

47020

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**DÜZLEMSEL ÇUBUK SİSTEMLERİN
LİNEER OLMAYAN ŞEKİL DEĞİŞTİRMELERİNİN
MATRİS METOTLARIYLA İNCELENMESİ**

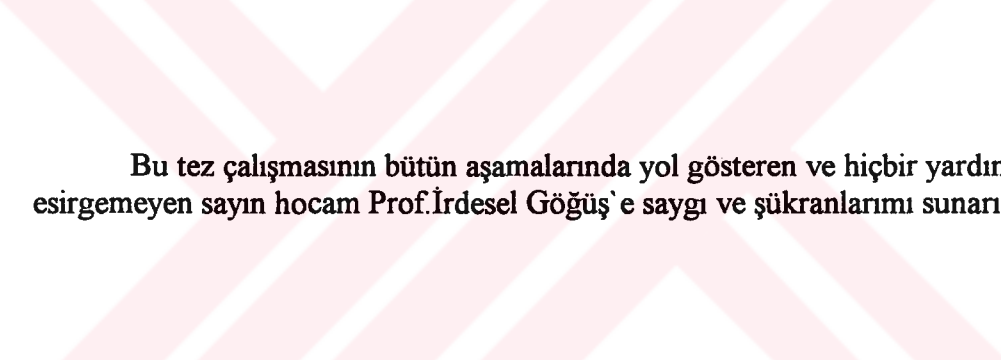
İnş.Müh. Orhan ERMİŞ

F.B.E İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Yapı Programında
hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Prof.İrdesel Göğüş **YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
ANAYATON MERKEZİ**

İSTANBUL, 1995



**Bu tez çalışmasının bütün aşamalarında yol gösteren ve hiçbir yardımı
esirgemeyen sayın hocam Prof.İrdesel Göğüş'e saygı ve şükranlarımı sunarım.**

İÇİNDEKİLER :

1. DÜZLEMSEL ÇUBUK SİSTEMLERİN ELASTİK BÖLGEDE LİNEER OLMAYAN ŞEKİL DEĞİŞTİRMELERİ	1
1.1 Lineer Olmayan Şekil Değiştirme Durumu	2
1.2 Geometrik Lineer Olmayan Hesap Esasları	3
1.3 Kafes sistem Çubuklarının Geometrik Rijitlik Matrisi	9
1.4 Düzlemsel Çubuk Sistemlerin Geometrik Rijitlik Matrisi	13
1.5 İteratif Çözümün Temeli Olan Newton Yöntemi	18
1.6 Kesit Tesirleri ve Şekil Değiştirme İterasyonu	23
1.7 Fiktif Düğüm Noktası Kuvvetleriyle İteratif Çözüm	31
1.8 Uygulamaların Değerlendirmesi	35
2. SAYISAL UYGULAMALAR	36

ÖZET :

Y.T.Ü Yüksek Lisans Tezi olarak hazırlanan bu çalışmada düzlemsel çubuk sistemlerin elastik bölgede lineer olmayan şekil değiştirmeleri incelenmiştir.

Bunun için 1. bölümde elastik stabilitede probleme matrisiyel yaklaşım uygulayabilmek için yapılmış kabuller verilmiş daha sonra yapılan bu kabullerin hangi gerekçelerle geçerliliğini kaybettiğine değinilip, lineer olmayan hesabın gerekliliği ortaya konmuştur.

Bu amaçla 1.1'de lineer olmayan şekil değiştirme durumu anlatılmış, konunun kabulleri bir örnek üzerinden açıklanmıştır.Orantılılık sınırının şekil dğıştirme davranışı üzerindeki etkisi ve lineer olmayan şekil değiştirme konusunda yapılan idealizasyonun niteliği anlatılmıştır.

1.2'de geometrik lineer olmayan hesap esasları verilmiş,sonlu şekil değiştirmesi olan sistemleri komşu denge konumunda yaptığımız idealizasyonları ve ilk komşu konumda yapılan ihmaller araştırılmıştır.Kullanılan indis yazma şekli açıklanmıştır.Bu tanımlamalardan sonra elastisite teorisinin önemli teoremlerinden I. Castigliano Teoremi ifade edilmiştir.

1.3'de kafes sistem çubuklarının, 1.4'de düzlemsel çubuk sistemlerin geometrik rijitlik matrisinin oluşturulması anlatılmış, karşılaştırılması yapılmıştır.

1.5'de çözüm yöntemimiz olan Newton Yöntemi anlatılmıştır.Konumuz dahilinde yüklerle yer değiştirme arasındaki bağıntının sınırı belirlenmiştir..

1.6'da kesit tesirleri ve şekil değiştirme iterasyonu olarak Newton-Raphson İterasyonu anlatılarak bir akış diyagramı verilmiştir.Konu örneklerle açıklanmıştır.

1.7'de Fiktif Düğüm Noktası Kuvvetleriyle İteratif Çözüm anlatılmış örnekler verilmiştir.

1.8'de uygulamaların değerlendirilmesi yapılmıştır.

2. bölümde kesit tesirleri iterasyonu ile ilgili sayısal uygulamalar çözülmüştür.

SUMMARY :

In this work that is prepared as Y.T.Ü Master thesis, non-linear deformations of 2-D frame systems in elastic region has been studied.

For this purpose in Chapter 1 the assumptions made to apply matricial approach to the problem in elastic stability has been made and then the reasons in which these made assumptions lost their validity and the necessity of non-linear calculation has been stated.

For this in part 1.1. the non-linear deformations and assumptions have been explained in an example.

In part 1.2. geometric non-linear calculation principles have been explained and the idealizations of systems that have finite-deformation in adjacent balance position and the negligence made in the adjacent position has been examined. The using form of indice writing has been explained. After these definitions 1. Castigliano Theorem which is one of the important theorems elasticity has been explained.

The formation of geometric rigidity matrix of truss systems in part 1.3. and of 2-D frame systems in 1.4. has been explained and compared.

In part 1.5. our solution method, Newton Method has been explained. Within our subject, the limits of load-displacement relation has been stated.

In part 1.6. as section effects and displacement iteration, The Newton Raphson Iteration has been explained and a flow chart has been given. The subject has been explained in examples.

In part 1.7. Iterative Solutions are given using fictive joint forces.

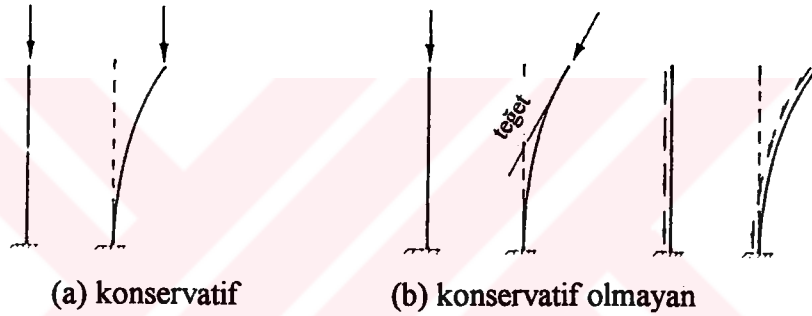
In part 1.8. The evaluation of the applications has been made.

In chapter 2, numerical applications concerning Section Effects Iteration.

1.DÜZLEMSEL ÇUBUK SİSTEMLERİN ELASTİK BÖLGEDE LİNEER OLMAYAN ŞEKİL DEĞİŞTİRMELERİ

Düzlemsel çubuk sistemlerin stabilite hesapları uzun bir süredir uygulama açısından büyük önem kazanmıştır. Özellikle çelik yapılarda taşıyıcı sistemler önceleri yalnızca gerilme hesapları (küçük şekil değiştirmeler) ve buna ilaveten bir stabilite hesabı ile tahkik edilmiştir. Elastik stabilitede probleme matrisiyel yaklaşımı uygulayabilmek için şu kabulleri yapıyoruz :

- Büyük şekil değiştirmelerde malzeme ideal elastik kabul ediliyor.
- Yükün konservatif olduğu kabul ediliyor. Yani yük doğrultusu şekil değiştirme sonrası aynı kalıyor. (Bkz. Şekil 1.1)



Şekil 1.1 Konservatif ve konservatif olmayan yük

- Sistem kusursuzdur. Yani çubuk eksenini ideal doğrudur.
- Yük , orantılılık faktörü $\lambda > 0$ ile doğru orantılıdır. Dış yükler için $R' = \lambda R$ bağıntısı geçerlidir.
- Başlangıç durumu olan I konumunun ϵ civarında bütün iç kuvvetler λ ile doğru orantılıdır: $F' = \lambda F$
- İnce cidarlı kesitlerde stabilite sınırı λ_k 'ya ulaşmadan önce buruşma başlayabilir.
- Stabilite sınırına ulaşınca eğilme deformasyonlarının yanında kesit düzleminde dönme meydana gelebilir. Bu tür problemler eğilmeli burulma burkulması olarak isimlendirilir. Eğer ayrıca kesme kuvveti de varsa yanal burkulma problemi olarak nitelendirilir.

Bir stabilite hesabında yapılan bu kabuller uygulamada ancak çok kaba bir yaklaşımla gerçekleştirilmektedir, çünkü sistemde :

- Büyük yer değiştirmeler ve buna bağlı olarak kuvvetlerin yer değiştirmesi meydana elmektedir.

- Çubuk eksenleri idealize edildiği gibi tam doğrusal değildir, örneğin ön deformasyonlar veya çubukta başka düzensizlikler olabilir.

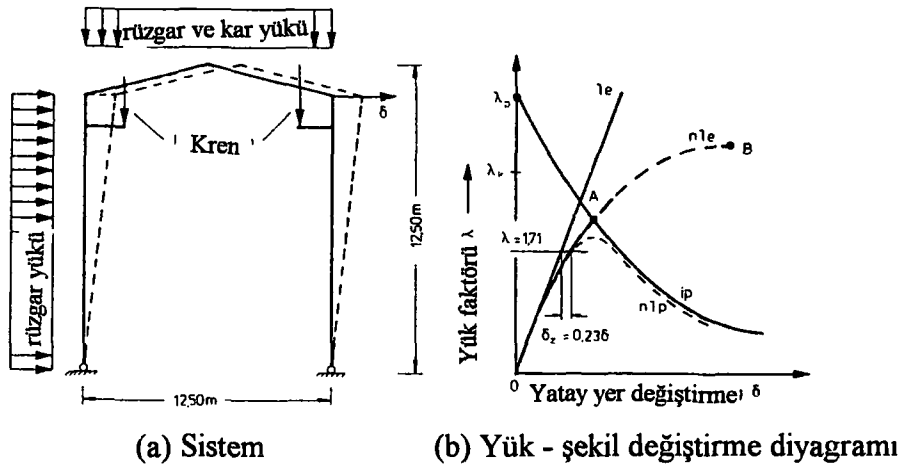
Bu sebepten bir çok mühendislik yapısında iç kuvvetlerin dengesinde şekil değiştirmelerin etkisinin dikkate alınması yoluna gidilmiştir.

Bizim bu bölümde inceleyeceğimiz hesap metodu bazı konservatif olmayan yükler için de geçerlidir. Ancak bunun için daha başka ilave konulara da yer vermek gerekir ki bütün bunları burada ele almamız mümkün olmayacaktır. Bu sebepten konservatif yük halinin mevcut olduğunu bir önkoşul olarak varsayacağız.

1.1 .LINEER OLMAYAN ŞEKİL DEĞİŞTİRME DURUMU

Bu bölümde geçerli kabulleri tam olarak anlayabilmek için bir çubuğun lineer olmayan şekil değiştirme durumunu daha yakından incelemek gerekir. Bunun için bir örnek seçiyoruz.

Şekil 1.2 ' de bir hal yapısı tipik yükleme durumu ile gösterilmiştir. Bahis konusu sistem standart yükler altında çelik yapı olarak (St 37) boyutlandırılmıştır ; standart yüklerin λ katı olan bir yükleme hali için ise sistemin şekil değiştirme davranışı şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 1.2 Krenli hal yapısı

Şekil 1.2b ' de " nle " eğrisi lineer olmayan şekil değiştirme eğrisidir. Lineer - elastik şekil değiştirme eğrisi " le " ise " nle " nin koordinat sisteminin sıfır noktasındaki bir teğetsel yaklaşımıdır. Yük faktörü $\lambda = 1.71$ alındığında , lineer olmayan şekil değiştirme δ_z ' in toplam şekil değiştirme δ içindeki payı yaklaşık % 23 olmaktadır.Çerçevenin köşelerinde δ_z ' den kaynaklanan ilave momentler de yine aynı mertebededir (yaklaşık %20).

Yapı çeliği için orantılılık sınırı , akma sınırının yaklaşık olarak %20 ' sidir. Bu sebepten $\lambda=1.71$ alınması halinde kalıcı (plastik) şekil değiştirmeleri gözönüne almak gerekir.

Malzemenin plastikleşmesi dikkate alındığında daha ileri safhalardaki şekil değiştirme davranışı " npl " eğrisi ile (lineer olmayan plastik) gösterilmiştir. Burada " npl " eğrisi, " ip " ile gösterdiğimiz İdeal Plastik Şekil Değiştirme Eğrisiyle sınırlandırılmıştır. " ip " maximum değeri ideal - plastik malzeme davranışının yük faktörü λ_p ' ye denk düşmektedir. (Taşıma gücü) Narin taşıyıcı elemanlarda " Euler yükü " λ_k " ki bu yük stabilite probleminin kritik yük faktörüdür , hesap katsayısı ($\lambda=1.71$) ile taşıma gücü katsayısı λ_p arasında bulunmaktadır. $\lambda = 1.71$ 'de meydana gelen plastik şekil değiştirmelerin etkisi emniyet gerilmesi değerinin azaltılması suretiyle tahkiklerde dikkate alınır.

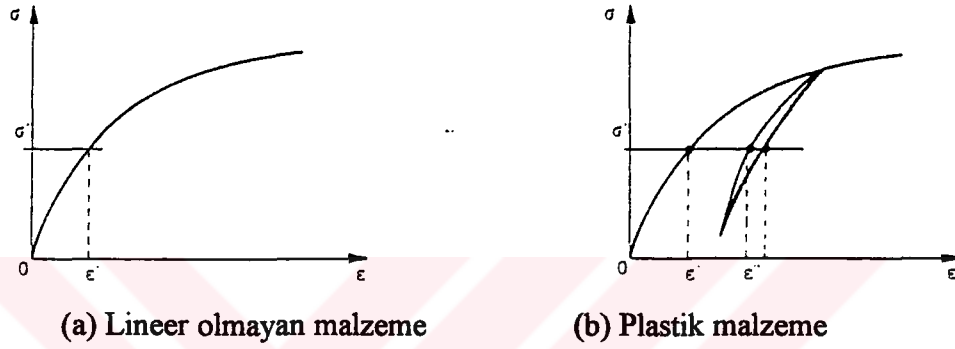
Orantılılık sınırının şekil değiştirme davranışı üzerinde önemli bir etkisi vardır : Çubuk sistemlerde genellikle orantılılık sınırı (λ_e , bkz. Şekil 1.3) bizim hesaplarda kullandığımız yük faktörünün çok yakınıdır.İdeal burkulma yükü λ_k daima hesap yükünden büyük olmalıdır.İdeal burkulma yükü çubuğun narinliğine paralel olarak hesap yüküne yaklaşır.Narinliğin artması ile birlikte şekil değiştirmeler orantısız bir şekilde artmaya başlar ve bunun sonucunda stabilite teorisinin hesap kabulleri de bir bütün olarak geçerliliğini kaybetmeye başlar.Şekil 1.2 referans alındığında lineer olmayan şekil değiştirme hesaplarının en çok ideal plastik limit yük eğrisi " ip " ye ulaşınca kadar doğru olduğu ortaya çıkar .(Nokta A). Bu durumda A - B aralığı sadece teorik bir anlam taşır.

Bu örnekten de gördüğümüz gibi, lineer olmayan şekil değiştirme sebepleri incelenirken, hepsinde bir idealize etme söz konusudur.Hesapların basitleştirilmesi için lineer olmayan taşıyıcı sistem davranışlarının aşağıdaki idealleştirme gruplarına ayırıyoruz :

- Fiziksel lineer olmama, lineer olmayan malzeme kanununun tüm etkilerini gözönüne almak demektir.

- Geometrik lineer olmama, lineer olmayan kinematik şartların ve elastik stabilitede olduğu gibi denge şartlarının bütün etkilerini gözönüne almak demektir.

Fiziksel olarak lineer olmama hali olarak normalde malzemenin plastik davranışı anlaşılır. Malzemenin plastik σ gerilmeleri ile ϵ birim boydaki şekil değiştirmeler arasında belirgin bir ilişki yoktur. (Şekil 1.3) Fenomenolojik gerekçeli malzeme kanunları ile fiziksel olarak lineer olmayan problemler çözülebilir., ancak böyle ne denli ve hangi sınıra kadar geçerli olduğunun anlaşılabilmesi için plastisite teorisinin temellerinin iyi anlaşılması gerekir .



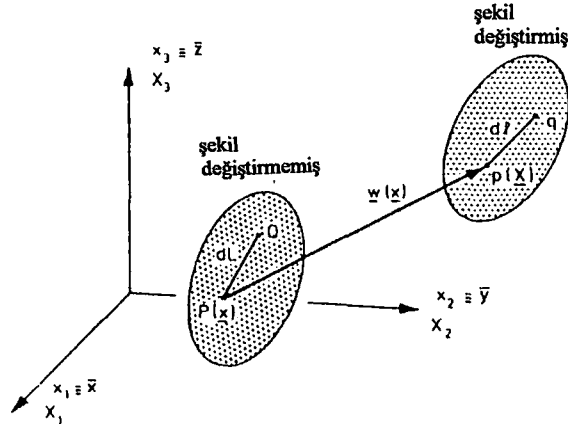
Şekil 1.3 Plastik lineer olmayan malzeme durumu

Ancak bu teorisinin esaslarını burada anlatacak olursak , konunun çerçevesini çok fazla aşmış oluruz ; malzemenin plastik bölgesi için uygulanan hesap metodları nümerik hesapta ilaveten daha da fazla bilgiye sahip olmamızı gerektirecektir. Bu sebepten ileriki bölümlerde de Hooke yasasının hiç kısıtlamasız geçerli olduğunu varsayacağız.

Geometrik olarak lineer olmayan bölgedeki çubuk sistemlerin hesabı için ilave kısıtlamaların , yapılmasını gerektirecektir.

1.2 GEOMETRİK LİNEER OLMAYAN HESAP ESASLARI

Elastik stabilitede lineer olmayan rijitlik matrisini çıkarırken şekil değiştirmelerin sonsuz küçük olması kabulüne tam olarak uyulmamaktadır. Zira komşu konumun denge şartları formüle edilirken şekil değiştirmelerin sonsuz küçük olduğu kabulüne göre türetilmiş olan Diferansiyel Denge Denklemleri ile sonlu şekil değiştirmeler bir arada kullanılmaktadır. Sonlu şekil değiştirmesi olan çubuk sistemleri komşu denge konumunda ancak lineerize ederek hesaplayabildiğimiz için önce yukarıda belirtilen ilk komşu konumda yaptığımız ihmalleri etrafıca araştırmak zorundayız. Bu sebepten komşu konumda meydana gelen şekil değiştirmeleri tam olarak tanımlamamız gerekir.



Şekil 1.4 En genel genel durumda şekil değiştirme hali

Bir çubuğun birim boy uzaması çubuk teorisinde rölâtif boy uzaması olarak tanımlanır : (x_2, x_3) düzlemine paralel bir düzlemde $P(\underline{x})$ noktasının x_1 eksenini doğrultusundaki birim boy uzaması:

$$\varepsilon_{xx} \equiv \varepsilon_{11} = \frac{dL - dl}{dL} \quad (1.1)$$

Birim boy şekil değiştirmeler yer değiştirmelerin türevi olarak ifade edilebilir :

$$\varepsilon_{11} = \frac{\partial w_1}{\partial x_1} = w_{1,1} \quad (1.2)$$

$w_1(\underline{x})$, $\underline{w}$ şekil değiştirme bileşeninin x_1 doğrultusundaki bileşenidir. Biz burada şu indis yazma şeklini kullandık: bütün indisler koordinat eksenini tanımlıyorlar .($x_1 = \bar{x}$, $x_2 = \bar{y}$, $x_3 = \bar{z}$).İndisler arasındaki virgül bir diferansiyel ifadedir.Örneğin :

$$w_{i,j} = \frac{\partial w_i}{\partial x_j}.$$

Birde toplam işareti (Σ) kullanılacaktır : Bir çarpımdaki eşit iki indis (1,2,3) ifadelerin toplamını anlatmaktadır.

$$a_{ij} b_j = \sum_{j=1}^3 a_{ij} b_j = a_{i1} b_1 + a_{i2} b_2 + a_{i3} b_3 \quad .$$

(1.1) ve (1.2) birim boy uzamaları elamenter kiriş teorisinin kavramlarıdır ve ancak küçük şekil değiştirmeler için geçerlidir. Komşu konumdaki şekil değiştirme konumu ise lineer olmayan şekil değiştirme tensörüyle tanımlanacaktır. Bu tensörün adı Lagrange Yer Değiştirme Tensörüdür.

$$\varepsilon_{ij} = (w_{i,j} + w_{j,i})/2 + w_{t,i} w_{t,j}/2 \quad . \quad (1.3)$$

lineer, kare kısım

İndis yazma kuralı gözönüne alınırsa :

$$\varepsilon_{xx} \equiv \varepsilon_{11} = \frac{\partial w_1}{\partial x_1} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial w_1}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_2}{\partial x_1} \right)^2 + \left(\frac{\partial w_3}{\partial x_1} \right)^2 \right\} \quad . \quad (1.4)$$

Şekil değiştirmeler $w_1 \equiv u_x$, $w_2 \equiv w_y$ ve $w_3 \equiv w_z$ x , y , z eksenileri doğrultusundaki şekil değiştirmelerdir. Bu tanımlama başlangıçta seçtiğimiz (x) 'e göre verilmiştir. (1.3)'ün lineer kısmı lineer elastisite teorisinden bilinmektedir. (bkz. 1.2) Birim boy uzaması kısmı ε_{ij} , $i = j$ içindir ve $i \neq j$ olması halinde yer değiştirmenin türevidir.

Bu durumda yer değiştirme bağıntılarına göre bir çubuğun komşu konumdaki şekil değiştirme durumunu yaklaşık olarak tanımlayacağız.

Son olarak mekanik bazı temel prensiplerini hatırlayalım.

Statik yük altındaki elastik bir cisimde şekil değiştirme enerjisi :

$$U = \int_V \left\{ \int_0^{\varepsilon_{ij}} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} \right\} dV \quad . \quad (1.5)$$

Burada σ_{ij} gerilme tensörünün bileşenleridir. ($i, j = 1, 2, 3$) ve V cismin hacmidir. U ise W_E ile gösterdiğimiz ve yüklerin cismin şekil değiştirmesi sonucu yaptıkları işe eşittir. Gerilmeler elastisite teorisine göre birim boy şekil değiştirmeleri

cinsinden ifade edilebilir. Buna göre elastik cisimler için şekil değiştirme enerjisi de birim boy değiştirmesi cinsinden ifade edilebilir. Birim boy şekil değiştirmeleri yer değiştirme fonksiyonu w den türetilmiştir (1.3). Eğer yer değiştirme fonksiyonu ve bunun sınır değerleri belli ise şekil değiştirme enerjisi bu sınır değerlerin bir fonksiyonu olarak ifade edilecek demektir. Aşağıda bir örnek üzerinde açıklanmıştır.

Örnek 1.1 :

Yer değiştirme fonksiyonu aşağıda verilen bir çubuğun şekil değiştirme enerjisinin hesabı :

Yer değiştirme fonksiyonu :

$$w_1 = a\bar{x}^2 + b\bar{x} + c$$

$$(w_1 = w_3 = 0) \quad .$$

Bu bize tek eksenli birim boy uzamasını tanımlar lineer birim boy uzaması 1.2' ye göre :

$$\varepsilon_{11} = 2a\bar{x} + b \quad .$$

lineer elastik bir malzeme için :

$$\sigma_{11} = E \cdot \varepsilon_{11}$$

1.5' e göre

$$U = \int_V \left\{ \int_0^{\varepsilon_{11}} E \varepsilon_{11} d\varepsilon_{11} \right\} dV \quad .$$

Bu bize şunu verir :

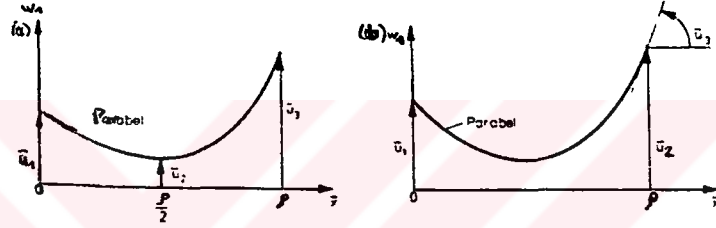
$$U = \frac{E}{2} \int_V \varepsilon_{11}^2 dV \quad . \quad .$$

Sabit kesitli, en kesit alanı A , boyu ℓ olan bir çubuk :

$$U = \frac{EA}{2} \int_0^{\ell} (2a\bar{x} + b)^2 d\bar{x}$$

$$= \left(4a^2 \ell^3 / 3 + 2ab\ell^2 + b^2 \ell \right) EA / 2.$$

Böylece U , a , b , c sınır değerlerinin bir fonksiyonu olmaktadır. Bu sınır değerler yer değiştirme fonksiyonunun mesnet noktalarındaki değerleridir. (bkz. şekil 1.5)



Şekil 1.5 Genelleştirilmiş şekil değiştirmeler

Yer değiştirme fonksiyonunun sınır değerleri olarak , yer değiştirme büyüklüklerinden (yatay , dikey yer değiştirme ve dönme) herhangi biri seçilebilir.

Şekil 1.6` de çizilen duruma göre sınır değerler a , b ve c , $\bar{u}_1$, $\bar{u}_2$ ve $\bar{u}_3$ cinsinden ifade edilmiştir. Örneğin :

$$\bar{u}_1 \equiv w_1(0) = c$$

Bu tanımlamalardan sonra elastisite teorisinin önemli teoremlerinden biri olan 1. Castigliano Teoremi aşağıda ifade edilmiştir.

1. Castigliano Teoremi :Eğer bir elastik cismin şekil değiştirme enerjisi genelleştirilmiş yer değiştirme , u_i cinsinden ifade edilebilirse şekil değiştirme enerjisinin u_i `ye göre 1.kısmın türevi o yer değiştirmeyi meydana getirecek olan kuvvet  $S_i$ `yi verir.

$$\frac{\partial U}{\partial \bar{u}_i} = \bar{S}_i. \quad (1.6)$$

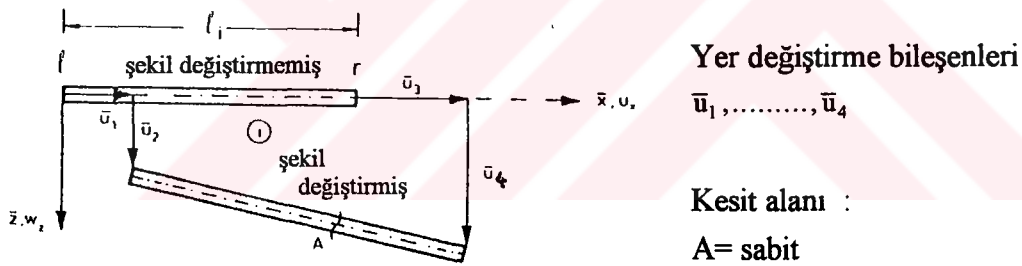
Castigliano'nun 2. teoremi ise sadece elastik cisimlerde geçerlidir.

$$\frac{\partial U}{\partial \bar{S}_i} = \bar{u}_i.$$

Biz burada 1. Castigliona teoremini kullanacağız.

1.3 KAFES SİSTEM ÇUBUKLARININ GEOMETRİK RİJİTLİK MATRİSİ

Şekil 1.7'de bir düzlemsel kafes sistem elemanının şekil değiştirmemiş başlangıç durumu ve onun yakınında (komşu) şekil değiştirmiş durumu gözönüne alalım.



Şekil 1.7 Kafes sistem elemanı

Bilinen idealize etmenin yanında bir kafes sistem elemanı için aşağıdaki kabuller yapılmıştır.

(1) Yer değiştirme u_x 'in x 'e göre türevi $u_{x,x}$ birden küçük bir sayıdır. Böylece :

$$\left(\frac{du_x}{dx} \right)^2 = 0, \quad (1.7)$$

(2) $w_{z,x}$ 'in üçüncü ve daha yüksek üstleri ihmal edilecek kadar küçüktür.

(3) Çubuk kuvveti (basınç) Euler yükünden küçüktür. Bu kabulün hesaplar sonunda tekrar kontrol edilmesi gereklidir.

Bu kabullere göre 1.4 ifadesi aşağıdaki şekli alır :

$$\epsilon_{xx} = \frac{du_x}{d\bar{x}} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw_z}{d\bar{x}} \right)^2 \quad (1.8)$$

Birim boy şekil değıştirmesi ϵ_{xx} , $u_1, \dots, u_4$ cinsinden ifade edilirse (Şekil 1.7) :

$$u_x = \bar{u}_1 + \frac{\bar{u}_3 - \bar{u}_1}{\ell} \bar{x}$$

ve $w_z = \bar{u}_2 + \frac{\bar{u}_4 - \bar{u}_2}{\ell} \bar{x}$.

Normal gerilme σ_{xx} için Hooke Kanunu :

$$\sigma_{xx} = E \cdot \epsilon_{xx}$$

Buna göre şekil değıştirme enerjisi :

$$U = \frac{E}{2} \int_V \epsilon_{xx}^2 dV$$

1.8 ve 1.9 bu ifadede yerine konur ve 2. kabul gözönüne alınırsa :

$$\epsilon_{xx}^2 = \left[\frac{\bar{u}_3 - \bar{u}_1}{\ell} + \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{u}_4 - \bar{u}_2}{\ell} \right)^2 \right]^2$$

$$U = \frac{E}{2} \int_0^\ell \left[\left(\frac{\bar{u}_3 - \bar{u}_1}{\ell} \right)^2 + \left(\frac{\bar{u}_3 - \bar{u}_1}{\ell} \right) \left(\frac{\bar{u}_4 - \bar{u}_2}{\ell} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\bar{u}_4 - \bar{u}_2}{\ell} \right)^4 \right] A dx$$

(2).kabul gözetilirse :

$$U = \frac{EA}{2\ell^2} \int_0^\ell \left[(\bar{u}_3^2 - 2\bar{u}_3\bar{u}_1 + \bar{u}_1^2) + \frac{1}{\ell}(\bar{u}_3 - \bar{u}_1)(\bar{u}_4 - 2\bar{u}_2\bar{u}_4 + \bar{u}_1^2) \right] dx$$

$$U = \frac{EA}{2\ell} (\bar{u}_1^2 - 2\bar{u}_1\bar{u}_3 + \bar{u}_3^2) + \frac{EA}{2\ell^2} (\bar{u}_3 - \bar{u}_1)(\bar{u}_2^2 - 2\bar{u}_2\bar{u}_4 + \bar{u}_4^2). \quad (1.10)$$

Bu daha da sadeleştirilebilir ; normal gerilmeler çubuk kesiti boyunca sabittir.Normal kuvvet F_1 ($F_1 > 0$: çekme) 1.8'deki ikinci terimin ihmal edilmesi sonucunda :

$$\frac{F_1}{A} \equiv \sigma_{xx} = E \frac{\bar{u}_3 - \bar{u}_1}{\ell} \quad (1.11)$$

veya $F_1 = \frac{EA}{\ell} (\bar{u}_3 - \bar{u}_1).$

1.10 'da yerine konulduğu zaman

$$U = \frac{EA}{2\ell} (\bar{u}_1^2 - 2\bar{u}_1\bar{u}_3 + \bar{u}_3^2) + \frac{F_1}{2\ell} (\bar{u}_2^2 - 2\bar{u}_2\bar{u}_4 + \bar{u}_4^2) \quad (1.12)$$

Rijitlik bağıntısının hesabı için 1.Castigliano Teoremi 'ni kullanırsak aşağıdaki bağıntıyı elde ederiz :

$$\begin{bmatrix} \bar{S}_1 \\ \bar{S}_2 \\ \bar{S}_3 \\ \bar{S}_4 \end{bmatrix} = \left\{ \frac{EA}{\ell} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \frac{F_1}{\ell} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \bar{u}_3 \\ \bar{u}_4 \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

lineer

geometrik

Yerel Koordinatlarda Rijitlik Matrisi

Eleman rijitlik matrisi iki kısımdan meydana gelmektedir.Birinci kısım şekil değiştirmiş durumdan bağımsızdır.İkinci matris komşu konumdaki şekil değiştirmeye bağlı olan F_1 'den dolayı , komşu konumdaki şekil değiştirmeyi tanımlamaktadır ve "Geometrik Rijitlik Matrisi " olarak isimlendirilir.

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \end{bmatrix} = \left\{ \frac{EA}{\ell} \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix} + \frac{F_1}{\ell} \begin{bmatrix} s^2 & -cs & -s^2 & cs \\ -cs & c^2 & cs & -c^2 \\ -s^2 & cs & s^2 & -cs \\ cs & -c^2 & -cs & c^2 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix}$$

Genel koordinatlarda rijitlik matrisi

(1.14)

$$c \equiv \cos \alpha = (x_r - x_\ell) / \ell_i$$

$$\text{ve} \quad s \equiv \sin \alpha = (z_r - z_\ell) / \ell_i .$$

Bu kabulde birim boy uzama için aşağıdaki formül geçerli olur(bkz.Şekil .7(b)).

$$\varepsilon_{xx} = \frac{du_x}{d\bar{x}} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{du_x}{d\bar{x}} \right)^2 + \left(\frac{dw_y}{d\bar{x}} \right)^2 + \left(\frac{dw_z}{d\bar{x}} \right)^2 \right] \quad (\text{uzama \u0131ekil de\u011fi\u015ftirmesi})$$

$$\left(\frac{d\bar{u}_x}{d\bar{x}} \right)^2 \approx 0 \quad \text{ve} \quad \left(\frac{dw_y}{d\bar{x}} \right)^2 \approx 0 \quad (\text{kesme \u0131ekil de\u011fi\u015ftirmesi})$$

$$\varepsilon_{xx} = \underbrace{\frac{du_x}{d\bar{x}}}_{\text{uzama}} + \frac{1}{2} \left(\frac{dw_z}{d\bar{x}} \right)^2 - \bar{z} \underbrace{\left(\frac{d^2 w_z}{d\bar{x}^2} \right)}_{\text{e\u011filme}} \quad (1.16)$$

E\u011filme kısmı elemanter \u00e7ubuk teorisinden bilinmektedir. Bir pozitif e\u011filik (bak. \u015ekil 1.8 (b))

pozitif bir birim boy uzaması verir. Pozitif bir e\u011filik $z < 0$ i\u00e7in $\varepsilon_{xx} > 0$, $z > 0$ i\u00e7in $\varepsilon_{xx} < 0$ verir. Birim boy uzamaları kesit \u00fczerinde lineerdir (Bernoulli) ve de\u011feri 1.16 'da e\u011filme i\u00e7in verilen kısımdan elde edilebilir.

\u015ekil de\u011fi\u015ftirme durumu i\u00e7in yakla\u015fık bir teoriyi y\u00fcklenmemi\u015f bir \u00e7ubuk elemanı i\u00e7in lineer teoremin \u00e7\u00f6z\u00fcm\u00fcnden elde edebiliriz.

$$\begin{aligned} u_x &= a_0 + a_1 \bar{x} \\ \text{ve} \quad w_z &= b_0 + b_1 \bar{x} + b_2 \bar{x}^2 + b_3 \bar{x}^3 \\ a_i, b_i &= \text{sabit} \end{aligned} \quad (1.17)$$

Bu kabullerle , y\u00fcklenmemi\u015f bir \u00e7ubu\u011fun \u015ekil de\u011fi\u015ftirmesi k\u00fc\u00e7\u00fck \u015ekil de\u011fi\u015ftirme durumunda tam olarak belirlenebilir. Y\u00fcklenmemi\u015f \u00e7ubukta \u00e7ubuk eksenini do\u011frultusundaki \u015ekil de\u011fi\u015ftirme daima lineerdir. \u00c7ubuk eksenine dik do\u011frultudakilerle daima 3° ' den bir e\u011fidir.

\u015ekil 1.8 (a) 'da verilen sınır \u015artlarına g\u00f6re 1.17 'deki sabitler belirlenmi\u015ftir.

$$\begin{aligned} \bar{u}_1 &\equiv \bar{u}_x(0) = a_0, \\ \bar{u}_4 &\equiv u_x(\ell) = a_0 + a_1 \ell, \\ \bar{u}_2 &\equiv w_z(0) = b_0, \end{aligned}$$

$$\bar{u}_5 = w_z(\ell) = b_0 + b_1\ell + b_2\ell^2 + b_3\ell^3, \quad (1.18)$$

$$\bar{u}_3 = -\frac{dw_z(0)}{d\bar{x}} = -b_1,$$

$$\bar{u}_6 = -\frac{dw_z(\ell)}{d\bar{x}} = -b_1 - 2b_2\ell - 3b_3\ell^2.$$

Bunlar altı bilinmeyenli altı denklemdir. Biz bunları sınır değer problemine göre çözebiliriz.

$$\begin{aligned} a_0 &= \bar{u}_1, \\ a_1 &= \frac{\bar{u}_4 - \bar{u}_1}{\ell}, \\ b_0 &= \bar{u}_2, \\ b_1 &= -\bar{u}_3, \\ b_2 &= 3(\bar{u}_5 - \bar{u}_2)/\ell^2 + (2\bar{u}_3 + \bar{u}_6)/\ell, \\ b_3 &= 2(\bar{u}_2 - \bar{u}_5)/\ell^3 - (\bar{u}_3 + \bar{u}_6)/\ell^2. \end{aligned} \quad (1.19)$$

1.17'deki ifadeler u_i 'ye bağlı olarak verilmiştir. Benzer şekilde 1.16'daki birim boy şekil değiştirmeleride u_i 'ye bağlı olarak ifade edelebilir. Daha önce belirttiğimiz gibi

$$U = \frac{E}{2} \int_V \varepsilon_{xx}^2 dV$$

bağıntısından hesaplanabilir.

$$dV = dA d\bar{x} \text{ ve } dA = d\bar{y} d\bar{z} \text{ 'dır..}$$

$$\begin{aligned} U = \frac{E}{2} \int_{x=0}^{\ell} \int_A \left[\left(\frac{d\bar{u}_x}{d\bar{x}} \right)^2 + \left(\frac{d^2 w_z}{d\bar{x}^2} \right)^2 \bar{z}^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{dw_z}{d\bar{x}} \right)^4 - 2 \left(\frac{du_x}{d\bar{x}} \right) \left(\frac{d^2 w_z}{d\bar{x}^2} \right) \bar{z} \right. \\ \left. - \left(\frac{d^2 w_z}{d\bar{x}^2} \right) \left(\frac{dw_z}{d\bar{x}} \right)^2 \bar{z} + \left(\frac{du_x}{d\bar{x}} \right) \left(\frac{dw_z}{d\bar{x}} \right)^2 \right] dA d\bar{x}. \end{aligned} \quad (1.20)$$

x ekseninin kesitin ağırlık merkezinden geçtiğini kabul ettik. Buna göre :

$$\int_A \bar{z} dA = 0 \quad . \quad (1.21)$$

Bu da kesitin A ağırlık merkezini tanımlayan eşitliktir. Böylece $w_{z,x}$ 'in üç ve ondan büyük üstlerini ihmal edersek şunu elde ederiz :

$$U = \frac{EA}{2} \int_0^\ell \left(\frac{du_x}{d\bar{x}} \right)^2 d\bar{x} + \frac{EI_y}{2} \int_0^\ell \left(\frac{d^2 w_z}{d\bar{x}^2} \right)^2 d\bar{x} + \frac{EA}{2} \int_0^\ell \left(\frac{du_x}{d\bar{x}} \right) \left(\frac{dw_z}{d\bar{x}} \right)^2 d\bar{x}. \quad (1.22)$$

İntegral 1.17 ve 1.19 ui cinsinden ifade edilebilir , uzun hesaplar sonucunda aşağıdaki sonuç elde edilir :

$$\begin{aligned} U = \frac{EA}{2\ell} & \left[(\bar{u}_1^2 - 2\bar{u}_1\bar{u}_2 + \bar{u}_4^2) + \frac{2}{\ell} (\bar{u}_4 - \bar{u}_1) \left(\frac{3}{5}\bar{u}_2^2 + \frac{\ell^2}{15}\bar{u}_3^2 + \frac{3}{5}\bar{u}_5^2 \right. \right. \\ & + \frac{\ell^2}{15}\bar{u}_6^2 - \frac{\ell}{10}\bar{u}_2\bar{u}_3 - \frac{6}{5}\bar{u}_2\bar{u}_5 - \frac{\ell}{10}\bar{u}_2\bar{u}_6 + \frac{\ell}{10}\bar{u}_3\bar{u}_5 - \frac{\ell^2}{30}\bar{u}_3\bar{u}_6 \\ & \left. \left. + \frac{\ell}{10}\bar{u}_5\bar{u}_6 \right) \right] + \frac{2EI_y}{\ell^3} (3\bar{u}_2^2 + \ell^2\bar{u}_3^2 + 3\bar{u}_5^2 + \ell^2\bar{u}_6^2 - 3\ell\bar{u}_2\bar{u}_3 \\ & - 6\bar{u}_2\bar{u}_5 - 3\ell\bar{u}_2\bar{u}_6 + 3\ell\bar{u}_3\bar{u}_5 + \ell^2\bar{u}_3\bar{u}_6 + 3\ell\bar{u}_5\bar{u}_6) \quad . \quad (1.23) \end{aligned}$$

Kafes sistem çubuğunda olduğu gibi burada da 1.11 geçerlidir.

$$F_1 = \frac{EA}{\ell} (\bar{u}_4 - \bar{u}_1) \quad .$$

Böylece Castigliano Teoremini uygulamak suretiyle düzlemsel çubuk sistemlerin rijitlik bağıntısı elde edilmiş olur.

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \bar{S}_1 \\ \bar{S}_2 \\ \bar{S}_3 \\ \bar{S}_4 \\ \bar{S}_5 \\ \bar{S}_6 \end{bmatrix} &= \frac{EI_y}{\ell^3} \begin{bmatrix} A\ell^2/I_y & 0 & 0 & -A\ell^2/I_y & 0 & 0 \\ 12 & -6\ell & 0 & -12 & -6\ell & 0 \\ & 4\ell^2 & 0 & 6\ell & 2\ell^2 & 0 \\ & & A\ell^2/I_y & 0 & 0 & 0 \\ \text{sim} & & & 12 & 6\ell & 0 \\ & & & & 4\ell^2 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \bar{u}_3 \\ \bar{u}_4 \\ \bar{u}_5 \\ \bar{u}_6 \end{bmatrix} + F_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6/5\ell & -1/10 & 0 & -6/5\ell & -1/10 & 0 \\ & 2\ell/15 & 0 & 1/10 & -\ell/30 & 0 \\ & & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \text{sim} & & & 6/5\ell & 1/10 & 0 \\ & & & & 2\ell/15 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{u}_1 \\ \bar{u}_2 \\ \bar{u}_3 \\ \bar{u}_4 \\ \bar{u}_5 \\ \bar{u}_6 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

lineer
Rijitlik bağıntısı
geometrik

(1.24)

Düzlemsel çubuk sistemlerin rijitlik matrisi genel koordinatlarda aşağıdaki gibidir

$$\underline{k}_g^i = \frac{F_1}{30\ell} \begin{bmatrix} 36s^2 & -36cs & 3s\ell & -36s^2 & 36cs & 3s\ell \\ & 36c^2 & -3c\ell & 36cs & -36c^2 & -3c\ell \\ & & 4\ell^2 & -3s\ell & 3c\ell & -\ell^2 \\ & & & 36s^2 & -36cs & -3s\ell \\ \text{sim.} & & & & 36c^2 & 3c\ell \\ & & & & & 4\ell^2 \end{bmatrix}$$

$$c = \cos \alpha = (x_r - x_\ell) / \ell_i$$

$$s = \sin \alpha = (z_r - z_\ell) / \ell_i$$

Lineer çözümde $\underline{k}_e^i = \underline{k}^i$ yazılmıştı.

Komşu şekil değiştirme durumunda rijitlik matrisi bu şekilde belirtilmiş oldu. Bu noktada elastik stabilitede elde edilen Rijitlik Matrisiyle karşılaştırdığımız zaman ilginç bir durum ortaya çıkar : elastik stabilitede aynı geometrik rijitlik matrisi çubuğun lineer olmayan şekil değiştirme bağıntılarını lineerleştirerek elde edilmiştir ve komşu konumdaki denge şartları yazılmış fakat aynı zamanda kirişin diferansiyel deklemini olarak

$$d^2 w_z / d\bar{x} = -M_y / EI_y$$

esas alınmıştır.

Bu bölümde ise büyük şekil değiştirmelerden hareket edilmiştir. Birim boy şekil değiştirmeleri bu bölümde Langrange şekil değiştirme tensöründen türetilmiştir. Aynı zamanda şekil değiştirmeler kiriş diferansiyel denklemine uygun olarak seçilmiştir.

Bu yöntemde birinci Castigliano Teoremi kullanılmıştır.

Her iki durumda elde edilen sonuçlar aynıdır. Bu bize kabullerin ve ihmallerin her iki durumda da eşit olduğunu göstermektedir. Hiç şüphe yokki geometrik rijitlik matrisinin Castigliano Teoremi yardımıyla şekil değiştirme enerjisinden elde edilmesi daha kolay bir yoldur ve genellikle bu yol tercih edilmektedir.

1.5 İTERATİF ÇÖZÜMÜN TEMELİ OLAN NEWTON YÖNTEMİ

Stabilite probleminin çözümünde düğüm noktası kuvvetlerinin orantılılık faktörü olan λ 'ya lineer olarak bağlı olduğunu kabul ettik (küçük şekil değiştirmeler). Bu durumda stabilite eşitliği olarak :

$$\underline{K}(\lambda \underline{F}) \underline{r} = \lambda \underline{R} .$$

geçerlidir.

Lineer olmayan şekil değiştirmelerde bu kabulü bırakmak zorundayız. Bu durumda gösteriminde denge denklemlerinin n tane lineer olmayan eşitlikten meydana geldiğini kabul edelim ve lineer olmayan denklemler $\tilde{\underline{r}}^T = [\underline{r} \ \underline{S}]$ olarak verilmiş olsun.

$$\underline{g}(\tilde{\underline{r}}) = \underline{R} \quad \text{ve} \quad \underline{g}_{n \times 1} \quad (1.25)$$

olmak üzere ,

$\tilde{\underline{r}}$ 'nin çok açık bir çözümünü vermek mümkün değil fakat iterasyon yöntemlerinden birini kullanarak mühendislikte çok geçerli bir yaklaşımla çözmek mümkündür.

Burada iterasyon yöntemi Newton Yöntemi` dir.

(1.25) eşitliğindeki i deklemini yazalım :

$$g_i(\tilde{\underline{r}}) = R_i \quad i=1, \dots, n. \quad (1.26)$$

Newton iterasyon yöntemi için Jakobi matrisi başlangıç durumu için $\tilde{\underline{r}}^0$ 'nün hesaplanması gerekir. Jakobi matrisi $\underline{g}$ 'nın kısmi türevidir.

$$\underline{J}^v = \underline{J}(\underline{\tilde{r}}) = \frac{\partial \underline{g}(\underline{\tilde{r}})}{\partial \underline{\tilde{r}}}$$

$$J_{ij} = \frac{\partial g_i}{\partial \tilde{r}_j}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (1.27)$$

olmak üzere.

$\underline{\tilde{r}}^v$ ' nün civarında şu eşitlik geçerlidir (Taylor serisi):

$$\underline{g}(\underline{\tilde{r}}^v + \partial \underline{\tilde{r}}) = \underline{g}(\underline{\tilde{r}}) + \underline{J}^v \partial \underline{\tilde{r}} = \underline{R} \quad (1.28)$$

$\partial \underline{\tilde{r}}$ yerine $\Delta \underline{\tilde{r}}$ yerleştirilirse :

$$\partial \underline{\tilde{r}} \equiv \Delta \underline{\tilde{r}} = \underline{\tilde{r}}^{v+1} - \underline{\tilde{r}}^v$$

böylece Newton-Raphson ' a göre iteratif eşitlik aşağıdaki gibi olur :

$$\underline{J}^v \underline{\tilde{r}}^{v+1} = \underline{R} - \underline{g}(\underline{\tilde{r}}) + \underline{J}^v \underline{\tilde{r}}^v \quad (1.29)$$

$$\text{veya} \quad \underline{R} = \underline{g}(\underline{\tilde{r}}) - \underline{J}^v \underline{\tilde{r}} + \underline{J}^v \underline{\tilde{r}}^{v+1} \quad (1.30)$$

dır.

Yapı sistemlerinin iteratif hesaplarında başlangıç değeri $\underline{\tilde{r}}^v$ ' nün verilmiş olan bir $\underline{R}^k$ yükü için $\underline{g}(\underline{\tilde{r}}^v) = \underline{R}^k$ denge şartını gerçekleştirmesi gerekir.

(1.30)' a göre yapılan iterasyon şöyle işler : Her yeni adımda $\underline{J}$ yeniden hesaplanması gerekir ve 1.30 eşitliği her seferinde yeniden çözülür. Şekil 1.9(a) 'da bir serbestliği olan bu sistemde iterasyondan elde edilen değerler bir iterasyonla gösterilmiştir.

İlk şekilde her iterasyon için yeni bir teğetsel yaklaşım $\underline{J}$ hesaplanmıştır. İkinci şekilde ise $\underline{\tilde{r}}$ 'nin artışı önceden verilmiş olan ϵ_r ' den küçük oluncaya kadar aynı $\underline{J}$ teğetsel yaklaşım geçerli kabul edilmiştir.

Çok boyutlu durumlarda ϵ_r , $\underline{\tilde{r}}$ ile karşılaştırılır.

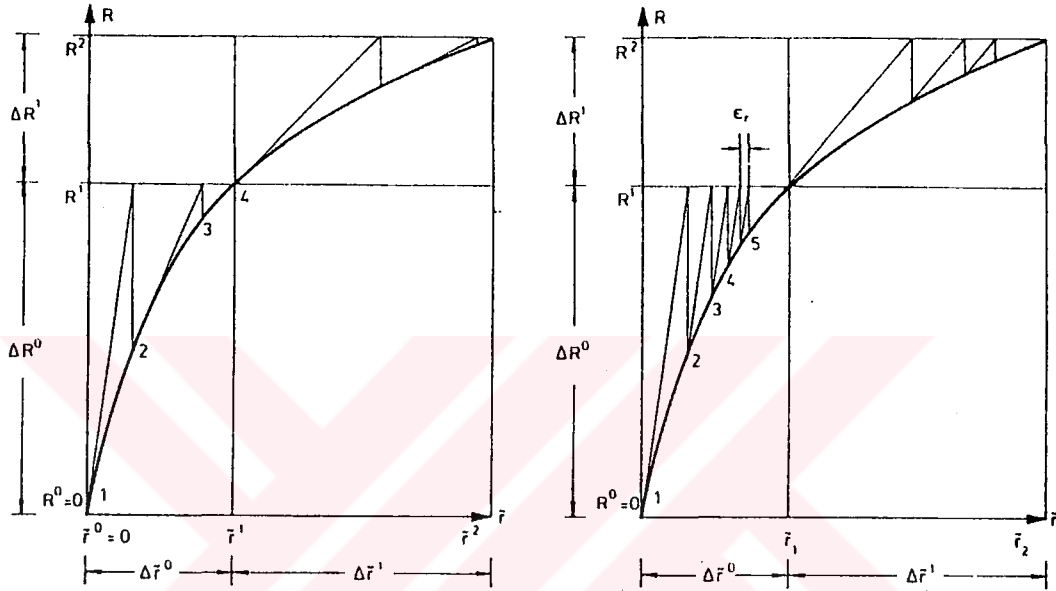
$$\|\underline{\tilde{r}}^{v+1} - \underline{\tilde{r}}^v\| < \epsilon_r \quad (1.31)$$

Buna ulaşıldığı zaman yeni bir Jakobi matrisi hesaplanacaktır.

Bu yöntem genelde modifiye edilmiş Newton-Raphson Yöntemi olarak tanımlanır.

(a) durumunda $\underline{J}$ her noktada (1-2-3- . . .) hesaplanması gerekir ve bu değer 1.30' da yerine konularak her seferinde eşitlik yeniden çözülür.

(b) durumunda ise sadece 1.30 eşitliğini çözmek yeterlidir ve bu bize daha çok nokta ile çalışma olanağı sağlar.



(a) Newton-Raphson Yöntemi

(b) Modifiye Edilmiş Newton-Raphson Yöntemi

Şekil 1.8 Orantılılık yükü için Newton-Raphson yönteminin şematik ifadesi

$\underline{J}$ inversini bu durumda :

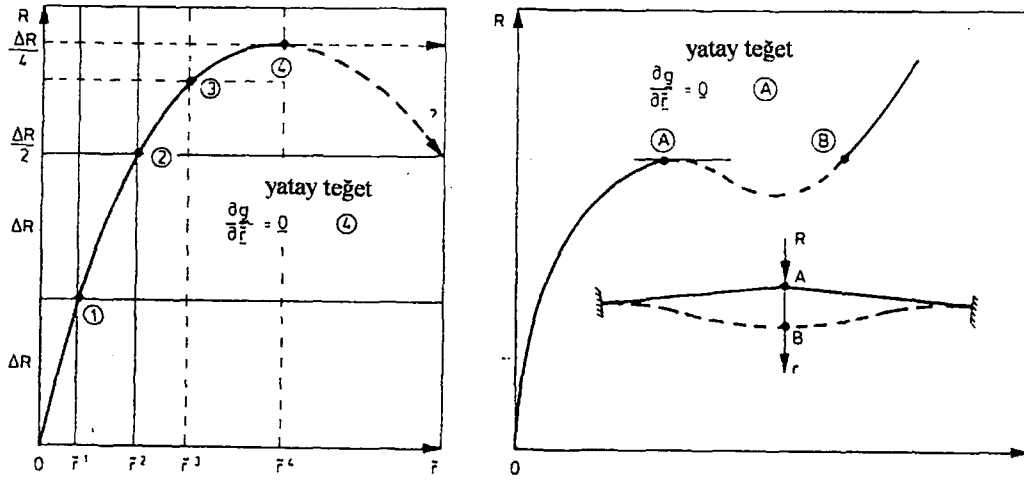
$$\|\tilde{\underline{r}}^{v+1} - \tilde{\underline{r}}^v\| < \epsilon_r$$

olduğu zaman hesaplamak gerekir. Taşıyıcı sistemlerde daima ikinci hal kullanır. Çünkü $\underline{J}$ nin inversinin alınması çok hesap gerektirir. ϵ_r 'nin büyük bir değer alması halinde birinci durumla ikinci durum iç içe girer.

Nümerik zorluklar $\det(\underline{J})$ 'nin çok küçük olması halinde ortaya çıkar. Bu durum tek boyutlu durumdaki yatay teğete tekabül etmektedir. (bkz. 1.10 (a)).

1.30 denkleminin bu durumda kesin bir çözümü yoktur. Şekil değiştirme $\tilde{\underline{r}}$ yük sabit kaldığı halde büyür. Bu durum malzeme konusunda yapılan kabulle başından inceleme dışı bırakılmıştır. Çünkü yapı malzemesinin lineer elastik bölgede kaldığı kabulü yapılmıştır. (Şekil 1.1 (b))

Özel bir durum vurgu problemlerinde ortaya çıkmaktadır. Bu gibi problemlerde yatay teğete kadar (A noktası) ulaşılır fakat yapı sistemi geometrisini değiştirerek tekrar stabil bir konuma ulaşır. Bu durum konumuz dışındadır.



(a) belirsiz şekil değiştirmeler

(b) vurgu problemi

Şekil 1.9 İteratif hesabın özel durumu

Bu sebepten biz kendimizi yükler yer değiştirme arasında belirli bir bağıntı olan bölgede sınırlayacağız. (Şekil 1.10(a) 'da gösterilen 0 'dan 4 'nç noktaya kadar ve (b) 'de gösterilen 0 'dan A 'ya kadar olan bölgede)

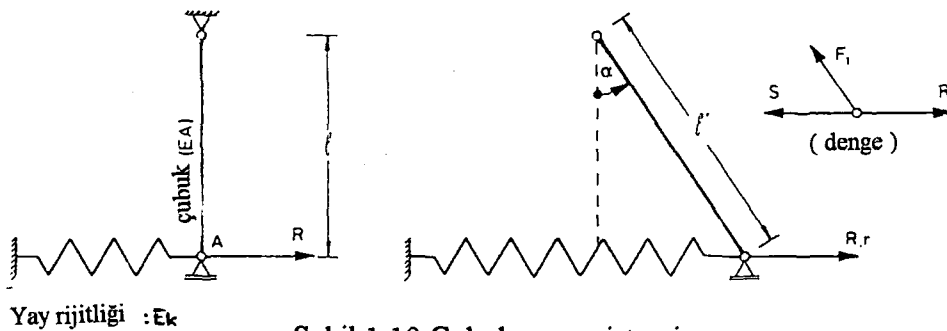
İterasyonu bir size Şekil 1.9 'daki sistem üzerinde göstereceğiz.

Bir yay ve çubuk sisteminde Newton Yöntemi kesin çözümle karşılaştırılabilir.

Örnek 1.2 :

A noktasında denge

$$-S - F_1 \sin \alpha + \lambda R = 0 \quad (i)$$



Şekil 1.10 Çubuk - yay sistemi

Yay rijitliği E_k ise :

$$S = (E_k) \cdot r$$

Çubuk kuvveti için (bkz. 1.1)

$$F_1 = EA (\ell' / \ell - 1) .$$

$$\ell' / \ell = \cos \alpha$$

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{\tan^2 \alpha + 1}} , \quad \sin \alpha = \frac{\tan \alpha}{\sqrt{\tan^2 \alpha + 1}} , \quad \tan \alpha = r / \ell$$

yukarıdaki değerler (i)`de yerine konursa :

$$-Ek r - EA \left(\sqrt{(r/\ell)^2 + 1} - 1 \right) \frac{r/\ell}{\sqrt{(r/\ell)^2 + 1}} + R = 0$$

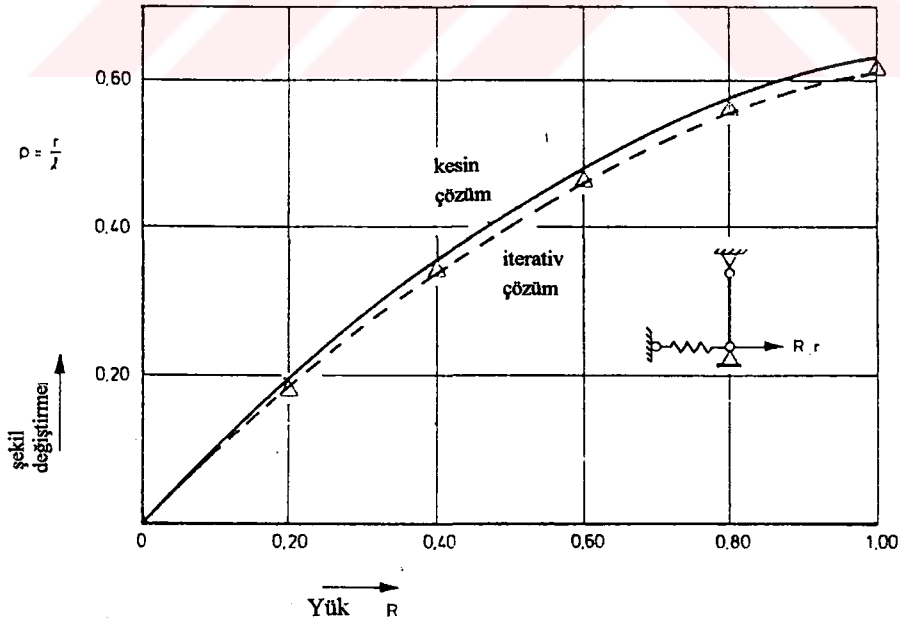
veya :

$$\rho = r / \ell \text{ ise } R = Ek \ell \rho + \frac{EA(\sqrt{\rho^2 + 1} - 1)}{\sqrt{\rho^2 + 1}} \rho$$

(ii)

elde edilir.

$R (\rho)$ `nun kesin çözümü bellidir ve 1.11.`da gösterilmiştir.



Şekil 1.11 Yük - şekil değiştirme diyagramı

Bunun için aşağıdaki eşitlikten yararlanalım :

$$\begin{aligned} g_1: \quad Ek \ell \rho + \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 + 1}} F_1 &= R \quad , \\ g_2: \quad EA(\sqrt{\rho^2 + 1} - 1) - F_1 &= 0 \quad . \end{aligned} \quad (iii)$$

Jakobi Matrisi hesaplanır :

$$\begin{aligned} J_{11} &\equiv \frac{\partial g_1}{\partial \rho} = Ek \ell + (\rho^2 + 1)^{-3/2} \quad , \\ J_{12} &\equiv \frac{\partial g_1}{\partial F_1} = \frac{\rho}{\sqrt{\rho^2 + 1}} \quad , \\ J_{21} &\equiv \frac{\partial g_2}{\partial \rho} = \frac{EA}{\sqrt{\rho^2 + 1}} \quad , \\ J_{22} &\equiv \frac{\partial g_2}{\partial F_1} = -1 \quad . \end{aligned}$$

$\rho = 0$ ve $\Delta R = 0.2$ 'den hareket edilerek iteratif yöntemle 1.30 hesaplanır.

Şekil 1.10 'da kesin çözüm iteratif çözümle beraberce çizilmiştir.

Hiperstatik sistemlerde g_i eşitlikleri genelde daha komplikedir ve çubuk uç kuvvetleri genelde şekil değiştirmelerin bir implizite fonksiyonudur.

1.6 KESİT TESİRLERİ VE ŞEKİL DEĞİŞTİRME İTERASYONU

Burada çubuk sistemlerin hesabında Newton - Raphson yönteminin kullanılışı gösterilecektir.

$\underline{R}^m$ yüküyle yüklü bir çubuk sistem gözönüne alalım. $\underline{R}^m$ 'e bağlı olarak düğüm

noktaları $\underline{r}^m$ ve

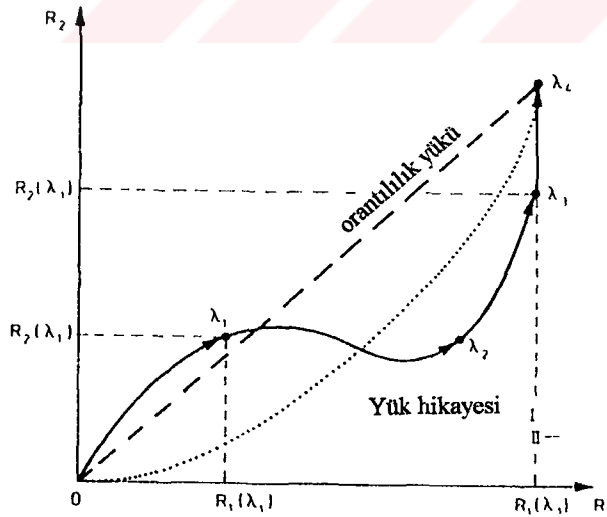
çubuk uç kuvvetleri $\underline{S}^m$ 'dir. Eğer bu vektörler biliniyorsa şekil değiştirmeler ve şekil değiştirme eğrisi bilinen yöntemlerle hesaplanabilir. Biz burada bu hesapları tekrardan kaçınmak için açıklamayacağız ve şunu belirtelimki süper pozisyon prensibi lineer olmayan bölgede geçerli değildir.

Yükleme , yüksüz durumdan hareket ederek parametrik olarak verilmiş olsun :

$$\underline{R}_i = \underline{R}_i(\lambda) \quad .$$

Böyle parametrik yükün özel durumu orantılı yüküdür ve bizde stabilite problemlerinde bu tür yükleri gözönüne almıştık. $\underline{R}(\lambda)$ 'yı " yük hikayesi " olarak tanımlayacağız ve bu durumda λ 'yı statik yükün zaman faktörü olarak tanımlayabiliriz. Genelde yük hikayesi şöyle verilmiştir :

$$\begin{aligned} \underline{R}_1^0 &= \underline{0} \quad (\text{yüksüz durum}) , \\ \underline{R}_1^1 &= \underline{R}_1^0 + \Delta \underline{R}_1^1 \\ &\vdots \\ \underline{R}_1^k &= \underline{R}_1^{k-1} + \Delta \underline{R}_1^k \\ &\vdots \\ \underline{R}_1^m &= \underline{R}_1^{m-1} + \Delta \underline{R}_1^m . \end{aligned} \quad (1.32)$$



Yük vektörü :

$$\underline{R}^1 = \begin{bmatrix} R_1(\lambda_1) \\ R_2(\lambda_1) \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}^k = \begin{bmatrix} R_1(\lambda_k) \\ R_2(\lambda_k) \end{bmatrix}$$

Şekil 1.12 Yük hikayesi

Aşağıdaki hesapta yükün artış şeklinin verildiğini farzedelim ve yük artış miktarında :

$$\|\Delta \underline{R}\| = \sqrt{\Delta \underline{R}^T \Delta \underline{R}} \quad (1.33)$$

olduğunu kabul edelim.

Kabul edelim ki yük artışı o kadar küçüktür ki $\underline{R}^k$ ve $\underline{R}^{k+1}$ yükleri arasında bir $\underline{R}$ yükü ve ona tekabül eden $\underline{r}$ yer değiştirmesi mevcut olsun.

Yüke ait bu tespitlerden sonra şimdi iteratif hesap problemine gelelim :

1.24'e göre $\underline{S}_4 \approx \underline{F}_1$

$$\underline{\bar{S}} = \underline{k}_e \underline{\bar{u}} + \underline{k}_g (\underline{S}^0) \underline{\bar{u}}$$

ve 1.30'dan

$$\underline{R} = \underline{g}(\underline{\tilde{r}}^v) + \underline{J}^v (\underline{\tilde{r}}^{v+1} - \underline{\tilde{r}}^v), \quad \underline{\tilde{r}}^T = [\underline{S} \quad \underline{r}]$$

Kesit tesirleri iterasyonu :

$$\underline{\bar{S}}^{v+1} = \underline{k}_e \underline{\bar{u}}^{v+1} + \underline{k}_g (\underline{\bar{S}}^v) \underline{\bar{u}}^{v+1} \quad (1.34)$$

Düğüm noktası için iterasyon geometrik rijitlik matrisinin türevinden elde edilir. 1.24 eşitliği şekil değiştirmemiş başlangıç durumu için geçerlidir. Her $\underline{\tilde{r}}^v$ şekil değiştirmeli başlangıç durumu için $\underline{k}_e$ elastik rijitlik matrisinde bu şekil değiştirmeye bağlı olarak değişecektir.

Bir kafes sistem elemanında $\underline{\tilde{r}}^v$ yer değiştirmeleri varsa ℓ' boyu başlangıç için aşağıdaki gibi hesaplanabilir (bkz. Şekil 1.13)

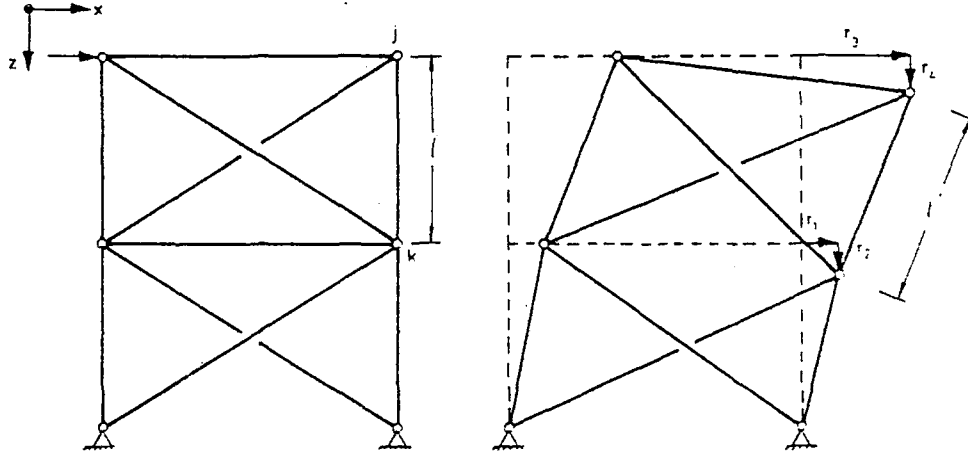
$$\ell' = \sqrt{\left[(x_j + r_3) - (x_k + r_1) \right]^2 + \left[(z_j + r_4) - (z_k + r_2) \right]^2}$$

$\underline{k}_e(\underline{r})$ şekil değiştirmiş sistemin rijitlik matrisinde ℓ yerine ℓ' koymak gerekir.

Sistemin geometrisi $\underline{\bar{S}}$ 'nin değişmesiyle değişeceği için iterasyonun $\underline{r}$ üzerinden yapılması gerekmektedir. Aşağıda v ifadesiyle bu iterasyon ifadesi verilmiştir.

$$\underline{\bar{S}}^{v+1} = \underline{k}_e (\underline{\tilde{r}}^v) \underline{\bar{u}}^{v+1} + \underline{k}_g (\underline{\bar{S}}^v) \underline{\bar{u}}^{v+1} \quad (1.35)$$

Çubuk uç şekil değiştirmeleri komşu şekil değiştirme konumu $\underline{\tilde{r}}^{v+1}$ ile kinematik şartla birbirine bağlıdır :



(a) Şekil değiştirmemiş

(b) Şekil değiştirmiş

Şekil 1.13 Şekil değiştirmiş bir sistemin geometrisi

$$\underline{u}^{v+1} = \underline{C}^T \underline{r}^{v+1} \quad (1.36)$$

Bu eşitlik için :

$$\underline{C} \underline{S}^{v+1} = \underline{R}^k \quad (1.37)$$

Burada $\underline{R}^k$ önceden verilmiş olan yük değeridir (k indisi iterasyona giren bir indis değildir).

1.35 eşitliğinden 1.37 'ye kadar gelirse aşağıdaki değerleri elde ederiz.

$$\left[\underline{K}^e(\underline{r}^v) + \underline{K}^g(\underline{S}^v) \right] \underline{r}^{v+1} = \underline{R}^k \quad (1.38)$$

$$\underline{K}^e(\underline{r}^v) = \underline{C} \underline{k}_e(\underline{r}^v) \underline{C}^T$$

$$\text{ve} \quad \underline{K}^g(\underline{S}^v) = \underline{C} \underline{k}_g(\underline{S}^v) \underline{C}^T \quad (1.39)$$

$\underline{r}^v$ ile yapılan iterasyona şekil değiştirme iterasyonu ismini veriyoruz.

Çubuk uç kuvvetleri (1.36) ve (1.35) ile bulunur :

$$\underline{S}^{v+1} = \left[\underline{k}_e(\underline{r}^v) + \underline{k}_g(\underline{S}^v) \right] \underline{C}^T \underline{r}^{v+1} \quad (1.40)$$

1.31 'e benzer şekilde hata sınırı ϵ ' a ulaşıldığı zaman iterasyonu keseriz.

$$\frac{\|\underline{r}^{v+1} - \underline{r}^v\|}{\|\underline{r}^v\|} + \frac{\|\underline{S}^{v+1} - \underline{S}^v\|}{\|\underline{S}^v\|} < \epsilon \quad (1.41)$$

En sonunda ulaşılan şekil değiştirmeler $\underline{R}^k$ yükünün düğüm noktası yer değiştirmesiyle yakındır.

$$\underline{r}^k = \underline{r}^{v+1} . \quad (1.42)$$

Aynı şey çubuk kuvvetleri içinde geçerlidir.

$$\underline{S}^k = \underline{S}^{v+1} . \quad (1.43)$$

(1.38) matris eşitliği denge konumları için pozitif tanımlıdır.

$$\det (\underline{K}^e (\underline{r}^v) + \underline{K}^g (\underline{S}^v)) > 0 .$$

Bu sebepten iterasyon esnasında

$$\det (\underline{K}^e + \underline{K}^g) \leq 0 , \quad (1.44)$$

ise $\underline{R}^k$ yük basamağında açık bir denge konumu yoktur. $\underline{R}^k$ bu durumda son iterasyon basamağından başlamak üzere $(\underline{R}^{k-1}, \underline{r}^{k-1}, \underline{S}^{k-1})$ daha küçük yük adımlarıyla hesaba devam edilmelidir (genelde $1/2 \Delta \underline{R}^k$). Pekala mümkündür ki son yük basamağı olan $\underline{R}^m$ 'e erişilemeyebilir. Bu durumda son iterasyondan elde edilen değer müsaade edilen yük olarak kabul edilebilir (kabuller çerçevesinde). Şekil 1.14 'de hesabın akış diyagramı verilmiştir.

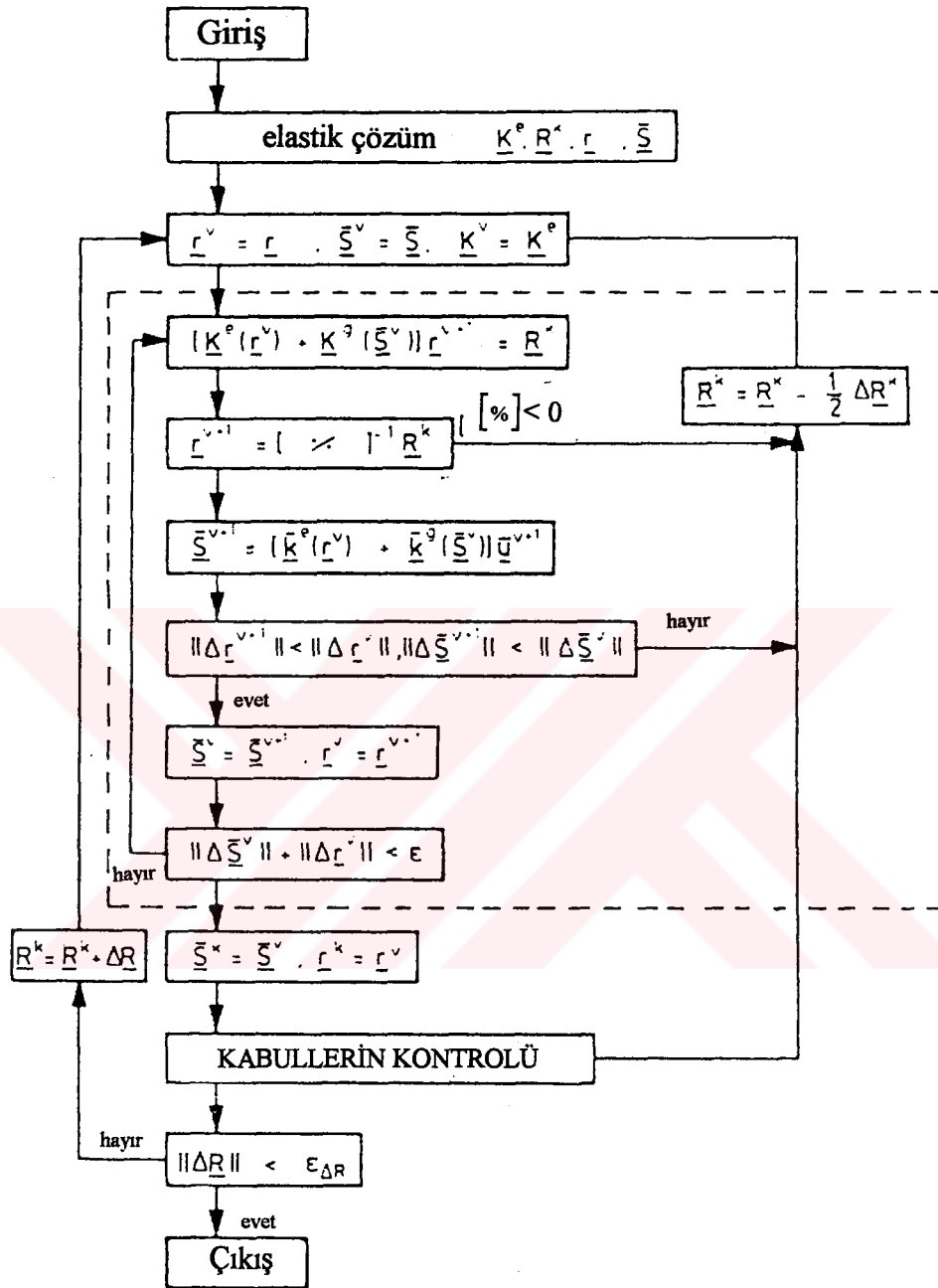
Her adımdaki hesap miktarı lineer hesapla kıyaslanırsa çok fazladır. Genelde kabul edilebilir bir sonuca 10 ~ 20 defa iterasyonla ulaşılır.

Bu sebepten her hesap programına bir kontrol hesabı yapmak gerekir. 1.14' deki akış diyagramı için yapılacak kabuller aşağıda sıralanmıştır :

- Hesabın başlangıcında ilk toplam rijitlik matrisinin pozitif tanımlı olup olmadığına bakılmalı

- Her adım arasında hesabın kabullerinin geçerli olup olmadığına bakmak gerekir. Örneğin : Kafes sistem çubukları son yüke ulaşmadan önce Euler çubuğu gibi burkulur veya müsaade edilmeyen şekil değiştirmeler meydana gelebilir.

- Ayrıca her yük adımında meydana gelen gerilmeleri kontrol etmek gerekir.

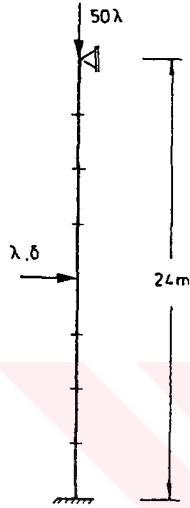


Şekil 1.14 Lineer olmayan hesap akış diyagramı

Örnek 1.3 :

Şekil 1.15(a)'da geometrisi ve yüklenme şekli görülen taşıyıcı sistem 2,4 ve 8 alt elemana bölünerek ayrı ayrı hesaplanmıştır.

Hesaplar sonunda sistemin lineer hesabı, 2,4 ve 8 eleman için linerize edilmiş hesap sonuçları ve kesin hesap yük - şekil değiştirme eğrileri aynı diyagram üzerinde gösterilmiştir.



IPE 200 , St 37

$$I_y = 1,94 \cdot 10^{-5} \text{ m}^4$$

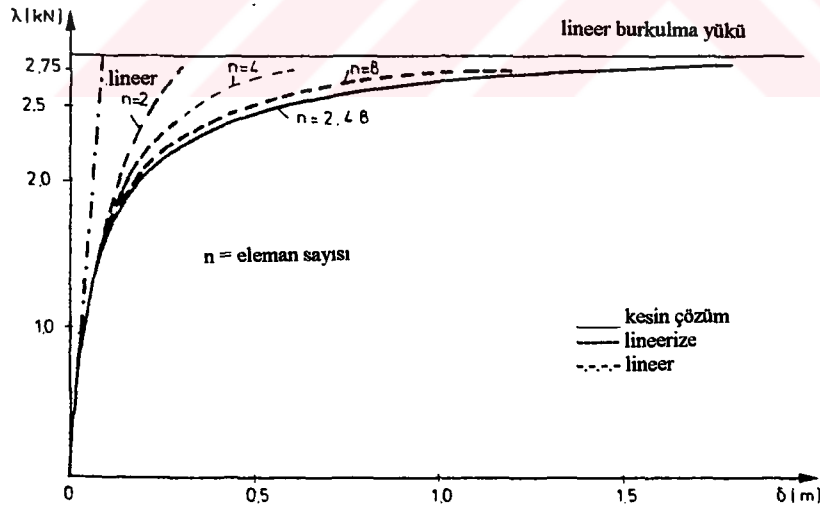
$$A = 2,85 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$E = 2,10 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$$

$\lambda=2.75$ için gerilme:

$$\max \sigma = 112034 \text{ kN/m}^2$$

(a) Sistem ve yükler

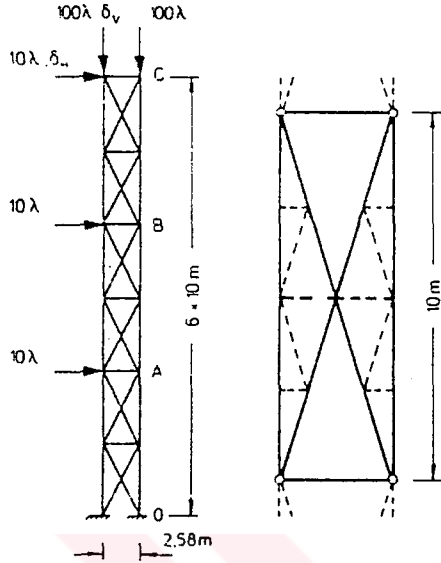


(b) Yük - Şekil değiştirme diyagramı

Şekil 1.15 Normal ve enine yük etkisinde bir elemanın farklı çözümlerinin karşılaştırılması

Örnek 1.4 :

Bir kafes sistemin orantılılık yükü için geometrik lineer olmayan bölgede hesabı :



0 - A : MSH 200 × 200 × 6,3

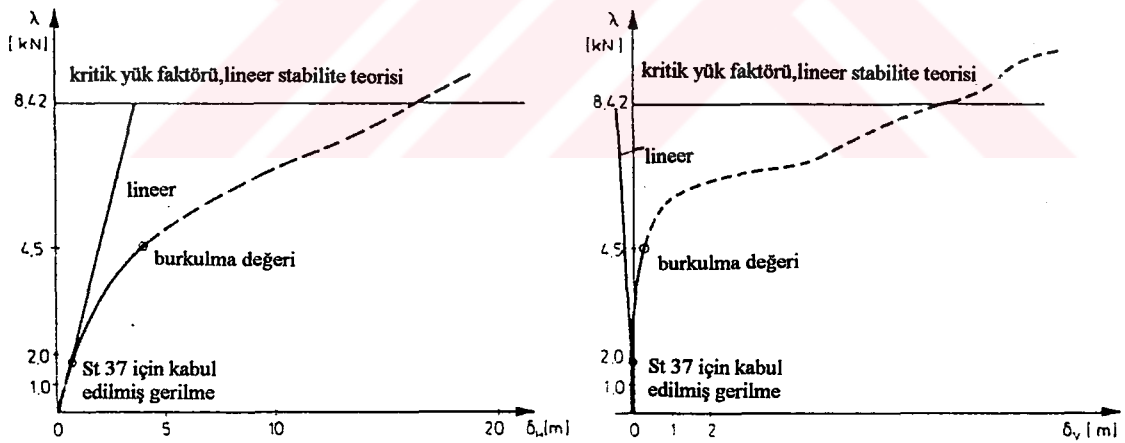
A - B : 140 × 140 × 5,6

B - C : 110 × 110 × 4,0

Burkulma boyu :

tüm çubuklar için 2.85 m

(a) Yükleme ve sistem



(b) Yük - şekil değiştirme eğrileri

Şekil 1.16 Bir kafes sistemin lineer olmayan hesabı

1.7 FİKTİF DÜĞÜM NOKTASI KUVVETLERİYLE İTERATİF ÇÖZÜM

Fiktif düğüm noktası kuvvetleri ile iterasyon şekil 1.7(b) ' de olduğu gibi büyük ölçüde modifiye edilmiş Newton-Rapshon yöntemi ile aynıdır.

Şekil değiştirme hesabı (Şekil 1.14 Akış diyagramı) elastik rijitlik matrisi $\underline{K}^e (\underline{r}^p = \underline{r}^k)$ ile yapılır.Çubuk uç kuvvetlerinin hata sınırı olan ε_s ' e ulaşınca kadar devam edilir.Ayrıca biliyoruz ki :

$$\underline{K}^g (\underline{S}^{v+1}) \underline{r}^v = \underline{K}^g (\underline{S}^v) \underline{r}^v . \quad (1.45)$$

geçerlidir.Böylece fiktif düğüm noktası kuvvetleriyle $(-\underline{K}^g \underline{r}^v)$ yapılan şekil değiştirme hesabı :

$$\underline{K}^e \underline{r}^{v+1} = \underline{R}^k - \underline{K}^g (\underline{S}^v) \underline{r}^v . \quad (1.46)$$

devam eder.

Çubuk uç kuvvetleri daha önce belirlendiği gibi :

$$\underline{S}^{v+1} = \left[\underline{k}_e + \underline{k}_g (\underline{S}^v) \right] \underline{C}^T \underline{r}^{v+1} . \quad (1.47)$$

ile hesaplanır.

$$\varepsilon_s > \|\Delta \underline{S}\|$$

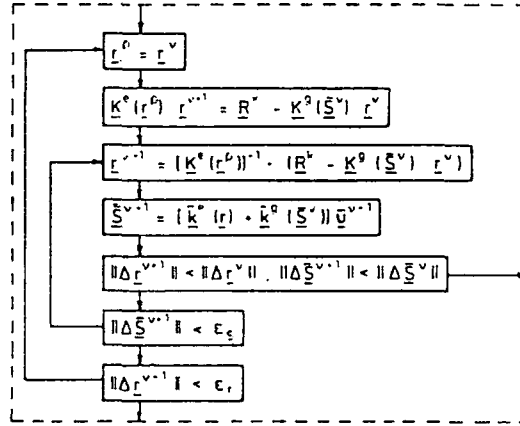
olduğu zaman iterasyon rijitlik matrisi olarak $\underline{K}^e (\underline{r}^{p+1} = \underline{r}^{v+1})$ ile tekrar edilmelidir.Şekil değiştirmeler için hata sınırı olan :

$$\varepsilon_r > \|\underline{r}^{p+1} - \underline{r}^p\| \quad (1.48)$$

değerine ulaşıldığı zaman iterasyona son verilmelidir.

ρ üzerinden yapılan iterasyon aynı yük basamağını takip eder.Yük ancak hata sınırına ulaşıldığı zaman artırılır.

Şekil 1.17 ' de modifiye edilmiş Newton-Raphson metodunun akış diyagramı görülmektedir.Bu diyagram şekil 1.14 'le verilen akış diyagramıyla aynıdır.Şekil 1.14 ' deki bazı adımlar terk edilmiştir.Fiktif düğüm noktası kuvvetleriyle yapılan iterasyon hesaplama zamanı bakımından oldukça önemli bir tasarruf sağlar.Özellikle şekil değiştirme değişikliği bir yük basamağında rölatif küçük ise daha önemli bir tasarruf sağlar.



Şekil 1.17 Modifiye Edilmiş Newton-Rapshon Yöntemi

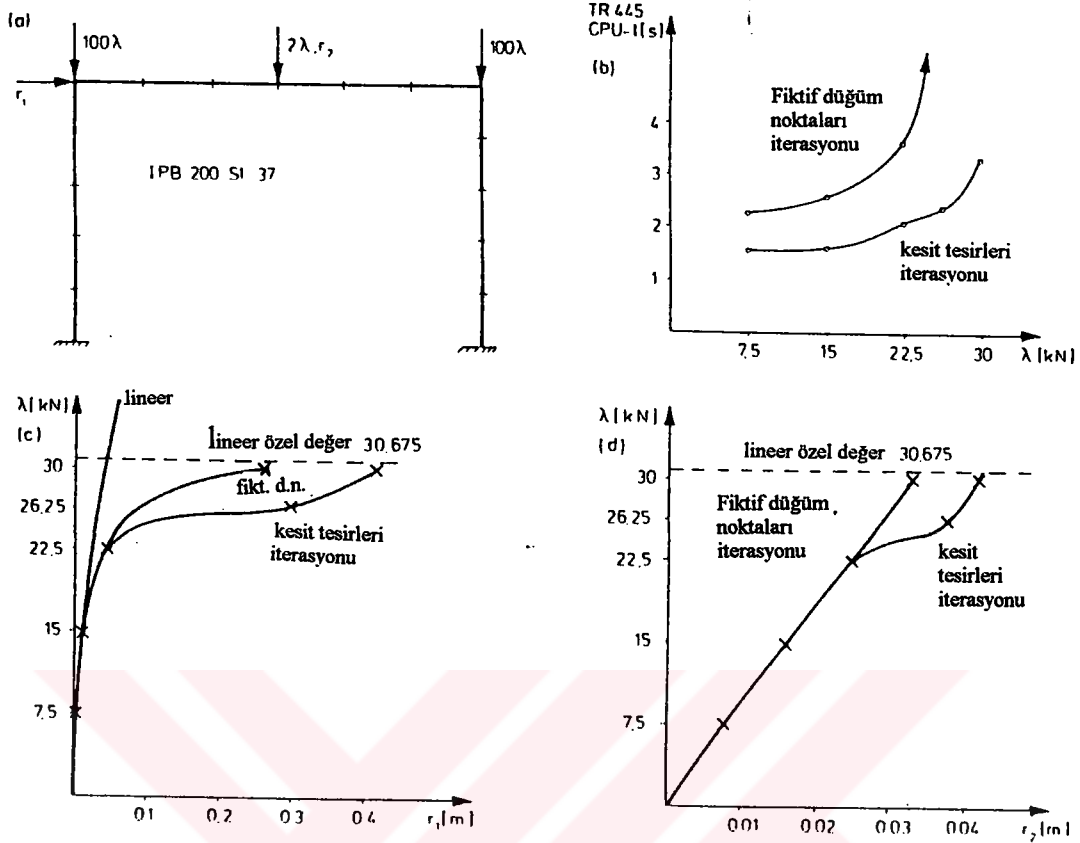
Zamanlamadaki bu tasarruf şekil değiştirme iterasyonundaki sadeleştirmeden doğmaktadır. Her itersyon adımında v 'yü bulmak için çözülen denklemlerde $K^e(r^p)$ matrisi sabittir. $K^e(r^p)$ matrisi pozitif difinitiftir ve hesap büyüklüğü $K_{n \times n}^e$ boyutundaki bir matris için n^3 'dür. (Üçgenlere ayırma yöntemiyle n^2 olmaktadır.)

Fiktif düğüm noktası kuvvetleriyle yapılan iterasyonda olduğu gibi sabit matrislerle hesap yapıldığı zaman (K^e 'nin üçgenlere ayrılması sırasındaki) ikinci ve onu takip eden iterasyonlar üçgenlere ayırma ilk defa r^p değişeceği zaman başlamalıdır. Bu durumdaki r^p 'daki değişiklikleri fiktif düğüm noktası kuvvetleri ile yapılan iterasyonun yeteneğini (yavaşlığını-hızlılığını) belirlemektedir.

Aşağıda basit bir örnek üzerinde bu iterasyon gösterilmiştir.

Örnek 1.5 :

1.17 'de görülen tek açıklıklı ankastre çerçeve karşılaştırma amacıyla bir defa kesit tesirleri iterasyonu, bir defa fiktif düğüm noktaları kuvvetleri iterasyonu ile çözülmüştür. Yük parametresi λ ile doğru orantılıdır. Sonuçlar 1.18(b) 'de CPU zamanı her yük adımı için gösterilmiştir. Burada rijitlik matrisinin iterasyonu ve iterasyonun yeniden tekrar edilmesi konusunda her yük adımı için genelde hesaplama zamanı birbirine yakındır. Yalnız şekil değiştirmelerin büyüdüğü bölgede ($\lambda > 22.5$) küçük bir farklılık görülmektedir. Buradan görüldüğü gibi fiktif düğüm noktası kuvvetleri ile yapılan iterasyondaki hesaplama zamanı şekil değiştirmelerin büyümesine bağlıdır. Büyük şekil değiştirme artırımları durumunda yöntem ekonomik olmamaktadır. $\lambda < 20$ ise bu yöntem ekonomik olabilmektedir. Fakat şu söylenebilir ki çok elemanı olan sistemlerde bu yöntem ekonomiktir.



Şekil 1.18 İterasyon yöntemlerinin karşılaştırılması

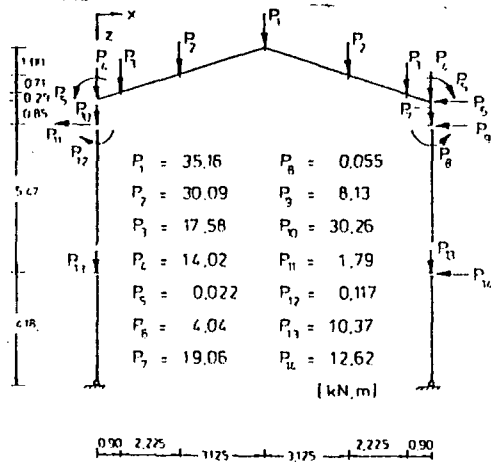
Örnek 1.6 :

Krenli bir hal binası için şekil değiştirme ve gerilme durumu hesaplanmıştır. Sistemin boyutları Şekil 1.19 'de verilmiştir.

Geometrik lineer olmayan hesap fiktif düğüm noktaları ile yapılmıştır. Bu sistem 3.5 defa artırılmış yüklerde hesaplanmıştır. Yük 0.5 adımlarıyla artırılmıştır. Sistemin lineer özdeğeri 6.11 'dir.

1.19 (c) 'de $\lambda=1$ için lineer hesapla moment diyagramı görülmektedir. 1.19 (e) 'de ise $\lambda=3.5$ için geometrik lineer olmayan hesap görülmektedir.

Şekil 1.19 (d) , r_{4x} için yük şekil değiştirme enerjisini göstermektedir. Şekil 1.19 (f) 'de ise $\lambda=3.5$ için şekil değiştirme durumu görülmektedir.

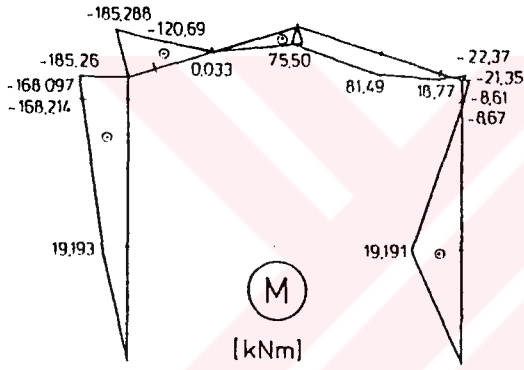
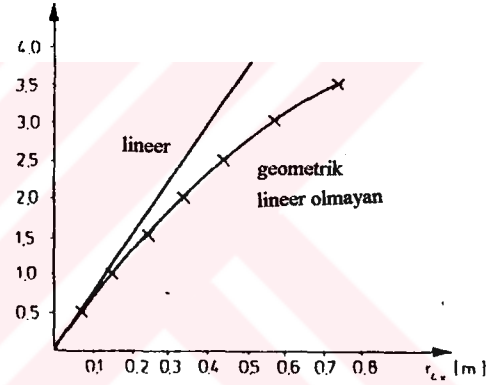
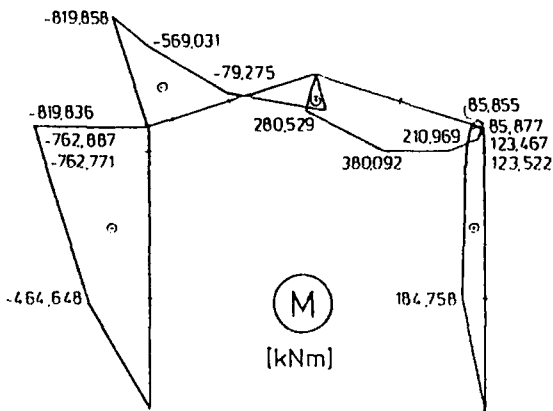
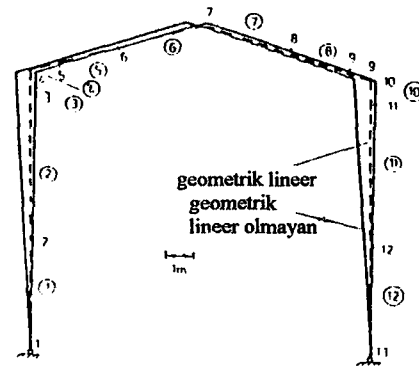


(a) Sistem ve Yükle

Element	EI [kNm]	EA [kN]
①, ⑫	$1,47198 \cdot 10^4$	$1,1802 \cdot 10^6$
②, ⑪	$3,94800 \cdot 10^4$	$1,4212 \cdot 10^6$
③, ⑩	$5,91969 \cdot 10^4$	$1,5586 \cdot 10^6$
④, ⑨	$4,44402 \cdot 10^4$	$1,4511 \cdot 10^6$
⑤, ⑧	$2,47170 \cdot 10^4$	$1,3146 \cdot 10^6$
⑥, ⑦		

$$E = 2,1 \cdot 10^8 \text{ kN/m}^2$$

(b) Kesit büyüklükleri

(c) $\lambda=1$ için moment diyagramı (lineer)(d) r_x için Yük-Şekil değiştirme diyagramı(e) $\lambda=3.5$ için moment diyagramı (geometrik lineer olmayan)(f) $\lambda=3.5$ için sistemin şekil değişimi

Şekil 1.19 Hal Yapısı

1.8 UYGULAMALARIN DEĞERLENDİRMESİ

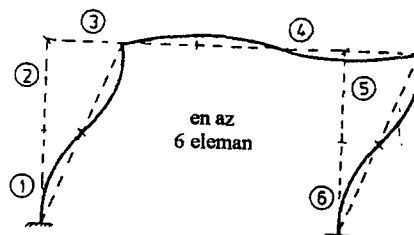
Bugün gittikçe artan sayıda olmak üzere, taşıyıcı sistemlerin dengesi şekil değiştirmiş sistem üzerinde hesaplanmaktadır. Yapı statikğinde lineer olmayan şekil değiştirmeye göre yapılan hesaplar " İkinci Mertebe Teorisi " olarak isimlendirilmektedir. İkinci mertebe teorisi hesaplarında gerek hesap yöntemi olarak , gerekse şartnamelerle nasıl bir yol izleyeceği belirlenmiştir. Chwalla ikinci mertebe teorisini ilk defa kafes sistemlerde uygulayarak " Denge Denklemlerinde elastik şekil değiştirmelerin gözönüne alınması " olarak tanımlanmıştır.

Yapılan ihmaller , örneğin bir eğilme çubuğunda eğriliğin yaklaşık olarak ele alınması gibi ikinci mertebe teorisiyle tam olarak bağdaşmamaktadır. Önemli olan burada da denge denklemlerinde şekil değiştirmelerin gözönüne alınmasıdır. Eğriliğin kesin olarak hesaplara girmesi konusu da incelenmiştir. Euler 'den (1744) beri bu tür hesaplara " Elastica problemleri " denir. Elastik eğrinin ikinci türevini eğrilığe eşit kabul etmek suretiyle yapılan yaklaşıklık , plastik hesap için yeterli olmaktadır. Buna bilindiği gibi " Kiriş Eğilme Teorisi " denmektedir.

Yapılan bu kabul , burada açıklanan hesabın en önemli kabulüdür ve bu sebepten çubuk sistemlerin stabilite hesabının iteratif yöntemle ve geometrik rijitlik matrisiyle çözümü ikinci mertebe teorisinin yaklaşık bir çözümüdür. Fakat şu husus iyice bilinmelidir ki ikinci mertebe teorisinin kesin çözümü yoktur. Çünkü daima lineer olmayan denklem takımlarının çözümü gerekmektedir ve bunları ancak iterasyonla çözebiliriz.

Geometrik rijitlik matrisiyle yapılan iterasyon oldukça doğruya yakın bir yaklaşımdır. Daha çok ve küçük elemanlarla çalışmak suretiyle Elastica problemleri çözülebilmektedir. Fakat bu kadar kesin bir çözüme de hiç bir zaman gerek olmamamaktadır. Ancak şekil değiştirmiş duruma geometrik olarak yaklaşımda ve aynı zamanda yaklaşık çözümlerde dikkat edilmesi gereken hususları 1.6 ve 1.7 'de belirtilmiştir.

Şu noktaya da işaret etmekte fayda vardır : eğer sistemin çubuklarının elastik eğrisinin eğriliği çubuk boyunca değiştiriyorsa , bir başlangıç şekil değiştirme durumundan hareket etmenin bir anlamı yoktur , bu durumda çubukları küçük elemanlara bölmek gerekir. Aksi halde elde edilen sonuçlar nümerik olarak doğru görünebilir fakat taşıyıcı sistemin gerçek durumunu bize göstermez.

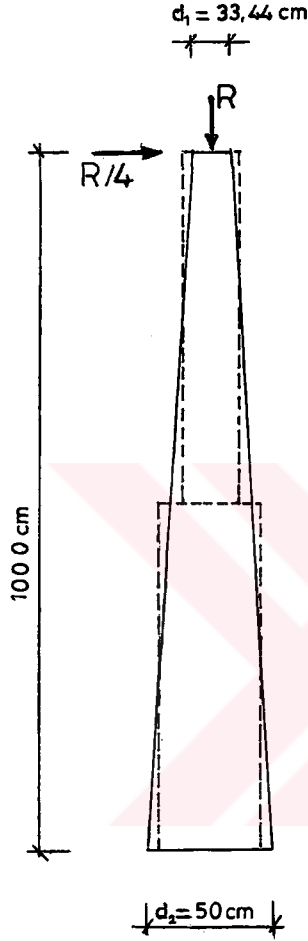


Şekil 1.20

2. SAYISAL UYGULAMALAR

2.1 KESİT TESİRLERİ İTERASYONU İLE ÇÖZÜM

ÖRNEK 1)



Şekil 2.1

Şekil 2.1 'de geometrisi ve yüklenme şekli verilen kesik koni kesitli taşıyıcı sistem , eşit boyda sabit dairesel kesitli farklı çaplara sahip iki ayrı elemana ayrılarak kritik yükü $P_k' = 1298.75 \text{ kN}$ olarak hesaplanmıştır.

$$E = 3.10^3 \text{ kN/cm}^2$$

$$I = \frac{\pi d^4}{64}$$

Sistemin geometrik lineer olmayan hesabı kesit tesirleri iterasyonu yardımıyla incelenecektir. Hesap şekil 1.13'deki akış diyagramı üzerinden sürdürülecektir.

Yükleme , yüksüz durumdan hareket ederek parametrik olarak verilmiştir.

Yük adımı olarak $\Delta R = 60 \text{ kN}$ seçiyoruz.

O halde yük vektörü :

$$\begin{aligned} R^T &= (0 \quad 0 \quad 0 \quad -1 \quad \frac{1}{4} \quad 0) \Delta R \\ &= (0 \quad 0 \quad 0 \quad -60 \quad -15 \quad 0) \end{aligned}$$

İterasyonun ilk adımı olarak elastik çözümünden $\underline{K}^e, \underline{R}^k, \underline{r}, \underline{\bar{S}}$ matrislerine ihtiyaç duyuyoruz.

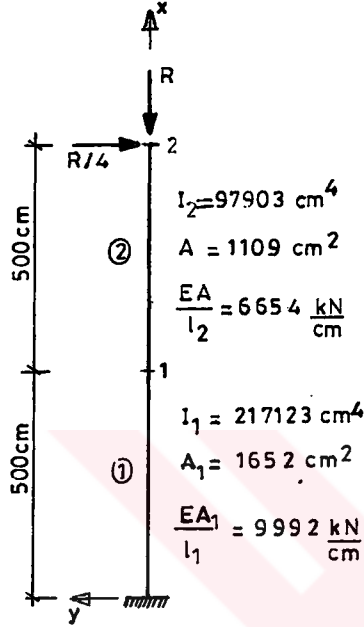
Düğüm noktaları tablosu

No	x (cm)	y (cm)
1	0	0
2	0	500
3	0	1000

Eleman tablosu

No	l	r	ℓ_i (cm)	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$
1	1	2	500	1	0
2	2	3	500	1	0

Elastik Rijitlik Matrisi $\underline{K}^e$ ve Geometrik Rijitlik Matrisi $\underline{K}^g$ direkt yöntemle oluşturulması :



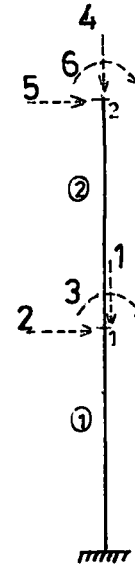
serbestlik no	1	2	3	4	5	6
eleman no						
1	4	5	6			
2	1	2	3	4	5	6

$$\underline{K} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & K_{14} & K_{15} & K_{16} \\ & K_{22} & K_{23} & K_{24} & K_{25} & K_{26} \\ & & K_{33} & K_{34} & K_{35} & K_{36} \\ & & & K_{44} & K_{45} & K_{46} \\ & \text{Sim.} & & & K_{55} & K_{56} \\ & & & & & K_{66} \end{bmatrix}$$

$$\underline{k}_e^i = \frac{2EI_y}{\ell} \begin{bmatrix} 6s^2/\ell^2 + c_1c^2 & -6sc/\ell^2 + c_1sc & 3s/\ell & -6s^2/\ell^2 - c_1c^2 & 6sc/\ell^2 - c_1sc & 3s/\ell \\ & 6c^2/\ell^2 + c_1s^2 & -3c/\ell & 6sc/\ell^2 - c_1sc & -6c^2/\ell^2 - c_1s^2 & -3c/\ell \\ & & 2 & -3s/\ell & 3c/\ell & 1 \\ & & & 6s^2/\ell^2 + c_1c^2 & -6sc/\ell^2 + c_1sc & -3s/\ell \\ & \text{sim.} & & & 6c^2/\ell^2 + c_1s^2 & 3c/\ell \\ & & & & & 2 \end{bmatrix}$$

$c_1 = A/2I_y$

$$\underline{k}_g^i = \frac{F_1}{30\ell} \begin{bmatrix} 36s^2 & -36cs & 3sl & -36s^2 & 36cs & 3sl \\ & 36c^2 & -3cl & 36cs & -36s^2 & -3cl \\ & & 4\ell^2 & -3sl & 3cl & -\ell^2 \\ & & & 36s^2 & -36cs & -3sl \\ & & & & 36c^2 & 3cl \\ & & & & & 4\ell^2 \end{bmatrix}$$



Serbestlik
Numaraları

1 elemanı için (genel koordinatlarda) eleman rijitlik matrisi :

$$\frac{2EI_y}{\ell} = \frac{2 \times 3000 \times 217123}{500} = 2605476 \text{ kNcm}$$

$$c_1 = A / 2I_y = 1652 / 2 \times 217123 = 0.003804$$

$$c = \cos \alpha = 1$$

$$s = \sin \alpha = 0$$

$$\underline{k}_e^1 = \begin{bmatrix} 9912 & 0 & 0 & -9912 & 0 & 0 \\ & 62.53 & -15632.86 & 0 & -62.53 & -15632.86 \\ & & 5210952 & 0 & 15632.86 & 2605476 \\ & & & 9912 & 0 & 0 \\ \text{sim.} & & & & 62.53 & 563286 \\ & & & & & 5210952 \end{bmatrix}$$

2 elemanı için (genel koordinatlarda) eleman rijitlik matrisi :

$$\underline{k}_e^2 = \begin{bmatrix} 6654 & 0 & 0 & -6654 & 0 & 0 \\ & 28.20 & -7049.02 & 0 & -28.20 & -7049.02 \\ & & 2349672 & 0 & 7049.02 & 1174836 \\ & & & 6654 & 0 & 0 \\ \text{sim.} & & & & 28.20 & 7049.02 \\ & & & & & 2349672 \end{bmatrix}$$

Toplam sistem elastik rijitlik matrisi :

$$\underline{K}^e = \begin{bmatrix} \underline{k}_{44}^1 + \underline{k}_{11}^2 & \underline{k}_{45}^1 + \underline{k}_{12}^2 & \underline{k}_{46}^1 + \underline{k}_{13}^2 & \underline{k}_{14}^2 & \underline{k}_{15}^2 & \underline{k}_{16}^2 \\ & \underline{k}_{55}^1 + \underline{k}_{22}^2 & \underline{k}_{56}^1 + \underline{k}_{23}^2 & \underline{k}_{24}^2 & \underline{k}_{25}^2 & \underline{k}_{26}^2 \\ & & \underline{k}_{66}^1 + \underline{k}_{33}^2 & \underline{k}_{34}^2 & \underline{k}_{35}^2 & \underline{k}_{36}^2 \\ & & & \underline{k}_{44}^2 & \underline{k}_{45}^2 & \underline{k}_{46}^2 \\ & \text{sim.} & & & \underline{k}_{55}^2 & \underline{k}_{56}^2 \\ & & & & & \underline{k}_{66}^2 \end{bmatrix}$$

$$\underline{K}^e = \begin{bmatrix} 16566 & 0 & 0 & -6654 & 0 & 0 \\ & 90.73 & 8583.84 & 0 & -28.20 & -7049.02 \\ & & 756024 & 0 & 7049.02 & 1174836 \\ & & & 6654 & 0 & 0 \\ & \text{sim.} & & & 28.1961 & 7049.02 \\ & & & & & 2349672 \end{bmatrix}$$

1 elemanı genel koordinatlarda eleman geometrik rijitlik matrisi :

$$\underline{k}_g^1 = F_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0.0024 & -0.10 & 0 & -0.0024 & -0.10 \\ & & 66.667 & 0 & 0.10 & -16.667 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & \text{sim.} & & & 0.0024 & 0.10 \\ & & & & & 66.667 \end{bmatrix}$$

2 elemanı : $c = 1$, $s = 0$, $\ell_1 = \ell_1 = \ell_2$ olduğundan $\underline{k}_g^1 = \underline{k}_g^2$ dir.

Toplam sistem geometrik rijitlik matrisi :

$$\underline{K}^g = F_1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0.0048 & 0 & 0 & -0.0024 & -0.10 \\ & & 133.334 & 0 & 0.10 & -16.6667 \\ & & & 0 & 0 & 0 \\ & & & & 0.0024 & 0.10 \\ & & & & & 66.667 \end{bmatrix}$$

$\Delta R = 60$ kNyük adımı için elastik çözümde elde edilen düğüm noktası yer değıştirmeleri :

$$P_k = 1298.75 \text{ kN}$$

$$\underline{K}^{-1} = \begin{bmatrix} 0.000100 & 0 & 0 & 0.000100 & 0 & 0 \\ 0 & 0.063967 & -0.00019 & 0 & 0.159919 & -0.00019 \\ 0 & -0.00019 & 0.000000 & 0 & -0.00057 & 0.000000 \\ 0.000100 & 0 & 0 & 0.000251 & 0 & 0 \\ 0 & 0.159919 & -0.00057 & 0 & 0.589683 & -0.00100 \\ 0 & -0.00019 & 0.000000 & 0 & -0.00100 & 0.000002 \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}^1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -60 \\ -15 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^1 = \begin{bmatrix} -0.006 \\ -2.399 \\ 0.009 \\ -0.015 \\ -8.844 \\ 0.015 \end{bmatrix} \quad \underline{R}^2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -120 \\ -30 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^2 = \begin{bmatrix} -0.012 \\ -4.798 \\ 0.017 \\ -0.030 \\ -17.689 \\ 0.030 \end{bmatrix} \quad \underline{R}^3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -180 \\ -45 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^3 = \begin{bmatrix} -0.018 \\ -7.196 \\ 0.026 \\ -0.045 \\ -26.534 \\ 0.045 \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}^4 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -240 \\ -60 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^4 = \begin{bmatrix} -0.024 \\ -9.595 \\ 0.035 \\ -0.060 \\ -35.378 \\ 0.060 \end{bmatrix} \quad \underline{R}^5 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -300 \\ -75 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^5 = \begin{bmatrix} -0.030 \\ -11.994 \\ 0.043 \\ -0.075 \\ -44.22 \\ 0.075 \end{bmatrix} \quad \underline{R}^6 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -360 \\ -90 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^6 = \begin{bmatrix} -0.036 \\ -14.393 \\ 0.052 \\ -0.090 \\ -53.067 \\ 0.090 \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}^7 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -420 \\ -105 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^7 = \begin{bmatrix} -0.042 \\ -16.792 \\ 0.060 \\ -0.105 \\ -61.912 \\ 0.105 \end{bmatrix} \quad \underline{R}^8 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -480 \\ -120 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^8 = \begin{bmatrix} -0.048 \\ -19.190 \\ 0.069 \\ -0.121 \\ -70.757 \\ 0.120 \end{bmatrix} \quad \underline{R}^9 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -540 \\ -135 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^9 = \begin{bmatrix} -0.054 \\ -21.589 \\ 0.078 \\ -0.136 \\ -79.601 \\ 0.135 \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}^{10} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -600 \\ -150 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^{10} = \begin{bmatrix} -0.061 \\ -23.988 \\ 0.086 \\ -0.151 \\ -88.446 \\ 0.150 \end{bmatrix} \quad \underline{R}^{11} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -660 \\ -165 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^{11} = \begin{bmatrix} -0.067 \\ -26.388 \\ 0.095 \\ -0.166 \\ -97.290 \\ 0.165 \end{bmatrix} \quad \underline{R}^{12} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -720 \\ -180 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^{12} = \begin{bmatrix} -0.073 \\ -28.786 \\ 0.103 \\ -0.181 \\ -106.134 \\ 0.180 \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}^{13} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -780 \\ -195 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^{13} = \begin{bmatrix} -0.079 \\ -31.184 \\ 0.112 \\ -0.196 \\ -114.979 \\ 0.195 \end{bmatrix} \quad \underline{R}^{14} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -840 \\ -210 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^{14} = \begin{bmatrix} -0.084 \\ -33.583 \\ 0.121 \\ -0.211 \\ -123.824 \\ 0.210 \end{bmatrix} \quad \underline{R}^{15} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -900 \\ -225 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^{15} = \begin{bmatrix} -0.090 \\ -35.982 \\ 0.130 \\ -0.226 \\ -132.668 \\ 0.225 \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}^{16} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -960 \\ -240 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^{16} = \begin{bmatrix} -0.097 \\ -38.381 \\ 0.138 \\ -0.241 \\ -141.513 \\ 0.240 \end{bmatrix} \quad \underline{R}^{17} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1020 \\ -255 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^{17} = \begin{bmatrix} -0.103 \\ -40.779 \\ 0.147 \\ -0.256 \\ -150.357 \\ 0.255 \end{bmatrix} \quad \underline{R}^{18} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1080 \\ -270 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^{18} = \begin{bmatrix} -0.109 \\ -43.178 \\ 0.155 \\ -0.271 \\ -159.202 \\ 0.270 \end{bmatrix}$$

$$\underline{R}^{19} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1140 \\ -285 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^{19} = \begin{bmatrix} -0.115 \\ -45.577 \\ 0.164 \\ -0.286 \\ -168.047 \\ 0.285 \end{bmatrix} \quad \underline{R}^{20} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1200 \\ -300 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^{20} = \begin{bmatrix} -0.121 \\ -47.976 \\ 0.173 \\ -0.301 \\ -176.891 \\ 0.300 \end{bmatrix} \quad \underline{R}^{21} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -1260 \\ -315 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{r}^{21} = \begin{bmatrix} -0.127 \\ -50.375 \\ 0.181 \\ -0.316 \\ -185.736 \\ 0.315 \end{bmatrix}$$

NEWTON - RAPHSON ITERASYONU

1) Elastik cozumden K^e , R^k , r , S

$$K^e = \begin{bmatrix} 16566 & 0 & 0 & -6654 & 0 & 0 \\ 0 & 90.7275 & 8583.84 & 0 & -28.196 & -7049 \\ 0 & 8583.84 & 7560624 & 0 & 7049.02 & 1174836 \\ -6654 & 0 & 0 & 6654 & 0 & 0 \\ 0 & -28.196 & 7049.02 & 0 & 28.1961 & 7049.02 \\ 0 & -7049 & 1174836 & 0 & 7049.02 & 2349672 \end{bmatrix}$$

$$R^k = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -60 \\ -15 \\ 0 \end{bmatrix} \quad r = \begin{bmatrix} -0.0061 \\ -2.3988 \\ 0.00864 \\ -0.0151 \\ -8.8446 \\ 0.01502 \end{bmatrix} \quad S = \begin{bmatrix} 60 \\ 15 \\ -15000 \\ -60 \\ -15 \\ 7500 \\ 60 \\ 15 \\ -7500 \\ -60 \\ -15 \\ -3E-12 \end{bmatrix}$$

2) $r^1 = r$, $S^1 = S$, $K^1 = K$

$$r^1 = \begin{bmatrix} -0.0061 \\ -2.3988 \\ 0.00864 \\ -0.0151 \\ -8.8446 \\ 0.01502 \end{bmatrix} \quad S^1 = \begin{bmatrix} 60 \\ 15 \\ -15000 \\ -60 \\ -15 \\ 7500 \\ 60 \\ 15 \\ -7500 \\ -60 \\ -15 \\ -3E-12 \end{bmatrix}$$

$$K^1 = \begin{bmatrix} 16566 & 0 & 0 & -6654 & 0 & 0 \\ 0 & 90.7275 & 8583.84 & 0 & -28.196 & -7049 \\ 0 & 8583.84 & 7560624 & 0 & 7049.02 & 1174836 \\ -6654 & 0 & 0 & 6654 & 0 & 0 \\ 0 & -28.196 & 7049.02 & 0 & 28.1961 & 7049.02 \\ 0 & -7049 & 1174836 & 0 & 7049.02 & 2349672 \end{bmatrix}$$

$$3) \quad [K_e(r1) + K_g(S1)] * r2 = R1$$

$$K_e = \begin{bmatrix} 16566 & 0 & 0 & -6654 & 0 & 0 \\ 0 & 90.7275 & 8583.84 & 0 & -28.196 & -7049 \\ 0 & 8583.84 & 7560624 & 0 & 7049.02 & 1174836 \\ -6654 & 0 & 0 & 6654 & 0 & 0 \\ 0 & -28.196 & 7049.02 & 0 & 28.1961 & 7049.02 \\ 0 & -7049 & 1174836 & 0 & 7049.02 & 2349672 \end{bmatrix}$$

$$K_g = F1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0048 & 0 & 0 & -0.0024 & -0.1 \\ 0 & 0 & 133.334 & 0 & 0.1 & -16.667 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0024 & 0.1 & 0 & 0.0024 & 0.1 \\ 0 & -0.1 & -16.667 & 0 & 0.1 & 66.667 \end{bmatrix}$$

$$F1 = -60 \text{ kN} \quad (1 \text{ ve } 2 \text{ cubuklari icin ayni deger})$$

$$K_g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.288 & 0 & 0 & 0.144 & 6 \\ 0 & 0 & -8000 & 0 & -6 & 1000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.144 & -6 & 0 & -0.144 & -6 \\ 0 & 6 & 1000 & 0 & -6 & -4000 \end{bmatrix}$$

$$K_e + K_g = \begin{bmatrix} 16566 & 0 & 0 & -6654 & 0 & 0 \\ 0 & 90.4395 & 8583.84 & 0 & -28.052 & -7043 \\ 0 & 8583.84 & 7552624 & 0 & 7043.02 & 1175836 \\ -6654 & 0 & 0 & 6654 & 0 & 0 \\ 0 & -28.052 & 7043.02 & 0 & 28.0521 & 7043.02 \\ 0 & -7043 & 1175836 & 0 & 7043.02 & 2345672 \end{bmatrix}$$

$$R1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -60 \\ -15 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$4) \quad r2 = [Ke(r1) + Kg(s1)] - 1 * R1$$

$$[Ke(r1) + Kg(s1)] = [%]$$

$$[%] - 1 = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.06574 & -0.0002 & 0 & 0.16668 & -0.0002 \\ 0 & -0.0002 & 7.9E-07 & 0 & -0.0006 & 8.1E-07 \\ 0.0001 & 0 & 0 & 0.00025 & 0 & 0 \\ 0 & 0.16668 & -0.0006 & 0 & 0.61747 & -0.0011 \\ 0 & -0.0002 & 8.1E-07 & 0 & -0.0011 & 2.6E-06 \end{bmatrix}$$

$$R1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -60 \\ -15 \\ 0 \end{bmatrix} \quad r2 = \begin{bmatrix} -0.0061 \\ -2.5003 \\ 0.00902 \\ -0.0151 \\ -9.262 \\ 0.01578 \end{bmatrix}$$

$$cT = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$u2 = cT * r2$$

$$u2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.0061 \\ -2.5003 \\ 0.00902 \\ -0.0061 \\ -2.5003 \\ 0.00902 \\ -0.0151 \\ -9.262 \\ 0.01578 \end{bmatrix}$$

5) $Sv+1 = [ke(r1) + kg(s1)] * u2$

$$ke = \begin{bmatrix} 9912 & 0 & 0 & -9912 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 62.5314 & -15633 & 0 & -62.531 & -15633 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -15633 & 5210952 & 0 & 15632.9 & 2605476 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -9912 & 0 & 0 & 9912 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -62.531 & 15632.9 & 0 & 62.5314 & 15632.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -15633 & 2605476 & 0 & 15632.9 & 5210952 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6654 & 0 & 0 & -6654 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 28.1961 & -7049 & 0 & -28.196 & -7049 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7049 & 2349672 & 0 & 7049.02 & 1174836 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6654 & 0 & 0 & 6654 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -28.196 & 7049.02 & 0 & 28.1961 & 7049.02 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7049 & 1174836 & 0 & 7049.02 & 2349672 \end{bmatrix}$$

$$kg = F1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0024 & -0.1 & 0 & -0.0024 & -0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1 & 66.667 & 0 & 0.1 & -16.667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0024 & 0.1 & 0 & 0.0024 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1 & -16.667 & 0 & 0.1 & 66.667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0024 & -0.1 & 0 & -0.0024 & -0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1 & 66.667 & 0 & 0.1 & -16.667 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0024 & 0.1 & 0 & 0.0024 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1 & -16.667 & 0 & 0.1 & 66.667 \end{bmatrix}$$

$$u2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.0061 \\ -2.5003 \\ 0.00902 \\ -0.0061 \\ -2.5003 \\ 0.00902 \\ -0.0151 \\ -9.262 \\ 0.01578 \end{bmatrix} \quad s2 = \begin{bmatrix} 60 \\ 15 \\ -15556 \\ -60 \\ -15 \\ 7932.77 \\ 60 \\ 15 \\ -7869.6 \\ -60 \\ -15 \\ -9E-12 \end{bmatrix}$$

6) II delr2 II < II delr1 II , II dels2 II < II delS1 II

$$r2 = \begin{bmatrix} -0.0061 \\ -2.5003 \\ 0.00902 \\ -0.0151 \\ -9.262 \\ 0.01578 \end{bmatrix} \quad r1 = \begin{bmatrix} -0.0061 \\ -2.3988 \\ 0.00864 \\ -0.0151 \\ -8.8446 \\ 0.01502 \end{bmatrix} \quad \text{delr2} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0.1015 \\ 0.00039 \\ 0 \\ -0.4174 \\ 0.00076 \end{bmatrix}$$

-->

$$r1 = \begin{bmatrix} -0.0061 \\ -2.3988 \\ 0.00864 \\ -0.0151 \\ -8.8446 \\ 0.01502 \end{bmatrix} \quad r0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{delr1} = \begin{bmatrix} -0.0061 \\ -2.3988 \\ 0.00864 \\ -0.0151 \\ -8.8446 \\ 0.01502 \end{bmatrix}$$

-->

$$s2 = \begin{bmatrix} 60 \\ 15 \\ -15556 \\ -60 \\ -15 \\ 7932.77 \\ 60 \\ 15 \\ -7869.6 \\ -60 \\ -15 \\ -9E-12 \end{bmatrix} \quad s1 = \begin{bmatrix} 60 \\ 15 \\ -15000 \\ -60 \\ -15 \\ 7500 \\ 60 \\ 15 \\ -7500 \\ -60 \\ -15 \\ -3E-12 \end{bmatrix} \quad \text{dels2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -555.72 \\ 0 \\ 0 \\ 432.769 \\ 0 \\ 0 \\ -369.62 \\ 0 \\ 0 \\ -6E-12 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{ccc}
 S1 = \begin{bmatrix} 60 \\ 15 \\ -15000 \\ -60 \\ -15 \\ 7500 \\ 60 \\ 15 \\ -7500 \\ -60 \\ -15 \\ -3E-12 \end{bmatrix} & S0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & delS1 = \begin{bmatrix} 60 \\ 15 \\ -15000 \\ -60 \\ -15 \\ 7500 \\ 60 \\ 15 \\ -7500 \\ -60 \\ -15 \\ -3E-12 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

7) $S1 = S2$, $r1 = r2$

$$\begin{array}{ccc}
 S1 = S2 = \begin{bmatrix} 60 \\ 15 \\ -15556 \\ -60 \\ -15 \\ 7932.77 \\ 60 \\ 15 \\ -7869.6 \\ -60 \\ -15 \\ -9E-12 \end{bmatrix} & r1 = r2 = \begin{bmatrix} -0.0061 \\ -2.5003 \\ 0.00902 \\ -0.0151 \\ -9.262 \\ 0.01578 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

8) $II \text{ del}S1 \text{ II} + II \text{ del}r1 \text{ II} < EPS$

r3y yerdgistirmesi ve 2 elemani S5 ic kuvveti icin :

$$5.3E-15 + 0.4174 = 0.4174 > EPS \quad (EPS \equiv \epsilon = 1.10^{-5})$$

ITERASYON 2.ADIM :

2_1) $r1 = r$, $S1 = S$, $K1 = Ke$

$$\begin{array}{ccc}
 r1 = \begin{bmatrix} -0.0061 \\ -2.5003 \\ 0.00902 \\ -0.0151 \\ -9.262 \\ 0.01578 \end{bmatrix} & S1 = \begin{bmatrix} 60 \\ 15 \\ -15556 \\ -60 \\ -15 \\ 7932.77 \\ 60 \\ 15 \\ -7869.6 \\ -60 \\ -15 \\ -9E-12 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

$$K1 = \begin{bmatrix} 16566 & 0 & 0 & -6654 & 0 & 0 \\ 0 & 90.7275 & 8583.84 & 0 & -28.196 & -7049 \\ 0 & 8583.84 & 7560624 & 0 & 7049.02 & 1174836 \\ -6654 & 0 & 0 & 6654 & 0 & 0 \\ 0 & -28.196 & 7049.02 & 0 & 28.1961 & 7049.02 \\ 0 & -7049 & 1174836 & 0 & 7049.02 & 2349672 \end{bmatrix}$$

$$2_2) \quad [K_e(r1) + K_g(S1)] * r2 = R1$$

$$K_e = \begin{bmatrix} 16566 & 0 & 0 & -6654 & 0 & 0 \\ 0 & 90.7275 & 8583.84 & 0 & -28.196 & -7049 \\ 0 & 8583.84 & 7560624 & 0 & 7049.02 & 1174836 \\ -6654 & 0 & 0 & 6654 & 0 & 0 \\ 0 & -28.196 & 7049.02 & 0 & 28.1961 & 7049.02 \\ 0 & -7049 & 1174836 & 0 & 7049.02 & 2349672 \end{bmatrix}$$

$$K_g = F1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0048 & 0 & 0 & -0.0024 & -0.1 \\ 0 & 0 & 133.334 & 0 & 0.1 & -16.667 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0024 & 0.1 & 0 & 0.0024 & 0.1 \\ 0 & -0.1 & -16.667 & 0 & 0.1 & 66.667 \end{bmatrix}$$

$$F1 = -60 \text{ kN} \quad (1 \text{ ve } 2 \text{ cubuklari icin ayni deger})$$

$$K_g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.288 & 0 & 0 & 0.144 & 6 \\ 0 & 0 & -8000 & 0 & -6 & 1000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.144 & -6 & 0 & -0.144 & -6 \\ 0 & 6 & 1000 & 0 & -6 & -4000 \end{bmatrix}$$

$$K_e + K_g = \begin{bmatrix} 0 & 60 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 14.712 & 0 & 0 & 0.144 & 6 \\ 0 & -7869.6 & -8000 & 0 & -6 & 1000 \\ 0 & -60 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -14.856 & -6 & 0 & -0.144 & -6 \\ 0 & 6 & 1000 & 0 & -6 & -4000 \end{bmatrix}$$

$$R1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -120 \\ -30 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$4) \quad r2 = [Ke(r1) + Kg(s1)] - 1 * R1$$

$$Ke + Kg) - 1 = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.06574 & -0.0002 & 0 & 0.16668 & -0.0002 \\ 0 & -0.0002 & 7.9E-07 & 0 & -0.0006 & 8.1E-07 \\ 0.0001 & 0 & 0 & 0.00025 & 0 & 0 \\ 0 & 0.16668 & -0.0006 & 0 & 0.61747 & -0.0011 \\ 0 & -0.0002 & 8.1E-07 & 0 & -0.0011 & 2.6E-06 \end{bmatrix}$$

$$R1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -120 \\ -30 \\ 0 \end{bmatrix} \quad r2 = \begin{bmatrix} -0.0121 \\ -5.0005 \\ 0.01804 \\ -0.0301 \\ -18.524 \\ 0.03156 \end{bmatrix}$$

$$cT = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$u2 = cT * r2$$

$$u2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.0121 \\ -5.0005 \\ 0.01804 \\ -0.0121 \\ -5.0005 \\ 0.01804 \\ -0.0301 \\ -18.524 \\ 0.03156 \end{bmatrix}$$

5) $Sv+1=[ke(r1)+kg(s1)]*u2$

$$ke = \begin{bmatrix} 9912 & 0 & 0 & -9912 & 0 & 0 \\ 0 & 62.5314 & -15633 & 0 & -62.531 & 0 \\ 0 & -15633 & 5210952 & 0 & 15632.9 & -15633 \\ -9912 & 0 & 0 & 9912 & 0 & 0 \\ 0 & -62.531 & 15632.9 & 0 & 62.5314 & 15632.9 \\ 0 & -15633 & 2605476 & 0 & 15632.9 & 5210952 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -15633 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2605476 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 15632.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 5210952 & 0 & 6654 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 28.1961 & -7049 & -7049 & -28.196 & 0 \\ 0 & -7049 & 2349672 & 2349672 & 7049.02 & -7049 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1174836 \\ 0 & -6654 & 0 & 6654 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -28.196 & 28.196 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

F1 = -60 kN (her iki cubuk için aynı)

$$kg = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.144 & 6 & 0 & 0.144 & 6 \\ 0 & 6 & -4000 & 0 & -6 & 1000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.144 & -6 & 0 & -0.144 & -6 \\ 0 & 6 & 1000 & 0 & -6 & -1000 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1000 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.144 & 6 & 0 & 0.144 & 6 \\ 0 & 6 & -4000 & 0 & -6 & 1000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.144 & 6 & 0 & 0.144 & -6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 9912 & 0 & 0 & -9912 & 0 & -62.387 & -15627 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 62.3874 & -15627 & 0 & -62.387 & -15627 & -15627 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -15627 & 5209952 & 0 & 15626.9 & 2606476 & 2606476 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -9912 & 0 & 0 & 9912 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -62.387 & 15626.9 & 0 & 62.3874 & 15626.9 & 15626.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -15627 & 2606476 & 0 & 15626.9 & 5209952 & 5209952 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6654 & 0 & 0 & -6654 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 28.0521 & -7043 & 0 & -28.052 & -7043 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7043 & 2349672 & 0 & 7043.02 & 1175836 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6654 & 0 & 0 & 6654 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -28.052 & 7043.02 & 0 & 28.0521 & 7043.02 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7043 & 1175836 & 0 & 7043.02 & 2345672 & 0 \end{bmatrix}$$

 $ke+kg =$

$$\begin{bmatrix} 120 \\ 30 \\ -31111 \\ -120 \\ -30 \\ 15865.5 \\ 120 \\ 30 \\ -15739 \\ -120 \\ -30 \\ -2E-11 \end{bmatrix}$$

 $S2 =$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.0121 \\ -5.0005 \\ 0.01804 \\ -0.0121 \\ -5.0005 \\ 0.01804 \\ -0.0301 \\ -18.524 \\ 0.03156 \end{bmatrix}$$

 $u2 =$

6) II delr2 II < II delr1 II , II dels2 II < II dels1 II

$$r2 = \begin{bmatrix} -0.0121 \\ -5.0005 \\ 0.01804 \\ -0.0301 \\ -18.524 \\ 0.03156 \end{bmatrix} \quad r1 = \begin{bmatrix} -0.0061 \\ -2.5003 \\ 0.00902 \\ -0.0151 \\ -9.262 \\ 0.01578 \end{bmatrix} \quad delr2 = \begin{bmatrix} -0.0061 \\ -2.5003 \\ 0.00902 \\ -0.0151 \\ -9.262 \\ 0.01578 \end{bmatrix}$$

$$r1 = \begin{bmatrix} -0.0061 \\ -2.5003 \\ 0.00902 \\ -0.0151 \\ -9.262 \\ 0.01578 \end{bmatrix} \quad r0 = \begin{bmatrix} -0.0061 \\ -2.3988 \\ 0.00864 \\ -0.0151 \\ -8.8446 \\ 0.01502 \end{bmatrix} \quad delr1 = \begin{bmatrix} -0.0121 \\ -4.8991 \\ 0.01766 \\ -0.0301 \\ -18.107 \\ 0.0308 \end{bmatrix}$$

$$s2 = \begin{bmatrix} 120 \\ 30 \\ -31111 \\ -120 \\ -30 \\ 15865.5 \\ 120 \\ 30 \\ -15739 \\ -120 \\ -30 \\ -2E-11 \end{bmatrix} \quad s1 = \begin{bmatrix} 60 \\ 15 \\ -15556 \\ -60 \\ -15 \\ 7932.77 \\ 60 \\ 15 \\ -7869.6 \\ -60 \\ -15 \\ -9E-12 \end{bmatrix} \quad dels2 = \begin{bmatrix} 60 \\ 15 \\ -15556 \\ -60 \\ -15 \\ 7932.77 \\ 60 \\ 15 \\ -7869.6 \\ -60 \\ -15 \\ -9E-12 \end{bmatrix}$$

$$s1 = \begin{bmatrix} 60 \\ 15 \\ -15556 \\ -60 \\ -15 \\ 7932.77 \\ 60 \\ 15 \\ -7869.6 \\ -60 \\ -15 \\ -9E-12 \end{bmatrix} \quad s0 = \begin{bmatrix} 60 \\ 15 \\ -15000 \\ -60 \\ -15 \\ 7500 \\ 60 \\ 15 \\ -7500 \\ -60 \\ -15 \\ -3E-12 \end{bmatrix} \quad dels1 = \begin{bmatrix} 120 \\ 30 \\ -30556 \\ -120 \\ -30 \\ 15432.8 \\ 120 \\ 30 \\ -15370 \\ -120 \\ -30 \\ -1E-11 \end{bmatrix}$$

7) $S1 = S2$, $r1 = r2$

$$S1 = S2 = \begin{bmatrix} 120 \\ 30 \\ -31111 \\ -120 \\ -30 \\ 15865.5 \\ 120 \\ 30 \\ -15739 \\ -120 \\ -30 \\ -2E-11 \end{bmatrix} \quad r1 = r2 = \begin{bmatrix} -0.0121 \\ -5.0005 \\ 0.01804 \\ -0.0301 \\ -18.524 \\ 0.03156 \end{bmatrix}$$

8) $II \text{ del} S1 \text{ II} + II \text{ del} r1 \text{ II} < EPS$

r3y yerdegistirmesi ve 2 elemani S5 ic kuvveti icin :

$$15 + 9.26198 = 9.26198 > EPS$$

3. ITERASYON ADIMI :

3_1) $r1 = r$, $S1 = S$, $K1 = Ke$

$$r1 = \begin{bmatrix} -0.0121 \\ -5.0005 \\ 0.01804 \\ -0.0301 \\ -18.524 \\ 0.03156 \end{bmatrix} \quad S1 = \begin{bmatrix} 120 \\ 30 \\ -31111 \\ -120 \\ -30 \\ 15865.5 \\ 120 \\ 30 \\ -15739 \\ -120 \\ -30 \\ -2E-11 \end{bmatrix}$$

$$K1 = \begin{bmatrix} 16566 & 0 & 0 & -6654 & 0 & 0 \\ 0 & 90.7275 & 8583.84 & 0 & -28.196 & -7049 \\ 0 & 8583.84 & 7560624 & 0 & 7049.02 & 1174836 \\ -6654 & 0 & 0 & 6654 & 0 & 0 \\ 0 & -28.196 & 7049.02 & 0 & 28.1961 & 7049.02 \\ 0 & -7049 & 1174836 & 0 & 7049.02 & 2349672 \end{bmatrix}$$

$$3_2) \quad [K_e(r1) + K_g(S1)] * r2 = R1$$

$$K_e = \begin{bmatrix} 16566 & 0 & 0 & -6654 & 0 & 0 \\ 0 & 90.7275 & 8583.84 & 0 & -28.196 & -7049 \\ 0 & 8583.84 & 7560624 & 0 & 7049.02 & 1174836 \\ -6654 & 0 & 0 & 6654 & 0 & 0 \\ 0 & -28.196 & 7049.02 & 0 & 28.1961 & 7049.02 \\ 0 & -7049 & 1174836 & 0 & 7049.02 & 2349672 \end{bmatrix}$$

$$K_g = F1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0048 & 0 & 0 & -0.0024 & -0.1 \\ 0 & 0 & 133.334 & 0 & 0.1 & -16.667 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0024 & 0.1 & 0 & 0.0024 & 0.1 \\ 0 & -0.1 & -16.667 & 0 & 0.1 & 66.667 \end{bmatrix}$$

$$F1 = -120 \quad \text{kN} \quad (\text{her iki cubuk için aynı değer})$$

$$K_g = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.576 & 0 & 0 & 0.288 & 12 \\ 0 & 0 & -16000 & 0 & -12 & 2000 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.288 & -12 & 0 & -0.288 & -12 \\ 0 & 12 & 2000 & 0 & -12 & -8000 \end{bmatrix}$$

$$K_e + K_g = \begin{bmatrix} 16566 & 0 & 0 & -6654 & 0 & 0 \\ 0 & 90.1515 & 8583.84 & 0 & -27.908 & -7037 \\ 0 & 8583.84 & 7544624 & 0 & 7037.02 & 1176836 \\ -6654 & 0 & 0 & 6654 & 0 & 0 \\ 0 & -27.908 & 7037.02 & 0 & 27.9081 & 7037.02 \\ 0 & -7037 & 1176836 & 0 & 7037.02 & 2341672 \end{bmatrix}$$

$$R1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -180 \\ -45 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3_3) $r2 = [K_e(r1) + K_g(S1)] - 1 * R1$

$$[\%]-1 = \begin{bmatrix} 0.0001 & 0 & 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.06767 & -0.0002 & 0 & 0.17413 & -0.0002 \\ 0 & -0.0002 & 8.2E-07 & 0 & -0.0006 & 8.6E-07 \\ 0.0001 & 0 & 0 & 0.00025 & 0 & 0 \\ 0 & 0.17413 & -0.0006 & 0 & 0.64812 & -0.0011 \\ 0 & -0.0002 & 8.6E-07 & 0 & -0.0011 & 2.7E-06 \end{bmatrix}$$

$$R1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -180 \\ -45 \\ 0 \end{bmatrix} \quad r2 = \begin{bmatrix} -0.0182 \\ -7.8356 \\ 0.02834 \\ -0.0452 \\ -29.165 \\ 0.04985 \end{bmatrix}$$

$$cT = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$u2 = cT * r2$$

$$u2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.0182 \\ -7.8356 \\ 0.02834 \\ -0.0182 \\ -7.8356 \\ 0.02834 \\ -0.0452 \\ -29.165 \\ 0.04985 \end{bmatrix}$$

3_4) $SV+1=[\text{ke}(r1)+\text{kg}(S1)]*u2$

$$ke = \begin{bmatrix} 9912 & 0 & 0 & -9912 & 0 & -62.531 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 62.5314 & -15633 & 0 & -15633 & 0 & -62.531 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -15633 & 5210952 & 0 & 15632.9 & 2605476 & 15632.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -9912 & 0 & 0 & 9912 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -62.531 & 15632.9 & 0 & 62.5314 & 15632.9 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -15633 & 2605476 & 0 & 15632.9 & 5210952 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6654 & 0 & 0 & -6654 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 28.1961 & -7049 & 0 & -28.196 & -7049 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7049 & 2349672 & 0 & 7049.02 & 1174836 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -6654 & 0 & 6654 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -28.196 & 7049.02 & 0 & 28.1961 & 7049.02 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -7049 & 1174836 & 0 & 7049.02 & 2349672 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$kg = F1 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0024 & -0.1 & 0 & -0.0024 & -0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1 & 66.667 & 0 & 0.1 & -16.667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0024 & 0.1 & 0 & 0.0024 & 0.1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.1 & -16.667 & 0 & 0.1 & 66.667 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.0024 & -0.1 & -0.0024 & -0.1 & -0.0024 & -0.1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1 & 66.667 & 0.1 & -16.667 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0024 & 0.1 & 0.0024 & 0.1 & 0.0024 & 0.1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.1 & -16.667 & 0 & 0.1 & 66.667 & 0 \end{bmatrix}$$

Fl = -120 (her iki cubuk için aynı değer)

kg =											
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-0.288	12	0	0.288	0	0	12	0	0	0	0
0	12	-8000	0	-12	0	0	2000	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0.288	-12	0	-0.288	0	0	-12	0	0	0	0
0	12	2000	0	-12	0	0	-8000	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-0.288	12	0	0.288	12
0	0	0	0	0	0	0	12	-8000	0	-12	2000
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0.288	-12	0	-0.288	-12
0	0	0	0	0	0	0	12	2000	0	-12	-8000

ke+kg =											
9912	0	0	-9912	0	0	0	0	0	0	0	0
0	62.2434	-15621	0	-62.243	-15621	0	0	0	0	0	0
0	-15621	5202952	0	15620.9	2607476	0	0	0	0	0	0
-9912	0	0	9912	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-62.243	15620.9	0	62.2434	15620.9	0	0	0	0	0	0
0	-15621	2607476	0	15620.9	5202952	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	6654	-6654	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	27.9081	-7037	0	-27.908	-7037
0	0	0	0	0	0	0	-7037	2341672	0	7037.02	1176836
0	0	0	0	0	0	-6654	6654	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	-27.908	7037.02	0	27.9081	7037.02
0	0	0	0	0	0	0	-7037	1176836	0	7037.02	2341672

BAŞKÖKÜRETİM KURUMU
DOKÜMANLARI MERKEZİ

$$u_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -0.0182 \\ -7.8356 \\ 0.02834 \\ -0.0182 \\ -7.8356 \\ 0.02834 \\ -0.0452 \\ -29.165 \\ 0.04985 \end{bmatrix} \quad S_2 = \begin{bmatrix} 180 \\ 45 \\ -48500 \\ -180 \\ -45 \\ 25059.6 \\ 180 \\ 45 \\ -25060 \\ -180 \\ -45 \\ -2E-11 \end{bmatrix}$$

3_5) II delr2 II < II delr1 II , II delS2 II < II delS1II

$$\mathbf{r2} = \begin{bmatrix} -0.0182 \\ -7.8356 \\ 0.02834 \\ -0.0452 \\ -29.165 \\ 0.04985 \end{bmatrix} \quad \mathbf{r1} = \begin{bmatrix} -0.0121 \\ -5.0005 \\ 0.01804 \\ -0.0301 \\ -18.524 \\ 0.03156 \end{bmatrix} \quad \mathbf{delr2} = \begin{bmatrix} -0.0061 \\ -2.8351 \\ 0.0103 \\ -0.0151 \\ -10.641 \\ 0.01829 \end{bmatrix}$$

$$r1 = \begin{bmatrix} -0.0121 \\ -5.0005 \\ 0.01804 \\ -0.0301 \\ -18.524 \\ 0.03156 \end{bmatrix} \quad r0 = \begin{bmatrix} -0.0061 \\ -2.5003 \\ 0.00902 \\ -0.0151 \\ -9.262 \\ 0.01578 \end{bmatrix} \quad delr1 = \begin{bmatrix} -0.0182 \\ -7.5008 \\ 0.02707 \\ -0.0452 \\ -27.786 \\ 0.04734 \end{bmatrix}$$

	180		120		60
	45		30		15
	-48500		-31111		-17388
	-180		-120		-60
S2 =	-45		-30		-15
	25059.6	S1 =	15865.5	delS2=	9194.01
	180		120		60
	45		30		15
	-25060		-15739		-9320.3
	-180		-120		-60
	-45		-30		-15
	-2E-11		-2E-11		-8E-13

$$\begin{array}{ccc}
 S1 = \begin{bmatrix} 120 \\ 30 \\ -31111 \\ -120 \\ -30 \\ 15865.5 \\ 120 \\ 30 \\ -15739 \\ -120 \\ -30 \\ -2E-11 \end{bmatrix} & S0 = \begin{bmatrix} 60 \\ 15 \\ -15000 \\ -60 \\ -15 \\ 7500 \\ 60 \\ 15 \\ -7500 \\ -60 \\ -15 \\ -3E-12 \end{bmatrix} & delS1 = \begin{bmatrix} 180 \\ 45 \\ -46111 \\ -180 \\ -45 \\ 23365.5 \\ 180 \\ 45 \\ -23239 \\ -180 \\ -45 \\ -2E-11 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

3_6) S1 = S2 , r1 = r2

$$\begin{array}{ccc}
 S2 = \begin{bmatrix} 180 \\ 45 \\ -48500 \\ -180 \\ -45 \\ 25059.6 \\ 180 \\ 45 \\ -25060 \\ -180 \\ -45 \\ -2E-11 \end{bmatrix} & r1 = \quad r2 = \begin{bmatrix} -0.0182 \\ -7.8356 \\ 0.02834 \\ -0.0452 \\ -29.165 \\ 0.04985 \end{bmatrix}
 \end{array}$$

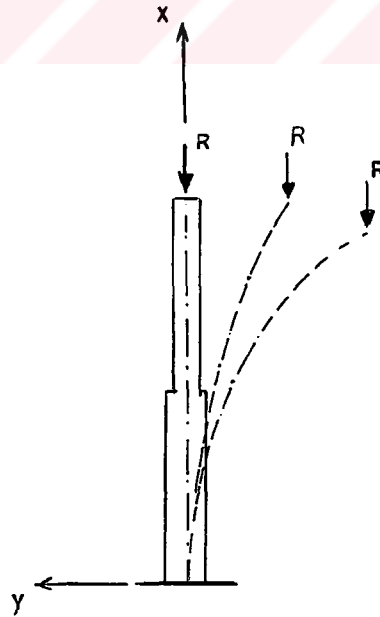
3_7) II delS1 II + II delr1 II < EPS

r3y yerdegistirmesi ve 2 elemanı S5 ic kuvveti icin :

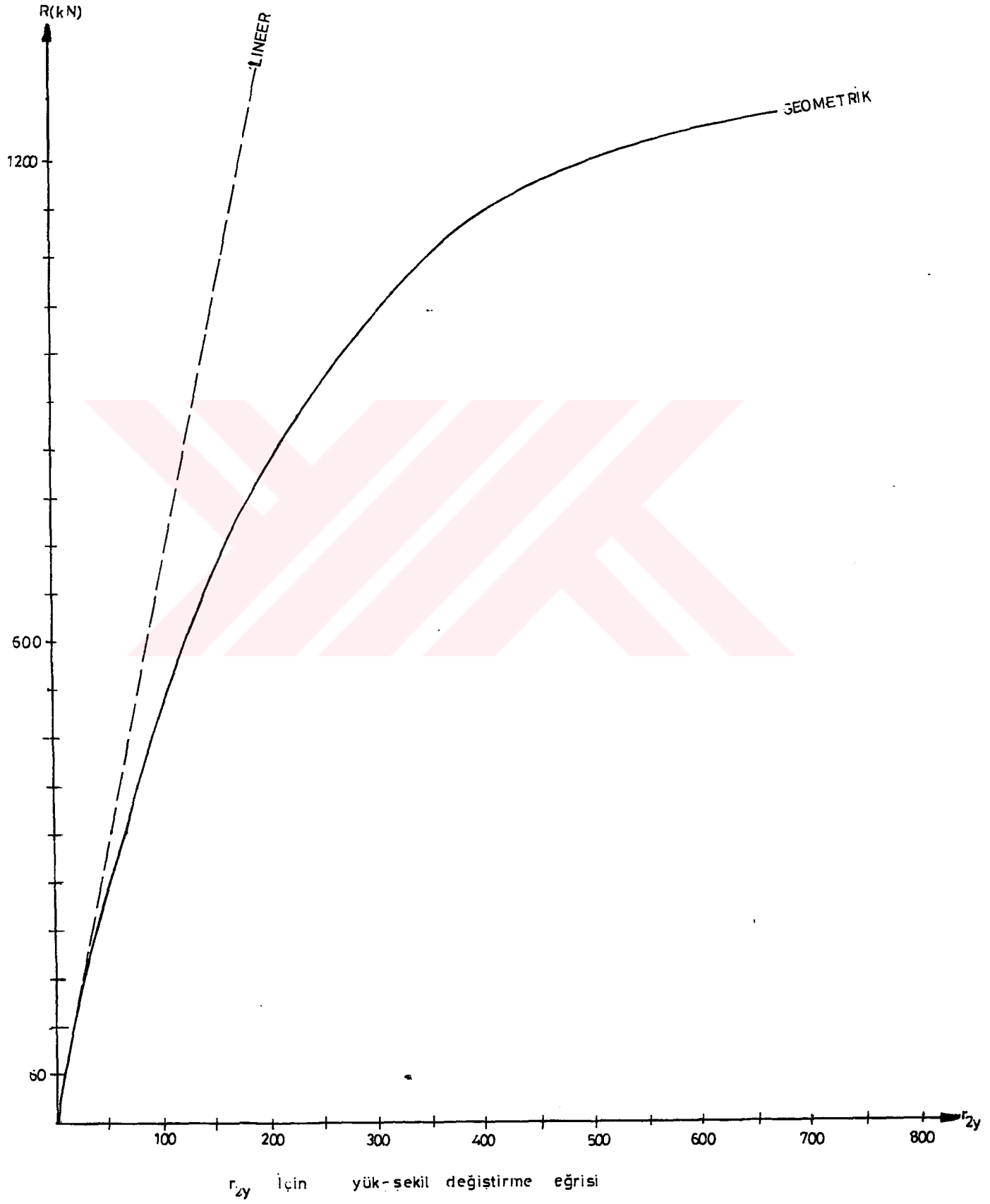
$$-15 \quad + \quad -10.641 \quad = \quad -25.641 \quad > \quad EPS$$

**** İterasyonun bundan sonraki adımlarının sonuçları aşağıdaki tabloda toplu olarak verilmiştir.**

P (kN)	r_{2y} (cm) lineer	r_{2y} (cm) lineer olmayan
60	8.84	9.26
120	17.69	18.52
180	26.53	29.16
240	35.37	40.92
300	44.72	53.99
360	53.07	65.59
420	61.91	79.87
480	70.76	94.63
540	79.60	109.76
600	88.45	124.58
660	97.29	142.41
720	106.34	161.79
780	114.98	183.46
840	123.82	208.05
900	132.67	236.29
960	141.51	269.45
1020	150.36	320.32
1080	159.02	371.59
1140	168.05	440.73
1200	176.89	547.83
1260	185.74	772.12



Geometrik lineer olmayan şekil değiştirme



KAYNAKLAR :

- Lawo-Thierauf , Stabtragwerke , Matrizenmethoden der Statik und Dynamik,
Teil 1:Statik (273-349)
- Tauchert, Th. R.:Energy Principles in Structural Mechanics.New York.
McGraw-Hill, 1974.
- İnan M.Cisimlerin Mukavemeti ,1969

AKSİTİNGRETT KUTUP
KİTAPSTON KUTUP

ÖZGEÇMİŞ :

Doğum tarihi : 2 Mayıs 1969

Doğum yeri : Sinop

Eğitim geçmişi :

1975 ~ 1980	Sinop Cumhuriyet İlkokulu
1981 ~ 1986	Sinop Atatürk Lisesi - Ortaokulu
1987 ~ 1991	Yıldız Teknik Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Bölümü
1992 ~ ...	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Yapı Programına giriş

