

YILDIZ ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

L BİÇİMİNDEKİ BETONARME PLAKLARIN
ELASTİK VE PLASTİK TASARIMI

YÜKSEK LİSANS TEZİ
İNŞ. MÜH. SEVTAP AKÖZ

İSTANBUL-1992

Çalışmalarımın her aşamasında sürekli ilgi ve yardımlarını esirgemeyen tez danışmanım Sayın Prof. İlhan Berktaş'a ve çalışmalarım süresince özellikle bilgisayar programlarının hazırlanmasında yoğun destek ve ilgisiyle bana yardımcı olan Sayın Doç. Zekeriya Polat'a içtenlikle teşekkür ederim.

SEMBOLLER**ÖZET****SUMMARY**

1.BÖLÜM	GİRİŞ.....	1
2.BÖLÜM	ELASTİK PLAK TEORİSİ ve KLASİK ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ	3
2.1.	İNCE VE KÜÇÜK SEHİMLİ PLAKLAR TEORİSİ.....	3
2.2.	KLASİK ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ.....	5
2.3.	ENERJİ METODLARI.....	7
2.3.1.	Temel Kavramlar.....	7
3.BÖLÜM	SONLU ELEMANLAR METODU.....	11
3.1.	GENEL KAVRAMLAR.....	11
3.2.	ELEMAN-RİJİTLİK MATRİSİNİN EĞİLME KISMI.....	16
3.3.	ÜÇGENSEL PLAK ELEMANLAR.....	20
3.4.	UYGUN YÜK VEKTÖRLERİYLE GELİŞTİRİLMİŞ YÜK GÖSTERİMİ.....	20
3.5.	GENEL.....	21
3.6.	SONLU ELEMANLAR METODUNDA ADIMLAR.....	22
3.7.	SONLU ELEMANLAR METODUNUN AVANTAJ VE DEZAVANTAJLARI.....	32
3.8.	YAPILARIN SONLU ELEMANLARLA ÇÖZÜMÜ İÇİN SAP 90 BİLGİSAYAR PROGRAMI.....	32
3.8.1.	SAP Program Serileri.....	32
3.8.2.	SAP 80 ve SAP 90 Programları.....	33
3.8.3.	"SAP" ile İlgili Uyarılar.....	34
3.9.	SAP 90 GİRİŞ BİLGİLERİNİN VERİLMESİ.....	37
3.10.	ÇÖZÜMLERİN DEĞERLENDİRİLMESİ.....	53
4.BÖLÜM	KIRILMA ÇİZGİLERİ TEORİSİ.....	54
4.1.	GİRİŞ.....	54
4.2.	ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ.....	55
4.2.1.	Statik Denge Yöntemi.....	59
4.2.2.	Virtüel İşler Yöntemi.....	60
4.2.3.	Gerçek Kırılma Modunu Verecek Maksimum Çözümün Elde Edilmesi.....	66

KAYNAKLAR**ÖZGEÇMİŞ**

SEMBOLLER

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	x, y, z doğrultularındaki normal gerilmeler
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$	x, y, z doğrultularındaki birim boy değişimleri
m_x, m_y	x ve y doğrultularında, birim boyda etki eden eğilme momentleri
m_{xy}	Birim boyda etki eden burulma momenti
q_x, q_y	x ve y doğrultularında, birim boyda etki eden kesme kuvvetleri
P_z	z doğrultusunda kesitin birim alanına gelen yük
D	Plak eğilme rijitliği
ν	Poisson oranı
Π	Toplam potansiyel enerji
$W(x,y)$	Şekil fonksiyonu
Δ	Laplace operatörü
W_e	Dış kuvvetlerin yaptığı iş
W_i	İç kuvvetlerin yaptığı iş
U	İç kuvvetlerin potansiyel enerjisi(birim deformasyon enerjisi)
V	Dış kuvvetlerin potansiyel enerjisi
—————	Boşta (mesnetlenmemiş) kenar
//////////	Basit mesnetli (süreksiz) kenar
xxxxxxxxxx	Ankastre mesnetlenmiş (sürekli) kenar
—————	Pozitif momente ait kırılma çizgisi
-----	Negatif momente ait kırılma çizgisi
— . — . —	Dönme eksen

ÖZET

Bu çalışma dört bölümden oluşmaktadır. Giriş kısmını içeren birinci bölümde çalışmanın konusu ve amacı hakkında genel bir bilgi verilmiştir.

İkinci bölümde elastik plak teorisi ve klasik çözüm yöntemlerinden bahsedilmektedir. Aynı bölümde enerji metodlarından ve bunların içinde en bilineni olan Ritz metodundan da kısa bir şekilde bahsedilmiştir. Çalışmada elastik teoriye ana kabulleriyle birlikte genel bir hatırlatma niteliğinde yer verilmesinin nedeni, çalışmanın asıl konusunu oluşturan sonlu elemanlar yöntemi ve kırılma çizgileri teorisi ile karşılaştırma olanağının sağlanması içindir.

Üçüncü bölümde elastik tasarımda kullanılacak olan sonlu elemanlar yöntemi hakkında geniş bir bilgiye yer verilmektedir. Çözümde yararlanılan SAP90 bilgisayar programının genel özelliklerinden bahsedilmekte ve çalışmanın konusunu oluşturan I biçiminde betonarme plak için programa giriş bilgilerinin verilmesi, bu şekilde elde edilen çözümlerin değerlendirilmesi yeralmaktadır.

Dördüncü bölümde plastik tasarım için, kırılma çizgileri teorisi hakkında ayrıntılı olarak bilgi verilmektedir. I biçimindeki betonarme plakta, sonlu elemanlar metoduyla elde edilen moment dağılımıyla uyumlu donatı oranları seçilerek, kabul edilen kırılma figürüne göre, kırılma çizgileri teorisi ile çözüm yapılarak sonuçta gerçek kırılma figürü belirlenmiştir.

Kırılma çizgileri teorisi ile çözümde, tahmini bir donatı oranı seçmek yerine sonlu elemanlar metoduyla belirlenen moment dağılımıyla uyumlu donatı oranının kullanılması, yeniden dağılımı azaltmakta ve kullanılabilirlik açısından kontrolü gereksiz kılmaktadır.

SUMMARY

This study consists of four chapters. In the first chapter which also includes introduction, a general information is given on the subject and purpose of the study.

In the second chapter , elastic plate teory and clas-sical analysis methods are mentioned. In the same chapter, energy methods and among them the most famous one Ritz method is also mentioned shortly. The reason to cover the elastic teory with a short reminding, in this study, is to make it easier to make a comparison between finite element method and yield line teory.

In the third chapter much information is given on finite element method to be used in elastic design. General characteristics of SAP 90 computer program being used is described and evaluation of obtained solution by giving program data for L form reinforced concrete, which is the subject of study, is mentioned.

Detailed information is given on yield line teory for plastic design in the fourth chapter. Finally, yield figure is defined by solving by the use of yield line teory with accepted yield figures by choosing suitable reinforcement ratio with the moment distribution obtained by the finite element method for the L form reinforced concrete plate.

Control is made unnecessary for the purpose of usability by decreasing redistribution, and by using suitable reinforcement ratio with the moment distribution obtained by the finite elements method instead of using an approximate reinforcement in the solution obtained by the yield line teory.

1. BÖLÜM

GİRİŞ

Elastisite teorisinin önemli bir uygulama alanı olan elastik plak teorisinde, kuvvet, deplasman, deformasyon ve gerilmeler arasındaki ilişkiler ve matematiksel çözüm yolları araştırılır. İncelenen plaklar, bilindiği gibi, doğrusal-elastik, homojen ve izotrop kabul edilirler. Ancak bu kabullerin yapılması ile, elastik teori güvenilir olmayan sonuçlar verebilir. Özellikle, aslında homojen bir malzeme olmayan betonarmenin homojen, izotrop ve doğrusal-elastik kabul edilmesi, gerçek sonuçtan oldukça uzaklaşılacağını gösterir. Bu nedenle, yapısal analiz elastik teoriye dayalı olursa, yapının yük taşıma kapasitesi hakkında doğru bir fikir vermeye yetmez.

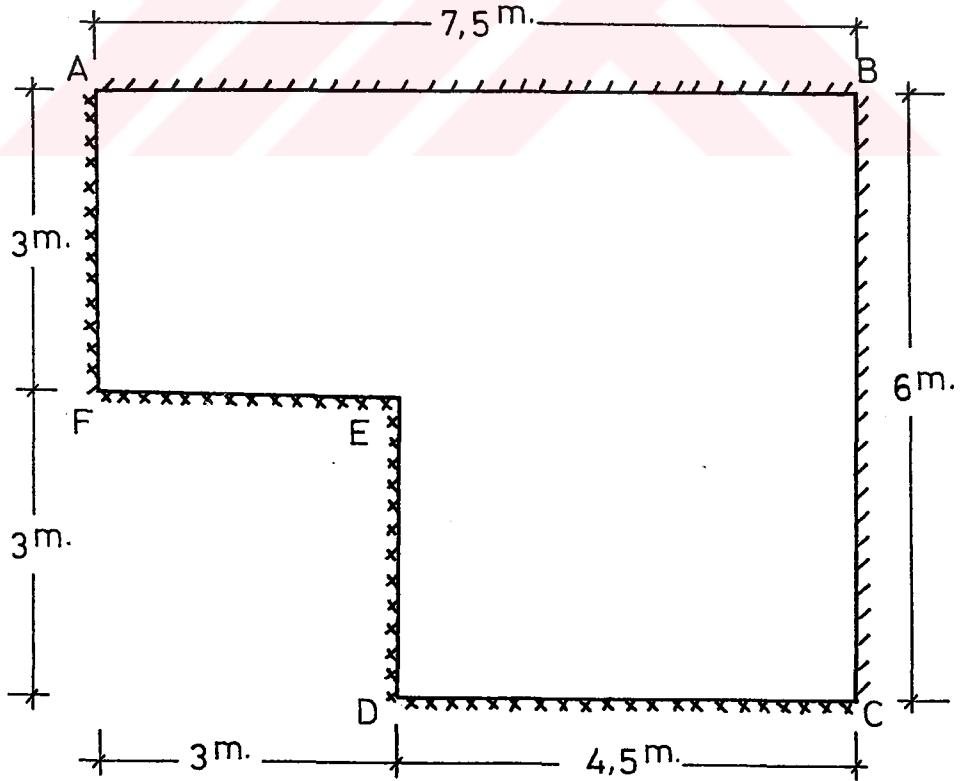
Ayrıca, değişik geometrik özelliklere sahip ve çeşitli yükler etkisindeki bazı plakların çözümü elastik plak teorisile çok güç, hatta bazen olanaksızdır.

Elastik plak teorisinin bu dezavantajları, gerçeğe daha yakın sonuçlar veren ve elastik teorisinin dezavantajlarını kısmen de olsa ortadan kaldıran alternatif yöntemlere yönelmeyi zorunlu kılmaktadır.

Bir cisimde deformasyonların dağılışı, kuvvet sisteminin ve cismin karakteristiklerine bağlıdır. Araştırmanın amacı, deformasyonların bu dağılımını bulmaya yöneliktir. Klasik metodlarla u deformasyonlarını bulmanın zor olduğu açıktır. Bu nedenle elemanlara ayırma kavramına dayalı olan sonlu elemanlar metodu uygulanabilir. Böyle elemanlara ayırmanın bir sonucu, uygun alt bölgelere ayrılmış deplasman dağılımıdır. Bölünmüş elemanlar üzerinde u 'nun dağılımı, tüm elemana göre daha kolay incelenir. Görüldüğü gibi, sonlu elemanlar metodunun klasik plak teorisine göre üstünlüğü, çözüm kolaylığı ve hassaslığı yönündendir.

Yapısal analizde, yapının yük taşıma kapasitesinin bilinmesi önemlidir. Yapılan birçok deney, kırılmaya yakın bir durumda malzemenin plastik davranış gösterdiğini ortaya koymaktadır. Bu durumda, elastik teoremin geçerliliği kalmamaktadır. O halde yapının gerçek güvenliğini gösterecek bir çözümün gözönüne alınması zorunlu olmaktadır. Böyle bir çözüm yöntemi, deneysel çalışmalara dayanan ve yapıda yıkmaya yol açacak kırılma yükünün bulunup, buna göre, güvenli tarafta kalacak şekilde tasarımın yapılmasını öngören kırılma çizgileri teorisidir.

Bu çalışmada, Şekil 1.1'de görülen I biçiminde betonarme bir plak için, sonlu elemanlar metoduyla elde edilecek moment dağılımıyla uyumlu donatı oranları seçilerek, aynı plakta bu donatı oranlarına göre, kırılma çizgileri teorisile çözüm yapılması ve bu şekilde gerçeğe en yakın çözümün elde edilmesi amaçlanmıştır.



Şekil 1.1. I Biçiminde BA plak

2. BÖLÜM

ELASTİK PLAK TEORİSİ ve KLASİK ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

2.1. İNCE VE KÜÇÜK SEHİMLİ PLAKLAR TEORİSİ

Plaklar, ortayüzeylerinde bir eğilme meydana getirecek şekilde yüklenmiş, kalınlıkları taşıyıcı yöndeki boyutlarının yanında çok küçük olan yatay düzlemsel taşıyıcılardır.

Elastik plak teorisi, plaklarda; kuvvet, deplasman deformasyon ve gerilmeler arasındaki ilişkileri ve matematiksel çözüm yollarını araştırır. Kalınlıkları yanında çökmeleri çok küçük olan plaklar ele alındığında orta yüzeyde meydana gelen deformasyonlar ihmal edilebileceği için (1. mertebe teorisi) hesap, ortadüzlemde alınan bir elemanın şekil değiştirme yapmadığı kabulüne göre yapılır.

Klasik plak teorisine göre, incelenen plak, kayma deformasyonlarının yok sayılabileceği kadar ince, aynı zamanda düzlem içi membran kuvvetlerinin de ihmal edilebileceği kadar kalındır. Buna Kirchhoff plağı adı verilir.

Plak orta düzlemine dik doğrultudaki normal gerilmeler ve buna bağlı olarak yine aynı doğrultudaki boy değişimleri yok sayılabilecek kadar küçüktür. Yani deformasyon sırasında plak kalınlığının değişmediği, yerdeğiştirmelerin yalnızca x ve y 'nin fonksiyonu olduğu kabul edilmektedir.

Malzeme homojen ve izotroptur. Hooke Kanunu geçerlidir, yani gerilmeler, şekil değiştirmelerle orantılıdır. Yerdeğiştirme ve şekil değiştirmeler arasındaki bağıntı lineerdir.

Bir plak kesitinde, gerilmelerle, deformasyon bileşenleri ve deplasman bileşenleri arasındaki bağıntılar, diferansiyel geometri yardımıyla elde edilir. Gerilme ifadeleri, deformasyon ve deplasman bileşenleri cinsinden yazıldığında,

kesit yüksekliğince gerilmelerin lineer olarak değiştiği görülmektedir. Kesitin birim boyuna etki eden m_x , m_y ve m_{xy} momentlerine ait bağıntılar, gerilmelerin bileşkesi olarak elde edilir. Bu moment bağıntılarını yardımıyla, birim boya etki eden q_x , q_y kesme kuvvetlerine ait bağıntılar da çökmeler cinsinden elde edilir.

Kesitin birim alanına gelen yük p_z ise, diferansiyel plak elemanının dengesi için şu üç koşulun sağlanması gerekmektedir:

$$1) \sum p_z = 0 \qquad 2) \sum m_x = 0 \qquad 3) \sum m_y = 0$$

Bu ifadeler, yukarıda bahsedilen bağıntılar kullanılarak açık şekilde yazılıp düzenlendiğinde, dış yükle deformasyonlar arasındaki diferansiyel denklem bulunabilir:

$$\frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 W}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 W}{\partial y^4} = \frac{P}{D} \quad (2.1.a)$$

Bu denklem, Δ Laplace operatörü kullanılmak suretiyle gösterilirse;

$$\Delta \Delta W = \frac{P}{D} \quad (2.1.b) \qquad \text{şeklini alır.}$$

Lineer, parsiyel türevli, dördüncü mertebeden ve homojen olmayan bu denklem, plağın $W(x,y)$ elastik yüzeyini karakterize eder ve "plak diferansiyel denklemi" olarak adlandırılır. Belirli yükleme etkisinde bir plak için, yükleme ve mesnetlenme durumlarına ait bütün sınır şartları gözönüne alındığında, bu denklemin integrasyonu yapılabilirdiği takdirde problemin kesin çözümü de elde edilmiş olur.

$W(x,y)$, p cinsinden bulunduktan sonra, kesit momentleri ve kesit kuvvetleri de kolayca elde edilebilir.

2.2. KLASİK ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

Plak diferansiyel denkleminin; geometrisi, sınır şartları ve üzerine etki eden yükün durumu belli olan bir plak problemi için kesin çözümünün elde edilmesi için, integrasyonunun yapılabilmesi gerekir. Plak denkleminin $W(x,y)$ integrali;

$$W(x,y) = W_p(x,y) + W_h(x,y) \quad (2.2)$$

şeklinde iki parçaya ayrılabilir. Burada $W_p(x,y)$, plak diferansiyel denkleminin özel integrali ve $W_h(x,y)$ ise $\Delta\Delta W = 0$ homojen denkleminin çözümüdür. Homojen plak denklemlerinin çözümü olarak $W_h(x,y)$ integrali sadece, kenar kuvvetleri ve kenar momentlerinin etkisini verir, dış yüklerle ilgisi yoktur. Sınır şartlarının yalnızca bir kısmını sağlar. $W_p(x,y)$ özel çözümü ile plağın dış yüzüne tesir eden p yükü dikkate alınır. Homojen denklemle sağlanamayan sınır şartları, özel çözümle sağlanmaya çalışılır.

Bir plak probleminin kesin çözümü, matematik güçlüklerden dolayı mümkün olmadığı takdirde, pratik amaçlar için yeterli derecede uygun sonuçlar veren yaklaşık bir çözüm elde edilebilir.

Dört kenarından serbestçe oturan dikdörtgen plakların çözümü için kullanılan Navier metodu, plak üzerindeki yükü ve plak sehimlerini sonsuz seriye açmak suretiyle plak diferansiyel denkleminin çözümünü, basit bir cebirsel denkleme indirgediği için büyük kolaylık sağlar. Metodun uygulanmasında; plak üzerindeki p yükü ve W sehimleri çift Fourier (sinüs) serilerine açılarak, buradan bulunan değerler, plak diferansiyel denkleminde yerlerine yazılarak çözüme gidilir.

Navier çözümünden, daha sonra, başka mesnetlenme biçimindeki plakların çözümünde partiküler çözüm olarak yararlanılmıştır.

Bundan başka, karşılıklı iki kenarı serbestçe mesnetlenmiş, diğer doğrultuda sonsuz uzun bir plağın çözümü için ise Levy metodu uygulanır. Bir doğrultuda plak uzunluğu sonsuz olduğu için, bu doğrultuda -örneğin y doğrultusunda- bir değişim yoktur. Bu nedenle plak diferansiyel denklemi yalnızca x'e bağlı olarak yazılır:

$$\frac{d^4 W}{dx^4} = \frac{P(x)}{D} \quad (2.3)$$

Navier çözümünde izlenen yol takibedilir. Ancak plak denklemi bir tek değişkene (x) bağlı olduğu için, plak üzerindeki yük ve plak sehimleri, tek Fourier (sinüs) serisine açılarak çözüme gidilir.

Navier çözümü, form itibariyle oldukça basit bir tarzda düzenlenmiş olmasına rağmen nümerik hesap için uygun değildir. Çünkü gerek momentler, gerekse kesme kuvvetleri için çift katlı serinin yakınsaklığı oldukça kötüdür. Özellikle küçük yüzeylere etkiyen tekil yükler için nispeten fazla sayıda terimi dikkate almak gerekir. Bundan dolayı çözümler, basit sonsuz seriler yardımıyla değişik şekillerde ifade edilirler. Bu çözümlerin herbiri için de yakınsaklık, uygun şekil fonksiyonlarının seçilmesine bağlıdır. Kesin çözüm elde edilebilmesi için, seçilen şekil fonksiyonunun tüm terimlerinin gerek plak diferansiyel denklemini, gerekse sınır şartlarını sağlaması gerekir ki bu çoğu zaman mümkün değildir. Eğer seçilen şekil fonksiyonu, yalnızca plak diferansiyel denklemini veya yalnızca sınır şartlarını sağlıyorsa, bu eksikliğin giderilmeye çalışıldığı yaklaşık çözüm metodları kullanılır. Ancak yaklaşık çözüm metodları ile yakınsaklıktan oldukça uzaklaşılacağı da açıktır.

2.3. ENERJİ METODLARI

2.3.1. Temel Kavramlar

Klasik plak teorisinde, plak problemleri, iç ve dış kuvvetlerin denge koşullarından türetilen bir diferansiyel denklem yardımıyla açıklanmaktadır. Bu diferansiyel denklem, problemin sınır şartları da gözönüne alınarak klasik ya da nümerik yöntemler kullanılarak çözülür. Belli enerji kurallarına dayalı olan alternatif yaklaşımlardan en bilineni ise Ritz metodudur. Düzenlenmiş plak denklemi, enerji kurallarına dayalı olarak doğrudan çıkarılabildiği halde, değişik plak problemlerinin yaklaşık analitik çözümlerini elde edebilmek için bu yöntemlerden de yararlanmak gerekir.

Bir yapı, dış kuvvetlerin etkisinde kaldığında deforme olur. Bu deformasyon süresince dış kuvvetler belli bir miktar iş yaparlar. Bir kuvvetin yaptığı iş, p kuvvet vektörünün ve uygun s deplasman vektörünün skaler çarpımı olarak tanımlanır. İki vektörün yönü aynı ise bu skaler büyüklük pozitiftir. Kuvvet sabit kaldığında iş, $W = p \cdot s$ olur; öte yandan eğer kuvvet deformasyon süresince değişirse, iş, $W = \int_{S_1}^{S_2} p \cdot ds \cdot \cos \alpha$ belirli integralinden hesaplanmalıdır.

Bir elastik cismin deformasyonu boyunca dış kuvvetlerin W_e işi, iç kuvvetlerin W_i işi tarafından karşılanır. Yüklerin kaldırılmasından sonra elastik sistem, ilk durumuna döner ve iç kuvvetlerin yaptığı iş tamamen korunur. Eğer enerjiyi, iş yapabilme yeteneği olarak tanımlarsak, o halde enerjinin korunumu kanunu, toplam iç işin, toplam dış işe eşit ve zıt yönde olmasını gerektirir; sonuç olarak şöyle yazılabilir:

$$W_e + W_i = 0 \quad (2.4)$$

Enerjinin; potansiyel, birim deformasyon, kinetik v.s. denilen değişik tipleri vardır. Potansiyel enerji, kuvvetin, konumundan dolayı iş yapabilme yeteneği olarak tanımlanır. İç kuvvetlerin potansiyel enerjisi, iç kuvvetlerin negatif işine eşittir ve "U birim deformasyon enerjisi" olarak adlandırılır. ($U = -W_i$). Dış kuvvetlerin potansiyel enerjisi V, ilk ve son durumları arasında büyüklük bakımından fark olmayan dış kuvvetler tarafından yapılan negatif iş olarak tanımlanır. ($V = -W_e$). Bir yapı sisteminin Π toplam potansiyel enerjisi, onun birim deformasyon enerjisi ile yükün potansiyel enerjisi toplamından oluşur:

$$\Pi = U + V \quad (2.5)$$

2.3.2. Ritz Metodu:

Ritz tarafından geliştirilen bir enerji metodu, minimum potansiyel enerji prensibine uygulanır. Bu teoreme göre, yapının toplam potansiyel enerjisini minimum yapacak şekilde, denge ve sınır şartlarına uygun çökmeler araştırılır.

Ortayüzeyin çökmesi, bir seri formunda gösterilirse;

$$W(x,y) = c_1 \cdot f_1(x,y) + c_2 \cdot f_2(x,y) + c_3 \cdot f_3(x,y) + \dots + c_n \cdot f_n(x,y)$$

$$W(x,y) = \sum_{i=1}^n c_i \cdot f_i(x,y) \quad (2.6)$$

Burada $f_i(x,y)$, $i = 1,2,3,\dots,n$, teker teker geometrik sınır şartlarını sağlayan sürekli fonksiyonlardır ve deforme olmuş plak yüzeyini ifade ederler. Bilinmeyen $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$ sabitleri, minimum potansiyel enerji prensibinden belirlenir:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial c_1} = 0, \frac{\partial \Pi}{\partial c_2} = 0, \dots, \frac{\partial \Pi}{\partial c_n} = 0 \quad (2.7)$$

Bu minimizasyon kuralı, bilinmeyen c_i parametrelerinden hesaplanabilen belirsiz $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$ katsayılarında n eşzamanlı cebirsel denklemlerini verir.

Deplasman bileşenlerinin terimleriyle ifade edilen momentler:

$$\begin{aligned} m_x &= -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) \\ m_y &= -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \\ m_{xy} &= -D (1 - \nu) \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \end{aligned} \quad (2.8)$$

Eğrilik değişimlerini ifade etmek için de aşağıdaki yardımcı fonksiyonlar kullanılır:

$$K_x = - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \quad K_y = - \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \quad \chi = - \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \quad (2.9)$$

O halde, eğilmedeki birim deformasyon enerjisi, plaklar için şu şekilde yazılabilir:

$$U_b = \frac{1}{2} \iint_D \left\{ \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy \quad (2.10)$$

(A)

Eğer plağın tüm kenarları ankastre ise, Denklem (2.9)'un sağ tarafındaki ikinci terimi sıfır olur. Böylece, potansiyel enerji ifadesi sadeleşmiş olur:

$$U_b = \frac{1}{2} \iint_D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 dx dy \quad (2.11)$$

(A)

$W = 0$ veya $\partial W / \partial n = 0$ olması koşuluyla dikdörtgen plaklarda diğer sınır şartları için aynı sadeleştirme geçerlidir, burada n , sınıra ait normaldir.

Düşey yük etkisinde dikdörtgen bir plak için toplam potansiyel enerji:

$$\Pi = \frac{1}{2} \int_0^a \int_0^b D \left\{ \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right)^2 - 2(1-\nu) \left[\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] \right\} dx dy - \int_0^a \int_0^b p_z \cdot w \cdot dx dy \quad (2.12)$$

Sonuç olarak Ritz metodunda, tüm eleman için potansiyel enerjinin minimize edilmesi esastır. Metodun avantajı, karışık sınır şartlarının söz konusu olduğu durumlarda bile çözüm kolaylığının bulunmasıdır. Ayrıca değişik şekil ve kalınlıktaki plaklar için rahatlıkla kullanılabilir. Elde edilen potansiyel enerji ifadelerinin belirli integrallerinin (tüm kenar boyunca) çözümünden ibarettir.

3. BÖLÜM

SONLU ELEMANLAR METODU

3.1. GENEL KAVRAMLAR

Sonlu elemanlar metodu, matris-deplasman metodunu, yapısal sürekli ortamların analizine uygular. Plağın elastik sürekli ortamı, sadece düğüm noktalarında birleştirilmiş ayrı ayrı elemanların oluşturduğu dönüştürülmüş temsili bir taşıyıcı sistemle ifade edilir. Şu şekilde ki; plakta-ki yerdeğiştirmelerin gerçek sürekliliği, yaklaşık olarak düğüm noktası deplasmanları olarak kabul edilirler.

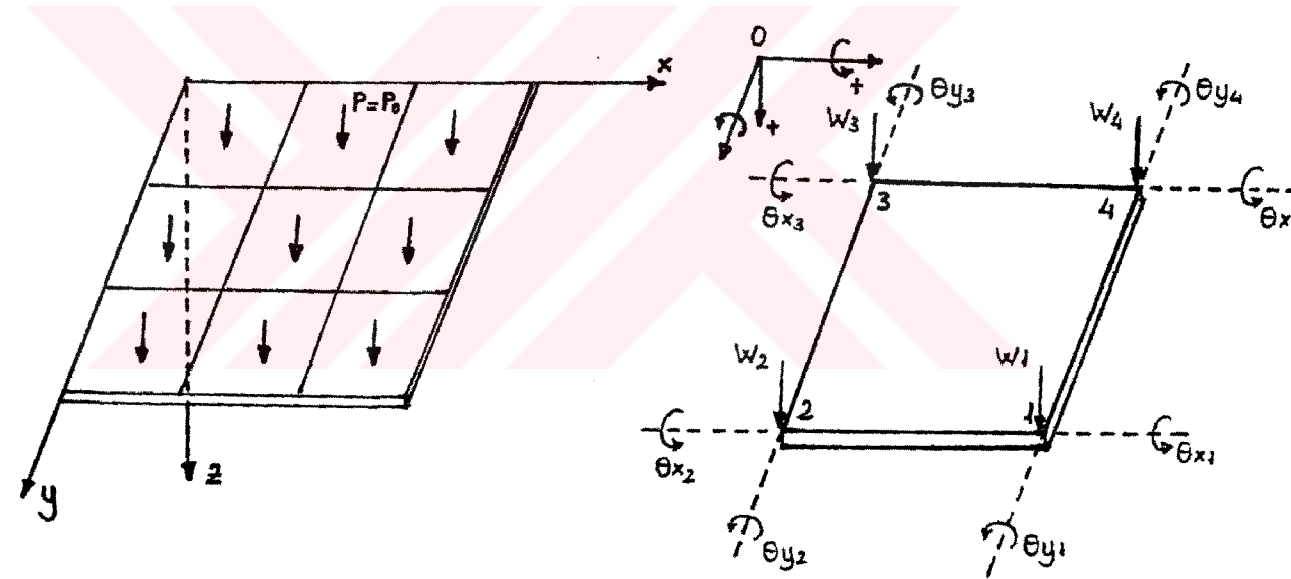
Bir yapısal sistemin, matris-deplasman metodu ile çözümü tekniği, kullanılan elemanın cinsinden etkilenmez. Bu nedenle yapı sistemlerinin analizi için, nümerik yöntemler ve bilgisayar teknikleri, uygun rijitlik katsayıları mevcut olmak şartıyla, sonlu elemanlar metodu için de geçerlidir.

Sonlu elemanlar metoduna yönelik ilk başarılı çalışmalar, fizik bilimine dayanan kurallarla metodu öneren Argyris ve Turner tarafından gerçekleştirilmiştir. Literatürde, ilk olarak 1955'te tanıtılmasından sonra, metodun uygulamaları ve geliştirilmesi konusunda çok sayıda makaleye rastlanmaktadır. Bilgisayar teknolojisindeki gelişime paralel olarak hızla gelişmiş, bundan dolayı günümüzde, statik ve dinamik sürekli ortam analizinde en hünerli yöntemlerden biri olmuştur.

Yalnızca bir boyutlu çubuk sistemler için değil, aynı zamanda iki ve üç boyutlu sistemleri de içine alacak şekilde geliştirildiği için mühendislikte çok önemli bir yer tutan iki boyutlu sistemlerden levha, plak ve kabuk gibi yapı sistemleriyle, üç boyutlu elastik ortamların hesabı da bu metodla yapılabilmektedir. Ancak bir boyutlu sonlu elemanlara ait matrislerin değerlerinin kesin olarak tayin edilebilmesine

karşılık, iki ve üç boyutlu elemanlarda bu değerler, eşdeğer fiktif çubuk sistemler kullanılarak, bazı basitleştirici kabuller yardımıyla, sadece yaklaşık olarak tayin edilebilmektedir.

İncelenecek olan iki veya üç boyutlu sistem, sonlu büyüklükte ve yeterli sayıda elemana bölünür(Şekil 3.1a), bu elemanlarda esas sistemin bütün maddesel özellikleri korunur. Elemanların birleştiği köşe noktalara "düğüm noktaları", düğüm noktalarındaki deplasman ve iç kuvvet bileşenlerine de sırasıyla "uç deplasmanları" ve "uç kuvvetleri" adı verilir (Şekil 3.1b).



Şekil 3.1a. Dikdörtgen bir plak elemanında sonlu elemanlar ağı.

Şekil 3.1b. Dikdörtgen sonlu elemanın uç deplasmanları.

Bu bölünmüş elemanlar; üçgen, dikdörtgen ve trapez gibi değişik geometrik şekillerde olabilirler. Bu çalışmada, taşıyıcı yapı sistemlerinin analizinde, daha basit bir eleman analizine ve daha fazla kesinlikle genel sonuca götürdükleri için, en çok dikdörtgen elemanlar üzerinde durulmaktadır.

Orijinal düzlemsel yapının yerine, sadece düğüm noktalarında birleştirilmiş dikdörtgen şeklinde bir sonlu elemanlar topluluğu ele alındığında esas ve temsili sistem yerdeğiştirme eğrileri arasında yakın bir benzerlik bulunmaktadır. Eğer eleman içinde ve komşu elemanlar arasındaki her yerde yerdeğiştirmelerin ve gerilmelerin tam uygunluğu sağlanacak şekilde yerdeğiştirme eğrileri seçilmişse bu gerçekleşebilir. Eleman boyutları küçüldükçe, temsili sistemin yerdeğiştirme bileşenleri (bundan dolayı da gerilme bileşenleri) etkiye noktalarında gerçek değerlere yaklaşacağından, bu yaklaşım artar. Sonuç olarak, yakınsama ve elde edilen çözümün doğruluğu, büyük oranda, sonlu elemanlar için seçilen şekil fonksiyonlarına bağlıdır. Önceden eleman yerdeğiştirme eğrileri belirlendiğinden, sonuçtaki sonlu eleman "deplasman (=yerdeğiştirme) modeli" olarak adlandırılır. Deplasmanların yerine, eleman içinde ve sınırlarında gerilme dağılım modelleri de belirlenebilir ve bu yolla bir "denge modeli" elde edilebilir. Geometrik bakış açısından, deplasman modellerini kullanmak daha kolay olduğundan, bu çalışma, yalnızca deplasman modellerini kullanarak eleman-rijitlik matrislerinin elde edilmesiyle sınırlı kalacaktır.

Matematiksel olarak, sürekli ortamın sonlu elemanlarla temsili, daha çok Ritz metodunu andırır. Plağın deplasmanları bilinmeyen sabitlerle çarpılır. Bu bilinmeyenler, minimum potansiyel enerji teoreminden belirlenir. Sonlu elemanlar metodunda, her bir eleman için özel deplasman eğrileri kabul edilir. Plağın tüm deplasman alanı, bölünmüş elemanlarda ifade edilebilmelidir. Düğüm noktası değerlerinin terimlerinde, iç eleman deplasmanlarının özellikle ifade edilmesi sağlanır. Plağın toplam potansiyeli, bağımsız elemanların tüm potansiyel enerjilerinin toplamından elde edilir, düğüm noktaları dengede olduğu zaman kararlı bir değere sahiptir. Bu durum, yapı sisteminin toplam potansiyelinin minimizasyonuna neden olur ki bu yine denge koşullarına uyan deplasman alanını verir.

Melosh, bir alt sınır çözümünü veren sonlu elemanlar metodunu önermiş, bağımsız elemanların deformasyon eğrilerinin, bitişik elemanların arayüzeyinde deplasmanların tam uygunluğunun sağlandığı bir durumda seçilmesini şart koşturmuştur.

Matris-deplasman çözümünde, sürekli ortamın gerçek deplasman alanı, sonlu elemanların deplasmanları ile yaklaştırıldığı için, sonlu eleman yaklaşımının en genel yaklaşım kriteri şudur:

"Eleman sayısı sonsuza doğru arttıkça, sonlu elemanların birleştirilmesiyle elde edilen temsili sistemin toplam enerjisi, esas sisteminkine yaklaşmalıdır."

Plak sistemin toplam potansiyeli Π şöyle yazılabilir:

$$\Pi = \frac{1}{2} \iiint_{(V)} \{\epsilon\}^T \cdot \{\sigma\} dV - \iiint_{(V)} \{d\}^T \cdot \{p\} dV \quad (3.1)$$

Burada $\{\epsilon\}$ birim deformasyon matrisi ve $\{\sigma\}$ gerilme matrisidir; ayrıca $\{p\}$ matrisi dış kuvvetleri gösterir ve $\{d\}$ deplasman matrisidir. Denklem (3.1)'de deplasman fonksiyonlarının bir ailesi yerine konacak olursa, minimum potansiyel enerji prensibinin sonuçları, aşağıdaki matris denkleminde görüldüğü gibidir:

$$\{k\} \cdot \{d\} - \{p\} = 0 \quad (3.2.a)$$

Aynı denklem şu şekilde de yazılabilir:

$$\{d\} = \{k\}^{-1} \cdot \{p\} \quad (3.2.b)$$

Burada $\{k\}$ toplam plak rijitlik matrisidir. Asıl sistemin yerine konulan temsili sistemin potansiyel enerjisi, rijitlik matrisi ile ifade edildiğinden, aşağıdaki özel kriterler, özellikle bu matris için ve genelde sonlu elemanlar için gereklidir:

1. Elemanların idealleştirilmesi minimumda tutulmalıdır, çünkü idealleştirme hatalarının etkisi, sonlu elemanın çözüm doğruluğu ile ters orantılıdır.

2. Sonlu elemanın son deformasyon eğrisi ve ona karşılık gelen gerçek sürekli ortam arasında benzerlik olmalıdır.

3. Sürekli ortamın deformasyon şekli, düğüm noktaları deplasmanı olarak kabul edildiğinden fiziki yönden muhtemel bütün düğüm deplasmanları gözönüne alınmalıdır.

4. Sonlu eleman dahilindeki bütün deplasman ve gerilmelerin uygunluğu sağlanmalıdır.

5. Bütün kenar deplasman ve gerilmelerinin, bitişik elemanların kenarları boyunca uygunluğu gerekmektedir.

6. Rijit parça deplasmanları halinde, elemanlar deform olmamalıdır.

7. Elemanlar için tavsiye edilen deplasman fonksiyonları, bütün uygun deformasyonları ifade etmelidir.

8. Elemanın gözle görülen dengesi tatmin edici olmalıdır.

9. Dinamik problemlerin çözümü için, elemanların sayısı sonsuza doğru arttığında, temsili sistemin kinetik enerjisi, esas sisteminkine yaklaşmalıdır.

Eleman-rijitlik katsayılarının değerlendirilmesinde, taşıyıcı sistemlerin çok bilinen bilgisayar tekniklerinden biri takibedilebilir. Birim deplasman yaklaşımı, düzlemsel elemanlar için uygulandığında, aynı zamanda uygun deplasman eğrileri düşünülmelidir. Bu deplasman alanlarının seçimi, plak sistemlerin çözümünde, elde edilebilecek doğruluktan çok kolaylığa özen gösterilerek ele alınmaktadır, genelleştirilmiş rijitlik katsayılarının elde edilmesi için gereklidir. Ayrıca bütün rijitlik katsayıları açık matematik ifadelerle verilir ve böylece kullanımının kolaylaştırılması sağlanır. Bu rijitlik katsayılarının, plakların matris-deplasman çözümünde kullanımı, güvenilir bir sonuç elde etmek için uygun bir yoldur. Daha gelişmiş deplasman eğrileri genellikle, eleman-rijitlik katsayılarının üretimi için, özel bilgisayar programları ile bağlantılı olarak, elektronik bilgisayarların kullanımını gerektirir.

3.2. ELEMAN-RİJİTLİK MATRİSİNİN EĞİLME KISMI

Birim deformasyon durumunda anlatıldığı gibi, dikdörtgen plak elemanlar için eleman-rijitlik analizinin genel yaklaşımı, rijitlik katsayılarının eğilme kısmının saptanmasında kullanılabilir. Yine de, tüm uygunluk gereksinimlerini karşılayacak uygun eleman-deformasyon eğrilerinin seçiminde güçlük ortaya çıkmaktadır. Kirchhoff-Love'un küçük-sehim teorisini kullanarak, düzlem dışı kuvvetlerin sonucu düşey $w(x,y)$ deplasmanları ele alınır. Bu durumda, plak eğilmesi için her düğüm noktası, üçüncü dereceden kinematik serbestliğe sahiptir. Bunlar; bir düşey deplasman ve sırasıyla x ile y eksenlerindeki dönmelerdir. Kiriş elemanlarının olası çökmelerinin sonuçları gözönüne alınarak basit ve uygun bir şekil fonksiyonu elde edilebilir. Böylece, bir elemanın deplasman eğrisi, $x = \bar{a}$ 'da ve $y = \bar{b}$ 'de bulunan düğüm noktasının genelleştirilmiş birim ötelenmesiyle üretilir. Örneğin şöyle yazılabilir:

$$w_i(x,y) = \left[3\left(\frac{x}{\bar{a}}\right)^2 - 2\left(\frac{x}{\bar{a}}\right)^3 \right] \left[3\left(\frac{y}{\bar{b}}\right)^2 - 2\left(\frac{y}{\bar{b}}\right)^3 \right] \quad (3.3)$$

Benzer şekilde deplasman eğrisi, y eksenini etrafında aynı düğüm noktasının genelleştirilmiş birim dönmesinden ileri gelirse, yaklaşık olarak şöyle ifade edilebilir:

$$w_j(x,y) = \left[\bar{a}\left(\frac{x}{\bar{a}}\right)^2 \cdot \left(1 - \frac{x}{\bar{a}}\right) \right] \left[3\left(\frac{y}{\bar{b}}\right)^2 - 2\left(\frac{y}{\bar{b}}\right)^3 \right] \quad (3.4)$$

Elemanlardaki deformasyon bileşenleri üç eğrilik durumundadır. Böylece $\{K_i\}$ şu şekilde yazılabilir:

$$\{K_i\} = \begin{Bmatrix} K_{xi} \\ K_{yi} \\ \chi_i \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w_i}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w_i}{\partial y^2} \\ -\frac{\partial^2 w_i}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.5)$$

Burada negatif işaretler, aşağıya doğru pozitif alınan W düzey çökmesinden kaynaklanmaktadır. Gerilmelerden çok, çökme eğrileri seçimine uygun gerilme bileşikleri açık bir şekilde yazılabilir:

$$\begin{Bmatrix} m_{xi} \\ m_{yi} \\ 2m_{xyi} \end{Bmatrix} = D \cdot \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1-\nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 W_i}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 W_i}{\partial y^2} \\ -\frac{\partial^2 W_i}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} = D \cdot [H_b] \cdot \{K_i\} \quad (3.6)$$

Burada D, plağın elastik rijitliğini gösterir. ($D = Eh^3 / 12(1-\nu^2)$) $[H]$ matrisi, Hooke gerilme-birim deformasyon ilişkisini gösterir.

Virtüel iş prensibini uygulayabilmek için öncelikle deplasman eğrisinin oluşturduğu kenar kuvvetler belirlenmelidir. Böylece dağıtılan kenar kuvvetler, fiktif düğüm noktası kuvvetlerine transfer edilmelidir ki yayılı kenar kuvvetlerini dengelesin. Düğüm noktalarında yoğunlaşmış statikçe eşdeğer kuvvetler, genelde simetrik olmayan eleman rijitlik matrisleri verirler. Simetrik olmayan büyük matrislerde bilgisayar işlemleri önemli problemler yarattığından, simetrik rijitlik matrislerinin üretilmesi zorunludur. Gerekli olan simetri, yalnızca virtüel iş teoremini uygulayarak sağlanır. Virtüel iş teoreminin prensipleri, kabul edilen $\{\epsilon_i\}$ kuvvet alanına ve uygun $\{\xi_j\}$ virtüel deplasman alanına uygulanacak olursa, şu denklem elde edilir:

$$f_{ji} = \iiint_{(V)} \{\epsilon_i\}^T \cdot \{\xi_j\} dV \quad (3.7)$$

Burada integral, elemanın hacmi üzerinde alınır. Gerilme vektörü $\{\epsilon_i\}$, uygun terimlerle, $\{\xi_i\}$ birim deformasyon vektörü cinsinden ifade edilebilir:

$$\{\zeta_i\} = [H] \cdot \{\varepsilon_i\} \quad (3.8)$$

O halde $\{\zeta_i\}^T = \{\varepsilon_i\}^T \cdot [H]$ olacağından denklem (3.7) şu şekilde yazılabilir:

$$\rho_{ji} = \iiint_{(V)} \{\varepsilon_i\}^T \cdot [H] \cdot \{\varepsilon_j\} \cdot dV \quad (3.9)$$

Virtüel iş prensibini uygulayarak rijitlik matrisinin eğilme kısmının elemanları, denklem (3.7)'den elde edilebilir:

$$\begin{aligned} \rho_{ji(b)} &= \iiint_{(V)} \{\zeta_i\}^T \cdot \{\varepsilon_j\} \cdot dV = \iint_{(A)} \{m_i\}^T \cdot \{K_j\} \cdot dA \\ &= D \iint_{(A)} \{K_i\}^T \cdot [H_b] \cdot \{K_j\} \cdot dA \end{aligned} \quad (3.10)$$

Burada $\{K_j\}$ virtüel olarak bulunan birim deformasyondur. Bu denklemde, (3.5) ve (3.6) denklemlerinin yerine konulmasıyla, eğilme rijitlik matrisi elemanlarının değerlendirilmesi için genel ifade elde edilmiş olur:

$$\rho_{ij(b)} = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \iint_{(A)} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 W_i}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 W_i}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 W_i}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2(1-\nu) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial^2 W_j}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 W_j}{\partial y^2} \\ \frac{\partial^2 W_j}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \cdot dA \quad (3.11)$$

Buradaki ifadede $[H_b]$ matrisi simetrik olduğu için, denklem (3.10) gözönüne alınarak $\rho_{ij(b)} = \rho_{ji(b)}$ olduğu söylenebilir.

Kabul edilen çökme eğrilerinin özel kombinasyonlarının [(3.3) ve (3.4) denklemleri], denklem (3.11)'de yerine konması, eğilme rijitlik katsayılarını verir.

Seçilmiş şekil fonksiyonları için, analitik ifadenin gelişmesi genellikle zor bir iştir. Sonuç olarak, eleman-

lararası tam uygunlukla birkaç çözüm, bir dereceye kadar mevcuttur. Çoğunlukla, genelleştirilmiş parametrelerin belirlenmesine dayanan bir yöntem izlenir. Herbir düğüm noktası, bir ötelenme ve iki dönmeye sahip olduğu için, aynı toplam serbestlik derecesinde olan 12 terimli, polinom formundaki W düşey deplasman fonksiyonu ele alınmış olsun.

Böylece, aşağıdaki 4. dereceden polinom seçilebilir:

$$W(x,y) = A_1 + A_2x + A_3y + A_4x^2 + A_5xy + A_6y^2 + A_7x^3 + A_8x^2y + A_9xy^2 + A_{10}y^3 + A_{11}x^3y + A_{12}xy^3 \quad (3.12)$$

Burada dördüncü dereceden polinomun bazı terimleri ihmal edilebilir. Ya x, ya da y sabit olduğu zaman, sabit olmayan değişkenlerde, denklem (3.12) kübik olur; böylece arayüzeylerde plakların gerçek deformasyonuna yakın bir sonuç elde edilebilir. Eğimler ve dönmeler idantik olduğundan, bir düğüm noktasındaki genelleştirilmiş düğüm deplasman vektörü şöyle yazılabilir:

$$\begin{Bmatrix} W \\ \Theta_x \\ \Theta_y \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} W \\ \frac{\partial W}{\partial x} \\ \frac{\partial W}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.13)$$

Elemanın düğüm deplasmanları matris formunda tanımlanırsa;

$$\{\delta\} = \begin{Bmatrix} W_0 \\ \Theta_{x0} \\ \Theta_{y0} \\ W_2 \\ \Theta_{x2} \\ \Theta_{y2} \\ \vdots \\ \Theta_{y4} \end{Bmatrix} = [f_b] \cdot \begin{Bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ A_{12} \end{Bmatrix} = [f_b] \cdot \{A\} \quad (3.14)$$

Bu ifadede $[f_b]$, deplasman fonksiyonları matrisidir. $[f_b]$ matrisinde, düğüm noktalarının yer koordinatları yerine konarak $[F_b]$ matrisi elde edilir. Düğüm noktaları deplasmanları;

$$\{\delta_r\} = [F_b] \cdot \{A\} \quad (3.15)$$

ile verilebilir. Şekil fonksiyonunun bilinmeyen katsayıları [Denklem (3.12)];

$$\{A\} = [F_b]^{-1} \cdot \{\delta_r\} \quad (r=1,2,3,4) \quad (3.16)$$

denkleminde belirlenir.

Denklem (3.11)'de $W^{(1)} = W$, $W^{(2)} = \partial W / \partial y$ yerlerine konarak, özel kombinasyonda, aranan rijitlik matrisinin bütün elemanları tek tek belirlenebilir.

3.3. ÜÇGENSEL PLAK ELEMANLAR

Düzensiz sınırlarla plakların çözümü için, üçgensel elemanların avantajları açıktır. Eleman özelliklerinin içeriğinde, gerilme ve eğilmeye maruz dikdörtgen elemanlar için anlatılanlarla aynı kurallar izlenebilir. Sınırlarda bütün uygunluk gereksinimlerinin karşılandığı farzedilen plak eğilmesi için şekil fonksiyonlarının seçiminde yine de zorluklar ortaya çıkar. Dikdörtgen plak elemanlar için açıklandığı gibi, "genelleştirilmiş parametrelerin determinasyonu" tekniği uygulanarak üçgensel elemanlar için de uygun şekil fonksiyonları elde edilebilir.

3.4. UYGUN YÜK VEKTÖRLERİYLE GELİŞTİRİLMİŞ YÜK GÖSTERİMİ

Tekil dış yük ve momentler durumunda, bunların uygulama noktalarına ait düğümler saptanır. Yayılı yükler için en basit teknik, onları düğüm noktalarına taşınmış dört merkezi kuvvet içine toplamaktır. Eğer sonlu elemanın boyutları küçükse, bu teknik kabul edilebilir sonuçlar verir.

Daha büyük bir yük tasarımı, yine, düğüm noktalarında uygulanan, statikçe eşdeğer merkezi kuvvetler ve momentlerle elde edilir.

Oldukça geliştirilmiş bir yük tasarımı, uygun yük vektörleri şeklinde genelleştirilmiş dış düğüm kuvvetleriyle elde edilir. Bu yöntem, elemanların sayısı arttığında, temsili sistemin, esas sistemine yaklaşması beklenen toplam enerjisi için gerekli olan, sonlu elemanlar metodun yakınsama kriterinden elde edilir. Bununla birlikte, bütün diğer düğüm deplasmanları sıfırda tutulduğunda, önerilen bir virtüel birim deplasman, koordinatlardan birinin üzerindedir.

3.5. GENEL

Matris-deplasman metodunun düzenlenmiş denkleminin çözümü genel olarak, küresel koordinat sisteminde ifade edilen, düğüm noktalarının $\{d\}$ deplasmanlarını verir. Bu deplasmanlar, bağımsız elemanlarda birim deformasyon ve gerilmelerin elde edilmesi için tekrar yerel koordinat sistemine dönerek ele alınmalıdır. Bu dönüşüm şu şekildedir:

$$\{d\} = [T] \cdot \{\bar{d}\} \quad (3.17)$$

Burada $[T]$, transformasyon matrisidir. Bu düğüm deplasmanlarından, elemanın herhangi bir noktasındaki birim deformasyonlar hesaplanabilir:

$$\{\underline{\epsilon}\} = [S] \cdot \{d\} \quad (3.18)$$

$\{\underline{\epsilon}\}$ sonuç deformasyon vektörüdür ve $[S]$, yerdeğiştirme ve şekildeğiştirmelerle ilgili birim deformasyon matrisidir. Benzer şekilde, sonuç gerilme vektörü;

$$\{\underline{\sigma}\} = [H] \cdot \{\underline{\epsilon}\} \quad (3.19)$$

denkleminde bulunabilir.

Bundan başka, daha az üzerinde durulan yöntem, sonlu fark metodlarına dayalı olarak geliştirilebilir. Örneğin; geliştirilmiş sonlu fark ifadeleri kullanılarak, düğüm noktalarının son çökmelerinden iç kuvvetler hesaplanır. Ayrıca, bu bilinen iç kuvvetlerden sonuç gerilmeler belirlenir.

Sınır şartlarının tamamen aynı kaldığı kabul edilerek, düğüm noktası reaksiyonları, elemanların kenarlarında veya yüzeylerinde hesaplanır. O halde, elemanın deplasmanları yalnızca bu sınır kuvvetlerinin belirlenmesine bağlıdır.

Ayrılmış elemanların her kenarında serbestlik derecelerinin aynı olması gerektiği ve düğüm noktaları sayısının serbestlik dereceleri sayısına eşit olmak zorunda olduğu açıktır. Bu basit yöntem, büyük sistemlerin dinamik analizi için de geçerlidir.

Küresel ve kutupsal koordinatlar gibi, kartezyen koordinatlardan farklı bir koordinat sisteminin kullanılması, eleman-rijitlik katsayılarının değerlendirilmesini çoğu kez kolaylaştırabilir.

Sonlu elemanlar metodu, hatırı sayılır pratik önemi olan bir yapı konfigürasyonu ile, özellikle köprü projelerinde ve plakların çözümünde kolayca uygulanabilir. Matris-deplasman metodunun genel süperpozisyon kuralını uygulayarak karşılıklı düğüm noktalarında, giriş rijitlik matrisinin uygun elemanları, plağınkilere eklenerek toplam yapının rijitlik matrisi elde edilir.

3.6. SONLU ELEMANLAR METODUNDA ADIMLAR

Dış yükler altında dengedeki bir cismin gerilme-deformasyon analizi için elemanların incelenmesi, rijitlik-yük ilişkisini kapsar. Böyle bir ilişki elde etmek için, elemanın davranışını yönlendiren kanun ve prensiplerden yararlanılır. Amaç, u'nun dağılımını bulmak olduğu için, kanun

ve prensipler, u'nun terimlerinde ifade edilmeye çalışılır. Uygun bir şekil fonksiyonu seçilerek eleman üzerinde u'nun dağılımının ana hatları belirlenir.

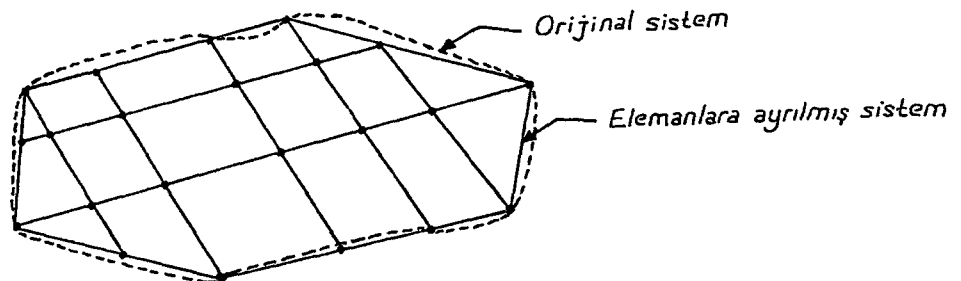
Sonlu elemanlar metodunun formülasyonu ve uygulanması, sözü edilen ifadeleri içeren sekiz temel adımda ele alınır.

1.Adım: Ayırma ve Eleman Konfigürasyonunu Seçme

Bu adım, bir elemanın, sonlu elemanlar adı verilen, uygun sayıda "küçük" elemanlara bölünmesini içerir. Eleman kenarlarının kesişme yerlerine düğüm noktaları, elemanların arasındaki arayüzeyle de düğüm çizgileri denir. Düğüm çizgileri boyunca sık sık ilave düğüm noktaları kullanma ihtiyacı duyulabilir.

Ne tip elemanların kullanılabileceği, sürekli ortam karakteristiklerine ve kullanım için seçilen idealizasyona bağlıdır. İki boyutlu elemanlar için üçgen ve dörtgenler kullanılır, üç boyutlu idealleştirme için bir altıyüzlü kullanılabılır. Sistem kendi içinde düzgün şekilli elemanlara bölünebilirse de eğer sınırlar düzenli değilse özel hazırlıklar yapılması gerekir. Birçok durumda, düzensiz sınırlar, birtakım doğrusal çizgiler yardımıyla düzeltilir.(Şekil 3.2) Öte yandan diğer birçok problemler için, sınırları yeterli yaklaşıklıkla ifade etmek amacıyla matematiksel fonksiyonlar kullanmak gerekli olabilir.

Bir sonlu eleman formülasyonunda düzensiz sınırların dikkate alınmasıyla çok büyük zorluklar ortaya çıkmaz.



Şekil 3.2.Düzensiz sınırlar için elemanlara ayırma.

2.Adım: Seçilen Yaklaşım Modelleri ve Fonksiyonları

Bu adımda gerilme-deformasyon problemleri için, bir deplasman ve/veya gerilme meydana getirebilen bilinmeyen miktardaki dağılım için bir şekil fonksiyonu seçilir. Eleman yüzeyinde bilinmeyen miktardaki dağılım şeklini açıklamak amacıyla yazılan matematiksel fonksiyonlar için, eleman düğüm noktaları, kritik noktalara yerleştirilir. Bu amaçla, polinomlar ve trigonometrik seriler gibi birtakım matematiksel fonksiyonlar kullanılabilir. Rahatlıkları ve basitliklerinden dolayı sonlu eleman formülasyonunda özellikle polinomlar kullanılır. Eğer bilinmeyen olarak u alınırsa, polinom şeklindeki enterpolasyon fonksiyonu şöyle yazılabilir:

$$u = N_1 \cdot u_1 + N_2 \cdot u_2 + \dots + N_m \cdot u_m \quad (3.20)$$

Burada $u_1, u_2, u_3, \dots, u_m$ düğüm noktalarındaki bilinmeyenlerin değerleridir ve $N_1, N_2, \dots, N_m$ enterpolasyon fonksiyonlarıdır. Her düğüm noktasında iki deplasmanı olan bir düzlem deformasyon problemi ele alınacak olursa bilinmeyenler ya da serbestlik dereceleri, dikdörtgen elemanlar için $u_1, u_2, u_3, \dots, u_8$ şeklinde gösterilebilir.

Serbestlik derecesi, düğüm noktalarında oluşabilecek bağımsız deplasmanların sayısı, şeklinde açıklanabilir. Eğilmeler dikkate alındığında, bağımsız serbestlik derecesine eşit sayıda dönmeleri veya eğimleri de dikkate almak gerekir. Bütün düğüm noktalarında, $u_1, u_2, \dots, u_m$ şeklindeki u bilinmeyenlerinin değerlerini verecek şekilde çözümler aranır. Oluşturulan çözüm yoluna göre çalışmaya başlamak için gerekli şartlara, kanunlara ve eldeki problemin kurallarına uygun bir şekil fonksiyonu kabul edilir.

Çözümün, yalnızca düğüm noktalarındaki bilinmeyenlerin terimlerinden elde edildiğine dikkat edilmelidir. Bu, elemanlara ayırma yönteminin sonuçlarından biridir. Bu şekilde

elemanlara ayırma yoluyla, kesin çözüme mümkün olduğu kadar yakın bir çözüm elde edilebilir, ki bu çözümde hata oldukça küçüktür.

3.Adım: Birim Deformasyon - Yerdeğiştirme ve Gerilme -
Birim Deformasyon İlişkilerinin Açıklanması

Minimum potansiyel enerji prensibinin kullanıldığı bir sonraki adıma geçebilmek için prensipte ortaya çıkan uygun büyüklükler belirlenmelidir. Örneğin, yalnızca bir y yönünde deplasman oluşması durumunda, ϵ_y birim deformasyonunun küçük olduğu kabul edilir, yani;

$$\epsilon_y = \frac{dv}{dy} \quad (3.21)$$

Burada v, y yönündeki deplasmandır.

Birim deformasyona ek olarak, ilave bir büyüklük de tanımlanması gerekir, bu genellikle gerilmenin birim deformasyonla olan bağıntılarının belirlenmesi ile yapılır. Bu şekilde bir ilişki, gerilme-birim deformasyon kuralı olarak adlandırılır. Genel bir ifadeyle, bu bir yapı kuralıdır ve kuvvetin uygulanmasıyla sistemdeki cevabı veya deplasman, birim deformasyon şeklindeki sonucu ifade eder. Gerilme-birim deformasyon kuralı, sonlu eleman analizinin en temel kısımlarından biridir.

Bir temel örnek olarak, katı bir cisimde, gerilmenin birim deformasyonla olan ilişkisini gösteren Hooke Kanunu dikkate alınabilir:

$$\sigma_y = E_y \cdot \epsilon_y \quad (3.22.a)$$

Burada σ_y = düşey yöndeki gerilme ve E_y = elastisite modülüdür. Denklem (3.21)'deki ϵ_y , denklem (3.22a)'da yerine konursa, deplasmanların terimlerinde gerilme için bir ifade elde edilebilir:

$$\sigma_y = E_y \cdot \frac{dv}{dy} \quad (3.22.b)$$

4.Adım: Eleman Denklemlerinin Elde Edilmesi

Mevcut kanunlar ve kurallar yardımıyla, elemanın davranışı izlenerek denklemler elde edilir. Bu denklem genel terimlerle elde edilir ve sonra bölgelere ayrılmış cisimdeki tüm elemanlar için kullanılabilir.

Eleman denklemlerinin türetilmesi için birkaç alternatif yol mümkündür. En yaygın olan ikisi, enerji metodları ve ağırlıklı kalan metodlarıdır.

Enerji yönteminin kullanımı, varyasyonel hesap bilgisini gerektirir. Bu nedenle denklemlerin türetilmesinde genellikle, daha az zorluktaki, diferansiyel hesabın kullanımına yönelik yöntemlere yer verilmektedir.

Enerji Metodları

Bu yöntemler, yüklenmiş cisimler için kabul edilen bir skaler büyüklüğün belirli değerlerine uyan, cisimlerin veya yapıların kararlı durumlarını bulma fikrine dayanır. Mühendislikte genellikle bu büyüklük, enerjinin veya işin bir ölçüsüdür. Enerjinin kararlı değerlerini bulma yöntemi, varyasyon kurallarını da içeren ve "varyasyonlar hesabı" denilen matematiksel kuralların kullanımını gerektirir. Enerji metodlarının alanı içinde, sonlu elemanlar uygulamalarında yaygın olarak kullanılan sabit potansiyel enerji prensibi gibi bazı yöntemler yer almaktadır.

Sabit Değer

Basit bir ifadeyle sabit terim; bir maksimumu, bir minimumu veya bir $F(x)$ fonksiyonunun ekstremum noktasını gösterebilir. Belli koşullar altında, fonksiyon bir minimum veya maksimum değeri gösterir. Sabit bir değere ait noktayı

bulmak için F'nin türevi sifira eşitlenir:

$$\frac{dF}{dx} = 0 \quad (3.23)$$

Potansiyel Enerji

Gerilme-deformasyon analizi durumunda F fonksiyonu genellikle, önceden belirli enerji fonksiyonlarından birini gösterir. Örneğin, yük altındaki bir cisimdeki enerji F ile tanımlanır. Eğer, verilen mesnet şartları altındaki bir basit kiriş, lineer-elastikse ve dengedeyse, bu, kirişin minimum potansiyel enerjiye sahip olacağını gösterebilir. Yaygın olarak kullanılan notasyonlara uymak için potansiyel enerji Π_p sembolüyle gösterilecektir.

Potansiyel enerji, U birim deformasyon enerjisiyle, W_p dış yüklerinin potansiyel enerjilerinin toplamı olarak belirlenir. Son terim, cismin bir v deformasyonu yardımıyla yaptığı iş için P yükünün kapasitesini ifade eder. O halde;

$$\Pi_p = U + W_p \quad (3.24.a)$$

olur.

Minimum potansiyel enerji prensibi uygulandığında, Π_p 'nin türevi alınır ve sifira eşitlenir. Türev alındığında, yükün sabit kaldığı kabul edilir. Öyleyse;

$$\delta \Pi_p = \delta U - \delta W_p = 0 \quad (3.24.b)$$

δ sembolü Π_p potansiyel enerjisinin türevini gösterir. Burada dış yüklerin potansiyel enerjilerinin türevi ile yükler tarafından yapılan işin türevi arasındaki ilişki kullanılır:

$$\delta W = -\delta W_p \quad (3.24.c)$$

Denklem (3.24b) ve (3.24c)'de negatif işaretler ortaya çıkar çünkü denklem (3.24a)'daki dış yüklerin potansiyel enerjisi, dış yüklerin yaptığı iş yüzünden azalır.

Denklemde, lineer-elastik cisimler için Π_p 'nin değerinin bir minimum olacağı, Π_p 'nin ikinci türevinin sıfırdan daha büyük olacağını göstermek suretiyle doğrulanır, şöyle ki;

$$\delta^2 \Pi_p = \delta^2 U - \delta^2 W_p > 0 \quad (3.25)$$

Bağımsız koordinatlarla veya ifade edilen terimlerdeki bilinmeyenlerle ilgili olarak δ , Π_p 'nin türevlerini gösteren basit bir sembol olarak yorumlanmalıdır. Örneğin;

$$\Pi_p = \Pi_p (U_1, U_2, U_3, \dots, U_n) \quad (3.26)$$

Burada $U_1, U_2, U_3, \dots, U_n$ düğüm noktalarındaki toplam bilinmeyen sayısıdır, o halde $\delta \Pi_p = 0$ olur.

$$\frac{\partial \Pi_p}{\partial U_1} = 0, \quad \frac{\partial \Pi_p}{\partial U_2} = 0, \dots, \frac{\partial \Pi_p}{\partial U_n} = 0 \quad (3.27)$$

Burada n bilinmeyenlerin toplam sayısıdır.

ELEMAN DENKLEMLERİ

Bahsedilen bu enerji metodlarının kullanımı, bir elemanın davranışını açıklayan denklemlerin bulunmasına yol gösterir, genel olarak ifade edildiğinde;

$$[k] \cdot \{q\} = \{Q\} \quad (3.28)$$

Burada $[k]$: eleman bünye matrisi, $\{q\}$: eleman düğüm noktalarındaki bilinmeyenler vektörü ve $\{Q\}$: eleman kuvvet parametreleri vektörüdür. Denklem (3.28) genel bir ifadeyle

yazılmıştır; gerilme analizinin özel çözümü için, $[k]$: rijitlik matrisi, $\{q\}$: düğüm deplasmanları vektörü ve $\{Q\}$: düğüm kuvvetleri vektörüdür.

5.Adım: Genel Kullanım için Toplu Denklemler ve Önerilen Sınır Şartları

Amaç, cismin veya yapının davranışını yaklaşık olarak açıklayan denklemlerin tüm sistem için elde edilmesidir. Önce eleman denklemleri, (denklem(3.28)), genel bir eleman için oluşturulur ve tekrar tekrar kullanılarak diğer elemanlar için denklemler üretilmeye çalışılır. Sonra bunlara, bulunan küresel denklemler ilave edilir. Bu toplama kuralı, uygunluk ve süreklilik kanununa dayanır. Sistemin sürekliliğini koruması gerekir; komşu noktalar, yük uygulandıktan sonra yine herbiri diğerinin bitişiğinde kalmalıdır. Başka bir deyişle, iki komşu veya ardışık noktanın deplasmanları, aynı değerlere sahip olmalıdır.

Problemin niteliğine ve şekline bağlı olarak, süreklilik şartlarını daha kesin bir şekilde uygulamaya gerek duyulabilir. Örneğin, bir yüzeyde deformasyonların oluşumu için, yalnızca deplasmanların sürekliliğini kullanmak yeterli olabilir. Bunun yanı sıra, eğilme problemleri için, deplasmanların sürekliliğine ek olarak, yük altında deforme olmuş cismin fiziksel özellikleri gerekir. Ayrıca eğimlerin ve deplasmanların birinci türevinin de komşu düğüm noktalarında sürekliliği ve uygunluğu sağlanır. Çoğunlukla eğrilik durumunun veya ikinci türevlerin uygunluğunu sağlamak da gerekli olabilir.

Sonuçta, matris notasyonunda ifade edilen toplu denklemler elde edilir.

$$[K] \cdot \{r\} = \{R\} \quad (3.29)$$

Gerilme-deformasyon problemleri için $[K]$: toplam rijitlik matrisi, $\{r\}$:düğüm noktası deplasman vektörü ve $\{R\}$:düğüm yük vektörüdür.

SINIR ŞARTLARI

Yapı veya cismin uzayda tekbaşına durabilmesi için fiziksel sınırlamalar veya mesnetler gibi sınır şartları mevcut olmalıdır. Basit mesnetli bir kirişte sınırlar, deplasmanları veren iki uç noktasıdır. Deplasmanların terimlerinde ifade edilen bu tip sınırlamalar genellikle **geometrik sınır şartları** olarak adlandırılır.

Kirişin basit mesnetlerinde eğilme momenti sıfırdır, bu nedenle deplasmanın ikinci türevi yok olur. Bu tip sınırlamaya genelde **doğal sınır şartı** denir.

Bir cismin sonlu eleman yaklaşımında, sınır şartlarının belirlenmesi, denklem (3.29) yardımıyla gösterilmiştir. Genelde, yalnızca geometrik sınır şartları için, bu denklemlerin düzenlenmesi gereklidir.

Düzenlenmiş toplu sonuç denklemi, sembollerin üzerine çizgiler konulmak suretiyle ifade edilir:

$$[\bar{K}].\{\bar{r}\} = \{\bar{R}\} \quad (3.30)$$

6.Adım: İlk Bilinmeyenler İçin Çözüm

Denklem (3.30), alışılmış standart formda yazılabilen, lineer (veya lineer olmayan) eşzamanlı cebirsel bir denklem takımıdır:

$$\begin{aligned} K_{11}.r_1 + K_{12}.r_2 + \dots + K_{1n}.r_n &= R_1 \\ \dots & \\ K_{n1}.r_1 + K_{n2}.r_2 + \dots + K_{nn}.r_n &= R_n \end{aligned} \quad (3.31)$$

Bu denklemler, iyi bilinen Gauss eliminasyonu veya iteratif metodlar kullanılarak çözülebilir. Bu adımın sonunda, $r_1, r_2, \dots, r_n$ bilinmeyenleri (deplasmanları) için çözüm yapılır. Bunlar ilk bilinmeyenler olarak adlandırılır, çünkü (3.31) temel denklemde ilk büyüklüklerin araştırıldığı sırada ortaya çıkarlar. İlk bilinmeyi gösteren terim, denklem (3.31)'de ortaya çıkan bilinmeyen büyüklüklere bağlı olarak değişecektir. Örneğin, problem, bilinmeyen olarak gerilmeler kullanılarak formüle ediliyorsa, gerilmeler ilk **büyüklükler** olarak adlandırılacaktır.

7.Adım: Türetilmiş ve İkincil Büyüklükler İçin Çözüm

Genelde ikincil büyüklüklerin, ilk büyüklüklerden hesaplanması gerekir. Gerilme-deformasyon problemleri durumunda bu tür büyüklükler; birim deformasyonlar, gerilmeler, momentler ve kesme kuvvetleridir. 3. adımda açıklanan, birim deformasyon-deplasman ve gerilme-birim deformasyon arasındaki ilişkiler kullanılabildiği taktirde, ilk büyüklükler biliniyorsa, ikincil büyüklükleri bulmak nisbeten kolaydır.

8.Adım: Sonuçların Değerlendirilmesi

En son ve önemli amaç, analiz ve dizayn için hazır olarak kullanılabilen bir form elde etmektir. Bunun için de sonlu elemanlar metodunun kullanımından çıkan sonuçları sadeleştirmek gerekir. Sonuçlar genellikle bilgisayardan hazır çıkış şeklinde elde edilir.

Sonra cismin kritik kesitleri seçilir ve bu kesitler boyunca deplasman değerlerinin ve gerilmelerin grafiği çizilir, ya da sonuçlar çizelge biçiminde listelenebilir. Bu genelde çok kullanışlıdır. Mevcut metodların kullanımı ve bilgisayardan çağırılması, sonuçların grafiğinin çizilmesi veya listelenmesi için de oldukça az zaman kaybedilir.

3.7. SONLU ELEMANLAR METODUNUN AVANTAJ VE DEZAVANTAJLARI

Sonlu elemanlar metodunun en önemli avantajları şunlardır:

1. Çözüm gücü ortadan kalkar.
2. Ayrılmış elemanlarda, yapı mühendislerince bilinen yöntemler izlenir.
3. Bütün yöntemlerin tam otomasyonuna izin verilir.
4. Plaklar, kirişler ve kabuklar gibi değişik yapı elemanlarının bileşimi durumlarında da çözüm mümkündür.
5. Sürekli ortam mekaniğinin, gerçekte tüm alanlarında kullanılmaya elverişlidir.

Bu avantajların yanında, aşağıdaki dezavantajları da gözönüne almak gerekir:

1. Yeterli hız ve hafıza kapasitesi için elektronik dijital bilgisayarların kullanımı gerekmektedir.
2. Herbir eleman için data hazırlanması zaman kaybettirici olabilir ve çözümde işlem hatasının en genel kaynağıdır.
3. Bazı problemler, özel bilgisayar programlarını ve bu nedenle bilgisayar uzmanlarının yardımını gerektirebilir.
4. Büyük yapı sistemleri için çözüm yapıldığında, sonuçların doğruluğunu kontrol etmek zordur.

3.8. YAPILARIN SONLU ELEMANLARLA ÇÖZÜMÜ İÇİN SAP 90 BİLGİSAYAR PROGRAMI

3.8.1. SAP Program Serileri:

Geçen 18 yılda, SAP bilgisayar program serilerinin, yapı mühendisliği ve yapı mekaniği alanlarında, bilgis-

yarlarda çalıştırılması, dünya çapında bir ilgiyle karşı-
lanmıştı.

Bu programlar, Berkeley California niversitesi'nde
Profesör Edward L. Wilson tarafından, geçen 25 yıl içinde
yürütülen araştırma çalışmalarını içerir.

"SAP" adı, 1970'de ilk SAP programının kabul edilme-
siyle ortaya çıkmıştır. (Structural Analysis Program) Bunu
izleyen yıllarda, sonlu eleman formülasyonu alanında, daha
ileri araştırmalar ve gelişmeler ile nümerik çözüm teknik-
leri, SOLIDSAP SAP3 ve son olarak SAP IV formunda bir
SAP program serisinin benimsenmesiyle sonuçlarını verdi.

Birçok değişik amaçla elde edilen yapı analizi prog-
ramları, eleman formülasyonuna ve SAP için özel olarak
geliştirilen nümerik metodlara dayanır.

3.8.2. SAP 80 ve SAP 90 Programları

SAP IV bilgisayar programı 15 yıl önce tanınmaya baş-
ladığında o zaman için, yöntemin gelişme durumu hakkında
bir fikir verdi.

Tanınmasından itibaren SAP IV, nümerik analiz, yapı
mekaniği ve bilgisayar teknolojisi alanlarında başlıca
adımları oluşturdu. Bu adımlar SAP 80'in tanınmasına yol
gösterdi. Mikrobilgisayarlar için ilk yapı analizi prog-
ramı on yıl öncesine dayanır.

Yakın yıllarda kullanılmaya başlanan SAP 90, yeni
bir teknolojiyi gösterir ve ilk SAP program serilerinin
yaratıcısı tarafından geliştirilmiştir. Program bir deği-
şiklik ya da SAP IV'n bir adaptasyonu değildir. Eleman
formülasyonları, denklem çözücüler ve karakteristik z-
cler tamamen yenidir.

SAP 90, günümüzün teknolojisi ile geliştirilmiştir; yöntemin bugünkü durumunu gösterir.

Program statik ve dinamik çözümlerde tercih edilir. Her iki çözüm aynı akış diyagramında birlikte harekete getirilebilirler. Yük kombinasyonları statik ve dinamik analizler sonucu olarak işleme dahil edilir.

Bütün veriler, serbest formatın belirlediği listede bilgisayara yüklenir. Sistemin yapısal davranışının incelenmesi ve model geometrisinin data kontrolü için deforme olmamış ve deforme olmuş durumda şekil çizme yeteneği mevcuttur.

Sonlu elemanlar literatürü; üç boyutlu çerçeve elemanı, prizmatik veya prizmatik olmayan üç boyutlu kabuk eleman, iki boyutlu rijit olmayan eleman ve 3 boyutlu rijit eleman olmak üzere 4 tür elemanı içerir. İki boyutlu çerçeve, kafes, membran, plak eğilmesi, eksen simetrisi, plak birim deformasyon elemanları, ancak bu elemanların alt grupları olarak elde edilebilir. Bütün gerekli geometri ve yükleme seçimleri, elemanların birleştirilmesiyle belirlenir. Bu durum, yay mesnetleri biçimindeki sınır elemanını da içermektedir. Özel bir model dahilinde karışık veya birbiri ile kombine eleman tiplerinde kısıtlama yoktur. Belirli kuvvetler ve yerdeğiştirmelerle, genelleştirilmiş tekil yüklemekten başka, yükleme seçimleri ağırlık, ısı ve öngerilme durumları için kabul edilir. Dinamik yükleme, zamana bağlı değişen yükler ve düşük ivmeli mukabele spektrumu biçiminde olabilir.

3.8.3. "SAP" ile İlgili Uyarılar

Çözümde, bilgisayar programının gerektiği gibi uygulanabilmesi, kullanıcının tecrübesine bağlıdır. Analizin

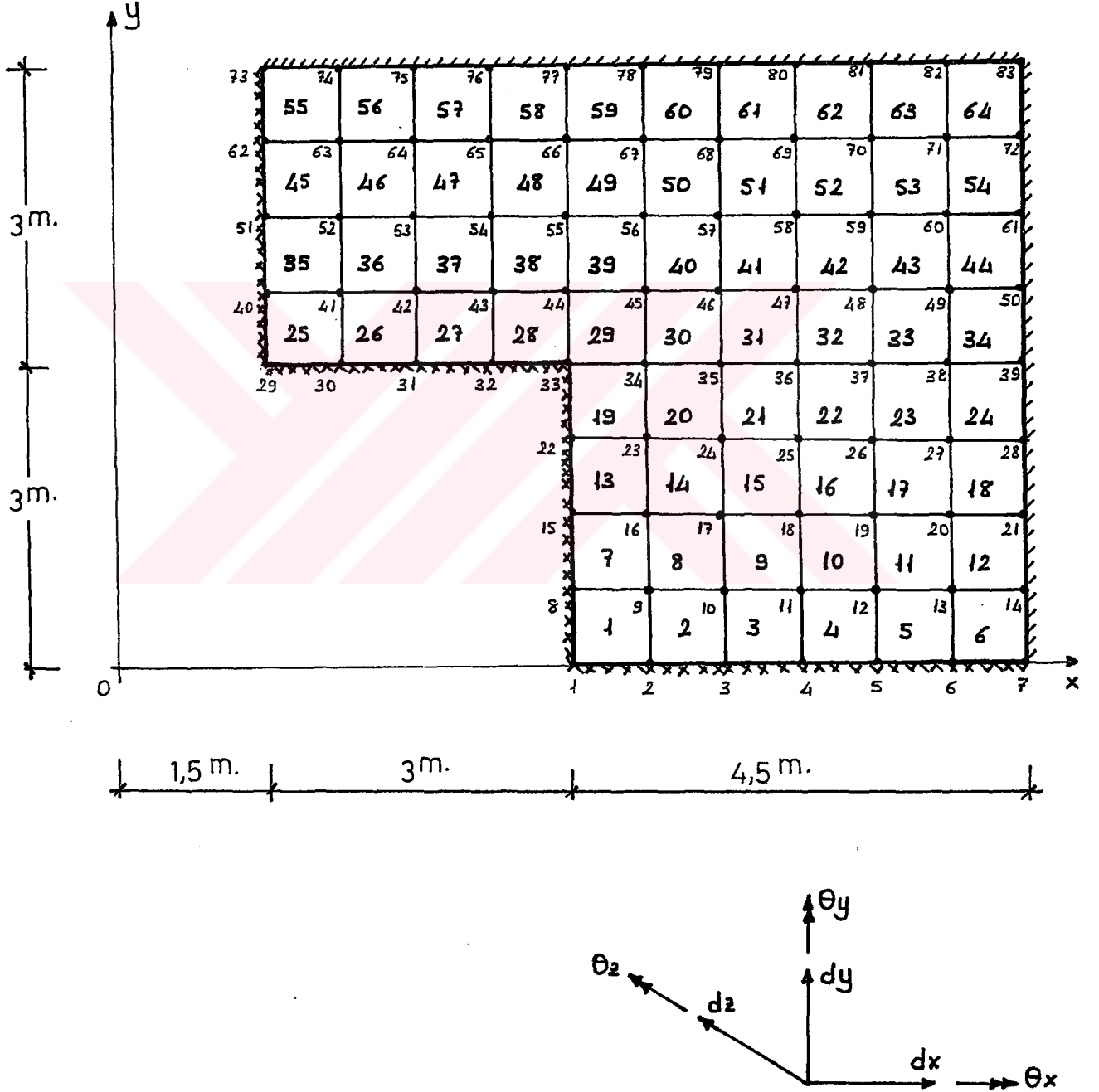
en önemli evresi, yapı davranışının temel karakteristiklerini içeren yaklaşım modelinin seçilmesidir. Çıkışların doğru olarak yorumlanması da, iyi bir yapısal modelin hazırlanması kadar önemlidir. Beklenmeyen sonuçların kontrolü, program mekanizmalarının anlaşılabilir olmasını gerektirir.

Denge tahkikleri, sadece bilgisayar çıkışını kontrol etmeye yönelik değildir. Temel yapısal davranışın anlaşılması için de gereklidir.



SAYISAL ÖRNEK

Bu çalışmanın konusunu oluşturan I biçiminde betonarme plağın, sonlu elemanlar yöntemine göre SAP 90 bilgisayar programı ile çözümü, Şekil 3.3'de görülen örnek üzerinde verilmektedir.



Şekil 3.3. I biçiminde betonarme bir plakta sonlu elemanlar ağı ve SAP 90 bilgisayar programı için numaralanışı

3.9. SAP 90 GİRİŞ BİLGİLERİNİN VERİLMESİ

THE "SYSTEM" DATA BLOCK

* L: Yük koşullarının sayısı (nld)

Bir statik analiz yönteminde nld, yapıdaki başlıca yük koşullarının sayısını gösterir.

* V: Karakteristik kök ya da özgün değer analizinde, hesaplanabilecek en alçak frekansların ve uygun şekil fonksiyonlarının sayısıdır.

THE "JOINTS" DATA BLOCK

* X,Y,Z : Düğüm noktası koordinatlarını verir.

G : $\underbrace{1, 7, 22, 28}_{\text{bölgeyi belirler.}}, 1, 7$

$\downarrow$ $\downarrow$
y yönünde artım sayısı
x " " "

X, Y, Z,G terimleri 1 ile 9999 arasındaki sayıları kapsar.
Düğüm noktası ve eleman belirleyici terimlerdir.

THE "RESTRAINTS" DATA BLOCK

Yapısal modelin her düğüm noktası X, Y, Z yönlerinde 3 ötelenme (d_x, d_y, d_z) ve $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ olmak üzere üç dönmeden oluşan 6 deplasman bileşenine sahiptir.

Örneğin; $\underbrace{1, 7, 1}$ $R = 1, 1, 1, 1, 1, 1$
 1'den 7'ye kadar $\downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow$
 1'er artımla $d_x \ d_y \ d_z \ \theta_x \ \theta_y \ \theta_z$

. Tutulan noktalar için 1, deplasmanına müsaade edilen noktalar için 0 sayısı kullanılır.(Şekil 3.4)

THE "SHELL" DATA BLOCK

- * NM : Eleman malzeme tipi sayısı
- * Z : Z yönünde çekimle ilgili çarpan
- * $E=2.10^7$: Elastisite modülü
- * $U= 1/6$: Poisson oranı
- * $W=24$: Birim hacim ağırlık
- * $M=2.4$: Birim hacim kütle ($g=10$)

- * JQ : Dikdörtgen elemanlarda;

$JQ = j_i, j_j, j_k, j_l$ olmak üzere bu dört nokta
belli bir elemanı belirler.

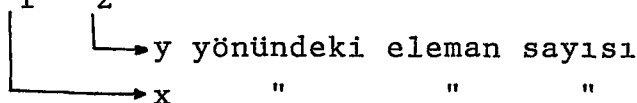
. Eleman ayırt edici sayı 1 ile 9999 arasında olabilir.
Eleman ayırt edici sayılar tekrar edilmemelidir.

- * ETYPE : Eleman tipi belirleyici sayı
 - Kabuk elemanlar için (eğilme ve membran etkisi):0
 - Membran davranışı için:1
 - Plak eğilme elemanları için:2

- * M : Eleman malzeme tipi belirleyici sayı (Bu terim, NM terimindekinden daha büyük olmayan pozitif bir sayı olmalıdır.)

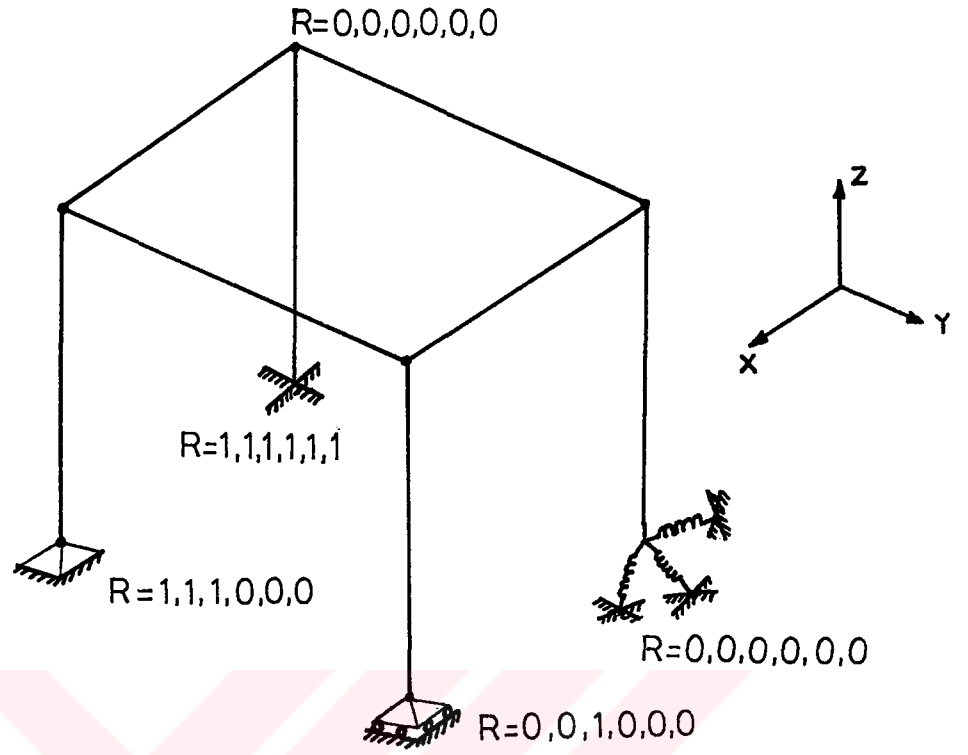
- * TH : Döşeme kalınlığı=0.12
- * LP : Eleman yerel eksen yön işareti
- * G : Eleman üretme parametreleri

$G = g_1, g_2$



y yönündeki eleman sayısı

x " " "



Şekil 3.4. Üç boyutlu sistemde mesnetlenme şartları

VERSION 5.04

Copyright (C) 1978-1988
EDWARD L. WILSON
All rights reserved

AKOZ/ ORNEK COZUM

SYSTEM

L=1

:

JOINTS

1 X=4.5 Y=0 Z=0

7 X=9 Y=0

22 X=4.5 Y=2.25

28 X=9 Y=2.25 Q=1,7,22,28,1,7

29 X=1.5 Y=3

39 X=9 Y=3

73 X=1.5 Y=6

83 X=9 Y=6 Q=29,39,73,83,1,11

:

RESTRAINTS

1,7,1 R=1,1,1,1,1,1

8,22,7 R=1,1,1,1,1,1

29,33,1 R=1,1,1,1,1,1

40,73,11 R=1,1,1,1,1,1

14,21,7 R=1,1,1

28,72,11 R=1,1,1

74,83,1 R=0,0,1

:

SHELL

NM=1 Z=-1

1 E=2E7 U=1/6 W=25

1 JQ=1,2,8,9 M=1 ETYPE=2 TH=.12 LP=0 G=6,3

19 JQ=22,23,33,34 M=1 LP=0 G=6,1

25 JQ=29,30,40,41 M=1 LP=0 G=10,4

:

SELECT

NT=6 ID=4 SW=1

NT=6 ID=13 SW=1

NT=6 ID=16

NT=6 ID=19

NT=6 ID=22

NT=6 ID=27

NT=6 ID=28

NT=6 ID=29

NT=6 ID=32

NT=6 ID=41

NT=6 ID=42

NT=6 ID=45

NT=6 ID=47

NT=6 ID=48

NT=6 ID=49

NT=6 ID=50

NT=6 ID=51

:

EDUCATIONAL VERSION OF SAP90, COMMERCIAL USE PROHIBITED

PAGE 1

PROGRAM:SAP90/FILE:AK1.F4P

AKOZ/ ORNEK COZUM

S H E L L E L E M E N T F O R C E S

MEMBRANE FORCES ARE IN FORCE PER UNIT LENGTH
 BENDING MOMENTS ARE IN MOMENTS PER UNIT LENGTH

```

ELEMENT ID      1 -----
LOAD COND      1 -----
JOINT          M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
1  0.0000E+00  0.0000E+00  0.0000E+00  0.0000E+00  0.0000E+00      .00
2 -2.0465E-01 -1.2279E+00 -3.0495E-01 -1.2066E-01 -1.3119E+00     -15.40
8 -1.2287E+00 -2.0479E-01 -3.0513E-01 -1.2076E-01 -1.3128E+00     -74.60
9 -2.7449E-01 -2.7592E-01 -6.1008E-01  3.3488E-01 -8.8529E-01     -44.97
  
```

```

ELEMENT ID      2 -----
LOAD COND      1 -----
JOINT          M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
2 -2.0465E-01 -1.2279E+00 -3.0495E-01 -1.2066E-01 -1.3119E+00     -15.40
3 -5.4977E-01 -3.2986E+00 -2.7942E-01 -5.2165E-01 -3.3267E+00      -5.75
9 -2.3718E-01 -2.6970E-01 -8.0407E-01  5.5079E-01 -1.0577E+00     -44.42
10 2.2666E-01 -5.0838E-01 -7.7853E-01  7.2006E-01 -1.0018E+00     -32.35
  
```

```

ELEMENT ID      3 -----
LOAD COND      1 -----
JOINT          M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
3 -5.4977E-01 -3.2986E+00 -2.7942E-01 -5.2165E-01 -3.3267E+00      -5.75
4 -7.6532E-01 -4.5919E+00 -9.9828E-02 -7.6272E-01 -4.5945E+00      -1.49
10 2.4251E-01 -5.0574E-01 -5.9861E-01  5.7430E-01 -8.3752E-01     -29.00
11 3.9247E-01 -7.1292E-01 -4.1902E-01  5.3335E-01 -8.5380E-01     -18.58
  
```

```

ELEMENT ID      4 -----
LOAD COND      1 -----
JOINT          M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
4 -7.6532E-01 -4.5919E+00 -9.9828E-02 -7.6272E-01 -4.5945E+00      -1.49
5 -7.5488E-01 -4.5293E+00  1.3124E-01 -7.5032E-01 -4.5338E+00       1.99
11 3.9975E-01 -7.1171E-01 -7.0225E-02  4.0417E-01 -7.1612E-01      -3.60
12 4.5576E-01 -6.2517E-01  1.6084E-01  4.7919E-01 -6.4859E-01       8.29
  
```

```

ELEMENT ID      5 -----
LOAD COND      1 -----
JOINT          M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
5 -7.5488E-01 -4.5293E+00  1.3124E-01 -7.5032E-01 -4.5338E+00       1.99
6 -4.9127E-01 -2.9476E+00  3.6003E-01 -4.3959E-01 -2.9993E+00       8.17
12 4.4887E-01 -6.2632E-01  5.4280E-01  6.7524E-01 -8.5268E-01      22.64
13 4.7457E-01 -2.3912E-01  7.7159E-01  9.6783E-01 -7.3238E-01      32.59
  
```

```

ELEMENT ID      6 -----
LOAD COND      1 -----
JOINT          M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
6 -4.9127E-01 -2.9476E+00  3.6003E-01 -4.3959E-01 -2.9993E+00       8.17
7  8.4661E-03  5.0797E-02  4.6880E-01  4.9891E-01 -4.3965E-01      46.29
13 4.6148E-01 -2.4130E-01  1.0317E+00  1.2000E+00 -9.7983E-01      35.60
14 -1.0832E-02 -1.0058E-01  1.1405E+00  1.0857E+00 -1.1971E+00      43.87
  
```

EDUCATIONAL VERSION OF SAP90, COMMERCIAL USE PROHIBITED

PAGE 2

PROGRAM:SAP90/FILE:AK1.F4F

AKOZ/ ORNEK COZUM

S H E L L E L E M E N T F O R C E S

```

ELEMENT ID      7 -----
LOAD COND      1 -----
JOINT          M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
8 -1.2287E+00 -2.0479E-01 -3.0513E-01 -1.2076E-01 -1.3128E+00 -74.60
9 -2.7051E-01 -2.5202E-01 -8.2562E-01  5.6441E-01 -1.0869E+00 -45.32
15 -3.3775E+00 -5.6291E-01 -3.1353E-01 -5.2841E-01 -3.4120E+00 -83.72
16 -5.5591E-01  7.5075E-02 -8.3403E-01  6.5128E-01 -1.1321E+00 -55.36

```

```

ELEMENT ID      8 -----
LOAD COND      1 -----
JOINT          M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
9 -2.3319E-01 -2.4580E-01 -1.0196E+00  7.8013E-01 -1.2591E+00 -44.32
10  2.2386E-01 -5.2514E-01 -9.8776E-01  9.0574E-01 -1.2070E+00 -34.62
16 -5.9425E-01  6.8685E-02 -1.0643E+00  8.5195E-01 -1.3775E+00 -53.65
17  9.5234E-01  4.7331E-01 -1.0325E+00  1.7727E+00 -3.4706E-01 -38.47

```

```

ELEMENT ID      9 -----
LOAD COND      1 -----
JOINT          M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
10  2.3972E-01 -5.2250E-01 -8.0784E-01  7.5184E-01 -1.0346E+00 -32.37
11  3.8758E-01 -7.4225E-01 -4.8023E-01  5.6412E-01 -9.1879E-01 -20.18
17  9.5977E-01  4.7455E-01 -8.1754E-01  1.5699E+00 -1.3562E-01 -36.74
18  1.6168E+00  7.8320E-01 -4.8993E-01  1.8432E+00  5.5676E-01 -24.81

```

```

ELEMENT ID     10 -----
LOAD COND      1 -----
JOINT          M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
11  3.9486E-01 -7.4104E-01 -1.3143E-01  4.0987E-01 -7.5605E-01 -6.52
12  4.5246E-01 -6.4501E-01  2.8504E-01  5.2207E-01 -7.1462E-01 13.73
18  1.6064E+00  7.8146E-01 -1.0017E-01  1.6184E+00  7.6947E-01 -6.83
19  1.6882E+00  8.5457E-01  3.1631E-01  1.7946E+00  7.4814E-01 18.60

```

```

ELEMENT ID     11 -----
LOAD COND      1 -----
JOINT          M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
12  4.4556E-01 -6.4615E-01  6.6700E-01  7.6153E-01 -9.6218E-01 25.35
13  4.6090E-01 -3.2110E-01  1.0239E+00  1.1653E+00 -1.0261E+00 34.55
19  1.6871E+00  8.5439E-01  6.9888E-01  2.0843E+00  4.5725E-01 29.61
20  1.2909E+00  6.1464E-01  1.0558E+00  2.0614E+00 -1.5583E-01 36.12

```

```

ELEMENT ID     12 -----
LOAD COND      1 -----
JOINT          M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
13  4.4781E-01 -3.2328E-01  1.2840E+00  1.4029E+00 -1.2784E+00 36.64
14  2.3590E-02  1.0595E-01  1.4302E+00  1.4955E+00 -1.3660E+00 45.82
20  1.2979E+00  6.1581E-01  1.2936E+00  2.2946E+00 -3.8093E-01 37.62
21 -1.5293E-02 -5.8428E-02  1.4397E+00  1.4030E+00 -1.4768E+00 44.57

```

EDUCATIONAL VERSION OF SAP90, COMMERCIAL USE PROHIBITED

PAGE 3

PROGRAM:SAP90/FILE:AK1.F4F

AKOZ/ ORNEK COZUM

S H E L L E L E M E N T F O R C E S

```

ELEMENT ID  13 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
15 -3.3775E+00 -5.6291E-01 -3.1353E-01 -5.2841E-01 -3.4120E+00 -83.72
16 -5.5364E-01  8.8706E-02 -8.1168E-01  6.4044E-01 -1.1054E+00 -55.79
22 -5.2047E+00 -8.6744E-01 -2.9052E-01 -8.4807E-01 -5.2240E+00 -86.19
23 -1.1612E+00 -2.6712E-01 -7.8867E-01  1.9240E-01 -1.6207E+00 -59.77

```

```

ELEMENT ID  14 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
16 -5.9198E-01  8.2316E-02 -1.0420E+00  8.4032E-01 -1.3500E+00 -53.97
17  9.5320E-01  4.7845E-01 -9.6079E-01  1.7055E+00 -2.7385E-01 -38.06
23 -1.0316E+00 -2.4553E-01 -9.3594E-01  3.7654E-01 -1.6537E+00 -56.39
24  1.7325E+00  5.7134E-01 -8.5476E-01  2.1852E+00  1.1863E-01 -27.91

```

```

ELEMENT ID  15 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
17  9.6062E-01  4.7968E-01 -7.4585E-01  1.5033E+00 -6.3505E-02 -36.07
18  1.6133E+00  7.6208E-01 -4.2416E-01  1.7886E+00  5.8681E-01 -22.45
24  1.6593E+00  5.5914E-01 -5.7870E-01  1.9077E+00  3.1080E-01 -23.23
25  2.5202E+00  1.3091E+00 -2.5701E-01  2.5724E+00  1.2568E+00 -11.50

```

```

ELEMENT ID  16 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
18  1.6028E+00  7.6034E-01 -3.4406E-02  1.6042E+00  7.5894E-01 -2.33
19  1.6869E+00  8.4706E-01  3.0710E-01  1.7872E+00  7.4676E-01  18.09
25  2.5201E+00  1.3090E+00  4.7012E-05  2.5201E+00  1.3090E+00  .00
26  2.5472E+00  1.4016E+00  3.4155E-01  2.6413E+00  1.3075E+00  15.40

```

```

ELEMENT ID  17 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
19  1.6859E+00  8.4689E-01  6.8967E-01  2.0736E+00  4.5915E-01  29.35
20  1.2868E+00  5.9000E-01  9.5834E-01  1.9581E+00 -8.1310E-02  35.01
26  2.5518E+00  1.4024E+00  5.7320E-01  2.7888E+00  1.1654E+00  22.46
27  1.8235E+00  9.2788E-01  8.4187E-01  2.3293E+00  4.2214E-01  30.99

```

```

ELEMENT ID  18 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
20  1.2938E+00  5.9117E-01  1.1961E+00  2.1891E+00 -3.0419E-01  36.82
21 -3.9109E-03  9.8663E-03  1.2995E+00  1.3025E+00 -1.2965E+00  45.15
27  1.8314E+00  9.2919E-01  9.8179E-01  2.4607E+00  2.9982E-01  32.66
28 -6.5828E-03 -1.2394E-02  1.0851E+00  1.0757E+00 -1.0946E+00  44.92

```

EDUCATIONAL VERSION OF SAP90, COMMERCIAL USE PROHIBITED

PAGE 4

PROGRAM:SAP90/FILE:AK1.F4P

AKOZ/ ORNEK COZUM

S H E L L E L E M E N T F O R C E S

```

ELEMENT ID   19 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
22 -5.2047E+00 -8.6744E-01 -2.9052E-01 -8.4807E-01 -5.2240E+00 -86.19
23 -1.1379E+00 -1.2772E-01 -7.2154E-01  2.4794E-01 -1.5136E+00 -62.50
33 -9.1802E+00 -1.5300E+00 -6.9147E-01 -1.4680E+00 -9.2422E+00 -84.88
34  4.2672E-01 -1.8619E+00 -1.1225E+00  8.8535E-01 -2.3205E+00 -22.22

```

```

ELEMENT ID   20 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
23 -1.0084E+00 -1.0613E-01 -8.6881E-01  4.2169E-01 -1.5362E+00 -58.72
24  1.7168E+00  4.7714E-01 -5.4155E-01  1.9201E+00  2.7389E-01 -20.57
34  3.6424E-02 -1.9270E+00 -2.5992E-01  7.0252E-02 -1.9608E+00 -7.42
35  2.0018E+00  1.1130E+00  6.7342E-02  2.0068E+00  1.1080E+00  4.31

```

```

ELEMENT ID   21 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
24  1.6436E+00  4.6494E-01 -2.6548E-01  1.7007E+00  4.0790E-01 -12.12
25  2.5231E+00  1.3265E+00 -1.2474E-01  2.5359E+00  1.3136E+00 -5.89
35  2.0736E+00  1.1250E+00 -3.5437E-02  2.0749E+00  1.1237E+00 -2.14
36  2.9093E+00  1.6229E+00  1.0530E-01  2.9179E+00  1.6143E+00  4.65

```

```

ELEMENT ID   22 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
25  2.5230E+00  1.3264E+00  1.3231E-01  2.5374E+00  1.3120E+00  6.24
26  2.5456E+00  1.3918E+00  2.7621E-01  2.6083E+00  1.3290E+00 12.79
36  2.9118E+00  1.6233E+00  1.6074E-01  2.9315E+00  1.6035E+00  7.00
37  2.9287E+00  1.6972E+00  3.0464E-01  3.0000E+00  1.6260E+00 13.16

```

```

ELEMENT ID   23 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
26  2.5501E+00  1.3925E+00  5.0786E-01  2.7414E+00  1.2013E+00 20.63
27  1.8227E+00  9.2313E-01  6.2390E-01  2.1421E+00  6.0380E-01 27.11
37  2.9341E+00  1.6981E+00  3.3160E-01  3.0175E+00  1.6148E+00 14.11
38  2.0570E+00  1.0775E+00  4.4764E-01  2.2307E+00  9.0377E-01 21.22

```

```

ELEMENT ID   24 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
27  1.8306E+00  9.2444E-01  7.6382E-01  2.2656E+00  4.8942E-01 29.66
28 -3.0530E-03  8.7846E-03  8.0861E-01  8.1149E-01 -8.0576E-01 45.21
38  2.0656E+00  1.0790E+00  4.7427E-01  2.2566E+00  8.8799E-01 21.94
39 -6.1036E-03 -7.5286E-03  5.1905E-01  5.1223E-01 -5.2586E-01 44.96

```

EDUCATIONAL VERSION OF SAP90, COMMERCIAL USE PROHIBITED

PAGE 5

PROGRAM:SAP90/FILE:AK1.F4F

AKOZ/ ORNEK COZUM

S H E L L E L E M E N T F O R C E S

```

ELEMENT ID  25 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
29  0.0000E+00  0.0000E+00  0.0000E+00  0.0000E+00  0.0000E+00    .00
30 -1.5637E-01 -9.3823E-01 -1.7873E-01 -1.1745E-01 -9.7715E-01  -12.28
40 -9.2501E-01 -1.5417E-01 -1.7598E-01 -1.1589E-01 -9.6328E-01  -77.73
41  8.2679E-02  1.0472E-01 -3.5471E-01  4.4858E-01 -2.6119E-01  -45.89

```

```

ELEMENT ID  26 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
30 -1.5637E-01 -9.3823E-01 -1.7873E-01 -1.1745E-01 -9.7715E-01  -12.28
31 -3.4893E-01 -2.0936E+00 -1.2909E-01 -3.3943E-01 -2.1031E+00   -4.21
41  8.3427E-02  1.0484E-01 -4.1046E-01  5.0474E-01 -3.1647E-01  -45.75
42  1.9321E-01  1.6496E-01 -3.6082E-01  5.4018E-01 -1.8201E-01  -43.88

```

```

ELEMENT ID  27 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
31 -3.4893E-01 -2.0936E+00 -1.2909E-01 -3.3943E-01 -2.1031E+00   -4.21
32 -4.6792E-01 -2.8075E+00 -1.5628E-01 -4.5752E-01 -2.8179E+00   -3.80
42  1.9331E-01  1.6497E-01 -3.5928E-01  5.3870E-01 -1.8042E-01  -43.87
43 -3.4348E-01 -3.0462E-01 -3.8648E-01  6.2912E-02 -7.1102E-01  -46.44

```

```

ELEMENT ID  28 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
32 -4.6792E-01 -2.8075E+00 -1.5628E-01 -4.5752E-01 -2.8179E+00   -3.80
33 -1.1424E+00 -6.8541E+00 -8.7357E-01 -1.0117E+00 -6.9847E+00   -8.50
43 -1.6274E-01 -2.7450E-01 -5.2444E-01  3.0879E-01 -7.4603E-01  -41.96
44 -2.9851E+00  1.4713E+00 -1.2417E+00  1.7939E+00 -3.3078E+00  -75.44

```

```

ELEMENT ID  29 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
33 -1.0323E+01 -8.3841E+00 -1.5650E+00 -7.5125E+00 -1.1194E+01  -60.88
34  6.9028E-01 -2.8056E-01 -2.2874E-01  7.4147E-01 -3.3175E-01  -12.62
44 -8.5127E-01  1.8269E+00 -4.5333E-01  1.9016E+00 -9.2592E-01  -80.65
45 -6.6674E-01  7.7753E-01  8.8297E-01  1.1961E+00 -1.0853E+00   64.64

```

```

ELEMENT ID  30 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
34  2.9998E-01 -3.4561E-01  6.3382E-01  6.8847E-01 -7.3410E-01   31.51
35  1.9379E+00  7.2998E-01  4.1853E-01  2.0688E+00  5.9914E-01   17.36
45 -3.9001E-01  8.2366E-01  9.3185E-01  1.3288E+00 -8.9520E-01   61.54
46  1.9981E+00  1.8099E+00  7.1656E-01  2.6267E+00  1.1813E+00   41.26

```

EDUCATIONAL VERSION OF SAP90, COMMERCIAL USE PROHIBITED

PAGE 8

PROGRAM:SAP90/FILE:AK1.F4F

AKOZ/ ORNEK COZUM

S H E L L E L E M E N T F O R C E S

```

ELEMENT ID  31 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
35  2.0097E+00  7.4195E-01  3.1575E-01  2.0840E+00  6.6766E-01  13.24
36  2.9251E+00  1.7175E+00  2.1541E-01  2.9624E+00  1.6803E+00   9.82
46  1.9348E+00  1.7993E+00  5.2264E-01  2.3941E+00  1.3401E+00  41.31
47  2.7685E+00  2.0807E+00  4.2230E-01  2.9692E+00  1.8800E+00  25.42

```

```

ELEMENT ID  32 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
36  2.9275E+00  1.7179E+00  2.7085E-01  2.9854E+00  1.6601E+00  12.06
37  2.9252E+00  1.6759E+00  1.9289E-01  2.9543E+00  1.6468E+00   8.58
47  2.7685E+00  2.0807E+00  2.2484E-01  2.8355E+00  2.0137E+00  16.59
48  2.8209E+00  1.9163E+00  1.4687E-01  2.8441E+00  1.8930E+00   9.00

```

```

ELEMENT ID  33 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
37  2.9306E+00  1.6768E+00  2.1985E-01  2.9680E+00  1.6394E+00   9.66
38  2.0574E+00  1.0803E+00  1.7314E-01  2.0872E+00  1.0505E+00   9.76
48  2.8243E+00  1.9169E+00 -6.2772E-03  2.8244E+00  1.9168E+00  -1.40
49  2.0015E+00  1.1755E+00 -5.2992E-02  2.0049E+00  1.1721E+00 -3.66

```

```

ELEMENT ID  34 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
38  2.0661E+00  1.0817E+00  1.9976E-01  2.1051E+00  1.0427E+00  11.05
39 -4.2912E-03  3.3456E-03  1.8427E-01  1.8384E-01 -1.8478E-01  45.59
49  2.0102E+00  1.1770E+00 -1.3873E-01  2.0327E+00  1.1545E+00  -9.21
50 -6.2950E-03 -5.4416E-03 -1.5422E-01  1.4835E-01 -1.6009E-01 -45.08

```

```

ELEMENT ID  35 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
40 -9.2501E-01 -1.5417E-01 -1.7598E-01 -1.1589E-01 -9.6328E-01 -77.73
41  8.6106E-02  1.2528E-01 -3.6552E-01  4.7174E-01 -2.6035E-01 -46.53
51 -1.8747E+00 -3.1244E-01 -5.9200E-02 -3.1020E-01 -1.8769E+00 -87.83
52  1.8136E-01  4.6426E-01 -2.4874E-01  6.0896E-01  3.6665E-02 -59.81

```

```

ELEMENT ID  36 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
41  8.6854E-02  1.2541E-01 -4.2127E-01  5.2784E-01 -3.1558E-01 -46.31
42  1.8604E-01  1.2192E-01 -4.1661E-01  5.7182E-01 -2.6386E-01 -42.80
52  1.6128E-01  4.6092E-01 -2.8178E-01  6.3023E-01 -8.0339E-03 -59.00
53  3.6323E-01  1.1655E+00 -2.7712E-01  1.2520E+00  2.7682E-01 -72.68

```

EDUCATIONAL VERSION OF SAP90, COMMERCIAL USE PROHIBITED

PAGE 7

PROGRAM:SAP90/FILE:AK1.F4P

AKOZ/ ORNEK COZUM

S H E L L E L E M E N T F O R C E S

```

ELEMENT ID   37 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
42  1.8613E-01  1.2194E-01 -4.1507E-01  5.7035E-01 -2.6227E-01 -42.79
43 -3.1805E-01 -1.5202E-01 -4.5281E-01  2.2532E-01 -6.9539E-01 -50.19
53  3.8006E-01  1.1683E+00 -2.7198E-01  1.2531E+00  2.9533E-01 -72.70
54 -1.6584E-01  1.9351E+00 -3.0971E-01  1.9798E+00 -2.1054E-01 -81.79

```

```

ELEMENT ID   38 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
43 -1.3731E-01 -1.2190E-01 -5.9077E-01  4.6122E-01 -7.2042E-01 -45.37
44 -3.0420E+00  1.1299E+00 -9.5382E-02  1.1321E+00 -3.0442E+00 -88.69
54 -2.7718E-01  1.9165E+00 -1.3352E-01  1.9246E+00 -2.8528E-01 -86.53
55 -4.6791E-02  2.3528E+00  3.6187E-01  2.4062E+00 -1.0017E-01  81.61

```

```

ELEMENT ID   39 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
44 -9.0816E-01  1.4856E+00  6.9302E-01  1.6717E+00 -1.0943E+00  74.96
45 -6.3214E-01  9.8514E-01  9.0120E-01  1.3873E+00 -1.0343E+00  65.95
55 -5.7247E-01  2.2652E+00  6.1998E-01  2.3947E+00 -7.0202E-01  78.20
56  4.0852E-01  2.6343E+00  8.2817E-01  2.9086E+00  1.3418E-01  71.67

```

```

ELEMENT ID   40 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
45 -3.5541E-01  1.0313E+00  9.5008E-01 -1.5141E+00 -8.3824E-01  63.06
46  1.9901E+00  1.7620E+00  8.9199E-01  2.7753E+00  9.7678E-01  41.36
56  3.3456E-01  2.6220E+00  9.4576E-01  2.9624E+00 -5.8168E-03  70.21
57  1.4073E+00  2.4408E+00  8.8767E-01  2.9512E+00  8.9695E-01  60.10

```

```

ELEMENT ID   41 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
46  1.9269E+00  1.7514E+00  6.9807E-01  2.5427E+00  1.1356E+00  41.42
47  2.7734E+00  2.1099E+00  4.2868E-01  2.9837E+00  1.8996E+00  26.13
57  1.4254E+00  2.4438E+00  6.9296E-01  2.7946E+00  1.0747E+00  63.15
58  2.1692E+00  2.3265E+00  4.2357E-01  2.6787E+00  1.8170E+00  50.26

```

```

ELEMENT ID   42 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
47  2.7734E+00  2.1099E+00  2.3122E-01  2.8460E+00  2.0373E+00  17.44
48  2.8203E+00  1.9131E+00 -2.7553E-02  2.8212E+00  1.9122E+00 -1.74
58  2.1608E+00  2.3251E+00  1.0464E-01  2.3760E+00  2.1100E+00  64.07
59  2.2685E+00  1.9570E+00 -1.5414E-01  2.3318E+00  1.8936E+00 -22.35

```

EDUCATIONAL VERSION OF SAP90, COMMERCIAL USE PROHIBITED

PAGE 8

PROGRAM:SAP90/FILE:AK1.F4F

AKOZ/ ORNEK COZUM

S H E L L E L E M E N T F O R C E S

```

ELEMENT ID   43 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
48  2.8238E+00  1.9136E+00 -1.8070E-01  2.8583E+00  1.8791E+00  -10.83
49  2.0016E+00  1.1757E+00 -3.7277E-01  2.1449E+00  1.0324E+00  -21.04
59  2.2670E+00  1.9568E+00 -4.5446E-01  2.5921E+00  1.6317E+00  -35.58
60  1.6700E+00  1.1806E+00 -6.4653E-01  2.1166E+00  7.3403E-01  -34.63

```

```

ELEMENT ID   44 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
49  2.0102E+00  1.1772E+00 -4.5850E-01  2.2132E+00  9.7425E-01  -23.87
50 -4.8456E-03  3.2546E-03 -5.3035E-01  5.2957E-01 -5.3116E-01  -45.22
60  1.6712E+00  1.1808E+00 -8.3216E-01  2.2935E+00  5.5845E-01  -36.79
61 -1.6045E-03 -3.6678E-03 -9.0401E-01  9.0137E-01 -9.0665E-01  -44.97

```

```

ELEMENT ID   45 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
51 -1.8747E+00 -3.1244E-01 -5.9200E-02 -3.1020E-01 -1.8769E+00  -87.83
52  1.8206E-01  4.6844E-01  5.0665E-04  4.6844E-01  1.8205E-01   89.90
62 -1.5956E+00 -2.6593E-01  1.4237E-01 -2.5086E-01 -1.6107E+00   83.96
63  2.0063E-01  5.3599E-01  2.0207E-01  6.3090E-01  1.0572E-01   64.84

```

```

ELEMENT ID   46 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
52  1.6198E-01  4.6509E-01 -3.2535E-02  4.6854E-01  1.5852E-01  -83.94
53  3.6581E-01  1.1811E+00 -4.7852E-02  1.1839E+00  3.6301E-01  -86.65
63  1.4558E-01  5.2682E-01  2.5613E-01  6.5548E-01  1.6920E-02   63.33
64  3.2790E-01  1.2223E+00  2.4081E-01  1.2830E+00  2.6718E-01   75.85

```

```

ELEMENT ID   47 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
53  3.8265E-01  1.1839E+00 -4.2710E-02  1.1861E+00  3.8038E-01  -86.96
54 -1.7828E-01  1.8604E+00  1.8041E-02  1.8606E+00 -1.7844E-01   89.49
64  3.1969E-01  1.2210E+00  2.3268E-01  1.2775E+00  2.6316E-01   76.35
65  1.4890E-01  1.7076E+00  2.9343E-01  1.7610E+00  9.5491E-02   79.68

```

```

ELEMENT ID   48 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
54 -2.8962E-01  1.8419E+00  1.9423E-01  1.8594E+00 -3.0718E-01   84.84
55 -3.3919E-02  2.4300E+00  3.3421E-01  2.4745E+00 -7.8445E-02   82.41
65  1.8659E-01  1.7139E+00  3.7206E-01  1.7997E+00  1.0077E-01   77.01
66  4.5869E-02  1.9748E+00  5.1203E-01  2.1022E+00 -8.1627E-02   76.02

```

EDUCATIONAL VERSION OF SAP90, COMMERCIAL USE PROHIBITED

PAGE 9

PROGRAM:SAP90/FILE:AK1.F4F

AKOZ/ ORNEK COZUM

S H E L L E L E M E N T F O R C E S

```

ELEMENT ID   49 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
55 -5.5960E-01  2.3424E+00  5.9232E-01  2.4586E+00 -6.7584E-01  78.90
56  4.0094E-01  2.5888E+00  7.7186E-01  2.8337E+00  1.5605E-01  72.40
66  1.7810E-01  1.9968E+00  6.1748E-01  2.1866E+00 -1.1730E-02  72.91
67  3.5486E-01  2.0573E+00  7.9702E-01  2.3722E+00  3.9975E-02  68.44

```

```

ELEMENT ID   50 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
56  3.2699E-01  2.5765E+00  8.8944E-01  2.8857E+00  1.7807E-02  70.83
57  1.4088E+00  2.4496E+00  8.1627E-01  2.8972E+00  9.6114E-01  61.26
67  3.8073E-01  2.0616E+00  7.9157E-01  2.3757E+00  6.6650E-02  68.36
68  8.5131E-01  1.9906E+00  7.1840E-01  2.3378E+00  5.0411E-01  64.21

```

```

ELEMENT ID   51 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
57  1.4269E+00  2.4526E+00  6.2157E-01  2.7456E+00  1.1339E+00  64.76
58  2.1702E+00  2.3329E+00  3.2836E-01  2.5899E+00  1.9133E+00  51.96
68  8.3775E-01  1.9883E+00  5.1507E-01  2.1852E+00  6.4086E-01  69.08
69  1.2248E+00  1.7994E+00  2.2187E-01  1.8751E+00  1.1491E+00  71.16

```

```

ELEMENT ID   52 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
58  2.1619E+00  2.3316E+00  9.4192E-03  2.3321E+00  2.1614E+00  86.83
59  2.2691E+00  1.9606E+00 -3.6273E-01  2.5090E+00  1.7207E+00 -33.48
69  1.2133E+00  1.7975E+00 -1.4224E-01  1.8303E+00  1.1805E+00 -77.02
70  1.3144E+00  1.4954E+00 -5.1438E-01  1.9272E+00  8.8263E-01 -49.99

```

```

ELEMENT ID   53 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
59  2.2676E+00  1.9604E+00 -6.6305E-01  2.7946E+00  1.4334E+00 -38.48
60  1.6701E+00  1.1811E+00 -9.8185E-01  2.4375E+00  4.1379E-01 -38.01
70  1.3100E+00  1.4946E+00 -9.1887E-01  2.3258E+00  4.7884E-01 -47.87
71  1.0208E+00  9.3226E-01 -1.2377E+00  2.2150E+00 -2.6194E-01 -43.98

```

```

ELEMENT ID   54 -----
LOAD COND    1 -----
JOINT        M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
60  1.6712E+00  1.1813E+00 -1.1675E+00  2.6192E+00  2.3338E-01 -39.08
61 -2.4512E-03 -8.7485E-03 -1.2974E+00  1.2918E+00 -1.3030E+00 -44.93
71  1.0419E+00  9.3577E-01 -1.5219E+00  2.5116E+00 -5.3398E-01 -44.00
72 -1.6081E-02  1.6738E-02 -1.6518E+00  1.6522E+00 -1.6516E+00 -45.28

```

EDUCATIONAL VERSION OF SAP90, COMMERCIAL USE PROHIBITED

PAGE 10

PROGRAM:SAP90/FILE:AK1.F4F

AKOZ/ ORNEK COZUM

S H E L L E L E M E N T F O R C E S

```

ELEMENT ID  55 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
62 -1.5956E+00 -2.6593E-01  1.4237E-01 -2.5086E-01 -1.6107E+00  83.96
63  1.9959E-01  5.2975E-01  4.4477E-01  8.3909E-01 -1.0975E-01  55.18
73  2.9593E-02  4.9321E-03  2.4988E-01  2.6742E-01 -2.3290E-01  43.59
74 -5.8306E-02 -4.5886E-03  5.5226E-01  5.2147E-01 -5.8436E-01  46.39

```

```

ELEMENT ID  56 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
63  1.4454E-01  5.2058E-01  4.9883E-01  8.6565E-01 -2.0053E-01  55.33
64  3.2764E-01  1.2208E+00  4.6755E-01  1.4208E+00  1.2766E-01  66.84
74  5.2638E-02  1.3902E-02  6.4038E-01  6.7395E-01 -6.0740E-01  44.13
75 -1.5418E-02 -6.5267E-03  6.0910E-01  5.9815E-01 -6.2009E-01  45.21

```

```

ELEMENT ID  57 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
64  3.1943E-01  1.2194E+00  4.5941E-01  1.4125E+00  1.2634E-01  67.20
65  1.4959E-01  1.7117E+00  4.6298E-01  1.8386E+00  2.2679E-02  74.67
75 -2.0024E-02 -7.2944E-03  5.7100E-01  5.5737E-01 -5.8469E-01  45.32
76  1.5748E-02 -1.2466E-03  5.7456E-01  5.8188E-01 -5.6738E-01  44.58

```

```

ELEMENT ID  58 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
65  1.8728E-01  1.7180E+00  5.4161E-01  1.8903E+00  1.5021E-02  72.36
66  4.7357E-02  1.9837E+00  6.2542E-01  2.1681E+00 -1.3708E-01  73.57
76 -2.3154E-02 -7.7303E-03  6.0335E-01  5.8795E-01 -6.1884E-01  45.37
77  3.0681E-02  3.2263E-04  6.8715E-01  7.0282E-01 -6.7181E-01  44.37

```

```

ELEMENT ID  59 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
66  1.7959E-01  2.0057E+00  7.3087E-01  2.2622E+00 -7.6897E-02  70.66
67  3.5638E-01  2.0665E+00  7.5723E-01  2.3536E+00  6.9279E-02  69.24
77 -2.1077E-02 -8.3037E-03  7.3783E-01  7.2316E-01 -7.5254E-01  45.25
78 -6.1908E-04 -3.6928E-03  7.6419E-01  7.6203E-01 -7.6635E-01  44.94

```

```

ELEMENT ID  60 -----
LOAD COND   1 -----
JOINT      M11      M22      M12      Mmax      Mmin      ANGLE
67  3.8225E-01  2.0708E+00  7.5178E-01  2.3570E+00  9.6045E-02  69.16
68  8.5055E-01  1.9860E+00  6.3179E-01  2.2677E+00  5.6888E-01  65.97
78  2.3037E-02  2.4979E-04  7.1746E-01  7.2919E-01 -7.0591E-01  44.55
79 -2.7199E-02 -5.4505E-03  5.9747E-01  5.8124E-01 -6.1389E-01  45.52

```

EDUCATIONAL VERSION OF SAP90, COMMERCIAL USE PROHIBITED

PAGE 11

PROGRAM:SAP90/FILE:AK1.F4P

AKOZ/ ORNEK COZUM

S H E L L E L E M E N T F O R C E S

ELEMENT ID 61 -----

LOAD COND 1 -----

JOINT	M11	M22	M12	Mmax	Mmin	ANGLE
68	8.3699E-01	1.9837E+00	4.2846E-01	2.1261E+00	6.9459E-01	71.62
69	1.2255E+00	1.8037E+00	1.2264E-01	1.8287E+00	1.2006E+00	78.51
79	2.6036E-02	3.4219E-03	3.7586E-01	3.9076E-01	-3.6130E-01	44.14
80	-2.2234E-02	-5.3323E-03	7.0046E-02	5.6770E-02	-8.4337E-02	48.44

ELEMENT ID 62 -----

LOAD COND 1 -----

JOINT	M11	M22	M12	Mmax	Mmin	ANGLE
69	1.2140E+00	1.8018E+00	-2.4146E-01	1.8883E+00	1.1276E+00	-70.30
70	1.3147E+00	1.4972E+00	-6.6455E-01	2.0768E+00	7.3518E-01	-48.91
80	1.2825E-02	5.1081E-04	-3.1006E-01	3.1679E-01	-3.0345E-01	-44.43
81	-8.5503E-03	-1.7806E-03	-7.3316E-01	7.2800E-01	-7.3833E-01	-45.13

ELEMENT ID 63 -----

LOAD COND 1 -----

JOINT	M11	M22	M12	Mmax	Mmin	ANGLE
70	1.3103E+00	1.4965E+00	-1.0690E+00	2.4765E+00	3.3031E-01	-47.49
71	1.0241E+00	9.5205E-01	-1.4790E+00	2.4676E+00	-4.9140E-01	-44.30
81	-9.6237E-03	-1.9595E-03	-1.1791E+00	1.1733E+00	-1.1849E+00	-45.09
82	2.0072E-02	-1.3741E-02	-1.5891E+00	1.5923E+00	-1.5860E+00	-44.70

ELEMENT ID 64 -----

LOAD COND 1 -----

JOINT	M11	M22	M12	Mmax	Mmin	ANGLE
71	1.0452E+00	9.5556E-01	-1.7632E+00	2.7642E+00	-7.6344E-01	-44.27
72	-2.5730E-02	-4.1154E-02	-1.9475E+00	1.9140E+00	-1.9809E+00	-44.89
82	-4.6903E-02	-2.4903E-02	-1.9256E+00	1.8898E+00	-1.9616E+00	-45.16
83	5.8922E-02	5.3054E-02	-2.1099E+00	2.1659E+00	-2.0539E+00	-44.96

3.10. ÇÖZÜMLERİN DEĞERLENDİRİLMESİ

Bilgisayar çıkışlarından elde edilen sonuçlara göre, plağa gelen minimum ve maksimum momentler şu şekildedir:

x doğrultusundaki momentler:

$$M_{11\min} = -6,88 \text{ kNm/m.} \quad (33 \text{ no.lu düğüm noktasında})$$

$$M_{11\max} = 2,93 \text{ kNm/m.} \quad (37 \text{ no.lu düğüm noktasında})$$

y doğrultusundaki momentler:

$$M_{22\min} = -5,59 \text{ kNm/m.} \quad (33 \text{ no.lu düğüm noktasında})$$

$$M_{22\max} = 2,61 \text{ kNm/m.} \quad (56 \text{ no.lu düğüm noktasında})$$

x ve y doğrultularında maksimum momentlerle minimum momentler birbirlerine çok yakın olduğu için $M_{11\min} = M_{22\min}$ ve $M_{11\max} = M_{22\max}$ kabul edilebilir. O halde her iki doğrultuda eşit donatı kullanılarak, izotrop donatılı plak için çözüm yapılmalıdır.

4. BÖLÜM

KIRILMA ÇİZGİLERİ TEORİSİ

4.1. GİRİŞ

Bir yapısal analizde, yapının yıkılmaya karşı uygun bir güvenlik katsayısına sahip olması ve işletme yükleri altında kullanılabilirliğini koruması amaçlanır. Böyle bir çalışma, deformasyonların hesaplanmasını zorunlu kılar, çünkü deformasyonları uygun limitler içinde tutmak gerekmektedir.

Ancak yapısal analiz, deformasyonlar ve işletme yüklerinin neden olduğu gerilmeler için iyi sonuçlar veren elastik teoriye dayalı olursa, yapının yük taşıma kapasitesini anlamaya yetmez. Bu eksikliğin nedeni, elastisite teorisinin ana kabullerinin (Hooke Kanunu ve küçük sehimler) kırılma yüküne yaklaşıldığında artık geçerli olmadığının bilinmesidir. Birçok durumda elastik tasarım oldukça sınırlayıcıdır. Birtakım kabullerin yapılmasıyla birlikte, elastik teori güvenilir olmayan sonuçlar verebilir.

Ayrıca bazı basit durumlar dışında, elastik analizinin diğer ciddi sınırlamaları, hesaplardaki matematiksel karmaşıklıktır. Modern nümerik metodlara rağmen, bilgisayarların yaygın kullanımı, en zor plak problemlerinin potansiyel olarak çözüm kapasitelerine bağlıdır. Basit bir analitik yöntem için hesaplanan çözümlerin kontrol edilebilmesine karşı, daha ayrıntılı problemlerin kontrolü çok zor olduğundan, alternatif yöntemlerin geliştirilmesine yönelik, belirgin bir gereksinme vardır.

Kırılma çizgileri analizi, böyle bir alternatif çözüm tekniğidir. Bu yöntem, özellikle betonarme plaklar için çok uygundur. Kırılma çizgileri analizi, elastik tasarımın sözkonusu sınırlamalarını -hiç olmazsa bir ölçüde- ortadan

kaldırır. Plakların kırılma yükü, taşıma kapasiteleri ile ele alındığı için, kırılmaya yakın bir andaki plak incelenir.

Yapılan deneylerde, kırılmaya yakın anda ve kırılma durumunda malzemenin davranışının plastik olduğu gözlenmiştir. Elastisite teorisinde moment eğrilikle orantılı olduğundan tek bir çözüm elde edilebilmesine karşın, plastik bölgede moment eğrilikle bağımlı olmadığından sayısız çözüm bulunabilmektedir.

Kırılma durumuna gelmiş bir döşemede, kendisine rastlayan bütün donatının aktığı, döşeme sınırlarına kadar devam eden ve döşemeyi parçalara bölen geniş çatlaklar, "kırılma (akma) çizgileri" olarak adlandırılır. Üzerlerindeki bütün donatı aktığı için kırılma çizgileri sürekli birer mafsalları işlevini görürler. Mekanizma durumuna gelmiş bir döşemedeki plastik deformasyonlar, elastik deformasyonlarla karşılaştırılamayacak kadar büyüktür.

4.2. ÇÖZÜM YÖNTEMLERİ

Klasik plastisite teorisine dayalı limit analizinde, plaklar için kesin çözüm her zaman sağlanamaz. Hesaplanacak kırılma yükü, bir alt sınır ve üst sınır arasında bulunur. İncelenen bir plakta, tam doğru bir çözüme ulaşmak için, bu sınırların mümkün olduğunca birbirlerine yaklaşdırılmasına veya çakıştırılmasına çalışılır. Alt sınır çözümü, kırılma yükü için doğru veya daha küçük değeri verir. Üst sınır çözümü ise kırılma yükü için doğru veya daha büyük (güvensiz) değeri verir.

Üst sınır çözümleri içinde en yaygın olarak bilineni K.W. JOHANSEN'in "kırılma çizgileri teorisi"dir. Bu teoride yapılan genel kabuller şöyle sıralanabilir:

1. Göçmeye yakın bir anda, kırılma çizgileri maksimum momentlerin oluştuğu yerlerden geçer.

2. Kırılma çizgileri, bazı özel durumların dışında, düz çizgilerdir.
3. Kırılma çizgileri boyunca, donatı sabitse, sabit kırılma momentleri (m_u) meydana gelir.
4. Plak parçaları üzerindeki elastik deformasyonlar, plastik deformasyonlara oranla çok küçük oldukları için ihmal edilebilirler. (Rijit-plastik davranış)
5. Birçok kırılma figüründen yalnızca biri, en küçük kırılma yükünü veren önemli. Bu durumdaki kırılma çizgileri figürü gerçek kırılma figürüdür.

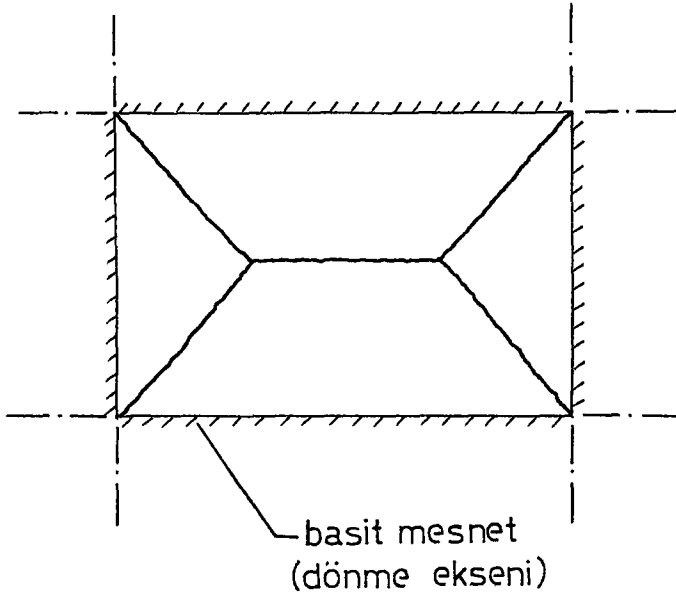
Bu genel kabullerden yararlanarak çıkarılacak sonuçlar, plaklarda kırılma figürlerinin belirlenmesini sağlayan kuralları oluşturur:

- 1) Kırılma çizgileri döşeme sınırlarına kadar devam eder.
- 2) Elastik deformasyonlar ihmal edilebildiğine göre, kırılma çizgilerinin ayırdığı döşeme parçalarının düzlem kaldığı kabul edilmiş olmaktadır. Döşeme sehim yaptığı zaman, bu düzlem parçalarının "dönme eksen" adı verilen bir eksen etrafında dönmeleri gerekir.

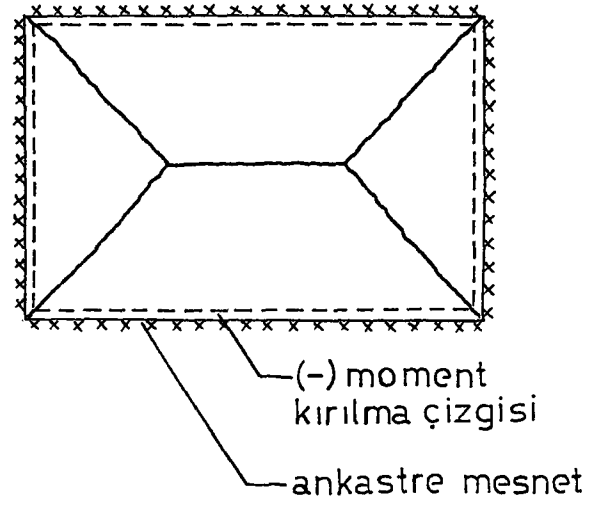
- Basit bir mesnet, kendisine oturan döşeme parçasının bir dönme eksenidir. (Şekil 4.1.a)

- Ankastre mesnette, negatif kırılma çizgisi, bu mesnete oturan döşeme parçasının bir dönme eksenidir. (Şekil 4.1.b)

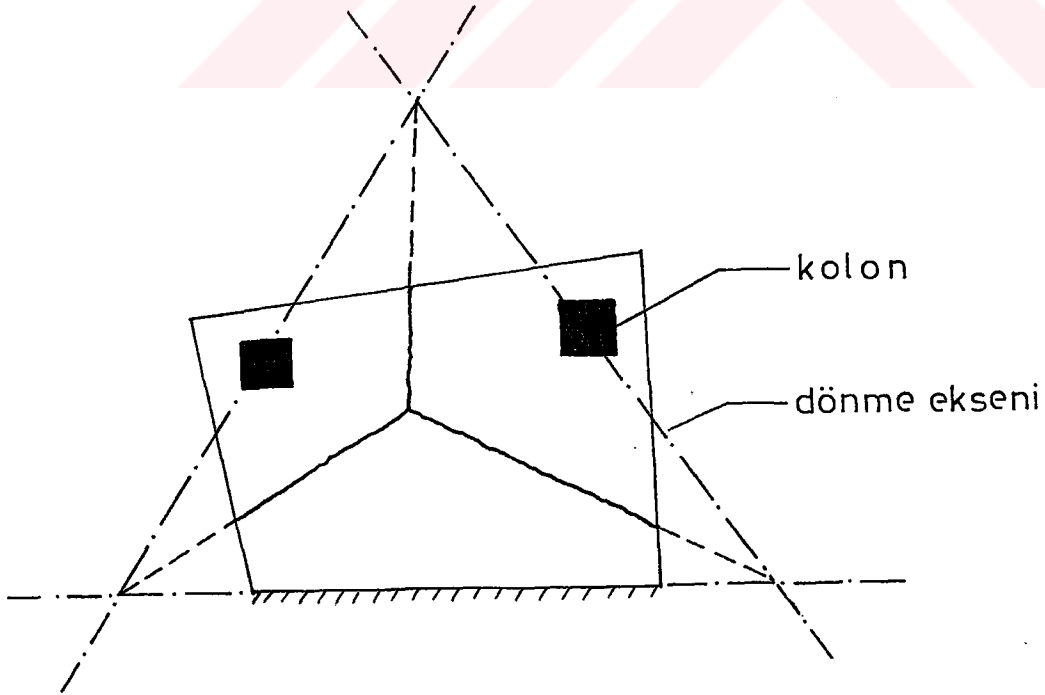
- Kolona oturan döşeme parçasının dönme eksen, kolondan geçer. (Şekil 4.1.c)



Şekil 4.1.a



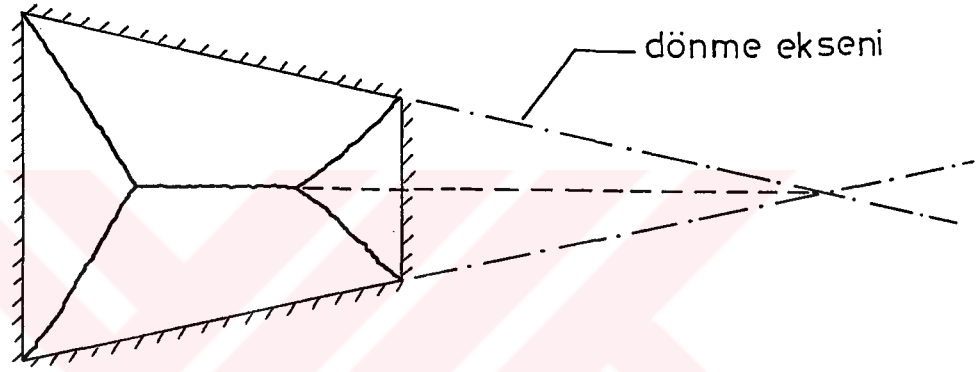
Şekil 4.1.b



Şekil 4.1.c

3) Bazı özel durumlar dışında, düzlem parçalarının arakesitleri olan kırılma çizgileri birer doğru şeklindedir.

4) Bir kırılma çizgisi, ayırdığı döşeme parçalarının dönme eksenlerinin kesim noktalarından geçer. Dönme eksenleri birbirine paralelse kırılma çizgisi de bunlara paralel olur.(Şekil 4.2)



Şekil 4.2.

5) Kırılma çizgisi figürleri, plağın değişik parçalarının dönme eksenleri ve dönmeler arasındaki oranlar yardımıyla belirlenir.

6) Kırılma figürü, herbir parça için kırılma momentinin maksimum mutlak değerine uygun olarak oluşur.

Bu kurallara dayanarak, değişik geometri ve mesnet şartlarındaki döşemeler için, çeşitli kırılma figürleri belirlenebilir. Döşemenin kırılma figürü belirlendikten sonra, bu figüre ait kırılma momentinin belirlenmesi gerekir. Plak çözümlerinin, kırılma çizgileri teorisi ile hesabında kullanılacak yöntemler, kırılma momentlerinin bulunmasını sağlamanın yanı sıra, gerçek kırılma figürünün (en küçük kırılma yükünü veya en büyük kırılma momentini

veren figür) bulunmasına da imkan vermelidir. Böylece iki ayrı yöntem geliştirilmiştir:

- i) Statik Denge Yöntemi
- ii) Virtüel İşler Yöntemi

Plağın göçme mekanizmasını, kırılma çizgilerinin yeri ve yönü belirler. Kabul edilen optimum kırılma çizgisi figüründe, iş metodu, kritik yük için bir üst sınır çözümü verir. Doğru bir denge yaklaşımı kullanılarak, aynı göçme mekanizması ile, farklı bir şekilde, bir alt sınır çözümü elde edilebilir. Böylece, her iki durumda da analizin amacı, iteratif bir yöntem yardımıyla geliştirilebilen en uygun optimum kırılma çizgisi figürünü bulmaktır.

4.2.1. Statik Denge Yöntemi

Denge metodunda, kırılma çizgilerinin ayırdığı döşeme parçalarının herbiri ayrı ayrı incelenir. Herbir döşeme parçası, dış kuvvetler ve kırılma çizgileri boyunca etkiyen eğilme momentleri, kesme kuvvetleri ve burulma momentleri etkisinde dengededir. Denge metodunda çözüm yapılabilmesi için kesme kuvvetleri -ve varsa- burulma momentlerinin bilinmesi gerekir. Ancak bu büyüklüklerin kırılma çizgileri üzerindeki dağılışını bilmek hemen hemen olanaksızdır. Johansen'in önerdiği basit bir çözümle, büyüklükleri ve dağılımları bilinmeyen kesme kuvvetleri ve burulma momentleri yerine, kırılma çizgilerinin uçlarında etkiyen, "düğüm kuvvetleri" adı verilen eşdeğer kuvvet çiftleri kullanılır. Bu düğüm kuvvetlerinin hesaplanması da geliştirilen bir dizi teorem kullanılarak yapılmaktadır. Daha sonra her rijit parça için denge şartları yazılır. Denge denklemleri yardımıyla da bilinmeyen büyüklükler hesaplanarak kırılma momenti -veya kırılma yükü- bulunur.

4.2.2. Virtüel İşler Yöntemi

Belirli tip döşemelerin, özellikle düzensiz sınırlara sahip döşemelerin projelendirilmesi, direkt olarak virtüel iş metodunun kullanımını gerektirebilir.

İş (veya enerji) metodu, belli bir kırılma mukavemet momenti yardımıyla, döşemeye gelen kritik yük için bir üst-sınır çözümü verir. Olası kırılma çizgileri figürleri için, p_u kırılma yükünün en küçük değerini veren özel bir konfigürasyon araştırılır. Çözüm, virtüel iş teoremine dayanır. Virtüel iş teoreminin kuralları basit olup aşağıdaki gibidir:

1) Mekanizma durumuna gelmiş bir döşemeye, geometrik koşullara uygun bir virtüel deplasman verilirse, sistemin tümünde dış kuvvetler tarafından yapılan iş; iç kuvvetler tarafından yapılan işe eşit olur. Kırılma mukavemet momenti/ Kırılma yükü oranı maksimum değerine, göçme mekanizmasının kritik bir halinde ulaşır; bu durumda sözkonusu oran, farklı ve kritik tipte olmayan bir göçme sistemine bağlı olarak, projelendirme amaçları için kullanılabilir.

2) Bir kırılma çizgisinin ayırdığı iki döşeme parçasının yüzlerinde etkiyen kesme kuvvetleri ve burulma momentleri eşit ve zıt yönde olduklarından iş yapmazlar. İç kuvvetlerden yalnızca, kırılma çizgisi boyunca etkiyen eğilme momentleri iş yaparlar.

Böylece herhangi bir δ virtüel deplasmanı etkisinde, iç ve dış kuvvetlerin dengede olmalarından dolayı, yapacakları virtüel işlerin toplamının sıfır olacağı kuralından yararlanarak, m_p eğilme momenti -veya p kırılma yükü- hesaplanabilir.

Gerçek kırılma modu, en küçük kırılma yükünü - ya da en büyük kırılma momentini- verecek olan kırılma figürü olduğundan çözüm, genel olarak (m / p) değerini maksimum yapacak kırılma modunun bulunmasına yöneliktir.

Virtüel iş yöntemi, kırılma çizgileri teorisi ile hesaplanan döşemelere uygulanırken, kırılma çizgilerinin ayırdığı döşeme parçalarının herbiri rijit bölgeler olarak kabul edildiğine göre, bir δ virtüel deplasmanı etkisinde iç kuvvetlerin yapacağı iş, dış kuvvetlerin yapacağı işe eşit olur. İç kuvvetlerin yaptığı iş I, dış kuvvetlerin yaptığı iş D ile gösterilirse;

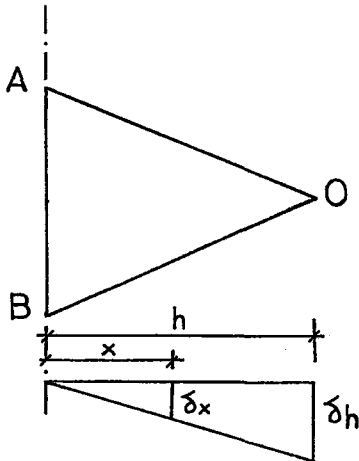
$$\sum_{i=1}^n D_i + \sum_{j=1}^k I_j = 0 \quad (4.1)$$

Burada n: Rijit bölge sayısı (döşeme parçası sayısı),
k: Kırılma çizgisi sayısıdır.

4.2.2.a) Dış Kuvvetlerin Virtüel İş:

Şekil 4.3'de gösterilen rijit bölgede O noktasına bir δ_w virtüel deplasmanı verildiğinde, A-B dönme ekseninden x mesafedeki δ_x virtüel deplasmanı;

$$\delta_x = \frac{\delta_h}{h} \cdot x \quad \text{olarak ifade edilir.}$$



Şekil 4.3

Bu rijit bölgede yapılan dış iş:

$$D_i = \frac{\delta_h}{h} \int p \cdot x \cdot dx \cdot dy \quad (4.2)$$

$dx \cdot dy = dA$ ve rijit bölgedeki yükün ağırlık merkezinin dönme eksenine uzaklığı $\bar{x}$ ise;

$$D_i = \frac{\delta_h}{h} \int p \cdot \bar{x} \cdot dA = \frac{\delta_h}{h} \bar{x} \cdot \int p \cdot dA$$

$$D_i = \delta_{\bar{x}} \cdot p_i \quad (4.3)$$

$\delta_{\bar{x}}$: 0 noktasındaki virtüel deplasmandan dolayı rijit bölgenin ağırlık merkezinde oluşacak virtüel deplasman.

p_i : Bölgedeki toplam dış yük.

0 halde toplam dış iş:

$$D = \sum D_i = \sum_{i=1}^n (p \cdot \delta_{\bar{x}})_i$$

$\frac{\delta_h}{h} = \theta$: Rijit bölgenin dönme eksenini etrafındaki dönme açısı ve

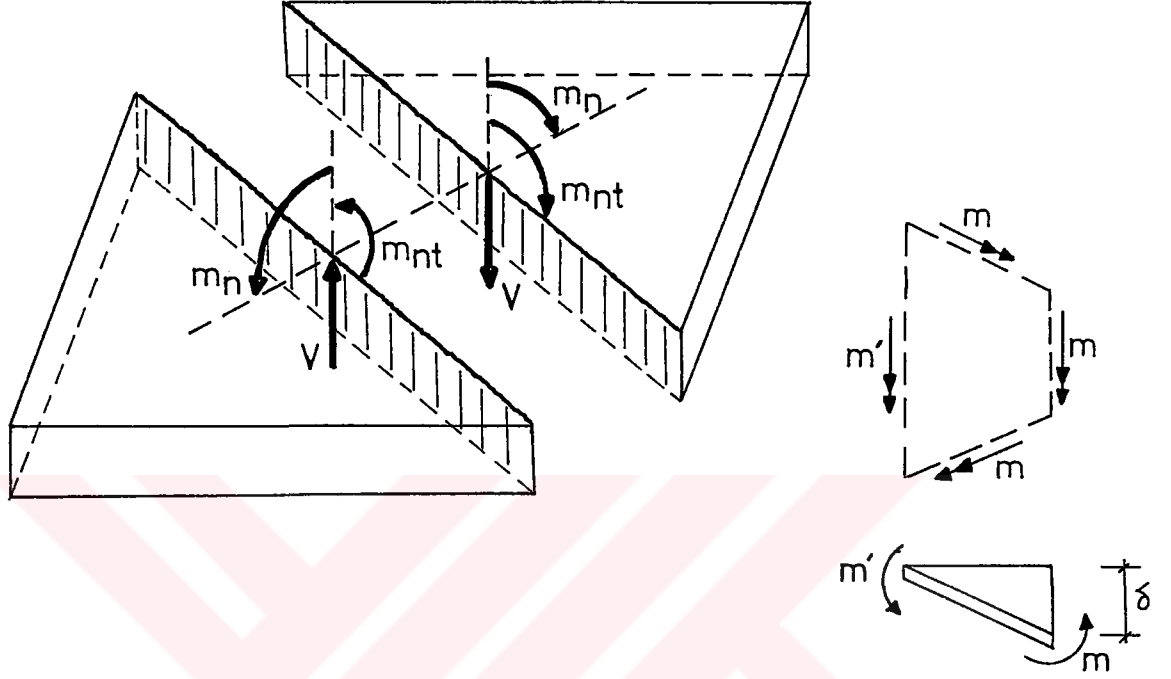
$\int p \cdot x \cdot dA = M_p$: Rijit bölgedeki yükün dönme eksenine göre statik momentidir. Buna göre;

$$D = \sum D_i = \sum_{i=1}^n (p \cdot \delta_{\bar{x}})_i = \sum_{i=1}^n (M_p \cdot \theta)_i \quad (4.4)$$

Genellikle, işlemleri kolaylaştırmak için $\delta = 1$ alınır.

4.2.2.b) İç Kuvvetlerin Virtüel İş:

Mekanizma durumuna gelmiş bir döşemeye, uygun bir δ virtüel deplasmanı verildiğinde, rijit parçalar kırılma çizgileri etrafında dönebilirler. Kırılma çizgisi boyunca etki eden kuvvetler, bu rotasyon sırasında -dönme açısına uygun olarak- bir iş yaparlar. Kırılma çizgisinin ayırdığı iki döşeme parçasının yüzlerinde etkiyen burulma momentleri ve kesme kuvvetleri eşit ve zıt yönde olduklarından bunların yaptıkları işlerin toplamı sıfır olur. Bu nedenle iç kuvvetlerden iş yapan yalnızca, kırılma çizgileri boyunca etkiyen eğilme momentleridir. (Şekil 4.4)



Şekil 4.4. Bir kırılma çizgisinin ayırdığı iki döşeme parçasının yüzlerine etkiyen iç kuvvetler

Kırılma çizgisine ds boyunca etkiyen moment $m_n \cdot ds$ olduğuna göre, ds boyunda yapılan iç iş:

$$I = -m_n \cdot ds \cdot \theta_n$$

Burada θ_n ; rijit döşeme parçasının kırılma çizgisi etrafında yaptığı rotasyondur.

δ virtüel deplasmanı etkisinde, plağın dönmesi ile momentlerin doğrultuları zıt yönde olduğundan iç iş negatiftir. Kırılma çizgisinin iki tarafındaki döşeme parçaları rijit olduğundan θ_n sabittir. Bazı özel haller dışında m_n momenti de sabit olur. O halde kırılma çizgisi boyunca yapılan iç iş:

$$I = - \sum_{j=1}^k (m_n \cdot \theta_n \cdot l_o)_j \quad (4.5)$$

l_o : Kırılma çizgisinin boyu.

Buna göre iş ifadesi:

$$D = I$$

$$\sum_{i=1}^n (p \cdot \delta \bar{x})_i = \sum_{j=1}^k (m_n \cdot \theta_n \cdot l_o)_j \quad (4.6)$$

Genel olarak betonarme döşemeler, birbirine dik x ve y doğrultularında yerleştirilen donatıyla donatılırlar. Eğer döşemede iki dik doğrultudaki momentler birbirine eşitse;

$$m_n = m_x = m_y \quad \text{olur.}$$

Burulma momenti sıfırdır. ($m_{nt} = 0$)

Bu tür döşemelere "izotrop donatılı döşemeler" denir.

İki dik doğrultudaki m_x ve m_y momentleri birbirinden farklı ise bu tür döşemelere "ortotrop donatılı döşemeler" adı verilir. Ortotrop döşemelerde -kırılma çizgisi donatıya dik ya da paralel değilse- burulma momenti vardır. ($m_{nt} \neq 0$)

İç işin bileşenleri yardımıyla hesabı:

(4.5) ifadesinde (θ_n) ve ($m_n \cdot l_o$) vektörel büyüklüklerdir. Bu nedenle doğrudan bunların kullanılması yerine, donatının yerleştirildiği x ve y doğrultularındaki çarpımlarının toplamı alınabilir. İki ayrı durum sözkonusudur:

a) Dik (ortogonal) donatı kullanılması durumu:

Şekil 4.5'te görüldüğü gibi, y eksenini ile açısı yapan bir kırılma çizgisinin A ve B parçalarına ayırdığı döşemede donatı ortogonal ve taşıdığı momentler m_x ve m_y ise iç iş ifadesi:

$$\sum_{j=1}^k (m_n \cdot \theta_n \cdot l_o)_j = \sum (m_x \cdot \cos^2 \alpha + m_y \cdot \sin^2 \alpha) (\theta_{An} + \theta_{Bn}) \cdot l_o$$

$$= \sum (m_x \theta_{An} \cos^2 \alpha \cdot l_o + m_y \theta_{An} \sin^2 \alpha \cdot l_o)_A + \sum (m_x \theta_{Bn} \cos^2 \alpha \cdot l_o + m_y \theta_{Bn} \sin^2 \alpha \cdot l_o)_B$$

$l_o = l_y / \cos \alpha = l_x / \sin \alpha$ değerleri yerlerine yazılırsa;

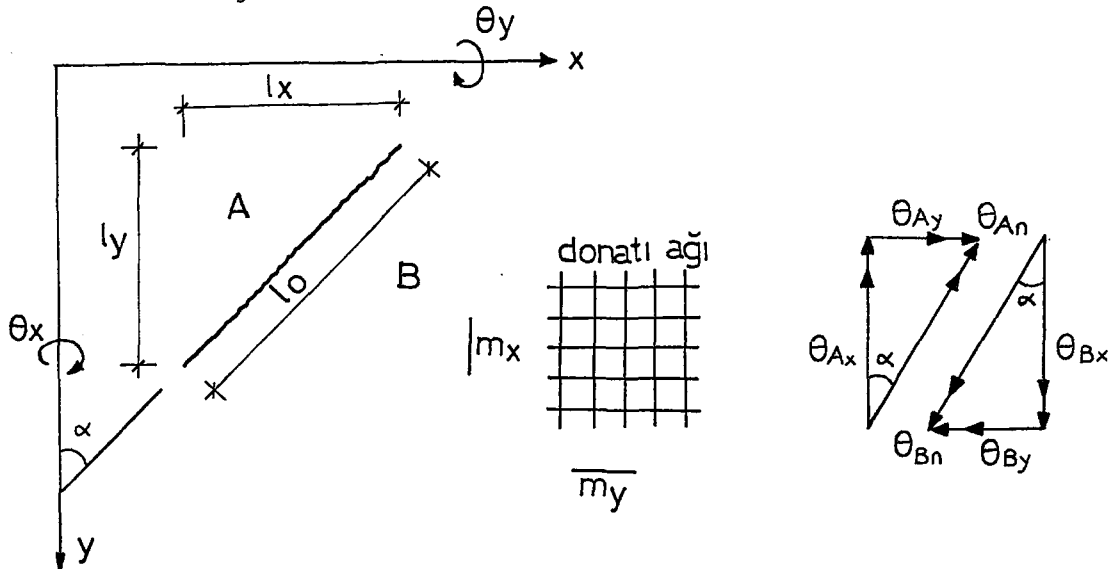
$$\sum_{j=1}^k (m_n \cdot \theta_n \cdot l_o)_j = \sum [m_x (\theta_{An} \cos \alpha) l_y + m_y (\theta_{An} \sin \alpha) l_x] +$$

$$\sum [m_x (\theta_{Bn} \cos \alpha) l_y + m_y (\theta_{Bn} \sin \alpha) l_x]$$

$$= \sum (m_x \theta_x \cdot l_y + m_y \theta_y \cdot l_x)_A + \sum (m_x \theta_x \cdot l_y + m_y \theta_y \cdot l_x)_B$$

$$I = - \sum [\sum (m_x \theta_x l_y) + \sum (m_y \theta_y l_x)]_i \quad (4.7)$$

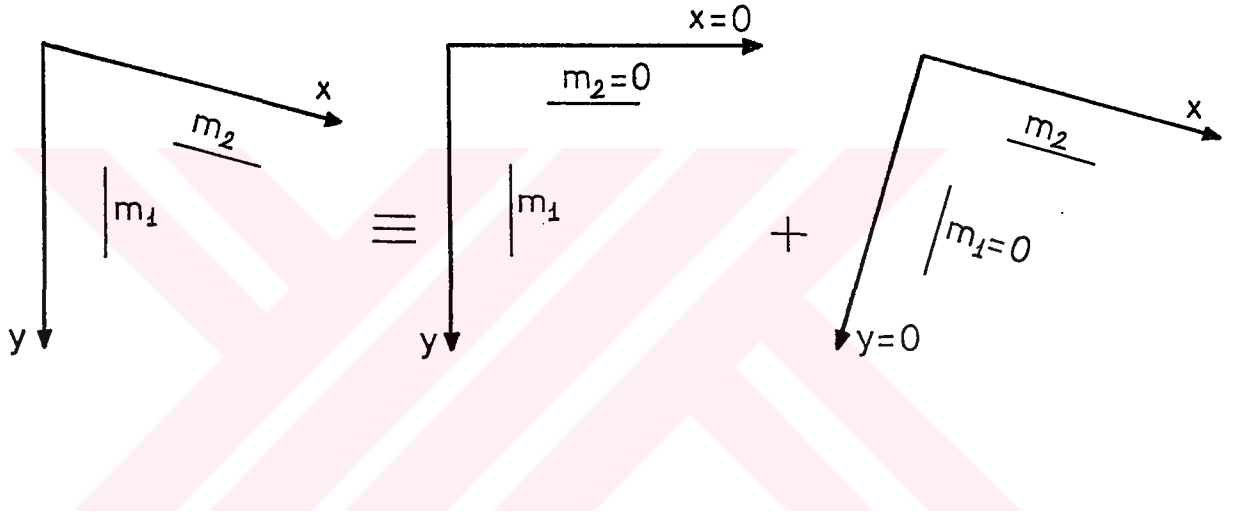
Böylece iç iş, kırılma çizgisi üzerinde yapılan iş yerine, rijit bölgelerde yapılan işlerin toplamı olarak ifade edilmiş olur.



Şekil 4.5 Donatının ortogonal olması durumunda iç işin bileşenleriyle hesabı

b) Verev (eğik) donatı kullanılması durumu:

Şekil 4.6'da görüldüğü gibi verev donatı, iki ortogonal donatının toplamı olarak ele alınabileceğinden, ortogonal donatı için geçerli olan kurallar, verev donatı için de kullanılabilir.



Şekil 4.6 Verev donatı kullanılması durumu.

4.2.3. Gerçek Kırılma Modunu Verecek Maksimum Çözümün Elde Edilmesi

Gerçek kırılma modu, en küçük kırılma yükünü -veya en büyük kırılma momentini- veren kırılma figürüdür. Bu nedenle genel olarak çözümde, (m / p) değerini maksimum yapacak kırılma modu bulunmaya çalışılır.

(m / p) 'nin maksimum değerini bulmak için şu üç yoldan biri izlenebilir:

1) Aritmetik yol: İş denklemlerindeki bilinmeyen parametrelere uygun sayısal değerler verilerek (m / p) 'ler hesaplanır. Bunların içinde en büyük (m / p) değerini veren gerçek kırılma modudur.

2) Cebirsel yol: Parametrelere bağlı olarak elde edilen iş denkleminde λ 'ya değişik değerler verilerek (m / p) 'nin maksimumu aranır.(Şekil 4.7.a)

3) Diferansiyel yol: İş denklemleri parametrelere bağlı olarak bulunur.

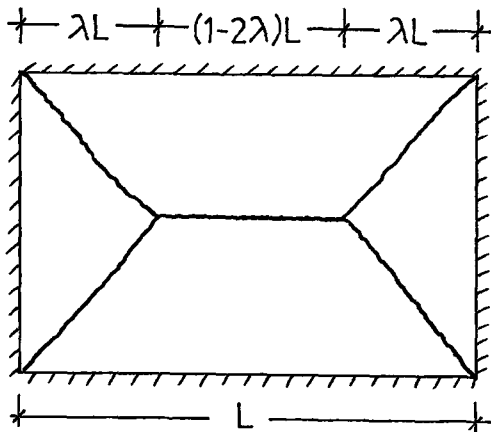
$$(m / p) = f(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$$

(m / p) 'nin maksimumunu verecek olan değerleri;

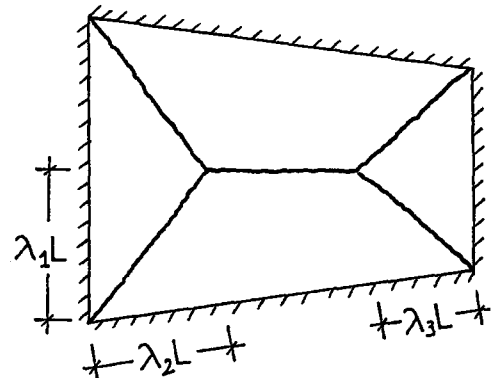
$$\frac{\partial (m / p)}{\partial \lambda_1} = 0, \quad \frac{\partial (m / p)}{\partial \lambda_2} = 0, \dots, \quad \frac{\partial (m / p)}{\partial \lambda_n} = 0$$

diferansiyel ifadelerinden hesaplanır.(Şekil 4.7.b)

Genel olarak kullanılan yöntem, diferansiyel yol olmakla birlikte, iş denkleminin türevlerinin karışık ifadeler verdiği durumlarda ve bazı özel süreksizlik hallerinde çözüm oldukça güçleşebilir.



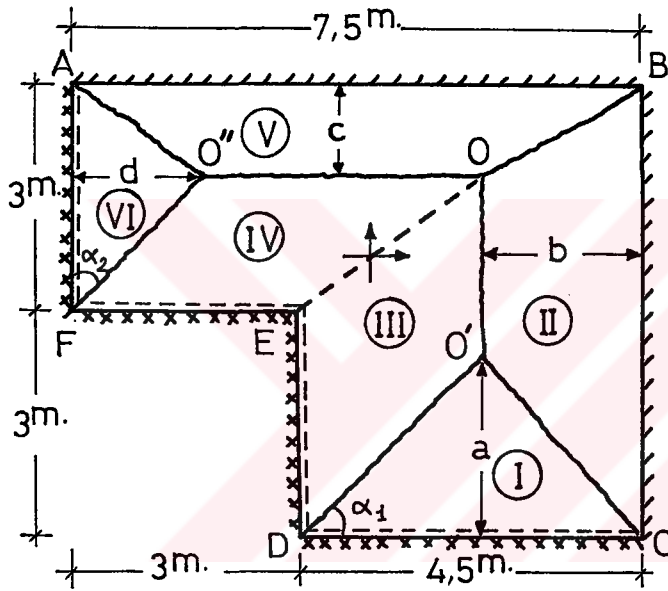
Şekil 4.7.a



Şekil 4.7.b

SAYISAL ÖRNEK

3. Bölümün sonunda L biçiminde betonarme plak için SAP90 bilgisayar programı ile elde edilen çözüme göre plağın izotrop donatılı olduğu ($m_x=m_y=m$) kabul edilmiştir. Bu kez aynı plağın hesabı, kabul edilen bu donatı oranı gözönüne alınarak kırılma çizgileri teorisiyle yapılacaktır. Plak, her iki doğrultuda açıklıklarda m , mesnetlerde im momentlerini karşılayacak şekilde hesaplanacaktır. Sırasıyla $i=2$, $i=1,5$ ve $i=1$ için üç ayrı çözüm elde edilmesi istenmektedir.



0 noktasında $\delta=1$ olursa, O' ve O'' noktalarında da $\delta=1$ olur.

$$\left. \begin{array}{l} a < 3 \\ b < \frac{4,5}{2} = 2,25 \\ c < \frac{3}{2} = 1,5 \\ d < 3 \end{array} \right\} \text{ olmalıdır.}$$

$\alpha_1 = \alpha_2 = 45^\circ$, o halde;

$a = 4,5 - b$ ve $d = 3 - c$ olmalıdır.

Şekil 4.8.

İÇ İŞ BİLEŞENLERİ ($i=2$ için)

Rijit bölge	Rotasyon bileşenleri		İş bileşenleri	
	θ_x	θ_y	$m_x \theta_x \cdot l_y$	$m_y \theta_y \cdot l_x$
I	0	$1/a$	0	$(m+2m) \cdot 1/a \cdot 4,5$
II	$1/b$	0	$m \cdot 1/b \cdot 6$	0
III	$1/(4,5-b)$	0	$(m+2m) (6-c)/(4,5-b)$	0
IV	0	$1/(3-c)$	0	$(m+2m) (7,5-b)/(3-c)$
V	0	$1/c$	0	$m \cdot 1/c \cdot 7,5$
VI	$1/d$	0	$(m+2m) \cdot 1/d \cdot 3$	0

I parçası: $(m + 2m) \cdot l/a \cdot 4,5 = 13,5m/a$

II parçası: $6m/b$

III parçası: $(m + 2m) (6-c) / (4,5-b) = 3m(6-c) / (4,5-b) = m(18-3c) / (4,5-b)$

IV parçası: $(m + 2m) (7,5-b) / (3-c) = 3m(7,5-b) / (3-c) = m(22,5-3b) / (3-c)$

V parçası: $7,5m/c$

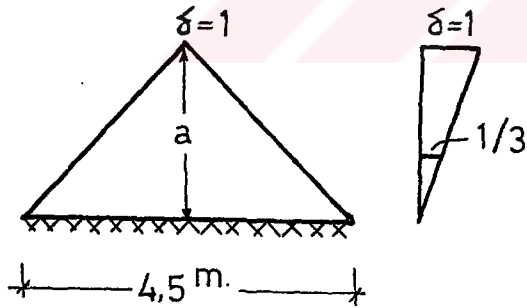
VI parçası: $(m + 2m) \cdot l/d \cdot 3 = 9m/d$

$$\sum I_i = \frac{13,5m}{a} + \frac{6m}{b} + \frac{m(18-3c)}{(4,5-b)} + \frac{m(22,5-3b)}{(3-c)} + \frac{7,5m}{c} + \frac{9m}{d}$$

$$\sum I_i = m \left[\frac{13,5}{a} + \frac{6}{b} + \frac{(18-3c)}{(4,5-b)} + \frac{(22,5-3b)}{(3-c)} + \frac{7,5}{c} + \frac{9}{d} \right]$$

DIŞ İŞ BİLEŞENLERİ

I Parçası



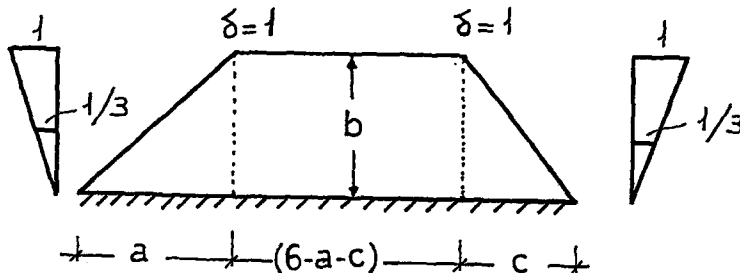
$$D_i = p_i \cdot \delta \bar{x} = M_p \cdot \theta_i$$

$$p_i = \frac{1}{2} p \cdot a \cdot 4,5 \quad \delta \bar{x} = \frac{1}{3}$$

$$D_i = \frac{1}{a} \left(\frac{p \cdot 4,5 a}{2} \cdot \frac{a}{3} \right)$$

$$D_i = \frac{4,5}{6} p \cdot a = \frac{3}{4} p a$$

II Parçası



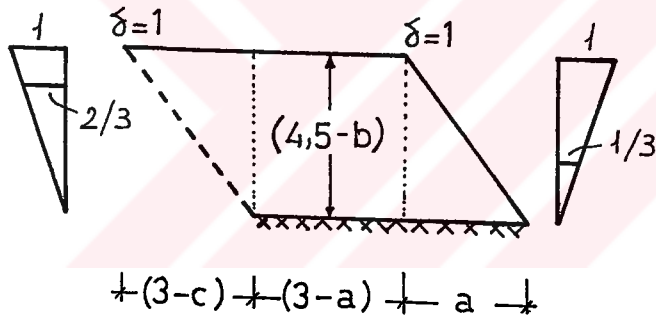
$$D_i = \frac{1}{b} \left[\frac{pab}{2} \cdot \frac{b}{3} + p \cdot b \cdot (6-a-c) \cdot \frac{b}{2} + \frac{p \cdot b \cdot c}{2} \cdot \frac{b}{3} \right]$$

$$D_i = \frac{pb}{6} [a + 3(6-a-c) + c] = \frac{pb}{6} (a + 18 - 3a - 3c + c) = \frac{pb}{6} (18 - 2a - 2c) =$$

$$= \frac{pb}{6} [2(9-a-c)] = \frac{pb}{3} (9-a-c)$$

$$D_i = \frac{pb}{3} (9-a-c)$$

III Parçası

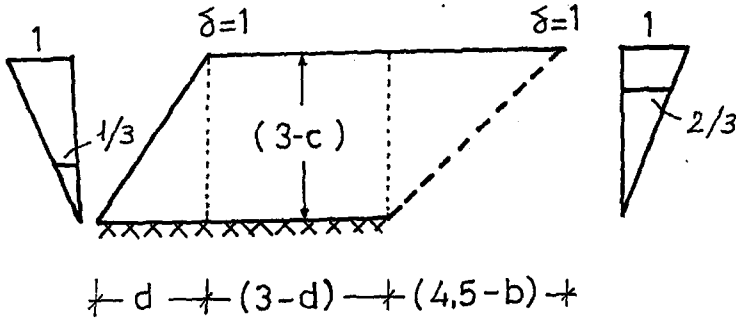


$$D_i = \frac{1}{(4,5-b)} \left[\frac{p(4,5-b)(3-c)}{2} \cdot \frac{2(4,5-b)}{3} + p(3-a)(4,5-b) \cdot \frac{(4,5-b)}{2} + \right.$$

$$\left. \frac{p \cdot a(4,5-b)}{2} \cdot \frac{(4,5-b)}{3} \right]$$

$$D_i = \frac{p(4,5-b)}{6} [2(3-c) + 3(3-a) + a] = \frac{p(4,5-b)}{6} (15 - 2a - 2c)$$

$$D_i = \frac{p(4,5-b)}{3} (7,5-a-c)$$

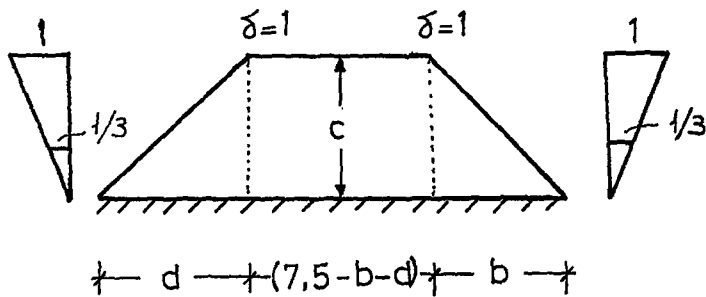
IV Parçası

$$D_i = \frac{1}{(3-c)} \left[\frac{pd(3-c)}{2} \cdot \frac{(3-c)}{3} + p(3-c)(3-d) \frac{(3-c)}{2} + \frac{p(4,5-b)(3-c)}{2} \cdot \frac{2(3-c)}{3} \right]$$

$$D_i = \frac{p(3-c)}{6} [d + 3(3-d) + 2(4,5-b)] = \frac{p(3-c)}{6} (d + 9 - 3d + 9 - 2b)$$

$$D_i = \frac{p(3-c)}{6} (18 - 2d - 2b) = \frac{p(3-c)}{6} [2(9 - b - d)]$$

$$D_i = \frac{p(3-c)}{3} (9 - b - d)$$

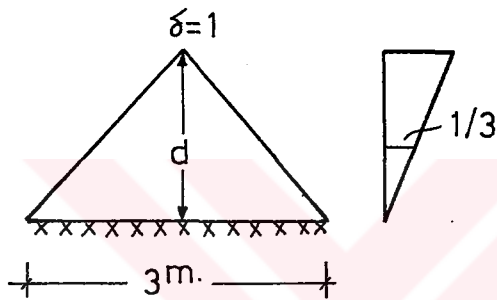
V Parçası

$$D_i = \frac{1}{c} \left[\frac{pcd}{2} \cdot \frac{c}{3} + pc(7,5-b-d) \frac{c}{2} + \frac{pbc}{2} \cdot \frac{c}{3} \right]$$

$$D_i = \frac{pc}{6} [d + 3(7,5 - b - d) + b] = \frac{pc}{6} (d + 22,5 - 3b - 3d + b)$$

$$D_i = \frac{pc}{6} (22,5 - 2b - 2d) \longrightarrow D_i = \frac{pc}{3} (11,25 - b - d)$$

VI Parçası



$$D_i = \frac{1}{d} \left(\frac{p3d}{2} \cdot \frac{d}{3} \right)$$

$$D_i = \frac{pd}{2}$$

$$\sum D_i = \frac{3}{4} pa + \frac{pb}{3} (9 - a - c) + \frac{p(4,5 - b)}{3} (7,5 - a - c) +$$

$$\frac{p(3 - c)}{3} (9 - b - d) + \frac{pc}{3} (11,25 - b - d) + \frac{pd}{2}$$

$$\sum D_i = p \left[\frac{3}{4} a + \frac{b}{3} (9 - a - c) + \frac{(4,5 - b)}{3} (7,5 - a - c) + \right.$$

$$\left. \frac{(3 - c)}{3} (9 - b - d) + \frac{c}{3} (11,25 - b - d) + \frac{d}{2} \right]$$

$$\sum D_i = p \left[\frac{3}{4} a + \frac{9b}{3} - \frac{ab}{3} - \frac{bc}{3} + \frac{33,75}{3} - \frac{4,5a}{3} - \frac{4,5c}{3} - \right.$$

$$\left. \frac{7,5b}{3} + \frac{ab}{3} + \frac{bc}{3} + \frac{27}{3} - \frac{3b}{3} - \frac{3d}{3} - \frac{9c}{3} + \frac{bc}{3} + \frac{cd}{3} \right]$$

Denklem düzenlendiğinde;

$$\sum D_i = p \left[20,25 - 0,75a - 0,5b - 4,5c - d + \frac{c}{3} \cdot (b + d) \right]$$

$$\sum I_i = m \left[\frac{13,5}{a} + \frac{6}{b} + \frac{(18-3c)}{(4,5-b)} + \frac{(22,5-3b)}{(3-c)} + \frac{7,5}{c} + \frac{9}{d} \right] \text{ idi.}$$

D= I olduğuna göre;

$$\frac{m}{p} = \frac{20,25 - 0,75a - 0,5b - 4,5c - d + \frac{c}{3} (b+d)}{\frac{13,5}{a} + \frac{6}{b} + \frac{(18-3c)}{(4,5-b)} + \frac{(22,5-3b)}{(3-c)} + \frac{7,5}{c} + \frac{9}{d}}$$

ifadesi elde edilir.

a= 4,5-b ve d= 3-c yerlerine yazılırsa;

$$\frac{m}{p} = \frac{20,25 - 0,75(4,5-b) - 0,5b - 4,5c - (3-c) + \frac{c}{3} (b + (3-c))}{\frac{13,5}{(4,5-b)} + \frac{6}{b} + \frac{(18-3c)}{(4,5-b)} + \frac{(22,5-3b)}{(3-c)} + \frac{7,5}{c} + \frac{9}{(3-c)}}$$

$$\frac{m}{p} = \frac{20,25 - 3,375 + 0,75b - 0,5b - 4,5c - 3 + c + \frac{bc}{3} + \frac{3c}{3} - \frac{c^2}{3}}{\frac{(31,5-3c)}{(4,5-b)} + \frac{(31,5-3b)}{(3-c)} + \frac{6}{b} + \frac{7,5}{c}}$$

$$\frac{m}{p} = \frac{13,875 + 0,25b - 2,5c + \frac{bc}{3} - \frac{c^2}{3}}{\frac{(31,5-3c)}{(4,5-b)} + \frac{(31,5-3b)}{(3-c)} + \frac{6}{b} + \frac{7,5}{c}}$$

Görüldüğü gibi m/p ifadesi, b ve c olmak üzere iki parametreye bağlı bir ifade haline gelmiştir.

a= 4,5-b olduğuna göre b= 1,5 için a= 3 olur. Oysa a<3 olması gerektiği bilinmektedir. O halde;

1,5<b<2,25 olmalıdır.

c<1,5 olması gerektiği de daha önce belirlenmişti.

m/p'nin maksimumunu bulmak için, b ve c'ye bu sınırlayıcı koşullar gözönüne alınarak verilen değişik değerlere göre, m/p değerlerini hesaplayan bir bilgisayar programı hazırlanmış ve elde edilen m/p'ler bir tablo halinde verilmiştir.



```

5 REM 1 CI COZUM
10 PRINT"BU PROGRAM KIRILMA CIZGILERI TEORISINE GORE L-TIPI DOSEMELERIN "
20 PRINT "OPTIMAL COZUMU HAKKINDA NUMERIK HESAPLAR"
30 REM J:C ARTIMI ICIN;I:B ARTIMI ICIN
40 B=1.5:C=0:DX=.05:DIM F(29,14)
50 FOR I=1 TO 14
60 B=B+DX:C=0
70 FOR J=1 TO 29
80 C=C+DX
90 F(J,I)=13.875+.25*B-2.5*C+B*C/3-C*C/3
100 F(J,I)=F(J,I)/((31.5-3*C)/(4.5-B)+(31.5-3*B)/(3-C)+6/B+7.5/C)
110 NEXT J
120 NEXT I
130 LPRINT:LPRINT:LPRINT
140 Y1$=STRING$(64,196)
150 LPRINT"      "Y1$
160 Y2$="          m/p(b,c) DEGERLERI TABLOSU a=4.5-b  d=3-c"
170 LPRINT Y2$
180 LPRINT"      "Y1$
190 LPRINT"          b"
200 Y3$="          c      "
210 Y4$=STRING$(56,196)
220 LPRINT Y3$Y4$
230 LPRINT"          1.55      1.60      1.65      1.70      1.75      1.80      1.85"
240 LPRINT"      "Y1$
250 C=0
260 FOR J=1 TO 29
270 C=C+.05
280 LPRINT USING"#####.##";C;
290 LPRINT USING"###.####";F(J,1);
300 LPRINT USING"###.####";F(J,2);
310 LPRINT USING"###.####";F(J,3);
320 LPRINT USING"###.####";F(J,4);
330 LPRINT USING"###.####";F(J,5);
340 LPRINT USING"###.####";F(J,6);
350 LPRINT USING"###.####";F(J,7)
360 NEXT J
370 LPRINT CHR$(12)
380 LPRINT:LPRINT:LPRINT
390 LPRINT"      "Y1$
400 LPRINT Y2$
410 LPRINT"      "Y1$
420 LPRINT"          b"
430 LPRINT Y3$Y4$
440 LPRINT"          1.90      1.95      2.00      2.05      2.10      2.15      2.20"
450 LPRINT"      "Y1$
460 C=0
470 FOR J=1 TO 29
480 C=C+.05
490 LPRINT USING"#####.##";C;
500 LPRINT USING"###.####";F(J,8);
510 LPRINT USING"###.####";F(J,9);
520 LPRINT USING"###.####";F(J,10);
530 LPRINT USING"###.####";F(J,11);
540 LPRINT USING"###.####";F(J,12);
550 LPRINT USING"###.####";F(J,13);
560 LPRINT USING"###.####";F(J,14)
570 NEXT J
580 END

```

m/p(b,c) DEGERLERI TABLOSU a=4.5-b d=3-c							
c	b						
	1.55	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80	1.85
0.05	0.0816	0.0817	0.0817	0.0818	0.0818	0.0819	0.0819
0.10	0.1425	0.1426	0.1427	0.1428	0.1429	0.1429	0.1429
0.15	0.1891	0.1893	0.1894	0.1895	0.1896	0.1897	0.1897
0.20	0.2255	0.2257	0.2259	0.2260	0.2261	0.2262	0.2262
0.25	0.2543	0.2546	0.2548	0.2550	0.2551	0.2551	0.2551
0.30	0.2773	0.2776	0.2779	0.2780	0.2782	0.2782	0.2782
0.35	0.2957	0.2961	0.2964	0.2966	0.2967	0.2968	0.2968
0.40	0.3104	0.3109	0.3112	0.3115	0.3117	0.3117	0.3117
0.45	0.3222	0.3227	0.3231	0.3234	0.3236	0.3237	0.3237
0.50	0.3315	0.3321	0.3325	0.3329	0.3331	0.3333	0.3333
0.55	0.3388	0.3394	0.3399	0.3403	0.3406	0.3407	0.3408
0.60	0.3442	0.3449	0.3455	0.3459	0.3463	0.3465	0.3466
0.65	0.3482	0.3490	0.3496	0.3501	0.3505	0.3507	0.3508
0.70	0.3509	0.3517	0.3524	0.3529	0.3533	0.3536	0.3538
0.75	0.3524	0.3533	0.3540	0.3546	0.3551	0.3554	0.3557
0.80	0.3529	0.3538	0.3546	0.3553	0.3558	0.3562	0.3565
0.85	0.3525	0.3535	0.3543	0.3550	0.3556	0.3561	0.3564
0.90	0.3513	0.3523	0.3532	0.3540	0.3546	0.3551	0.3555
0.95	0.3493	0.3504	0.3514	0.3522	0.3529	0.3535	0.3539
1.00	0.3467	0.3478	0.3488	0.3497	0.3505	0.3511	0.3516
1.05	0.3435	0.3446	0.3457	0.3467	0.3475	0.3481	0.3487
1.10	0.3397	0.3409	0.3420	0.3430	0.3439	0.3446	0.3452
1.15	0.3353	0.3366	0.3378	0.3388	0.3398	0.3406	0.3412
1.20	0.3306	0.3319	0.3331	0.3342	0.3352	0.3360	0.3368
1.25	0.3253	0.3267	0.3280	0.3291	0.3301	0.3310	0.3318
1.30	0.3197	0.3211	0.3224	0.3236	0.3247	0.3256	0.3265
1.35	0.3136	0.3151	0.3164	0.3177	0.3188	0.3198	0.3207
1.40	0.3072	0.3087	0.3101	0.3114	0.3125	0.3136	0.3146
1.45	0.3004	0.3020	0.3034	0.3047	0.3059	0.3070	0.3080

m/p(b,c) DEGERLERI TABLOSU a=4.5-b d=3-c							
c	b						
	1.90	1.95	2.00	2.05	2.10	2.15	2.20
0.05	0.0819	0.0820	0.0820	0.0820	0.0820	0.0820	0.0820
0.10	0.1430	0.1429	0.1429	0.1429	0.1428	0.1427	0.1426
0.15	0.1896	0.1896	0.1895	0.1894	0.1892	0.1890	0.1888
0.20	0.2261	0.2260	0.2258	0.2256	0.2254	0.2251	0.2247
0.25	0.2550	0.2548	0.2546	0.2544	0.2540	0.2536	0.2532
0.30	0.2781	0.2779	0.2777	0.2773	0.2769	0.2765	0.2759
0.35	0.2966	0.2965	0.2962	0.2958	0.2954	0.2948	0.2942
0.40	0.3116	0.3114	0.3111	0.3107	0.3102	0.3096	0.3090
0.45	0.3236	0.3234	0.3231	0.3227	0.3222	0.3216	0.3209
0.50	0.3332	0.3330	0.3327	0.3323	0.3318	0.3312	0.3304
0.55	0.3407	0.3406	0.3403	0.3399	0.3394	0.3387	0.3380
0.60	0.3465	0.3464	0.3461	0.3458	0.3453	0.3446	0.3439
0.65	0.3509	0.3507	0.3505	0.3502	0.3497	0.3491	0.3483
0.70	0.3539	0.3538	0.3536	0.3533	0.3528	0.3523	0.3515
0.75	0.3558	0.3557	0.3556	0.3553	0.3549	0.3543	0.3537
0.80	0.3566	0.3566	0.3565	0.3563	0.3559	0.3554	0.3548
0.85	0.3566	0.3567	0.3566	0.3564	0.3561	0.3557	0.3551
0.90	0.3558	0.3559	0.3559	0.3558	0.3555	0.3551	0.3545
0.95	0.3542	0.3544	0.3544	0.3544	0.3542	0.3538	0.3533
1.00	0.3520	0.3522	0.3523	0.3523	0.3522	0.3519	0.3515
1.05	0.3491	0.3494	0.3496	0.3497	0.3496	0.3493	0.3490
1.10	0.3457	0.3461	0.3463	0.3464	0.3464	0.3463	0.3460
1.15	0.3418	0.3422	0.3425	0.3427	0.3427	0.3427	0.3424
1.20	0.3374	0.3379	0.3382	0.3385	0.3386	0.3386	0.3384
1.25	0.3325	0.3331	0.3335	0.3338	0.3340	0.3340	0.3340
1.30	0.3272	0.3278	0.3283	0.3287	0.3289	0.3291	0.3291
1.35	0.3215	0.3222	0.3227	0.3232	0.3235	0.3237	0.3238
1.40	0.3154	0.3161	0.3168	0.3173	0.3177	0.3180	0.3181
1.45	0.3090	0.3098	0.3104	0.3110	0.3115	0.3118	0.3121

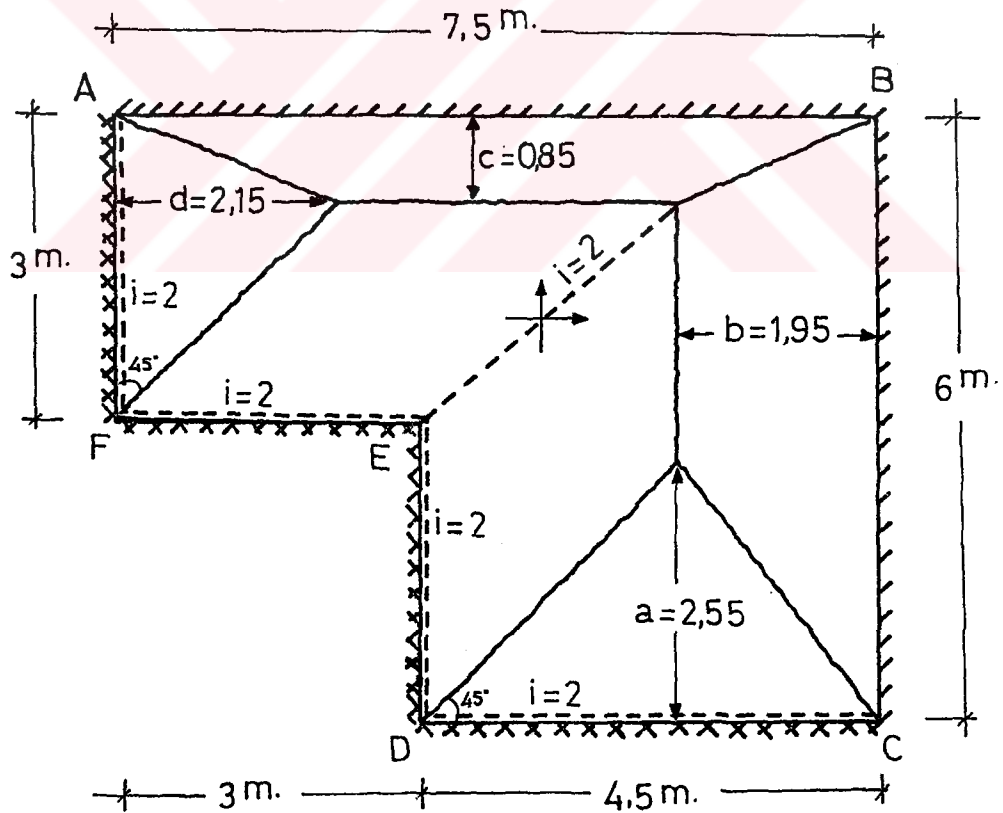
SONUÇ

Bilgisayar çıkışlarında tablo halinde verilen sonuçlar incelendiğinde en büyük m/p değerinin $b=1,95$ ve $c=0,85$ değerleri için elde edildiği görülmektedir ($\max m/p= 0,3567$).

$$b= 1,95 \quad \text{için} \quad a= 4,5-b= 2,55$$

$$c= 0,85 \quad \text{için} \quad d= 3-c= 2,15$$

Dağılım parametreleri belirlendiğine göre plağın gerçek kırılma figürü de belirlenmiş olur:



Şekil 4.9. L Biçiminde BA plağın $i=2$ için gerçek kırılma figürü.

İÇ İŞ BİLEŞENLERİ (i=1,5 için)

I parçası: $(m+1,5m) \cdot 4,5/a = 2,5m \cdot 4,5/a = 11,25m/a$

II parçası: $6m/b$

III parçası: $(m+1,5m)(6-c)/(4,5-b) = m(15-2,5c)/(4,5-b)$

IV parçası: $(m+1,5m)(7,5-b)/(3-c) = m(18,75-2,5b)/(3-c)$

V parçası: $7,5m/c$

VI parçası: $(m+1,5m) \cdot 1/d \cdot 3 = 7,5m/d$

$$\sum I_i = \frac{11,25m}{a} + \frac{6m}{b} + \frac{m(15-2,5c)}{(4,5-b)} + \frac{m(18,75-2,5b)}{(3-c)} + \frac{7,5m}{c} + \frac{7,5m}{d}$$

$$\sum I_i = m \left[\frac{11,25}{a} + \frac{6}{b} + \frac{(15-2,5c)}{(4,5-b)} + \frac{(18,75-2,5b)}{(3-c)} + \frac{7,5}{c} + \frac{7,5}{d} \right]$$

$$\sum D_i = p \left[20,25 - 0,75a - 0,5b - 4,5c - d + \frac{c}{3} (b+d) \right] \text{ idi.}$$

$D=I$ olduğuna göre;

$$\frac{m}{p} = \frac{20,25 - 0,75a - 0,5b - 4,5c - d + (c/3)(b+d)}{\frac{11,25}{a} - \frac{6}{b} - \frac{(15-2,5c)}{(4,5-b)} - \frac{(18,75-2,5b)}{(3-c)} - \frac{7,5}{c} - \frac{7,5}{d}}$$

$a=4,5-b$ ve $d=3-c$ yerlerine yazılırsa;

$$\frac{m}{p} = \frac{20,25 - 0,75(4,5-b) - 0,5b - 4,5c - (3-c) + \frac{c}{3}(b+(3-c))}{\frac{11,25}{(4,5-b)} + \frac{6}{b} + \frac{(15-2,5c)}{(4,5-b)} + \frac{(18,75-2,5b)}{(3-c)} + \frac{7,5}{c} + \frac{7,5}{(3-c)}}$$

$$\frac{m}{p} = \frac{13,875 + 0,25b - 2,5c + \frac{bc}{3} - \frac{c^2}{3}}{\frac{(26,25-2,5c)}{(4,5-b)} + \frac{(26,25-2,5b)}{(3-c)} + \frac{6}{b} + \frac{7,5}{c}}$$

```

5  REM 2 CI COZUM
10 PRINT"BU PROGRAM KIRILMA CIZGILERI TEORISINE GORE L-TIPI DOSEMELERIN "
20 PRINT "OPTIMAL COZUMU HAKKINDA NUMERIK HESAPLAR"
30 REM J:C ARTIMI ICIN;I:B ARTIMI ICIN
40 B=1.5:C=0:DX=.05:DIM F(29,14)
50 FOR I=1 TO 14
60 B=B+DX:C=0
70 FOR J=1 TO 29
80 C=C+DX
90 F(J,I)=13.875+.25*B-2.5*C+B*C/3-C*C/3
100 F(J,I)=F(J,I)/((26.25-2.5*C)/(4.5-B)+(26.25-2.5*B)/(3-C)+6/B+7.5/C)
110 NEXT J
120 NEXT I
130 LPRINT:LPRINT:LPRINT
140 Y1$=STRING$(64,196)
150 LPRINT"      "Y1$
160 Y2$="          m/p(b,c) DEGERLERI TABLOSU a=4.5-b  d=3-c"
170 LPRINT Y2$
180 LPRINT"      "Y1$
190 LPRINT"          b"
200 Y3$="          c  "
210 Y4$=STRING$(56,196)
220 LPRINT Y3$Y4$
230 LPRINT"          1.55      1.60      1.65      1.70      1.75      1.80      1.85"
240 LPRINT"      "Y1$
250 C=0
260 FOR J=1 TO 29
270 C=C+.05
280 LPRINT USING"#####.##";C;
290 LPRINT USING"###.###";F(J,1);
300 LPRINT USING"###.###";F(J,2);
310 LPRINT USING"###.###";F(J,3);
320 LPRINT USING"###.###";F(J,4);
330 LPRINT USING"###.###";F(J,5);
340 LPRINT USING"###.###";F(J,6);
350 LPRINT USING"###.###";F(J,7)
360 NEXT J
370 LPRINT CHR$(12)
380 LPRINT:LPRINT:LPRINT
390 LPRINT"      "Y1$
400 LPRINT Y2$
410 LPRINT"      "Y1$
420 LPRINT"          b"
430 LPRINT Y3$Y4$
440 LPRINT"          1.90      1.95      2.00      2.05      2.10      2.15      2.20"
450 LPRINT"      "Y1$
460 C=0
470 FOR J=1 TO 29
480 C=C+.05
490 LPRINT USING"#####.##";C;
500 LPRINT USING"###.###";F(J,8);
510 LPRINT USING"###.###";F(J,9);
520 LPRINT USING"###.###";F(J,10);
530 LPRINT USING"###.###";F(J,11);
540 LPRINT USING"###.###";F(J,12);
550 LPRINT USING"###.###";F(J,13);
560 LPRINT USING"###.###";F(J,14)
570 NEXT J
580 END

```

m/p(b,c) DEGERLERI TABLOSU a=4.5-b d=3-c							
c	b						
	1.55	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80	1.85
0.05	0.0832	0.0832	0.0833	0.0834	0.0835	0.0835	0.0836
0.10	0.1474	0.1476	0.1477	0.1478	0.1479	0.1480	0.1481
0.15	0.1980	0.1982	0.1985	0.1986	0.1988	0.1989	0.1990
0.20	0.2385	0.2388	0.2391	0.2393	0.2395	0.2396	0.2397
0.25	0.2712	0.2716	0.2719	0.2722	0.2724	0.2726	0.2727
0.30	0.2977	0.2982	0.2987	0.2990	0.2993	0.2995	0.2996
0.35	0.3195	0.3200	0.3205	0.3209	0.3212	0.3215	0.3216
0.40	0.3372	0.3379	0.3384	0.3389	0.3392	0.3395	0.3396
0.45	0.3516	0.3524	0.3530	0.3535	0.3539	0.3542	0.3544
0.50	0.3633	0.3642	0.3649	0.3654	0.3659	0.3662	0.3665
0.55	0.3727	0.3736	0.3744	0.3750	0.3755	0.3759	0.3762
0.60	0.3800	0.3810	0.3818	0.3825	0.3831	0.3836	0.3839
0.65	0.3856	0.3867	0.3876	0.3883	0.3890	0.3895	0.3898
0.70	0.3897	0.3908	0.3918	0.3926	0.3933	0.3939	0.3943
0.75	0.3924	0.3936	0.3946	0.3955	0.3963	0.3969	0.3974
0.80	0.3939	0.3952	0.3963	0.3973	0.3981	0.3988	0.3993
0.85	0.3944	0.3957	0.3969	0.3979	0.3988	0.3995	0.4001
0.90	0.3939	0.3953	0.3965	0.3976	0.3985	0.3994	0.4000
0.95	0.3925	0.3939	0.3952	0.3964	0.3974	0.3983	0.3990
1.00	0.3903	0.3918	0.3932	0.3944	0.3955	0.3964	0.3972
1.05	0.3873	0.3889	0.3904	0.3916	0.3928	0.3938	0.3946
1.10	0.3837	0.3854	0.3869	0.3882	0.3894	0.3905	0.3914
1.15	0.3795	0.3812	0.3827	0.3841	0.3854	0.3865	0.3875
1.20	0.3747	0.3764	0.3780	0.3795	0.3808	0.3820	0.3830
1.25	0.3693	0.3711	0.3728	0.3743	0.3756	0.3769	0.3780
1.30	0.3634	0.3653	0.3670	0.3685	0.3700	0.3713	0.3724
1.35	0.3571	0.3590	0.3607	0.3623	0.3638	0.3651	0.3664
1.40	0.3503	0.3522	0.3540	0.3556	0.3572	0.3586	0.3598
1.45	0.3431	0.3450	0.3468	0.3485	0.3501	0.3516	0.3529

m/p(b,c) DEGERLERI TABLOSU a=4.5-b d=3-c

c	b						
	1.90	1.95	2.00	2.05	2.10	2.15	2.20
0.05	0.0836	0.0837	0.0837	0.0837	0.0837	0.0838	0.0838
0.10	0.1482	0.1482	0.1482	0.1482	0.1482	0.1482	0.1481
0.15	0.1990	0.1990	0.1990	0.1990	0.1989	0.1988	0.1986
0.20	0.2398	0.2397	0.2397	0.2396	0.2394	0.2392	0.2390
0.25	0.2727	0.2727	0.2726	0.2724	0.2722	0.2719	0.2716
0.30	0.2996	0.2996	0.2994	0.2992	0.2990	0.2986	0.2982
0.35	0.3216	0.3216	0.3214	0.3212	0.3209	0.3205	0.3200
0.40	0.3397	0.3397	0.3395	0.3393	0.3389	0.3385	0.3379
0.45	0.3545	0.3545	0.3543	0.3541	0.3537	0.3533	0.3527
0.50	0.3666	0.3666	0.3664	0.3662	0.3658	0.3654	0.3648
0.55	0.3763	0.3763	0.3762	0.3760	0.3757	0.3752	0.3746
0.60	0.3841	0.3841	0.3840	0.3838	0.3835	0.3830	0.3824
0.65	0.3901	0.3902	0.3901	0.3900	0.3896	0.3892	0.3886
0.70	0.3946	0.3947	0.3947	0.3946	0.3943	0.3939	0.3933
0.75	0.3977	0.3979	0.3980	0.3979	0.3976	0.3973	0.3967
0.80	0.3997	0.3999	0.4000	0.4000	0.3998	0.3995	0.3990
0.85	0.4006	0.4009	0.4011	0.4011	0.4009	0.4006	0.4002
0.90	0.4005	0.4009	0.4011	0.4012	0.4011	0.4009	0.4005
0.95	0.3996	0.4000	0.4003	0.4004	0.4004	0.4002	0.3999
1.00	0.3978	0.3983	0.3986	0.3988	0.3989	0.3988	0.3985
1.05	0.3953	0.3959	0.3963	0.3965	0.3966	0.3966	0.3964
1.10	0.3921	0.3927	0.3932	0.3936	0.3937	0.3938	0.3936
1.15	0.3883	0.3890	0.3895	0.3899	0.3902	0.3903	0.3902
1.20	0.3839	0.3847	0.3853	0.3857	0.3861	0.3862	0.3863
1.25	0.3789	0.3798	0.3804	0.3810	0.3814	0.3816	0.3817
1.30	0.3734	0.3743	0.3751	0.3757	0.3762	0.3765	0.3767
1.35	0.3674	0.3684	0.3692	0.3699	0.3705	0.3709	0.3711
1.40	0.3610	0.3620	0.3629	0.3637	0.3643	0.3648	0.3651
1.45	0.3541	0.3552	0.3561	0.3570	0.3577	0.3582	0.3586

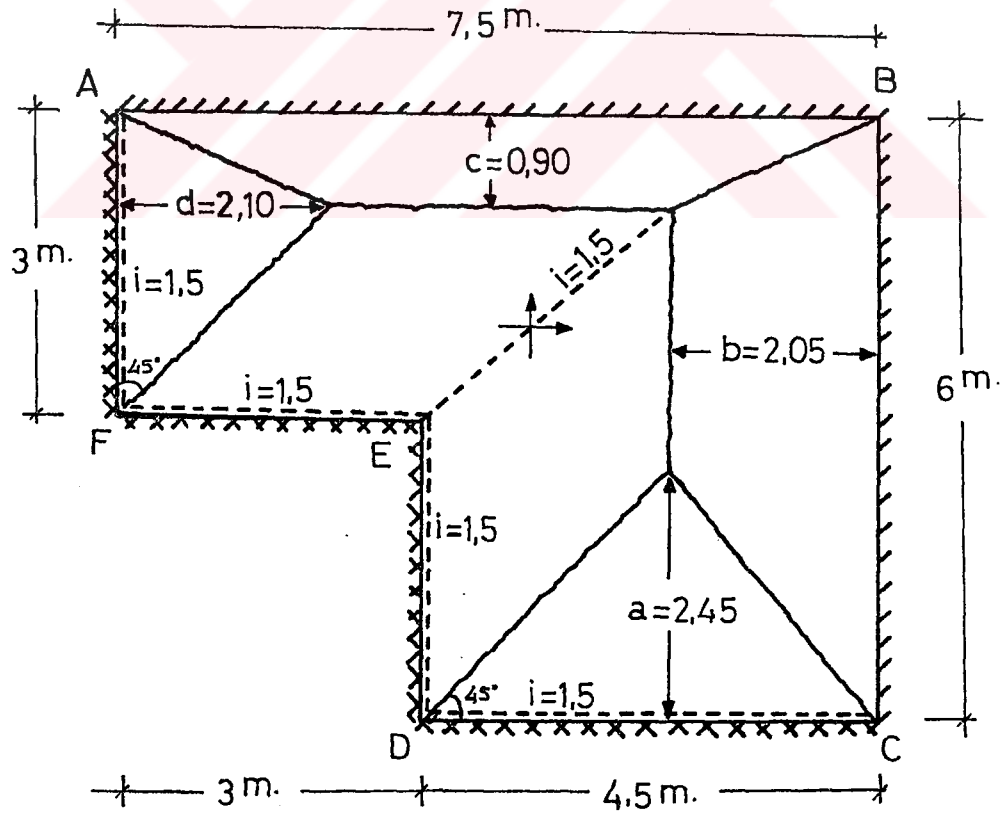
SONUÇ

İkinci çözüme ait bilgisayar çakırlarında tablo halinde verilen sonuçlar incelendiğinde en büyük m/p değerinin $b=2,05$ ve $c=0,90$ değerleri için elde edildiği görülmektedir ($\max m/p=0,4012$).

$$b = 2,05 \quad \text{için} \quad a = 4,5 - b = 2,45$$

$$c = 0,90 \quad \text{için} \quad d = 3 - c = 2,10$$

Dağılım parametreleri belirlendiğine göre plağın gerçek kırılma figürü de belirlenmiş olur:



Şekil 4.10. L Biçiminde BA plağın $i = 1,5$ için gerçek kırılma figürü.

İÇ İŞ BİLEŞENLERİ (i=1 için)

I parçası: $(m+m) \cdot 4,5/a = 2m \cdot 4,5/a = 9m/a$

II parçası: $6m/b$

III parçası: $(m+m)(6-c)/(4,5-b) = m(12-2c)/(4,5-b)$

IV parçası: $(m+m)(7,5-b)/(3-c) = m(15-2b)/(3-c)$

V parçası: $7,5m/c$

VI parçası: $(m+m) \cdot 1/d \cdot 3 = 6m/d$

$$\sum I_i = \frac{9m}{a} + \frac{6m}{b} + \frac{m(12-2c)}{(4,5-b)} + \frac{m(15-2b)}{(3-c)} + \frac{7,5m}{c} + \frac{6m}{d}$$

$$\sum I_i = m \left[\frac{9}{a} + \frac{6}{b} + \frac{(12-2c)}{(4,5-b)} + \frac{(15-2b)}{(3-c)} + \frac{7,5}{c} + \frac{6}{d} \right]$$

D= I olduğuna göre;

$$\frac{m}{p} = \frac{20,25 - 0,75a - 0,5b - 4,5c - d + \frac{c}{3} (b+d)}{\frac{9}{a} + \frac{6}{b} + \frac{(12-2c)}{(4,5-b)} + \frac{(15-2b)}{(3-c)} + \frac{7,5}{c} + \frac{6}{d}}$$

a-4,5-b ve d-3-c yerlerine yazılırsa;

$$\frac{m}{p} = \frac{20,25 - 0,75(4,5-b) - 0,5b - 4,5c - (3-c) + \frac{c}{3} (b+(3-c))}{\frac{9}{(4,5-b)} + \frac{6}{b} + \frac{(12-2c)}{(4,5-b)} + \frac{(15-2b)}{(3-c)} + \frac{7,5}{c} + \frac{6}{(3-c)}}$$

$\frac{m}{p} = \frac{13,875 + 0,25b - 2,5c + \frac{bc}{3} - \frac{c^2}{3}}{\frac{(21-2c)}{(4,5-b)} + \frac{(21-2b)}{(3-c)} + \frac{6}{b} + \frac{7,5}{c}}$
--

```

5 REM 3 CU COZUM
10 PRINT "BU PROGRAM KIRILMA CIZGILERI TEORISINE GORE L-TIPI DOSEMELERIN "
20 PRINT "OPTIMAL COZUMU HAKKINDA NUMERIK HESAPLAR"
30 REM J:C ARTIMI ICIN;I:B ARTIMI ICIN
40 B=1.5:C=0:DX=.05:DIM F(29,14)
50 FOR I=1 TO 14
60 B=B+DX:C=0
70 FOR J=1 TO 29
80 C=C+DX
90 F(J,I)=13.875+.25*B-2.5*C+B*C/3-C*C/3
100 F(J,I)=F(J,I)/((21-2*C)/(4.5-B)+(21-2*B)/(3-C)+6/B+7.5/C)
110 NEXT J
120 NEXT I
130 LPRINT:LPRINT:LPRINT
140 Y1$=STRING$(64,196)
150 LPRINT"      "Y1$
160 Y2$="          m/p(b,c) DEGERLERI TABLOSU a=4.5-b   d=3-c"
170 LPRINT Y2$
180 LPRINT"      "Y1$
190 LPRINT"          b"
200 Y3$="          c      "
210 Y4$=STRING$(56,196)
220 LPRINT Y3$Y4$
230 LPRINT"          1.55      1.60      1.65      1.70      1.75      1.80      1.85
240 LPRINT"      "Y1$
250 C=0
260 FOR J=1 TO 29
270 C=C+.05
280 LPRINT USING"#####.##";C;
290 LPRINT USING"###.####";F(J,1);
300 LPRINT USING"###.####";F(J,2);
310 LPRINT USING"###.####";F(J,3);
320 LPRINT USING"###.####";F(J,4);
330 LPRINT USING"###.####";F(J,5);
340 LPRINT USING"###.####";F(J,6);
350 LPRINT USING"###.####";F(J,7)
360 NEXT J
370 LPRINT CHR$(12)
380 LPRINT:LPRINT:LPRINT
390 LPRINT"      "Y1$
400 LPRINT Y2$
410 LPRINT"      "Y1$
420 LPRINT"          b"
430 LPRINT Y3$Y4$
440 LPRINT"          1.90      1.95      2.00      2.05      2.10      2.15      2.20
450 LPRINT"      "Y1$
460 C=0
470 FOR J=1 TO 29
480 C=C+.05
490 LPRINT USING"#####.##";C;
500 LPRINT USING"###.####";F(J,8);
510 LPRINT USING"###.####";F(J,9);
520 LPRINT USING"###.####";F(J,10);
530 LPRINT USING"###.####";F(J,11);
540 LPRINT USING"###.####";F(J,12);
550 LPRINT USING"###.####";F(J,13);
560 LPRINT USING"###.####";F(J,14)
570 NEXT J
580 END

```

m/p(b,c) DEGERLERI TABLOSU a=4.5-b d=3-c

c	b						
	1.55	1.60	1.65	1.70	1.75	1.80	1.85
0.05	0.0848	0.0849	0.0850	0.0851	0.0851	0.0852	0.0853
0.10	0.1527	0.1529	0.1531	0.1533	0.1534	0.1535	0.1537
0.15	0.2078	0.2081	0.2084	0.2087	0.2089	0.2091	0.2093
0.20	0.2530	0.2535	0.2539	0.2542	0.2545	0.2548	0.2550
0.25	0.2904	0.2910	0.2915	0.2920	0.2923	0.2927	0.2929
0.30	0.3215	0.3222	0.3228	0.3234	0.3238	0.3242	0.3245
0.35	0.3474	0.3483	0.3490	0.3496	0.3502	0.3506	0.3509
0.40	0.3690	0.3700	0.3708	0.3715	0.3722	0.3727	0.3731
0.45	0.3870	0.3881	0.3890	0.3898	0.3905	0.3911	0.3916
0.50	0.4019	0.4031	0.4041	0.4050	0.4058	0.4065	0.4070
0.55	0.4142	0.4155	0.4166	0.4176	0.4184	0.4192	0.4197
0.60	0.4241	0.4255	0.4267	0.4278	0.4287	0.4295	0.4302
0.65	0.4320	0.4335	0.4348	0.4360	0.4370	0.4379	0.4386
0.70	0.4381	0.4397	0.4411	0.4424	0.4435	0.4444	0.4452
0.75	0.4426	0.4443	0.4458	0.4472	0.4484	0.4494	0.4502
0.80	0.4457	0.4475	0.4491	0.4505	0.4518	0.4529	0.4538
0.85	0.4476	0.4494	0.4511	0.4526	0.4539	0.4551	0.4561
0.90	0.4482	0.4501	0.4519	0.4535	0.4549	0.4561	0.4572
0.95	0.4478	0.4498	0.4516	0.4533	0.4548	0.4561	0.4573
1.00	0.4464	0.4485	0.4504	0.4521	0.4537	0.4551	0.4563
1.05	0.4441	0.4462	0.4482	0.4500	0.4517	0.4531	0.4544
1.10	0.4409	0.4432	0.4452	0.4471	0.4488	0.4503	0.4517
1.15	0.4370	0.4393	0.4414	0.4434	0.4452	0.4468	0.4482
1.20	0.4324	0.4347	0.4369	0.4389	0.4408	0.4424	0.4440
1.25	0.4271	0.4295	0.4317	0.4338	0.4357	0.4374	0.4390
1.30	0.4211	0.4236	0.4259	0.4280	0.4300	0.4318	0.4334
1.35	0.4146	0.4171	0.4194	0.4216	0.4236	0.4255	0.4272
1.40	0.4075	0.4100	0.4124	0.4146	0.4167	0.4186	0.4204
1.45	0.3998	0.4024	0.4048	0.4071	0.4092	0.4112	0.4130

m/p(b,c) DEGERLERI TABLOSU a=4.5-b d=3-c							
c	b						
	1.90	1.95	2.00	2.05	2.10	2.15	2.20
0.05	0.0854	0.0854	0.0855	0.0855	0.0856	0.0856	0.0856
0.10	0.1538	0.1538	0.1539	0.1540	0.1540	0.1540	0.1540
0.15	0.2094	0.2095	0.2096	0.2096	0.2096	0.2096	0.2095
0.20	0.2552	0.2553	0.2553	0.2553	0.2553	0.2552	0.2551
0.25	0.2931	0.2932	0.2933	0.2933	0.2932	0.2931	0.2929
0.30	0.3247	0.3249	0.3249	0.3249	0.3248	0.3246	0.3244
0.35	0.3512	0.3513	0.3514	0.3514	0.3513	0.3511	0.3508
0.40	0.3734	0.3735	0.3736	0.3736	0.3735	0.3732	0.3729
0.45	0.3919	0.3921	0.3922	0.3922	0.3921	0.3919	0.3915
0.50	0.4074	0.4076	0.4078	0.4078	0.4077	0.4074	0.4071
0.55	0.4202	0.4205	0.4207	0.4207	0.4206	0.4204	0.4200
0.60	0.4307	0.4310	0.4313	0.4313	0.4313	0.4311	0.4307
0.65	0.4392	0.4396	0.4398	0.4400	0.4399	0.4397	0.4394
0.70	0.4458	0.4463	0.4466	0.4468	0.4468	0.4467	0.4464
0.75	0.4509	0.4515	0.4519	0.4521	0.4521	0.4520	0.4517
0.80	0.4546	0.4552	0.4556	0.4559	0.4560	0.4560	0.4557
0.85	0.4570	0.4576	0.4581	0.4585	0.4586	0.4586	0.4585
0.90	0.4581	0.4589	0.4594	0.4599	0.4601	0.4601	0.4600
0.95	0.4582	0.4591	0.4597	0.4602	0.4605	0.4606	0.4605
1.00	0.4574	0.4582	0.4590	0.4595	0.4599	0.4601	0.4601
1.05	0.4556	0.4565	0.4573	0.4579	0.4584	0.4586	0.4587
1.10	0.4529	0.4539	0.4548	0.4555	0.4560	0.4564	0.4565
1.15	0.4495	0.4506	0.4515	0.4523	0.4529	0.4533	0.4536
1.20	0.4453	0.4465	0.4475	0.4483	0.4490	0.4495	0.4499
1.25	0.4404	0.4417	0.4428	0.4437	0.4444	0.4450	0.4454
1.30	0.4349	0.4362	0.4374	0.4384	0.4392	0.4399	0.4404
1.35	0.4287	0.4301	0.4314	0.4324	0.4334	0.4341	0.4347
1.40	0.4220	0.4234	0.4248	0.4259	0.4269	0.4277	0.4284
1.45	0.4147	0.4162	0.4176	0.4188	0.4199	0.4208	0.4216

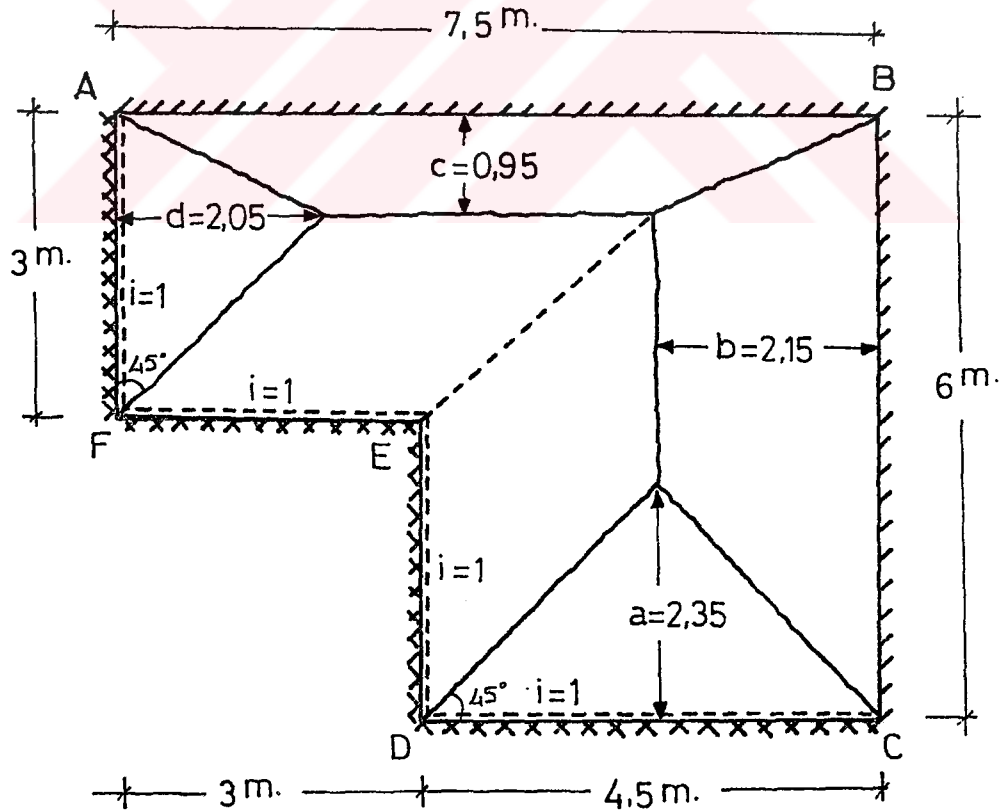
SONUÇ

Üçüncü çözüme ait bilgisayar çıkışlarında tablo halinde verilen sonuçlar incelendiğinde en büyük m/p değerinin $b=2,15$ ve $c=0,95$ değerleri için elde edildiği görülmektedir ($\max m/p=0,4606$).

$$b=2,15 \quad \text{için} \quad a=4,5-b=2,35$$

$$c=0,95 \quad \text{için} \quad d=3-c=2,05$$

Dağılım parametreleri belirlendiğine göre plağın gerçek kırılma figürü de belirlenmiş olur:



Şekil 4.11. L Biçiminde BA plağın $i=1$ için gerçek kırılma figürü.

SONUÇLARIN DEĞERLENDİRİLMESİ

1) $i=2$, $i=1,5$ ve $i=1$ için bulunan maksimum m/p 'ler incelendiğinde, açıklık ve mesnet momentleri birbirine yaklaştıkça (m/p) değerinin de büyüdüğü görülmektedir. p yükü sabit kaldığında bu, pozitif momentlerin gitgide büyüdüğü anlamına gelir.

2) Ayrıca sırasıyla $i=2$, $i=1,5$ ve $i=1$ için belirlenen kırılma figürlerinde de pozitif moment kırılma çizgisinin basit mesnetin bulunduğu kenara yakınken, ortaya doğru belirgin bir oranla yaklaştığı görülmektedir. O halde mesnet momentinin etkisi azaldıkça kırılmanın ortaya daha yakın bir yerde oluşacağı söylenebilir.

3) Sonlu elemanlar yöntemine dayalı olan SAP90 bilgisayar programı ile elde maksimum momentler $m_x= 2,93$ kNm/m ve $m_y=2,61$ kNm/m'dir. Bu moment değerleri, yalnızca döşemenin kendi ağırlığı gözönüne alınarak ($24.0,12=2,88$ kN/m²) bulunmuştur. Kırılma çizgileri teorisiyle elde edilen momentler ise bu değerlere göre oldukça küçüktür. Ancak, kırılma çizgileri teorisiyle bir üst sınır çözümü, sonlu elemanlar yöntemiyle ise bir alt sınır çözümü elde edildiği için bu normaldir.

Birim yük için maksimum momentler:

$$m_x = \frac{2,93}{2,88} = 1,017 \text{ kNm/m} \quad m_y = \frac{2,61}{2,88} = 0,906 \text{ kNm/m}$$

4) Her iki yöntem için elde edilen moment değerlerinin birbirinden çok farklı olmasının bir nedeni de, sonlu elemanlar yönteminden bulunan maksimum momentlerin çok küçük bir bölgeyi içermesidir. Oysa, döşemenin diğer bölgelerinde çok daha küçük moment değerleri bulunmuştur. Kırılma çizgileri teorisiyle yapılan çözümde ise donatının akmaya başladığı andan itibaren, kırılma çizgisi boyunca momentin sabit olduğu bilinmektedir.

5) Sonlu elemanlar yöntemiyle, yalnızca çok küçük bir bölgeyi içeren maksimum momente göre projelendirme yapıldığı için

ekonomik olmayan çözüm elde edilir. Kırılma çizgileri teorisiyle, çok daha ekonomik bir çözüm elde edilmiş olur.

6) Kırılma çizgileri teorisinde, i 'ye 1 ile 2 arasında değerler verilerek çözüm yapılması yeniden dağılımı azaltmakta ve kullanılabilirlik açısından çatlakların azalmasını sağlayarak güvenilirliği artırmaktadır.



KAYNAKLAR

1. BERKTAY, İ., "Kırılma Çizgileri Teorisi", İstanbul, 1988
2. DESAI, CHANDRAKANT S., "Elementary Finite Element Method", Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1979
3. GİRKMAN, K., "Yüzeysel Taşıyıcı Sistemler", Cilt 1, Çev. TAMEROĞLU, S.S., İTÜ Kütüphanesi, 1964
4. JOHANSEN, K.W., "Yield Line Theory", London, 1962
5. SZILARD, R., "Theory and Analysis of Plates", Prentice-Hall, Inc., New Jersey, 1974
6. WILSON, EDWARD L., HABİBULLAH, A., "SAP 90 Users Manual", California USA, Revised January, 1989
7. ZIENKIEWICZ, O.C., "The Finite Element Method in Engineering Science", Mc Graw-Hill, London, 1971

ÖZGEÇMİŞ

1968 yılında İstanbul'da doğdum.

İlköğrenimimi Anadolu'nun çeşitli il ve ilçelerinde yaptım. Ortaöğrenimimi İstanbul'da Mehmed Bayazıd Lisesi'nde tamamladım. 1986 yılında Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'ne girdim ve Ekim 1990'da İnşaat Mühendisliği Bölümü Yapı Anabilim Dalı'ndan mezun oldum. Aynı yıl Yıldız Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Yapı Bölümü yüksek lisans sınavlarına girdim ve başarılı oldum. 1990-91 öğretim yılında iki dönem süresince aldığım dersleri başarıyla vererek yüksek lisans tezimi almaya hak kazandım.

Sevtap AKÖZ