

34677

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**İNCE CİDARLI AÇIK KESİTLİ TEK AÇIKLIKLI
BASİT KİRİŞ ve KONSOL KİRİŞLERDE
BURULMA ve BİMOMENT TESİR ÇİZGİLERİ ve
PRATİK UYGULAMASI**

İnşaat Müh. Osman KILIÇ

F.B.E. İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Yapı Programında
hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Prof. Naci YÜCEFER

İSTANBUL, 1994

**T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

İÇİNDEKİLER

Sembol Listesi	IV
Teşekkür	VI
Türkçe Özet	VII
Yabancı Dilde Özet	VIII
1. Giriş	1
1.1. Genel Kabuller ve Önşartlar	1
1.2. St.Venant Burulması	3
1.3. Kesit Düzlemindeki Deplasmanların Farklı Sistemlere Göre İfadesi ve İlişkileri	7
1.4. Cidar Üzerindeki İ Noktasının Boylama Deplasmanının Seçilen M Noktasının Deplasman ve Dönmesi İle İlişkisi	9
2. Genel Burulma Hali	11
2.1. Normal Gerilmeler	11
2.2. Kayma Gerilmeleri	11
2.3. Kesit Tesirlerin Tanımı	14
2.4. Bimoment (M_w)	16
2.5. Zorlama ya da Çarpılma Burulması (Seconder Burulma)	20
3. Dönmeden İleri Gelen (Çarpılmadan) Boylama Deplasmanlar	23
4. Kayma Merkezi	27
5. Burulma Diferansiyel Denklemi	28
5.1. Sınır Şartları	29
5.2. Diferansiyel Denklemin İki Taraftan Çatal Mesanetli Kiriş İle Konsol Kirişe Ait Çözümleri	30
6. Çözümlü Örnek Problemler	33
6.1. Tesir Çizgileriyle İlgili Çözümler	52
7. Tartışma ve Sonuç	73
Kaynakça	74
Özgeçmiş	

SEMBOLLER

t	: Cidar kalınlığı
b	: Cidarın diğer boyutu
δ	: Deplasman
ζ	: z eksenindeki deplasman
η	: y eksenindeki deplasman
u	: Normal yönündeki deplasman
v	: Teğetsel yöndeki deplasman
w	: Boylama yöndeki deplasman
ω	: Birim çarpılma
ω_M	: Kayma merkezine göre birim çarpılma
s	: Cidar yörüngesi
S	: Ağırlık merkezi
M	: Kayma merkezi
A	: Kesit alanı
z_M, y_M	: Kayma merkezi koordinatları
P_M	: Cidar yörüngesinin herhangi bir noktasından kayma merkezine olan dik mesafe
P_s	: Cidar Yörüngesinin herhangi bir noktasından ağırlık merkezine olan dik mesafe
φ	: Boylama eksen etrafında dönme
S_y, S_z	: Statik momentler
S_ω	: Çarpılma alanı ya da sektörel statik moment alanı
$J_{y\omega}, J_{z\omega}$	: Çarpılma alanı momentleri ya da sektör deviasyon momentleri
$J_{\omega_M \omega_M}$	: Sektör atalet momenti veya çarpılma mukavemeti
J_{yy}, J_{zz}	: Atalet momentleri
ξ	: Yükün yeri
M_y, M_z	: Eğilme momentleri
Q_y, Q_z	: Kesme kuvvetleri
τ_P	: Primer kayma gerilmesi
τ	: Kayma gerilmesi
σ	: Normal gerilme
M_T	: St.Venant burulması
M_τ	: Çarpılma (zorlama) burulması

- $M_{T\Sigma}$: Kesit burulma momenti
 M_{ω} : Bi Moment
 $M_{T\Sigma DİŞ}$: Tekil dış burulma momenti
 E : Elastiklik modülü
 G : Kayma modülü



TEŞEKKÜR

"İnce Cidarlı Açık Kesitli Tek Açıklıklı Basit Kiriş ve Konsol Kirişlerde Burulma ve Bimoment Tesir Çizgileri ve Pratik Uygulaması" konulu Yüksek Lisans tezimin hazırlanmasında her türlü maddi ve manevi desteğini esirgemeyen Hocam ;

Sayın Prof.Naci YÜCEFER'e

teşekkürü borç bilirim.

ÖZET

Bu çalışmada İnce Cidarlı Açık Kesitlerin 1. mertebe burulma teorisi incelenmiştir. Konunun incelenmesinde St. Venant Burulması diye bilinen Primer (esas) burulma ilk adımı teşkil etmektedir. Bu ilk adım sayesinde burulma genel hali (zorlamalı burulma) açıklanabilmektedir.

Konunun açıklanması yakın tarihe rastlamaktadır. 20. yüzyılın başlangıcına kadar, burulma hesabına, Barre de Saint-Venant adındaki Fransız bilim adamı tarafından geliştirilen ve 1855 de açıklanan teori esas teşkil etmiştir. Mühendislikteki uygulama için bu teoriye R. Bredt (1896) ve A. Föppl (1917) tarafından önemli ilaveler yapılmıştır.

Bilindiği gibi ince cidarlı açık kesitlerde asıl etkiyi zorlamalı burulma göstermesine rağmen kapalı kesitlerde bu durum tersinedir.

Çalışmada ilk kısımda genel kabuller ve St. Venant burulması açıklanmış, ileriki bölümlerde kesit tesirleri, zorlamalı burulma ifadeleri çıkarılmıştır. Diferansiyel ifadelerin çözümüne girilmemiş, bu çalışmada önemli olanları kaynakçadan alınmıştır. Tek açıklıklı basit ve konsol giriş için tesir çizgileri çizilmiş çeşitli uygulamalar yapılmıştır. Simetrik olmayan kesitlerle burulmaca hiperstatik sistemlere girilmemiştir.

İncelemem Hocam Prof. Naci YÜCEFER'in Yüksek Lisansta verdiği "İnce Cidarlı Açık Kesitler " ders notlarından büyük ölçüde istifade ile hazırlanmıştır.

SUMMARY

In this thesis it's studied on 1.st level torsion theory of open thin wall shapes. The first step in the study is St.Venant Torsion called primer. General Torsion is carried out by assistance of St. Venant Torsion.

Until the early 20. century theory which was explained and developed by French scientist Barre de Saint-Venant in 1855 has been base of the subject. On this theory has been made important additions by A.Föppl (1917) and R. Bredt (1896) for engineering applications.

As it is known, main effect is seconder (forced) torsion on open thin wall shapes, on the contrary it's St.Venant Torsion on boxgirder.

In the first part, General conditions and St.Venant Torsion are explained ahead part forced (seconder) torsions, internal forces equations are carried out. There is not solutions of differential equations. Internal Forces diagram for simply supported beams and cantilever beams are drawn and different applications are made. Unsymmetric cross section and hiperstatic beams are not explained.

The study is prepared with the help of notes which is given by Mr. Naci YÜCEFER on "Open Thin Wall Cross Sections".

1. GİRİŞ

Günümüzde teknolojiye gelişmeyle daha büyük açıklıklar sözkonusu olmaktadır. Böyle olunca kesitler daha narin bir hale gelmekte ikinci mertebedeki büyüklükler ön plana çıkmaktadır.

t...cidar kalınlığı

b...enkesitin diğer bir boyutu olmak üzere

$t/b \leq 0.10$ şartını sağlayan kesitler ince cidarlı kesitlerdir. Çelik yapılarda sıkça karşılaşılabilecek bir durum olmakla beraber, betonarme, öngerilmeli beton ve kompozit sistemlerde de ender değildir. Özellikle açık ince cidarlı yapı elemanlarında burulma tesiriyle oluşan büyüklükler hatırı sayılır mertebededir.

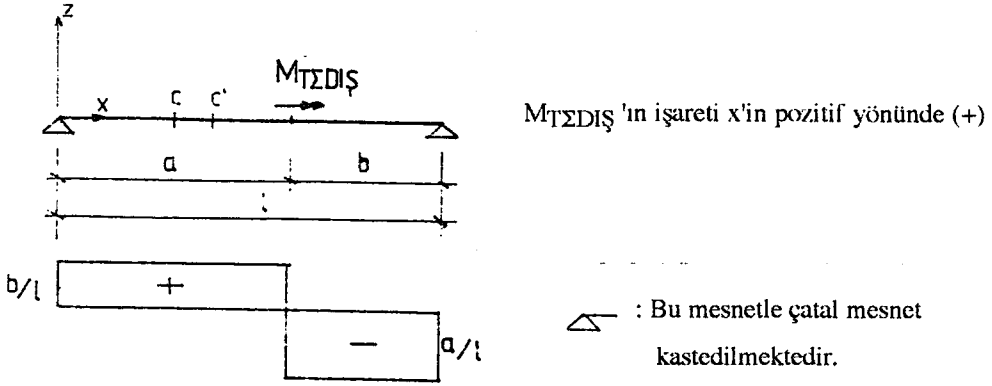
Kesitlerin düzlem kalması kabulünün (Bernoulli) saklı tutulması, burulmanın teorik olarak açıklığa kavuşturulmasını uzun zaman önlemiştir. Bu kabulden ilk olarak ayrılan St. Venant teorisinde, çubukta ilave bir çarpılma hasıl olmaktadır. Fakat bunun, çubuğun taşıma kabiliyetine etkisi bu teoride ihmal edilmektedir; başka bir ifadeyle tahdit edilmemiş bir çarpılma hali önceden kabul edilmiştir. Kesitteki çarpılmanın tahdit edilmesi durumunda St. Venant teorisi geçerliliğini kaybetmektedir. Bu konuda birçok araştırma yapılmış ve böylece Çarpılmalı Burulma Teorisi ortaya çıkmıştır.

İncelememiz ince cidarlı açık kesitleri kapsamaktadır. Burulmaya maruz ince cidarlı açık kesitlerde St.Venant Burulması, zorlamalı burulma (seconder) yanında düşük kalmaktadır. Bu tür kesitlerde asıl etkiyi seconder burulma oluşturmaktadır.

1.1. GENEL KABULLER VE ÖN ŞARTLAR

- 1.Kesitler ince cidarlı
- 2.Sistem boyuna ekseni doğrusal
- 3.Kesit konturu (kesitin geometrik durumu) deformasyonlar sonucu değişmemektedir.
- 4.Atalet momenti sabit ve cidar kalınlığı boylama yönde değişmektedir.
5. Kayma gerilmelerinden ileri gelen deformasyonlar dikkate alınmamaktadır.

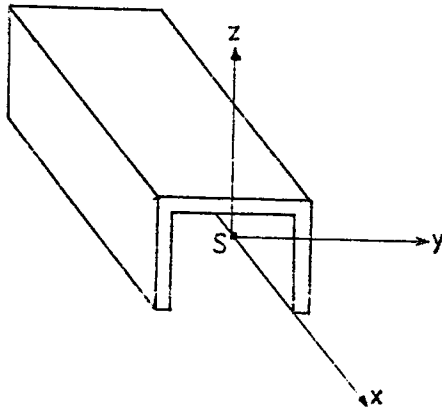
6. Boylama yönünde dış kuvvet değişimi yoktur. Sabit kabul edeceğiz.
7. Koordinat sistemi olarak x eksenini ağırlık merkezinden geçmek üzere boylama eksen



Şekil 1.1 Kesit burulma momenti diyagramı



Şekil 1.2 Kesit burulma momenti için pozitif yönler



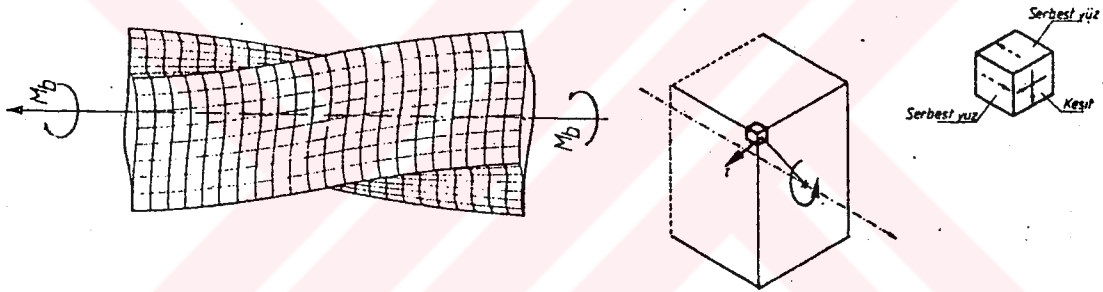
Şekil 1.3 Koordinat sistemi

1.2. ST. VENANT BURULMASI

Bir çubuk iki ucundan birbirine zıt burulma momentlerine maruz iken her iki ucunda da tüm deplasmanlara serbest bırakılmış olsun. Kesit burulma momenti üniform olduğundan birim boyda tüm çubuk elemanları aynı miktarda döner. Yani çubuk dönmesi boylama yönde lineer olarak artmaktadır.

Ayrıca kesit çarpılmalı bir kesitse kesit üzerindeki herhangi bir lif (nokta da diyebiliriz) tüm çubuk boyunca aynı miktarda öteleme yapar. Kesitte meydana gelen boylama deplasmanlar kesit düzleminde ve kesit üzerindeki koordinatlarına bağlıdır.

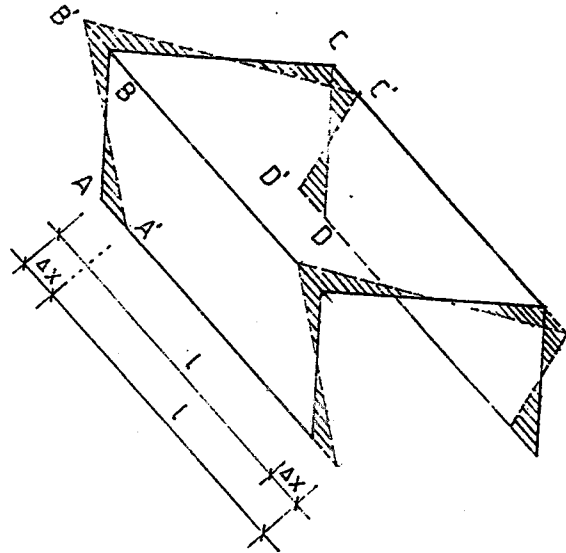
İşte St. Venant yukarıdaki sonuçları (burulmuş çubuğun şekil değiştirmelerini) dikkate alarak bazı kabuller yapmış ve bu kabullerle denge denklemlerinin ve sınır şartlarının sağlanabildiğini göstermiştir. Bu tür yaklaşıma yarı ters metod adı verilmektedir.



Şekil 1.4

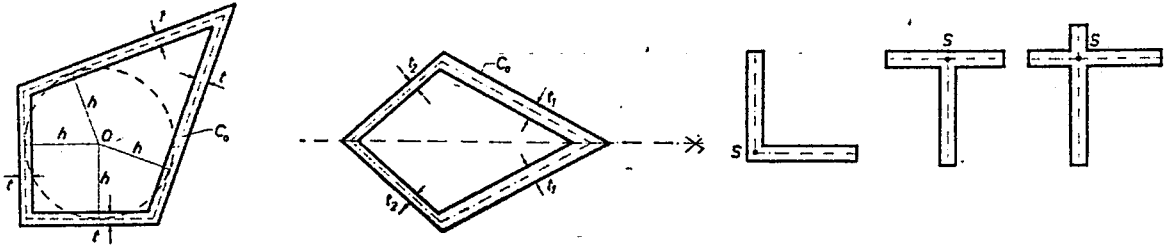
A, B, C, D St. Venant Burulmasından
önceki pozisyonu

A', B', C', D' St. Venant Burulmasına
maruz iken pozisyonu



Şekil 1.5 St. Venant Burulmasında kesit çarpılması

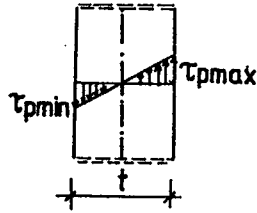
Boylama deplasmanlar sonucu kesit düzlemsellikten çıktığı takdirde olaya kesit çarpılması adı verilmektedir. Dairesel kesitli bir milde burulma sonucu çarpılma olmamakta yani kesit düzlemselliği muhafaza etmektedir. Çarpılmasız kesitlerde engelleme olmadan oluşan boylama deplasmanlar sonucu kesit düzlemselliğini muhafaza eder. Mesela tüpün kalınlığı sabit olupta ortalama profil eksenine içine daire çizilebilen bir çokgen ise kesitte çarpılma olmaz. Ayrıca bir köşegenine göre simetrik olan dörtgende de çarpılma olmaz. Açık kesitlerde bir noktada kesişen doğrusal kesimlerden müteşekkil kesitler çarpılmasızdır.



Şekil 1.6

x yönündeki bütün lifler aynı miktarda boyuna deplasman yaptıklarından ve dolayısıyla boy değişimi olmadığından normal gerilme ($\sigma_x=0$) oluşmamaktadır. dolayısıyla boylama yönündeki deplasman w , x 'e bağlı değildir, y ve z' ye bağlıdır.

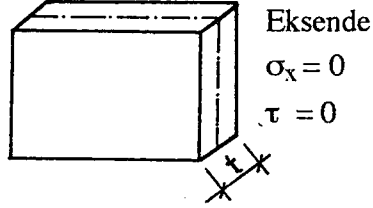
St. Venant burulmasında özellikle cidar ekseninde normal gerilmeler sıfır olduğu gibi kayma gerilmeleri de sıfırdır. Ancak kayma gerilmeleri kenarlarda zıt; mutlak değerce eşittir (Şekil 1.7). [1,4]



Şekil 1.7

St. Venant burulması toplam burulmanın normal gerilme olmayan kısmıdır ve M_T ile göstereceğiz.

- τ_p : St. Venant burulması kayma gerilmesi
 $M_{T\Sigma}$: Toplam burulma momenti
 M_τ : Seconder (zorlama) burulması (ileride açıklanacaktır)
 φ : Burulma dönmesi
 φ' : Birim dönme



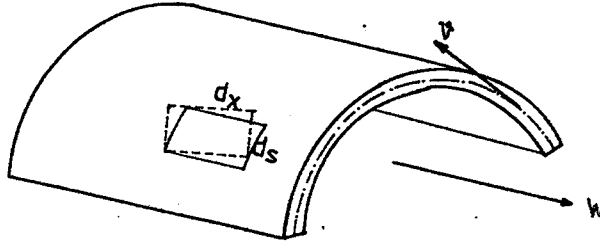
Şekil 1.8

$$M_T = G \cdot J_T \cdot \varphi' \quad (1.1)$$

$$M_{T\Sigma} = M_T + M_\tau \quad (1.2)$$

$$\tau_{pmax} = G \cdot \varphi' \cdot t \quad (1.3)$$

$$\varphi' = \frac{d\varphi}{dx} = \text{Sabit (St. Venant Burulmasında)} \quad (1.4)$$

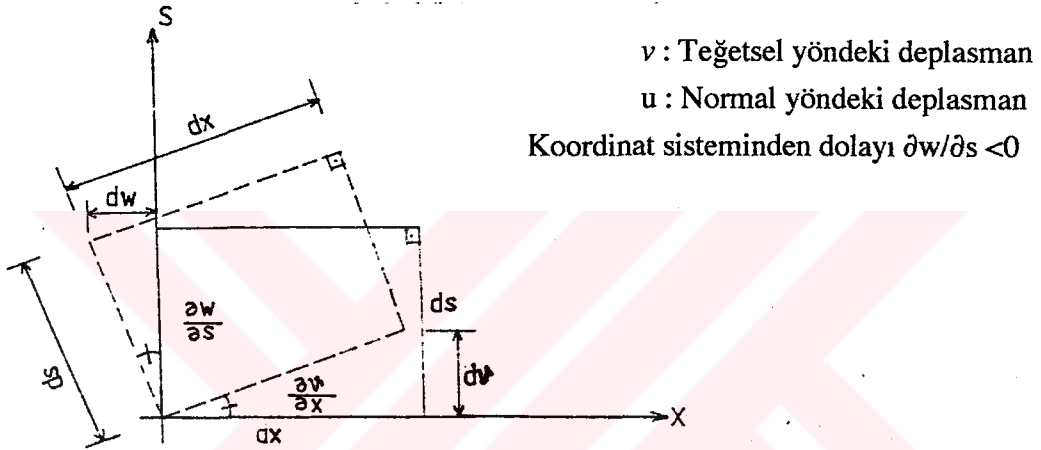


Şekil 1.9.

Cidar üzerinde seçilen (dx, ds) elemanı St.Venant burulması sonunda oluşan deplasmanlar yüzünden pozisyonunu değiştirmekle beraber şeklini değiştirmez yani dikdörtgen kalmaya devam eder. (Önşart 5 gereği) (Şekil 1.10)

St. Venant burulmasında çarpılma (w) sadece y ve z 'nin fonksiyonudur. x 'ten bağımsızdır. Veya değişkenlik cidar üzerinde s ile gösterilirse sadece s 'in fonksiyonudur.

$$w=w(y,z) \quad , \quad w=w(s) \quad (1.5)$$



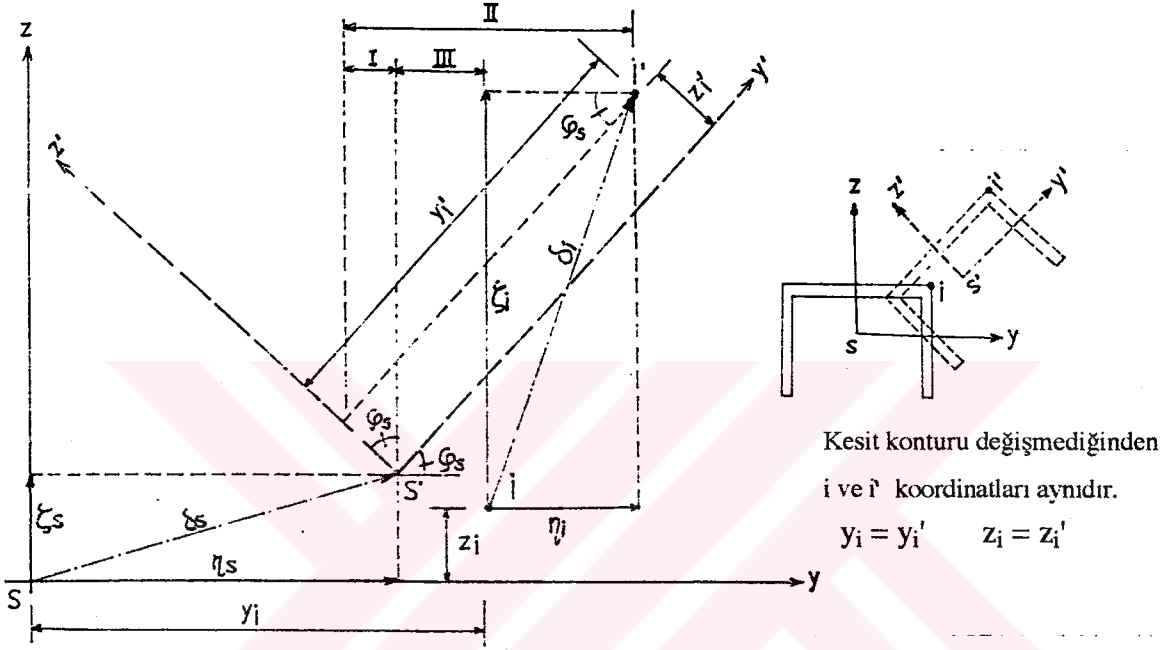
Şekil 1.10.

$$\frac{\partial w}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (1.6)$$

Burada, incelemede yapılan önemli bir kabulün altını çizelim. Yukarıda (1.6) bağıntısıyla verilen bu sonucun sadece St.Venant burulmasında değil genel burulma durumunda da geçerli olduğu kabul edilecektir. Yani -ilerde anlatılacak olan- seonder kayma gerilmeleri sonucu oluşan deformasyonlar dikkate alınmamaktadır. Bu hesaba **1. mertebe teorisi** de denilmektedir.

1.3 KESİT DÜZLEMİNDEKİ DEPLASMANLARIN FARKLI SİSTEMLERE GÖRE İFADESİ VE İLİŞKİLERİ

Şimdi (1.6) bağıntısı yardımıyla ω 'nın fonksiyonel yapısını bulalım. Bunun içinde önce teğetsel deplasmanı (v) uygun şekilde ifade edelim.



Şekil 1.11 Burulmalı eğilme halinde deformasyonlar.

Çubuğun herhangi bir enkesitinin deformasyondan önceki ve sonraki durumları Şekil 1.11 de görülmektedir. Enkesit düzleminde alınan (y,z) eksen takımı deformasyondan sonra (y', z') durumuna gelecektir. Deformasyon sonunda kesit konturunun (kesitin geometrik şeklinin) aynen kaldığı kabul edilen çubuk enkesitine ait i noktasının ilk durumundaki koordinat eksenleri yönlerinde yaptığı deplasmanlar Şekil 1.11' den bulunabilmektedir.

$$\varphi_s \ll 1 \Rightarrow \sin \varphi_s \approx \varphi_s, \quad \cos \varphi_s \approx 1$$

$$\eta_i = II - I - III$$

$$I = z_i \sin \varphi_s \approx z_i \varphi_s$$

$$II = y_i \cos \varphi_s = y_i$$

$$III = y_i - \eta_s$$

$$\eta_i = \eta_s - z_i \cdot \varphi_s \quad (1.7)$$

$$\zeta_i = \zeta_s + y_i \cdot \varphi_s \quad (1.8)$$

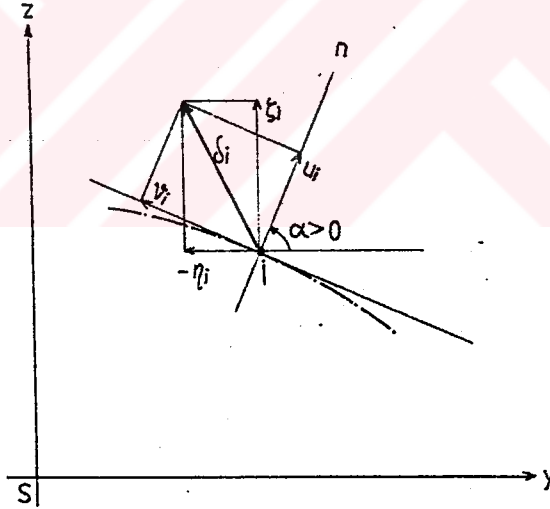
bulunur.

S noktası yerine aynı koordinat sisteminde verilen herhangi bir M noktasının deplasmanları (η_M, ζ_M) ve dönmesiyle de i noktası için şu değerler bulunur.

$$\eta_i = \eta_M - (z_i - z_M) \cdot \varphi_M \quad (1.9)$$

$$\zeta_i = \zeta_M + (y_i - y_M) \varphi_M \quad (1.10)$$

Şimdi de kartezyen deplasmanlarla teğetsel ve radyal deplasmanlar arasındaki ilişki için Şekil 1.12' den



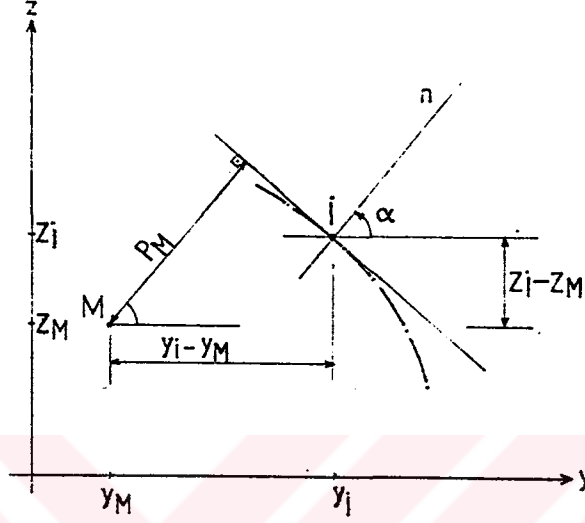
Şekil 1.12

$$u_i = \zeta_i \sin \alpha + \eta_i \cos \alpha \quad (1.11)$$

$$v_i = \zeta_i \cos \alpha - \eta_i \sin \alpha \quad (1.12)$$

bulunur.

1.4. CİDAR ÜZERİNDEKİ İ NOKTASININ BOYLAMA DEPLASMANININ SEÇİLEN M NOKTASININ DEPLASMAN VE DÖNMESİ İLE İLİŞKİSİ



Şekil 1.13

$$P_M = (y_i - y_M) \cos \alpha + (z_i - z_M) \sin \alpha \quad (1.13)$$

(1.13) ifadesini kullanarak teğetsel yöndeki v_i deplasmanını aşağıdaki şekilde geliştirelim.

$$v_i = [\zeta_M + (y_i - y_M) \varphi_M] \cos \alpha - [\eta_M - (z_i - z_M) \varphi_M] \sin \alpha$$

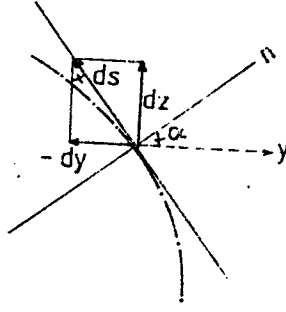
$$v_i = \zeta_M(x) \cos \alpha(s) - \eta_M(x) \sin \alpha(s) + P_M(s) \varphi_M(x) \quad (1.14)$$

Bundan böyle x 'e göre türevleri (') ile göstereceğiz. (1.6) ifadesinden

$$\frac{\partial w}{\partial s} = - \frac{\partial v}{\partial x} \quad , \quad w = - \int \frac{\partial v}{\partial x} ds + C(x)$$

$$w(x, s) = - \int [\zeta_M' \cos \alpha - \eta_M' \sin \alpha + P_M \varphi_M'] ds + C(x)$$

$$= -\zeta_M' \int \cos \alpha \, ds + \eta_M' \int \sin \alpha \, ds - \varphi_M' \int P_M \, ds + C(x)$$



Şekil 1.14

$$dy = -ds \sin \alpha, \quad dz = ds \cos \alpha$$

$$\omega_M = \int P_M \, ds$$

$$w(x, s) = -\zeta_M' z - \eta_M' y - \varphi_M' \omega_M + C(x) \quad (1.15)$$

bulunur. Burada ω_M ifadesine **asal çarpılma** veya **birim asal çarpılma** denir.

2 GENEL BURULMA HALİ

St Venant burulmasının genel burulmayı açıklayabilmede ilk adım olduğunu belirtmiştik. Taşıyıcı sistemlerde sadece St. Venant burulması pratik olarak mümkün görülmemektedir. Her taşıyıcı sistemin belli mesnetlenme koşulları vardır. Oysa St.Venant'ta bu koşullar geçersizdir; her halükarda mesnetlenme biçimi vardır. İşte mesnetlenmedeki çeşitli koşullar; örneğin dönmeye müsaade edilmesi/edilmemesi, çarpılmaya müsaade edilmesi/edilmemesi veya bunların değişik varyasyonu sözkonusu olmaktadır. İşte bu durum genel burulma halidir. Bu durumda kesitteki burulma momenti St.Venant (M_T) burulması ve seconder (zorlamalı) burulma (M_r) toplamıyla karşılanmaktadır.

2.1. NORMAL GERİLMELER

Çarpılma sebebiyle x eksenini boyunca oluşan w boylama deplasmanları engellenirse liflerde uzama ya da kısalma sözkonusu olmaktadır. Bu durumda σ_x normal gerilmeleri oluşmaktadır.

$$\epsilon_x = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.1)$$

$$\sigma_x = E \epsilon_x \quad (2.2)$$

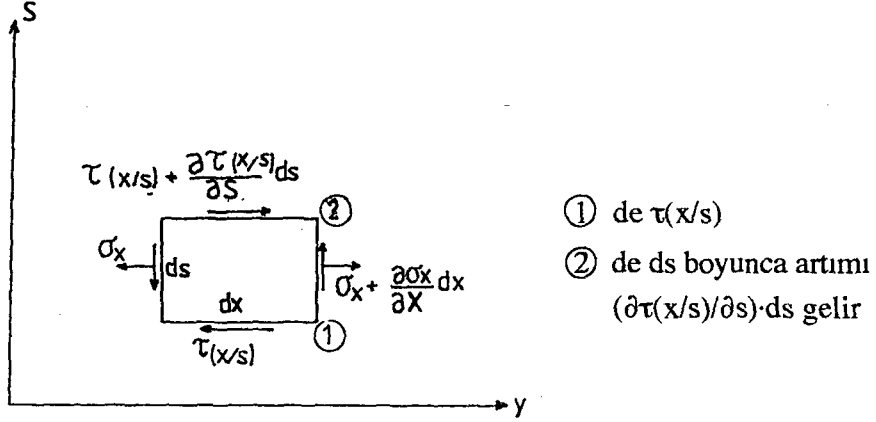
$$\sigma_x = -E [\zeta_M''(x) z(s) + \eta_M''(x) y(s) + \varphi_M''(x) \omega_M(s) - C'(x)] \quad (2.3)$$

İlerde kullanmak üzere şimdilik bu ifadeyi olduğu gibi bırakalım.

2.2 KAYMA GERİLMELERİ

Mesnetlenme şartlarından dolayı çarpılmaya müsaade edilmesi durumu söz konusu ise boylama yöndeki liflerde boy değişimi olur. Bu boy değişimi x'e bağlı olarak değişebilir Cidarın x eksenini ile paralel olan normali doğrultusundaki bu normal gerilmeye σ_x dersek s yörüngesinin normali doğrultusundaki normal gerilme σ_s küçük olduğundan

(önşart 3. gereği) dikkate alınmamaktadır. Şekil 2.1 de görüldüğü üzere dx boyunda da boy değişimi olduğundan σ_x artımı gelmektedir. Denge koşulundan τ oluşmaktadır.



Şekil 2.1 Cidar üzerindeki dikdörtgen parçaya tesir eden gerilmeler

Denge koşulu yazılırsa

$$-\sigma_x t \, ds + \left(\sigma_x + \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} dx \right) t \, ds - \tau t \, dx + \left(\tau + \frac{\partial \tau}{\partial s} ds \right) t \, dx = 0 \quad (2.4)$$

Cidar kalınlığı değişiyorsa

$$t(s+ds) = t(s) + \frac{\partial t}{\partial s} ds$$

(2.4) de yerine konulursa

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} t(s) \, dx \, ds + \tau \frac{\partial t}{\partial s} \, dx \, ds + \frac{\partial \tau}{\partial s} t(s) \, dx \, ds + \frac{\partial \tau}{\partial s} \frac{\partial t}{\partial s} \, ds \, ds \, dx = 0$$

ds^2 li terim ihmal edilerek

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} t(s) + \tau \frac{\partial t}{\partial s} + \frac{\partial \tau}{\partial s} t(s) = 0$$

olur.

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} t(s) + \frac{\partial}{\partial s} (\tau t(s)) = 0$$

$T = \tau t(s)$ alınarak,

$$\frac{\partial T}{\partial s} = - \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} t(s) \quad (2.5)$$

$$\int \frac{\partial T}{\partial s} = - \int \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} t(s) \Rightarrow T = - \int \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} t(s) ds + C(x)$$

$$\tau(x/s) = - \frac{1}{t(s)} \int_{s=0}^{s=s^*} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} t(s) ds + C(x) \quad (2.6)$$

s^* : Aradığımız yere kadar ; $s=0$ da boyuna kuvvet yoksa $\tau_s(x/s) = 0$ ve $C(x) = 0$ olur. (2.3) ifadesi (2.6) da yerine yazılarak,

$$\tau(x/s) = \frac{E}{t(s)} \int [\zeta_M''' z + \eta_M''' y + \varphi_M''' \omega_M - C''] t(s) ds$$

$$\tau(x/s) = \frac{E}{t(s)} \left[\zeta_M''' \int z dA + \eta_M''' \int y dA + \varphi_M''' \int \omega_M dA - C'' \int dA \right]$$

$$\int_0^s z dA = S_y(s) \quad y \text{ eksenine göre statik moment}$$

$$\int_0^s y dA = S_z(s) \quad z \text{ eksenine göre statik moment}$$

$$\int_0^s \omega_{xt} dA = S_{\omega}(s) \quad \text{Çarpılma alanı ya da sektörel statik moment :}$$

adı verilir. İleride daha yakından incelenecektir.

$$\tau(x/s) = \frac{E}{t(s)} [\zeta_M''' S_y(s) + \eta_M''' S_z(s) + \varphi_M''' S_{\omega}(s) - C' A(s)] \quad (2.7)$$

bulunur.

2.3. KESİT TESİRLERİNİN TANIMI

Bu aşamaya kadar elde edilen ifadeler ile pratik işlem yapmak mümkün değildir. Her ne kadar HOOKE bağıntısı kullanılarak gerilme-şekil değişim ilişkisi sonucunda normal gerilme ifadesi çıkarıldıysa da ve buna bağlı olarak denge koşulundan kayma gerilmesi ifadesi elde edildiyse de pratikte kullanılan ve yükleme durumunun olaydaki rolünü gösteren kesit tesirleri henüz devreye sokulmadığından pratik olarak sonuç almak mümkün olmamıştır. Aşağıda görüleceği üzere gerek klasik mukavemet teorisinden bilinen kesit tesirleri (normal kuvvet, eğilme momentleri) gerekse yeni tanımlanacak olan kesit tesirleri bizi pratik sonuçlara götürecektir. Ancak bu aşamada belirtilmesi gerekli olan önemli hususta kesit tesirlerinin kullanılması yalnız başına pratik işlemler için yeterli değildir. İlaveten seçilen koordinat sisteminin merkezi ve pozisyonu bir yandan da burulma dönmesinin izafe edildiği eksen uygun şekilde seçilmelidir. Bu seçimler sonunda çok daha basit ifadelere kavuşulmaktadır.

Kesit üzerinde seçilen koordinat eksenleri ağırlık merkezinden geçen asal eksenler olacaktır. Asal eksenler seçilince çarpım atalet momentleri sıfır olur. Dönme olayı ise kayma merkezi olarak adlandıracağımız noktalardan geçen boylama eksene izafe edilecektir. Kayma merkezi konusu ileride işlenecektir. Böylece klasik mukavemetten farklı olarak burulma sebebiyle yeni kesit tesirleri ve kesit değerleri sözkonusu olacaktır.

$$N = \int_{s=0}^{SE} \sigma_x dA \quad (2.8)$$

(2.8) de (2.3) yerine yazılırsa,

$$N = -E [\xi_M'' S_y + \eta_M'' S_z + \varphi_M'' S_w - C' A] \quad (2.9)$$

Koordinat eksenleri kesit üzerinde ağırlık merkezinden geçerse statik momentler sıfır olur. İlerde gösterileceği üzere kayma merkezine göre alınan sektörel statik moment de sıfır olmaktadır. Bu durumda (2.9) ifadesi aşağıdaki gibi olur.

$$N = E C' A \quad (2.10)$$

$$M_y = + \int_{s=0}^{SE} \sigma_x z dA \quad (2.11)$$

$$M_z = - \int_{s=0}^{SE} \sigma_x y dA \quad (2.12)$$

(2.11) ve (2.12) klasik mukavemetten bilinen eğilme momentleridir. Kayma gerilmeleri eğilme momenti oluşturmazlar.

(2.3) ifadesi (2.11)de yerine yazılırsa

$$M_y = - E \left[\xi_M'' \int z^2 dA + \eta_M'' \int z y dA + \varphi_M'' \int \omega z dA - C' \int z dA \right] \quad (2.13)$$

$$J_{yy} = \int z^2 dA$$

$$J_{yz} = \int y z dA$$

$$J_{zz} = \int y^2 dA$$

$$J_{z\omega_M} = \int y \omega_M dA$$

$$J_{y\omega_M} = \int z \omega_M dA$$

Burada $J_{z\omega_M}$ $J_{y\omega_M}$ değerlerine **çarpılma alanı momentleri, sektör sentrifugal momentleri, sektör deviasyon momentleri** gibi adlar verilir.

Asal eksenlere göre çarpım atalet momentleri sıfır olur. Aynı şekilde ileride gösterileceği üzere ω_M değerleri kayma merkezine göre alınınca sektörel deviasyon momentleri de sıfır olmaktadır. Yukarıda söylenenler çerçevesinde (2.13) ifadesinden

$$\zeta'' = - \frac{M_y}{EJ_{yy}} \quad (2.14)$$

bulunur. Aynı şekilde (2.3) ifadesi (2.12) de yazılarak

$$\eta_M'' = \frac{M_z}{EJ_{zz}} \quad (2.15)$$

bulunur. (2.14) ve (2.15) ifadeleri tamamıyla eğilme momentleriyle ilgili terimlerdir.

2.4. BİMOMENT (M_ω)

Klasik mukavemette karşımıza çıkmayan çarpılma teorisinin sonucunda ortaya çıkan yeni bir kesit tesiridir. Kuvvet çifti olarak tarif edilen eğilme momentlerinden farkı, onun bir moment çifti teşkil etmesidir. Bu, iç kuvvetlerin bir denge grubu -çarpılma grubu- dur ve kesitte aynı anda etkiyen birbirine zıt iki eğilme momenti şeklinde olup bileşke hasıl etmez (2.16) ifadesinde görüldüğü gibi çarpılma dönmesi moment integrali de denilmektedir.

$$M_\omega = \int_{S=0}^{SE} \sigma_x \omega_M dA \quad (2.16)$$

(2.3) ifadesi (2.16) da yerine yazılırsa

$$J_{z\omega_M} = 0 \quad , \quad J_{y\omega_M} = 0 \quad , \quad S_{\omega_M} = 0$$

olduğu hatırlanarak

$$\varphi_{\lambda 1}'' = - \frac{M_{\omega}}{E J_{\omega_M \omega_M}} \quad (2.17)$$

bulunur.

$$J_{\omega_M \omega_M} = \int \omega_M \omega_M dA \quad (2.18)$$

(2.18) ifadesine çarpılma mukavemeti veya sektörel atalet momenti adları verilmektedir. Kayma merkezine göre bu değer minimum değerdedir. Çarpılmalı kesitlerde belli bir değer alırken çarpılmasız kesitlerde sıfır olmaktadır.

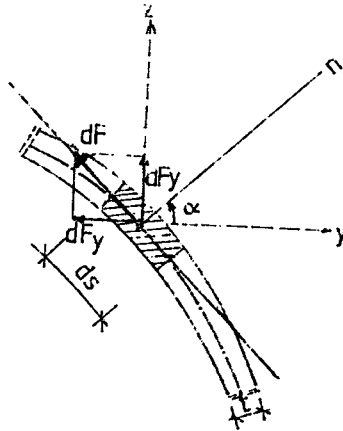
σ_x ifadesi için kesit tesirlerinden elde edilen türevler kullanılırsa normal gerilmenin kesit tesirleri cinsinden aşağıdaki ifadesi elde edilmiş olur.

$$\sigma_x = \frac{M_y}{J_{yy}} z - \frac{M_z}{J_{zz}} y + \frac{N}{A} + \frac{M_{\omega}}{J_{\omega_M \omega_M}} \omega_M \quad (2.19)$$

(2.19) da görüldüğü üzere burulmanın katkısı Bimomentli ifadedir. Bu ifadeyi

$$\Delta \sigma_x = \frac{M_{\omega}}{J_{\omega_M \omega_M}} \omega_M$$

biçiminde gösterelim.



Şekil 2.2

Zorlama burulması neticesinde oluşan kayma gerilmeleri de bileşke kesme kuvveti oluşturmaz. Ancak kesitin herhangi bir noktasına zorlama burulması sonucu oluşan sekonder kayma gerilmeleri ile eğilme momentlerinden oluşan kayma gerilmeleri beraberce tesir ederler. Kesme kuvvetleri kayma gerilmelerinin bileşkesidir. Demek ki bu bileşkede sekonder kayma gerilmelerinin katkısı yoktur. Şekil 2.2 de ds boyundaki enkesite tesir eden kuvvet

$$dF = \tau t ds \quad dy = -\sin\alpha ds$$

$$Q_y = \int \tau t dy = - \int dF \sin \alpha = - \int T ds \sin \alpha = \int T dy \quad (2.20)$$

$$Q_z = \int \tau t dz = \int T dz \quad (2.21)$$

(2.7) ifadesi (2.20) ve (2.21) de yerine yazılırsa,

$$Q_y = E \zeta_M'''(x) \int S_y(s) dy + E \eta_M'''(x) \int S_z(s) dy + E \varphi_M'''(x) \int S_w(s) dy - E C''(x) \int A(s) dy$$

$$C'(x) = \frac{N}{EA} \text{ sabit olunca } C''(x) = 0 \text{ olur.}$$

$$\int S_y dy = \int \left[\int z t ds \right] dy$$

çözümü için

$$\int a \left(\frac{db}{dx} \right) dx = ab - \int \left(\frac{da}{dx} \right) b dx$$

kaidesini uygularsak,

$$\begin{aligned} \int S_y dy &= y \left[\int z t ds \right]_{s_A}^{s_E} - \int y \frac{d}{dy} \left[\int z t ds \right] dy = + \int \frac{y}{\sin \alpha} \left[\frac{d}{ds} \int z t ds \right] dy \\ &= \int y z t \frac{dy}{\sin \alpha} = - \int y z t ds = - J_{zy} = 0 \end{aligned}$$

bulunur.

$$S_\omega = \int \omega t ds$$

olduğu hatırlanarak aynı şekilde,

$$\begin{aligned} \int S_\omega dy &= - J_{\omega z} = 0 \\ \int S_z dy &= \int y^2 dA = - J_{zz} \end{aligned}$$

bulunur.

$$Q_y = - \zeta_M''' E J_{yz} - \eta_M''' E J_{zz} - \varphi_M''' E J_{\omega z} \Rightarrow \eta_M''' = - \frac{Q_y}{E J_{zz}} \quad (2.22)$$

$$Q_z = - \zeta_M''' E J_{yy} - \eta_M''' E J_{yz} - \varphi_M''' E J_{\omega y} \Rightarrow \zeta_M''' = - \frac{Q_z}{E J_{yy}} \quad (2.23)$$

(2.22) ve (2.23) ifadelerindeki kesme kuvvetleri bilinen değerlerdir.

$$\tau(x/s) = - \frac{Q_z S_y}{J_{yy} t(s)} - \frac{Q_y S_z}{J_{zz} t(s)} + \varphi_M''' \frac{S_\omega E}{t(s)} \quad (2.24)$$

(2.24) ifadesi burulmalı eğilme halindeki açık kesitlerde kayma gerilmesi genel ifadesidir.

Bu ifadede görüldüğü gibi klasik mukavemetten farklı terim

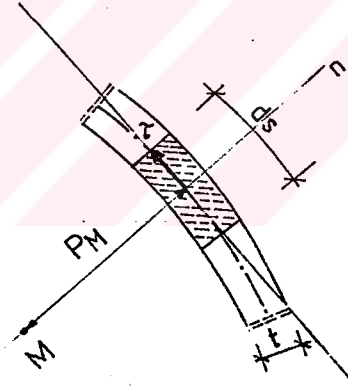
$$\Delta\tau(x/s) = \varphi_M''' \frac{S_w E}{t(s)} \quad (2.25)$$

ifadesidir ve burulmanın katkısıdır.

2.5 ZORLAMA YA DA ÇARPILMA BURULMASI (SECONDER BURULMA)

Çubuklara gelen kesit tesiri niteliğindeki burulma momentinin iki kısımdan oluştuğunu belirtmiştik. 1. kısım; cidar eksenlerinde kayma gerilmesi oluşturmayan dolayısıyla çubukta normal gerilmeye sebep olmayan St. Venant burulmasıdır.

Ancak çubuğun mesnetlenme şekli, yükleme durumu ve kesitin geometrik özelliklerine bağlı olarak kesit çarpılması veya bu çarpılmaların engellenmesi sonucu oluşan kayma gerilmelerinin oluşturduğu bileşke burulma momentine de zorlama veya seconder burulma adı verilmektedir. Bu da 2. kısmı oluşturmaktadır.



Şekil 2.3

$$dF = \tau t ds$$

$$M_\tau = + \int P_M dF = \int \tau t P_M ds \quad (2.26)$$

(2.7) de $C' = 0$ olarak (2.26) da yerine yazılırsa,

$$M_{\tau} = E \left\{ \xi_M''' \int S_y P_M ds + \eta_M''' \int S_z P_M ds + \varphi_M''' \int S_w P_M ds \right\}$$

$$d\omega_M = P_M ds$$

olduğu hatırlanarak

$$\int S_y d\omega_M = S_y \omega_M \Big|_{S=0}^{SE} - \int \omega_M dS_y$$

$$S_y = \int z dA = \int z t ds \Rightarrow dS_y = z t ds$$

bulunur.

$$\int S_y d\omega_M = 0 - \int \omega_M z t ds = 0 - J_{\omega_M y}$$

$J_{y\omega_M}=0$ olduğundan

$$\int S_y d\omega_M = 0$$

olarak bulunur.

$$\int S_z d\omega_M = 0$$

olduğu aynı yolla görülür.

$$\int S_w d\omega_M = S_w \omega_M \Big|_{S=0}^{SE} - \int \omega_M dS_w = -J_{\omega_M w}$$

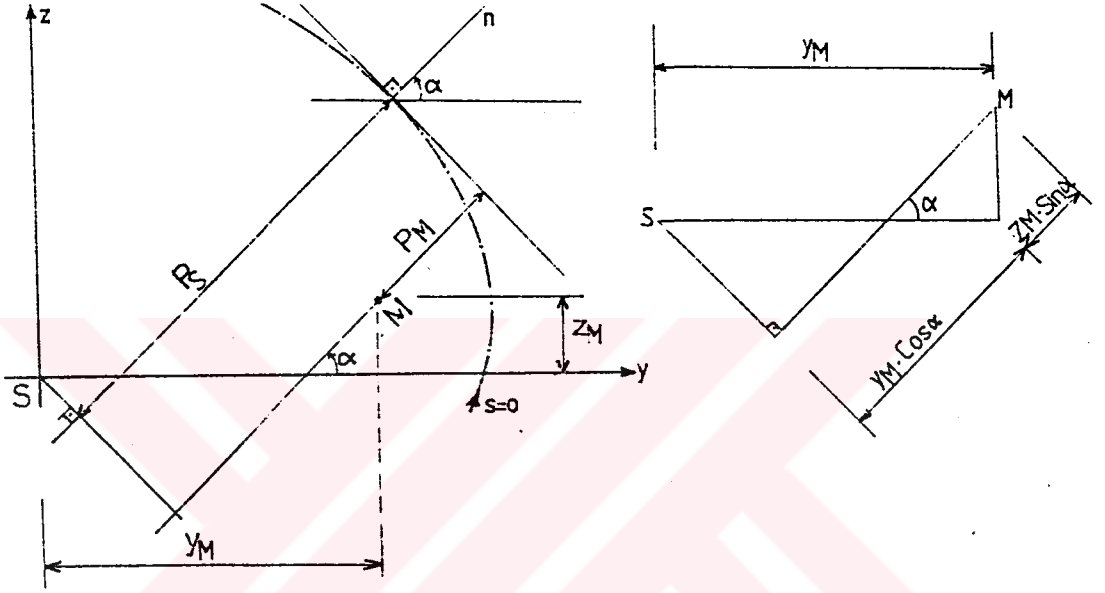
$$M_{\tau} = - E \varphi_M'' J_{\omega_M \omega_M} \quad (2.27)$$

(2.27) den (2.25) ifadesi aşağıdaki şekilde yazılabilir.

$$\Delta \tau = - \frac{M_{\tau} S_{\omega}}{t J_{\omega_M \omega_M}} \quad (2.28)$$

3. DÖNMEDEN İLERİ GELEN (ÇARPILMADAN) BOYLAMA DEPLASMANLAR

Birbirinden farklı iki noktaya göre bulunan birim çarpılma değerleri arasındaki bağıntıyı bulalım. Noktalardan biri ağırlık merkezi olsun,



Şekil 3.1

$$P_s = P_M + \Delta P \quad \Delta P = y_M \cos \alpha + z_M \sin \alpha$$

$$\omega_s = \int_0^s P_s ds$$

$$\omega_M = \omega_s - y_M z + z_M y + \omega_0 \quad (3.1)$$

(1.15) ifadesi hatırlanarak safi burulma halinde net boyuna deplasman

$$w = -\varphi' \int P_M ds + w_0 \quad (3.2)$$

w_0 : integral sabiti olup cidar yörüngesinin başında ($s=0$) oluşan boylama deplasmanıdır.

$$w_0 = -\varphi \omega_0 \quad ;$$

şeklinde de yazılabilir.

Burulmada hiçbir bileşke normal kuvvet hasil olmaması şartından $S_{\omega_M} = 0$ olacaktır.

$$\begin{aligned} S_{\omega_M} &= \int_0^{SE} \omega_M dA = \int (\omega_s - y_M z + z_M y + \omega_0) dA \\ &= \int \omega_s dA - y_M \int z dA + z_M \int y dA + \omega_0 \int dA = 0 \end{aligned}$$

S_{ω_M} 'i sıfır kılan

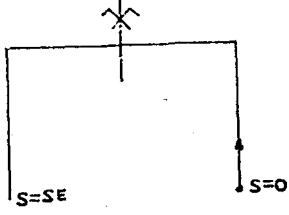
$$\omega_0 = - \frac{\int \omega_s dA}{A} \quad (3.3)$$

bulunur. Tek simetri eksenli kesitler için integral sabitinin bulunmasında aşağıdaki şu iki yoldan birine başvurulabilir.: A) İntegrale uçtan başlanırsa (Şekil 3.2)

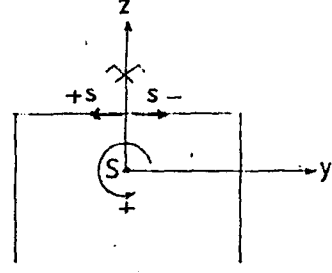
$$\omega_0 = - \frac{\int \omega_s dA}{A}$$

şeklinde bulunur.

B) İntegrale simetri ekseninden başlanıp sola doğru ilerlerken (S) ağırlık merkezine nazaran (+), sağa doğru ilerlerken (-) kabul edilirse integral sabiti $\omega_0 = 0$ olur (Şekil 3.3).

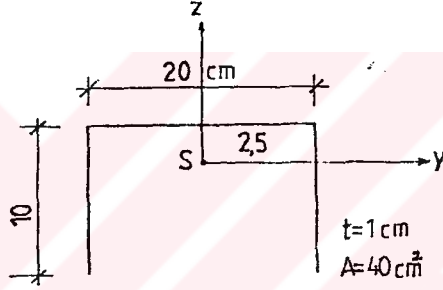


Şekil 3.2

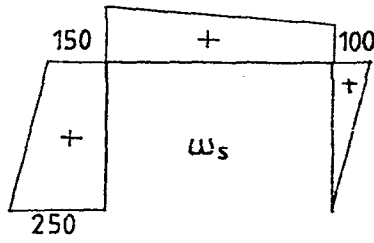


Şekil 3.3

ω_s diyagramının çiziminde ω_0 integral sabitinin bahsedildiği durumu bir örnek üzerinde görelim.



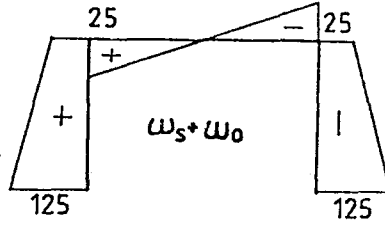
Şekil 3.4



Şekil 3.5

$$\int \omega_s t ds = \frac{100 \times 10}{2} + \frac{(100+150) \times 20}{2} + \frac{(150+250) \times 10}{2} = 5000 \text{ cm}^4$$

$$\omega_0 = - \frac{\int \omega_s dA}{A} = - \frac{5000 \text{ cm}^4}{40 \text{ cm}^2} = -125 \text{ cm}^2$$



Şekil 3.6

(B) şıkında bahsedildiği duruma varılmış olur.

4. KAYMA MERKEZİ

Tarif olarak, "kesmeli bir eğilmenin burulmasız olabilmesi için kesme kuvvetinin kesitte geçmesi icab eden nokta" olarak bilinir. Başkaca tarif olarak; herhangi bir çubuk kendisine önceden empoze edilen bir eksen etrafında dönmeye zorlanmaz ve serbest dönmeye bırakılırsa dönme olayı dönme direncini ($J_{\omega_M \omega_M}$) minimum kılan bir eksen etrafında oluşur. Bu eksen ise kayma merkezinden geçen boylama eksendir.

Gerilmelerin incelenmesi aşamasında sıfır olması talep edilen integraller kayma merkezinin yerini verir. Bu bölümde tek simetri eksenli kesitlerin kayma merkezinin bulunuşu açıklanmaktadır.*

$$J_{y\omega_M}=0 \quad \text{ve} \quad J_{z\omega_M}=0$$

yapılarak bulunur.

$$J_{y\omega_M} = \int z\omega_M dA = \int z(\omega_s - y_M z + z_M y + \omega_0) dA = 0$$

$$\int z\omega_s dA - y_M \int z^2 dA + z_M \int yz dA + \omega_0 \int z dA = 0$$

$$y_M = \frac{J_{y\omega_s}}{J_{yy}} \quad (4.1)$$

$$J_{z\omega_M} = \int y\omega_M dA = \int y(\omega_s - y_M z + z_M y + \omega_0) dA = 0$$

$$z_M = - \frac{J_{z\omega_s}}{J_{zz}} \quad (4.2)$$

* Simetri ekseni olmayan kesitlerin kayma merkezinin bulunuşu üç kademede yapılmaktadır. Daha fazla bilgi için kaynak [1] [2] [4]'e başvurulabilir.

5. BURULMA DİFERANSİYEL DENKLEMİ

Tüm klasik kesit tesirleri (M, N, Q) denge koşullarından bulunabilmekle beraber çarpılma momenti ve bimomentin bulunabilmesi için burulma diferansiyel denkleminin çözümü gerekmektedir. Kesitteki toplam burulma momenti iki kısımdan oluşmakta idi. Bunlardan birisi normal gerilmeye sebep olmayan St. Venant; diğeri ise bileşkesiz normal gerilmeye sebep olan ve bu normal gerilmenin denge denklemleri sonucu oluşturduğu kayma gerilmelerinin bileşkesi olan zorlama (seconder) veya çarpılma burulmasıdır.

$$M_{T\Sigma}(x) = M_T(x) + M_\tau(x)$$

$$M_T(x) = GJ_T \varphi'_M$$

$$M_\tau = -E\varphi'''_M J_{\omega_M \omega_M}$$

$$M_\omega = \int M_\tau(x) dx = -EJ_{\omega_M \omega_M} \int \varphi'''_M dx = -EJ_{\omega_M \omega_M} \varphi''_M$$

$$M_{T\Sigma}(x) = -EJ_{\omega_M \omega_M} \varphi'''_M + GJ_T \varphi'_M$$

$$\varphi'''_M - \frac{GJ_T}{EJ_{\omega_M \omega_M}} \varphi'_M = -\frac{M_{T\Sigma}(x)}{EJ_{\omega_M \omega_M}}$$

$$\varphi^{IV}_M - \frac{GJ_T}{EJ_{\omega_M \omega_M}} \varphi''_M = \frac{d}{dx} \left(-\frac{M_{T\Sigma}(x)}{EJ_{\omega_M \omega_M}} \right)$$

$$r(x) = \frac{d}{dx} \left(-\frac{M_{T\Sigma}(x)}{EJ_{\omega_M \omega_M}} \right)$$

dersek,

$$k^2 = \frac{GJ_T}{EJ_{\omega_M \omega_M}}$$

$$r(x) = \varphi^{IV}_M - k^2 \varphi''_M \quad (5.1)$$

$$\varphi(x) = \varphi_h + \varphi_p$$

$$\varphi_h = C_1 \cosh kx + C_2 \sinh kx + C_3 x + C_4$$

şeklindedir.

φ_p partiküler çözüm $r(x)$ 'in yapısına bağlıdır ve $r(x)$ 'e benzer yapıdadır.

$$r(x) = C_0 + \sum_n C_n x^n$$

için

$$\varphi_p = \sum_{n=2}^{n+2} C_n x^n$$

şeklindedir.

Özel çözümün çeşitli yüklemelerdeki yapısı münferit burulma momentinde;

$$r(x) = \frac{d}{dx} \left(- \frac{M_{T\bar{x}}(x)}{EJ_{\omega_M \omega_M}} \right) = 0$$

olur. Partiküler çözüm olmadığından olur.

$$\varphi(x) = \varphi_h$$

olur.

5.1. SINIR ŞARTLARI

a) **Çatal Mesnet:** Bu mesnet tipinde çubuk eğilme yapabilir, yani boylama deplasmanlar mesnet kesitinde serbestçe oluşabilir. Ancak burulma dönmesi mümkün değildir.

$$\varphi_M = 0 \quad w \neq 0 \rightarrow \Delta \sigma_x = -E \varphi_M'' \quad \omega_M = 0 \rightarrow \varphi_M'' = 0$$

b) **Ankastre Mesnet:** Kesitteki tüm deplasmanlar engellenmiştir.

$$\varphi_M = 0 \quad w = 0 \rightarrow w = -\varphi_M \omega_M \rightarrow \varphi_M = 0$$

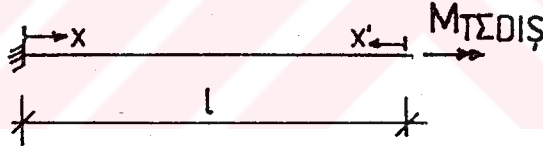
c) **Serbest Kenar :** Boylama deplasmanlar mümkün olduğundan

$$w \neq 0 \rightarrow \Delta \sigma_x = -E \varphi_M'' = 0 \rightarrow \varphi_M'' = 0$$

5.2 DİFERANSİYEL DENKLEMİN İKİ TARAFTAN ÇATAL MESNETLİ KİRİŞ İLE KONSOL KİRİŞE AİT ÇÖZÜMLERİ

Bu bölümde diferansiyel denklem çözümlerine girilmemiş ancak çalışmada gerekli çözümler aşağıda sunulmuştur. Kaynakçada değişik yükleme ve taşıyıcı sistem durumuna göre çözümler tablolar halinde mevcuttur.

a) **Bir ucu ankastre konsol kirişte en uçta tekil dış burulma mometi etkimesi hali**



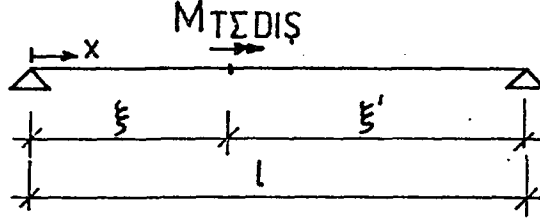
Şekil 5.1

$$M_T = M_{T\Sigma DİŞ} \left(1 - \frac{Chkx'}{Chkl} \right)$$

$$M_t = M_{T\Sigma DİŞ} \frac{Chkx'}{Chkl}$$

$$M_w = - \frac{M_{T\Sigma DİŞ}}{k} \frac{Shkx'}{Chkl} \quad (5.2.1)$$

b) İki ucu çatal mesnet olan tek açıklıklı kirişte açıklığı herhangi noktasında tekil dış burulma momenti etkimesi hali



Şekil 5.2

$x \leq \xi$ için

$$M_T = M_{T\Sigma DİŞ} \left(\frac{\xi'}{l} - \frac{\text{Sh}k\xi'}{\text{Sh}kl} \text{Ch}kx \right)$$

$$M_r = M_{T\Sigma DİŞ} \frac{\text{Sh}k\xi'}{\text{Sh}kl} \text{Ch}kx$$

$$M_\omega = \frac{M_{T\Sigma DİŞ}}{k} \frac{\text{Sh}k\xi'}{\text{Sh}kl} \text{Sh}kx \quad (5.2.2)$$

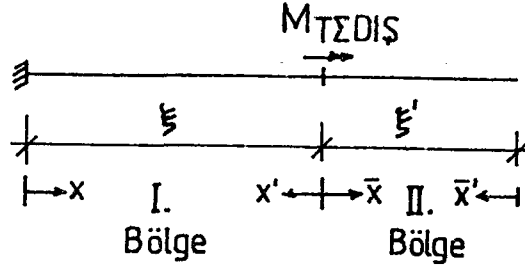
$\xi < x \leq l$ için

$$M_T = M_{T\Sigma DİŞ} \left(-\frac{\xi}{l} + \frac{\text{Sh}k\xi}{\text{Sh}kl} \text{Ch}kx' \right)$$

$$M_r = M_{T\Sigma DİŞ} \left(-\frac{\text{Sh}k\xi}{\text{Sh}kl} \text{Ch}kx' \right)$$

$$M_\omega = \frac{M_{T\Sigma DİŞ}}{k} \frac{\text{Sh}k\xi}{\text{Sh}kl} \text{Sh}kx' \quad (5.2.3)$$

c) Bir ucu ankastre konsol kirişte herhangi açıklıkta tekil dış burulma momenti etkimesi hali



Şekil 5.3

I. Bölgede

$$\begin{aligned}
 M_T &= M_{T\Sigma DİŞ} \left(1 - \frac{Chk l Chk x' - (Chk \xi - 1) Chk \bar{x}'}{Chk l} \right) \\
 M_r &= M_{T\Sigma DİŞ} \left(\frac{Chk l Chk x' - (Chk \xi - 1) Chk \bar{x}'}{Chk l} \right) \\
 M_\omega &= \frac{M_{T\Sigma DİŞ}}{k} \left(\frac{(Chk \xi - 1) Shk \bar{x}' - Chk l Shk x'}{Chk l} \right)
 \end{aligned} \tag{5.2.4}$$

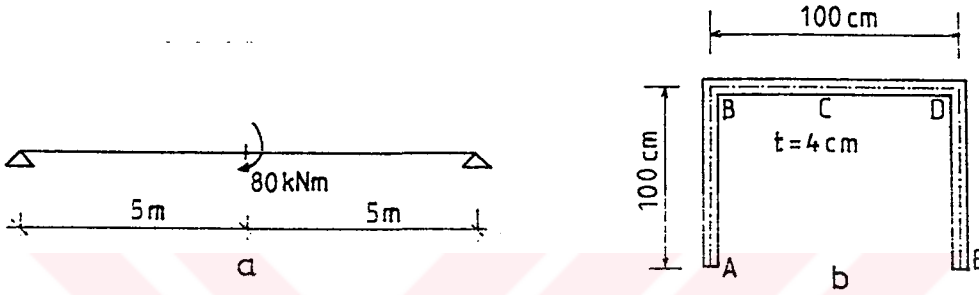
II. Bölgede

$$\begin{aligned}
 M_T &= M_{T\Sigma DİŞ} \left(\frac{(Chk \xi - 1) Chk \bar{x}'}{Chk l} \right) \\
 M_r &= M_{T\Sigma DİŞ} \left(- \frac{(Chk \xi - 1) Chk \bar{x}'}{Chk l} \right) \\
 M_\omega &= \frac{M_{T\Sigma DİŞ}}{k} \left(\frac{(Chk \xi - 1) Shk \bar{x}'}{Chk l} \right)
 \end{aligned} \tag{5.2.5}$$

6. ÇÖZÜMLÜ ÖRNEK PROBLEMLER

1. Problem: Kesiti ve statik sistemi Şekil 6.1 de verilen çubuğun açıklık ortasındaki tekil dış burulma momenti için

- Açıklık ortasındaki kesitte B noktasındaki normal gerilmeyi bulunuz
- Aynı yerdeki kayma gerilmesini bulunuz.

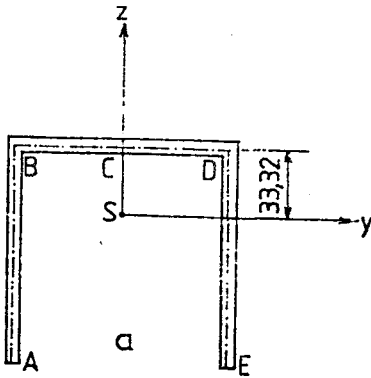


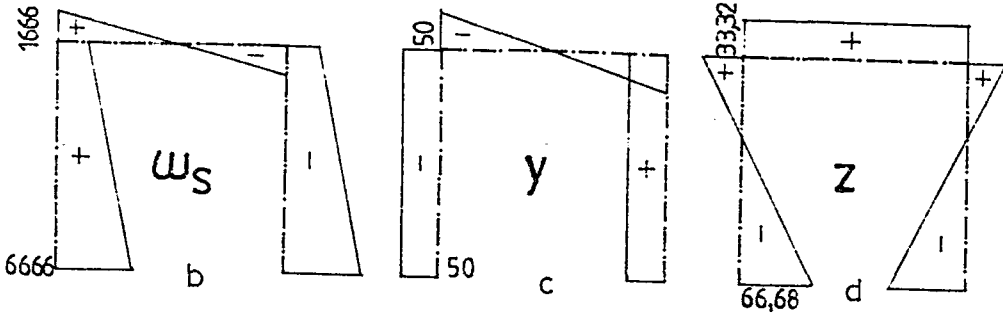
Şekil 6.1

ÇÖZÜM

$$A = 2 \times 4 \times 98 + 104 \times 4 = 1200 \text{ cm}^2$$

$$z_0 = \frac{S_y}{A} = \frac{2 \times 4 \times 98 \times 49 + 4 \times 104 \times 100}{1200} = 66,68 \text{ cm}$$





Şekil 6.2

$$\int u \cdot v \cdot ds = \frac{\Delta s}{6} [u_1 (2v_1 + v_2) + u_2 (2v_2 + v_1)]$$

$$J_{zz} = \int y^2 dA = \int y \cdot y \cdot t \, ds = 2 \times 4 \left(\frac{1}{3} (-50)(-50)(50) + 100(-50)(-50) \right) = 2333333,3 \, \text{cm}^4$$

$$J_{z\omega_s} = \int y \cdot \omega_s \cdot t \, ds = -2 \times 4 \left(\frac{1}{3} 50 \times 1666 \times 50 + \frac{100}{6} (50(2 \times 1666 + 6666) + 50(2 \times 6666 + 1666)) \right)$$

$$J_{z\omega_s} = -17774666,6 \, \text{cm}^5$$

$$z_M = -\frac{J_{z\omega_s}}{J_{zz}} = +76,177 \, \text{cm}$$

Simetriden $y_M = 0$

Kayma merkezinin koordinatları bulununca ω_M diyagramı çizilebilir. Bunun için (3.1) ifadesiyle herbir nokta için hesap yapılabilir.

$$\omega_M = \omega_s - y_M z + z_M y$$

$$\omega_M(B) = 1666 + 76,177 \times (-50) = -2142,85 \, \text{cm}^5$$

$$\omega_M(E) = -666 + 76,177 \times (-50) = -2857,15 \text{ cm}^5$$

Bu sonuçları aşağıdaki yolla da bulabiliriz. Çizime simetri eksenini üzerindeki C noktasına nazaran (-) yön olarak kabul edilir. Bu şekilde B den A'ya ilerlerken (+) olur. C den D'ye (+) olur.

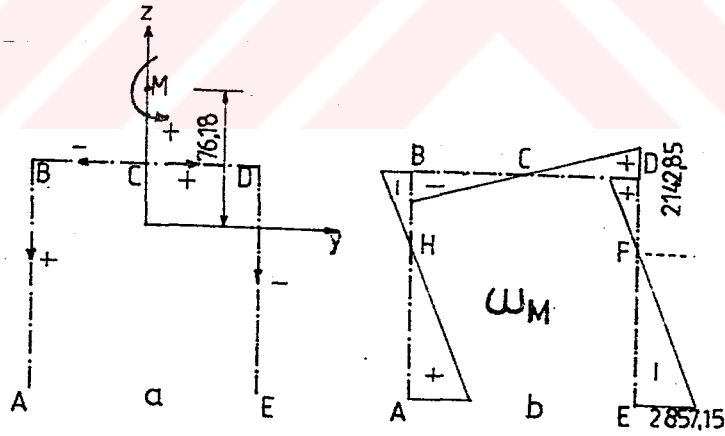
$$\omega_M = \int P_M ds$$

$$\omega_M(c) = 0$$

$$\omega_M(B) = -42,857 \times 50 = -2142,85 \text{ cm}^5$$

$$\omega_M(A) = -2142,85 + 50 \times 100 = +2857,15 \text{ cm}^5$$

$$\omega_M(D) = +42,857 \times 50 = +2142,85 \text{ cm}^5$$



Şekil 6.3

Kontrol için $J_{z\omega_M} = 0$, $J_{y\omega_M} = 0$ olduğunu görmeliyiz.

$$J_{z\omega_M} = \int y \omega_M t ds$$

$$= 2 \times 4 \times \frac{1}{3} \times 50 \times 50 \times 2142,85 + 100/6 \times 4 [(2142,85 \times 150 - 2857,15 \times 150) - 150(2857,15 - 2142,85)]$$

$$J_{z\omega M} = -333,33 \approx 0$$

kabul edilir.

$$J_{\omega_M \omega_M} = \int \omega_M \omega_M t ds$$

$$= 2 \times 4 [\frac{1}{3} \times 50 \times 2142,85^2 + 100/6 (2142,85(2 \times 2142,85 - 2857,15) - 2857,15(-2 \times 2857,15 + 2142,85))]$$

$$J_{\omega_M \omega_M} = 2,38 \times 10^9 \text{ cm}^6$$

$$J_T = \frac{1}{3} \sum b t^3 = \frac{1}{3} (100 + 100 + 100) 4^3 = 6400 \text{ cm}^4$$

$$E = 21 \times 10^6 \text{ N/cm}^2$$

$$G = 8,1 \times 10^6 \text{ N/cm}^2$$

$$k = \sqrt{\frac{GJ_T}{EJ_{\omega_M \omega_M}}} = \sqrt{\frac{8,1 \times 6400}{21 \times 2,38 \times 10^9}} = 10,18 \times 10^{-4} \text{ cm}^{-1}$$

$$k = 10,18 \times 10^{-2} \text{ m}^{-1}$$

a)

$$\Delta \sigma_x(B) = \frac{M_\omega}{J_{\omega_M \omega_M}} \omega_M(B)$$

$$M_\omega = - J_{\omega_M \omega_M} \varphi_M''$$

$$\varphi'' = - \frac{M_{T\text{SDIS}}}{GJ_T} \frac{\text{Sh} \frac{k l}{2}}{\text{Sh} k l} k \text{Sh} k x \quad 0 < x < \frac{l}{2}$$

$$\varphi'' = - \frac{80 \times 10^5 \text{ N cm}}{8,1 \times 10^6 \times 6400} \frac{0,53126}{1,203168} \times 10,18 \times 10^{-4} \times 0,53126 = 3,685 \times 10^{-8} \text{ cm}^{-2}$$

$$\Delta \sigma x(B) = -21 \times 10^6 (-3,685 \times 10^{-8}) \times (-2142,85) = -1658 \text{ N/m}^2 \text{ (Basınç)}$$

Çarpılma değeri istenirse $W = - \varphi'_M \omega_M(B)$ ile bulunur.

Bu problemde M_T , M_ω , M_τ (5.2.2) deki ifadelerden de bulunabilirdi.

b) $\Delta \tau(B) = ?$ Bu sonucu bulmak için M_τ zorlama burulması ile $S_{\omega_M}(B)$ sektörel statik moment değerlerinin bilinmesi gerekmektedir.

$$S_{\omega_M}(s) = \int_0^s \omega_M dA = t \int_0^B \omega_M(s) ds = t \Sigma \Delta S_{\omega_M}$$

ω_M Diyagramı hatırlanarak

$$S_{\omega_M}(E) = 0 \quad \Delta S_{\omega_M}(EF) = -2857,15 \times 57,143 \times 4 = -653064,49$$

$$S_{\omega_M}(F) = S_{\omega_M}(H) = S_{\omega_M} \max = -653064,49$$

$$\Delta S_{\omega_M}(FD) = 2142,85 \times 42,857 \times 4 = 367344,49$$

$$S_{\omega_M}(D) = -653064,49 + 367344,49 = -285720$$

$$\Delta S_{\omega_M}(DC) = 2142,85 \times 50 \times 4,0 = 428570$$

$$S_{\omega_M}(C) = 428570 - 285720 = 142850$$

$$M_\tau = - EJ_{\omega_M \omega_M} \varphi_M'''$$

$$\varphi_M''' = - \frac{M_{T\Sigma DİŞ}}{GJ_T} \frac{\text{Sh } \frac{kl}{2}}{\text{Sh } kl} k^2 \text{ Ch } kx$$

$$\varphi_{M1}''' = - \frac{80 \times 10^5}{8,1 \times 10^6 \times 6400} \frac{0,53126}{1,203168} 10,18^2 \times 10^{-8} \times 1,13$$

$$\varphi_{M1}''' = - 7,993 \times 10^{-11} \text{ cm}^{-3}$$

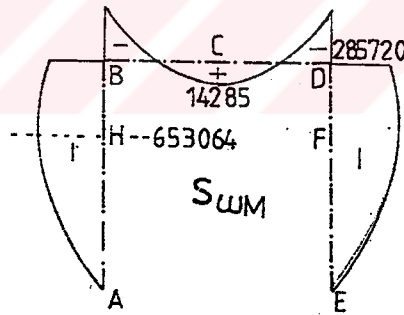
$$M_r = -21 \times 10^6 \times 2,38 \times 10^9 \times (-7,993 \times 10^{-11}) = +399,49 \times 10^4 \text{ N cm} \approx 40 \text{ kNm}$$

$$M_{T\pi}(1/2) = 40 \text{ kNm} = M_r + M_r \rightarrow M_r = 0$$

$$\Delta\tau(B) = - \frac{1}{t} \frac{M_r}{J\omega_M\omega_M} S\omega_M(B) = - \frac{1}{4} \frac{40 \times 10^5}{2,38 \times 10^9} \times (-285720) = +120,05 \text{ N/cm}^2$$

$$\Delta\tau(C) = - \frac{1}{4} \frac{40 \times 10^5}{2,38 \times 10^9} \times (142850) = -60,02 \text{ N/cm}^2$$

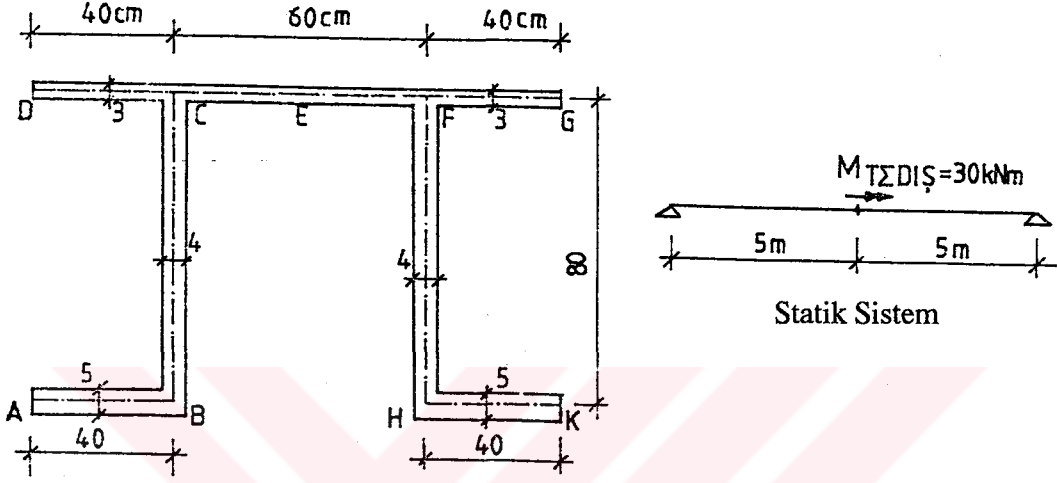
$$\Delta\tau(F) = - \frac{1}{4} \frac{40 \times 10^5}{2,38 \times 10^9} \times (-653064,49) = +274,39 \text{ N/cm}^2$$



Şekil 6.4

2. Problem: Kesiti ve statik sistemi Şekil 6.2 de gösterilen, mesnetten 2.5 m uzaklıktaki

- D noktasındaki normal gerilmeyi
- B noktasındaki kayma gerilmesini bulunuz.



Şekil 6.5

$$E = 21 \times 10^6 \text{ N/cm}^2$$

$$G = 8 \times 10^6 \text{ N/cm}^2$$

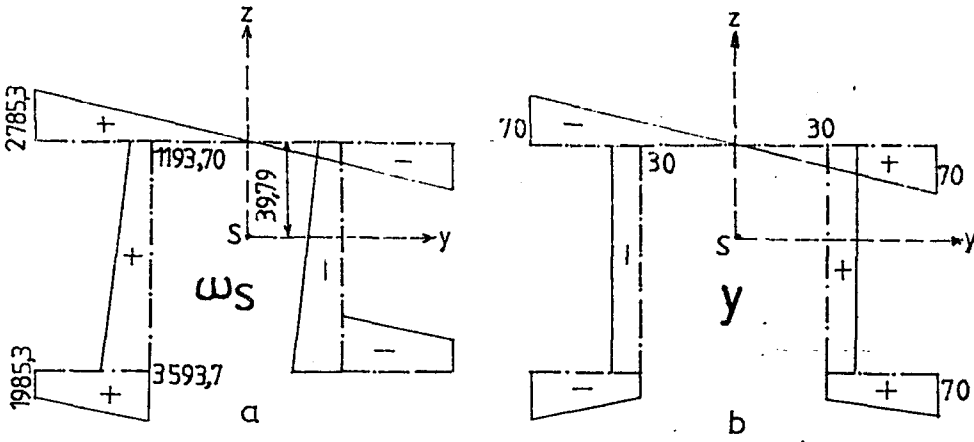
ÇÖZÜM

$$A = 140 \times 3 + 2 \times 76 \times 4 + 2 \times 42 \times 5 = 1448 \text{ cm} \quad z_o = \frac{S_y}{A} = 42,71 \text{ cm}$$

$$\omega_s = \int P s ds$$

$$\omega_s(E) = 0, \quad \omega_s(c) = +30 \times 39,79 = 1193,7 \text{ cm}^2 \quad \omega_s(D) = \omega_s(C) + 40 \times 39,79 = 2785,3 \text{ cm}^2$$

$$\omega_s(B) = \omega_s(C) + 80 \times 30 = 3593,7 \text{ cm}^2 \quad \omega_s(A) = \omega_s(B) - 40,21 \times 40 = 1985,3 \text{ cm}^2$$



Şekil 6.6

$$J_{z\omega_s} = \int \omega_{sy} t \, ds$$

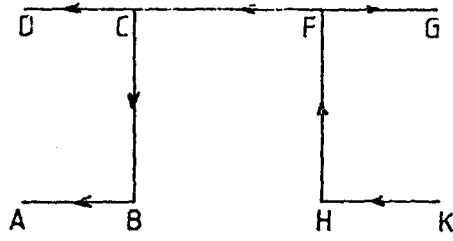
$$= -2x \left[\frac{1}{3} 70 \times 70 \times 1785,3 \times 3 + (1193,7 + 3593,7) 90 \times 4 \times \frac{80}{6} + (30(2 \times 3593,7 + 1985,3) + 70(2 \times 1985,3 + 3593,7)) \times \frac{40}{6} \times 5 \right]$$

$$J_{z\omega_s} = -126900446 \, \text{cm}^5$$

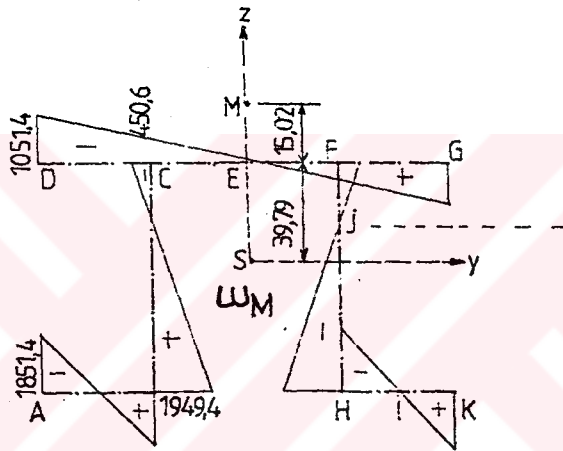
$$J_{zz} = 2x \left[70 \times 70 \times 70 + 80 \times 30 \times 30 \times 4 + \frac{40}{6} \times 5 (30(60 + 70) + 70(140 + 30)) \right]$$

$$J_{zz} = 2315333,3 \, \text{cm}^4$$

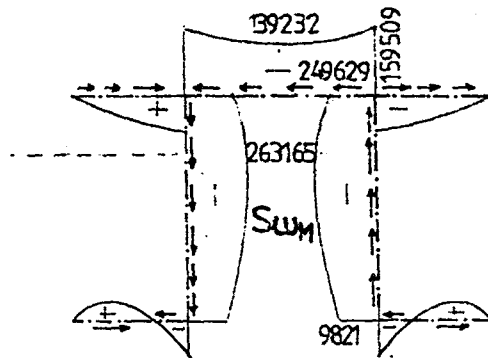
$$z_m = - \frac{J_{z\omega_s}}{J_{zz}} = +54,81 \, \text{cm}$$



Şekil 6.7



Şekil 6.8



Şekil 6.9

$$\omega_M(E) = 0, \omega_M(C) = -30 \times 15,02 = -450,6 \text{ cm}^2$$

$$\omega_M(B) = \omega_M(C) + 80 \times 30 = +1949,4 \text{ cm}^2$$

$$\omega_M(A) = \omega_M(B) - 40 \times 95,02 = -1851,4 \text{ cm}^2$$

S_{ω_M} diyagramı çizilirken bir akım yönü tesbit edilir. Bir düğüme giren akım ile çıkan akım eşit olacaktır. Kollarda uçta $S_{\omega_M} = 0$ olacağından integrale uçtan başlanır. Bu durumda akım yönüne ters yönde integral işlemi yapıldığından (-) ile çarpılarak işleme girer. Bizim örneğimizde akım K serbest ucundan başlandığından bu kısımda normal işaretiyle işleme girer $\Delta\tau$ formülü hatırlanırsa, aranan yerde S_{ω_M} işareti (-) ise $\Delta\tau$ çıkar (+) işaretli olması akım yönüyle aynı olduğunu gösterir.

$$S_{\omega_M} = t \int \omega_M ds \quad S_{\omega_M}(K) = 0$$

$$\Delta S_{\omega_M}(KI) = 5 \times 19,48 \times 1851,4 / 2 = 90183,17 \quad \Delta S_{\omega_M}(\text{İH}) = -100004,22$$

$$S_{\omega_M}(H) = -100004,22 + 90183,17 = -9821,05$$

$$S_{\omega_M}(J) = -9821,05 - \frac{4}{2} \times 64,98 \times 1949,4 = -263165,07$$

$$\Delta S_{\omega_M}(JF) = 15,02 \times 450,6 \times 4 / 2 = 13536,02$$

$$\Delta S_{\omega_M}(GF) = \frac{450,6 + 1051,4}{2} \times 40 \times 3 = 90120$$

$$S_{\omega_M}(F) = -263165,07 + 13536,02 + 90120 = -159509,05$$

$$S_{\omega_M}(E) = -159509,05 + 30 \times 3 \times 450,6 / 2 = -139232,05$$

Bu örnekteki S_{ω_M} diyagramı izlenirse K ucundan A ucuna gelindiğinde "0" olduğu görünür, zaten

$$S_{\omega_M} = \int \omega_M dA = 0$$

olmalıydı.

$$J_{\omega_M \omega_M} = 2 \left[\frac{1}{3} \times 3 \times 70 \times 1051,4 + \frac{80}{6} \times 4 \left(-450,6 (-2 \times 450,6 + 1949,4) + 1949,4 (2 \times 1949,4 - 450,6) \right) \right. \\ \left. + \frac{40}{6} \times 5 (1949,4 (2 \times 1949,4 - 1851,4) - 1851,4 (-2 \times 1851,4 + 1949,4)) \right]$$

$$J_{\omega_M \omega_M} = 1303882526 \text{ cm}^6$$

$$J_T = \frac{1}{3} [140 \times 3^3 + 42 \times 2 \times 5^3 + 2 \times 76 \times 4^3] = 8002,66 \text{ cm}^4$$

$$k = \sqrt{\frac{GJ_T}{EJ_{\omega_M \omega_M}}} = \sqrt{\frac{8 \times 10^6 \times 8002,66}{21 \times 10^6 \times 1,304 \times 10^9}} = 1,529 \times 10^{-3} \text{ cm}^{-1}$$

$M_{T\text{EDİŞ}}$ ' in $l/2$ kesitine etkimesiyle

$$\varphi = \frac{M_{T\text{EDİŞ}}}{GJ_T} \left[\frac{x}{2} - \frac{\text{Sh} \frac{kl}{2}}{k \text{Sh} kl} \text{Sh} kx \right] \quad 0 < x < l/2$$

$$\varphi' = \frac{M_{T\text{EDİŞ}}}{GJ_T} \left[\frac{1}{2} - \frac{\text{Sh} \frac{kl}{2}}{\text{Sh} kl} \text{Ch} kx \right]$$

$$\varphi'' = - \frac{M_{T\text{EDİŞ}}}{GJ_T} \frac{\text{Sh} \frac{kl}{2}}{k \text{Sh} kl} k \text{Sh} kx$$

$$\varphi''' = - \frac{M_{T\text{EDİŞ}}}{GJ_T} \frac{\text{Sh} \frac{kl}{2}}{k \text{Sh} kl} k^2 \text{Ch} kx$$

a)

$$\Delta\sigma_x(D) = -E\omega_M(D)\varphi''$$

ile bulunur φ'' de $x=250$ cm konularak

$$\Delta\sigma_x(D) = -21 \times 10^6 \times (-1051.4) \times (-1,0736 \times 10^{-8}) = -237,04 \text{ N/cm}^2 \text{ (Basınç)}$$

φ''' de $x=250$ cm konularak

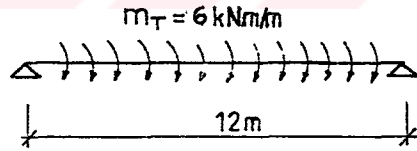
$$M_T = -EJ_{\omega_M\omega_M}\varphi''' = -21 \times 10^6 \times 1,304 \times 10^9 \times (-4,501 \times 10^{-11})$$

$$= 1232553,84 \text{ N cm} = 12,355 \text{ kNm}$$

$$\Delta\tau(B) = \frac{1}{t} \frac{M_T}{J_{\omega_M\omega_M}} SJ_{\omega_M}(B) = -\frac{1}{4} \frac{1,231 \times 10^6}{1,304 \times 10^9} (-9821,05) = +2,32 \text{ N/cm}^2$$

M_T, M_T, M_{ω} değerleri (5.2.2) ve (5.2.3) ifadelerinden de bulunabilirdi.

3. Problem: Kesit 2. Problemdeki kesit, statik sistem aşağıda görüldüğü gibi olmak üzere



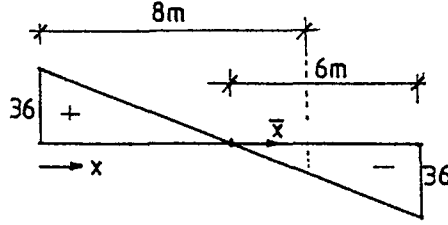
Şekil 6.10 Statik Sistem

Sol mesnetten 8 m ötede

- Kesit burulma momentini,
- St. Venant burulma momentini,
- Çarpılma burulma momentini bulunuz.

ÇÖZÜM

a) Şekilden 8 m ötede kesit burulma momenti $M_{T\Sigma} = -12$ kNm bulunur.



Şekil 6.11 Kesit burulma momenti diyagramı

b)

$$M_T(x) = GJ_T \varphi'$$

$$M_T(\bar{x}) = -m_t \left[\bar{x} - \frac{Shk\bar{x}}{k Ch \frac{kl}{2}} \right]$$

$\bar{x} = 200$ cm ile $M_T(\bar{x}) = -3,62$ kNm bulunur.

c)

$$M_r(\bar{x}) = -\frac{m_t}{k} \frac{Shk\bar{x}}{Ch \frac{kl}{2}} = -8,38 \text{ kNm}$$

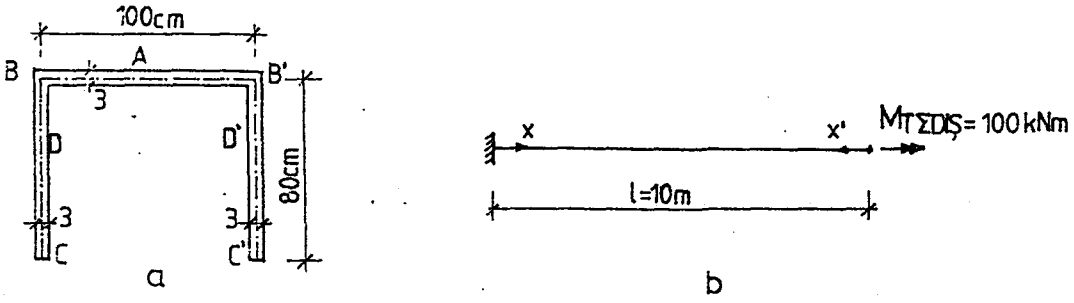
$$M_{T\Sigma}(\bar{x}) = M_{T\Sigma}(\bar{x}) + M_r(\bar{x})$$

biçiminde idi, buradan

$$-12 = -3,62 - 8,38 \text{ kNm}$$

bulunur.

4.Problem: Kesiti ve yükleme durumu Şekil 6.12 de verilen konsol kirişte, bu yüklemekten tüm kiriş boyunca oluşan M_T , M_τ , M_ω değerlerini ve kesitin D' deki kayma gerilmesini, C' deki normal gerilmesini bularak diyagramını çizin.



Şekil 6.12

ÇÖZÜM

$$M_T = M_{T\Sigma DİŞ} \left(1 - \frac{Chkx'}{Chkl} \right)$$

$$M_\tau = M_{T\Sigma DİŞ} \frac{Chkx'}{Chkl}$$

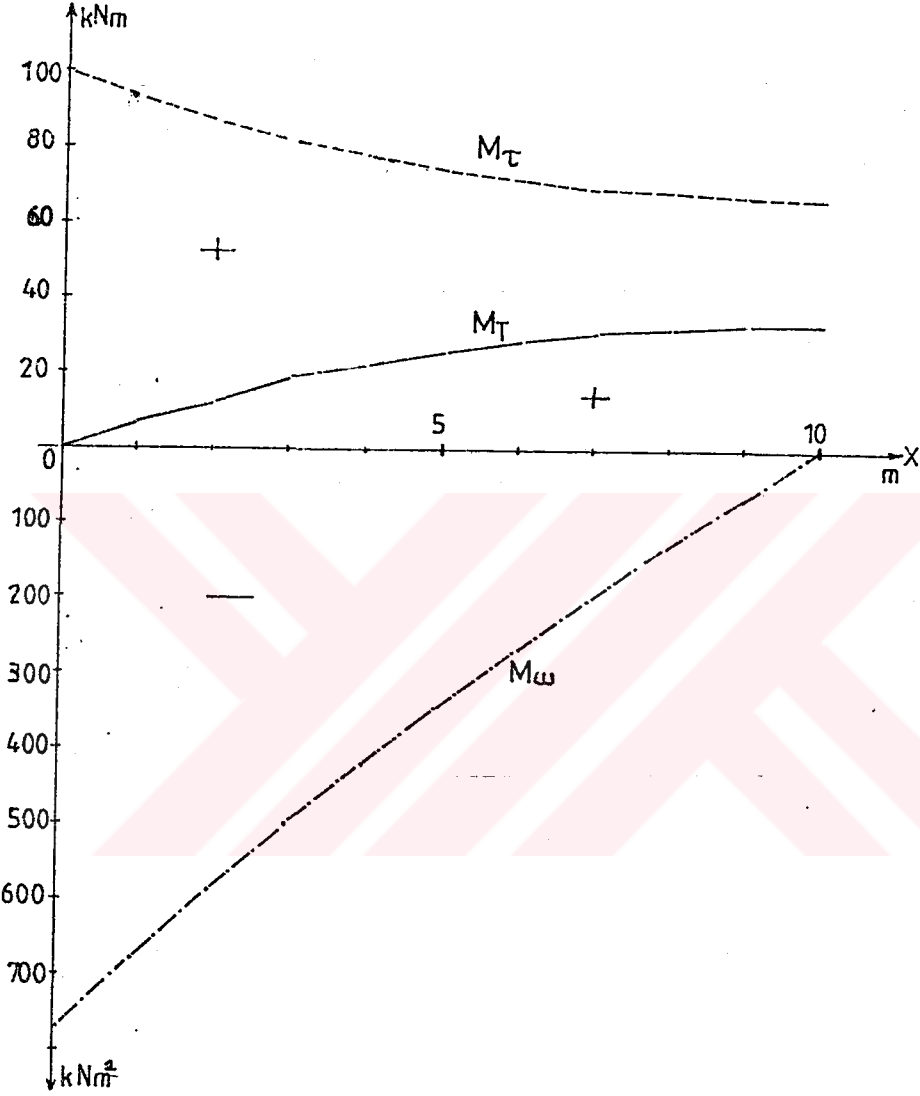
$$M_\omega = - \frac{M_{T\Sigma DİŞ}}{k} \frac{Shkx'}{Chkl}$$

$$k = 0,09641 \text{ m}^{-1} \quad \omega_M (C) = 2344,85 \text{ cm}^2 \quad S_{\omega M_{\max}} = 164949,6$$

$J_{\omega M \omega M} = 0,971 \times 10^9 \text{ cm}^6$ değerleri Problem 1 deki kesit değerlerinin bulunuşuna benzer biçimde hesap edilerek bulunmuştur. Yukarıdaki M_T , M_τ , M_ω ifadelerinde $x=0$ ($x' = 10$), $x=1$ ($x' = 9$), $x=2$ ($x' = 8$), $x=3$ ($x' = 7$), konularak aşağıdaki tablo elde edilir.

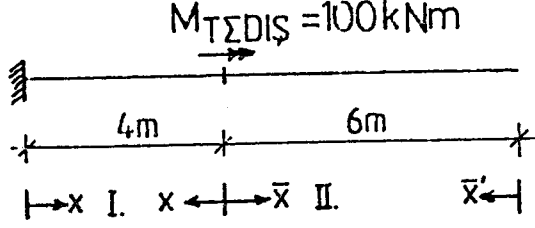
Tablo 1

x [m]	M_T [kNm]	M_τ [kNm]	M_ω [kNm ²]	$\Delta\sigma$ [N/cm ²]	$\Delta\tau$ [N/cm ²]
0	0	100	-773,78	-186,86	+566,25
1	6,75	93,25	-677,24	-163,54	+528,03
2	12,62	87,34	-586,98	-141,75	+494,79
3	17,68	82,32	-502,25	-121,29	+466,14
4	21,97	78,03	-422,15	-101,94	+441,84
5	25,54	74,46	-345,97	-83,55	+223,38
6	28,41	71,59	-272,98	-65,92	+405,38
7	30,62	69,38	-202,54	-48,91	+392,86
8	32,18	67,82	-134,18	-32,40	+384,03
9	33,12	66,88	-66,71	-16,11	+378,71
10	33,42	66,58	0	0	+371,01



Şekil 6.13

5. Problem: 4. Problemdeki aynı soruyu Şekil 6.14 de statik sistemi ve yükleme durumu verilen konsol kirişe uygulayalım.



Şekil 6.14

ÇÖZÜM

4. Problemdeki tüm kesit değerleri aynen alınarak x kesit tesiri M_T, M_τ, M_ω aranan yeri ξ ise yükün yerini gösterdiğine göre $\xi = 4$ m sabit olduğuna göre bu soruda x değişkendir.

I. Bölge

$$M_T = M_{T\Sigma DİŞ} \left(1 - \frac{Chk/l \ Chkx' - (Chk\xi - 1) \ Chk\bar{x}'}{Chk/l} \right)$$

$$M_\tau = M_{T\Sigma DİŞ} \left(\frac{Chk/l \ Chkx' - (Chk\xi - 1) \ Chk\bar{x}'}{Chk/l} \right)$$

$$M_\omega = \frac{M_{T\Sigma DİŞ}}{k} \left(\frac{(Chk\xi - 1) Shk\bar{x}' - Chk/l \ Shkx'}{Chk/l} \right)$$

Yükün yeri sabit ($\xi = 4$ m) olup x değiştiğinden $0 < x < 4$ m de yukarıdaki formüller uygulanır.

II. Bölge

$$M_T = M_{T\Sigma DİŞ} \left(\frac{(Chk\xi - 1) Chk\bar{x}'}{Chk/l} \right)$$

$$M_{\tau} = M_{T\Sigma DİŞ} \left(- \frac{(Chk\xi-1)Chk\bar{x}'}{ChkI} \right)$$

$$M_{\omega} = \frac{M_{T\Sigma DİŞ}}{k} \left(\frac{(Chk\xi-1)Shk\bar{x}'}{ChkI} \right)$$

Yükün yeri sabit olup x değiştiğinden $4 < x \leq 10$ aralığında yukardaki formüller kullanılarak her iki bölge için M_T , M_{τ} , M_{ω} değerleri bulunur.

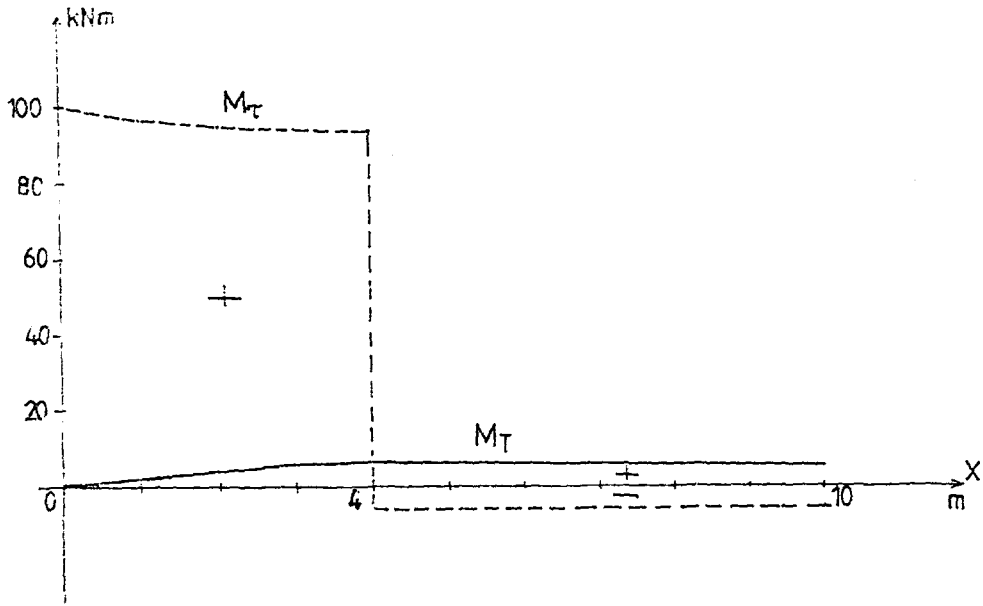
$$\Delta\tau = - \frac{M_{\tau} S_{\omega}}{t J_{\omega M \omega M}}$$

$$\Delta\sigma_x = \frac{M_{\omega}}{J_{\omega M \omega M}} \omega_M$$

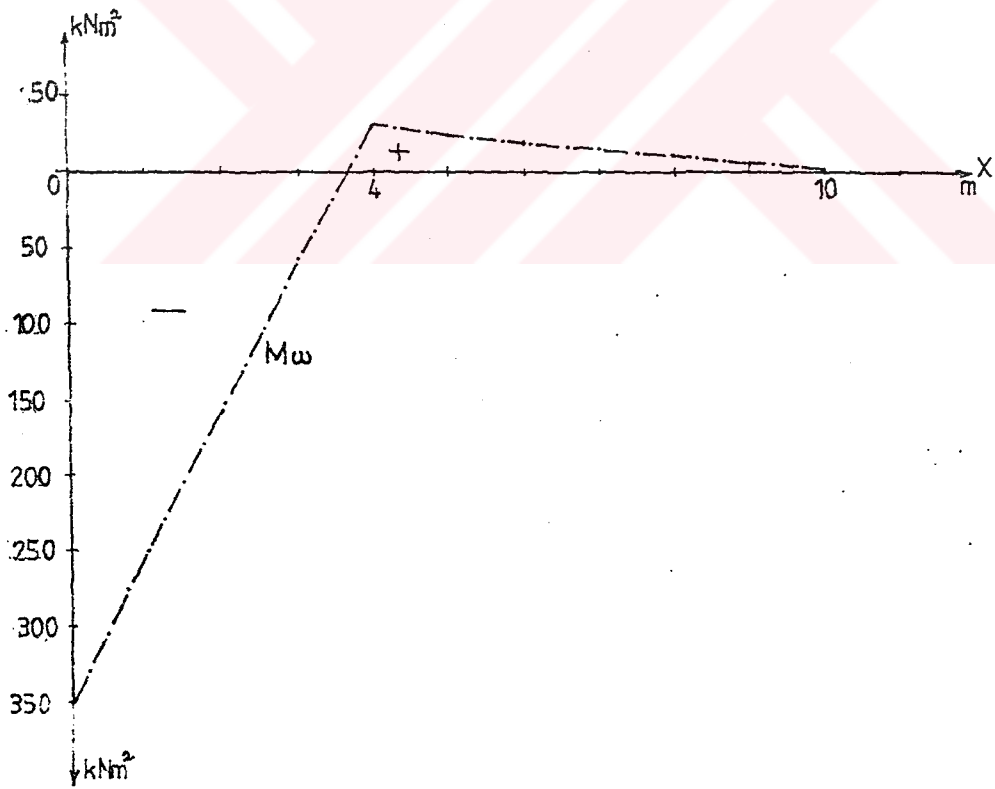
formüllerinden de $\Delta\sigma$ ve $\Delta\tau$ 'lar bulunarak aşağıdaki tablolar oluşturulur.

Tablo 2

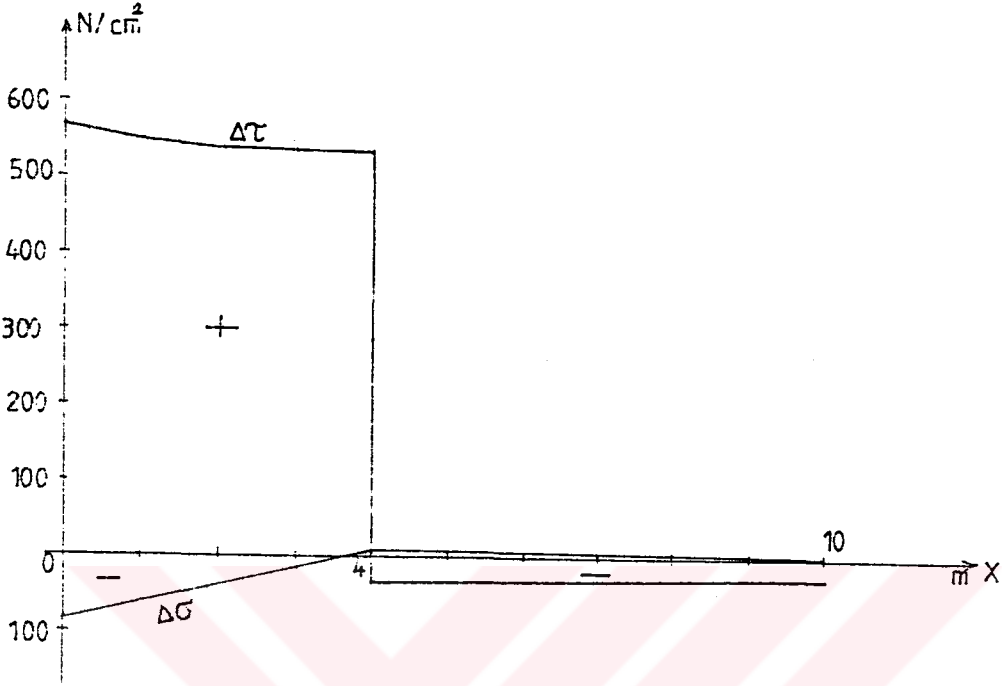
x [m]	M_T [kNm]	M_{τ} [kNm]	M_{ω} [kNm ²]	$\Delta\sigma$ [N/cm ²]	$\Delta\tau$ [N/cm ²]
0	0	100	-351,97	-8500	+566,24
1	2,79	97,21	-253,43	-61,20	+550,44
2	4,65	95,35	-157,21	-37,96	539,91
3	5,78	94,22	-61,91	-14,95	533,52
4	5,85	94,15	31,65	7,64	533,13
	5,58	-5,85	31,65	7,64	-33,12
5	5,58	-5,58	25,95	6,27	-31,59
6	5,37	-5,37	20,46	4,94	-30,39
7	5,20	-5,20	15,18	3,66	-29,43
8	5,09	-5,09	10,05	2,43	-28,83
9	5,01	-5,01	4,97	1,20	-28,35
10	5,00	-5,00	0	0	-28,32



Şekil 6.15



Şekil 6.16



Şekil 6.17

6.1 TESİR ÇİZGİLERİYLE İLGİLİ ÇÖZÜMLER

Bilindiği gibi tesir çizgisi kavramında yükün yeri değişken fakat kesit tesirlerinin arandığı kesit sabit bir kesittir. Bu durumda ξ ve ξ' değerleri değişken x sabit olmaktadır.

M_T ve M_τ ifadeleri kl 'nin çeşitli katlarına bağlı hiperbolik ifadeler içerdiği görülmektedir. Formüllerdeki kx , $k\xi$, $k\xi'$ ifadeleri klx/l , $kl\xi/l$, $kl\xi'/l$ şeklinde yazılınca kl 'nin katları olarak karşımıza çıkar. O halde M_T ve M_τ tesir çizgisini çizmek için kesitin kl değerinin bilinmesine gerek duyulur. Böylece çeşitli kl değerleri için herhangi bir kesitteki M_T ve M_τ tesir çizgileri genelleştirilebilir.

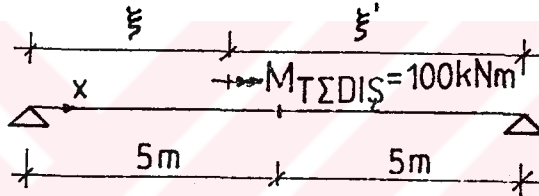
M_ω ifadesinde görüldüğü üzere durum biraz daha farklıdır. Bu ifade de kl 'ye bağlı olarak hesap edilebilen bir sabitin k 'ya bölümü şeklinde olduğu görülmektedir ($M_\omega = n/k$ şeklinde olmaktadır.). Burada n 'kl' 'ye bağlı olarak genelleştirilebilen bir sabit iken M_ω 'nın bulunabilmesi için o kesitin k değerinin bilinmesi gerektiğini ortaya

koymaktadır. Yani M_{ω} ifadesi: M_T ve M_{τ} gibi sadece $k/$ 'nin bilinmesiyle genelleştirilebilirken k 'nın da bilinmesi zorunluluğunu ortaya koymaktadır.

Yukarıda anlatılanlardan da anlaşıldığı gibi eğilme momenti ve kesme kuvvetleri için çizilen tesir çizgilerinden M_T , M_{τ} ve M_{ω} tesir çizgilerinin farklı olduğu kesitin k , $k/$ değerlerinin bilinmesine ihtiyaç duyulduğu görülmektedir.

Problem 4 teki kesit özellikleri bu bölümde de geçerli olacaktır.

A) Aşağıdaki taşıyıcı sistemde $x=l/2$ kesitindeki gezici tekil burulma momentinden oluşan M_T , M_{τ} ve M_{ω} tesirlerini ve neticesindeki $\Delta\sigma$ ve $\Delta\tau$ değerlerinin değişimini inceleyelim.



Şekil 6.18

Yapacağımız şey aşağıdaki formüllerde $x=5$ m ($x'=10-5$) sabit olduğundan aynen almak ξ ve ξ' yerine 1, 2,.....,9 m koyarak M_T , M_{τ} , M_{ω} elde edilir.

$$\Delta\sigma_x = \frac{M_{\omega}}{J_{\omega M} \omega_M} \omega_M$$

$$\Delta\tau = - \frac{M_{\tau} S_{\omega}}{t J_{\omega M} \omega_M}$$

ifadelerinin yardımıyla burulmadan oluşan sırasıyla C noktasındaki normal gerilme ile D noktasındaki kayma gerilmesi bulunmuş olur. Anlatılanların uygulanmasıyla aşağıdaki tablo bulunmuş olur.

$0 < \xi < x$ için

$$M_T = M_{T\Sigma DİŞ} \left(- \frac{\xi}{l} + \frac{Shk\xi}{Shkl} Chkx' \right)$$

$$M_v = M_{T\Sigma DİŞ} \left(-\frac{Shk\xi}{Shkl} Chkx' \right)$$

$$M_w = \frac{M_{T\Sigma DİŞ}}{k} \frac{Shk\xi}{Shkl} Shkx'$$

$x < \xi < l$ için

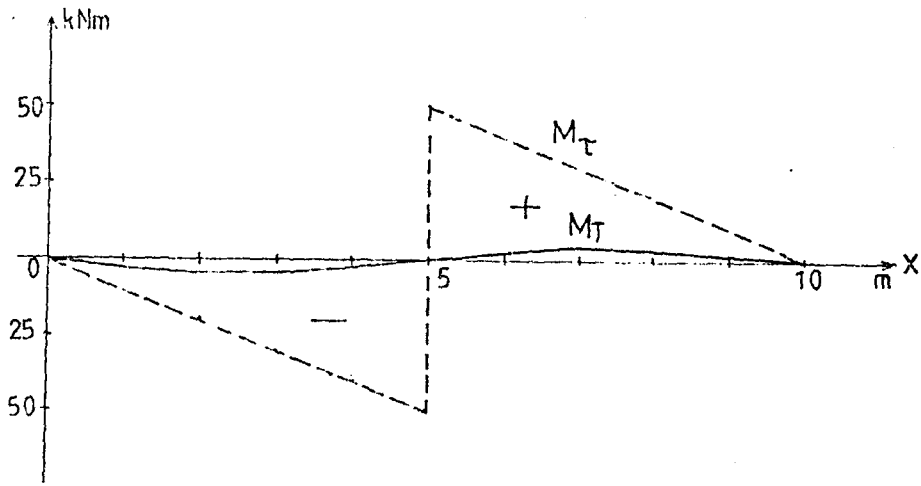
$$M_T = M_{T\Sigma DİŞ} \left(\frac{\xi'}{l} - \frac{Shk\xi'}{Shkl} Chkx' \right)$$

$$M_r = M_{T\Sigma DİŞ} \frac{Shk\xi'}{Shkl} Chkx'$$

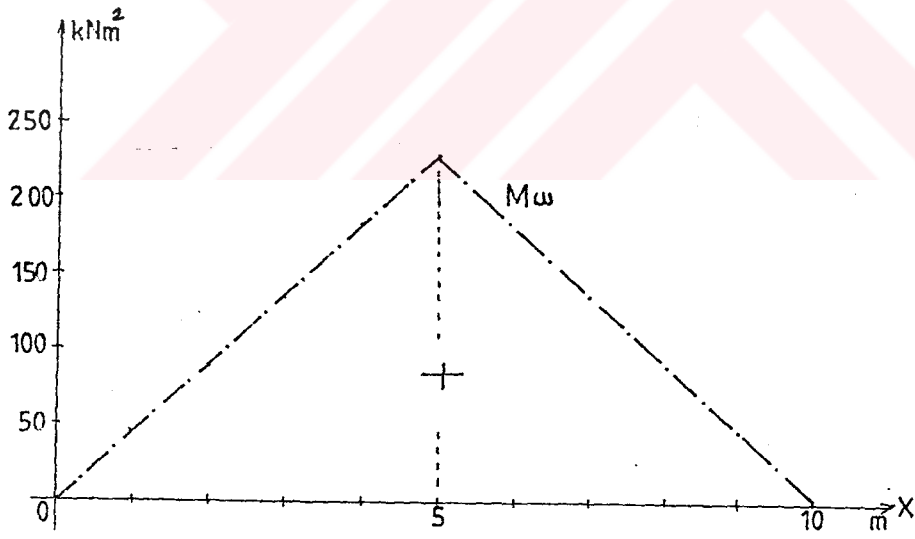
$$M_w = \frac{M_{T\Sigma DİŞ}}{k} \frac{Shk\xi'}{Shkl} Shkx'$$

Tablo 3

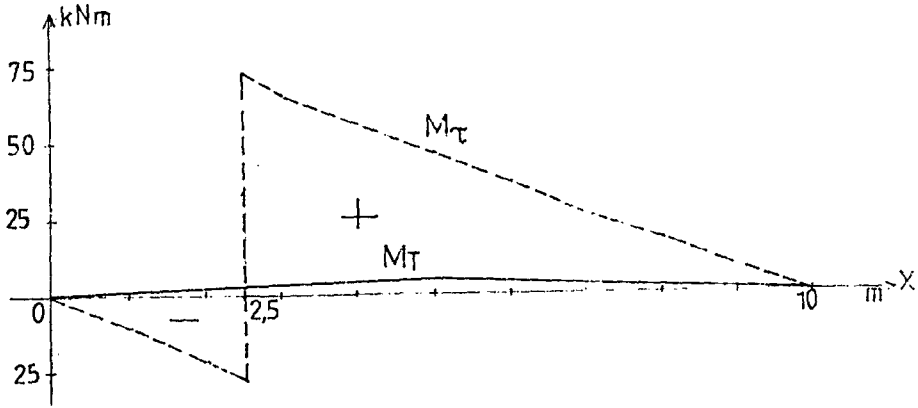
x [m]	M_T [kNm]	M_r [kNm]	M_w [kNm ²]	$\Delta\sigma(C)$ [N/cm ²]	$\Delta\tau(D)$ [N/cm ²]
1	-0,362	-9,637	+44,78	+10,81	+54,57
2	-0,635	-19,365	+89,98	+21,73	-109,65
3	-0,73	-29,274	+136,02	+32,83	-165,75
4	-0,545	-39,455	+183,33	+44,27	-223,41
5	0	-50,00	+232,35	+56,11	-283,14
	0	+ 50,00	+232,35	56,11	+283,14
6	+0,545	+39,455	+183,33	+44,27	+223,41
7	+0,73	+29,274	+136,02	+32,83	+165,75
8	+0,635	+19,365	+89,98	+21,73	+109,65
9	+0,363	+9,637	+44,78	+10,81	+54,57



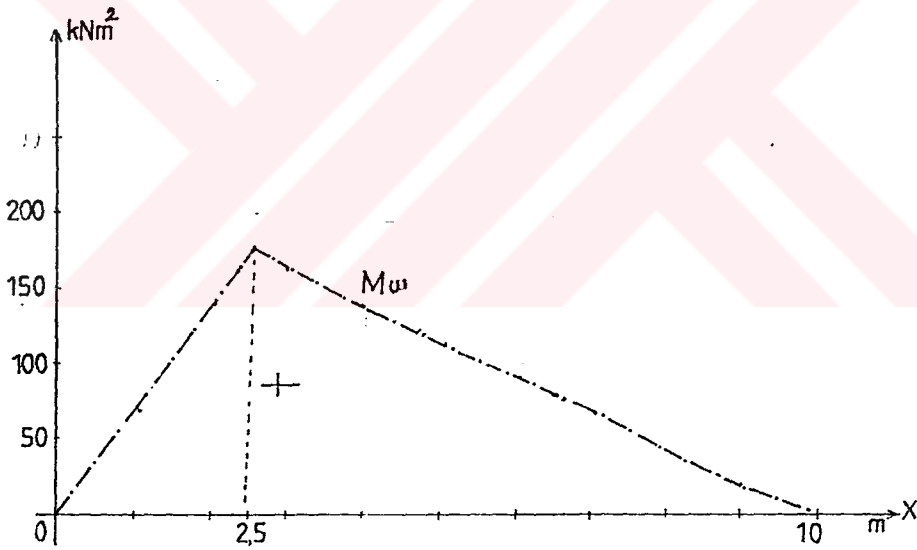
Şekil 6.19



Şekil 6.20

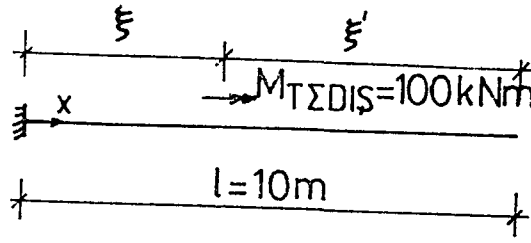


Şekil 6.21 $x=2,5$ için tesir çizgileri



Şekil 6.22

B) Aşağıdaki taşıyıcı sistemde $x=l/2$ kesitinde gezer $M_{T\Sigma DİŞ} = 100$ kNm lik tekil burulma momentinden oluşan M_T , M_τ , M_ω tesirlerini ve neticesindeki $\Delta\sigma$ ve $\Delta\tau$ değerlerinin değişimini inceleyelim.



Şekil 6.23

$0 < \xi < x$ için II. Bölge

$$M_T = M_{T\Sigma DIŞ} \left(\frac{(Chk\xi - 1)Chk\bar{x}'}{Chkl} \right)$$

$$M_\tau = -M_T$$

$$M_\omega = \frac{M_{T\Sigma DIŞ}}{k} \left(\frac{(Chk\xi - 1)Shk\bar{x}'}{Chkl} \right)$$

$x < \xi < l$ için I. Bölge

$$M_T = M_{T\Sigma DIŞ} \left(1 - \frac{Chkl Chkx' - (Chk\xi - 1) Chk\bar{x}'}{Chkl} \right)$$

$$M_\tau = M_{T\Sigma DIŞ} \left(\frac{Chkl Chkx' - (Chk\xi - 1) Chk\bar{x}'}{Chkl} \right)$$

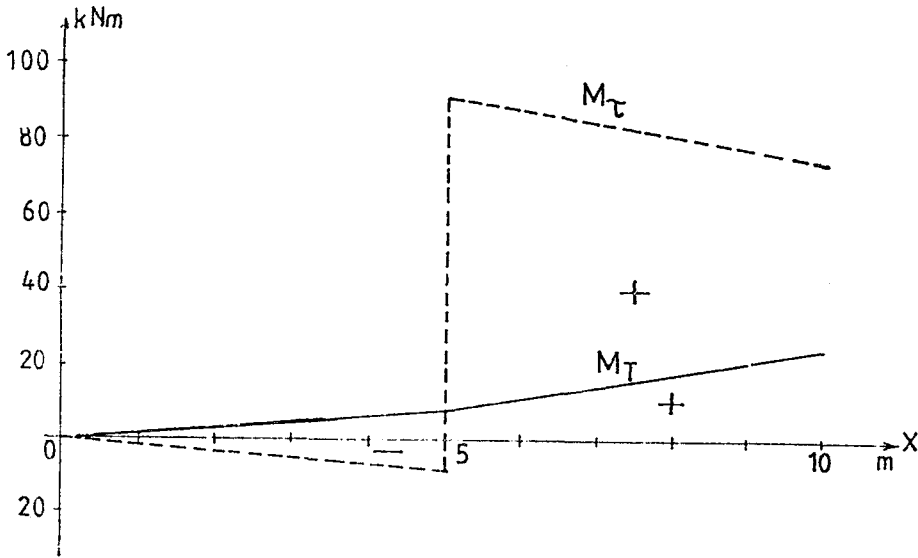
$$M_\omega = \frac{M_{T\Sigma DIŞ}}{k} \left(\frac{(Chk\xi - 1)Shk\bar{x}' - Chkl Shkx'}{Chkl} \right)$$

x aranan kesit bilindiğine göre ξ ve ξ' değişken olarak $\bar{x}' = l - x$, $x' = \xi - x$ olduğu hatırlanarak ξ 'ye 0,1,2,...,10 değerlerinden herbiri için yukardaki formüller uygulanırsa $M_{T\Sigma DIŞ} = 100$ kNm lik gezici tekil burulma momentinden $x=5$ m de oluşan

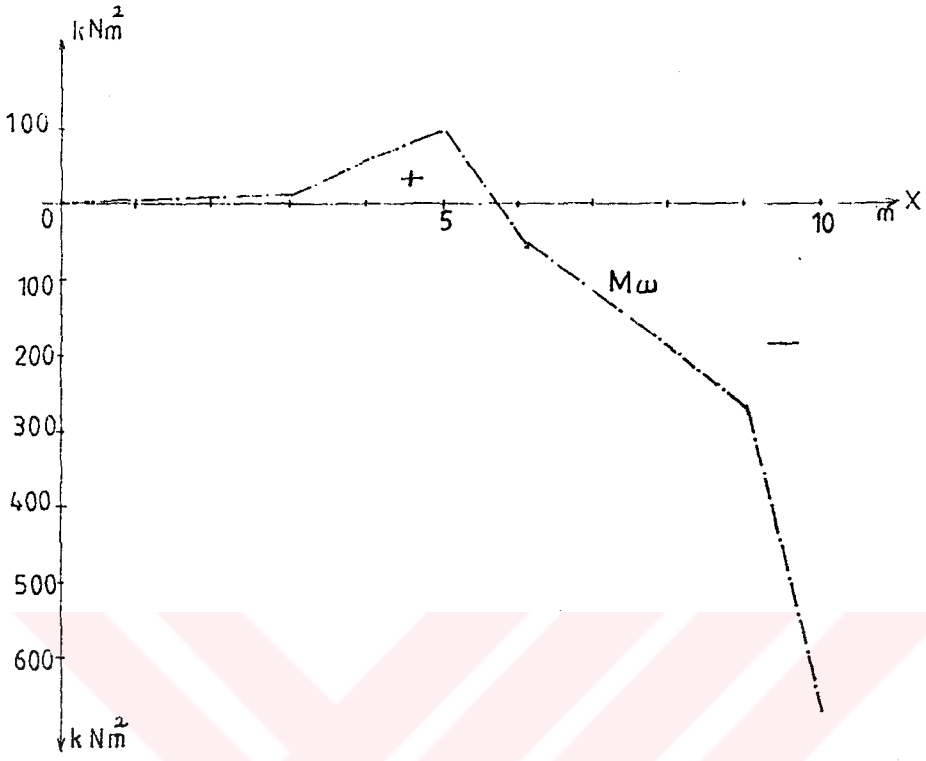
M_T , M_τ ve M_{ω} değerleri ve bunlardan istifade ile $\Delta\sigma(C)$ ve $\Delta\tau(D)$ gerilmeleri bulunarak aşağıdaki tablo hazırlanmıştır.

Tablo.4

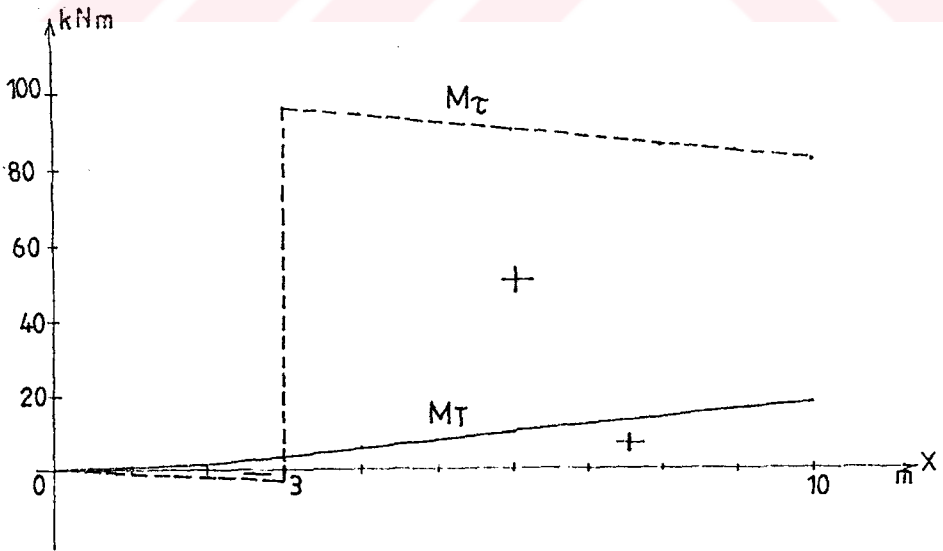
x [m]	M_T [kNm]	M_τ [kNm]	M_{ω} [kNm ²]	$\Delta\sigma$ [N/cm ²]	$\Delta\tau$ [N/cm ²]
0	0	0	0	0	0
1	0,30	0,30	1,38	0,33	-1,71
2	1,39	-1,39	6,57	1,59	-7,86
3	3,126	-3,126	14,53	3,51	-17,7
4	5,60	-5,60	25,95	6,27	-31,71
5	8,82	-8,82	40,82	9,86	-49,95
	8,78	91,22	40,82	9,86	+516,54
6	12,4	87,60	-40,07	-9,68	496,05
7	15,70	84,30	-119,41	-28,84	477,36
8	19,05	80,95	-195,80	-47,28	458,37
9	22,27	77,73	-271,33	-65,52	440,16
10	25,57	74,43	-690,61	-166,78	421,47

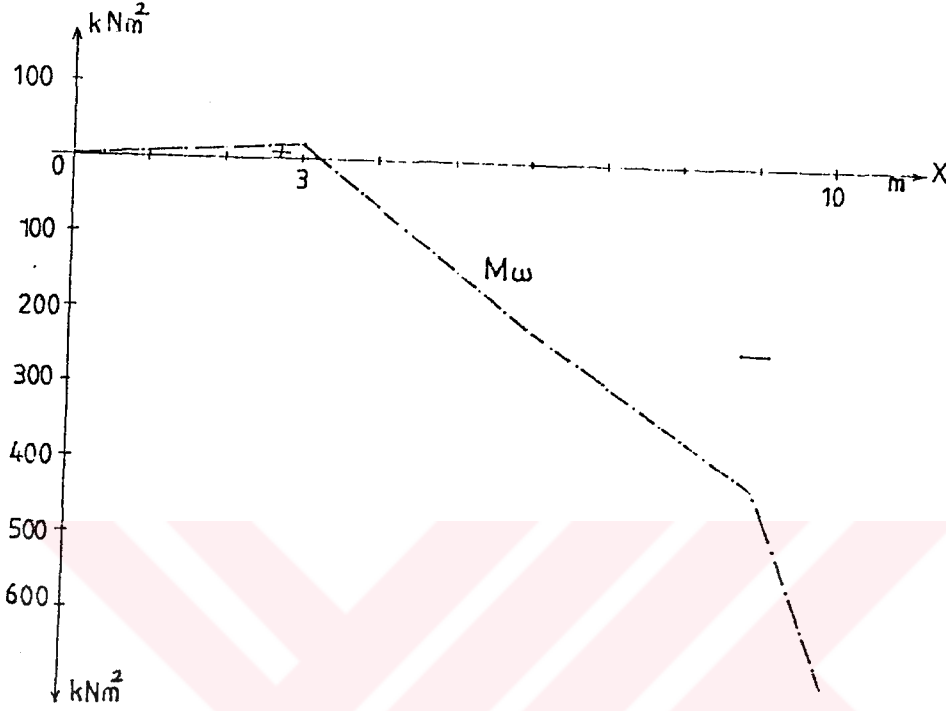


Şekil 6.24 x= 5 için tesir çizgileri



Şekil 6.25

Şekil 6.26 $x=3$ için tesir çizgileri



Şekil 6.27

C) Konsol bir kirişte çeşitli kl değerleri için 1 kNm lik gezer tekil burulma momentinde $x=0$ kesitinde oluşan kesit tesirlerinin M_T, M_r, M_ω inceleyelim.

Bahşedilen durumu incelemek için aranan kesit ($x=0$) I. Bölge olduğundan aşağıdaki denklemleri kullanmak durumundayız. Formüllerdeki kl ler aynen bırakılarak kx' , $k\bar{x}'$ gibi terimler yerine klx'/l , $kl\bar{x}'/l$ yazılırsa genelleştirilmiş olur.

$$M_T = \left[1 - \frac{\text{Ch}(kl\frac{\xi}{l}) - (\text{Ch}(kl\frac{\xi}{l}) - 1) \text{Ch}(kl\frac{\bar{x}'}{l})}{\text{Ch}(kl)} \right]$$

$$M_\omega = \frac{1}{k} \left[\frac{(\text{Ch}(kl\frac{\xi}{l}) - 1) (\text{Sh}(kl\frac{\bar{x}'}{l}) - \text{Ch}(kl\frac{x'}{l}))}{\text{Ch}(kl)} \right]$$

$$M_r = \left[\frac{\text{Ch}kl \text{Ch}(k\frac{x'}{l}) - (\text{Ch}(k\frac{\xi}{l}) - 1) \text{Ch}(k\frac{\bar{x}'}{l})}{\text{Ch}kl} \right]$$

kl biliniyorsa yukardaki formüllerle $x=0$ için tesir çizgileri çizilebilir. Yalnız $M_w = n/k$ şeklindedir. n yükün konumuna göre bulunan sabit bir değerdir, k ayrıca bilinmek durumundadır.

$kl=0$ için tesir çizgileri çizilmek istenirse yük $0,1 l$ de iken ($\xi = 0,1 l$) $\bar{x}' = l$, $x' = 0,1 l$ alınarak

$$M_w = \frac{1}{k} \frac{[\text{Ch}(0,1 kl) - 1] \text{Sh}kl - \text{Ch}kl / \text{Sh}(0,1 kl)}{\text{Ch}kl} = \frac{0}{0}$$

belirsizliğini görelim.

$$\lim_{k \rightarrow 0} \frac{0,1l \text{Sh}(0,1kl) \text{Sh}kl + l \text{Ch}kl / \text{Ch}(0,1kl) - l \text{Sh}kl / \text{Sh}(0,1kl) - 0,1l \text{Ch}(0,1kl) \text{Ch}kl}{\text{Ch}kl + kl \text{Sh}kl} = -0,1l$$

$$\xi = 0,1 l \text{ için } M_w = -0,1$$

aynı şekilde diğerleri de

$$\xi = 0,2 l \text{ için } M_w = -0,2 l$$

$$\xi = 0,3 l \text{ için } M_w = -0,3 l$$

.

.

.

.

$$\xi = l \text{ için } M_w = -l$$

olarak bulunur.

$kl = 0$ için M_w yukarıda anlatıldığı gibidir.

M_T değeri $x=0$ kesitinde $\varphi' = 0$ olduğundan o da sıfırdır. Bir ucu ankastre konsol kirişte $x=0$ kesitinde kesit burulma momenti $M_{T\Sigma} = M_{T\Sigma DİŞ} = 1$ olduğundan $M_{T\Sigma DİŞ} = M_T + M_\tau$ dan $M_\tau = 1$ çıkar.

Bahsi geçen formüller $kl=0,5$, $kl=1$, $kl=1,5$, $kl=2$, $kl=2,5$ için uygulanarak tablo halinde sunulmuştur. Yani bu tablolar $x=0$ kesitindeki M_T , M_τ ve M_ω tesir çizgilerini gösteren tablolardır.

Tablo 5

$kl=0$				$kl=0,5$		
Yükün Yeri ξ	M_T	M_τ	$M_\omega = n / k$ n	M_T	M_τ	$M_\omega = n / k$ n
0	0	1	0	0	1	0
0,1 l	0	1	-0,1 l	0	1	-0,0494
0,2 l	0	1	-0,2 l	0	1	-0,0978
0,3 l	0	1	-0,3 l	0	1	-0,1453
0,4 l	0	1	-0,4 l	0	1	-0,1921
0,5 l	0	1	-0,5 l	0	1	-0,2381
0,6 l	0	1	-0,6 l	0	1	-0,2836
0,7 l	0	1	-0,7 l	0	1	-0,3286
0,8 l	0	1	-0,8 l	0	1	-0,3733
0,9 l	0	1	0,9 l	0	1	-0,4177
l	0	1	-l	0	1	-0,4621

Tablo 6

Yükün Yeri ξ	$kl=1$			$kl=1,5$		
	M_T	M_τ	$M_{\omega=n/k}$ n	M_T	M_τ	$M_{\omega=n/k}$ n
0	0	1	0	0	1	0
0,1 l	0	1	-0,0963	0	1	-0,1404
0,2 l	0	1	-0,1861	0	1	-0,2635
0,3 l	0	1	-0,2700	0	1	-0,3721
0,4 l	0	1	-0,3490	0	1	-0,4688
0,5 l	0	1	-0,4239	0	1	-0,5556
0,6 l	0	1	-0,4954	0	1	-0,63451
0,7 l	0	1	-0,5642	0	1	-0,7073
0,8 l	0	1	-0,6311	0	1	-0,7757
0,9 l	0	1	0,6967	0	1	-0,8411
l	0	1	-0,7616	0	1	-0,9051

Tablo 7

Yükün Yeri ξ	$kl=2$			$kl=2,5$		
	M_T	M_τ	$M_{\omega=n/k}$ n	M_T	M_τ	$M_{\omega=n/k}$ n
0	0	1	0	0	1	0
0,1 l	0	1	-0,1820	0	1	-0,2216
0,2 l	0	1	-0,3326	0	1	-0,3952
0,3 l	0	1	-0,4578	0	1	-0,15316
0,4 l	0	1	-0,5628	0	1	-0,6394
0,5 l	0	1	-0,6516	0	1	-0,7254
0,6 l	0	1	-0,7297	0	1	-0,7954
0,7 l	0	1	-0,7948	0	1	-0,8525
0,8 l	0	1	-0,8548	0	1	-0,9016
0,9 l	0	1	0,9105	0	1	-0,9454
l	0	1	-0,9640	0	1	-0,9866

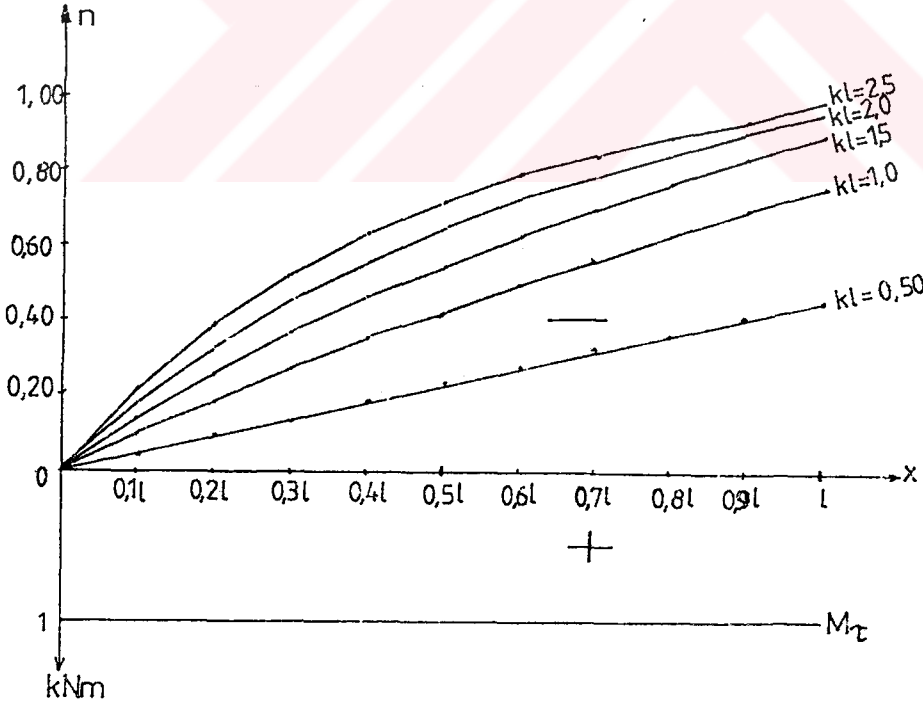
Hatırlanacağı üzere Problem 5 te konsol bir kirişin $x=4$ m de sabit olarak uygulanan $M_{T\Sigma DİŞ} = 100$ kNm lik tekil dış burulma momentinden tüm kiriş boyunca oluşan tesirleri incelemiştik.

Şimdi Problem 5'i tesir çizgileriyle bulunan değerlerle karşılaştıralım. Adı geçen problemde $k=0,09641$, $l=10$ m idi. Bu durumda $kl \approx 1$ alınabilir, $x=0$ kesitiyle mukayese edebiliyoruz.

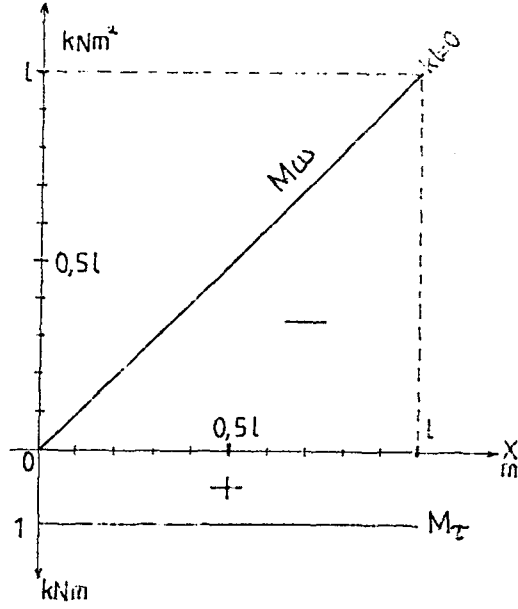
Problem 5 te yük $x=4$ te iken $x=0$ da $M_t = 100$ k $l=1$ için hazırlanan tablo $M_{T\Sigma DİŞ} = 1$ kNm için hazırlandığından 100 ile çarparsak aynı sonucu buluruz.

Problem 5 te $x=0$ da $M_w = -351,97$ kNm² $kl=1$ tablosundan $M_w = n/k$ ile bulunacağından $n = -0,3490$ ($\xi = 0,4l$) iken $M_w = -0,349 \times 100 / 0,09641 = -362$ kNm² bulunur. Yaklaşık aynıdır (Fark yuvarlatmadan ileri gelir)

Bütün çözümleri çeşitli yükleme durumları statik sistemlere uygulayarak genişletmek mümkündür.



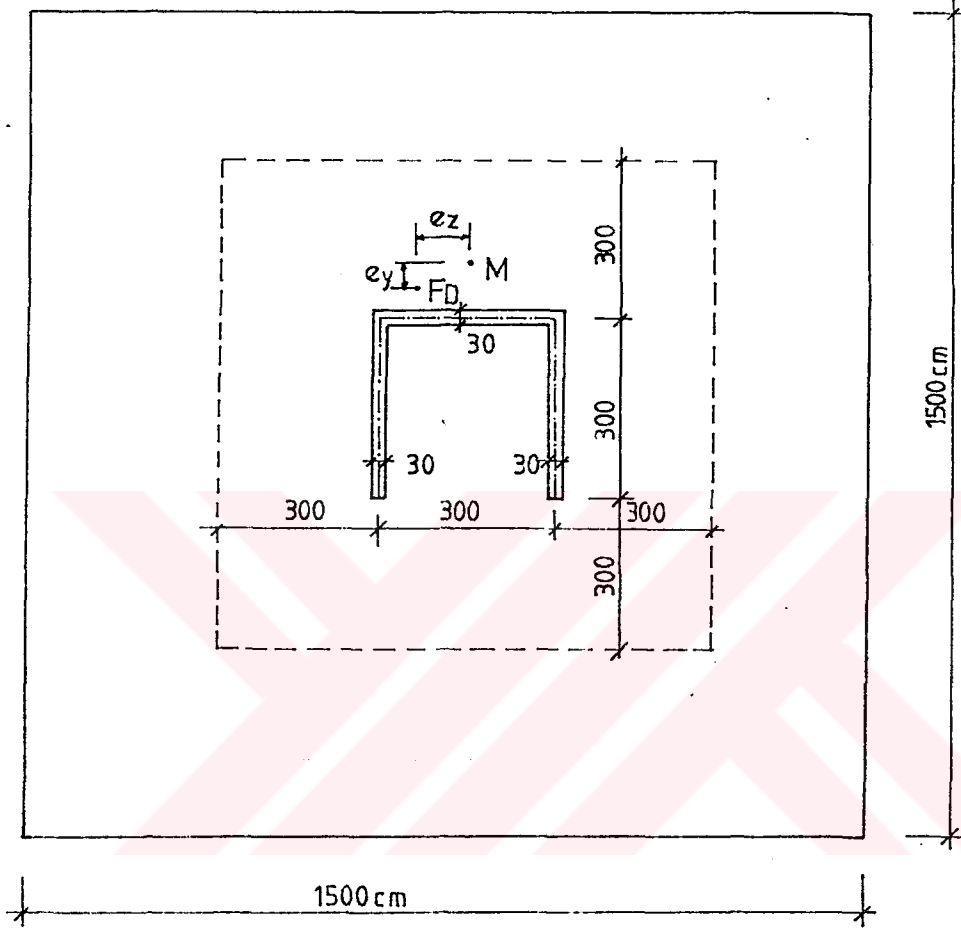
Şekil 6.28



Şekil 6.29

6. Problem:

Aşağıda şematik planı verilen kat yüksekliği $h=3$ m olan 10 katlı açık çekirdeğe sahip (kolonları gösterilmemiştir) bir binanın tüm zati yükünün 50 cm lik bir betonarme plak gibi yayıldığı kütle merkezi (F_D) ile kayma merkezi (M) arasındaki mesafenin 0,5 m (e_y, e_z) olduğu ve tüm deprem etkisinin çekirdekçe karşılandığı kabul edilerek temel seviyesindeki ($x=0$) çekirdek kesitinde oluşan max/min normal ve kayma gerilmelerini bulalım.



Şekil 6.30

ÇÖZÜM

$$G = 15 \times 15 \times 0,50 \times 25 = 2812 \text{ kN}$$

(1 kata gele zati yükü)

$$Q = (15 \times 15 - 9) \times 3,5 = 756 \text{ kN}$$

(1 kata gelen hareketli yük)

Deprem yükü

$$\Sigma F_D = 0,10 \times n (G + 0,3 \times Q)$$

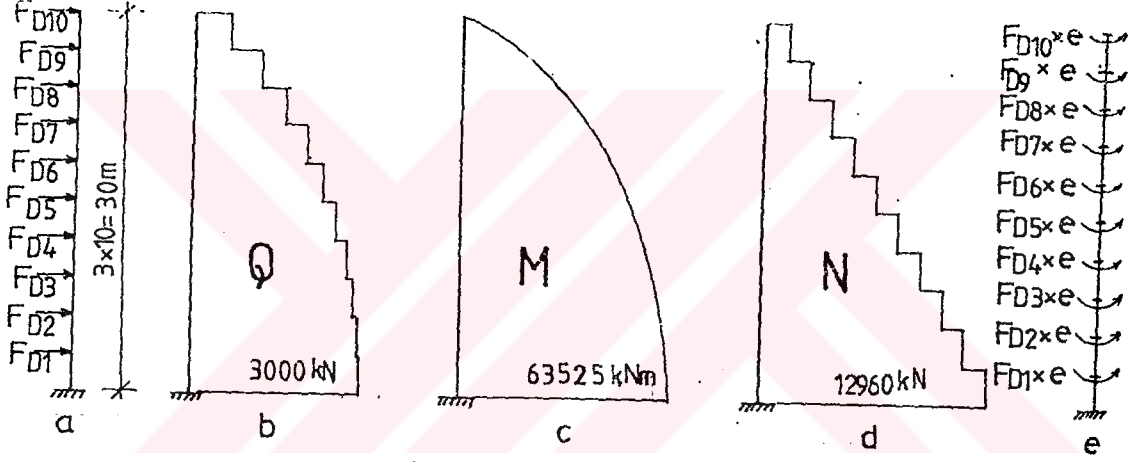
$$= 0,10 \times 10 (2812 + 0,3 \times 756) \approx 3000 \text{ kN}$$

$$\Sigma W_i h_i = 3000(3+6+9+12+15+18+21+24+27+30) = 495000$$

$$F_{Di} = \Sigma F_D \times \frac{W_i h_i}{\Sigma W_i h_i}$$

ile dağıtılır.

$$\begin{array}{lll} F_{D1} = 55 \text{ kN} & F_{D2} = 110 \text{ kN} & F_{D3} = 165 \text{ kN} \\ F_{D4} = 220 \text{ kN} & F_{D5} = 275 \text{ kN} & F_{D6} = 330 \text{ kN} \\ F_{D7} = 385 \text{ kN} & F_{D8} = 440 \text{ kN} & F_{D9} = 495 \text{ kN} & F_{D10} = 550 \text{ kN} \end{array}$$



Şekil 6.31

$$N = 9 \times 9 \times 0,50 \times 25 + 9 \times 9 \times 3,5 = 1296 \text{ kN}$$

l kattan çekirdeğe gelen düşey yük

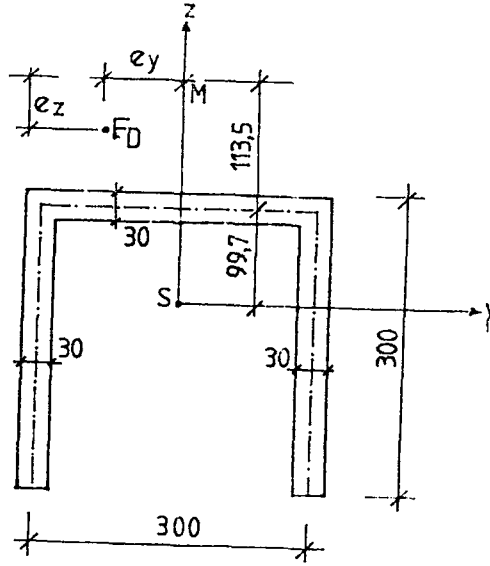
$$M = \Sigma h_i F_{Di} = 63525 \text{ kNm}$$

temel kesitine gelen toplam eğilme momenti

$$Q = \Sigma F_{Di} = 3000 \text{ kN}$$

temel kesitine gelen toplam kesme kuvveti

Kat kütle merkezi ile çekirdek kayma merkezi arasındaki mesafe (e_z, e_y) z yönünde hesap yapılırken $e_y \times F_{Di}$ gibi burulma momenti de söz konusu olacaktır (Şekil 6.17e)



Şekil 6.32

$$A = 2 \times 2,85 \times 0,30 + 3,30 \times 0,30 = 2,70 \text{ m}^2$$

$$S_y = 3 \times 3,30 \times 0,30 + \frac{2,85^2}{2} \times 2 \times 0,30 = 5,40675 \text{ m}^3$$

$$Z_0 = \frac{S_y}{A} = 2,0025 \text{ m}$$

$$J_{yy} = 2 \times \left[\frac{0,30 \times 2,85^3}{12} + 0,30 \times 2,85 \times (0,5775)^2 \right] + \frac{3,30 \times 2,03^3}{12} + 3,30 \times 0,30 \times (0,9975)^2$$

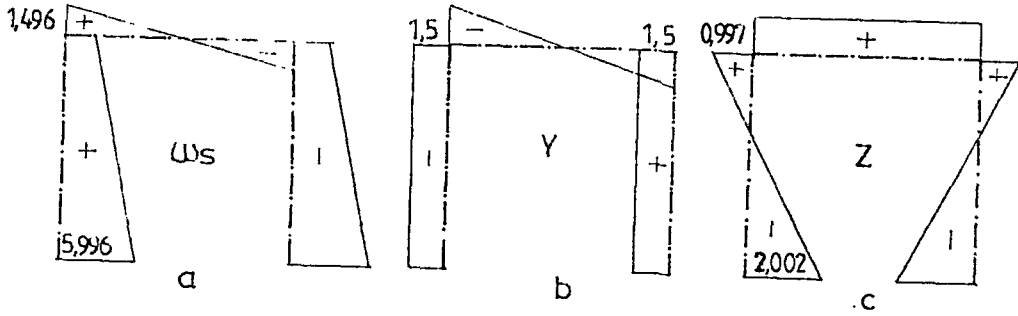
$$J_{yy} = 2,2702 \text{ m}^4$$

$$J_{zz} = \frac{0,30 \times 3,3^3}{12} + 2 \times \left[\frac{0,30^3 \times 2,85 + 0,30 \times 2,85 \times 1,5^2}{12} \right] = 4,75875 \text{ cm}^4$$

Ağırlık merkezi seviyesindeki S_y ve S_z max olacağından,

$$S_y = \frac{2,0025^2}{2} \times 0,3 \times 2 = 1,203 \text{ m}^3$$

$$S_z = \frac{1,65^2}{2} \times 0,30 + 2,85 \times 0,30 \times 1,5 = 1,691 \text{ m}^3$$

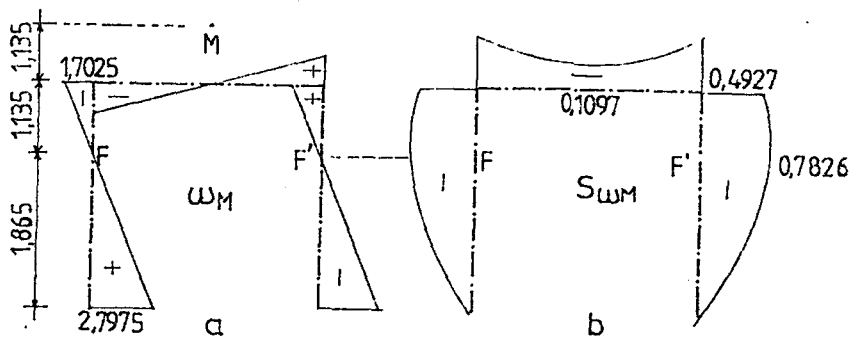


Şekil 6.33

$$J_{zz} = \int y^2 dA = t \int yy ds = 2 \times 0,3 \left(\frac{1}{3} \overline{1,5^2} + 3 \times \overline{1,5^2} \right) = 4,725 \text{ m}^4$$

$$J_{z\omega_s} = t \int y \omega_s ds = -2 \times 0,30 \left[\frac{1}{3} \times \overline{1,5^2} \times 1,492625 + \frac{3}{6} \times 4,50 (1,49625 + 5,99625) \right] = -10,7882 \text{ m}^5$$

$$z_M = - \frac{-10,7882}{4,725} = 2,283 \text{ m}$$



Şekil 6.34

$$J_{\omega_M \omega_M} = 2 \times 0,30 \left[\frac{1}{3} \times 1,5 \times 1,7025 + \frac{1}{3} \times 1,135 \times \overline{1,7025^2} + \frac{1}{3} \times 1,865 \times \overline{2,7975^2} \right] = 4,4466 \text{ m}^6$$

$$J_T = \frac{1}{3} 3 \times 3 \times 0,3^3 = 0,081 \text{ m}^4$$

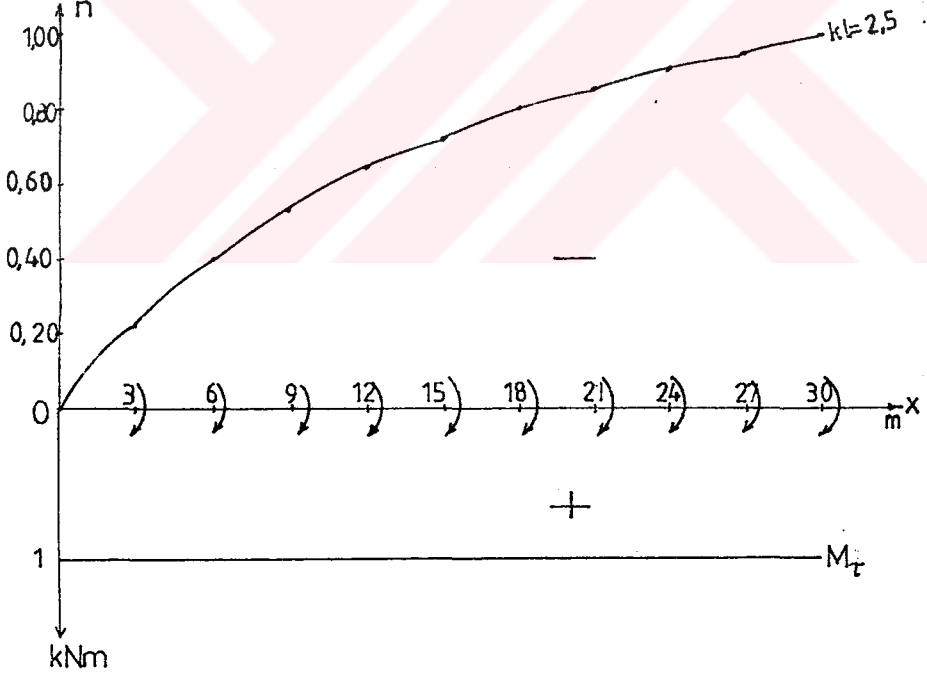
$$E_b = 30000 \text{ N/m}^2$$

$$G = 12000 \text{ N/m}^2$$

$$k = \sqrt{\frac{G J_T}{E J_{\omega_M \omega_M}}} = 0,08536 \text{ m}^{-1}$$

bulunur. $l=30 \text{ m}$ alınarak $kl = 2,5608$ olur.

Temelde ($x=0$) oluşan M_T ve M_ω hesabı için 7. bölümdeki $kl=2,5$ için hazırlanan tablodan yararlanılabilir.



Şekil 6.35

$$M_\omega = -\frac{1}{k} e \left[0,2216 \times 55 + 0,3952 \times 110 + 0,5316 \times 165 + 0,6394 \times 220 + 0,7254 \times 275 \right. \\ \left. + 0,795 \times 330 + 0,8525 \times 385 + 0,9016 \times 440 + 0,9454 \times 495 + 0,9866 \times 550 \right]$$

$$M_w = -ex29070 \text{ kNm}$$

$x=0$ kesitinde yük nerede olursa olsun $M_\tau=1$ olduğundan hepsi toplanmak suretiyle $M_\tau = ex3000 \text{ kNm}$ bulunur.

1. Durum: Depremi y nin istikametinde kayma merkezinden $e_z=0,5 \text{ m}$ ile etkidiğini düşünerek

$$\sigma_A = -\frac{N}{A} + \frac{M_z}{J_{zz}} 1,50 + \frac{M_w}{J_{\omega_N \omega_M}} \omega_M(A)$$

$$\tau_C = \frac{Q_{\max} S_z}{J_{zz} t} - \frac{1}{t} \frac{M_\tau}{J_{\omega_N \omega_M}} S_{\omega_M}(C)$$

Depremi y nin pozitif istikametinde etkimesi durumunda

$$\begin{aligned} \sigma_A &= -\frac{12960}{2,70} + \frac{63525}{4,7587} \times 1,50 + \frac{-0,5 \times 29070}{4,4466} \times 2,79 = -4800 + 20024 - 9120 \\ &= -4800 + 20024 - 9120 = 15224 - \Delta \sigma = 6104 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_C &= \frac{300 \times 1,691}{4,7587 \times 0,30} - \frac{1}{0,30} \frac{1500}{4,4466} (-0,1097) = 3552 - 124 = 3428 \text{ kN/m}^2 \\ &= 3552 - \Delta \tau = 3552 - 124 = 3428 \text{ kN/m}^2 \end{aligned}$$

Depremi y nin aksi istikametinde etkimesi durumunda.

$$\sigma_A = -4800 + 20024 - 9120 = -24824 + \Delta \sigma = -15704 \text{ kN/m}^2$$

$$\tau_C = -3552 + 124 = -3552 + \Delta \tau = -3428 \text{ kN/m}^2$$

2. Durum: Depremi z istikametinde kayma merkezinden $e_y=0,5$ m ile etkidiğini düşünerek z nin pozitif istikametinde etkimesi durumunda

$$\sigma_A = -\frac{N}{A} + \frac{M_y}{J_{yy}} 2,002 + \frac{M_w}{J_{\omega_M \omega_M}} \omega_M(A)$$

$$\tau = \frac{Q_{\max} S_y}{J_{yy} t} - \frac{1}{t} \frac{M_\tau}{J_{\omega_M \omega_M}} S_{\omega_M(\max)}$$

$$\sigma_A = -4800 + 46753 + 9120 = 4153 + \Delta\sigma = 51073 \text{ kN/m}^2 (511 \text{ kg/cm}^2)$$

$$\tau = \frac{3000 \times 1,203}{2,7202 \times 0,3} - \frac{1}{0,30} \frac{-1500}{4,4466} (-0,7826) = 4422,5 - \Delta\tau = 3542,5 \text{ kN/m}^2$$

z nin aksi istikametinde etkimesi durumunda

$$\sigma_A = -4800 - 46753 - 9120 = -60493 \text{ kN/m}^2 (-605 \text{ kg/cm}^2)$$

$$\tau = -4422,5 + 880 = -3542,5 \text{ kN/m}^2 (-35 \text{ kg/cm}^2)$$

Örneğimizde görüldüğü üzere en büyük gerilmeler depremin z istikametinde etkimesinde oluşmaktadır. Normal gerilmelerde en büyük hisse eğilmeden (46753 kN/m^2) 9120 kN/m^2 ise burulmadan ($\Delta\sigma$) gelmekte düşey yük etkisi de katılınca en gayri müsait durumlarda A noktasında 51073 kN/m^2 (511 kN/cm^2) çekme, -60493 kN/m^2 (605 kg/cm^2) basınç oluşmaktadır, buradan da görüldüğü üzere ($\Delta\sigma$) burulmadan gelen değer 9120 kN/m^2 ($91,2 \text{ kg/cm}^2$) olmaktadır, küçük bir değer olmadığı ortadadır.

Aynı şekilde kayma gerilmelerini de değerlendirecek olursak F' noktasında kesme kuvvetlerinden oluşan $4422,5 \text{ kN/m}^2$ iken ($\Delta\tau$) burulmadan gelen 880 kN/m^2 olmaktadır. Ancak burada 880 kN/m^2 akım yönüyle aynı olduğundan F' de 880 kN/m^2 $4422,5 \text{ kN/m}^2$ ye nazaran ters yönde olup, F de aynı yöndedir. F' de her ne kadar cebrik olarak farkını alıyorsa da F de aynı yönde olduklarından burulma değeri de toplanmak durumundadır. Kayma gerilmesinde de burulmanın katkısı görülmektedir.

7. TARTIŞMA VE SONUÇLAR

Taşıyıcı sistemlerin sadece burulma yüküne maruz olması çok enderdir. Çoğunlukla eğilme momenti/momentleri, kesme kuvvetleri ile burulma yükü beraberce etki ederler. Malzemeyi lineer elastik kabul ederek bu etkileri ayrı ayrı ele alıp sonra herbir etkiyi süperpoze suretiyle tüm tesirlerden oluşan gerilmeler bulunmuş olur. kayma merkezinden geçmeyen yüklerin burulma momentine sebep olduğu bilinmektedir. Çalışmanın ilk bölümlerinde ince cidarlı açık kesitlerde kesitin çeşitli noktalarında safi burulmadan oluşan $\Delta\sigma$ ve $\Delta\tau$ gerilmelerinin bulunmasına yarayan ifadeler çıkarıldı.

6. bölümde görüldüğü üzere burulmadan meydana gelen M_T , M_τ ve M_ω ifadelerine ait herhangi bir x kesitinde oluşan tesir çizgilerini çizdik. M_T ve M_τ tesir çizgileri kl değerinin bilinmesiyle çizilebilmekte, herhangi bir x kesiti için kl değerleri bilinmek kaydıyla genelleştirilebilmektedir. M_ω de durum biraz daha değişiktir; kl değerlerine bağlı olarak bulunan n sabiti genelleştirilebilmekte fakat M_ω nın bulunabilmesi için n sayısı k ya bölünmek durumunda olduğundan k nın da bilinmesi zorunludur. Eğilme momentleri ve kesme kuvvetleri için çizilen tesir çizgilerinden farklı olduğu görülmüştür.

Problem 6 da görülen ince cidarlı açık kesit kavramına uygun bir perdeye gelen yüklerin 6.1 C de $x=0$ temel kesiti için $kl=2,5$ için hazırlana tesir çizgisi yardımıyla ne gibi tesirler meydana getirdiğini inceledik. Yüksek yapı tasarımına uygun olmayan bu bina planı burulma yüklerinin tesirini görmek bakımından bize fikir vermektedir. Bu misalde tüm kesme kuvvetlerini, eğilme momentlerini ve burulma momentlerini sadece ince cidarlı açık kesitli perdenin karşıladığı düşünülmüştür. Halbuki gerçek bir tasarımda durum böyle değildir. Kolonlar da bu etkilerden hisselerini alırlar; bu hissenin %10-30 civarında olduğu belirtilmektedir.[6] Kütle merkezi ile rijitlik merkezi arasındaki e_y , e_z (eksantrisite) % 5 ten az olunca burulma etkisinin ihmal edilebileceği yeni deprem şartnamesinde belirtilmesine rağmen 0,50 m gibi bir eksantrisiteyle temel kesitinde bulunan $\Delta\sigma$ ve $\Delta\tau$ değerleri yukarıdaki sebeple azaltsak dahi eğilme momentinden oluşan normal gerilmeler ve kesme kuvvetlerinden oluşan kayma gerilmeleri yanında ihmal edilemeyecek mertebede olduğu görülmektedir, dolayısıyla burulma etkilerinin dikkatle incelenmesi gereği ortaya konmuştur.

KAYNAKÇA

- [1]- Kollbrunner C.F./N.Hajdin: Dünwandige Stäbe Band I Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 1972
- [2]- Roik,K./Carl,J./Lindner,J.:Biegetorsionsprobleme gerader dünwandiger Stäbe Verlag von Wilhelm Ernst u.Sohn,Berlin 1972
- [3]- Timoshenko S./Goodier,J.N.: Theory of Elasticity
- [4]- A. Zafer ÖZTÜRK : " İnce Cıdarlı Çubukların Çarpılmalı Burulmaya Göre Hesabı ve Stabilitate Problemleri" Doçentlik Tezi İSTANBUL 1979.
- [5]-Prof.Naci YÜCEFER : " İnce Cıdarlı Kesitler " Ders Notları
- [6]-Wolfgang Schueller : " Yüksek Yapı Taşıyıcı sistemleri" Çeviri /Dr. F.Emel YAMANTÜRK, Dr.E. Görün ÖZŞEN

ÖZGEÇMİŞ

Adı, Soyadı	Osman KILIÇ
Doğum Tarihi	01.11.1965
Doğum Yeri	İĞDELi KÖYÜ ÇAYIRALAN/ YOZGAT
Lise	Ank. İnşaat teknik Lisesi
Üniversite	Y.T.Ü İnşaat Fak (1988)
Bildiği Yabancı Dil	İngilizce
İş Durumu	Karayolları 17. Bölge Müd. Zincirlikuyu Köprü Bakım Mühendisi