

33652

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

EĞİK EĞİLME VE EKSENEL KUVVET
ETKİSİNDEKİ SİMETRİK DONATILI
DİKDÖRTGEN KESİTLİ BETONARME
KOLONLARIN TAŞIMA GÜCÜNE GÖRE
HESABI

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İNŞ.MÜH.BİLGE DORAN

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

İSTANBUL 1993

TEŞEKKÜR

Çalışmalarım boyunca,bana daima yardımcı olan ve yol gösteren,danışman hocam Sayın Yrd.Doç.Dr.Mustafa ZORBOZAN'a ve benden ilgisini esirgemeyen Sayın Prof.Altay GÜNDÜZ'e, diğer emeği geçen tüm Yapı Anabilimdalı Öğretim Görevlilerine teşekkür ederim.



İÇİNDEKİLER

ÖZET	1
SUMMARY	11
NOTASYON	111
1.BÖLÜM :GİRİŞ	1
1.1 Konu	1
1.2 Konu ile ilgili Çalışmalar	2
1.3 Yaklaşık Yöntemler	3
1.3.1 Giriş	3
1.3.2 Süperpozisyon Yöntemleri	3
1.3.3 Basit Eğilmeye Eşdeğer Yöntem	4
1.3.4 Karşılıklı Etki Yüzeylerinin Yaklaşık Şekline Bağlı Yöntemler	4
1.3.4.1 Bresler Yöntemi	4
1.3.4.2 Yük Seviyesi Yöntemi	5
1.4 Çalışmanın Amacı	7
2.BÖLÜM :TAŞIMA GÜCÜ TEMEL İLKE VE VARSAYIMLARI	9
2.1 Yük Ve Malzeme Katsayıları	9
2.2 Taşıma Gücü Hesabında Temel İlkeler	10
2.3 Taşıma Gücü Hesabı ile ilgili Varsayımlar	10
3.BÖLÜM :EĞİK EĞİLME VE EKSENEL KUVVET ETKİSİNDEKİ SİMETRİK DONATILI DİKDÖRTGEN KESİTLİ BETONARME KOLONLARIN TAŞIMA GÜCÜNE GÖRE HESABI	15
3.1 Tarafsız Eksene Göre Kesit Köşe Noktalarının Ve Donatı Çubuklarının Koordinatlarının Hesabı	15
3.2 Denge Denklemleri	18
3.2.1 Betona Ait İç Kuvvet Denklemleri	23
3.2.2 Donatıya Ait İç Kuvvet Denklemleri	50
4.BÖLÜM :GENELLEŞTİRİLMİŞ NEWTON-RAPHSON YÖNTEMİ İLE PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ	53
4.1 Giriş	53

4.2 Newton-Raphson Yönteminin Çalışmaya Adaptasyonu	55
4.3 Türev Denklemleri	56
4.3.1 Betona Ait Türev Denklemleri	56
4.3.2 Donatıya Ait Türev Denklemleri	89
4.4 Genel Akış Diyagramı	90
4.5 Çözümlü Örnekler	92
 5.BÖLÜM :SONUÇLAR	 100
EK 1 :Donatı Yerleşim Şeması	101
 6.BÖLÜM :REFERANSLAR	 102
ÖZGEÇMİŞ	104



EĞİK EĞİLME VE EKSENEL KUVVET ETKİSİNDEKİ SİMETRİK DONATILI DİKDÖRTGEN KESİTLİ BETONARME KOLONLARIN TAŞIMA GÜCÜNE GÖRE HESABI

ÖZET

Bu çalışmada, Eksenel Kuvvet ve Eğik Eğilme etkisindeki, simetrik donatılı dikdörtgen kesitli betonarme kolonların, Taşıma Gücü İlkesi'ne göre donatı miktarının tayini için geliştirilen ve kolayca programlanabilen bir ardışık yaklaşım yöntemi geliştirilmiştir.

Yöntem Genelleştirilmiş Newton-Raphson Yöntemi'nin bir uyarlaması olup iterasyonun her adımında iki bilinmeyenli, lineer olmayan bir denklem takımının çözülmesini gerektirmektedir.

Beton için parabol-dikdörtgen gerilme-birim deformasyon modeli kabul edilmiştir; ayrıca tarafsız eksenin en dış basınç lifindeki maksimum basınç deformasyonu (ϵ_{cu}) 0.003 olarak alınmıştır.

Bu kabullerin ışığında, tarafsız eksenin, oluşması muhtemel birçok durumları için denge denklemleri çıkartılmış, buradan hareketle bir bilgisayar programı geliştirilmiştir.

Programın giriş bilgileri; malzeme özellikleri, kesit zorları, kesit boyutları, donatı konfigürasyonu; çıkış bilgileri ise toplam donatı miktarı ve tarafsız eksenin yeridir.

Bölüm 4.5 içerisinde, elde edilen sonuç değerler, referanslar arasında yer alan bir yöntem ile karşılaştırılmıştır.

ULTIMATE STRENGTH ANALYSIS OF SYMMETRICALLY REINFORCED CONCRETE RECTANGULAR SECTION COLUMNS SUBJECTED TO AXIAL FORCE AND BIAXIAL BENDING

SUMMARY

In the present work ,an iterative method has been developed for ultimate strength design of symmetrically reinforced concrete rectangular section columns subjected to axial force and biaxial bending.

The method is essentially adaptation of the **Generalized Newton-Raphson Method** whereby a set of nonlinear equations with two unknowns is solved at each step.

The **parabola-rectangular stress strain model** has been assumed for concrete;the maximum compression strain at the extreme fiber(ϵ_{cu})of 0.003 has been considered.

Under above assumptions,equilibrium equations are set for every possible position of the neutral axis which is given so many cases to be taken into consideration that is obviously required computer analysis.

While the characteristics of material,section forces,dimensions of the cross section,and the practically possible configurations of reinforcing bars are the inputs of the problem,the required reinforcement section and the current position of the neutral axis under considered configuration of the bars are outputs.

The provided reinforcement sections have been compared with the method results(Part 4.5) existing in the literature.

NOTASYON

- A_{sk} : k donatı çubuğunun alanı.
 A_{st} : Toplam donatı alanı.
B.Ş.D : Basınç bölgesinin şekline bağlı sınır durumlar.
{BD} : Başlangıç değerler matrisi
{CI} : Betona ait iç kuvvet matrisi.
[CT] : Betona ait türev matrisi.
{DE} : i.ci adım başlangıç değer matrisi ile (i+1).ci adım başlangıç değer matrisi arasındaki fark matrisi.
dS : Tarafsız eksene en uzakta olan çekme donatısının tarafsız eksene olan dik mesafesi.
ds : Kesit içinde bulunan toplam donatı sayısı.
d' : Pas payı.
 E_s : Çeliğin elastisite modülü.
 ϵ_{cu} : Betonun ezilme birim deformasyonu.
 ϵ_{so} : Betonda maksimum gerilme altındaki birim kısalma.
 ϵ_{su} : Donatı çeliği son birim deformasyonu.
 ϵ_{sy} : Donatı çeliği akma birim deformasyonu.
E : Deprem yükü.
e : Eksantrisite.
 e_x : x eksenine doğrultusundaki eksantrisite.
 e_y : y eksenine doğrultusundaki eksantrisite.
 f_{ck} : 28 günlük betonun karakteristik basınç dayanımı.
 f_{cd} : Beton basınç mukavemetinin tasarım değeri.
 f_{yk} : Donatı çeliğinin karakteristik akma dayanımı.
 f_{yd} : Donatı çeliği akma mukavemetinin tasarım değeri.
G : Sabit yük.
 k_1 : Ortalama basınç gerilmesi ile maksimum gerilme arasındaki oran.
 k_3 : Maksimum basınç gerilmesinin, beton silindirik mukavemetine oranı.
LM : $\xi=0.002$ düzeyinden geçen tarafsız eksene paralel doğru.
 M_x, M_y, N : Kesidin geometrik ağırlık merkezine etkiyen kesit zorları [pozitif yönler; $\rightarrow M_x, \uparrow M_y, N$ (basınç ise +)].
Q : Hareketli yük.
 R_d : Hesaplarda kullanılacak malzeme mukavemeti.
 R_k : Yapının karakteristik dayanımı.
{SI} : Donatıya ait iç kuvvet matrisi.
[ST] : Donatıya ait türev matrisi.

- ρ_k : k donatı çubuğu alnının toplam donatı alanına oranı.
 $\bar{G}_{sk}$: k donatı çubuğundaki gerilme.
 α : Tarafsız eksenin yatay eksenle yaptığı açı.
 x_d : x doğrultusundaki donatı sayısı.
 x_g, y_g : Kesidin ağırlık merkezinden geçen eksen takımının koordinatları.
 x, y : Gelişigüzel seçilen eksen takımının koordinatları.
 x_i, y_i : Kesit köşe noktalarının, seçilen eksen takımına göre koordinatları.
 x_k, y_k : Kesitteki donatı çubuklarının, seçilen eksen takımına göre koordinatları.
 x_{ti}, y_{ti} : Kesit köşe noktalarının, tarafsız eksene göre koordinatları.
 x_{tk}, y_{tk} : Kesitteki donatı çubuklarının, tarafsız eksene göre koordinatları.
 $x_{tl}, y_{tl}, x_{tm}, y_{tm}$: LM doğrusunun, kesidin karşılıklı düşey iki kenarı kestiği noktaların, tarafsız eksene göre koordinatları.
 x_{te}, x_{tf} : Tarafsız eksenin, karşılıklı düşey iki kenarı kestiği noktaların, tarafsız eksene olan yatay uzaklıkları.
 W : Rüzgar yükü.
 y_e, y_f : LM doğrusunun, kesidin karşılıklı düşey iki kenarı kestiği noktaların, seçilen eksen takımına olan düşey uzaklıkları.
 y_d : y doğrultusundaki donatı sayısı.
 YT : Tarafsız eksenin, kesit geometrik ağırlık merkezine olan dik mesafesi.

1.BÖLÜM

GİRİŞ

1.1 Konu

Betonarme yapıların kolonlarında düşey yüklerle birlikte,deprem ve rüzgar gibi yatay yükler nedeni ile eğik eğilme+eksenel kuvvet durumuna çok sık rastlanır.Özellikle binaların köşe ve kenar kolonlarında görülen bu durum,orta kolonlarda da karşımıza çıkmakla birlikte,çoğunlukla ihmal edilebilecek düzeydedir.

Eğik eğilme ve eksenel kuvvet etkisinde kalan simetrik donatılı bir betonarme kolon kesiti şekil(1.1) ' de verilmiştir. Eğer normal kuvvetin etkiye noktası,asal eksenlerden birinin üzerinde değilse eğilme eğik olmaktadır.Bu durumda tarafsız eksenin yerini ve eğimini belirlemek oldukça zorlaşır.Tarafsız eksenin yeri bu tür problemlerde genelde iki parametre ile belirlenir(α , Y_t). Çözümüne denge denklemleri ile gidileceğinden tarafsız eksenin eğimini belirleyecek(α) ve konumunu belirleyecek(Y_t) parametrelerinin bilinmesi gerekmektedir.

Boyutlandırma problemi(kesit hesabı);boyutları belirli olan bir kesitin donatı miktarının belirlenmesi,belirli bir donatı oranı için kesit boyutlarının saptanması olmak üzere iki şekilde tanımlanabilir.Bunlardan ilki uygulamada daha çok karşılaşıldığı için bu çalışmanın temelini oluşturmaktadır.Kısaca boyutları,malzeme özellikleri ve kesit zorları belirli olan bir kesite ait toplam donatı miktarı(A_{st}) belirlenecektir.

Eğik eğilme ve eksenel kuvvet etkisindeki betonarme kolon kesitlerinin boyutlandırılması için hem genel,hemde pratik olan çözüm yöntemleri geliştirilememiştir.Bunun nedeni,problemin diğer boyutlandırma problemlerine oranla daha karışık ve kesin çözümün kesit boyutları,tarafsız eksenin yeri ile birlikte kesit içindeki donatı yayılımına bağlı olmasıdır.Bu durum için hesaplarda kullanılmak üzere birtakım abaklar geliştirilmiştir[13].Ancak bu abaklar

kullanılırken ikili enterpolasyon yapılması gerekmektedir. Ayrıca bu abaklar, günümüzde hızla gelişmekte olan bilgisayarlar yardımı ile yapılan sistem hesaplarının arkasından, kesit hesaplarının yapılmasına da uygun düşmemektedir.

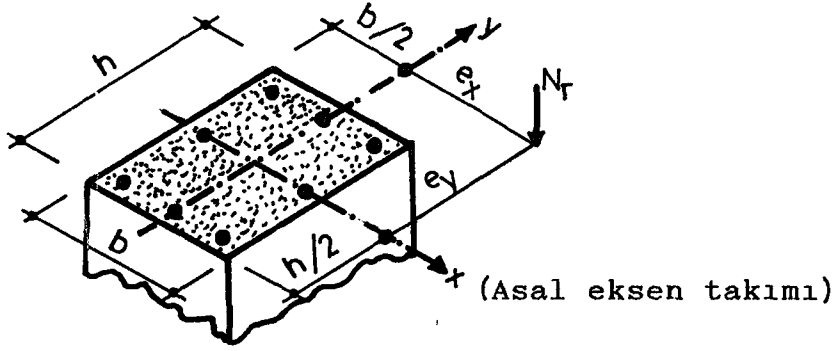
1.2 Konu ile İlgili Çalışmalar

Eğik eğilme ve eksenel kuvvet etkisindeki betonarme kesitlerin boyutlandırılması ile ilgili bir çok hesap yöntemleri geliştirilmiştir. [1],[2],[3],[4],[5] Dikdörtgen kesitlerin dikdörtgen basınç dağılımı altında hesaplanmasını amaçlayan [1] no'lu çalışma, sonuca alan integrasyonu yöntemi ile yaklaşmış ve bazı çalışmalara baz olmuştur. Diğer bir önemli çalışma ise [3] no'lu çalışmadır. Beton için parabol-dikdörtgen basınç dağılımı esas alan bu çalışma sonuca çok basit formüller yardımı ile ulaşmaktadır.

Genel betonarme kesitlerin parabol-dikdörtgen basınç dağılımı altında boyutlandırılmasını amaçlayan, sonuca alan integrasyonu yöntemi ile ulaşan [2] no'lu araştırma ise bu çalışmada temel alınmıştır.

Beton basınç bileşkesinin hesaplanmasında iki ayrı yöntem kullanılabilir; (a) Alan Yöntemi, (b) İntegrasyon Yöntemi.

Alan yönteminde beton basınç bileşkesi k_1c ile sınırlanan alanın $0.85f_{cd}$ ile çarpılması ile elde edilmekte, bileşkenin etkime noktası da k_1c ile sınırlanan alanın ağırlık merkezi olmaktadır. Alan integrasyonu yönteminde basınç alanı ince şeritlere bölünmekte, her şeritteki basınç kuvveti, alanın o düzeydeki gerilme ile çarpılması ile elde edilmektedir. Bu yöntemin en büyük avantajı genelliğidir. Çözümlemede herhangi bir basınç gerilme dağılımı kullanılabilir. [5] no'lu çalışmada bu iki yöntem karşılaştırılmalı olarak incelenmiştir.



Şekil 1.1:Eğik Eğilme ve Eksenel Kuvvet Etkisinde Kalan Simetrik Donatılı Kolon Kesiti

1.3 Yaklaşık Yöntemler

1.3.1 Giriş

Eğik eğilme ve eksenel kuvvet etkisinde kalan betonarme kesitlerin hesaplanması çok zor ve çözüm birçok değişkene bağlı olduğu için bazı yaklaşım yöntemleri geliştirilmiştir. Yaklaşım yöntemlerini genel olarak üç başlık altında toplayabiliriz. Bu bölümde ilk olarak süperpozisyon yöntemleri incelenecek daha sonra diğer iki yöntemgeçilecektir.

1.3.2 Süperpozisyon Yöntemleri

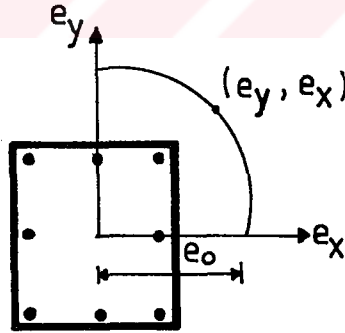
Eğik eğilmeyi, basit tek eksenli eğilme problemine indirgeyen bazı süperpozisyon yöntemleri önerilmiştir. Bu yöntemde (N_r, M_{rx}) ve (N_r, M_{ry}) kesite ayrı, ayrı etki ettirilip, gerekli donatı bulunur, daha sonra eğik eğilmede çift yönde eğilmenin olması yani (N_r, M_{rx}, M_{ry}) 'nin birlikte etkidiği düşünülerek, sonuç donatı olarak her iki yükleme durumunda bulunan donatıların toplamı alınır. Bu yöntem teorik esasa sahip değildir. Beton mukavemeti hesaplamada iki kez hesaba katıldığı için hata payı yüksektir.

1.3.3 Basit Eğilmeye Eşdeğer Yöntem

Şekil (1.2)'de eğik eğilme ve eksenel kuvvet etkisinde kalan bir dikdörtgen kolon kesiti için karşılıklı etki hattı gösterilmiştir. Sabit bir N_r taşıma yükü için eksantrisitenin mümkün olan bileşimleri hat üzerinde verilmiştir. Bu yüzden hat üzerinde bir (e_y, e_x) eksantrisitesine sahip uygulama noktası için bulunan taşıma yükü, basit eğilme (e_o) eksantrisitesindeki uygulama noktası için bulunan taşıma yükü ile aynı gibidir. Bu, mümkün olan bir hesap yaklaşımını gösterir. Eğer karşılıklı etki hattının şekli biliniyorsa, basit eğilmeye eşdeğer (e_o) eksantrisitesinde etkiyen N_r eksenel yükü için hesap yapılabilir. Böylece sadece bir yönde eğilme gözönüne alınacaktır. Eşdeğer basit eğilme (e_o) eksantrisitesini belirlemek için çok sayıda analitik ifadeler önerilmiştir;

$$e_o = e_x + \frac{(1 - \beta)}{\beta} e_y \quad ; \quad e_x \geq e_y \quad (1.1)$$

Burada β eksenel yük ile donatı miktarına bağlı bir faktördür.



Şekil 1.2 : Sabit N_r Yükü Altında Eğik Eğilmeli Kolon Kesiti İçin Karşılıklı Etki Hattı.

1.3.4 Karşılıklı Etki Yüzeylerinin Yaklaşık Şekline Bağlı Yöntemler

1.3.4.1 Bresler Yöntemi

Sovyet yönetmeliğinde bulunan ve eğik eğilmeli kolonların mukavemetinin bulunmasını sağlayan Bresler tarafından önerilen formül diğer sayfada verilmiştir[6];

$$\frac{1}{N_r} = \frac{1}{N_{rx}} + \frac{1}{N_{ry}} - \frac{1}{N_{ro}} \quad ; \quad N_r \geq N_d \quad (1.2)$$

Burada;

N_d : Hesapta kullanılacak normal kuvvet.

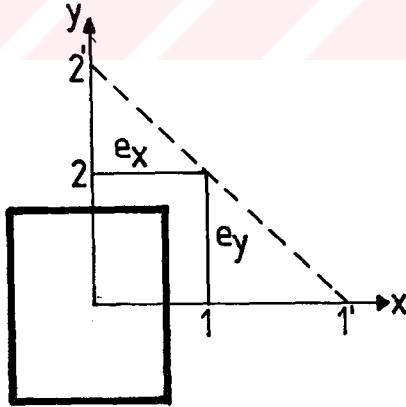
N_r : Eğik eğilme etkisinde kalan kolonun taşıma gücü.

N_{rx} : Yalnız e_x eksantrisitesi etkisindeki kolonun taşıma gücü. ($e_y=0$, yük şekil(1.3)'de 1 noktasına uygulanmıştır.)

N_{ry} : Yalnız e_y eksantrisitesi etkisindeki kolonun taşıma gücü. ($e_x=0$, yük şekil(1.3)'de 2 noktasına uygulanmıştır.)

N_{ro} : Kolonun aksenal kuvvet taşıma gücü. ($e_x=e_y=0$)

Bu bağıntı $N_r < 0.1 N_{ro}$ olması durumunda doğru sonuç vermez. Bu, uygulamada az karşılaşılan bir durumdur. Böyle bir durumda aksenal yükü yok sayıp, iki eksenli basit eğilmeye göre hesap yapılabilir. Görüldüğü gibi verilen denklem boyutlandırma problemi için pek kullanışlı değildir. Boyutlandırma problemi için önce bir donatı seçip, $N_r \geq N_d$ olacak şekilde tatonman yapmak gerekmektedir.



Şekil 1.3

1.3.4.2 Yük Seviyesi Yöntemi

Bresler aynı zamanda, değişik düzeylerdeki N_r yüklerine karşılık, yaklaşık karşılıklı etki ailelerini önermiştir; [6]

$$\left(\frac{M_{rx}}{M_{rx,o}}\right)^m + \left(\frac{M_{ry}}{M_{ry,o}}\right)^n = 1 \quad (1.3)$$

Burada;

$$M_{rx} = N_r \cdot e_y \quad (1.4)$$

$$M_{ry} = N_r \cdot e_x \quad (1.5)$$

Olarak alınacaktır.

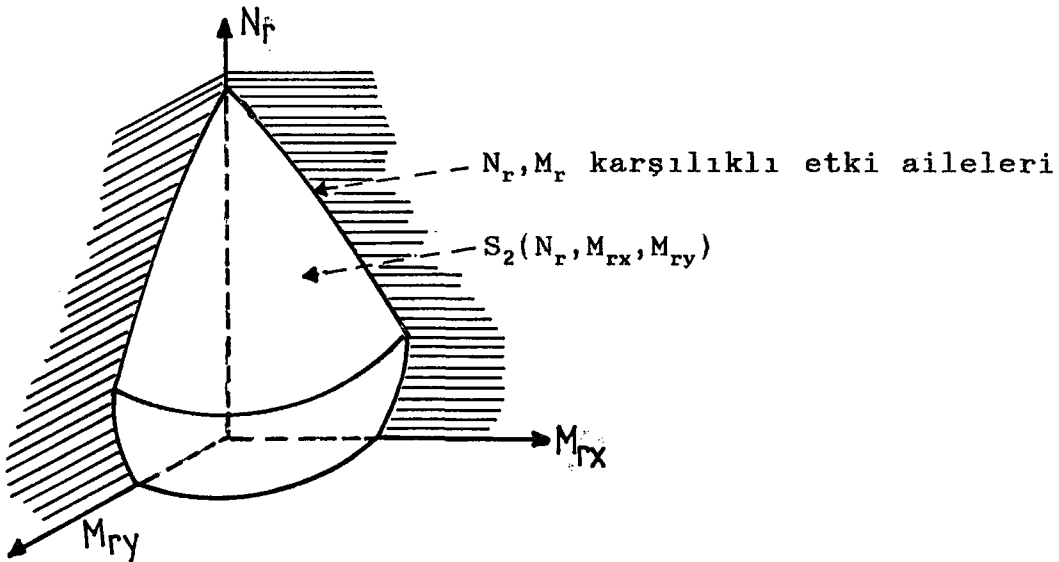
$M_{ry,o}$ ve $M_{rx,o}$ tek eksenli bileşik eğilme durumunda, gözönüne alınan yük için x ve y eksenleri etrafındaki moment taşıma gücünü ifade eder. İngiliz Betonarme Yönetmeliği, CP110/72, 3.5.6'da $m=n=\alpha_n$ alınarak (1.6) denklemi sağlanacak şekilde boyutlandırma hesabının yapılması öngörülmektedir.

$$\left(\frac{M_x}{M_{rx}}\right)^{\alpha_n} + \left(\frac{M_y}{M_{ry}}\right)^{\alpha_n} \leq 1 \quad (1.6)$$

(α_n) değerleri, hesap normal kuvvetinin, eksenel kuvvet taşıma gücüne oranına bağlı olarak değişmektedir. Deneysel olarak saptanan bu değerler aşağıdaki tabloda verilmiştir.

Tablo 1.1

N_d/N_{ro}	≤ 0.2	0.4	0.6	≥ 0.8
α_n	1.00	1.33	1.67	2.00



Şekil 1.4:Yük Seviyesi Yöntemi için $S_2(N_r, M_{rx}, M_{ry})$ Kırılma Yüzeyi

1.4 Çalışmanın Amacı

Bu çalışmanın amacı bölüm 1.1 de de belirtildiği gibi boyutları, malzeme özellikleri ve kesit zorları belirli olan bir kesite ait toplam donatı miktarının (A_{st}) belirlenmesidir.

Eğik eğilme ve eksenel kuvvet etkisinde kalan, simetrik donatılı, donatı konfigürasyonu belirli*, dikdörtgen kesitli betonarme kolonların hesaplanmasında kullanılmak üzere, tarafsız eksenin çeşitli durumları için denge denklemleri çıkartılmış ve bu denklemlerden yola çıkılarak, tarafsız eksenin yerini ve kesitteki toplam donatı miktarını hesaplayacak, kolayca programlanabilen bir ardışık yaklaşım yöntemi geliştirilmiştir. Yöntem, Genelleştirilmiş Newton-Raphson Yöntemi'nin (Bkz. 4. Bölüm) bir uyarlaması olup iterasyonun her adımında lineer olmayan iki bilinmeyenli bir denklem takımının çözülmesini gerektirmektedir. Çözümde ardışık yaklaşım yönteminin kullanılmasının nedeni, denklemlerin lineer olmamasıdır.

Donatının simetrik seçilmesinin en önemli nedeni, çok katlı yapılarda gerek yatay, gerekse düşey yüklerden gelen kolon momentlerinin bir katın alt ve üst kısımlarında mutlak değerce birbirine yakın ve işaretçe zıt olması nedeniyle uygulamada daha çok kullanılmasıdır. Donatının simetrik seçilmesi sonucunda kesitin ağırlık merkezi ile kesitin plastik ağırlık merkezi (kesiti kırılma konumuna ulaştıracak ve bütün kesitte eşit yayılı birim kısalma oluşturacak normal kuvvetin tatbik noktası) çakışmaktadır. Bu, hesap aşamasında kolaylık sağlayacaktır. Aksi halde ardışık yaklaşımın her adımında plastik ağırlık merkezinin yeri değişecektir.

Eğik eğilme problemlerinde tarafsız eksenin yerini belirlemek oldukça zor ve zahmetlidir.

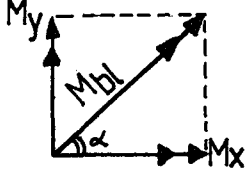
Tarafsız eksenin yeri genelde iki parametreye bağlı olarak değişmektedir; Tarafsız eksenin yatayla yapmış olduğu (α) açısı ve geometrik ağırlık merkezinden olan düşey uzaklık (YT).

*Çalışmada 25 farklı donatı konfigürasyonu seçilmiştir. (Bkz. Ek1)

Şekil(1.6)'da bu parametreler görülmektedir. Bunlardan (α) keside etkiyen M_x ve M_y eğilme momentlerinin bilinmesi durumunda (1.8)no'lu ifadeden kolayca bulunabilir.

$$M_{bl} = (M_x^2 + M_y^2)^{1/2} \quad (1.7)$$

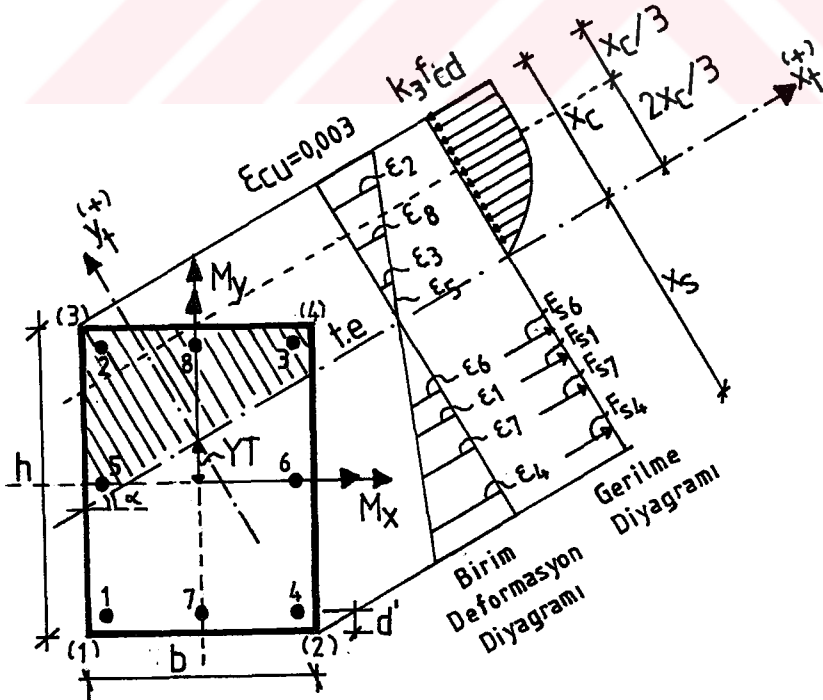
$$\tan \alpha = M_y / M_x \quad (1.8)$$



Şekil 1.5: M_x ve M_y Eğilme Momentlerinin Vektöriyel Gösterimi

Şekil 1.5'den de görüldüğü gibi tarafsız eksenin doğrultusu bileşke moment (M_{bl}) vektörü doğrultusundadır.

Bu aşamadan sonra problemde bilinmeyen sayısı, tarafsız eksenin konumunu belirleyecek (YT) ve kesitteki toplam donatı miktarı (A_{st}) olmak üzere iki tanedir. Başlangıçta bu iki büyüklük için rastgele değerler seçilecek ve sonuca adım, adım yaklaşılabacaktır.



Şekil 1.6: Eğik Eğilme ve Eksenel Kuvvet Etkisinde Kalan Simetrik Donatılı Betonarme Kolon Kesiti

2.BÖLÜM:TAŞIMA GÜCÜ TEMEL İLKE VE VARSAYIMLARI

2.1 Yük Ve Malzeme Katsayıları

Hesaplarda kullanılacak sabit yük (G),hareketli yük (Q),rüzgar yükü (W) ve deprem yükü (E),bunların bileşik durumlarına ait katsayılar aşağıda verilmiştir.

2.1.a Yük Katsayıları

Rüzgar ve deprem etkisinin bulunmadığı durumlarda:

$$1.4G+1.6Q \quad (2.1)$$

Rüzgar yükünün bulunması durumunda:

$$1.0G+1.3Q+1.3W \quad (2.2)$$

veya

$$1.4G+1.6Q \quad (2.3)$$

veya

$$0.9G+1.0W \quad (2.4)$$

Deprem yükünün bulunması durumunda:

$$1.0G+1.0Q+1.0E \quad (2.5)$$

veya

$$1.4G+1.6Q \quad (2.6)$$

veya

$$0.9G+1.0E \quad (2.7)$$

Bu çalışmada,herhangibir yönetmeliğe göre verilen yük katsayıları kullanılabilecektir.

2.1.b Malzeme Katsayıları

Hesaplarda kullanılacak malzeme mukavemetleri,öngörülen karakteristik malzeme mukavemetlerinin uygun malzeme katsayılarına bölünmesi ile elde edilir.

$$R_d=R_k/\gamma_m ; \gamma_m \geq 1.0 \quad (2.8)$$

R_k :Yapının karakteristik dayanımı.

γ_m :Malzeme katsayısı.

Beton ve çelik için öngörülen malzeme katsayıları ve hesaplarda kullanılacak mukavemetler aşağıda verilmiştir;

$$f_{yd}=f_{yk}/\gamma_{ms} =f_{yk}/1.15(\text{çelik için}) \quad (2.9)$$

$$f_{cd}=f_{ck}/\gamma_{mc} =f_{ck}/1.5(\text{beton için}) \quad (2.10)$$

Beton için karakteristik mukavemet (f_{ck}), projede öngörülen 28 günlük silindirik basınç mukavemetidir. Çeliğin karakteristik mukavemeti (f_{yk}) ise yönetmeliklerde (TS.500) o tür çelik için öngörülen minimum akma gerilmesine eşittir.

Bu çalışmada, malzeme katsayıları da istenirse farklı alınabilecektir.

2.2 Taşıma Gücü Hesabında Temel İlkeler

Kesitin boyutlandırılması ve donatı hesabı için öngörülen yük katsayıları, kombinezonları ve hesap mukavemetleri esas alınır.

Taşıma gücünde kesit hesabı, iç ve dış kuvvetler için yazılan denge denklemlerinden yararlanılarak yapılır. Taşıma gücüne göre boyutlandırılan ve donatılan kesit, öngörülen yükler altında oluşacak zorlamaları güvenle karşılayabilmelidir. Ayrıca işletme yükleri altında elemanın kullanılabilirlik kontrolü de sağlanmalıdır.

2.3 Taşıma Gücü Hesabı ile İlgili Varsayımlar

Eksenel kuvvet ile birlikte, eğik eğilme etkisinde bulunan dikdörtgen betonarme kesitlerin taşıma gücü esasına göre kesin hesabı yapılırken, betonarmenin aşağıda açıklanan kabülleri esas alınmıştır[8].

a) Şekil değiştirmeden önce düzlem kalan kesitler, şekil değiştirdikten sonra da düzlem kalırlar, (Bernoulli-Navier Hipotezi), yani birim deformasyon dağılımı doğrusaldır. Herhangi bir lifteki ϵ_i deformasyonu, tarafsız eksenenden olan uzaklığı ile orantılıdır.

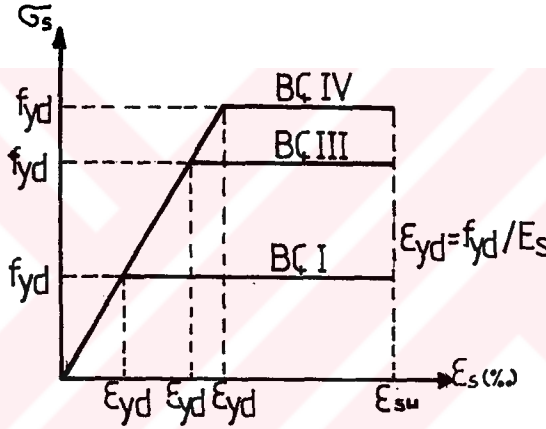
b) Betonun çekme dayanımı ihmal edilmiştir. İlk çatlamaların meydana geldiği çekme bölgesinde, çatlamış betonun çekme dayanımına etkisi olur, fakat bu etki ihmal edilebilecek kadar küçüktür.

c) Beton ve çelik arasında tam bir aderans vardır. Yani herhangi bir noktada beton ve çelik birim deformasyonları

birbirine eşittir. Bu durumda herhangi bir i noktasındaki çelik gerilmesi;

$$\sigma_{is} = \epsilon_i \cdot E_s < f_{yd} \text{ şeklinde olur. } (E_s = 2.10^5 \text{ N/mm}^2) \quad (2.11)$$

d) Donatı çeliğinin davranışı ideal elasto-plastiktir. Yani (2.11) denklemi ile hesaplanan çelik gerilmeleri mutlak değerce, çelik akma mukavemetinin tasarım değerinden büyük olamaz ($|\sigma_{is}| < f_{yd}$). Donatı, çeliğin akma mukavemetinin tasarım değeri (f_{yd})'ye kadar doğrusal elastik, bu değerden sonra plastik davranış gösterir.



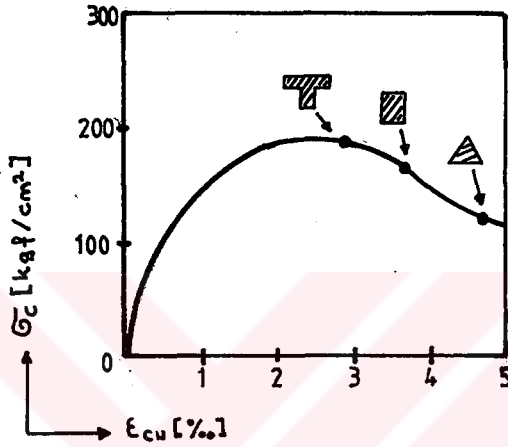
Şekil 2.1: İdealize Edilmiş Çelik Gerilme-Birim Deformasyon Diyagramı

e) Taşıma gücüne erişildiğinde, basınç gerilmesinin en dış lifindeki birim kısalma, ezilme birim deformasyonu olan ϵ_{cu} 'ya ulaşmıştır.

Yapılan deneysel araştırmalar, ϵ_{cu} 'nun birçok değişkene bağlı olduğunu göstermiştir. Bu değişkenler sırası ile aşağıda verilmiştir;

i-Kesit geometrisi: Maksimum birim kısaltmaya ulaşan dış lif alanının diğer lif alanlarına oranı, ezilme birim deformasyonunu etkileyen önemli bir değişkendir. Örneğin, bir tablalı kesitte maksimum birim kısaltmaya ulaşan dış lifin alanı, hemen altındaki lifin alanı ile aynıdır. Buna karşılık üçgen kesitlerde, dış lifin alanı, diğerlerine oranla çok küçüktür. Bu nedenle üçgen kesitlerde liften life

uyum,tablalıya oranla daha fazladır.Bunun doğal bir sonucu olarak,üçgen kesidin ezilme birim kısalması,tablalıya oranla çok daha büyüktür.Kesit geometrisine göre ϵ_{cu} daki değişim şekil(2.2)'de gösterilmiştir.



Şekil 2.2:Kesit Geometrisine Bağlı Olarak ϵ_{cu} Değişimi

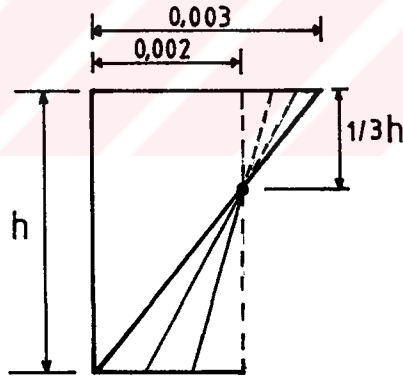
ii-Birim deformasyon dağılımının eğimi: Birim deformasyon dağılımının eğimi arttıkça liftten life uyum kolaylaşacak,böylece daha büyük deformasyonlara ulaşılması mümkün olacaktır.Örneğin eksenel yüklü bir elemanda birim deformasyon dağılımı düzgün yayılı olacağından,bir liftten diğerine uyum mümkün olmayacaktır.Eğilmede ise birim deformasyon dağılımının belli bir eğimi olacağından uyum daha kolay olacak,dolayısı ile eğilme elemanları için seçilen ϵ_{cu} değeri,eksenel yüklü elemanlara oranla daha büyük olacaktır.

iii-Boyut etkisi:Aynı tür zorlama altındaki iki elemandan kesit boyutları küçük olanın birim deformasyon dağılımının eğimi daha büyük olacak,uyum olayı daha kolay olacaktır.Dolayısı ile kesit boyutları küçük olan elemandaki ezilme birim deformasyonu daha büyük olacaktır.

iv-Sargı donatısı etkisi:Sargı etkisi süneklik üzerine çok etkili olduğundan,ezilme birim deformasyonunun,sargı hacimsel oranı ile değişmesi sonderece doğaldır.Deneysel

araştırmalar, ezilme birim kısalmasının sargı donatısı ile büyük oranda arttığını göstermiştir. Örneğin sargısız bir eleman taşıma gücüne $\epsilon_{cu}=0.004$ 'de erişirken, bu değer sargılı elemanda 0.006'ya ulaşabilmektedir. Depremsellüğün önemli olduğu, tüm elemanlarda sargı donatısı bulundurma zorunlu tutulduğu ülkemizde bu etki önem kazanmaktadır.

Amerikan ve Türk yönetmeliklerinde (ACI-318 ve TS-500) tüm bu değişkenleri içeren bir formülasyonun pratik olmayacağı düşünülerek ϵ_{cu} için ortalama değer olarak 0.003 alınmıştır (Bu çalışmada da aynı değer kabul edilmiştir). Ayrıca kesitteki birim deformasyon dağılımının üçgen veya trapez olduğu durumlarda (Eksenel yükün çok yüksek olması durumu), deformasyon dağılımı üçgenden dikdörtgene dönüşürken, ϵ_{cu} değeri 0.003'den 0.002'ye kadar azaltılmalıdır. Bu değişim Şekil(2.3)'de gösterilmiştir. Ancak buna pratikte genelde gerek kalmaz. Tüm bu durumlar için $\epsilon_{cu}=0.003$ alınmasının hiçbir zararı olmaz.



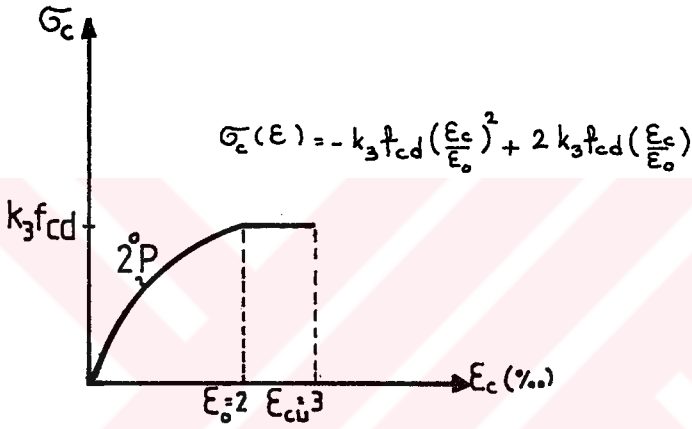
Şekil 2.3: Birim Deformasyon Dağılımının Değişimi

f) Taşıma gücüne erişildiğinde, basınç bölgesindeki beton basınç dağılımı, eksenel basınç altında denenmiş numunelerden elde edilen σ - ϵ eğrisi gibidir. Ancak eksenel basınç altında elde edilen σ - ϵ eğrisinin birçok değişkenden etkilendiği ve tüm bu durumlar için tek bir σ - ϵ ilişkisi tanımlamanın olanaksız olduğu bilinmektedir. Beton σ - ϵ ilişkisini etkileyen en önemli değişkenler aşağıda verilmiştir.

- i- Kesit geometrisi
- ii- Yükleme hızı ve yük geçmişi
- iii- Beton dayanımı

iv-Sargı etkisi

Bu çalışmada gerilme dağılımı parabol-dikdörtgen kabul edilmiştir. Betonda maksimum gerilme olan $k_3 f_{cd}$ 'ye kadar 2.derece parabol, maksimum gerilmeye ulaştıktan sonra dikdörtgen olarak idealize edilmiştir.



Şekil 2.4:İdealize Edilmiş Beton Gerilme-Birim Deformasyon Diyagramı

g) Donatı çeliğinin birim deformasyonu ϵ_{su} ile sınırlandırılmıştır. ACI-318'de donatının birim uzaması ile ilgili hiçbir sınırlama yoktur. Bu çalışmada da ϵ_{su} için bir sınırlama getirilmemiştir.

3.BÖLÜM:EĞİK EĞİLME VE EKSENEL KUVVET ETKİSİNDEKİ SİMETRİK DONATILI DİKDÖRTGEN KESİTLİ BETONARME KOLONLARIN TAŞIMA GÜCÜNE GÖRE HESABI

3.1 Tarafsız Eksene Göre Kesit Köşe Noktalarının Ve Donatı Koordinatlarının Hesabı

Şekil(3.1)'de görüldüğü gibi,tarafsız eksenin konumu kesidin ağırlık merkezine(Şekil merkezi) olan (YT) mesafesine bağlıdır.Bu değer için başlangıçta bir kabul yapılarak sonuca adım,adım yaklaşılacaktır.Herhangi bir adımda (YT) değerinin bilindiği kabul edilirse,başlangıçta gelişigüzel seçilen bir eksen takımına göre bilinen kesit köşe noktalarının tarafsız eksene göre koordinatları,dönüşüm formülleri yardımı ile hesaplanabilir.Aynı şekilde donatı çubuklarının koordinatları da bu formüllerle hesaplanabilecektir.

Bu koordinatları bulmaktaki amaç,tarafsız eksenin üstünde kalan beton basınç bölgesine ve donatıya etkiyen iç kuvvetleri hesaplayabilmektir.

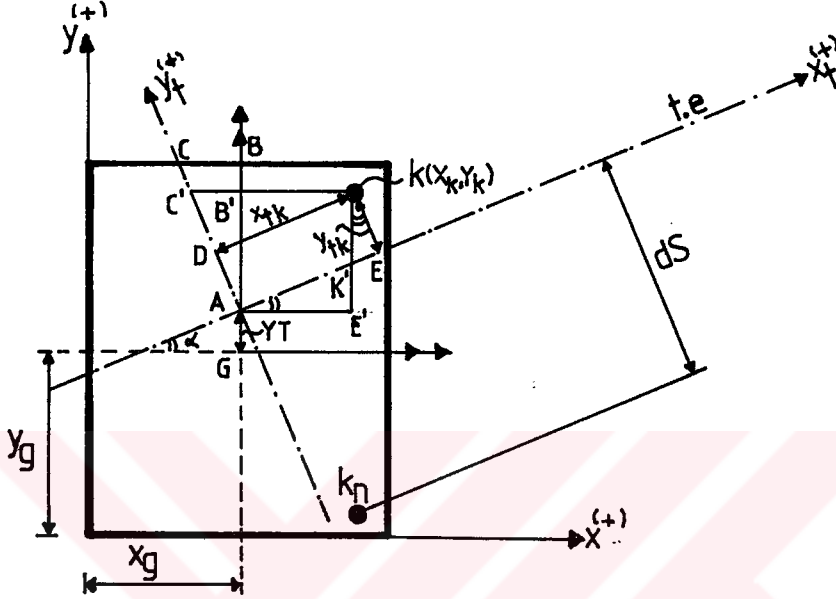
y_{ti} ve y_{tk} değerlerinden pozitif olanların basınç bölgesinde,negatif olanların ise çekme bölgesinde oldukları kabul edilerek aşağıdaki tanımlar verilebilir;

a) y_{ti} değerleri içinde pozitif en büyük olanı,kesidin en dış basınç lifinin tarafsız eksene mesafesini [x_c :Şekil(3.1)] negatif en büyük olanı ise kesidin en dış çekme lifinin tarafsız eksene olan mesafesini [x_g :Şekil(3.1)] gösterir.

b) Kesidin en dış çekme lifinin tarafsız eksene dik mesafesi olan x_g değeri pozitif ise tarafsız eksenin kesidin dışına çıktığı yani tüm kesidin basınca çalıştığı anlaşılır(Bu durumda y_{ti} değerlerinden hiçbirisi negatif değer almamaktadır).

c) Kesidin en dış basınç lifinin tarafsız eksene dik mesafesi olan x_c değeri negatif ise tarafsız eksenin kesidin dışına çıktığı yani tüm kesidin çekmeye çalıştığı anlaşılır(Bu durumda y_{ti} değerlerinden hiçbirisi pozitif değer

3.1.b: Tarafsız Eksene Göre Donatı Çubuklarının Koordinatlarının Hesabı



Şekil 3.2: Donatı Çubuklarının Koordinatları

$$\begin{aligned}
 BK &= (x_k - x_g) = BK' \quad ; \quad AB' = [(y_k - y_g) - YT] \\
 \tan \alpha &= CB' / AB' \quad ; \quad CB' = [(y_k - y_g) - YT] \tan \alpha \\
 CK &= CB' + BK = (x_k - x_g) + [(y_k - y_g) - YT] \sin \alpha \\
 \cos \alpha &= x_{tk} / CK
 \end{aligned}$$

$$x_{tk} = (x_k - x_g) \cos \alpha + [(y_k - y_g) - YT] \sin \alpha \quad (3.3)$$

$$\begin{aligned}
 KE' &= [(y_k - y_g) - YT] \quad ; \quad AE' = (x_k - x_g) \\
 \tan \alpha &= KE' / AE' \quad ; \quad KE' = (x_k - x_g) \tan \alpha \\
 KK' &= KE' - KE' = [(y_k - y_g) - YT] - (x_k - x_g) \tan \alpha \\
 \cos \alpha &= y_{tk} / KK'
 \end{aligned}$$

$$y_{tk} = [(y_k - y_g) - YT] \cos \alpha - (x_k - x_g) \sin \alpha \quad (3.4)$$

3.2 Denge Denklemleri

İç kuvvet denklemlerinin çıkartılması iki aşamada gerçekleştirilmiştir.Öncelikle daha karmaşık olan betona ait iç kuvvet denklemleri çıkartılmış,daha sonra donatı ele alınmıştır.

Beton gerilmeleri yayılışı için parabol-dikdörtgen kabulü yapılması sonucunda denklemlerin yazılımı iki ayrı bölge için gerçekleştirilmiştir.Herşeyden önce tarafsız eksen ve buna paralel kabul edilen, $\epsilon=0.002$ düzeyinden geçen doğrunun(LM) konumlarına göre sınır durumlar belirlenmiştir(Bkz.3.2.a).Bu aşamadan sonra $\epsilon=0.002$ düzeyinden geçen doğrunun altında kalan bölgelerde gerilmeler 2.derece parabol ile ifade edilmiş,doğrunun üstünde kalan bölgelerde ise gerilmeler sabit alınarak (Bölüm 3.2.1,şekil 3.12),denge denklemlerinin yazılımına gidilmiştir.

Donatı çubuklarındaki gerilmeler her adımda,donatının akma konumuna ulaşp ulaşmaması durumları için kontrol edilerek,donatıya ait iç kuvvet denklemleri çıkartılmıştır.(Bkz. 3.2.2).

İç kuvvet denklemlerinin en genel ifadesi aşağıdaki gibidir;

$$F(YT, A_{st}) = F \quad (3.5)$$

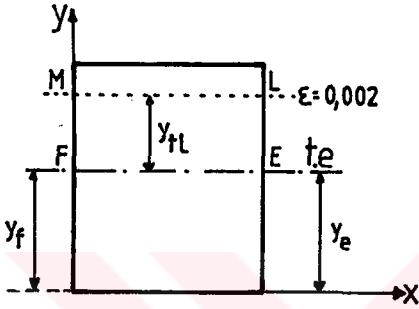
$$M_{b1}(YT, A_{st}) = M_{b1} = (M_x^2 + M_y^2)^{1/2} \quad (3.6)$$

Bölüm 3.2.1 ve 3.2.2'de yukarıda kapalı formu verilen iç kuvvet denklemlerinin çıkartılması ele alınacaktır.Ayrıca betonun ve donatının denge denklemlerine katkısı tablo 3.1'de toplu olarak gösterilmiştir.

3.2.a: Basınç Bölgesinin Şekline Bağlı Sınır Durumlar(B.Ş.D)

3.2.1: Tarafsız eksenin karşılıklı düşey iki kenarı kesmesi durumu.

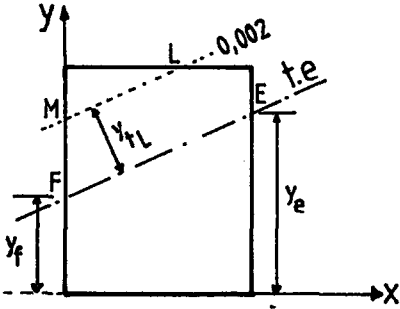
3.2.1.a: Bileşik eğilme durumu. ($M_y=0, M_x \neq 0, N \neq 0$)
(Bkz. Şekil (3.3)) ($y_e = y_f$)



Şekil 3.3

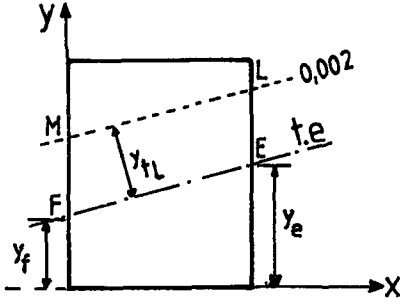
3.2.1.b: Eğik eğilme durumu. ($M_x \neq 0, M_y \neq 0, N \neq 0$)
($y_f < y_e$)

3.2.1.b- α : $\epsilon=0.002$ düzeyinden geçen, tarafsız eksene paralel LM doğrusunun komşu iki kenarı kesmesi durumu. (Bkz. Şekil (3.4)) $y_{t4} > 0$; $y_{tL} > y_{t4}$



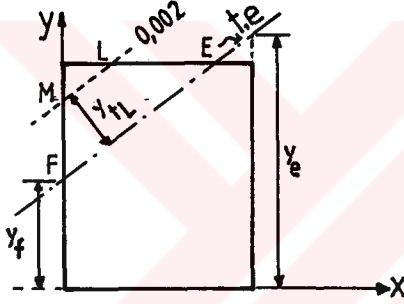
Şekil 3.4

3.2.1.b- β : $\epsilon=0.002$ düzeyinden geçen, tarafsız eksene paralel LM doğrusunun karşılıklı iki kenarı kesmesi durumu. (Bkz. Şekil (3.5)) $y_{t4} > 0$; $y_{tL} < y_{t4}$



Şekil 3.5

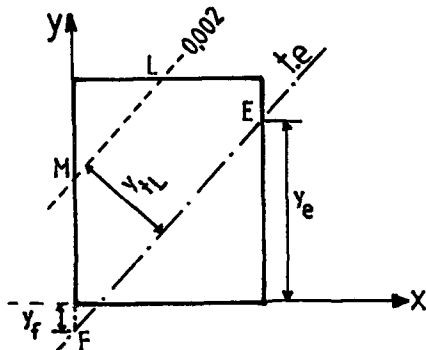
3.2.2: Tarafsız eksenin, basınç bölgesindeki komşu iki kenarı kesmesi durumu. (Bkz. Şekil (3.6)) $y_f > 0$; $y_e > y_3$



Şekil 3.6

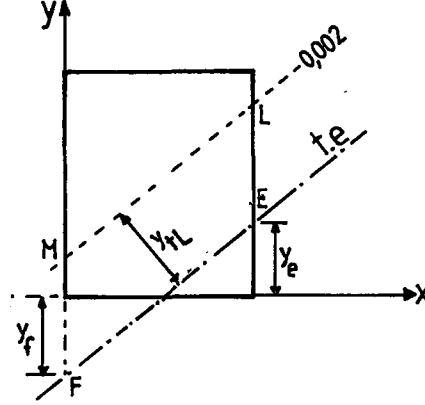
3.2.3: Tarafsız eksenin, çekme bölgesindeki komşu iki kenarı kesmesi durumu. $y_f < 0$; $0 < y_e < y_3$

3.2.3.a: $\xi = 0.002$ düzeyinden geçen, tarafsız eksene paralel LM doğrusunun komşu iki kenarı kesmesi durumu. (Bkz. Şekil (3.7)) $y_{t4} > 0$; $y_{tL} > y_{t4}$



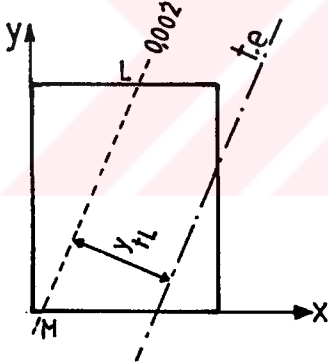
Şekil 3.7

3.2.3.b: $\xi=0.002$ düzeyinden geçen, tarafsız eksene paralel LM doğrusunun karşılıklı düşey iki kenarı kesmesi durumu. (Bkz.Şekil (3.8)) $y_{t4} > 0$; $y_{tL} < y_{t4}$



Şekil 3.8

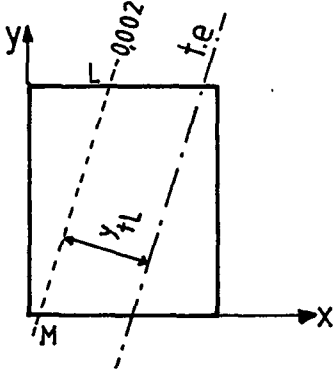
3.2.3.c: $\xi=0.002$ düzeyinden geçen, tarafsız eksene paralel LM doğrusunun karşılıklı iki yatay kenarı kesmesi durumu. (Bkz.Şekil (3.9)) $y_{t1} > 0$; $y_{tL} < y_{t1}$



Şekil 3.9

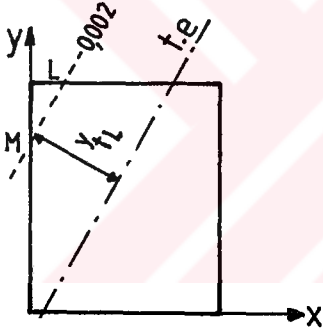
3.2.4: Tarafsız eksenin, karşılıklı yatay iki kenarı kesmesi durumu.

3.2.4.a: $\xi=0.002$ düzeyinden geçen, tarafsız eksene paralel LM doğrusunun, karşılıklı iki yatay kenarı kesmesi durumu. (Bkz.Şekil (3.10)) $y_{t1} > 0$; $y_{tL} < y_{t1}$



Şekil 3.10

3.2.4.b: $\xi=0.002$ düzeyinden geçen, tarafsız eksene paralel LM doğrusunun, komşu iki kenarı kesmesi durumu.
(Bkz. Şekil (3.11)) $y_{t1} > 0$; $y_{tL} > y_{t1}$

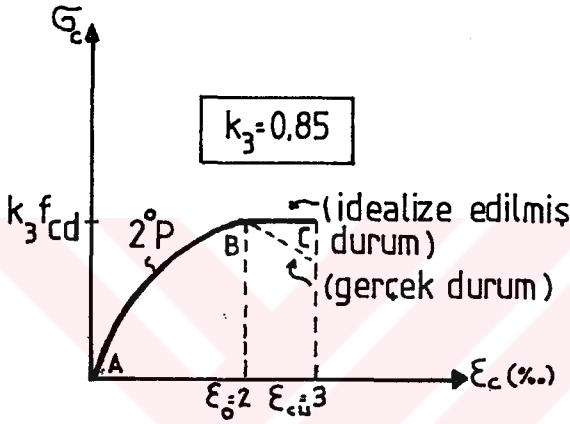


Şekil 3.11

*****Tarafsız eksenin kesit dışında olması durumu, şimdilik bu çalışmanın dışında bırakılmıştır.**

3.2.1 Betona Ait İç Kuvvet Denklemleri

Bu çalışmada beton için parabol-dikdörtgen gerilme dağılımı esas alındığından σ - ϵ eğrisinden de açıkça görüldüğü gibi, maksimum gerilmeye ($k_3 f_{cd}$) karşılık gelen birim kısalmaya ($\epsilon_o=0.002$) kadar gerilmeler 2.dereceden parabol bir denklem ile, $\epsilon_o=0.002$ den sonra idealize edilerek sabit olarak alınmıştır[Şekil(3.12)].



Şekil 3.12: Betona Ait σ - ϵ Eğrisi

A-B bölgesi için gerilme denklemi;

$$\sigma(\epsilon) = a(\epsilon_c)^2 + b(\epsilon_c) + c \quad (3.7)$$

2°.parabol sınır şartları;

$$* \epsilon_c = 0 \text{ için } \sigma(\epsilon) = 0 \quad \text{ise } c = 0$$

$$* \epsilon_c = \epsilon_o \text{ için } \sigma(\epsilon) = k_3 f_{cd} \quad \text{ise } a = -k_3 f_{cd} / (\epsilon_o)^2$$

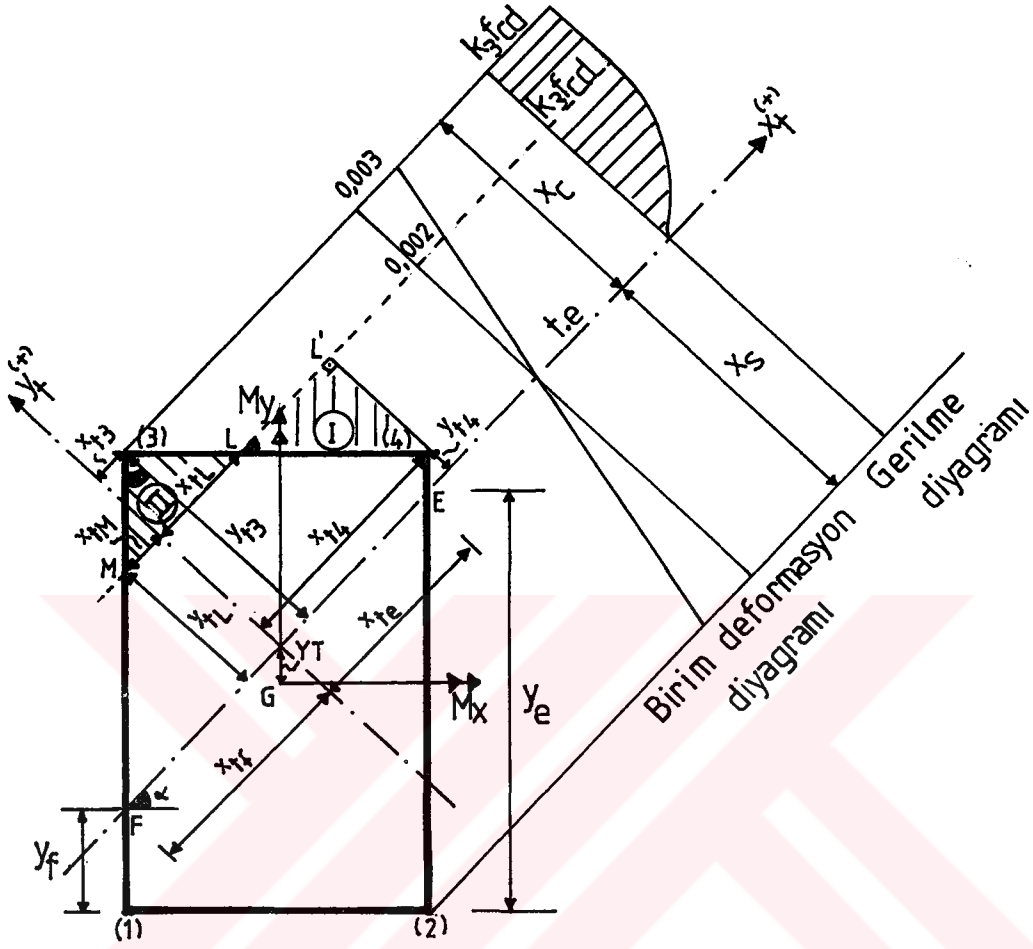
$$* \epsilon_c = \epsilon_o \text{ için } \sigma'(\epsilon) = 0 \quad \text{ise } b = 2k_3 f_{cd} / (\epsilon_o)$$

Sınır şartlar yardımı ile bulunan integral sabitleri denklem (3.7)'de yerlerine konulursa gerilme denklemi aşağıdaki şeklini alır;

$$\sigma(\epsilon) = -k_3 f_{cd} (\epsilon_c / \epsilon_o)^2 + 2k_3 f_{cd} (\epsilon_c / \epsilon_o) \quad (3.8)$$

B-C bölgesi için gerilme denklemi;

$$\sigma(\epsilon) = k_3 f_{cd} \quad (3.9)$$



Şekil 3.13: Eğik Eğilme ve Eksenel Kuvvet Etkisinde Kalan Kolon Kesiti

Şekil(3.13)'den görüleceği gibi;

$X_c = y_{t3}$; $\epsilon_c / \epsilon_o = 3y_t / 2X_c$ ise gerilme denkleminin alacağı son durum şöyledir;

$$\sigma(y_t) = -k_3 f_{cd} (3y_t / 2X_c)^2 + 2k_3 f_{cd} (3y_t / 2X_c) \quad (3.10)$$

Aşağıda bazı büyüklüklerin ifadeleri verilmiştir. [Şekil(3.13)'de bu büyüklükler görülmektedir.];

$$* \text{ (I'den) } x_{tL} = x_{t4} - (y_{tL} - y_{t4}) / \tan \alpha \quad (3.11)$$

$$y_{tL} = y_{tm} = 2y_{t3} / 3 \quad (3.12)$$

$$* \text{ (II'den) } x_{tm} = -y_{tL} \tan \alpha / 2 + x_{t3} \quad (3.13)$$

Bu büyüklüklerden x_{tL} ve x_{tm} , tarafsız eksenin ve buna paralel LM doğrusunun çeşitli durumlarını içeren sınırdurumların (B.Ş.D) bazılarında değişmektedir. Bu durumlar şöyledir;

$$\begin{aligned} \text{B.Ş.D } 3.2.1.b-7 & \quad (y_{t4} > 0 \text{ ve } y_{tL} < y_{t4}) \\ \text{B.Ş.D } 3.2.3.b & \quad (y_{t4} > 0 \text{ ve } y_{tL} < y_{t4}) \\ x_{tL} &= [(x_2 - x_g) + y_{tL} \sin \alpha] / \cos \alpha \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} \text{B.Ş.D } 3.2.4.a & \quad (y_{t1} > 0 \text{ ve } y_{tL} < y_{t1}) \\ \text{B.Ş.D } 3.2.3.c & \quad (y_{t1} > 0 \text{ ve } y_{tL} < y_{t1}) \end{aligned}$$

$$x_{tm} = [(y_g + YT) + y_{tL} \cos \alpha] / \sin \alpha \quad (3.15)$$

$$* \quad x_{tf} = x_{t1} + y_f \sin \alpha \quad (3.16)$$

$$* \quad y_f = y_3 - y_{t3} / \cos \alpha \quad (3.17)$$

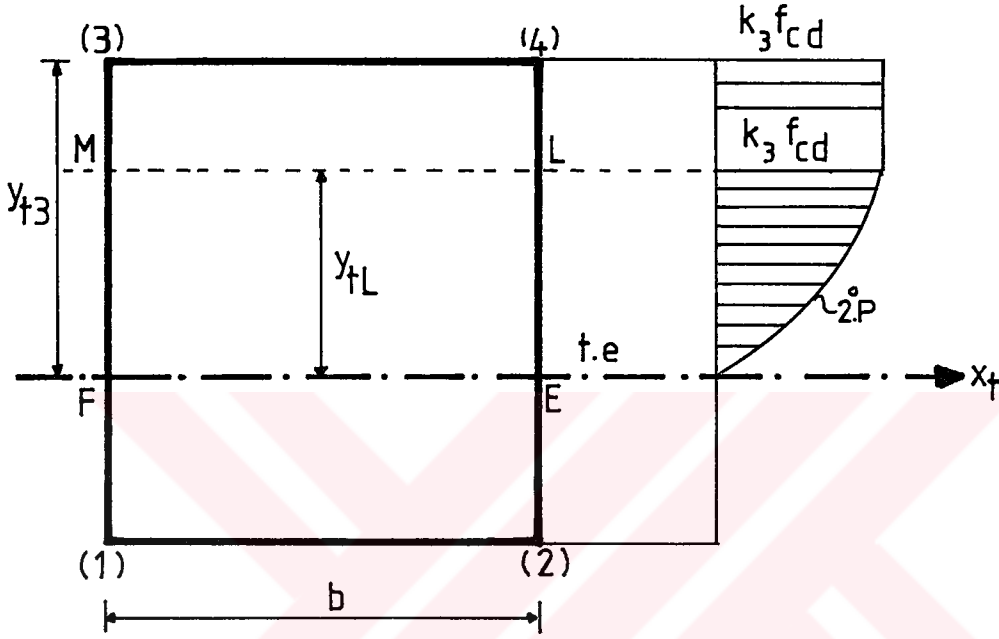
$$* \quad x_{te} = x_{t2} + y_e \sin \alpha \quad (3.18)$$

$$* \quad y_e = y_4 - y_{t4} / \cos \alpha \quad (3.19)$$

Yukarıda görülen ifadeler, tamamen geometrik bağıntılar yardımı ile çıkartılmıştır ve (3.11), (3.12), (3.13) ifadeleri tarafsız eksene paralel $\xi = 0.002$ düzeyinden geçen LM doğrusunun, (3.16), (3.17), (3.18), (3.19) ifadeleri ise tarafsız eksenin yerini belirleyecek büyüklüklerdir.

Bölüm 3.2 denge denklemleri başlığı altında bahsedilen ve 3.2.a'da verilen dokuz (B.Ş.D) için betona ait iç kuvvet denklemleri bu bölüm içerisinde incelenecektir.

B.Ş.D. 3.2.1.a'ya ait iç kuvvet denklemleri



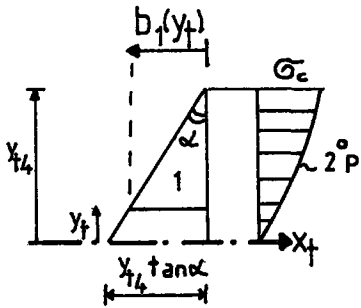
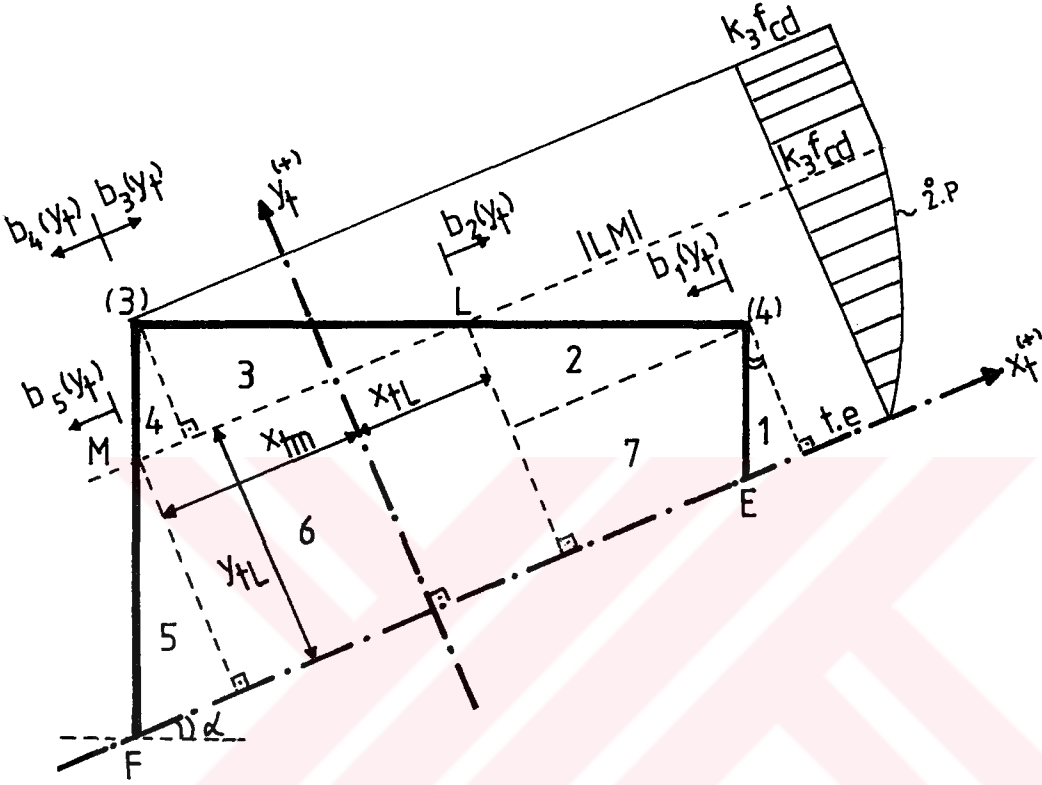
Şekil 314: B.Ş.D. 3.2.1.a

$$\begin{aligned}\Sigma F_c &= b \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) dy_t + k_3 f_{cd} b \int_{y_{tL}}^{y_{t3}} dy_t \\ &= \frac{7}{9} k_3 f_{cd} b y_{t3}\end{aligned}\quad (3.20)$$

$$\begin{aligned}\Sigma M_{c_t} &= b \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) y_t dy_t + k_3 f_{cd} b \int_{y_{tL}}^{y_{t3}} y_t dy_t \\ &= \frac{25}{54} k_3 f_{cd} b y_{t3}^2\end{aligned}\quad (3.21)$$

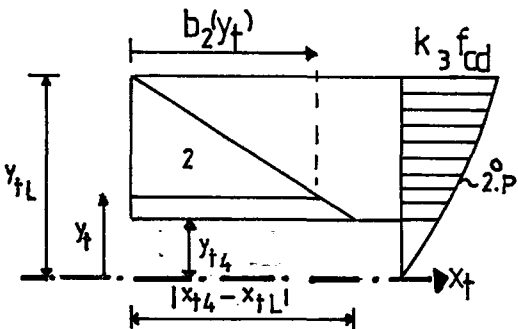
Moment denklemi için ek terim : $\Sigma F_c \cdot Y_T \cdot \cos \alpha$

B.Ş.D. 3.2.1.b- α 'ya ait iç kuvvet denklemleri



$$b_1(y_t) = y_t \cdot \tan \alpha$$

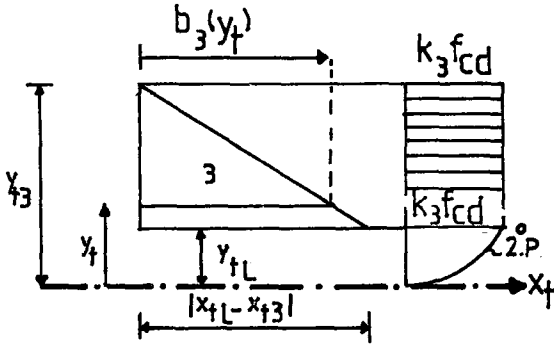
$$F_{c1} = \int_0^{y_{t4}} \sigma(y_t) b_1(y_t) dy_t \quad (3.22)$$



$$\alpha_1 = |x_{t4} - x_{tL}| ; P_1 = (y_{tL} - y_{t4})$$

$$b_2(y_t) = \alpha_1 - \alpha_1 \left(\frac{y_{tL}}{P_1} - \frac{y_t}{P_1} \right)$$

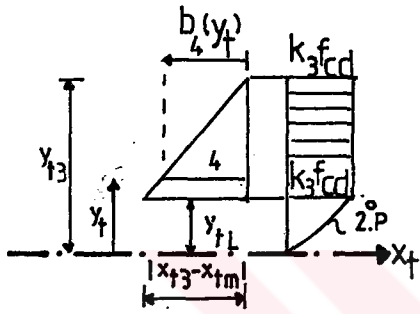
$$F_{c2} = \int_{y_{t4}}^{y_{tL}} \sigma(y_t) b_2(y_t) dy_t \quad (3.23)$$



$$\alpha_2 = |x_{tL} - x_{t3}| \quad ; \quad \bar{P}_2 = (y_{t3} - y_{tL})$$

$$b_3(y_t) = \alpha_2 - \alpha_2 \left(\frac{y_{t3}}{\bar{P}_2} - \frac{y_t}{\bar{P}_2} \right)$$

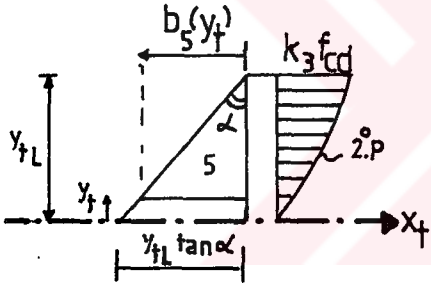
$$F_{c3} = k_3 f_{cd} \int_{y_{tL}}^{y_{t3}} b_3(y_t) dy_t \quad (3.24)$$



$$\alpha_3 = |x_{t3} - x_{tm}| \quad ; \quad \bar{P}_3 = (y_{t3} - y_{tL}) = \bar{P}_2$$

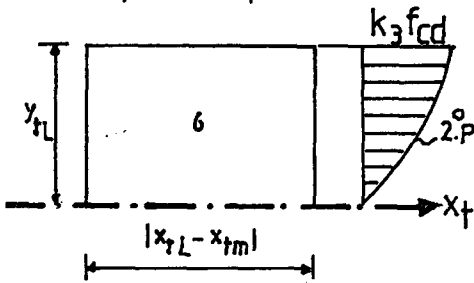
$$b_4(y_t) = \alpha_3 - \alpha_3 \left(\frac{y_{t3}}{\bar{P}_2} - \frac{y_t}{\bar{P}_2} \right)$$

$$F_{c4} = k_3 f_{cd} \int_{y_{tL}}^{y_{t3}} b_4(y_t) dy_t \quad (3.25)$$

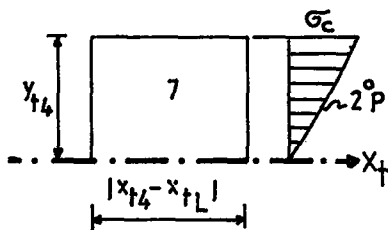


$$b_5(y_t) = y_t \cdot \tan \alpha$$

$$F_{c5} = \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) b_5(y_t) dy_t \quad (3.26)$$



$$F_{c6} = |x_{tL} - x_{tm}| \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) dy_t \quad (3.27)$$



$$F_{c7} = |x_{t4} - x_{tL}| \int_0^{y_{t4}} \sigma(y_t) dy_t \quad (3.28)$$

Şekil 3.15 : B.Ş.D. 3.2.1.b- α

$$\Sigma F_c = F_{c7} - F_{c1} + F_{c2} + F_{c6} + F_{c5} + F_{c3} + F_{c4}$$

$$= |x_{t4} - x_{tL}| k_3 f_{cd} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t4}^2}{2} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t4}^3}{3} \right) - k_3 f_{cd} \tan \alpha.$$

$$\cdot \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t4}^3}{3} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t4}^4}{4} \right) + \alpha_1 k_3 f_{cd} \left\{ \frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \cdot \right. \right.$$

$$\cdot \left. \frac{(y_{tL}^2 - y_{t4}^2)}{2} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t4}^3}{3} \right) \right] - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \cdot \right. \quad (3.29)$$

$$\cdot \left. \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t4}^4}{4} \right) \right] \Big\} + |x_{tL} - x_{tm}| \frac{2}{3} k_3 f_{cd}.$$

$$\cdot y_{tL} + \frac{5}{12} k_3 f_{cd} \tan \alpha y_{tL}^2 + k_3 f_{cd} \left\{ \alpha_2 \left(\frac{y_{t3} - y_{tL}}{2} \right) + \right.$$

$$\left. + \alpha_3 \left(\frac{y_{t3} - y_{tL}}{2} \right) \right\}$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_{c_t} = & |x_{t4} - x_{tL}| \int_0^{y_{t4}} \sigma(y_t) y_t dy_t - \int_0^{y_{t4}} \sigma(y_t) b_1(y_t) y_t dy_t + \\ & + \int_{y_{t4}}^{y_{tL}} \sigma(y_t) b_2(y_t) y_t dy_t + |x_{tL} - x_{tm}| \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) y_t dy_t + \\ & + \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) b_5(y_t) y_t dy_t + k_3 f_{cd} \left\{ \int_{y_{tL}}^{y_{t3}} b_3(y_t) y_t dy_t + \right. \\ & \left. + \int_{y_{tL}}^{y_{t3}} b_4(y_t) y_t dy_t \right\} \quad (3.30) \end{aligned}$$

$$= |x_{t4} - x_{tL}| k_3 f_{cd} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t4}^3}{3} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t4}^4}{4} \right) - k_3 f_{cd} \tan \alpha.$$

$$\cdot \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t4}^4}{4} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t4}^5}{5} \right) + \alpha_1 k_3 f_{cd} \left\{ \frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \cdot \right. \right.$$

$$\cdot \left. \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t4}^4}{4} \right) \right] - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \cdot \right.$$

$$\cdot \left[\frac{(y_{tL}^4 - y_{t4}^4)}{4} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \left(\frac{y_{tL}^5 - y_{t4}^5}{5} \right) \right] \} + |x_{tL} - x_{tm}| \frac{5}{12} k_3 f_{cd}.$$

$$\cdot y_{tL}^2 + \frac{3}{10} k_3 f_{cd} \tan \alpha y_{tL}^3 + k_3 f_{cd} \left\{ \left[\frac{\alpha_2}{2} (y_{t3}^2 - y_{tL}^2) - \right.$$

$$\left. = \frac{\alpha_2}{(y_{t3} - y_{tL})} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \right] \right\} +$$

$$+ \left[\frac{\alpha_3}{2} (y_{t3}^2 - y_{tL}^2) - \frac{\alpha_3}{(y_{t3} - y_{tL})} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{tL}^2 \cdot \right.$$

$$\left. \cdot \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \right] \right\}$$

Tarafsız eksene göre bulunan bileşke moment ifadesini şekil merkezinden geçen eksen takımına dönüştürmek için $\Sigma F_c \cdot Y_T \cos \alpha$ teriminin eklenmesi gerekmektedir. Şu halde, sonuç bileşke moment denklemi aşağıdaki gibidir;

$$\Sigma M_c = \Sigma M_{ct} + \Sigma F_c Y_T \cos \alpha$$

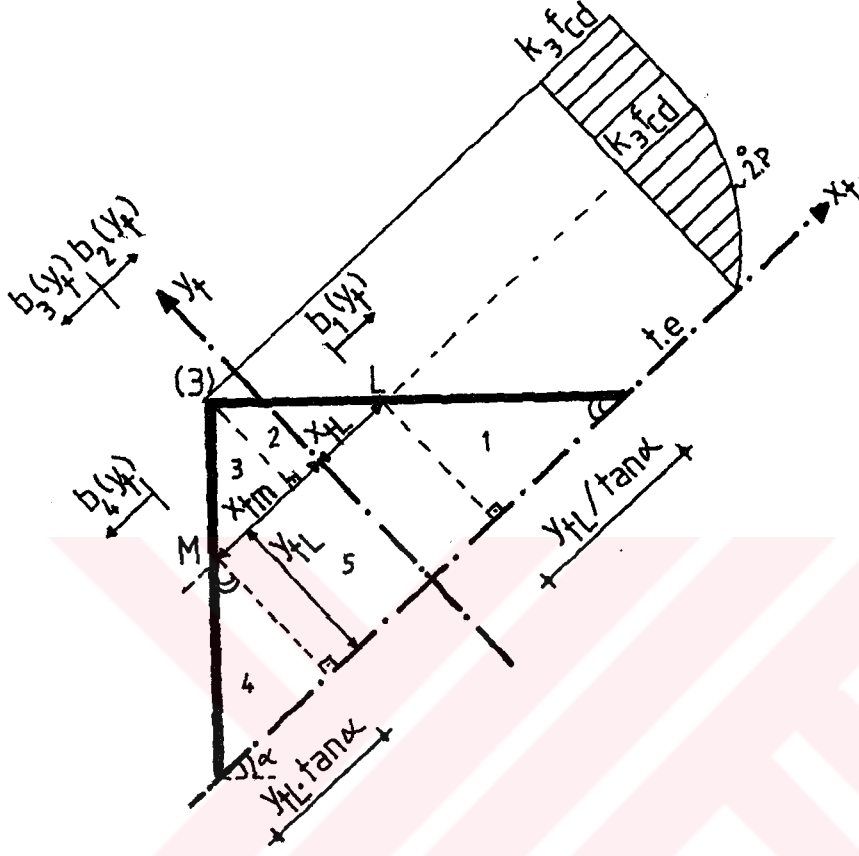
$$\begin{aligned} \Sigma F_c = & |X_{tL} - X_{tm}| \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) dy_t - \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) b_1(y_t) dy_t + \\ & + \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) b_5(y_t) dy_t + k_3 f_{cd} \left\{ |X_{t4} - X_{t3}| \int_{y_{tL}}^{y_{t4}} dy_t - \right. \\ & \left. - \int_{y_{tL}}^{y_{t4}} b_2(y_t) dy_t + \int_{y_{t4}}^{y_{t3}} b_3(y_t) dy_t + \int_{y_{tL}}^{y_{t3}} b_4(y_t) dy_t \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_c = & |X_{tL} - X_{tm}| \frac{2}{3} k_3 f_{cd} y_{tL} + k_3 f_{cd} \left\{ |X_{t4} - X_{t3}| (y_{t4} - y_{tL}) - \right. \\ & \left. - \frac{\alpha_1 (y_{t4} - y_{tL})}{2} + \frac{\alpha_2 (y_{t3} - y_{t4})}{2} + \frac{\alpha_3 (y_{t3} - y_{tL})}{2} \right\} \end{aligned} \quad (3.31)$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_{c_t} = & |X_{tL} - X_{tm}| \frac{5}{12} k_3 f_{cd} y_{tL}^2 + k_3 f_{cd} \left\{ |X_{t4} - X_{t3}| \frac{(y_{t4}^2 - y_{tL}^2)}{2} - \right. \\ & - \frac{\alpha_1 (y_{t4}^2 - y_{tL}^2)}{2} + \frac{\alpha_1}{(y_{t4} - y_{tL})} \left[y_{t4}^2 \left(\frac{y_{t4}}{2} - \frac{y_{t4}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t4}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \right] + \\ & + \frac{\alpha_2 (y_{t3}^2 - y_{t4}^2)}{2} - \frac{\alpha_2}{(y_{t3} - y_{t4})} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{t4}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t4}}{3} \right) \right] + \\ & \left. + \frac{\alpha_3 (y_{t3}^2 - y_{tL}^2)}{2} - \frac{\alpha_3}{(y_{t3} - y_{tL})} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Moment denklemi için ek terim : $\Sigma F_c \cdot YT \cdot \cos \alpha$

B.Ş.D. 3.2.2'ye ait iç kuvvet denklemleri



Şekil 3.17: B.Ş.D. 3.2.2

$$b_1(y_t) = \frac{y_t}{\tan \alpha}$$

$$\alpha_2 = |x_{tL} - x_{t3}| ; \quad \bar{P}_2 = (y_{t3} - y_{tL}) ; \quad b_2(y_t) = \alpha_2 - \alpha_2 \left[\frac{y_{t3}}{\bar{P}_2} - \frac{y_t}{\bar{P}_2} \right]$$

$$\alpha_3 = |x_{tm} - x_{t3}| ; \quad \bar{P}_2 = (y_{t3} - y_{tL}) ; \quad b_3(y_t) = \alpha_3 - \alpha_3 \left[\frac{y_{t3}}{\bar{P}_2} - \frac{y_t}{\bar{P}_2} \right]$$

$$b_4(y_t) = y_t \tan \alpha$$

$$\Sigma F_c = \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) b_1(y_t) dy_t + |x_{tL} - x_{tm}| \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) dy_t +$$

$$+ \int_0^{y_{tL}} b_4(y_t) dy_t + k_3 f_{cd} \left\{ \int_{y_{tL}}^{y_{t3}} b_2(y_t) dy_t + \int_{y_{tL}}^{y_{t3}} b_3(y_t) dy_t \right\}$$

$$\Sigma F_c = \frac{5}{12 \tan \alpha} k_3 f_{cd} y_{tL}^2 + |X_{tL} - X_{tm}| \frac{2}{3} k_3 f_{cd} y_{tL} + \frac{5}{12} \tan \alpha \cdot \quad (3.33)$$

$$\cdot k_3 f_{cd} y_{tL}^2 + k_3 f_{cd} \left\{ \alpha_2 \frac{(y_{t3} - y_{tL})}{2} + \alpha_3 \frac{(y_{t3} - y_{tL})}{2} \right\}$$

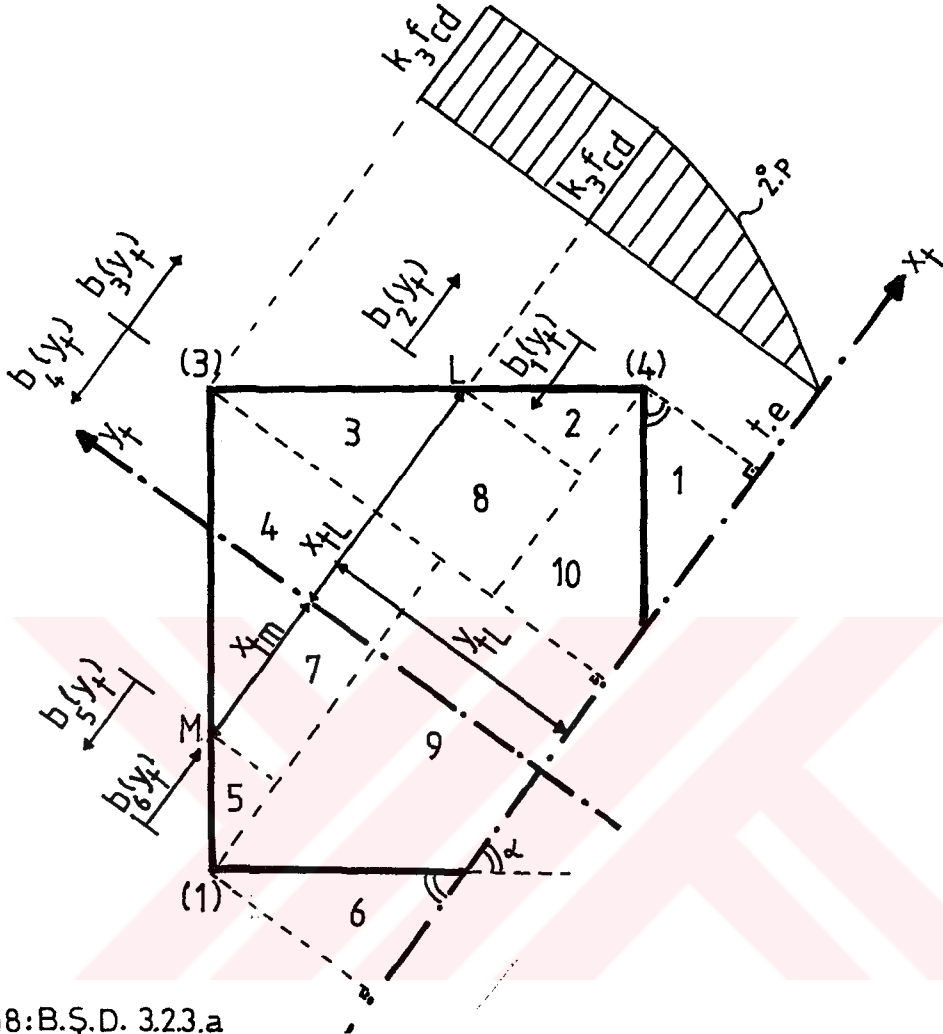
$$\Sigma M_{c_t} = \frac{3}{10 \tan \alpha} k_3 f_{cd} y_{tL}^3 + |X_{tL} - X_{tm}| \frac{5}{12} k_3 f_{cd} y_{tL}^2 + \frac{3}{10} \cdot$$

$$\cdot \tan \alpha k_3 f_{cd} y_{tL}^3 + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{\alpha_2}{2} (y_{t3}^2 - y_{tL}^2) - \frac{\alpha_2}{(y_{t3} - y_{tL})} \cdot \right. \quad (3.34)$$

$$\cdot \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \right] + \frac{\alpha_3}{2} (y_{t3}^2 - y_{tL}^2) - \frac{\alpha_3}{(y_{t3} - y_{tL})} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \right] \}$$

Moment denklemi için ek terim : $\Sigma F_c \cdot YT \cdot \cos \alpha$

B.Ş.D. 3.2.3.a'ya ait iç kuvvet denklemleri



Şekil 3.18: B.Ş.D. 3.2.3.a

$$b_1(y_t) = y_t \tan \alpha$$

$$\alpha_2 = |x_{t4} - x_{tL}| ; \beta_2 = (y_{tL} - y_{t4}) ; b_2(y_t) = \alpha_2 - \alpha_2 \left[\frac{y_{tL}}{\beta_2} - \frac{y_t}{\beta_2} \right]$$

$$\alpha_3 = |x_{tL} - x_{t3}| ; \beta_3 = (y_{t3} - y_{tL}) ; b_3(y_t) = \alpha_3 - \alpha_3 \left[\frac{y_{t3}}{\beta_3} - \frac{y_t}{\beta_3} \right]$$

$$\alpha_4 = |x_{t3} - x_{tM}| ; \beta_3 = (y_{t3} - y_{tL}) ; b_4(y_t) = \alpha_4 - \alpha_4 \left[\frac{y_{t3}}{\beta_3} - \frac{y_t}{\beta_3} \right]$$

$$\alpha_5 = |x_{tL} - x_{tM}| ; \beta_4 = (y_{tL} - y_{t1}) ; b_5(y_t) = \alpha_5 - \alpha_5 \left[\frac{y_{tL}}{\beta_4} - \frac{y_t}{\beta_4} \right]$$

$$b_6(y_t) = \frac{y_t}{\tan \alpha}$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_c = & |x_{t4} - x_{t3}| \int_0^{y_{t4}} \sigma(y_t) dy_t - \int_0^{y_{t4}} \sigma(y_t) b_1(y_t) dy_t + \\ & + \int_{y_{t4}}^{y_{tL}} \sigma(y_t) b_2(y_t) dy_t + |x_{tL} - x_{t3}| \int_{y_{t4}}^{y_{tL}} \sigma(y_t) dy_t + \\ & + |x_{t3} - x_{t1}| \int_0^{y_{t1}} \sigma(y_t) dy_t - \int_0^{y_{t1}} \sigma(y_t) b_6(y_t) dy_t + \\ & + |x_{t3} - x_{tL}| \int_{y_{t1}}^{y_{tL}} \sigma(y_t) dy_t + \int_{y_{t1}}^{y_{tL}} \sigma(y_t) b_5(y_t) dy_t + \\ & + k_3 f_{cd} \left\{ \int_{y_{tL}}^{y_{t3}} (b_3(y_t) + b_4(y_t)) dy_t \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_c = & |x_{t4} - x_{t3}| k_3 f_{cd} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t4}^2}{2} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t4}^3}{3} \right) - k_3 f_{cd} \tan \alpha. \\ & \cdot \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t4}^3}{3} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t4}^4}{4} \right) + \alpha_2 k_3 f_{cd} \left\{ \frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \cdot \right. \right. \\ & \cdot \frac{(y_{tL}^2 - y_{t4}^2)}{2} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \cdot \right. \\ & \cdot \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \frac{(y_{tL}^4 - y_{t4}^4)}{4} \left. \right] \left. \right\} + |x_{tL} - x_{t3}| k_3 f_{cd} \cdot \\ & \cdot \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{(y_{tL}^2 - y_{t4}^2)}{2} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} \right) + |x_{t3} - x_{t1}| k_3 f_{cd} \cdot \\ & \cdot \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t1}^2}{2} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t1}^3}{3} \right) - \frac{k_3 f_{cd}}{\tan \alpha} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t1}^3}{3} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t1}^4}{4} \right) + \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$\begin{aligned}
& + |X_{t3} - X_{tm}| k_3 f_{cd} \left(\frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^2 - y_{t1}^2}{2} \right) - \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t1}^3}{3} \right) \right) + \\
& + \alpha_5 k_3 f_{cd} \left\{ \frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \left(\frac{y_{tL}^2 - y_{t1}^2}{2} \right) + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \cdot \right. \right. \\
& \cdot \left. \left. \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t1}^3}{3} \right) \right] - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t1}^3}{3} \right) + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \cdot \right. \right. \\
& \cdot \left. \left. \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t1}^4}{4} \right) \right] \right\} + k_3 f_{cd} \left\{ \alpha_3 \left(\frac{y_{t3} - y_{tL}}{2} \right) + \alpha_4 \left(\frac{y_{t3} - y_{tL}}{2} \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma M_{C_t} = & |X_{t4} - X_{t3}| k_3 f_{cd} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t4}^3}{3} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t4}^4}{4} \right) - k_3 f_{cd} \tan \alpha \cdot \\
& \cdot \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t4}^4}{4} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t4}^5}{5} \right) + \alpha_2 k_3 f_{cd} \left\{ \frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \cdot \right. \right. \\
& \cdot \left. \left. \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t4}^3}{3} \right) + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t4}^4}{4} \right) \right] - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \cdot \right. \right. \\
& \cdot \left. \left. \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t4}^4}{4} \right) + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \left(\frac{y_{tL}^5 - y_{t4}^5}{5} \right) \right] \right\} + |X_{tL} - X_{t3}| k_3 f_{cd} .
\end{aligned}$$

(3.36)

$$\cdot \left(\frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t4}^3}{3} \right) - \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t4}^4}{4} \right) \right) + |X_{t3} - X_{t1}| k_3 f_{cd} .$$

$$\cdot \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t1}^3}{3} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t1}^4}{4} \right) - \frac{k_3 f_{cd}}{\tan \alpha} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t1}^4}{4} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t1}^5}{5} \right) +$$

$$+ |X_{t3} - X_{tm}| k_3 f_{cd} \left(\frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t1}^3}{3} \right) - \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t1}^4}{4} \right) \right) +$$

$$+ \alpha_5 k_3 f_{cd} \left\{ \frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t1}^3}{3} \right) + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \cdot \right. \right.$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \left[\frac{(y_{tL}^4 - y_{t1}^4)}{4} \right] - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \frac{(y_{tL}^4 - y_{t1}^4)}{4} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \cdot \right. \\
& \cdot \left. \frac{(y_{tL}^5 - y_{t1}^5)}{5} \right] \Bigg\} + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{\alpha_3}{2} \frac{(y_{t3}^2 - y_{tL}^2)}{2} - \frac{\alpha_3}{(y_{t3} - y_{tL})} \cdot \right. \\
& \cdot \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \right] + \frac{\alpha_4}{2} (y_{t3}^2 - y_{tL}^2) - \\
& \left. - \frac{\alpha_4}{(y_{t3} - y_{tL})} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \right] \right\}
\end{aligned}$$

Moment denklemi için ek terim: $\Sigma F_c \cdot Y_T \cdot \cos \alpha$



$$b_6(y_t) = \frac{y_t}{\tan \alpha}$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_c = & |x_{tL} - x_{t3}| \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) dy_t - \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) b_1(y_t) dy_t + |x_{t3} - x_{t1}| \cdot \\ & \cdot \int_0^{y_{t1}} \sigma(y_t) dy_t - \int_0^{y_{t1}} \sigma(y_t) b_6(y_t) dy_t + |x_{t3} - x_{tm}| \int_{y_{t1}}^{y_{tL}} \sigma(y_t) dy_t + \\ & + \int_{y_{t1}}^{y_{tL}} \sigma(y_t) b_5(y_t) dy_t + k_3 f_{cd} \left\{ |x_{t4} - x_{t3}| \int_{y_{tL}}^{y_{t4}} dy_t - \right. \\ & \left. - \int_{y_{tL}}^{y_{t4}} b_2(y_t) dy_t + \int_{y_{tL}}^{y_{t3}} b_4(y_t) dy_t + \int_{y_{t4}}^{y_{t3}} b_3(y_t) dy_t \right\} \end{aligned}$$

$$\Sigma F_c = |x_{tL} - x_{t3}| \frac{2}{3} k_3 f_{cd} y_{tL} - \frac{5}{12} k_3 f_{cd} \tan \alpha y_{tL}^2 + |x_{t3} - x_{t1}| \cdot$$

$$\cdot k_3 f_{cd} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t1}^2}{2} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t1}^3}{3} \right) - \frac{k_3 f_{cd}}{\tan \alpha} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t1}^3}{3} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t1}^4}{4} \right) +$$

$$+ |x_{t3} - x_{tm}| k_3 f_{cd} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{(y_{tL}^2 - y_{t1}^2)}{2} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t1}^3)}{3} \right) + \quad (3.37)$$

$$+ \alpha_4 k_3 f_{cd} \left\{ \frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \frac{(y_{tL}^2 - y_{t1}^2)}{2} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \cdot \right. \right.$$

$$\cdot \frac{(y_{tL}^3 - y_{t1}^3)}{3} \left. \right] - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \frac{(y_{tL}^3 - y_{t1}^3)}{3} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \cdot \right.$$

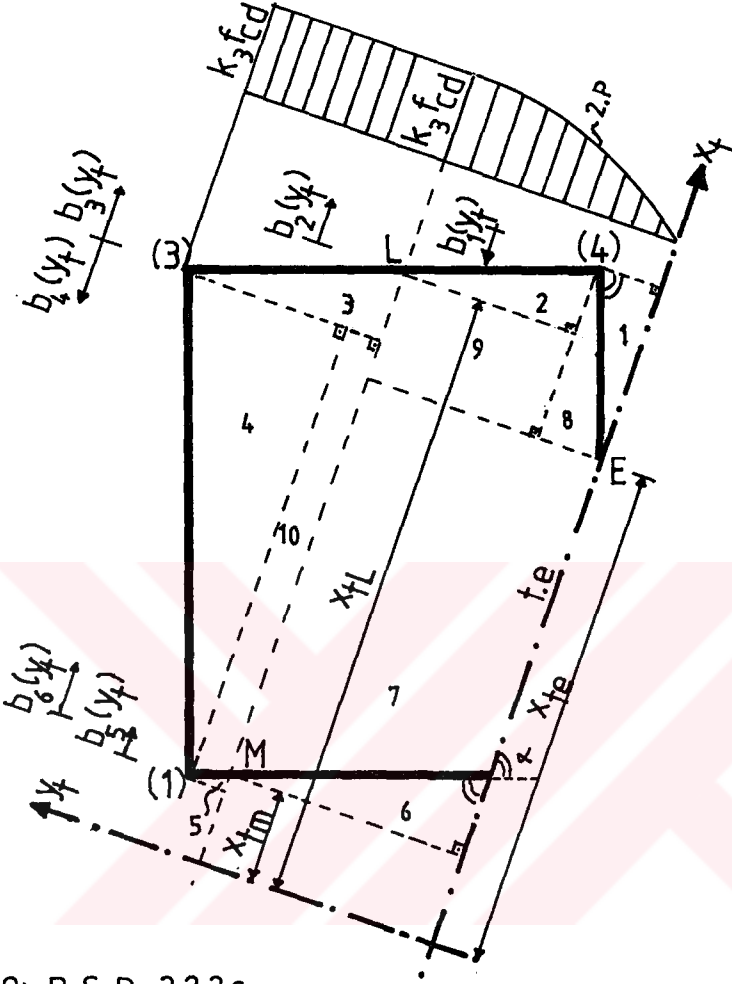
$$\cdot \frac{(y_{tL}^4 - y_{t1}^4)}{4} \left. \right] \left. \right\} + k_3 f_{cd} \left\{ |x_{t4} - x_{t3}| (y_{t4} - y_{tL}) - \alpha_1 \frac{(y_{t4} - y_{tL})}{2} + \right.$$

$$+ \alpha_2 \frac{(y_{t3} - y_{t4})}{2} + \alpha_3 \frac{(y_{t3} - y_{tL})}{2} \left. \right\}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma M_{c_t} = & |x_{tL} - x_{t3}| \frac{5}{12} k_3 f_{cd} y_{tL}^2 - \frac{3}{10} k_3 f_{cd} \tan \alpha y_{tL}^3 + \\
& + |x_{t3} - x_{t1}| k_3 f_{cd} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t1}^3}{3} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t1}^4}{4} \right) - \frac{k_3 f_{cd}}{\tan \alpha} \cdot \\
& \cdot \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t1}^4}{4} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t1}^5}{5} \right) + |x_{t3} - x_{tm}| k_3 f_{cd} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t1}^3)}{3} - \right. \\
& - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{(y_{tL}^4 - y_{t1}^4)}{4} \left. \right) + \alpha_4 k_3 f_{cd} \left\{ \frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \frac{(y_{tL}^3 - y_{t1}^3)}{3} + \right. \right. \\
& + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \frac{(y_{tL}^4 - y_{t1}^4)}{4} \left. \right] - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \frac{(y_{tL}^4 - y_{t1}^4)}{4} + \right. \\
& + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \frac{(y_{tL}^5 - y_{t1}^5)}{5} \left. \right] \left. \right\} + k_3 f_{cd} \left\{ |x_{t4} - x_{t3}| \frac{(y_{t4}^2 - y_{tL}^2)}{2} - \right. \\
& - \frac{\alpha_1}{2} (y_{t4}^2 - y_{tL}^2) + \frac{\alpha_1}{(y_{t4} - y_{tL})} \left[y_{t4}^2 \left(\frac{y_{t4}}{2} - \frac{y_{t4}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t4}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \right] + \\
& + \frac{\alpha_2}{2} (y_{t3}^2 - y_{t4}^2) - \frac{\alpha_2}{(y_{t3} - y_{t4})} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{t4}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t4}}{3} \right) \right] + \\
& + \frac{\alpha_3}{2} (y_{t3}^2 - y_{tL}^2) - \frac{\alpha_3}{(y_{t3} - y_{tL})} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \right] \left. \right\} \quad (3.38)
\end{aligned}$$

Moment denklemi için ek terim : $\Sigma F_c \cdot Y_T \cdot \cos \alpha$

B.Ş.D. 3.2.3.c'ye ait iç kuvvet denklemleri



Şekil 3.20: B.Ş.D. 3.2.3.c

$$b_1(y_t) = y_t \tan \alpha$$

$$\alpha_2 = |x_{t4} - x_{tL}| ; \bar{P}_2 = (y_{tL} - y_{t4}) ; b_2(y_t) = \alpha_2 - \alpha_2 \left[\frac{y_{tL}}{\bar{P}_2} - \frac{y_t}{\bar{P}_2} \right]$$

$$\alpha_3 = |x_{tL} - x_{t3}| ; \bar{P}_3 = (y_{t3} - y_{tL}) ; b_3(y_t) = \alpha_3 - \alpha_3 \left[\frac{y_{t3}}{\bar{P}_3} - \frac{y_t}{\bar{P}_3} \right]$$

$$\alpha_4 = |x_{t3} - x_{t1}| ; \bar{P}_4 = (y_{t3} - y_{t1}) ; b_4(y_t) = \alpha_4 - \alpha_4 \left[\frac{y_{t3}}{\bar{P}_4} - \frac{y_t}{\bar{P}_4} \right]$$

$$\alpha_5 = |x_{tm} - x_{t1}| ; \bar{P}_5 = (y_{t1} - y_{tL}) ; b_5(y_t) = \alpha_5 - \alpha_5 \left[\frac{y_{t1}}{\bar{P}_5} - \frac{y_t}{\bar{P}_5} \right]$$

$$b_6(y_t) = \frac{y_t}{\tan \alpha}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma F_c = & |X_{t4} - X_{te}| \int_0^{y_{t4}} \sigma(y_t) dy_t - \int_0^{y_{t4}} \sigma(y_t) b_1(y_t) dy_t + |X_{te} - X_{tm}| \cdot \\
& \cdot \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) dy_t - \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) b_6(y_t) dy_t + \int_{y_{t4}}^{y_{tL}} \sigma(y_t) b_2(y_t) dy_t + \\
& + |X_{tL} - X_{te}| \int_{y_{t4}}^{y_{tL}} \sigma(y_t) dy_t + k_3 f_{cd} \left\{ \int_{y_{tL}}^{y_{t3}} b_3(y_t) dy_t + \int_{y_{t1}}^{y_{t3}} b_4(y_t) dy_t + \right. \\
& \left. + |X_{t3} - X_{t1}| \int_{y_{tL}}^{y_{t1}} dy_t - \int_{y_{tL}}^{y_{t1}} b_5(y_t) dy_t \right\}
\end{aligned}$$

$$\Sigma F_c = |X_{t4} - X_{te}| k_3 f_{cd} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t4}^2}{2} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t4}^3}{3} \right) - k_3 f_{cd} \tan \alpha.$$

$$\cdot \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t4}^3}{3} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t4}^4}{4} \right) + |X_{te} - X_{tm}| \frac{2}{3} k_3 f_{cd} y_{tL} - \frac{5}{12 \tan \alpha} \cdot$$

$$\begin{aligned}
& \cdot k_3 f_{cd} y_{tL}^2 + \alpha_2 k_3 f_{cd} \left\{ \frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \frac{(y_{tL}^2 - y_{t4}^2)}{2} + \right. \right. \\
& + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} \left. \right] - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} + \right. \\
& + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \frac{(y_{tL}^4 - y_{t4}^4)}{4} \left. \right] \left. \right\} + |X_{tL} - X_{te}| k_3 f_{cd} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{(y_{tL}^2 - y_{t4}^2)}{2} - \right. \\
& - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} \left. \right) + k_3 f_{cd} \left\{ \alpha_3 \frac{(y_{t3} - y_{tL})}{2} + \alpha_4 \frac{(y_{t3} - y_{t1})}{2} + \right. \\
& + |X_{t3} - X_{t1}| (y_{t1} - y_{tL}) - \alpha_5 \frac{(y_{t1} - y_{tL})}{2} \left. \right\}
\end{aligned} \tag{3.39}$$

$$\begin{aligned}
& \Sigma M_{c_t} = |X_{t4} - X_{te}| k_3 f_{cd} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t4}^3}{3} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t4}^4}{4} \right) - k_3 f_{cd} \tan \alpha \left(\frac{2}{y_{tL}} \cdot \right. \\
& \quad \cdot \frac{y_{t4}^4}{4} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t4}^5}{5} \left. \right) + |X_{te} - X_{tm}| \frac{5}{12} k_3 f_{cd} y_{tL}^2 - \frac{3}{10 \tan \alpha} k_3 f_{cd} y_{tL}^3 + \\
& \quad + \alpha_2 k_3 f_{cd} \left\{ \frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \frac{(y_{tL}^4 - y_{t4}^4)}{4} \right] - \right. \\
& \quad \left. - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \frac{(y_{tL}^4 - y_{t4}^4)}{4} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \frac{(y_{tL}^5 - y_{t4}^5)}{5} \right] \right\} + \\
& \quad + |X_{tL} - X_{te}| k_3 f_{cd} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{(y_{tL}^4 - y_{t4}^4)}{4} \right) + \quad (3.40) \\
& \quad + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{\alpha_3}{2} (y_{t3}^2 - y_{tL}^2) - \frac{\alpha_3}{(y_{t3} - y_{tL})} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{tL}^2 \cdot \right. \right. \\
& \quad \cdot \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \left. \right] + \frac{\alpha_4}{2} (y_{t3}^2 - y_{t1}^2) - \frac{\alpha_4}{(y_{t3} - y_{t1})} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - \right. \\
& \quad \left. - y_{t1}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t1}}{3} \right) \right] + |X_{t3} - X_{t1}| \left(\frac{y_{t1}^2 - y_{tL}^2}{2} \right) - \frac{\alpha_5}{2} (y_{t1}^2 - y_{tL}^2) + \\
& \quad \left. + \frac{\alpha_5}{(y_{t1} - y_{tL})} \left[y_{t1}^2 \left(\frac{y_{t1}}{2} - \frac{y_{t1}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t1}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \right] \right\}
\end{aligned}$$

Moment denklemi için ek terim: $\Sigma F_c \cdot Y_T \cdot \cos \alpha$

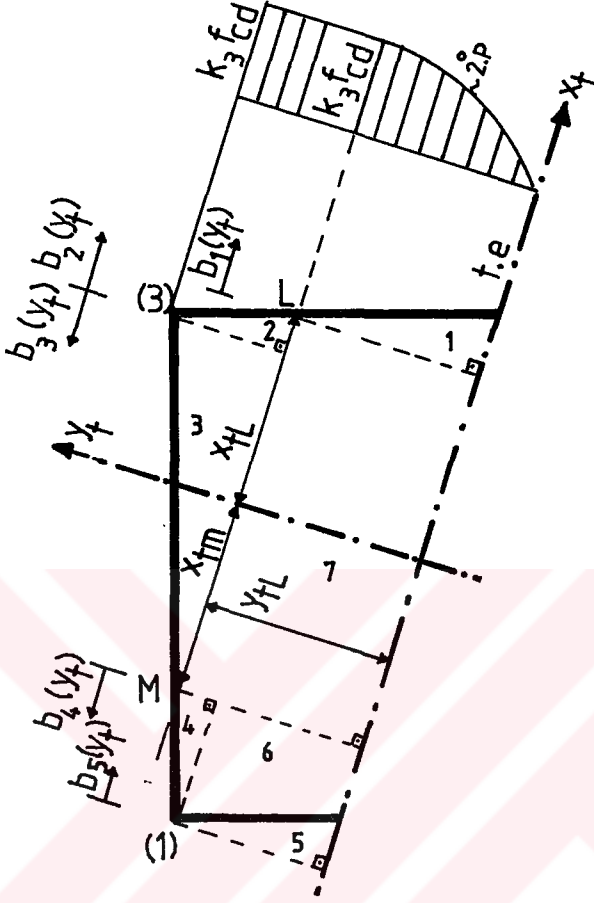
$$\begin{aligned}
\Sigma F_c = & \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) b_1(y_t) dy_t + |X_{tL} - X_{tm}| \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) dy_t - \\
& - \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) b_5(y_t) dy_t + k_3 f_{cd} \int_{y_{tL}}^{y_{t3}} b_2(y_t) dy_t + k_3 f_{cd} \cdot \\
& \cdot \int_{y_{t1}}^{y_{t3}} b_3(y_t) dy_t + k_3 f_{cd} |X_{t3} - X_{t1}| \int_{y_{tL}}^{y_{t1}} dy_t - k_3 f_{cd} \cdot \\
& \cdot \int_{y_{tL}}^{y_{t1}} b_4(y_t) dy_t
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma F_c = & |X_{tL} - X_{tm}| \frac{2}{3} k_3 f_{cd} y_{tL} + k_3 f_{cd} \left\{ \alpha_1 \frac{(y_{t3} - y_{tL})}{2} + \right. \\
& \left. + \alpha_2 \frac{(y_{t3} - y_{t1})}{2} - \alpha_3 \frac{(y_{t1} - y_{tL})}{2} + |X_{t3} - X_{t1}| (y_{t1} - y_{tL}) \right\} \quad (3.41)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Sigma M_{c_t} = & |X_{tL} - X_{tm}| \frac{5}{12} k_3 f_{cd} y_{tL}^2 + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{\alpha_1}{2} (y_{t3}^2 - y_{tL}^2) - \right. \\
& - \frac{\alpha_1}{(y_{t3} - y_{tL})} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \right] + \frac{\alpha_2}{2} \cdot \\
& \cdot (y_{t3}^2 - y_{t1}^2) - \frac{\alpha_2}{(y_{t3} - y_{t1})} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{t1}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t1}}{3} \right) \right] + \\
& + |X_{t3} - X_{t1}| \left(\frac{y_{t1}^2 - y_{tL}^2}{2} - \frac{\alpha_3}{2} (y_{t1}^2 - y_{tL}^2) + \frac{\alpha_3}{(y_{t1} - y_{tL})} \cdot \right. \\
& \cdot \left. \left[y_{t1}^2 \left(\frac{y_{t1}}{2} - \frac{y_{t1}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t1}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \right] \right\} \quad (3.42)
\end{aligned}$$

Moment denklemi için ek terim : $\Sigma F_c \cdot YT \cdot \cos \alpha$

B.Ş.D. 3.2.4.b'ye ait iç kuvvet denklemleri



Şekil 3.22: B.Ş.D.3.2.4.b

$$b_1(y_t) = \frac{y_t}{\tan \alpha}$$

$$\alpha_1 = |x_{tL} - x_{t3}| ; \beta_1 = (y_{t3} - y_{tL}) ; b_2(y_t) = \alpha_1 - \alpha_1 \left[\frac{y_{t3}}{\beta_1} - \frac{y_t}{\beta_1} \right]$$

$$\alpha_2 = |x_{t3} - x_{tm}| ; \beta_1 = (y_{t3} - y_{tL}) ; b_3(y_t) = \alpha_2 - \alpha_2 \left[\frac{y_{t3}}{\beta_1} - \frac{y_t}{\beta_1} \right]$$

$$\alpha_3 = |x_{tm} - x_{t1}| ; \beta_2 = (y_{tL} - y_{t1}) ; b_4(y_t) = \alpha_3 - \alpha_3 \left[\frac{y_{tL}}{\beta_2} - \frac{y_t}{\beta_2} \right]$$

$$b_5(y_t) = \frac{y_t}{\tan \alpha}$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_c = & \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) b_1(y_t) dy_t + |X_{tL} - X_{tm}| \int_0^{y_{tL}} \sigma(y_t) dy_t + |X_{tm} - X_{t1}| \cdot \\ & \cdot \int_0^{y_{t1}} \sigma(y_t) dy_t - \int_0^{y_{t1}} \sigma(y_t) b_5(y_t) dy_t + \int_{y_{t1}}^{y_{tL}} \sigma(y_t) b_4(y_t) dy_t + \\ & + k_3 f_{cd} \left\{ \int_{y_{tL}}^{y_{t3}} b_2(y_t) dy_t + \int_{y_{tL}}^{y_{t3}} b_3(y_t) dy_t \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Sigma F_c = & \frac{5}{12 \tan \alpha} k_3 f_{cd} y_{tL}^2 + |X_{tL} - X_{tm}| \frac{2}{3} k_3 f_{cd} y_{tL} + |X_{tm} - X_{t1}| \cdot \\ & \cdot k_3 f_{cd} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t1}^2}{2} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t1}^3}{3} \right) - \frac{k_3 f_{cd}}{\tan \alpha} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t1}^3}{3} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t1}^4}{4} \right) \\ & + \alpha_3 k_3 f_{cd} \left\{ \frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \frac{(y_{tL}^2 - y_{t1}^2)}{2} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \cdot \right. \right. \\ & \cdot \left. \frac{(y_{tL}^3 - y_{t1}^3)}{3} \right] - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \frac{(y_{tL}^3 - y_{t1}^3)}{3} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \cdot \right. \\ & \cdot \left. \left. \frac{(y_{tL}^4 - y_{t1}^4)}{4} \right] \right\} + k_3 f_{cd} \left\{ \alpha_1 \frac{(y_{t3} - y_{tL})}{2} + \alpha_2 \frac{(y_{t3} - y_{tL})}{2} \right\} \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$\begin{aligned} \Sigma M_{c_t} = & \frac{3}{10 \tan \alpha} k_3 f_{cd} y_{tL}^3 + |X_{tL} - X_{tm}| \frac{5}{12} k_3 f_{cd} y_{tL}^2 + |X_{tm} - X_{t1}| \cdot \\ & \cdot k_3 f_{cd} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t1}^3}{3} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t1}^4}{4} \right) - \frac{k_3 f_{cd}}{\tan \alpha} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t1}^4}{4} - \frac{1}{y_{tL}^2} \cdot \right. \\ & \cdot \left. \frac{y_{t1}^5}{5} \right) + \alpha_3 k_3 f_{cd} \left\{ \frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \frac{(y_{tL}^3 - y_{t1}^3)}{3} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \cdot \right. \right. \\ & \cdot \left. \frac{(y_{tL}^4 - y_{t1}^4)}{4} \right] - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \frac{(y_{tL}^4 - y_{t1}^4)}{4} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \cdot \right. \end{aligned} \quad (3.44)$$

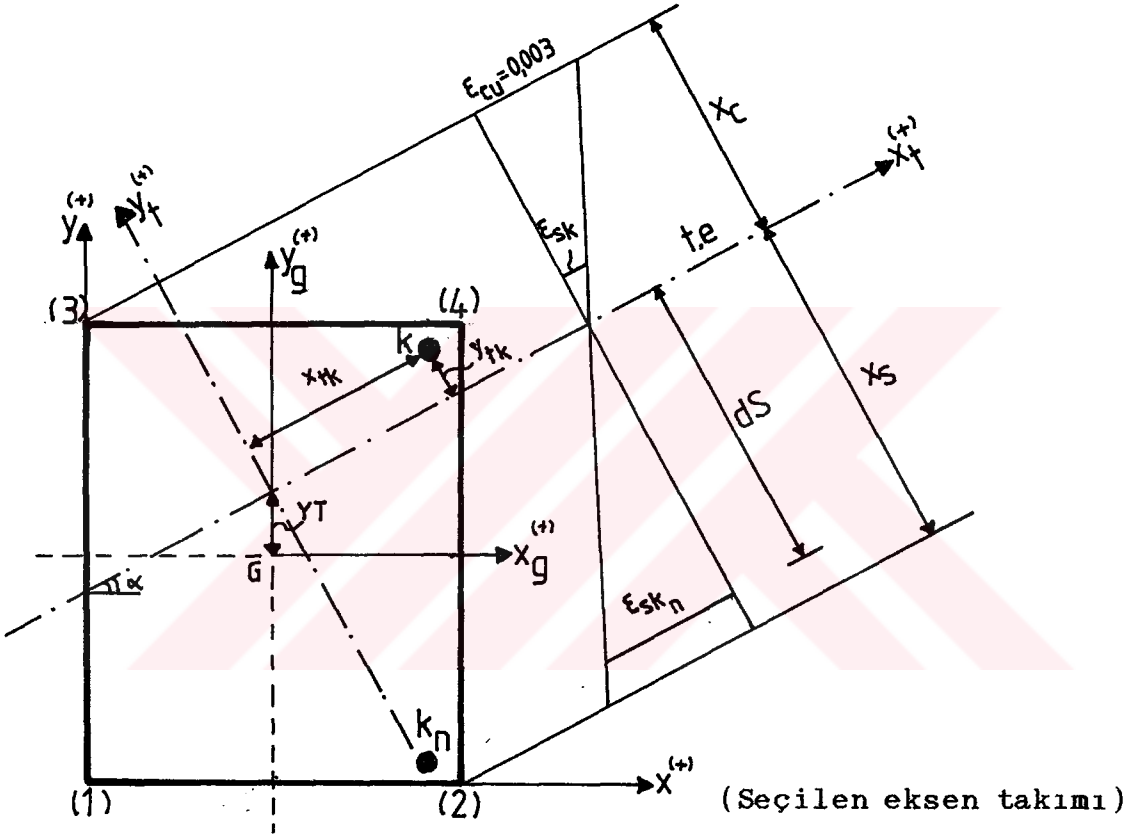
$$\begin{aligned}
 & \cdot \left(\frac{y_{tL}^5 - y_{t1}^5}{5} \right) \Big] \Big\} + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{\alpha_1}{2} (y_{t3}^2 - y_{tL}^2) - \frac{\alpha_1}{(y_{t3} - y_{tL})} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \right] + \frac{\alpha_2}{2} (y_{t3}^2 - y_{tL}^2) - \frac{\alpha_2}{(y_{t3} - y_{tL})} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - \right. \right. \\
 & \left. \left. - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \right] \right\}
 \end{aligned}$$

Moment denklemi için ek terim : $\Sigma F_c \cdot Y_T \cdot \cos \alpha$



3.2.2 Donatıya Ait İç Kuvvet Denklemleri

Donatıya ait iç kuvvet denklemleri çıkartılırken, her bir donatı çubuğundaki gerilmeler dikkate alınarak, donatının akma konumuna ulaşp, ulaşmaması durumları gözönünde bulundurulmuştur.



Şekil 3.23: Donatıya Etkiyen İç Kuvvetler

$$\epsilon_{sk} = y_{tk} \cdot 0.003 / x_c \quad (\text{Bernoulli-Navier Hipotezi}) \quad (3.45)$$

$$\sigma_{sk} = \epsilon_{sk} E_s \quad (3.46)$$

I) Bir donatıdaki gerilme mutlak değerce donatı çeliğinin akma mukavemetinin tasarım değerinden küçük ise donatı henüz akma sınırına ulaşmamıştır. O halde iç kuvvet denklemleri şu şekilde yazılabilir;

$$|\sigma_{isk}| < f_{yd} ; \epsilon_{sk} < \epsilon_{sy} = f_{yd} / E_s$$

$$F_k = A_{sk} \sigma_{sk} ; A_{sk} / A_{st} = \rho_k ; F_k = \rho_k A_{st} \sigma_{sk} \quad (3.47)$$

$$M_k = A_{sk} \sigma_{sk} y_{tk} ; \quad A_{sk}/A_{st} = \rho_k ; \quad M_k = \rho_k A_{st} \sigma_{sk} y_{tk} \quad (3.48)$$

Donatı çapının değişmemesi durumunda $A_{sk} = A_{st}/ds$; $\rho_k = 1/ds$ olacaktır.

II) Bir donatıdaki gerilme mutlak değerce donatı çeliğinin akma mukavemetinin tasarım değerinden büyük veya eşitse, donatı akma sınırına ulaşmıştır. O halde iç kuvvet denklemleri şu şekilde yazılacaktır; $|\sigma_{sk}| = f_{yd}$; $\epsilon_{sk} > \epsilon_{sy}$

$$f_{yd}^* = \text{Sign}(f_{yd}) \quad \begin{array}{l} \epsilon_{sk} < 0 \text{ ise } \sigma_{sk} = -f_{yd} \\ \epsilon_{sk} > 0 \text{ ise } \sigma_{sk} = f_{yd} \end{array}$$

$$F_k = A_{sk} f_{yd}^* ; A_{sk}/A_{st} = \rho_k ; \quad F_k = \rho_k A_{st} f_{yd}^* \quad (3.49)$$

$$M_k = A_{sk} f_{yd}^* y_{tk} ; A_{sk}/A_{st} = \rho_k ; \quad M_k = \rho_k A_{st} f_{yd}^* y_{tk} \quad (3.50)$$

Kesit içindeki donatıya etkiyen toplam iç kuvvet denklemleri ise, ds ; kesit içindeki toplam donatı sayısını göstermek üzere aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$F_s = \sum_{k=1}^{ds} F_k \quad (3.51)$$

$$M_{st} = \sum_{k=1}^{ds} M_k \quad (3.52)$$

Yukarıda tarafsız eksene göre bulunan moment ifadelerini (M_{st}) kesidin ağırlık merkezinden geçen eksen takımına dönüştürmek için, $F_s \cdot Y_T \cdot \cos \alpha$ teriminin eklenmesi gerekmektedir.

Tablo 3.1

$$F_c + F_s = F \quad (3.53)$$

$$M_{ct} + M_{st} = M_{bl} \quad (3.54)$$

$$f_{yd} = \bar{\alpha} f_{yd}$$

İÇ KUVVETLER									
BETONA ETKİYEN					DONATIYA ETKİYEN				
3.2.1	3.2.2	3.2.3	3.2.4		$ E_{s_k} > E_{sy}$	$ E_{s_k} < E_{sy}$			
$y_e = y_f$	$y_k < y_e$								
	$y_f > 0$ $y_e > y_3$	$y_f < 0$, $0 < y_e < y_3$	$y_f < 0$, $y_e > y_3$		$G_{s_k} = f_{yd}$	$G_{s_k} = E_{sy} E_s$			
—	$y_{fL} > 0$ $y_{f1} > y_{fL}$	$y_{fL} > 0$ $y_{f1} > y_{fL}$	$y_{f1} > 0$ $y_{fL} < y_{f1}$	$y_{f1} > 0$ $y_{fL} < y_{f1}$	$\frac{F_s}{1.satır}$	$\frac{M_{st}}{2.satır}$			
F_c	F_c	F_c	F_c	F_c	$\sum_{k=1}^{ds} A_{s_k} G_{s_k}$	$\sum_{k=1}^{ds} A_{s_k} G_{s_k}$			F
M_{ct}	M_{ct}	M_{ct}	M_{ct}	M_{ct}	$\sum_{k=1}^{ds} A_{s_k} G_{s_k} y_{ek}$	$\sum_{k=1}^{ds} A_{s_k} G_{s_k} y_{ek}$			M_{bl}

Tabloda verilen moment ifadelerini kesit ağırlık merkezinden geçen eksen takımına dönüştürmek için

Betona ait ifadelere ; $F_c.YT.\cos\alpha$ terimlerinin eklenmesi gerekmektedir.

Donatiya ait ifadelere ; $F_s.YT.\cos\alpha$

4.BÖLÜM:GENELLEŞTİRİLMİŞ NEWTON-RAPHSON YÖNTEMİ İLE PROBLEMİN ÇÖZÜMÜ

4.1 Giriş

$$\begin{aligned}
 \text{Açık ifadesi;} \quad & f_1=f_1(x_1,x_2,\dots,x_n)=0 \\
 & f_2=f_2(x_1,x_2,\dots,x_n)=0 \\
 & \vdots \\
 & \vdots \\
 & \vdots \\
 & f_n=f_n(x_1,x_2,\dots,x_n)=0
 \end{aligned} \tag{4.1}$$

Şeklinde verilen, lineer olmayan bir denklem sisteminin kökleri aranmaktadır.(4.1) denklem sistemi matris formunda yazılırsa;

$$[f] = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix} \tag{4.2}$$

olmak üzere $[f]=0$ (4.3)
elde edilir.(4.3) denkleminin kökleri de

$$\{x\} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix} \tag{4.4}$$

kolon matrisi ile gösterilmektedir.

Lineer olmayan (4.3) denklem sisteminin bir ardışık yaklaşım yöntemi ile çözülmesi istendiğinde, i sayılı adıma ait

$$\{x\}_i = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}_i \tag{4.5}$$

değerleri belirli iken (i+1) sayılı adıma ait

$$\{x\}_{i+1} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}_{i+1} \tag{4.6}$$

değerlerinin tayini gerekmektedir.

(4.3) denklem sistemi yerine, $[f]$ fonksiyonu (i) adımda Mac Laurin serisine açılıp, yaklaşık olarak iki ve daha yüksek mertebeden terimler terkedilirse;

$$[f]_i + [f]'_i (\{x\}_{i+1} - \{x\}_i) = 0 \quad (4.7)$$

yazılabilir. Burada $[f]_i$ ve $[f]'_i$;

$$[f]_i = \begin{bmatrix} f_1 \\ f_2 \\ \vdots \\ f_n \end{bmatrix}_i, \quad [f]'_i = \begin{bmatrix} \partial f_1 / \partial x_1 & \partial f_1 / \partial x_2 & \dots & \partial f_1 / \partial x_n \\ \partial f_2 / \partial x_1 & \partial f_2 / \partial x_2 & \dots & \partial f_2 / \partial x_n \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \partial f_n / \partial x_1 & \partial f_n / \partial x_2 & \dots & \partial f_n / \partial x_n \end{bmatrix}_i \quad (4.8)$$

dir.

$(i+1)$ sayılı adımda tayin edilmesi istenen $\{x\}_{i+1}$ bilinmeyenleri, (4.7) denklemlerinin $\{x\}_{i+1}$ 'e göre düzenlenmesi ile elde edilen;

$$[f]'_i \{x\}_{i+1} = -[f]_i + [f]'_i \{x\}_i \quad (4.9)$$

lineer denklem takımı çözülerek hesaplanır. Bu adımlar yeteri kadar tekrarlanırsa lineer olmayan (4.3) denklem sisteminin kökleri bulunur. Bu ardışık yaklaşım yöntemi **Newton-Raphson Yöntemi** (Lineer olmayan denklem takımlarının sayısal çözümü) adını almaktadır.

Değişken sayısının az, buna karşılık yapılması gereken ardışık yaklaşım sayısının fazla olduğu hallerde (4.9)'dan bulunan;

$$\{x\}_{i+1} = \{x\}_i - [f]'^{-1}_i [f]_i \quad (4.10)$$

ifadesi ile $\{x\}_{i+1}$ değişkenlerinin hesaplanması uygun olmaktadır. Burada $[f]'^{-1}_i$, daha önce bulunmuş olan $[f]'$ türev matrisinin inversidir ve yaklaşık olarak her adımda aynen kullanılabilir.

4.2 Newton-Raphson Yönteminin Çalışmaya Adaptasyonu

Eğik eğilme ve eksenel kuvvet etkisindeki betonarme kesitlerin hesabında; $x_1=YT$ ve $x_2=A_{st}$ olmak üzere;

$$f_1=F(YT, A_{st})-f_o=0 \quad (4.11)$$

$$f_2=M(YT, A_{st})-M_o=0 \quad (4.12)$$

olarak alınacaktır. Şu halde sonuç ifade aşağıdaki gibidir:

$$\{BD\}_{i+1} = \{BD\}_i - [TM]^{-1} \{FM\}_i \quad ; \quad [TM] = [CT] + [ST] \quad (4.13)$$

veya

$$\begin{Bmatrix} YT \\ A_{st} \end{Bmatrix}_{i+1} = \begin{Bmatrix} YT \\ A_{st} \end{Bmatrix}_i - [TM]^{-1} \left\{ \begin{Bmatrix} F(YT, A_{st}) \\ M_{bl}(YT, A_{st}) \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} F \\ M_{bl} \end{Bmatrix}_i \right\} \quad (4.14)$$

Burada $\{FM\}$, denge denklemlerinde $\{BD\}$ (i sayılı adıma ait başlangıç değer matrisi) değerleri yerine konularak bulunan kolon matrisi göstermektedir.

(4.13) ifadesinde görüldüğü gibi, toplam türev matrisini ifade eden $[TM]$ 'nin inversi iterasyonun her adımında yaklaşık olarak aynen kullanılabilecektir. Şu halde elimizdeki betona ve donatıya ait iç kuvvet denklemlerinin, bilinmeyen olarak aldığımız (YT) ve (A_{st}) 'ye göre türevlerinin alınması gerekmektedir. Sonuç değerler 4.3.1 ve 4.3.2'de verilmiştir.

4.3 Türev Denklemleri

Bölüm 4.1 de de bahsedildiği gibi, iterasyonun her adımında yaklaşık olarak aynen kullanılabilecek katsayılar matrisinin ([TM]) inversinin hesaplanması gerekmektedir. Bu bölümde betona ve donatıya ait iç kuvvet denklemlerinin, bilinmeyen olarak seçtiğimiz (YT) ve (A_{st}) büyüklüklerine göre türevleri alınmış ve sonuç değerler 4.3.1 ve 4.3.2'de verilmiştir.

İç kuvvet denklemlerinden de anlaşılabileceği gibi betona ait denklemlerin (A_{st})'ye göre türevleri sıfır olmaktadır. Buna göre iç kuvvet denklemlerinin türev ifadelerinin kapalı formu aşağıdaki gibidir:

$$F'_c = \partial F_c / \partial YT \quad ; \quad M'_c = \partial M_c / \partial YT \quad (4.15)$$

$$F'_s = \begin{cases} \partial F_s / \partial YT \\ \partial F_s / \partial A_{st} \end{cases} \quad ; \quad M'_s = \begin{cases} \partial M_s / \partial YT \\ \partial M_s / \partial A_{st} \end{cases} \quad (4.16)$$

4.3.1 Betona Ait Türev Denklemleri

B.Ş.D. 3.2.1.a

$$\frac{\partial F_c}{\partial YT} = - \frac{7}{9} k_3 f_{cd} b \cos \alpha \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial M_c}{\partial YT} = - \frac{25}{27} k_3 f_{cd} b y_{t3} \cos \alpha + \frac{\partial F_c}{\partial YT} YT \cos \alpha + F_c \cos \alpha \quad (4.18)$$

B.S.D. 3.2.1.b-α

$$\frac{\partial F_c}{\partial Y_T} = k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{t4} - X_{tL}|}{(X_{t4} - X_{tL})} \frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \left(\frac{2}{Y_{tL}} \frac{Y_{t4}^2}{2} - \frac{1}{Y_{tL}^2} \frac{Y_{t4}^3}{3} \right) + \left[(-2 \cos \alpha Y_{t4} Y_{tL} + \frac{2}{3} \cos \alpha Y_{t4}^2) \frac{1}{Y_{tL}^2} - (-9 \cos \alpha Y_{t4}^2 Y_{tL}^2 + 4 \cos \alpha \right. \right. \quad (4.19)$$

$$\cdot Y_{tL} Y_{t4}^3) \frac{1}{9 Y_{tL}^4} \left. \right] |X_{t4} - X_{tL}| \left\} - k_3 f_{cd} \tan \alpha \left\{ (-18 \cos \alpha Y_{t4}^2 \cdot \right.$$

$$\cdot Y_{tL} Y_{t4}^3) \frac{1}{9 Y_{tL}^4} \left. \right] |X_{t4} - X_{tL}| \left\} - k_3 f_{cd} \tan \alpha \left\{ (-18 \cos \alpha Y_{t4}^2 \cdot \right.$$

$$\cdot Y_{tL} + 4 \cos \alpha Y_{t4}^3) \frac{1}{9 Y_{tL}^2} - (-16 \cos \alpha Y_{t4}^3 Y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha Y_{t4}^4 Y_{tL}) \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{16 Y_{tL}^4} \left. \right\} + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{t4} - X_{tL}|}{(X_{t4} - X_{tL})} \frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \left[\frac{2}{Y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{Y_{tL}}{(Y_{tL} - Y_{t4})} \right) \frac{(Y_{tL}^2 - Y_{t4}^2)}{2} + \right. \right. \right.$$

$$+ \frac{1}{(Y_{tL} - Y_{t4})} \frac{(Y_{tL}^3 - Y_{t4}^3)}{3} \left. \right] - \frac{1}{Y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{Y_{tL}}{(Y_{tL} - Y_{t4})} \right) \frac{(Y_{tL}^3 - Y_{t4}^3)}{3} + \frac{1}{(Y_{tL} - Y_{t4})} \cdot \right.$$

$$\left. \frac{(Y_{tL}^4 - Y_{t4}^4)}{4} \right] \left. \right] \left[\left(-\frac{4}{3} \cos \alpha Y_{tL} + 2 \cos \alpha Y_{t4} \right) Y_{tL} + \frac{2}{3} \cos \alpha \cdot \right.$$

$$\left. \frac{(Y_{tL}^2 - Y_{t4}^2)}{Y_{tL}^2} \left(1 - \frac{Y_{tL}}{(Y_{tL} - Y_{t4})} \right) + \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (Y_{tL} - Y_{t4}) + \frac{\cos \alpha}{3} \cdot \right. \right.$$

$$\left. \frac{Y_{tL}}{(Y_{tL} - Y_{t4})^2} \frac{2}{Y_{tL}} \frac{(Y_{tL}^2 - Y_{t4}^2)}{2} + \left[(-2 \cos \alpha Y_{tL}^2 + 3 \cos \alpha \cdot \right. \right.$$

$$\left. \frac{Y_{t4}^2}{Y_{tL}^2} \right) 6 Y_{tL} + 4 \cos \alpha (Y_{tL}^3 - Y_{t4}^3) \left. \right] \frac{1}{9 Y_{tL}^2} \frac{1}{(Y_{tL} - Y_{t4})} - \frac{\cos \alpha}{3} \frac{1}{(Y_{tL} - Y_{t4})^2} \cdot$$

$$\frac{2}{Y_{tL}} \frac{(Y_{tL}^3 - Y_{t4}^3)}{3} - \left[(-2 \cos \alpha Y_{tL}^2 + 3 \cos \alpha Y_{t4}^2) 3 Y_{tL}^2 + 4 \cos \alpha \cdot \right.$$

$$\begin{aligned}
& \cdot y_{tL}(y_{tL}^3 - y_{t4}^3) \left] \frac{1}{9 y_{tL}^4} \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) - \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL} - y_{t4}) + \right. \\
& + \left. \frac{\cos \alpha}{3} y_{tL} \right] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t4}^3}{3} \right) - \left[\left(-\frac{8}{3} \cos \alpha y_{tL}^3 + 4 \cdot \right. \right. \\
& \cdot \cos \alpha y_{t4}^3) 4 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^4 - y_{t4}^4) \left] \frac{1}{16 y_{tL}^4} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} + \\
& + \left. \frac{\cos \alpha}{3} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t4}^4}{4} \right) \right] |X_{t4} - X_{tL}| \left\} + \frac{2}{3} k_3 f_{cd} \cdot \right. \\
& \cdot \left[-\frac{1}{3 \sin \alpha} y_{tL} - \frac{2}{3} \cos \alpha |X_{tL} - X_{tm}| \right] - \frac{5}{9} k_3 f_{cd} \sin \alpha y_{tL} + \\
& + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) \left(\frac{y_{t3} - y_{tL}}{2} \right) - \frac{\cos \alpha}{6} |X_{tL} - X_{t3}| + \right. \\
& + \left. \frac{|X_{t3} - X_{tm}|}{(X_{t3} - X_{tm})} \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) \left(\frac{y_{t3} - y_{tL}}{2} \right) - \frac{\cos \alpha}{6} |X_{t3} - X_{tm}| \right\}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial M_c}{\partial Y_T} = k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{t4} - X_{tL}|}{(X_{t4} - X_{tL})} \frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t4}^3}{3} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t4}^4}{4} \right) + \right. \quad (4.20)$$

$$\cdot \cos \alpha y_{t4}^2 y_{tL} + 4 \cos \alpha y_{t4}^3) \frac{1}{9 y_{tL}^2} - (-16 \cos \alpha y_{t4}^3 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cdot$$

$$\cdot \cos \alpha y_{t4}^4 y_{tL}) \frac{1}{16 y_{tL}^4} \left] |X_{t4} - X_{tL}| \right\} - k_3 f_{cd} \tan \alpha \left\{ (-32 \cos \alpha \cdot$$

$$\cdot y_{t4}^3 y_{tL} + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{t4}^4) \frac{1}{16 y_{tL}^2} - (-25 \cos \alpha y_{t4}^4 y_{tL}^2 + \frac{20}{3} \cos \alpha \cdot$$

$$\begin{aligned}
& \cdot y_{t4}^5 y_{tL} \frac{1}{25 y_{tL}^4} \Big\} + k_3 f_{cd} \Big\{ \frac{|x_{t4} - x_{tL}|}{(x_{t4} - x_{tL})} \frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \Big[\frac{2}{y_{tL}} \Big(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \Big) \cdot \\
& \cdot \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \frac{(y_{tL}^4 - y_{t4}^4)}{4} \Big] - \frac{1}{y_{tL}^2} \Big[\Big(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \Big) \frac{(y_{tL}^4 - y_{t4}^4)}{4} + \\
& + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \frac{(y_{tL}^5 - y_{t4}^5)}{5} \Big] \Big] + \Big[\Big((-4 \cos \alpha y_{tL}^2 + 6 \cos \alpha y_{t4}^2) 3 y_{tL} + \\
& + 4 \cos \alpha (y_{tL}^3 - y_{t4}^3) \Big] \frac{1}{9 y_{tL}^2} \Big(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \Big) + \Big[\frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL} - y_{t4}) + \\
& + \frac{\cos \alpha y_{tL}}{3} \Big] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \frac{2}{y_{tL}} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} + \Big[\Big(-\frac{16}{3} \cos \alpha y_{tL}^3 + 8 \cdot \\
& \cdot \cos \alpha y_{t4}^3 \Big) 4 y_{tL} + \frac{16}{3} \cos \alpha (y_{tL}^4 - y_{t4}^4) \Big] \frac{1}{16 y_{tL}^2} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} - \frac{\cos \alpha}{3} \cdot \\
& \cdot \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \frac{2}{y_{tL}} \frac{(y_{tL}^4 - y_{t4}^4)}{4} - \Big[\Big(-\frac{8}{3} \cos \alpha y_{tL}^3 + 4 \cos \alpha y_{t4}^3 \Big) \cdot \\
& \cdot 4 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^4 - y_{t4}^4) \Big] \frac{1}{16 y_{tL}^4} \Big(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \Big) - \Big[\frac{2}{3} \cdot \\
& \cdot \cos \alpha (y_{tL} - y_{t4}) + \frac{\cos \alpha y_{tL}}{3} \Big] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{(y_{tL}^4 - y_{t4}^4)}{4} - \\
& - \Big[\Big(-\frac{10}{3} \cos \alpha y_{tL}^4 + 5 \cos \alpha y_{t4}^4 \Big) 5 y_{tL}^2 + \frac{20}{3} \cos \alpha y_{tL} \cdot \\
& \cdot (y_{tL}^5 - y_{t4}^5) \Big] \frac{1}{25 y_{tL}^4} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} + \frac{\cos \alpha}{3} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{(y_{tL}^5 - y_{t4}^5)}{5} \Big] \cdot \\
& \cdot |x_{t4} - x_{tL}| \Big\} + \frac{5}{12} k_3 f_{cd} \Big[-\frac{1}{3 \sin \alpha} y_{tL}^2 - \frac{4}{3} \cos \alpha y_{tL} |x_{tL} - x_{tm}| \Big] -
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{6}{10} k_3 f_{cd} \sin \alpha y_{tL}^2 + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) \left(\frac{y_{t3}^2 - y_{tL}^2}{2} \right) + \right. \\
& + (-\cos \alpha y_{t3} + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{tL}) |X_{tL} - X_{t3}| - \left[\frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) \cdot \right. \\
& \cdot (y_{t3} - y_{tL}) + \frac{\cos \alpha}{3} |X_{tL} - X_{t3}| \left. \right] \frac{1}{(y_{t3} - y_{tL})^2} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - \right. \\
& - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \left. \right] - \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(y_{t3} - y_{tL})} \left(-\frac{1}{2} \cos \alpha y_{t3}^2 + \frac{2}{3} \cos \alpha \cdot \right. \\
& \cdot y_{t3} y_{tL} - \frac{1}{6} \cos \alpha y_{tL}^2 \left. \right) + \frac{|X_{t3} - X_{tm}|}{(X_{t3} - X_{tm})} \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) \left(\frac{y_{t3}^2 - y_{tL}^2}{2} \right) + \\
& + (-\cos \alpha y_{t3} + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{tL}) |X_{t3} - X_{tm}| - \left[\frac{|X_{t3} - X_{tm}|}{(X_{t3} - X_{tm})} \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) \cdot \right. \\
& \cdot (y_{t3} - y_{tL}) + \frac{\cos \alpha}{3} |X_{t3} - X_{tm}| \left. \right] \frac{1}{(y_{t3} - y_{tL})^2} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - \right. \\
& - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \left. \right] - \frac{|X_{t3} - X_{tm}|}{(y_{t3} - y_{tL})} \left(-\frac{1}{2} \cos \alpha y_{t3}^2 + \frac{2}{3} \cos \alpha \cdot \right. \\
& \cdot y_{t3} y_{tL} - \frac{1}{6} \cos \alpha y_{tL}^2 \left. \right) \left. \right\} + \frac{\partial F_c}{\partial y_T} y_T \cos \alpha + F_c \cos \alpha
\end{aligned}$$

B.Ş.D. 3.2.1. b-β

$$\frac{\partial F}{\partial Y_T} = \frac{2}{3} k_3 f_{cd} \left\{ -\frac{2}{3} \cos \alpha |X_{tL} - X_{tm}| + \frac{|X_{tL} - X_{tm}|}{(X_{tL} - X_{tm})} \frac{2}{3} \sin \alpha \cdot \right. \quad (4.21)$$

$$\left. \cdot (1 - \cos \alpha) Y_{tL} \right\} + \frac{1}{3} k_3 f_{cd} \cos \alpha |X_{t4} - X_{t3}| - k_3 f_{cd} \cdot$$

$$\cdot \left\{ \frac{|X_{t4} - X_{tL}|}{(X_{t4} - X_{tL})} \sin \alpha \left(\frac{2}{3} \cos \alpha - 1 \right) \left(\frac{Y_{t4} - Y_{tL}}{2} \right) - \frac{\cos \alpha}{6} |X_{t4} - X_{tL}| \right\} +$$

$$+ k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{t3} - X_{tm}|}{(X_{t3} - X_{tm})} \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) \left(\frac{Y_{t3} - Y_{tL}}{2} \right) - \frac{\cos \alpha}{6} |X_{t3} - X_{tm}| \right\}$$

$$\frac{\partial M_c}{\partial Y_T} = \frac{5}{12} k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{tm}|}{(X_{tL} - X_{tm})} \frac{2}{3} \sin \alpha (1 - \cos \alpha) Y_{tL}^2 - \frac{4}{3} \cdot \right. \quad (4.22)$$

$$\cdot \cos \alpha Y_{tL} |X_{tL} - X_{tm}| \left\} + k_3 f_{cd} \left\{ (-\cos \alpha Y_{t4} + \frac{2}{3} \cos \alpha Y_{tL}) \cdot \right.$$

$$\cdot |X_{t4} - X_{t3}| \left\} - k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{t4} - X_{tL}|}{(X_{t4} - X_{tL})} \sin \alpha \left(\frac{2}{3} \cos \alpha - 1 \right) \left(\frac{Y_{t4}^2 - Y_{tL}^2}{2} \right) + \right.$$

$$+ (-\cos \alpha Y_{t4} + \frac{2}{3} \cos \alpha Y_{tL}) |X_{t4} - X_{tL}| - \left[\frac{|X_{t4} - X_{tL}|}{(X_{t4} - X_{tL})} \sin \alpha \cdot \right.$$

$$\cdot \left(\frac{2}{3} \cos \alpha - 1 \right) (Y_{t4} - Y_{tL}) + \frac{\cos \alpha}{3} |X_{t4} - X_{tL}| \left] \frac{1}{(Y_{t4} - Y_{tL})^2} [Y_{t4}^2 \cdot \right.$$

$$\cdot \left(\frac{Y_{t4}}{2} - \frac{Y_{t4}}{3} \right) - Y_{tL}^2 \left(\frac{Y_{t4}}{2} - \frac{Y_{tL}}{3} \right) \left] - \frac{|X_{t4} - X_{tL}|}{(Y_{t4} - Y_{tL})} \left(-\frac{1}{2} \cos \alpha Y_{t4}^2 + \right.$$

$$+ \frac{2}{3} \cos \alpha Y_{t4} Y_{tL} - \frac{1}{6} \cos \alpha Y_{tL}^2 \left. \right\} + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{t3} - X_{tm}|}{(X_{t3} - X_{tm})} \cdot \right.$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) \left(\frac{y_{t3}^2 - y_{tL}^2}{2} \right) + \left(-\cos \alpha y_{t3} + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{tL} \right) |x_{t3} - x_{tL}| - \\
& - \left[\frac{|x_{t3} - x_{tL}|}{(x_{t3} - x_{tL})} \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) (y_{t3} - y_{tL}) + \frac{\cos \alpha}{3} |x_{t3} - x_{tL}| \right] \frac{1}{(y_{t3} - y_{tL})^2} \cdot \\
& \cdot \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \right] - \frac{|x_{t3} - x_{tL}|}{(y_{t3} - y_{tL})} \left(-\frac{1}{2} \cos \alpha \cdot \right. \\
& \cdot y_{t3}^2 + \cos \alpha y_{t4} y_{t3} - \frac{\cos \alpha}{2} y_{t4}^2 \left. \right) \Bigg\} + \frac{\partial F_c}{\partial y_T} y_T \cos \alpha + F_c \cos \alpha
\end{aligned}$$

B.Ş.D. 3.2.2

$$\frac{\partial F_c}{\partial Y_T} = -\frac{5}{9} k_3 f_{cd} \frac{\cos \alpha}{\tan \alpha} y_{tL} + \frac{2}{3} k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{tm}|}{(X_{tL} - X_{tm})} \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} - \right. \right. \quad (4.23)$$

$$\left. -\frac{\sin \alpha}{3} \right) y_{tL} - \frac{2}{3} \cos \alpha |X_{tL} - X_{tm}| \left\} - \frac{5}{9} k_3 f_{cd} \sin \alpha y_{tL} +$$

$$+ k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tm} - X_{t3}|}{(X_{tm} - X_{t3})} \frac{\sin \alpha}{3} \frac{(y_{t3} - y_{tL})}{2} - \frac{\cos \alpha}{6} |X_{tm} - X_{t3}| + \right.$$

$$\left. + \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) \frac{(y_{t3} - y_{tL})}{2} - \frac{\cos \alpha}{6} |X_{tL} - X_{t3}| \right\}$$

$$\frac{\partial M_c}{\partial Y_T} = -\frac{3}{5} k_3 f_{cd} \frac{\cos \alpha}{\tan \alpha} y_{tL}^2 + \frac{5}{12} k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{tm}|}{(X_{tL} - X_{tm})} \cdot \right. \quad (4.24)$$

$$\cdot \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} - \frac{\sin \alpha}{3} \right) y_{tL}^2 - \frac{4}{3} \cos \alpha y_{tL} |X_{tL} - X_{tm}| \left\} -$$

$$- \frac{3}{5} k_3 f_{cd} \sin \alpha y_{tL}^2 + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tm} - X_{t3}|}{(X_{tm} - X_{t3})} \frac{\sin \alpha}{3} \frac{(y_{t3}^2 - y_{tL}^2)}{2} + \right.$$

$$+ (-\cos \alpha y_{t3} + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{tL}) |X_{tm} - X_{t3}| - \left[\frac{|X_{tm} - X_{t3}|}{(X_{tm} - X_{t3})} \cdot \right.$$

$$\cdot \frac{\sin \alpha}{3} (y_{t3} - y_{tL}) + \frac{\cos \alpha}{3} |X_{tm} - X_{t3}| \left. \right] \frac{1}{(y_{t3} - y_{tL})^2} y_{t3}^2 \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \left. \right] - \frac{|X_{tm} - X_{t3}|}{(y_{t3} - y_{tL})} \left\{ -\frac{1}{2} \cos \alpha \cdot \right.$$

$$\cdot y_{t3}^2 + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{t3} y_{tL} - \frac{1}{6} \cos \alpha y_{tL}^2 \} + \frac{|x_{tL} - x_{t3}|}{(x_{tL} - x_{t3})} \cdot \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) \cdot$$

$$\cdot \left(\frac{y_{t3}^2 - y_{tL}^2}{2} \right) + (-\cos \alpha y_{t3} + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{tL}) |x_{tL} - x_{t3}| - \left[\frac{|x_{tL} - x_{t3}|}{(x_{tL} - x_{t3})} \right] \cdot$$

$$\cdot \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) (y_{t3} - y_{tL}) + \frac{\cos \alpha}{3} \cdot |x_{tL} - x_{t3}| \left] \frac{1}{(y_{t3} - y_{tL})^2} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \right. \right. \right.$$

$$\left. - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \left] - \frac{|x_{tL} - x_{t3}|}{(y_{t3} - y_{tL})} \left\{ -\frac{1}{2} \cos \alpha y_{t3}^2 + \frac{2}{3} \cos \alpha \cdot \right.$$

$$\cdot y_{t3} y_{tL} - \frac{1}{6} \cos \alpha y_{tL}^2 \} \} + \frac{\partial F_c}{\partial y_T} y_T \cos \alpha + F_c \cos \alpha$$

B.Ş.D. 3.2.3.a

$$\frac{\partial \bar{E}}{\partial Y_T} = k_3 f_{cd} \left\{ \left[(-2 \cos \alpha \, y_{t4} \, y_{tL} + \frac{2}{3} \cos \alpha \, y_{t4}^2) \frac{1}{y_{tL}^2} - (-9. \right. \right. \quad (4.25)$$

$$\begin{aligned} & \cdot \cos \alpha \, y_{t4}^2 \, y_{tL}^2 + 4 \cos \alpha \, y_{tL} \, y_{t4}^3) \frac{1}{9 \, y_{tL}^4} \left. \right] |x_{t4} - x_{t3}| \Big\} - \\ & - k_3 f_{cd} \tan \alpha \left\{ (-18 \cos \alpha \, y_{t4}^2 \, y_{tL} + 4 \cos \alpha \, y_{t4}^3) \frac{1}{9 \, y_{tL}^2} - \right. \\ & - (-16 \cos \alpha \, y_{t4}^3 \, y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha \, y_{t4}^4 \, y_{tL}) \frac{1}{16 \, y_{tL}^4} \Big\} + k_3 f_{cd} \cdot \\ & \cdot \left\{ \frac{|x_{t4} - x_{tL}|}{(x_{t4} - x_{tL})} \frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \left[\frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \frac{(y_{tL}^2 - y_{t4}^2)}{2} + \right. \right. \right. \\ & + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} \Big] - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} + \right. \\ & + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \frac{(y_{tL}^4 - y_{t4}^4)}{4} \Big] \Big] + \left[\left(-\frac{4}{3} \cos \alpha \, y_{tL} + 2 \cos \alpha \, y_{t4} \cdot \right. \right. \\ & \cdot y_{tL} + \frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL}^2 - y_{t4}^2) \Big] \frac{1}{y_{tL}^2} \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) + \left[\frac{2}{3} \cos \alpha \cdot \right. \\ & \cdot (y_{tL} - y_{t4}) + \frac{\cos \alpha}{3} y_{tL} \Big] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \frac{2}{y_{tL}} \frac{(y_{tL}^2 - y_{t4}^2)}{2} + \left[(-2 \cdot \right. \\ & \cdot \cos \alpha \, y_{tL}^2 + 3 \cos \alpha \, y_{t4}^2) 6 \, y_{tL} + 4 \cos \alpha (y_{tL}^3 - y_{t4}^3) \Big] \cdot \\ & \cdot \frac{1}{9 \, y_{tL}^2} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} - \frac{\cos \alpha}{3} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \frac{2}{y_{tL}} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} - \left[(-2 \cdot \right. \end{aligned}$$

$$\cdot \cos \alpha y_{tL}^2 + 3 \cos \alpha y_{t4}^2) 3 y_{tL}^2 + 4 \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^3 - y_{t4}^3) \Big].$$

$$\cdot \frac{1}{9 y_{tL}^4} \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) - \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL} - y_{t4}) + \frac{\cos \alpha}{3} y_{tL} \right].$$

$$\cdot \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} - \left[\left(-\frac{8}{3} \cos \alpha y_{tL}^3 + 4 \cos \alpha y_{t4}^3 \right) \cdot \right.$$

$$\cdot 4 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^4 - y_{t4}^4) \Big] \frac{1}{16 y_{tL}^4 (y_{tL} - y_{t4})} + \frac{\cos \alpha}{3} \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{(y_{tL}^4 - y_{t4}^4)}{4} \Big] |x_{t4} - x_{tL}| \Big\} + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|x_{tL} - x_{t3}|}{(x_{tL} - x_{t3})} \cdot \right.$$

$$\cdot \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{(y_{tL}^2 - y_{t4}^2)}{2} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} \right) + \left[\left(-\frac{4}{3} \cos \alpha \cdot \right. \right.$$

$$\cdot y_{tL} + 2 \cos \alpha y_{t4} \Big) y_{tL} + \frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL}^2 - y_{t4}^2) \Big] \frac{1}{y_{tL}^2} - \left[(-2 \cdot \right.$$

$$\cdot \cos \alpha y_{tL}^2 + 3 \cos \alpha y_{t4}^2) 3 y_{tL}^2 + 4 \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^3 - y_{t4}^3) \Big].$$

$$\cdot \frac{1}{9 y_{tL}^4} \Big] |x_{tL} - x_{t3}| \Big\} + k_3 f_{cd} \left\{ (-2 \cos \alpha y_{t1} y_{tL} + \frac{2}{3} \cos \alpha \cdot \right.$$

$$\cdot y_{t1}^2) \frac{1}{y_{tL}^2} - (-9 \cos \alpha y_{t1}^2 y_{tL}^2 + 4 \cos \alpha y_{tL} y_{t1}^3) \frac{1}{9 y_{tL}^4} \Big\} \cdot$$

$$\cdot |x_{t3} - x_{t1}| - \frac{k_3 f_{cd}}{\tan \alpha} \left\{ (-18 \cos \alpha y_{t1}^2 y_{tL} + 4 \cos \alpha y_{t1}^3) \cdot \right.$$

$$\cdot \frac{1}{9 y_{tL}^2} - (-16 \cos \alpha y_{t1}^3 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{tL} y_{t1}^4) \frac{1}{16 y_{tL}^4} \Big\} +$$

$$\begin{aligned}
& + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{t3} - X_{tm}|}{(X_{t3} - X_{tm})} \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{(y_{tL}^2 - y_{t1}^2)}{2} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t1}^3)}{3} \right) + \right. \\
& + \left[\left(-\frac{4}{3} \cos \alpha y_{tL} + 2 \cos \alpha y_{t1} \right) y_{tL} + \frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL}^2 - y_{t1}^2) \right] \cdot \\
& \cdot \frac{1}{y_{tL}^2} - \left[(-2 \cos \alpha y_{tL}^2 + 3 \cos \alpha y_{t1}^2) 3 y_{tL} + 4 \cos \alpha y_{tL} \cdot \right. \\
& \cdot (y_{tL}^3 - y_{t1}^3) \left. \right] \frac{1}{9 y_{tL}^4} \left. \right\} |X_{t3} - X_{tm}| \left\{ \frac{|X_{t1} - X_{tm}|}{(X_{t1} - X_{tm})} \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) \cdot \right. \\
& \cdot \left[\frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \frac{(y_{tL}^2 - y_{t1}^2)}{2} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t1}^3)}{3} \right] - \right. \\
& - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \frac{(y_{tL}^3 - y_{t1}^3)}{3} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \frac{(y_{tL}^4 - y_{t1}^4)}{4} \right] \left. \right] + \\
& + \left[\left(-\frac{4}{3} \cos \alpha y_{tL} + 2 \cos \alpha y_{t1} \right) y_{tL} + \frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL}^2 - y_{t1}^2) \right] \cdot \\
& \cdot \frac{1}{y_{tL}^2} \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) + \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL} - y_{t1}) + \frac{\cos \alpha}{3} y_{tL} \right] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \cdot \\
& \cdot \frac{2}{y_{tL}} \frac{(y_{tL}^2 - y_{t1}^2)}{2} + \left[(-2 \cos \alpha y_{tL}^2 + 3 \cos \alpha y_{t1}^2) 6 y_{tL} + 4 \cdot \right. \\
& \cdot \cos \alpha (y_{tL}^3 - y_{t1}^3) \left. \right] \frac{1}{9 y_{tL}^2} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} - \frac{\cos \alpha}{3} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \frac{2}{y_{tL}} \cdot \\
& \cdot \frac{(y_{tL}^3 - y_{t1}^3)}{3} - \left[(-2 \cos \alpha y_{tL}^2 + 3 \cos \alpha y_{t1}^2) 3 y_{tL} + 4 \cos \alpha \cdot \right. \\
& \cdot y_{tL} (y_{tL}^3 - y_{t1}^3) \left. \right] \frac{1}{9 y_{tL}^4} \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) - \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL} - y_{t1}) + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\cos \alpha}{3} y_{tL}] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t1}^3}{3} \right) - \left[\left(-\frac{8}{3} \cos \alpha y_{tL}^3 + \right. \right. \\
& + 4 \cos \alpha y_{t1}^3) 4 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^4 - y_{t1}^4) \left. \right] \frac{1}{16 y_{tL}^4} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} + \\
& + \frac{\cos \alpha}{3} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t1}^4}{4} \right) \left. \right] |X_{t1} - X_{tm}| \Big\} + k_3 f_{cd} \cdot
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) \left(\frac{y_{t3} - y_{tL}}{2} \right) - \frac{\cos \alpha}{6} |X_{tL} - X_{t3}| + \right. \\
& + \left. \frac{|X_{t3} - X_{tm}|}{(X_{t3} - X_{tm})} \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) \left(\frac{y_{t3} - y_{tL}}{2} \right) - \frac{\cos \alpha}{6} |X_{t3} - X_{tm}| \right\}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial M_c}{\partial Y_T} = k_3 f_{cd} \left\{ \left[(-18 \cos \alpha y_{t4}^2 y_{tL} + 4 \cos \alpha y_{t4}^3) \frac{1}{9 y_{tL}^2} - \right. \right. \quad (4.26)$$

$$\left. - (-16 \cos \alpha y_{t4}^3 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{t4}^4 y_{tL}) \frac{1}{16 y_{tL}^4} \right] |X_{t4} - X_{t3}| \Big\} -$$

$$- k_3 f_{cd} \tan \alpha \left\{ (-32 \cos \alpha y_{t4}^3 y_{tL} + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{t4}^4) \frac{1}{16 y_{tL}^2} - (-25 \cdot
\right.$$

$$\left. \cos \alpha y_{t4}^4 y_{tL}^2 + \frac{20}{3} \cos \alpha y_{t4}^5 y_{tL}) \frac{1}{25 y_{tL}^4} \right\} + k_3 f_{cd} \cdot$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \left\{ \frac{|X_{t4} - X_{tL}|}{(X_{t4} - X_{tL})} \frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \left[\frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t4}^3}{3} \right) + \right. \right. \right. \\
& + \left. \left. \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t4}^4}{4} \right) \right] - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t4}^4}{4} \right) + \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \left(\frac{y_{tL}^5 - y_{t4}^5}{5} \right) \Big] + \left[\left[(-4 \cos \alpha y_{tL}^2 + 6 \cos \alpha y_{t4}^2) 3 y_{tL} + \right. \right. \\
& + 4 \cos \alpha (y_{tL}^3 - y_{t4}^3) \Big] \frac{1}{9 y_{tL}^2} \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) + \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL} - y_{t4}) + \right. \\
& + \frac{\cos \alpha}{3} y_{tL} \Big] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t4}^3}{3} \right) + \left[\left(-\frac{16}{3} \cos \alpha y_{tL}^3 + 8 \cos \alpha \cdot \right. \right. \\
& \cdot y_{t4}^3) 4 y_{tL} + \frac{16}{3} \cos \alpha (y_{tL}^4 - y_{t4}^4) \Big] \frac{1}{16 y_{tL}^2} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} - \frac{\cos \alpha}{3} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \cdot \\
& \cdot \frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t4}^4}{4} \right) - \left[\left(-\frac{8}{3} \cos \alpha y_{tL}^3 + 4 \cos \alpha y_{t4}^3 \right) 4 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha \cdot \right. \\
& \cdot y_{tL} (y_{tL}^4 - y_{t4}^4) \Big] \frac{1}{16 y_{tL}^4} \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) - \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL} - y_{t4}) + \right. \\
& + \frac{\cos \alpha}{3} y_{tL} \Big] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t4}^4}{4} \right) - \left[\left(-\frac{10}{3} \cos \alpha y_{tL}^4 + 5 \cos \alpha \cdot \right. \right. \\
& \cdot y_{t4}^4) 5 y_{tL}^2 + \frac{20}{3} \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^5 - y_{t4}^5) \Big] \frac{1}{25 y_{tL}^4} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} + \frac{\cos \alpha}{3} \cdot \\
& \cdot \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^5 - y_{t4}^5}{5} \right) \Big] |X_{t4} - X_{tL}| \Big\} + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \cdot \right. \\
& \cdot \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) \left(\frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t4}^3}{3} \right) - \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t4}^4}{4} \right) \right) + \left[\left[(-4 \cos \alpha y_{tL}^2 + \right. \right. \\
& + 6 \cos \alpha y_{t4}^2) 3 y_{tL} + 4 \cos \alpha (y_{tL}^3 - y_{t4}^3) \Big] \frac{1}{9 y_{tL}^2} - \left[\left(-\frac{8}{3} \cos \alpha \cdot \right. \right. \\
& \cdot y_{tL}^3 + 4 \cos \alpha y_{t4}^3) 4 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^4 - y_{t4}^4) \frac{1}{16 y_{tL}^4} \Big] \cdot
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot |X_{tL} - X_{t3}| \Big\} + k_3 f_{cd} \Big\{ \Big[(-18 \cos \alpha \, y_{t1}^2 \, y_{tL} + 4 \cos \alpha \, y_{t1}^3) \frac{1}{9 \, y_{tL}^2} - \\
& - (-16 \cos \alpha \, y_{t1}^3 \, y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha \, y_{t1}^4 \, y_{tL}) \Big] \frac{1}{16 \, y_{tL}^4} \Big] |X_{t3} - X_{t1}| \Big\} - \\
& - \frac{k_3 f_{cd}}{\tan \alpha} \Big\{ (-32 \cos \alpha \, y_{t1}^3 \, y_{tL} + \frac{16}{3} \cos \alpha \, y_{t1}^4) \frac{1}{16 \, y_{tL}^2} - (-25 \cos \alpha \cdot \\
& \cdot y_{t1}^4 \, y_{tL}^2 + \frac{20}{3} \cos \alpha \, y_{t1}^5 \, y_{tL}) \frac{1}{25 \, y_{tL}^4} \Big\} + k_3 f_{cd} \Big\{ \frac{|X_{t3} - X_{tm}|}{(X_{t3} - X_{tm})} \cdot \\
& \cdot \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) \left(\frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t1}^3}{3} \right) - \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t1}^4}{4} \right) \right) + \Big[[(-4 \cos \alpha \, y_{tL}^2 + \\
& + 6 \cos \alpha \, y_{t1}^2) 3 \, y_{tL} + 4 \cos \alpha \, (y_{tL}^3 - y_{t1}^3)] \frac{1}{9 \, y_{tL}^2} - [(-\frac{8}{3} \cos \alpha \, y_{tL}^3 + \\
& + 4 \cos \alpha \, y_{t1}^3) 4 \, y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha \, y_{tL} \, (y_{tL}^4 - y_{t1}^4)] \frac{1}{16 \, y_{tL}^4} \Big] |X_{t3} - X_{tm}| \Big\} + \\
& + k_3 f_{cd} \Big\{ \frac{|X_{t1} - X_{tm}|}{(X_{t1} - X_{tm})} \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) \Big[\frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t1}^3}{3} \right) + \right. \\
& + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \left. \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t1}^4}{4} \right) \right] - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t1}^4}{4} \right) + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \cdot \right. \\
& \cdot \left. \left. \left(\frac{y_{tL}^5 - y_{t1}^5}{5} \right) \right] \right] + \Big[[(-4 \cos \alpha \, y_{tL}^2 + 6 \cos \alpha \, y_{t1}^2) 3 \, y_{tL} + 4 \cos \alpha \cdot \\
& \cdot (y_{tL}^3 - y_{t1}^3)] \frac{1}{9 \, y_{tL}^2} \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) + \Big[\frac{2}{3} \cos \alpha \, (y_{tL} - y_{t1}) + \frac{\cos \alpha}{3} \cdot \\
& \cdot y_{tL} \Big] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t1}^3}{3} \right) + \Big[(-\frac{16}{3} \cos \alpha \, y_{tL}^3 + 8 \cos \alpha \, y_{t1}^3) \cdot
\end{aligned}$$

$$\cdot 4 y_{tL} + \frac{16}{3} \cos \alpha (y_{tL}^4 - y_{t1}^4) \left] \frac{1}{16 y_{tL}^2 (y_{tL} - y_{t1})} - \frac{\cos \alpha}{3} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \cdot$$

$$\cdot \frac{2}{y_{tL}} \frac{(y_{tL}^4 - y_{t1}^4)}{4} - \left[\left(-\frac{8}{3} \cos \alpha y_{tL}^3 + 4 \cos \alpha y_{t1}^3 \right) 4 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha \cdot \right.$$

$$\cdot y_{tL} (y_{tL}^4 - y_{t1}^4) \left] \frac{1}{16 y_{tL}^4} \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) - \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL} - y_{t1}) + \frac{\cos \alpha}{3} \cdot \right.$$

$$\cdot y_{tL} \left] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{(y_{tL}^4 - y_{t1}^4)}{4} - \left[\left(-\frac{10}{3} \cos \alpha y_{t1}^4 + 5 \cos \alpha y_{t1}^4 \right) \cdot \right.$$

$$\cdot 5 y_{tL}^2 + \frac{20}{3} \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^5 - y_{t1}^5) \left] \frac{1}{25 y_{tL}^4 (y_{tL} - y_{t1})} + \frac{\cos \alpha}{3} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{(y_{tL}^5 - y_{t1}^5)}{5} \left] |X_{t1} - X_{tm}| \right\} + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) \cdot \right.$$

$$\cdot \frac{(y_{t3}^2 - y_{tL}^2)}{2} + (-\cos \alpha y_{t3} + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{tL}) |X_{tL} - X_{t3}| - \left[\frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \cdot \right.$$

$$\cdot \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) (y_{t3} - y_{tL}) + \frac{\cos \alpha}{3} |X_{tL} - X_{t3}| \left] \frac{1}{(y_{t3} - y_{tL})^2} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \right. \right. \right.$$

$$\left. - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \left] - \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(y_{t3} - y_{tL})} \left[-\frac{1}{2} \cos \alpha y_{t3}^2 + \frac{2}{3} \cos \alpha \cdot \right.$$

$$\cdot y_{t3} y_{tL} - \frac{1}{6} \cos \alpha y_{tL}^2 \left] + \frac{|X_{t3} - X_{tm}|}{(X_{t3} - X_{tm})} \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) \frac{(y_{t3}^2 - y_{tL}^2)}{2} + \right.$$

$$+ (-\cos \alpha y_{t3} + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{tL}) |X_{t3} - X_{tm}| - \left[\frac{|X_{t3} - X_{tm}|}{(X_{t3} - X_{tm})} \cdot \right.$$

$$\cdot \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) (y_{t3} - y_{tL}) + \frac{\cos \alpha}{3} |X_{t3} - X_{tm}| \left] \frac{1}{(y_{t3} - y_{tL})^2} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \right. \right.$$

$$- \frac{y_{t3}}{3} - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) - \frac{|x_{t3} - x_{tm}|}{(y_{t3} - y_{tL})} \left[-\frac{1}{2} \cos \alpha y_{t3}^2 + \frac{2}{3} \cos \alpha \cdot \right.$$

$$\left. \cdot y_{t3} y_{tL} - \frac{1}{6} \cos \alpha y_{tL}^2 \right] \left. \vphantom{\frac{1}{6} \cos \alpha y_{tL}^2} \right\} + \frac{\partial F_c}{\partial y_T} y_T \cos \alpha + F_c \cos \alpha$$

B.S.D. 3.2.3.b

$$\frac{\partial F_c}{\partial Y_1} = \frac{2}{3} k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \sin \alpha \left(1 - \frac{2}{3} \cos \alpha\right) Y_{tL} - \frac{2}{3} \cos \alpha \cdot (4.27) \right.$$

$$\cdot |X_{tL} - X_{t3}| \left. \right\} + \frac{5}{9} k_3 f_{cd} \sin \alpha Y_{tL} + k_3 f_{cd} \left\{ (-2 \cos \alpha Y_{t1} \cdot \right.$$

$$\cdot Y_{tL} + \frac{2}{3} \cos \alpha Y_{t1}^2) \frac{1}{Y_{tL}^2} - (-9 \cos \alpha Y_{t1}^2 Y_{tL}^2 + 4 \cos \alpha Y_{tL} \cdot$$

$$\cdot Y_{t1}^3) \frac{1}{9 Y_{tL}^4} \left. \right\} |X_{t3} - X_{t1}| + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{t3} - X_{t1}|}{(X_{t3} - X_{t1})} \left(-\frac{\sin \alpha}{3}\right) \left(\frac{2}{Y_{tL}} \cdot \right.$$

$$\cdot \left(\frac{Y_{tL}^2 - Y_{t1}^2}{2}\right) - \frac{1}{Y_{tL}^2} \left(\frac{Y_{tL}^3 - Y_{t1}^3}{3}\right) \left. \right\} + \left[\left(-\frac{4}{3} \cos \alpha Y_{tL} + 2 \cos \alpha Y_{t1}\right) \cdot \right.$$

$$\cdot Y_{tL} + \frac{2}{3} \cos \alpha (Y_{tL}^2 - Y_{t1}^2) \left. \right] \frac{1}{Y_{tL}^2} - \left[(-2 \cos \alpha Y_{tL}^2 + 3 \cos \alpha Y_{t1}^2) \cdot \right.$$

$$\cdot 3 Y_{tL}^2 + 4 \cos \alpha Y_{tL} (Y_{tL}^3 - Y_{t1}^3) \left. \right] \frac{1}{9 Y_{tL}^4} \left. \right\} + k_3 f_{cd} \cdot$$

$$\cdot \left\{ \frac{|X_{t1} - X_{t3}|}{(X_{t1} - X_{t3})} \frac{\sin \alpha}{3} \left[\frac{2}{Y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{Y_{tL}}{(Y_{tL} - Y_{t1})}\right) \frac{(Y_{tL}^2 - Y_{t1}^2)}{2} + \frac{1}{(Y_{tL} - Y_{t1})} \cdot \right. \right.$$

$$\cdot \left(\frac{Y_{tL}^3 - Y_{t1}^3}{3}\right) \left. \right] - \frac{1}{Y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{Y_{tL}}{(Y_{tL} - Y_{t1})}\right) \frac{(Y_{tL}^3 - Y_{t1}^3)}{3} + \frac{1}{(Y_{tL} - Y_{t1})} \frac{(Y_{tL}^4 - Y_{t1}^4)}{4} \right] \left. \right\} \cdot$$

$$\cdot \left[\left(-\frac{4}{3} \cos \alpha Y_{tL} + 2 \cos \alpha Y_{t1}\right) Y_{tL} + \frac{2}{3} \cos \alpha (Y_{tL}^2 - Y_{t1}^2) \right] \frac{1}{Y_{tL}^2} \cdot$$

$$\cdot \left(1 - \frac{Y_{tL}}{(Y_{tL} - Y_{t1})}\right) + \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (Y_{tL} - Y_{t1}) + \frac{\cos \alpha}{3} Y_{tL} \right] \frac{1}{(Y_{tL} - Y_{t1})^2} \cdot$$

$$\cdot \frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^2 - y_{t1}^2}{2} \right) + \left[(-2 \cos \alpha y_{tL}^2 + 3 \cos \alpha y_{t1}^2) 6 y_{tL} + 4 \cos \alpha \right.$$

$$\cdot (y_{tL}^3 - y_{t1}^3) \left. \right] \frac{1}{9 y_{tL}^2} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} - \frac{\cos \alpha}{3} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t1}^3}{3} \right) -$$

$$- \left[(-2 \cos \alpha y_{tL}^2 + 3 \cos \alpha y_{t1}^2) 3 y_{tL}^2 + 4 \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^3 - y_{t1}^3) \right].$$

$$\cdot \frac{1}{9 y_{tL}^4} \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) - \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL} - y_{t1}) + \frac{\cos \alpha}{3} y_{tL} \right] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2}.$$

$$\cdot \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t1}^3}{3} \right) - \left[\left(-\frac{8}{3} \cos \alpha y_{tL}^3 + 4 \cos \alpha y_{t1}^3 \right) 4 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \right.$$

$$\cdot \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^4 - y_{t1}^4) \left. \right] \frac{1}{16 y_{tL}^4} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} + \frac{\cos \alpha}{3} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t1}^4}{4} \right).$$

$$\cdot |X_{tm} - X_{t1}| \left. \right\} + k_3 f_{cd} \left\{ -\frac{\cos \alpha}{3} |X_{t4} - X_{t3}| - \frac{1}{2} \frac{|X_{t4} - X_{tL}|}{(X_{t4} - X_{tL})} \sin \alpha \right.$$

$$\cdot \left(\frac{2}{3} \cos \alpha - 1 \right) (y_{t4} - y_{tL}) + \frac{\cos \alpha}{6} |X_{t4} - X_{tL}| - \frac{1}{2} \frac{|X_{t3} - X_{tm}|}{(X_{t3} - X_{tm})} \frac{\sin \alpha}{3}.$$

$$\cdot (y_{t3} - y_{tL}) - \frac{\cos \alpha}{6} |X_{t3} - X_{tm}| - \frac{k_3 f_{cd}}{\tan \alpha} \left\{ (-18 \cos \alpha y_{t1}^2 y_{tL} + \right.$$

$$+ 4 \cos \alpha y_{t1}^3) \frac{1}{9 y_{tL}^2} + (-16 \cos \alpha y_{t1}^3 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{tL} y_{t1}^4).$$

$$\cdot \frac{1}{16 y_{tL}^4} \left. \right\}$$

$$\frac{\partial M_c}{\partial Y_T} = \frac{5}{12} k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \sin \alpha \left(1 - \frac{2}{3} \cos \alpha \right) y_{tL}^2 - \frac{4}{3} \cos \alpha \right. \quad (4.28)$$

$$\cdot y_{tL} |X_{tL} - X_{t3}| \left. \right\} + \frac{6}{10} k_3 f_{cd} \sin \alpha y_{tL}^2 + k_3 f_{cd} \left\{ [(-18 \cos \alpha \cdot$$

$$\cdot y_{t1}^2 y_{tL} + 4 \cos \alpha y_{t1}^3) \frac{1}{9 y_{tL}^2} - (-16 \cos \alpha y_{t1}^3 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha \cdot$$

$$\cdot y_{t1}^4 y_{tL}) \frac{1}{16 y_{tL}^4}] |X_{t3} - X_{t1}| \left. \right\} - \frac{k_3 f_{cd}}{\tan \alpha} \left\{ (-32 \cos \alpha y_{t1}^3 y_{tL} +$$

$$+ \frac{16}{3} \cos \alpha y_{t1}^4) \frac{1}{16 y_{tL}^2} - (-25 \cos \alpha y_{t1}^4 y_{tL}^2 + \frac{20}{3} \cos \alpha y_{t1}^5 y_{tL}).$$

$$\cdot \frac{1}{25 y_{tL}^4} \left. \right\} + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{t3} - X_{tm}|}{(X_{t3} - X_{tm})} \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) \left(\frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t1}^3}{3} \right) - \frac{1}{y_{tL}^2} \cdot \right.$$

$$\cdot \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t1}^4}{4} \right) + \left[[(-4 \cos \alpha y_{tL}^2 + 6 \cos \alpha y_{t1}^2) 3 y_{tL} +$$

$$+ 4 \cos \alpha (y_{tL}^3 - y_{t1}^3)] \frac{1}{9 y_{tL}^2} - [(-8 \cos \alpha y_{tL}^3 + 4 \cos \alpha y_{t1}^3) \cdot$$

$$\cdot 4 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^4 - y_{t1}^4)] \frac{1}{16 y_{tL}^4} \left. \right\} +$$

$$+ k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tm} - X_{t1}|}{(X_{tm} - X_{t1})} \frac{\sin \alpha}{3} \left[\frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t1}^3}{3} \right) + \right. \right.$$

$$+ \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t1}^4}{4} \right) \left. \right] - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t1}^4}{4} \right) + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \cdot \right.$$

$$\cdot \left(\frac{y_{tL}^5 - y_{t1}^5}{5} \right) \left. \right] + \left[[(-4 \cos \alpha y_{tL}^2 + 6 \cos \alpha y_{t1}^2) 3 y_{tL} + 4 \cdot$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \cos \alpha (y_{tL}^3 - y_{t1}^3) \left] \frac{1}{9 y_{tL}^2} \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) + \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL} - y_{t1}) + \right. \\
& + \frac{\cos \alpha}{3} y_{tL} \left] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t1}^3}{3} \right) + \left[\left(-\frac{16}{3} \cos \alpha y_{tL}^3 + \right. \right. \\
& + 8 \cos \alpha y_{t1}^3 \bigg) 4 y_{tL} + \frac{16}{3} \cos \alpha (y_{tL}^4 - y_{t1}^4) \left] \frac{1}{16 y_{tL}^2} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} - \\
& - \frac{\cos \alpha}{3} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t1}^4}{4} \right) - \left[\left(-\frac{8}{3} \cos \alpha y_{tL}^3 + 4 \cos \alpha \cdot \right. \right. \\
& \cdot y_{t1}^3 \bigg) 4 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^4 - y_{t1}^4) \left] \frac{1}{16 y_{tL}^4} \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) - \\
& - \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL} - y_{t1}) + \frac{\cos \alpha}{3} y_{tL} \right] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t1}^4}{4} \right) - \\
& - \left[\left(-\frac{10}{3} \cos \alpha y_{tL}^4 + 5 \cos \alpha y_{t1}^4 \right) 5 y_{tL}^2 + \frac{20}{3} \cos \alpha y_{tL} \cdot \right. \\
& \cdot (y_{tL}^5 - y_{t1}^5) \left] \frac{1}{25 y_{tL}^4} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} + \frac{\cos \alpha}{3} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \cdot \\
& \cdot \left(\frac{y_{tL}^5 - y_{t1}^5}{5} \right) \left] |X_{tm} - X_{t1}| \right\} + k_3 f_{cd} \left\{ \left(-\cos \alpha y_{t4} + \frac{2}{3} \cos \alpha \cdot \right. \right. \\
& \cdot y_{tL} \bigg) |X_{t4} - X_{t3}| - \left[\frac{|X_{t4} - X_{tL}|}{(X_{t4} - X_{tL})} \sin \alpha \left(\frac{2}{3} \cos \alpha - 1 \right) \left(\frac{y_{t4}^2 - y_{tL}^2}{2} \right) + \right. \\
& + \left(-\cos \alpha y_{t4} + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{tL} \right) |X_{t4} - X_{tL}| - \left[\frac{|X_{t4} - X_{tL}|}{(X_{t4} - X_{tL})} \sin \alpha \cdot \right. \\
& \cdot \left(\frac{2}{3} \cos \alpha - 1 \right) (y_{t4} - y_{tL}) + \frac{\cos \alpha}{3} |X_{t4} - X_{tL}| \left] \frac{1}{(y_{t4} - y_{tL})^2} \left[y_{t4}^2 \cdot \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \left(\frac{y_{t4}}{2} - \frac{y_{t4}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t4}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \Big] - \frac{|x_{t4} - x_{tL}|}{(y_{t4} - y_{tL})} \left(-\frac{1}{2} \cos \alpha y_{t4}^2 + \right. \\
& + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{t4} y_{tL} - \frac{1}{6} \cos \alpha y_{tL}^2 \Big) + \frac{|x_{t3} - x_{tL}|}{(x_{t3} - x_{tL})} \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) \frac{(y_{t3}^2 - y_{tL}^2)}{2} + \\
& + (-\cos \alpha y_{t3} + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{tL}) |x_{t3} - x_{tL}| - \left[\frac{|x_{t3} - x_{tL}|}{(x_{t3} - x_{tL})} \cdot \right. \\
& \cdot \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) (y_{t3} - y_{tL}) + \frac{\cos \alpha}{3} |x_{t3} - x_{tL}| \Big] \frac{1}{(y_{t3} - y_{tL})^2} \left[y_{t3}^2 \cdot \right. \\
& \cdot \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \Big] - \frac{|x_{t3} - x_{tL}|}{(y_{t3} - y_{tL})} \left(-\frac{1}{2} \cos \alpha \cdot \right. \\
& \cdot y_{t3}^2 + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{t3} y_{tL} - \frac{1}{6} \cos \alpha y_{tL}^2 \Big) + \cos \alpha (y_{t4} - y_{t3}) \cdot \\
& \cdot |x_{t4} - x_{t3}| - \frac{|x_{t4} - x_{t3}|}{(y_{t3} - y_{t4})} \left(-\frac{1}{2} \cos \alpha y_{t3}^2 + \cos \alpha y_{t4} y_{t3} - \right. \\
& \left. - \frac{1}{2} \cos \alpha y_{t4}^2 \right) \Big\} + \frac{\partial F_c}{\partial y_T} y_T \cos \alpha + F_c \cos \alpha
\end{aligned}$$

B.S.D. 3.2.4.a

$$\frac{\partial F_c}{\partial Y_T} = \frac{2}{3} k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{tm}|}{(X_{tL} - X_{tm})} \left(-\sin \alpha - \frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} - 1 + \frac{2}{3} \cos^2 \alpha \right) \right. \quad (4.29)$$

$$\cdot \left. \frac{Y_{tL}}{2} - \frac{2}{3} \cos \alpha |X_{tL} - X_{tm}| \right\} + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) \right.$$

$$\cdot \left. \left(\frac{Y_{t3} - Y_{tL}}{2} - \frac{\cos \alpha}{6} |X_{tL} - X_{t3}| - \frac{|X_{tm} - X_{t1}|}{(X_{tm} - X_{t1})} \left(1 - \frac{2}{3} \cos^2 \alpha + \right. \right. \right.$$

$$\left. + \sin \alpha \right) \left(\frac{Y_{t1} - Y_{tL}}{2} + \frac{\cos \alpha}{6} |X_{tm} - X_{t1}| - \frac{\cos \alpha}{3} |X_{t3} - X_{t1}| \right) \left. \right\}$$

$$\frac{\partial M_c}{\partial Y_T} = \frac{5}{12} k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{tm}|}{(X_{tL} - X_{tm})} \left(-\sin \alpha - \frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} - 1 + \frac{2}{3} \cos^2 \alpha \right) \right. \quad (4.30)$$

$$\cdot \left. \frac{Y_{tL}^2}{2} - \frac{4}{3} \cos \alpha Y_{tL} |X_{tL} - X_{tm}| \right\} + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) \right.$$

$$\cdot \left. \left(\frac{Y_{t3}^2 - Y_{tL}^2}{2} + (-\cos \alpha Y_{t3} + \frac{2}{3} \cos \alpha Y_{tL}) |X_{tL} - X_{t3}| - \left[\frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \right. \right. \right.$$

$$\cdot \left. \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) (Y_{t3} - Y_{tL}) + \frac{\cos \alpha}{3} |X_{tL} - X_{t3}| \right] \frac{1}{(Y_{t3} - Y_{tL})^2} \left[\frac{Y_{t3}^2}{2} \left(\frac{Y_{t3}}{2} - \right. \right.$$

$$\left. - \frac{Y_{t3}}{3} \right) - \frac{Y_{tL}^2}{2} \left(\frac{Y_{t3}}{2} - \frac{Y_{tL}}{3} \right) \right] - \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(Y_{t3} - Y_{tL})} \left(-\frac{1}{2} \cos \alpha Y_{t3}^2 + \frac{2}{3} \cdot \right.$$

$$\cdot \cos \alpha Y_{t3} Y_{tL} - \frac{1}{6} \cos \alpha Y_{tL}^2 \left. \right) + \cos \alpha (Y_{t1} - Y_{t3}) |X_{t3} - X_{t1}| -$$

$$- \frac{|X_{t3} - X_{t1}|}{(Y_{t3} - Y_{t1})} \left(-\frac{1}{2} \cos \alpha Y_{t3}^2 + \cos \alpha Y_{t3} Y_{t1} - \frac{\cos \alpha}{2} Y_{t1}^2 \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + (-\cos\alpha \, y_{t1} + \frac{2}{3} \cos\alpha \, y_{tL}) |X_{tm} - X_{t1}| - \frac{|X_{tm} - X_{t1}|}{(X_{tm} - X_{t1})} \left(1 - \right. \\
& \left. - \frac{2}{3} \cos^2\alpha + \sin\alpha\right) \left(\frac{y_{t1}^2 - y_{tL}^2}{2}\right) - (-\cos\alpha \, y_{t1} + \frac{2}{3} \cos\alpha \, y_{tL}) \cdot \\
& \cdot |X_{tm} - X_{t1}| + \left[\frac{|X_{tm} - X_{t1}|}{(X_{tm} - X_{t1})} \left(1 - \frac{2}{3} \cos^2\alpha + \sin\alpha\right) (y_{t1} - y_{tL}) + \right. \\
& + \frac{\cos\alpha}{3} |X_{tm} - X_{t1}| \left. \right] \frac{1}{(y_{t1} - y_{tL})^2} \left[y_{t1}^2 \left(\frac{y_{t1}}{2} - \frac{y_{t1}}{3}\right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t1}}{2} - \right. \right. \\
& \left. \left. - \frac{y_{tL}}{3}\right) \right] + \frac{|X_{tm} - X_{t1}|}{(y_{t1} - y_{tL})} \left(-\frac{1}{2} \cos\alpha \, y_{t1}^2 + \frac{2}{3} \cos\alpha \, y_{t1} \, y_{tL} - \right. \\
& \left. - \frac{1}{6} \cos\alpha \, y_{tL}^2 \right) \left. \right\} + \frac{\partial F_c}{\partial Y_T} Y_T \cos\alpha + F_c \cos\alpha
\end{aligned}$$

B.S.D. 3.2.4.b

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \bar{F}_c}{\partial Y_T} = & -\frac{5}{9} k_3 f_{cd} \frac{\cos \alpha}{\tan \alpha} y_{tL} + \frac{2}{3} k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{tm}|}{(X_{tL} - X_{tm})} \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} - \right. \right. \quad (4.31) \\
& \left. \left. - \frac{\sin \alpha}{3} \right) y_{tL} - \frac{2}{3} \cos \alpha |X_{tL} - X_{tm}| \right\} + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tm} - X_{t1}|}{(X_{tm} - X_{t1})} \frac{\sin \alpha}{3} \cdot \right. \\
& \cdot \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t1}^2}{2} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t1}^3}{3} \right) + \left[(-2 \cos \alpha y_{t1} y_{tL} + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{t1}^2) \frac{1}{y_{tL}^2} - \right. \\
& \left. - (-9 \cos \alpha y_{t1}^2 y_{tL}^2 + 4 \cos \alpha y_{tL} y_{t1}^3) \frac{1}{9 y_{tL}^4} \right] |X_{tm} - X_{t1}| \left\} - \right. \\
& - \frac{k_3 f_{cd}}{\tan \alpha} \left\{ (-18 \cos \alpha y_{t1}^2 y_{tL} + 4 \cos \alpha y_{t1}^3) \frac{1}{9 y_{tL}^2} - (-16 \cos \alpha \cdot \right. \\
& \cdot y_{t1}^3 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{t1}^4 y_{tL}) \frac{1}{16 y_{tL}^4} \left\} + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tm} - X_{t1}|}{(X_{tm} - X_{t1})} \cdot \right. \right. \\
& \cdot \frac{\sin \alpha}{3} \left[\frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \left(\frac{y_{tL}^2 - y_{t1}^2}{2} \right) + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t1}^3}{3} \right) \right] - \right. \\
& \left. - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t1}^3}{3} \right) + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t1}^4}{4} \right) \right] \right] + \left[\left(-\frac{4}{3} \cdot \right. \right. \\
& \cdot \cos \alpha y_{tL} + 2 \cos \alpha y_{t1} \right) y_{tL} + \frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL}^2 - y_{t1}^2) \left. \right] \frac{1}{y_{tL}^2} \cdot \\
& \cdot \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) + \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL} - y_{t1}) + \frac{\cos \alpha}{3} y_{tL} \right] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \cdot \\
& \cdot \frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^2 - y_{t1}^2}{2} \right) + \left[(-2 \cos \alpha y_{tL}^2 + 3 \cos \alpha y_{t1}^2) 6 y_{tL} + 4 \cdot \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot \cos \alpha (y_{tL}^3 - y_{t1}^3) \left] \frac{1}{9 y_{tL}^2 (y_{tL} - y_{t1})} - \frac{\cos \alpha}{3 (y_{tL} - y_{t1})^2} \frac{2}{y_{tL}} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t1}^3)}{3} - \right. \\
& \left. - [(-2 \cos \alpha y_{tL}^2 + 3 \cos \alpha y_{t1}^2) 3 y_{tL}^2 + 4 \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^3 - y_{t1}^3)] \cdot \right. \\
& \cdot \frac{1}{9 y_{tL}^4} \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})} \right) - \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL} - y_{t1}) + \frac{\cos \alpha}{3} y_{tL} \right] \cdot \\
& \cdot \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t1}^3)}{3} - \left[\left(-\frac{8}{3} \cos \alpha y_{tL}^3 + 4 \cos \alpha y_{t1}^3 \right) \cdot \right. \\
& \cdot 4 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^4 - y_{t1}^4) \left. \right] \frac{1}{16 y_{tL}^4 (y_{tL} - y_{t1})} + \frac{\cos \alpha}{3} \cdot \\
& \cdot \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{(y_{tL}^4 - y_{t1}^4)}{4} \left. \right] |X_{tm} - X_{t1}| \left. \right\} + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \cdot \right. \\
& \cdot \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) \frac{(y_{t3} - y_{tL})}{2} - \frac{\cos \alpha}{6} |X_{tL} - X_{t3}| + \frac{|X_{t3} - X_{tm}|}{(X_{t3} - X_{tm})} \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) \cdot \\
& \cdot \left. \left(\frac{(y_{t3} - y_{tL})}{2} - \frac{\cos \alpha}{6} |X_{t3} - X_{tm}| \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial M_c}{\partial Y_T} = & -\frac{6}{10} k_3 f_{cd} \frac{\cos \alpha}{\tan \alpha} y_{tL}^2 + \frac{5}{12} k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{tm}|}{(X_{tL} - X_{tm})} \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} - \right. \right. (4.32) \\
& \left. \left. - \frac{\sin \alpha}{3} \right) y_{tL}^2 - \frac{4}{3} \cos \alpha y_{tL} |X_{tL} - X_{tm}| \right\} + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tm} - X_{t1}|}{(X_{tm} - X_{t1})} \cdot \right. \\
& \cdot \frac{\sin \alpha}{3} \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t1}^3}{3} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t1}^4}{4} \right) + \left[(-18 \cos \alpha y_{t1}^2 y_{tL} + 4 \cos \alpha \cdot \right. \\
& \cdot y_{t1}^3) \frac{1}{9 y_{tL}^2} - (-16 \cos \alpha y_{t1}^3 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{t1}^4 y_{tL}) \frac{1}{16 y_{tL}^4} \left. \right] \cdot
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot |X_{tm} - X_{t1}| \left\{ - \frac{k_3 f_{cd}}{\tan \alpha} \left\{ (-32 \cos \alpha y_{t1}^3 y_{tL} + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{t1}^4) \right. \right. \\
& \cdot \frac{1}{16 y_{tL}^2} - (-25 \cos \alpha y_{t1}^4 y_{tL}^2 + \frac{20}{3} \cos \alpha y_{t1}^5 y_{tL}) \frac{1}{25 y_{tL}^4} \left. \right\} + \\
& + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tm} - X_{t1}|}{(X_{tm} - X_{t1})} \frac{\sin \alpha}{3} \left[\frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})}\right) \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t1}^3}{3}\right) + \right. \right. \right. \\
& + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t1}^4}{4}\right) \left. \right] - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})}\right) \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t1}^4}{4}\right) + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} \cdot \right. \\
& \cdot \left(\frac{y_{tL}^5 - y_{t1}^5}{5}\right) \left. \right] \left. \right] + \left[(-4 \cos \alpha y_{tL}^2 + 6 \cos \alpha y_{t1}^2) 3 y_{tL} + 4 \cos \alpha \cdot \right. \\
& \cdot (y_{tL}^3 - y_{t1}^3) \left. \right] \frac{1}{9 y_{tL}^2} \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})}\right) + \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL} - y_{t1}) + \frac{\cos \alpha}{3} \cdot \right. \\
& \cdot y_{tL} \left. \right] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t1}^3}{3}\right) + \left[\left(-\frac{16}{3} \cos \alpha y_{tL}^3 + 8 \cos \alpha y_{t1}^3\right) \cdot \right. \\
& \cdot 4 y_{tL} + \frac{16}{3} \cos \alpha (y_{tL}^4 - y_{t1}^4) \left. \right] \frac{1}{16 y_{tL}^2} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} - \frac{\cos \alpha}{3} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \cdot \\
& \cdot \frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t1}^4}{4}\right) - \left[\left(-\frac{8}{3} \cos \alpha y_{tL}^3 + 4 \cos \alpha y_{t1}^3\right) 4 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cdot \right. \\
& \cdot \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^4 - y_{t1}^4) \left. \right] \frac{1}{16 y_{tL}^4} \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t1})}\right) - \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL} - y_{t1}) + \right. \\
& + \frac{\cos \alpha}{3} y_{tL} \left. \right] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t1}^4}{4}\right) - \left[\left(-\frac{10}{3} \cos \alpha y_{tL}^4 + \right. \right. \\
& + 5 \cos \alpha y_{t1}^4) 5 y_{tL}^2 + \frac{20}{3} \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^5 - y_{t1}^5) \left. \right] \frac{1}{25 y_{tL}^4} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})} +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\cos \alpha}{3} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t1})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^5 - y_{t1}^5}{5} \right) \left[|X_{tm} - X_{t1}| \right] + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \right. \\
& \cdot \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) \left(\frac{y_{t3}^2 - y_{tL}^2}{2} \right) + (-\cos \alpha y_{t3} + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{tL}) |X_{tL} - X_{t3}| - \\
& - \left[\frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) (y_{t3} - y_{tL}) + \frac{\cos \alpha}{3} |X_{tL} - X_{t3}| \right] \frac{1}{(y_{t3} - y_{tL})^2} \cdot \\
& \cdot \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \right] - \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(y_{t3} - y_{tL})} \left(-\frac{1}{2} \cos \alpha \cdot \right. \\
& \cdot y_{t3}^2 + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{t3} y_{tL} - \frac{1}{6} \cos \alpha y_{tL}^2 \Big) + \frac{|X_{t3} - X_{tm}|}{(X_{t3} - X_{tm})} \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) \cdot \\
& \cdot \left(\frac{y_{t3}^2 - y_{tL}^2}{2} \right) + (-\cos \alpha y_{t3} + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{tL}) |X_{t3} - X_{tm}| - \left[\frac{|X_{t3} - X_{tm}|}{(X_{t3} - X_{tm})} \right. \\
& \cdot \left(-\frac{\sin \alpha}{3} \right) (y_{t3} - y_{tL}) + \frac{\cos \alpha}{3} |X_{t3} - X_{tm}| \Big] \frac{1}{(y_{t3} - y_{tL})^2} \left[y_{t3}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \right. \right. \\
& - \frac{y_{t3}}{3} \Big) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \Big] - \frac{|X_{t3} - X_{tm}|}{(y_{t3} - y_{tL})} \left(-\frac{1}{2} \cos \alpha y_{t3}^2 + \frac{2}{3} \cdot \right. \\
& \cdot \cos \alpha y_{t3} y_{tL} - \frac{\cos \alpha}{6} y_{tL}^2 \Big) \Big\} + \frac{\partial F_c}{\partial Y_T} Y_T \cos \alpha + F_c \cos \alpha
\end{aligned}$$

B.Ş.D. 3.2.3.c

$$\begin{aligned}
\frac{\partial F_c}{\partial Y_T} = & k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{t4} - X_{te}|}{(X_{t4} - X_{te})} (-\sin \alpha) \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t4}^2}{2} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t4}^3}{3} \right) + \left[(-2 \cdot \right. \quad (4.33) \\
& \cdot \cos \alpha y_{t4} y_{tL} + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{t4}^2) \frac{1}{y_{tL}^2} - (-9 \cos \alpha y_{t4}^2 y_{tL}^2 + 4 \cos \alpha \cdot \\
& \cdot y_{tL} y_{t4}^3) \frac{1}{9 y_{tL}^4} \left. \right] |X_{t4} - X_{te}| \left\} - k_3 f_{cd} \tan \alpha \left\{ (-18 \cos \alpha y_{t4}^2 y_{tL} + \right. \\
& + 4 \cos \alpha y_{t4}^3) \frac{1}{9 y_{tL}^4} - (-16 \cos \alpha y_{t4}^3 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{t4}^4 y_{tL}) \cdot \\
& \cdot \frac{1}{16 y_{tL}^4} \left. \right\} + \frac{2}{3} k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{te} - X_{tm}|}{(X_{te} - X_{tm})} \left(\frac{2}{3} \cos^2 \alpha - 1 \right) y_{tL} - \frac{2}{3} \cos \alpha \cdot \right. \\
& \cdot |X_{te} - X_{tm}| \left. \right\} + \frac{5}{9} k_3 f_{cd} \frac{\cos \alpha}{\tan \alpha} y_{tL} + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{t4} - X_{tL}|}{(X_{t4} - X_{tL})} \cdot \right. \\
& \cdot \frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \left[\frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \frac{(y_{tL}^2 - y_{t4}^2)}{2} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} \right] - \right. \\
& - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \frac{(y_{tL}^4 - y_{t4}^4)}{4} \right] \left. \right] + \left[\left(-\frac{4}{3} \cdot \right. \right. \\
& \cdot \cos \alpha y_{tL} + 2 \cos \alpha y_{t4} \right) y_{tL} + \frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL}^2 - y_{t4}^2) \left. \right] \frac{1}{y_{tL}^2} \cdot \\
& \cdot \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) + \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL} - y_{t4}) + \frac{\cos \alpha}{3} y_{tL} \right] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \cdot \\
& \cdot \frac{2}{y_{tL}} \frac{(y_{tL}^2 - y_{t4}^2)}{2} + \left[(-2 \cos \alpha y_{tL}^2 + 3 \cos \alpha y_{t4}^2) 6 y_{tL} + 4 \cos \alpha \cdot \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot (y_{tL}^3 - y_{t4}^3) \left] \frac{1}{9 y_{tL}^2} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} - \frac{\cos \alpha}{3} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t4}^3}{3} \right) - \right. \\
& \left. - [(-2 \cos \alpha y_{tL}^2 + 3 \cos \alpha y_{t4}^2) 3 y_{tL}^2 + 4 \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^3 - y_{t4}^3)] \cdot \right. \\
& \cdot \frac{1}{9 y_{tL}^4} \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) - \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL} - y_{t4}) + \frac{\cos \alpha}{3} y_{tL} \right] \frac{1}{y_{tL}^2} \cdot \\
& \cdot \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t4}^3}{3} \right) - \left[\left(-\frac{8}{3} \cos \alpha y_{tL}^3 + 4 \cos \alpha y_{t4}^3 \right) 4 y_{tL}^2 + \right. \\
& \left. + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^4 - y_{t4}^4) \right] \frac{1}{16 y_{tL}^4} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} + \frac{\cos \alpha}{3} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \cdot \\
& \cdot \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t4}^4}{4} \right) \left] |X_{t4} - X_{tL}| \right\} + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{te}|}{(X_{tL} - X_{te})} \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} - \right. \right. \\
& \left. \left. - \sin \alpha \right) \left(\frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^2 - y_{t4}^2}{2} \right) - \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^3 - y_{t4}^3}{3} \right) \right) + \left[\left(-\frac{4}{3} \cos \alpha y_{tL} + \right. \right. \right. \\
& \left. \left. + 2 \cos \alpha y_{t4} \right) y_{tL} + \frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL}^2 - y_{t4}^2) \right] \frac{1}{y_{tL}^2} - [(-2 \cos \alpha y_{tL}^2 + \right. \\
& \left. + 3 \cos \alpha y_{t4}^2) 3 y_{tL}^2 + 4 \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^3 - y_{t4}^3)] \frac{1}{9 y_{tL}^4} \right] |X_{tL} - X_{te}| \left\} + \right. \\
& + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) \left(\frac{y_{t3} - y_{tL}}{2} \right) - \frac{\cos \alpha}{6} |X_{tL} - X_{t3}| - \right. \\
& \left. - \frac{\cos \alpha}{3} |X_{t3} - X_{t1}| - \frac{|X_{tm} - X_{t1}|}{(X_{tm} - X_{t1})} \left(1 - \frac{2}{3} \cos^2 \alpha + \sin \alpha \right) \left(\frac{y_{t1} - y_{tL}}{2} \right) + \right. \\
& \left. + \frac{\cos \alpha}{6} |X_{tm} - X_{t1}| \right\}
\end{aligned}$$

$$\frac{\partial M_c}{\partial Y_T} = k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{t4} - X_{te}|}{(X_{t4} - X_{te})} (-\sin \alpha) \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{y_{t4}^3}{3} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{y_{t4}^4}{4} \right) + [(-18. \quad (4.34)$$

$$\cdot \cos \alpha y_{t4}^2 y_{tL} + 4 \cos \alpha y_{t4}^3) \frac{1}{9 y_{tL}^2} - (-16 \cos \alpha y_{t4}^3 y_{tL}^2 + \frac{16}{3}.$$

$$\cdot \cos \alpha y_{t4}^4 y_{tL}) \frac{1}{16 y_{tL}^4}] |X_{t4} - X_{te}| \} - k_3 f_{cd} \tan \alpha \left\{ (-32 \cos \alpha.$$

$$\cdot y_{t4}^3 y_{tL} + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{t4}^4) \frac{1}{16 y_{tL}^2} - (-25 \cos \alpha y_{t4}^4 y_{tL}^2 + \frac{20}{3} \cos \alpha.$$

$$\cdot y_{t4}^5 y_{tL}) \frac{1}{25 y_{tL}^4} \} + \frac{5}{12} k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{te} - X_{tm}|}{(X_{te} - X_{tm})} \left(\frac{2}{3} \cos^2 \alpha - 1 \right).$$

$$\cdot y_{tL}^2 - \frac{4}{3} \cos \alpha y_{tL} |X_{te} - X_{tm}| \} + \frac{3}{5} k_3 f_{cd} \frac{\cos \alpha}{\tan \alpha} y_{tL}^2 +$$

$$+ k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{t4} - X_{tL}|}{(X_{t4} - X_{tL})} \frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \left[\frac{2}{y_{tL}} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} + \right. \right.$$

$$+ \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \frac{(y_{tL}^4 - y_{t4}^4)}{4} \left. \right] - \frac{1}{y_{tL}^2} \left[\left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) \frac{(y_{tL}^4 - y_{t4}^4)}{4} + \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} \right.$$

$$\cdot \left. \frac{(y_{tL}^5 - y_{t4}^5)}{5} \right] \left. \right] + [[(-4 \cos \alpha y_{tL}^2 + 6 \cos \alpha y_{t4}^2) 3 y_{tL} + 4 \cos \alpha.$$

$$\cdot (y_{tL}^3 - y_{t4}^3)] \frac{1}{9 y_{tL}^2} \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) + \left[\frac{2}{3} \cos \alpha (y_{tL} - y_{t4}) + \frac{\cos \alpha}{3}.$$

$$\cdot y_{tL}] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \frac{2}{y_{tL}} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} + [(-\frac{16}{3} \cos \alpha y_{tL}^3 + 8 \cos \alpha.$$

$$\cdot y_{t4}^3) 4 y_{tL} + \frac{16}{3} \cos \alpha (y_{tL}^4 - y_{t4}^4)] \frac{1}{16 y_{tL}^2} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} - \frac{\cos \alpha}{3}.$$

$$\cdot \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \frac{2}{y_{tL}} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t4}^4}{4} \right) - \left[\left(-\frac{8}{3} \cos \alpha y_{tL}^3 + 4 \cos \alpha y_{t4}^3 \right) 4 \right] \cdot$$

$$\cdot y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^4 - y_{t4}^4) \left] \frac{1}{16 y_{tL}^4} \left(1 - \frac{y_{tL}}{(y_{tL} - y_{t4})} \right) - \left[\frac{2}{3} \cos \alpha \cdot \right.$$

$$\cdot (y_{tL} - y_{t4}) + \frac{\cos \alpha}{3} y_{tL} \left] \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^4 - y_{t4}^4}{4} \right) - \left[\left(-\frac{10}{3} \cos \alpha \cdot \right. \right.$$

$$\cdot y_{tL}^4 + 5 \cos \alpha y_{t4}^4 \cdot 5 y_{tL}^2 + \frac{20}{3} \cos \alpha y_{tL} (y_{tL}^5 - y_{t4}^5) \left] \frac{1}{25 y_{tL}^4} \cdot \right.$$

$$\cdot \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})} + \frac{\cos \alpha}{3} \frac{1}{(y_{tL} - y_{t4})^2} \frac{1}{y_{tL}^2} \left(\frac{y_{tL}^5 - y_{t4}^5}{5} \right) \left] |X_{t4} - X_{tL}| \right\} + k_3 f_{cd} \cdot$$

$$\cdot \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{t4}|}{(X_{tL} - X_{t4})} \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} - \sin \alpha \right) \left(\frac{2}{y_{tL}} \frac{(y_{tL}^3 - y_{t4}^3)}{3} - \frac{1}{y_{tL}^2} \frac{(y_{tL}^4 - y_{t4}^4)}{4} \right) + \right.$$

$$+ \left[\left((-4 \cos \alpha y_{tL}^2 + 6 \cos \alpha y_{t4}^2) 3 y_{tL} + 4 \cos \alpha (y_{tL}^3 - y_{t4}^3) \right) \right] \cdot$$

$$\cdot \frac{1}{9 y_{tL}^2} - \left[\left(-\frac{8}{3} \cos \alpha y_{tL}^3 + 4 \cos \alpha y_{t4}^3 \right) 4 y_{tL}^2 + \frac{16}{3} \cos \alpha y_{tL} \cdot \right.$$

$$\cdot (y_{tL}^4 - y_{t4}^4) \left] \frac{1}{16 y_{tL}^4} \right] |X_{tL} - X_{t4}| \left\} + k_3 f_{cd} \left\{ \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) \cdot \right.$$

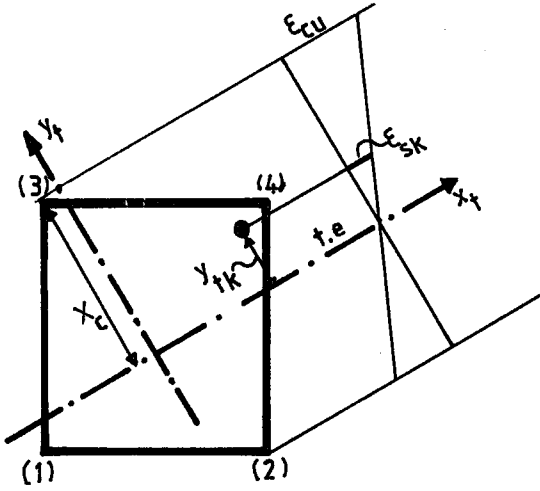
$$\cdot \left(\frac{y_{t3}^2 - y_{tL}^2}{2} \right) + (-\cos \alpha y_{t3} + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{tL}) |X_{tL} - X_{t3}| \left[\frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(X_{tL} - X_{t3})} \cdot \right.$$

$$\cdot \left(-\frac{\cos \alpha}{3 \tan \alpha} \right) (y_{t3} - y_{tL}) + \frac{\cos \alpha}{3} |X_{tL} - X_{t3}| \left] \frac{1}{(y_{t3} - y_{tL})^2} \left[y_{t3}^2 \cdot \right.$$

$$\cdot \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{t3}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t3}}{2} - \frac{y_{tL}}{3} \right) \left] - \frac{|X_{tL} - X_{t3}|}{(y_{t3} - y_{tL})} \left(-\frac{1}{2} \cos \alpha y_{t3}^2 + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{t3} y_{tL} - \frac{1}{6} \cos \alpha y_{tL}^2 \Big) + \cos \alpha (y_{t1} - y_{t3}) |X_{t3} - X_{t1}| - \\
& - \frac{|X_{t3} - X_{t1}|}{(y_{t3} - y_{t1})} \left(-\frac{1}{2} \cos \alpha y_{t3}^2 + \cos \alpha y_{t3} y_{t1} - \frac{\cos \alpha}{2} y_{t1}^2 \right) + \\
& + (-\cos \alpha y_{t1} + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{tL}) |X_{t3} - X_{t1}| - \frac{|X_{tm} - X_{t1}|}{(X_{tm} - X_{t1})} \left(1 - \right. \\
& - \frac{2}{3} \cos^2 \alpha + \sin \alpha \Big) \left(\frac{y_{t1}^2 - y_{tL}^2}{2} \right) - (-\cos \alpha y_{t1} + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{tL}). \\
& \bullet |X_{tm} - X_{t1}| + \left[\frac{|X_{tm} - X_{t1}|}{(X_{tm} - X_{t1})} \left(1 - \frac{2}{3} \cos^2 \alpha + \sin \alpha \right) (y_{t1} - y_{tL}) + \right. \\
& + \frac{\cos \alpha}{3} |X_{tm} - X_{t1}| \Big] \frac{1}{(y_{t1} - y_{tL})^2} \left[y_{t1}^2 \left(\frac{y_{t1}}{2} - \frac{y_{t1}}{3} \right) - y_{tL}^2 \left(\frac{y_{t1}}{2} - \right. \right. \\
& - \frac{y_{tL}}{3} \Big) \Big] + \frac{|X_{tm} - X_{t1}|}{(y_{t1} - y_{tL})} \left(-\frac{1}{2} \cos \alpha y_{t1}^2 + \frac{2}{3} \cos \alpha y_{t1} y_{tL} - \right. \\
& - \frac{1}{6} \cos \alpha y_{tL}^2 \Big) \Big\} + \frac{\partial F_c}{\partial y_T} y_T \cos \alpha + F_c \cos \alpha
\end{aligned}$$

4.3.2 Donatıya Ait Türev Denklemleri



$$\epsilon_{sk} = \frac{y_{tk}}{x_c}$$

Şekil 4.1

$$I) \quad \sigma_{sk} < f_{yd} \quad ; \quad |\epsilon_{sk}| < \epsilon_{sy} = f_{yd} / E_s$$

$$\frac{\partial F_k}{\partial Y_T} = f_k A_{st} \sigma_{sk} \left(\frac{\cos \alpha}{x_c} - \frac{\cos \alpha}{y_{tk}} \right) \quad (4.35)$$

$$\frac{\partial F_k}{\partial A_{st}} = f_k \sigma_{sk} \quad (4.36)$$

$$\frac{\partial M_k}{\partial Y_T} = f_k A_{st} \sigma_{sk} y_{tk} \left(\frac{\cos \alpha}{x_c} - \frac{2 \cos \alpha}{y_{tk}} \right) + F_k \cos \alpha + \frac{\partial F_k}{\partial Y_T} Y_T \cos \alpha \quad (4.37)$$

$$\frac{\partial M_k}{\partial A_{st}} = f_k \sigma_{sk} y_{tk} + f_k \sigma_{sk} Y_T \cos \alpha \quad (4.38)$$

$$II) \quad \sigma_{sk} = f_{yd}^* \quad ; \quad |\epsilon_{sk}| \gg \epsilon_{sy}$$

$$\frac{\partial F_k}{\partial Y_T} = 0 \quad (4.39)$$

$$\frac{\partial F_k}{\partial A_{st}} = f_k \sigma_{sk} \quad (4.40)$$

$$\frac{\partial M_k}{\partial Y_T} = -f_k A_{st} \sigma_{sk} \cos \alpha + F_k \cos \alpha \quad (4.41)$$

$$\frac{\partial M_k}{\partial A_{st}} = f_k \sigma_{sk} y_{tk} + f_k \sigma_{sk} Y_T \cos \alpha \quad (4.42)$$

4.4 Genel Akış Diyagramı

Burada;

$$\{DT\} \text{ dış tesirler matrisi; } \{DT\} = \begin{Bmatrix} F \\ M_{b1} \end{Bmatrix}$$

$$\{BD\} \text{ başlangıç değer matrisi; } \{BD\} = \begin{Bmatrix} YT \\ A_{st} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0.01bh \end{Bmatrix}$$

$$\{CI\} \text{ betona ait iç kuvvet matrisi; } \{CI\} = \begin{Bmatrix} F_c \\ M_c \end{Bmatrix}$$

$$\{SI\} \text{ donatıya ait iç kuvvet matrisi; } \{SI\} = \begin{Bmatrix} F_s \\ M_s \end{Bmatrix}$$

$$[CT] \text{ betona ait türev matrisi; } [CT] = \begin{bmatrix} \partial F_c / \partial YT & 0 \\ \partial M_c / \partial YT & 0 \end{bmatrix}$$

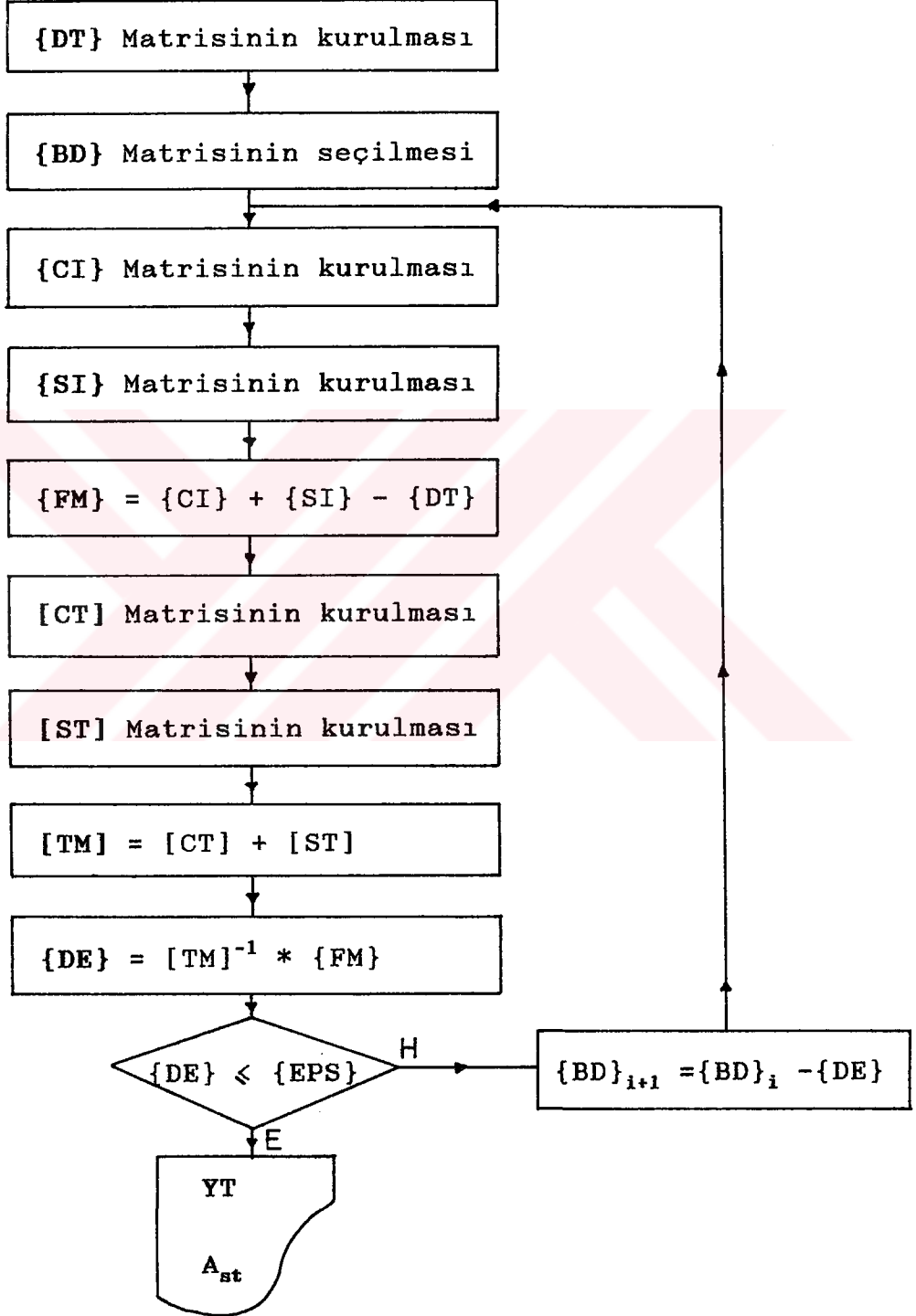
$$[ST] \text{ donatıya ait türev matrisi; } [ST] = \begin{bmatrix} \partial F_s / \partial YT & \partial F_s / \partial A_{st} \\ \partial M_s / \partial YT & \partial M_s / \partial A_{st} \end{bmatrix}$$

olarak alınacaktır.

Başlangıçta (YT) ve (A_{st}) için gelişigüzel değerler seçilecek ve genel akış diyagramında gösterilen işlemler sırasıyla yapılarak yeni (YT) ve (A_{st}) değerleri bulunacaktır. Sonra bulunan bu değerler başlangıç değeri olarak alınacak ve işlemler tekrarlanacaktır. Yeteri kadar adımdan sonra (YT) ve (A_{st}) değerleri istenilen duyarlılık derecesi ile elde edilmiş olacaktır.

Diğer sayfada yöntemle ilgili genel akış diyagramı verilmiştir.

Genel Akış Diyagramı



4.5 Çözümlü Örnekler

Bu bölüm içerisinde, 2. bölümdeki kabuller, 3 ve 4. bölümlerde bahsedilen çözüm yolu esas alınarak hazırlanmış olan bir bilgisayar programı yardımı ile, farklı kesit zorları etkisinde kalan, farklı malzeme özelliklerine sahip çeşitli kesitler için boyutlandırma hesapları yapılmış ve sonuçlar aşağıda verilmiştir. Ayrıca aynı örnekler, ÇAKIROĞLU, A., ÖZER, E.'in [3] no'lu çalışmalarında önermiş oldukları formülasyonlar gözönüne alınarak çözülmüş ve bu çalışmada önerilen çözüm yolunun doğruluk derecesinin belirlenmesinde yararlı olacağı düşünülerek, değerler parantez içinde verilmiştir. (Tablo 4.1 de sonuç değerler yer almaktadır.)

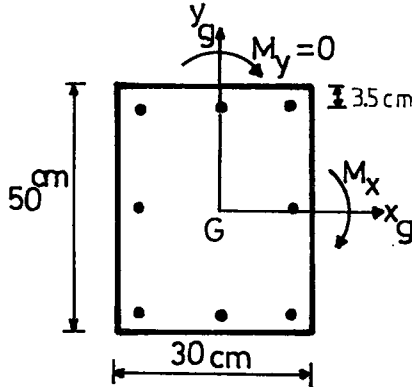
Örnek 1) Dikdörtgen bir kesitte,

Verilenler : $b=30\text{cm}$, $h=50\text{cm}$, $d'=3.5\text{cm}$

$M_x=176.6\text{kNm}$, $N=500\text{kN}$

MALZEME C16/S420

İstenen : A_{st} toplam donatı miktarı.



Şekil 4.2

Çözüm : Donatı konfigürasyonu(Ek1); $d_s=8$, $y_d=3$

$$A_{st}=16.79\text{cm}^2$$

$$\{ A_{st}=15.54\text{cm}^2 \}$$

Donatı yerleşim planı şekil(4.2)'de gösterilmiştir.

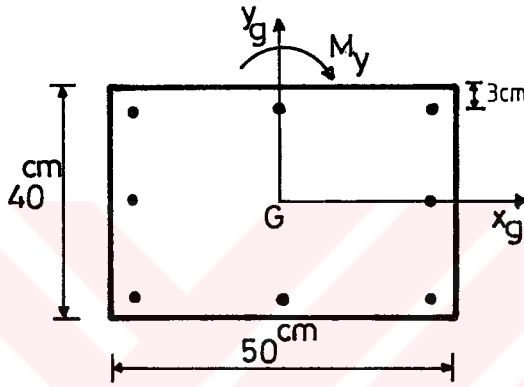
Örnek 2) Dikdörtgen bir kesitte,

Verilenler : $b=50\text{cm}$, $h=40\text{cm}$, $d'=3\text{cm}$

$M_y=230\text{kNm}$, $N=1600\text{kN}$

MALZEME C16/S420

İstenen : A_{st} toplam donatı miktarı.



Şekil 4.3

Çözüm : Donatı konfigürasyonu(Ek1); $d_s=8, y_d=3$

$$A_{st}=32.70\text{cm}^2$$

$$\{ A_{st}=32.68\text{cm}^2 \}$$

Donatı yerleşim planı şekil (4.3)'de gösterilmiştir.

Örnek 3) Dikdörtgen bir kesitte,

Verilenler : $b=30\text{cm}$, $h=50\text{cm}$, $d'=3.5\text{cm}$

$M_x=136\text{kNm}$, $N=1200\text{kN}$

MALZEME C16/S420

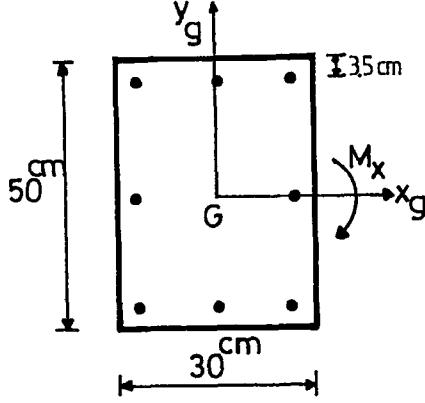
İstenen : A_{st} toplam donatı miktarı.

Çözüm : Donatı konfigürasyonu(Ek1); $d_s=8, y_d=3$

$$A_{st}=18.44\text{cm}^2$$

$$\{ A_{st}=18.73\text{cm}^2 \}$$

Donatı yerleşim planı şekil (4.4)'de gösterilmiştir.



Şekil 4.4

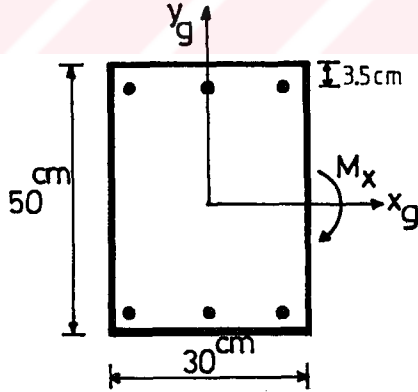
Örnek 4) Dikdörtgen bir kesitte,

Verilenler : $b=30\text{cm}$, $h=50\text{cm}$, $d'=3.5\text{cm}$

$M_x=124.3\text{kNm}$, $N=1200\text{kN}$

MALZEME C16/S420

İstenen : A_{st} toplam donatı miktarı.



Şekil 4.5

Çözüm : Donatı konfigürasyonu(Ek1); $ds=6, yd=2$

$$A_{st}=14.39\text{cm}^2$$

$$\{ A_{st}=14.47\text{cm}^2 \}$$

Donatı yerleşim planı şekil (4.5)'de gösterilmiştir.

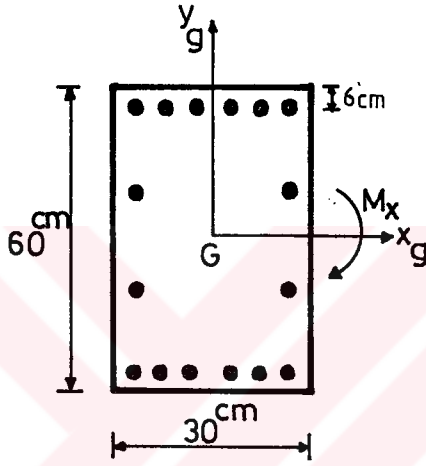
Örnek 5) Dikdörtgen bir kesitte,

Verilenler : $b=30\text{cm}$, $h=60\text{cm}$, $d'=6\text{cm}$

$M_x=500\text{kNm}$, $N=700\text{kN}$

MALZEME C20/S220

İstenen : A_{st} toplam donatı miktarı.



Şekil 4.6

Çözüm : Donatı konfigürasyonu(Ek1); $d_s=16, y_d=4$

$$A_{st}=95.45\text{cm}^2$$

$$\{ A_{st}=95.03\text{cm}^2 \}$$

Donatı yerleşim planı şekil (4.6)'da gösterilmiştir.

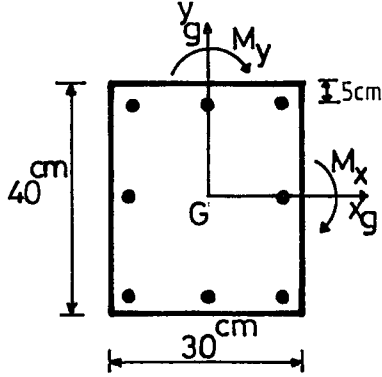
Örnek 6) Dikdörtgen bir kesitte,

Verilenler : $b=30\text{cm}$, $h=40\text{cm}$, $d'=5\text{cm}$

$M_x=100\text{kNm}$, $M_y=40\text{kNm}$, $N=528\text{kN}$

MALZEME C16/S220

İstenen : A_{st} toplam donatı miktarı.



Şekil 4.7

Çözüm : Donatı konfigürasyonu(Ek1); $ds=8, yd=3$
 $A_{st}=27.20\text{cm}^2$
 $\{ A_{st}=30.34\text{cm}^2 \}$
 Donatı yerleşim planı şekil (4.7)'de gösterilmiştir.

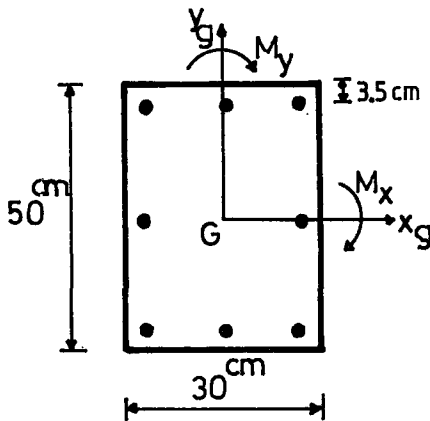
Örnek 7) Dikdörtgen bir kesitte,

Verilenler : $b=30\text{cm}$, $h=50\text{cm}$, $d'=3.5\text{cm}$

$M_x=75\text{kNm}$, $M_y=150\text{kNm}$, $N=800\text{kN}$

MALZEME C16/S220

İstenen : A_{st} toplam donatı miktarı.



Şekil 4.8

Çözüm : Donatı konfigürasyonu(Ek1); $d_s=8, y_d=3$
 $A_{st}=58.25\text{cm}^2$
 $\{ A_{st}=52.59\text{cm}^2 \}$
 Donatı yerleşim planı şekil(4.8)'de gösterilmiştir.

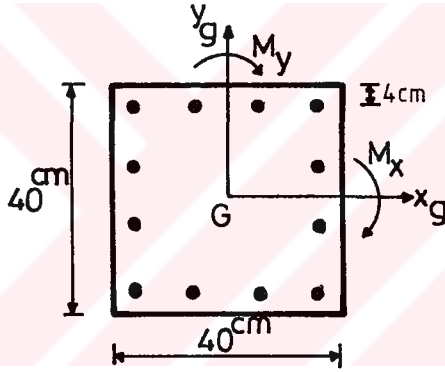
Örnek 8) Kare bir kesitte,

Verilenler : $b=40\text{cm}$, $h=40\text{cm}$, $d'=4\text{cm}$

$M_x=210\text{kNm}$, $M_y=160\text{kNm}$, $N=2000\text{kN}$

MALZEME C30/S420

İstenen : A_{st} toplam donatı miktarı.



Şekil 4.9

Çözüm : Donatı konfigürasyonu(Ek1); $d_s=12, y_d=4$
 $A_{st}=44.10\text{cm}^2$
 $\{ A_{st}=43.19\text{cm}^2 \}$
 Donatı yerleşim planı şekil(4.9)'da gösterilmiştir.

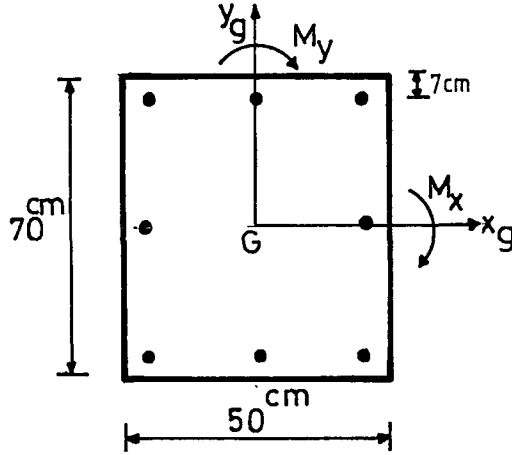
Örnek 9) Dikdörtgen bir kesitte,

Verilenler : $b=50\text{cm}$, $h=70\text{cm}$, $d'=7\text{cm}$

$M_x=480\text{kNm}$, $M_y=300\text{kNm}$, $N=4000\text{kN}$

MALZEME C20/S400

İstenen : A_{st} toplam donatı miktarı.



Şekil 4.10

Çözüm : Donatı konfigürasyonu(Ek1); $d_s=8, y_d=3$
 $A_{st}=77.83\text{cm}^2$
 $\{ A_{st}=74.05\text{cm}^2 \}$
 Donatı yerleşim planı şekil(4.10)'da gösterilmiştir.

Örnek 10) Kare bir kesitte,

Verilenler : $b=36\text{in}(91.44\text{cm})$

$1\text{inch(in)} \dots 2.54\text{cm}$

$h=36\text{in}(91.44\text{cm})$

$1\text{foot(ft)} \dots 30.48\text{cm}$

$d'=4.57\text{in}(11.6\text{cm})$

$1\text{kips} \dots 453.59\text{kg}$

$M_x=1800\text{ft-kips}(2489\text{kNm})$

$1\text{ksi} \dots 1\text{kip/in}^2$

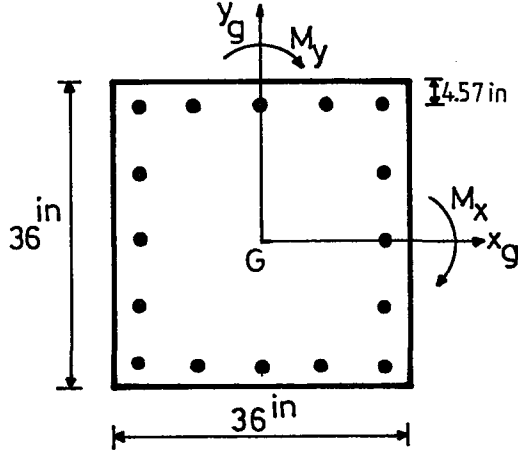
$M_y=750\text{ft-kips}(1037\text{kNm})$

$N=120\text{kips}(5443\text{kN})$

MALZEME $f_{ck}=4\text{ksi}(28\text{N/mm}^2)$

$f_{yk}=60\text{ksi}(420\text{N/mm}^2)$

İstenen : A_{st} toplam donatı miktarı.



Şekil 4.11

Çözüm : Donatı konfigürasyonu(Ek1); $d_s=16, y_d=5$
 $A_{st}=26.31\text{in}^2(169.75\text{cm}^2)$
 $\{ A_{st}=28.51\text{in}^2(183.94\text{cm}^2) \}$
 Donatı yerleşim planı şekil (4.11)'de gösterilmiştir.

Tablo 4.1	ÇALIŞMA	ÇAKIROĞLU, ÖZER
	$A_{st} (\text{cm}^2)$	
ÖRNEK 1	16,79	15,54
ÖRNEK 2	32,70	32,68
ÖRNEK 3	18,44	18,73
ÖRNEK 4	14,39	14,47
ÖRNEK 5	95,45	95,03
ÖRNEK 6	27,20	30,34
ÖRNEK 7	58,25	52,59
ÖRNEK 8	44,10	43,19
ÖRNEK 9	77,83	74,05
ÖRNEK 10	169,75	183,94

5. BÖLÜM: SONUÇLAR

Bu bölümde, daha önceki bölümlerde bahsedilen boyutlandırma problemi için önerilen yöntemin sonuçları üzerinde durulacaktır.

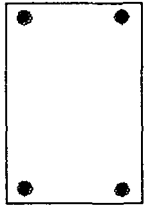
a) Bu çalışma içerisinde geliştirilen formülasyon, eğik eğilme probleminin özel bir durumu olan, bileşik eğilme probleminin çözümü için de sonderece uygundur.

b) Problemin çözümü için hazırlanan programda, giriş bilgisi olarak kesit özellikleri ve kesit zorlarının verilmesi yeterlidir. Ayrıca donatı çubuklarının koordinatları program içerisinde otomatik olarak hesaplanabilmektedir.

c) İterasyon denge durumuna yakınsamaktadır. Ancak tarafsız eksenin başlangıçtaki durumu denge durumundan çok farklı ise bazı hallerde yakınsama olmamaktadır. Bu durumda, tarafsız eksenin yeri için yapılan tahmin değiştirilmelidir.

d) Normal kuvvetin çok küçük dış merkezlikli olması (eksantrisitenin çok küçük olması), yani tarafsız eksenin kesit dışına çıkması hali bu çalışmanın kapsamı dışında bırakılmıştır.

EK 1 : DONATI YERLEŞİM ŞEMASI



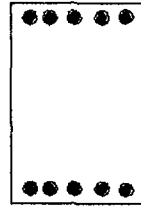
ds=4
yd=2



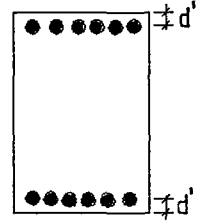
ds= 6



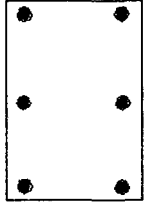
ds= 8



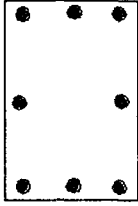
ds= 10



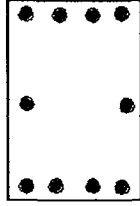
ds= 12



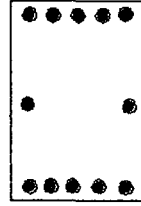
ds= 6
yd= 3



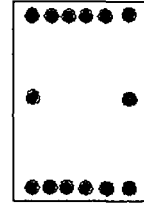
ds= 8



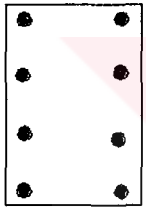
ds= 10



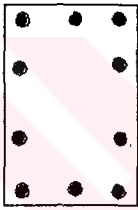
ds= 12



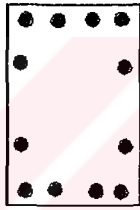
ds= 14



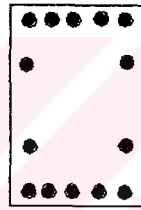
ds= 8
yd= 4



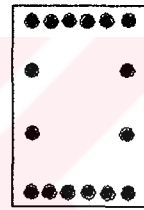
ds= 10



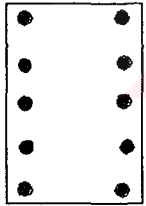
ds= 12



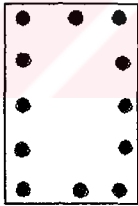
ds= 14



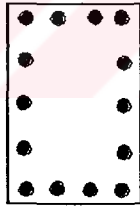
ds= 16



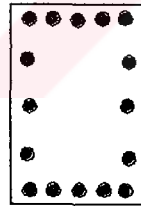
ds= 10
yd= 5



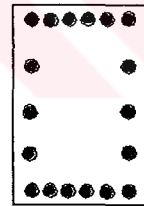
ds= 12



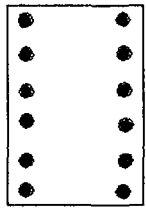
ds= 14



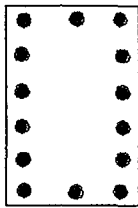
ds= 16



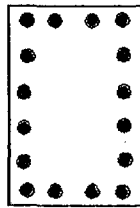
ds= 18



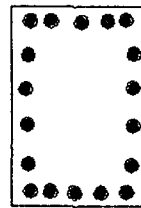
ds= 12
yd= 6



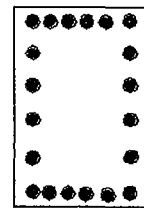
ds= 14



ds= 16



ds= 18



ds= 20

6.BÖLÜM:REFERANSLAR

- [1] ÖZMEN,G., "Eğik Eğilme ve Normal Kuvvet Etkisindeki Betonarme Kesitlerin Taşıma Gücü Kuramına Göre Hesabı",İ.T.Ü İnşaat Fakültesi,Cilt 38,Sayı 1-6,1980
- [2] İPEK,M.,AYTEMİZ,F., "Genel Betonarme Kesitlerin Taşıma Gücü İlkesine Göre Hesabı",İ.T.Ü Fen-Edebiyat Fakültesi,Cilt 41,Sayı 3-4,1983
- [3] ÇAKIROĞLU,A.,ÖZER,E., "Eğik Eğilme ve Eksenel Kuvvet Etkisindeki Dikdörtgen Betonarme Kesitlerde Taşıma Gücü Formülleri",İ.T.Ü İnşaat Fakültesi,Teknik Rapor No.40,Ocak 1981
- [4] DÜNDAR,C.,ŞAHİN,B., "Eğik Eğilme ve Eksenel Yük Altında Gelişigüzel Geometriye Sahip Betonarme Elemanların Tasarımı",İ.M.O Teknik Dergi,Yazı 37,Nisan 1992
- [5] ERSOY,U.,MARJANI,F., "Betonarme Kesitlerin Bilgisayar ile Analizi",T.M.M.O.B İnşaat Mühendisleri Odası,Türkiye İnşaat Mühendisleri 11.Teknik Kongresi,Bildiriler Kitabı, Cilt 1,Sayfa 49-61,İstanbul,8-11 Ekim 1991
- [6] BERKTAY,İ., "Betonarme I,Taşıma Gücü ve Kesit Hesapları",İstanbul,Ekim 1989
- [7] ERSOY,U., "Betonarme,Temel İlkeler ve Taşıma Gücü Hesabı",Cilt 1,İstanbul 1987
- [8] ERSOY,U., "Taşıma Gücü Varsayımları ile İlgili Bir İrdeleme",T.M.M.O.B İnşaat Mühendisleri Odası,Teknik Dergi,Cilt 1,Sayı 1,Ocak 1990
- [9] ALAN,H.,M.,LADISLAV,B.,K.,EIVIND HOGNESTAD, "Rectangular Concrete Stress Distribution in Ultimate Strength Design",Journal of the American Concrete Institute,Title No 57-43,Feb.1961

- [10] ÇAKIROĞLU,A.,ÖZER,E., "Malzeme ve Geometri Değişimi Bakımından Lineer Olmayan Sistemler",İ.T.Ü Kütüphanesi Sayı 1168,1980
- [11] BEĞİMGİL,M., "İki Eksenli Eğilme Etkisinde Kalan Dikdörtgen Kesitli Kolonlarda Karşılıklı Etki Yüzeyleri ve Kesit Hesabı",İ.D.M.M.A. İnşaat Fakültesi,Lisansüstü Tezi,1982
- [12] AYDIN,M.,R.,AKGÜN,Ö.,R.,TOPÇU,A., "Betonarme Kolon Tabloları"T.C. Anadolu Üniversitesi Yayınları No.532,Mühendislik-Mimarlık Fakültesi Yayınları No.57,Eskişehir 1991
- [13] ÖZDEN,K.,ALTAN,M.,AYDOĞAN,M., "Betonarme Kesitlerin Boyutlandırılması",Uran Mühendislik A.Ş.,Yayın No.2,İstanbul 1987

ÖZGEÇMİŞ

Bilge DORAN,1970 doğumlu olup,ilk ve orta öğrenimini İstanbul'da tamamlamıştır.1987 yılında girdiği Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü'nden 1991 yılında mezun olmuştur.Aynı yıl Yıldız Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Yapı Bölümü'nde yüksek lisans öğrenimine başlamıştır.Halen Yıldız Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü Yapı Anabilim Dalı'nda Araştırma Görevlisi olarak görev yapmaktadır.

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURU.
DOKÜMENTASYON MERKEZİ