_{yx} değerleri belirlenmiş ve T burulma momentleri (6.3.3) denkleminden elde edilmiştir.

Tablodan da görülebileceği gibi T değerleri, deneysel burulma momenti T_{den} ile uygunluk göstermektedir. T_{den} 'in T 'ye göre sapmaları $\pm \%21$ kadar olmaktadır. Burada iki nokta dikkati çekmektedir.

- i- Artan donatı miktarına karşılık T_{den}/T oranı azalmakta,
- ii- Artan b/a oranına paralel olarak T_{den}/T oranı artmaktadır.

Bu durum yapılan iki kabul nedeni ile olmaktadır ;

- i- Beton basınç bölgelerindeki gerilmeler sabit dikdörtgen gerilme bloğu ve silindir basınç dayanımına eşittir.
- ii- Beton dayanımının yok sayılması ve dolayısıyla pas payının etkisiz kabul edilmesi.

Bu kabullerin uygun bir şekilde değiştirilmesi ile T ve T_{den} arasındaki uygunluk düzenlenebilir.

Deney		f_c	A_s	f_{ys}	s	ϵA_x	f_{yx}	ω_y	ω_x	T	T_{den}	T_{den}/T
		N/mm^2	mm^2	N/mm^2	mm	mm^2	N/mm^2	--	--	kNm	kNm	--
A	1	27.59	70.97	341.38	152.40	506.45	313.79	.027	.025	21.13	22.26	1.06
	2	28.62	126.45	320.00	180.98	791.61	316.55	.036	.039	30.28	29.26	.97
	3	28.07	126.45	320.00	127.00	1140.00	327.59	.053	.062	42.14	37.51	.89
	4	30.55	126.45	323.45	92.08	1551.61	320.00	.067	.078	54.80	47.34	.86
	5	29.03	126.45	321.38	69.85	2027.09	332.41	.093	.120	66.89	56.15	.84
	6	28.83	126.45	322.76	57.15	2565.16	331.72	.115	.166	75.59	61.69	.82
	7	26.00	126.45	318.62	127.00	506.45	320.00	.057	.028	28.59	26.89	.94
	8	26.76	126.45	320.00	57.15	506.45	322.07	.123	.030	39.66	32.54	.82
	9	28.83	70.97	342.76	152.40	1140.00	319.31	.026	.057	30.84	29.83	.97
	10	26.48	70.97	342.07	152.40	2565.16	334.48	.028	.164	40.79	34.35	.84
B	1	29.86	70.97	353.10	149.23	791.61	326.21	.026	.038	26.89	30.39	1.13
	2	30.55	70.97	357.24	104.78	1140.00	328.97	.037	.056	37.96	40.56	1.07
	3	26.76	126.45	326.21	139.70	1551.61	322.07	.051	.089	45.19	43.84	.97
	4	26.55	126.45	326.90	104.78	2027.09	318.62	.069	.123	55.59	49.60	.89
	5	28.00	126.45	331.03	82.55	2565.16	335.17	.084	.167	67.00	55.70	.83
	6	29.38	126.45	340.69	69.85	3039.99	317.93	.097	.185	74.57	60.11	.81
C	1	45.24	70.97	348.97	98.43	791.61	325.52	.026	.025	34.01	36.04	1.06
	2	44.76	126.45	333.79	127.00	1140.00	343.45	.034	.039	46.10	45.65	.99
	3	44.97	126.45	326.21	92.08	1551.61	315.17	.046	.049	58.19	58.07	1.00
	4	45.03	126.45	325.52	69.85	2027.09	310.34	.061	.066	73.33	70.73	.96
	5	45.79	126.45	328.97	57.15	2565.16	325.52	.074	.090	89.48	76.72	.86
D	1	14.34	70.97	346.21	152.40	506.45	327.59	.052	.053	20.11	21.47	1.07
	2	14.55	70.97	340.69	98.43	791.61	320.00	.078	.085	28.47	29.15	1.02
	3	16.90	126.45	337.24	127.00	1140.00	338.62	.092	.119	38.64	35.25	.91
	4	16.76	126.45	331.72	92.08	1551.61	324.14	.126	.173	45.19	40.67	.90
E	1	29.79	70.97	339.31	187.33	506.45	322.07	.020	.019	23.84	26.78	1.12
	2	30.90	70.97	333.79	120.65	791.61	322.76	.029	.029	35.93	40.34	1.12
	3	26.83	126.45	327.59	155.58	1140.00	338.62	.046	.052	50.39	49.60	.98
	4	28.28	126.45	321.38	114.30	1551.61	325.52	.058	.067	63.61	64.85	1.02
	5	26.90	126.45	327.59	85.73	2027.09	331.03	.083	.098	79.77	71.97	.90
	6	29.93	70.97	349.66	127.00	760.00	334.48	.030	.030	36.15	39.09	1.08
	7	30.97	126.45	322.76	146.05	1187.74	319.31	.042	.045	51.41	52.65	1.02
	8	28.34	126.45	328.97	104.78	1710.32	322.07	.065	.073	69.15	73.44	1.06
F	1	29.52	31.61	341.38	92.08	285.16	352.41	.031	.033	8.25	9.10	1.11
	2	28.69	31.61	344.83	92.08	285.16	346.21	.032	.034	8.13	8.99	1.10
	3	30.41	31.61	337.93	50.80	506.45	331.03	.053	.056	13.45	14.46	1.08
	4	28.41	70.97	360.69	114.30	506.45	333.10	.060	.061	13.67	13.22	.97
	5	27.31	31.61	351.72	63.50	427.74	351.72	.049	.056	11.64	12.20	1.04
	6	27.31	70.97	355.86	88.90	649.03	339.66	.080	.086	16.72	15.70	.94
G	1	29.86	70.97	354.48	190.50	427.74	345.52	.039	.040	12.65	15.37	1.21
	2	30.62	70.97	337.93	104.78	760.00	335.86	.065	.068	20.45	23.73	1.16
	3	29.03	126.45	320.69	123.83	1187.74	315.86	.099	.110	27.12	28.47	1.05
	4	28.62	126.45	340.00	85.73	1710.32	344.14	.153	.189	35.03	35.03	1.00
H	1	27.03	70.97	341.38	215.90	285.16	341.38	.019	.020	9.72	11.30	1.16
	2	26.55	70.97	344.83	117.48	506.45	334.48	.036	.037	16.83	15.25	.91
	3	26.90	126.45	329.66	139.70	791.61	331.03	.051	.060	23.73	20.00	.84
	4	27.17	126.45	327.59	98.43	1140.00	336.55	.072	.095	31.52	25.31	.80
	5	27.24	126.45	328.97	73.03	1551.61	328.28	.097	.141	37.40	29.71	.79
	6	27.59	126.45	327.59	53.98	2027.09	315.86	.129	.211	40.34	34.23	.85

"*" 6 boyuna donatı

- EK 2

- Örnek Çözüm

Verilenler :

Malzeme C20-S420

$$V_d = 100 \text{ kN}$$

$$T_d = 12 \text{ kNm}$$

$$f_{ck} = 20 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{cd} = 13 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{ctd} = 1 \text{ N/mm}^2$$

$$f_{yd} = 365 \text{ N/mm}^2$$

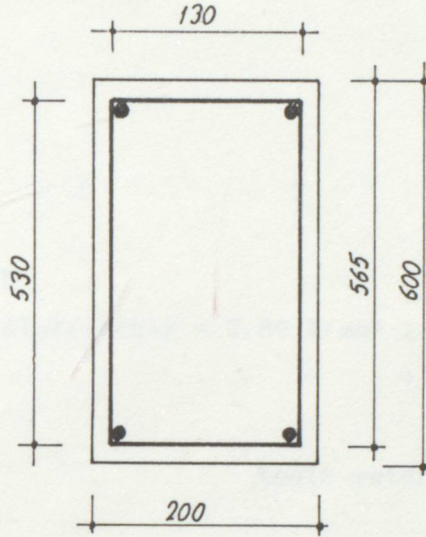
$$b_w = 200 \text{ mm}$$

$$h = 600 \text{ mm}$$

$$b_k = 130 \text{ mm}$$

$$h_k = 530 \text{ mm}$$

$$d = 565 \text{ mm}$$



a- Taşıma Gücü Yöntemine Göre Çözüm;

$$A_{ek} = b_k \cdot h_k = 130 \cdot 530 = 68900 \text{ mm}^2$$

$$u_{ek} = 2(b_k + h_k) = 2(130 + 530) = 1320 \text{ mm}$$

$$S = 1.35 b_w h^2 / 3 = 1.35 \cdot 200^2 \cdot 600 / 3 = 10.8 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$$

$$T_{cr} = S f_{ctd} = 10.8 \text{ kNm}$$

$$V_{cr} = 0.65 f_{ctd} b_w d = 0.65 \cdot 1 \cdot 200 \cdot 565 = 73450 \text{ N} = 73.45 \text{ kN}$$

$$V_c = 0.80 V_{cr} = 58.76 \text{ kN}$$

$$\tau = (V_d / b_w d) + (T_d / S) = (100 \cdot 10^3 / 200 \cdot 565) + (12 \cdot 10^6 / 10.8 \cdot 10^6) = 2.00 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{maks} = 0.25 f_{cd} = 3.25 \text{ N/mm}^2 > 2.00$$

$$(T_d / T_{cr})^2 + (V_d / V_{cr})^2 = (12 / 10.8)^2 + (100 / 73.45)^2 = 3.09 > 1.0 \text{ kesit çatlar.}$$

$$A_{ot}/s = [(V_d - V_c) / (2 f_{yd} d)] + [T / (2 A_{ek} f_{yd})]$$

$$A_{ot}/s = [(100000 - 58760) / (2 \cdot 365 \cdot 565)] + [12 \cdot 10^6 / (2 \cdot 68900 \cdot 365)] = 0.339 \text{ mm}^2/\text{mm}$$

$$\phi 8 \rightarrow A_{ot} = 50 \text{ mm}^2 \rightarrow s = 147 \text{ mm} \quad \text{etkiye } \phi 8/14$$

$$A_{s1} = (A_{ot}/s) u_{ek} (f_{yd} / f_{yd}) = 315 \text{ mm}^2$$

$$\text{Dort kosede } 4\phi 12 \rightarrow 452 \text{ mm}^2 > 315 \text{ mm}^2$$

b- Elastik Yönteme Göre Çözüm;

$$\sigma_{es} = 200 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{es} = 8 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{es} = 0.6 \text{ N/mm}^2$$

$$T_{K, m_{es} < c} = 1.8 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_K + \tau_{es} = 0.9 \text{ N/mm}^2$$

$$(\tau_K + \tau_{es})_{m_{es} < c} = 2.3 \text{ N/mm}^2$$

$$n = 3 + [2.6 / (h/b + 0.45)] = 3.75$$

$$(\tau_K + \tau_{es})_{m_{es} < c} = [V_d / (b \cdot 9h)] + [nT_d / (b^2h)] = 2.80 \text{ N/mm}^2 > \tau_K + \tau_{es} = 0.9$$

$$> (\tau_K + \tau_{es})_{m_{es} < c} = 2.3$$

Kesit yetersizdir !.

Kaynaklar :

- [1] Gündüz A. "Betonarme" , Matbaa Teknisyenleri Basımevi , İstanbul , 1978, Bölüm 8, sayfa 360-381
- [2] Ersoy U. "Betonarme" , Bizim Büro Basımevi , Ankara , 1985, Bölüm 8 sayfa 474-525
- [3] Wang C.K.- Salmon C.G. "Reinforced Concrete Design", 3th ed., Harper Int.Ed., London, 1979, chapter 19, p.p. 738-788
- [4] Park R. and Paulay T., "Reinforced Concrete Structures", John Wiley and Sons, New York, 1975, chapter 8, p.p. 346-389
- [5] Marti P. " Strength and Deformations of Reinforced Members Under Torsion and Combined Actions", Bulletin d'Information - No 146 CEB Munich 1982, p.p. 97-138
- [6] TS 500 " Betonarme Yapıların Hesap ve Yapım Kuralları " , Türk Standartları Enstitüsü , Ankara, 1985

