



YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

**NERVÜRLÜ PLAKLARIN SONLU
ELEMENLAR YÖNTEMİYLE STABİLİTESİNİN
HESABI**

İnş. Müh. İbrahim YILMAZ

**F.B.E. İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Yapı Bilim Dalında
hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Prof.Dr. Türkan KÖKSAL

İSTANBUL, 1996

**Y.C. YÜKSEK LİSANS KURULU
DOKÜMENTASYON MERKEZİ**

İÇİNDEKİLER

İÇİNDEKİLER	i
TEŞEKKÜR	iv
ÖZET	v
ABSTRACT	vi
1. BÖLÜM	1
1 PLAKLAR	1
1. İNCE VE KÜÇÜK SEHİMLİ PLAKLARIN TEORİSİ	1
1.1. TANIM	1
1.2. YAPILAN KABULLER	2
1.2.1. Plak Geometrisi Yönünden	2
1.2.2. Malzeme Yönünden	2
1.2.3. Hesapları Basitleştirme Yönünden	2
1.3. PLAK TEORİSİ VE DİFERANSİYEL GEOMETRİ	3
1.4. GERİLMELERLE DEFORMASYON BİLEŞENLERİ ARASINDAKİ BAĞINTILAR	5
1.5. GERİLMELERİN BİLEŞKESİ OLARAK MOMENTLERİN ARASINDAKİ BAĞINTILAR	7
1.6. NERVÜRLÜ PLAKLAR İÇİN ELASTİSİTE SABİTLERİ	9
BÖLÜM 2	13
2. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ	13
2.1. YAPI MÜHENDİSLİĞİNDE KARŞILAŞACAĞIMIZ PROBLEMLER	14
2.2. YAKINSAMA KRİTERİ	14
2.3. DEPLASMAN FONKSİYONLARININ SEÇİMİ	15
2.4. DİKDÖRTGEN PLAK ELEMANLARI İÇİN DEPLASMAN FONKSİYONU SEÇİMİ	16
2.4. ŞEKİL FONKSİYONLARININ BULUNMASI	19
2.4.1. Bağ Matrisi Vasıtasıyla Şekil Fonksiyonunun Bulunması	19

2.5. DEFORMASYONLARIN DEPLASMANLAR CİNSİNDEN İFADESİ.....	22
2.6. ELEMAN RİJİTLİK MATRİSİ.....	23
2.6.1. Potansiyel Enerjinin Birinci ve İkinci Varyasyonları.....	25
2.7. YÜK VEKTÖRÜ	28
2.8. SİSTEME GEÇİŞ.....	29
2.8.1. Çevirme Matrisleri	29
2.8.2. Biriktirme Yöntemi	32
2.9. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİNDE İZLENECEK YOL	34
2.10. NERVÜRLÜ PLAKLAR İÇİN HESAPLANAN ELEMAN RİJİTLİK MATRİSİ.....	34
BÖLÜM 3	40
3.1. PLAKLARIN STABİLİTESİ VE ÖNEMİ.....	40
3.2. YAPILAN KABÜLLER.....	41
3.3. PLAK STABİLİTESİNİN ÇÖZÜMÜNDE KULLANILAN METODLAR.....	42
3.3.1. Burkulma Yüzeyinin Diferansiyel Denkleminin İntegrasyonu (Kesin Çözüm) .	42
3.3.2. Enerji Metodu (Yaklaşık Metod).....	42
3.4. PLAKLARDA DEPLASMAN-DEFORMASYON VE ELASTİSİTE BAĞINTILARI-KESİT TESİRLERİ VE MEMBRAN DENGİ DENKLEMLERİ	42
3.4.1. Deplasman Deformasyon Bağlıları.....	43
3.4.2. Gerilmelerle Deformasyon Bileşenleri Arasındaki Bağlılar	43
3.4.3. Kesit Tesirleri İle Deformasyonlar Arasındaki Bağlılar	43
3.4.4. Membran Denge Denklemleri	44
3.5. PLAKLARDA STABİLİTE DENKLEMİNİN ENERJİSİ METODU İLE ÇIKARTILMASI	44
3.5.1. Eğilme Momentleri Tarafından Yapılan İş	46
3.5.2. Burulma Momentleri Tarafından Yapılan İş.....	47
3.5.3. Membran Şekil Değiştirme Enerjisi	48
2.5.4. Eğilme Şekil Değiştirme Enerjisinin 2. Varyasyonu.....	49
3.5.5. Membran Şekil Değiştirme Enerjisinin 2. Varyasyonu.....	49
3.6. DİKDÖRTGEN PLAKLARDA [N]GEOMETRİK YÜK MATRİSİNİN HESAPLANMASI	54

3.7. DİKDÖRTGEN PLAKLAR İÇİN HESAPLANAN GEOMETRİK YÜK MATRİSİ	57
4. BÖLÜM BİLGİSAYAR PROGRAMI VE SAYISAL ÖRNEKLER	62
TARTIŞMA VE SONUÇLAR	85
NERVÜRLÜ PLAKLARIN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE STABİLİTE PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ	86
SOLUTION OF THE STABILITY PROBLEMS OF THE RIBBED PLATES USING FINITE ELEMENTS METHOD	87
ÖZGEÇMİŞ	88
KAYNAKLAR.....	89



TEŞEKKÜR

Tez konumun seçiminde, çalışmalarımın yönlendirilmesinde, araştırma sahfasında ve tezin her aşamasında bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım, bana her zaman destek olan danışman hocam sayın Sayın Prof. Dr. Türkan KÖKSAL'a ve Arş. Gör. Ali KOÇAK'a en içten teşekkürlerimi sunarım.



ÖZET

Bu tez çalışmasının amacı sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak, boyuna veya her iki doğrultuda nervürlü ve nervürsüz plakların kendi düzlemi içindeki yükler altında stabilite çözümleri yapıp incelemektir.

Birinci bölümde, elastisitedeki varsayımlara göre düz plaklara ait denklemler çıkartılmıştır. Bu denklemlerle ilgili bir varsıyımı yapılarak nervürlü plakların rijitlik parametreleri elde edilmiştir.

İkinci bölümde, Sonlu elemanlar yöntemi anlatılarak nervürlü plaklar için genel eleman rijitlik matrisi elde edilmiştir.

Üçüncü bölümde, plakların stabilite durumu kısaca incelendikten sonra, sonlu elemanlar yöntemi ile plakların geometrik yük matrisinin bulunması ele alınmıştır.

Dördüncü bölümde, nervürsüz ve nervürlü plakların Basic programlama dilinde yazılmış bir programla stabilite çözümleri yapılmıştır.

Son bölümde sonuçlar ve kaynaklar yer almaktadır.

ABSTRACT

The purpose of study is to suggest stability solutions of the longitudinal and bilateral ribbed and unreeled plates under the loads effecting on their plane and evaluate the suggested solutions.

First section gives the equations for plain plates considering the assumptions of the elasticity. The stiffness parameters of the ribbed plates have been obtained by making some assumptions within these equations.

Second section gives a general component stiffness matrix for the ribbed plates as well as an explanation for the finite elements method.

Third section summarizes the stability of the plates whereupon proceeding in to the determination of the geometric load matrix using finite elements method.

Fourth section gives a stability solution of the ribbed and unreeled plates programmed by Basic programming language.

Last section gives the conclusion and sources.

Şekil 1.1'e göre plak deplasmanları XY düzlemi referans düzlem kabul edilirse şu şekilde olur.

$$u(x, y, z) = z\theta_x(x, y)$$

$$v(x, y, z) = \theta_y(x, y)$$

$$w(x, y, z) = w(x, y)$$

1.2. YAPILAN KABULLER

Yapılan kabulleri 3'e ayırabiliriz.

1.2.1. Plak Geometrisi Yönünden

- a) Plak kalınlığı eni ve boyu yanında çok küçüktür.
- b) Plak kalınlığının orta noktalarının oluşturduğu geometrik yer bir düzlemdir.
- c) Dış yükler orta düzleme diktir.
- d) Çökmeler plak kalınlığı yanında çok küçüktür. $w \ll h$

1.2.2. Malzeme Yönünden

Malzeme homojen, izotrop ve belirli sınırlar içerisinde Hook Kanununa uyan lineer-elastik bir malzemedir.

1.2.3. Hesapları Basitleştirme Yönünden

- a) Kirchhoff-Love hipotezi geçerlidir. Yani orta düzleme dik bir doğru üzerinde bulunan noktaların, şekil değiştirmeden sonra da deforma olmuş orta düzleme dik doğru üzerinde kaldığı kabul edilir.

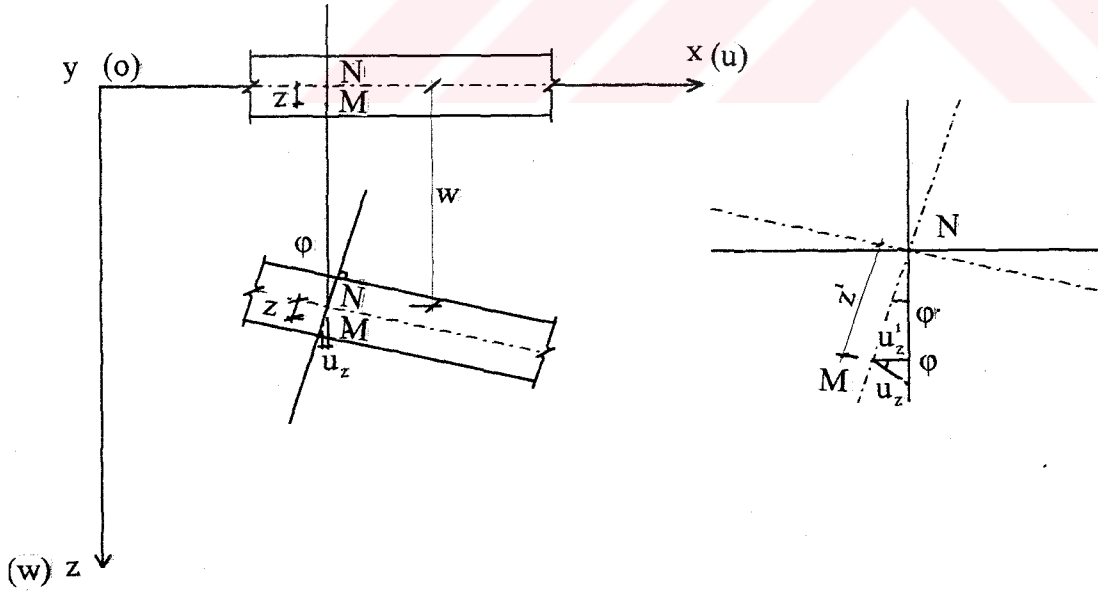
b) Plâğin sehimleri kalınlığı yanında çok küçük olduğu için, ortalama yüzeyde meydana gelen boy ve açı değişimleri ihmal edilebileceğinden dolayı hesap, orta düzlemde alınan bir elemanın şekil değiştirme yapmadığı esasına göre kabul edilir.

c) Plak orta düzlemine dik doğrultudaki σ_z normal gerilmeleri yok sayılabilecek kadar küçüktür. Buna göre $\sigma_z \approx 0$ ve bu varsayıma göre $\varepsilon_z \approx 0$ olarak alınabilir. Yani deformasyon sırasında ve deformasyondan sonra da plak kalınlığının değişmediği kabul edilir. $w = w(x, y)$ olur.

1.3. PLAK TEORİSİ VE DİFERANSİYEL GEOMETRİ

Bu bölümde, diferansiyel geometri yardımıyla, deformasyon bileşenleri ile, deplasman bileşenleri arasındaki bağıntılar çıkarılacaktır.

Bir plâğı deformasyondan önce ve deformasyondan sonra $y = \text{Sabit}$ düzlemiyle keselim.



Şekil 1.2.

Orta düzleme ait bir (x,y,o) noktası z doğrultusunda bir w yer değiştirmesine maruz kalır ve bu noktadan geçen orta düzleme dik olan normal bir miktar eğrilir. Bu eğilme şeklin geometrisinden,

$$\tan \theta = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (1.1)$$

açıları ile belirtilir.

$$\tan \theta = \frac{u'_z}{z'} \quad (1.2)$$

$$u'_z = z' \cdot \tan \theta \quad (1.3)$$

$$u_z = u'_z \cos \theta \quad (1.4)$$

θ açısı çok küçük olduğundan $\cos \theta \approx 1$ alınabilir.

Bu durumda

$$u_z = u'_z \quad (1.5)$$

Plağın z doğrultusunda deformasyon yapmadığı kabul edilmiştir.

Bu durumda

$$z = z' \quad (1.6)$$

u_z yer değişimi şekil 1.2 de görüldüğü gibi X ekseninin pozitif yönüne ters olduğu için negatiftir. 1.1, 1.5 ve 1.6 ifadeleri 1.3 de yerine koyulursa;

$$u_z = -z \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \quad (1.7)$$

elde edilir.

Benzer şekilde

$$v_z = -z \cdot \frac{\partial w}{\partial y} \quad (1.8)$$

olarak bulunur.

Elastisite teorisine göre deformasyonlar

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_z}{\partial x} \quad (1.9)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v_z}{\partial y} \quad (1.10)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial_{vx}}{\partial x} \quad (1.11)$$

Bu geometrik şartlara, şekil değiştirme halinin bileşenleri veya kısaca şekil değiştirme bileşenleri adı verilir.

Buradan u_z , v_z ve w yer değiştirme bileşenleri yerlerine koyarsak;

$$\varepsilon_x = -z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (1.12)$$

$$\varepsilon_y = -z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (1.13)$$

$$\gamma_{xy} = 2z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (1.14)$$

Deplasmanlarla deformasyonlar arasındaki bağıntılar bulunur.

1.4. GERİLMELERLE DEFORMASYON BİLEŞENLERİ ARASINDAKİ BAĞINTILAR

σ_z gerilmesinin $z = -\frac{1}{2}h$ yüzünde meydana gelen mutlak değeri, σ_x ve σ_y nin yanında çok küçük olacağından sıfır alınacağını hesapları basitleştirme yönünden yapılan kabüllerde alınabileceğini söylemiştik. Buna göre $\sigma_z \cong 0$ ve $\varepsilon_z \cong 0$ olduğu kabul edilmişti.

Bu taktirde gerilmelerle şekil değiştirmeler arasındaki bağıntılar

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \mu\sigma_y) \quad (1.15)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \mu\sigma_x) \quad (1.16)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy} \quad (1.17)$$

şeklını alır.

Burada

E: Elastisite modülü

μ : Poisson oranı

G= Kayma modülü

$$\text{Kayma modülü } G = \frac{E}{2(1+\mu)} \quad (1.18)$$

olarak hesaplanır.

Bu bağıntılardan σ_x , σ_y ve τ_{xy} gerilme bileşenleri yalnız bırakılarak şekil değiştirme bileşenlerinin fonksiyonları olarak ifade edilebilir. Buna göre;

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_x + \mu\varepsilon_y) \quad (1.19)$$

$$\sigma_y = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_y + \mu\varepsilon_x) \quad (1.20)$$

$$\tau_{xy} = G.\gamma_{xy} \quad (1.21)$$

olarak bulunur. Bu gerilme bileşenlerini matris formunda yazarsak;

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\mu^2} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\mu)}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$

elde edilir. Bunlar kapalı matris şeklinde yazılırsa

$$\{\sigma\} = [D] \{\varepsilon\} \quad (1.22)$$

Bu gerilme bileşenleri orta düzlemde olup z mesafesiyle orantılı olarak plak kalınlığı boyunca lineer olarak değişir.

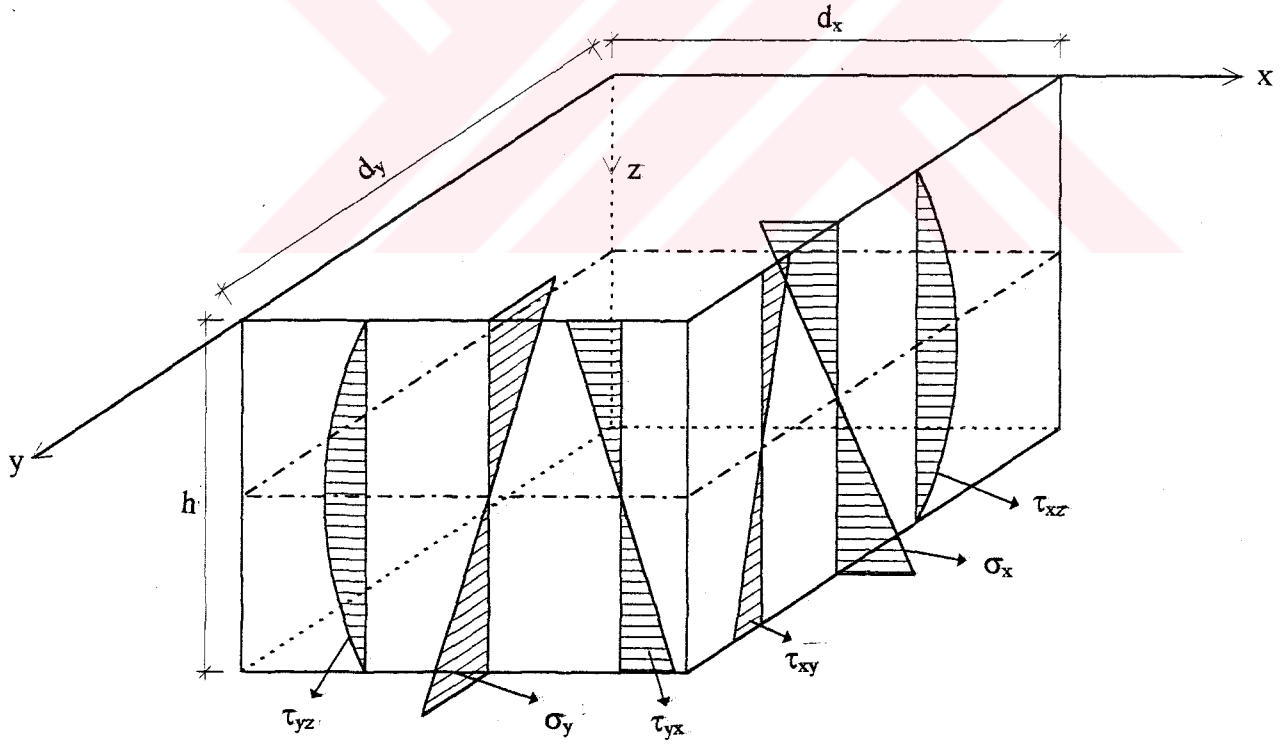
$$\sigma_x = a.z \quad (1.23)$$

$$\sigma_y = b.z \quad (1.24)$$

$$\tau_{xy} = c.z \quad (1.25)$$

olarak yazılabilir.

1.5. GERİLMELERİN BİLEŞKESİ OLARAK MOMENTLERİN ARASINDAKİ BAĞINTILAR



Şekil 1.3

Bir plak elemanına tesir eden iç kuvvetler şekil 1.3'de gösterilmiştir.

Plak teorisinde gerilme bileşenleri yerine hesapta, kesitin birim boya etki eden kesit momentleri ve kesit kuvvetlerinin kullanılması daha basit olduğundan gerilmelerden meydana gelen kesit tesirlerini kullanmak daha iyi olmaktadır.

Şekil 1.3. de σ_x gerilmesinin tarafsız eksene göre momenti bize M_x eğilme momentini verir. Bu σ_x gerilmesinin tarafsız eksene göre momenti,

$$\sigma_x \cdot dx \cdot dy \cdot z \quad (1.26)$$

yazılır ve 1.23 deki σ_x değeri yerine koyulup plak yüksekliğince integre edilirse

$$dy \cdot M_x = \int_{-1/2h}^{+1/2h} a \cdot z^2 \cdot dx \cdot dy \Rightarrow \quad (1.27)$$

$$M_x = a \cdot h^3 / 12 \quad (1.28)$$

elde edilir. $h^3/12$ değeri plakta birim genişliği için atalet momentini ifade ettiği için

$$M_x = a \cdot I \quad (1.29)$$

olarak yazılabilir. Benzer şekilde

$$M_y = b \cdot I \quad (1.30)$$

$$M_{xy} = c \cdot I \quad (1.31)$$

bulunur.

Bu ifadeleri deplasmanlar cinsinden yazarsak

$$M_x = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (1.32)$$

$$M_y = -D \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (1.33)$$

$$M_{xy} = -(1 - \mu) D \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (1.34)$$

bulunur.

Burada $D = \frac{Eh^3}{12(1-\mu^2)}$

değerine plağın eğilme rijitliği veya kısaca plak rijitliği denir. $h^3/12 = I$ ifadesi yerine konulursa;

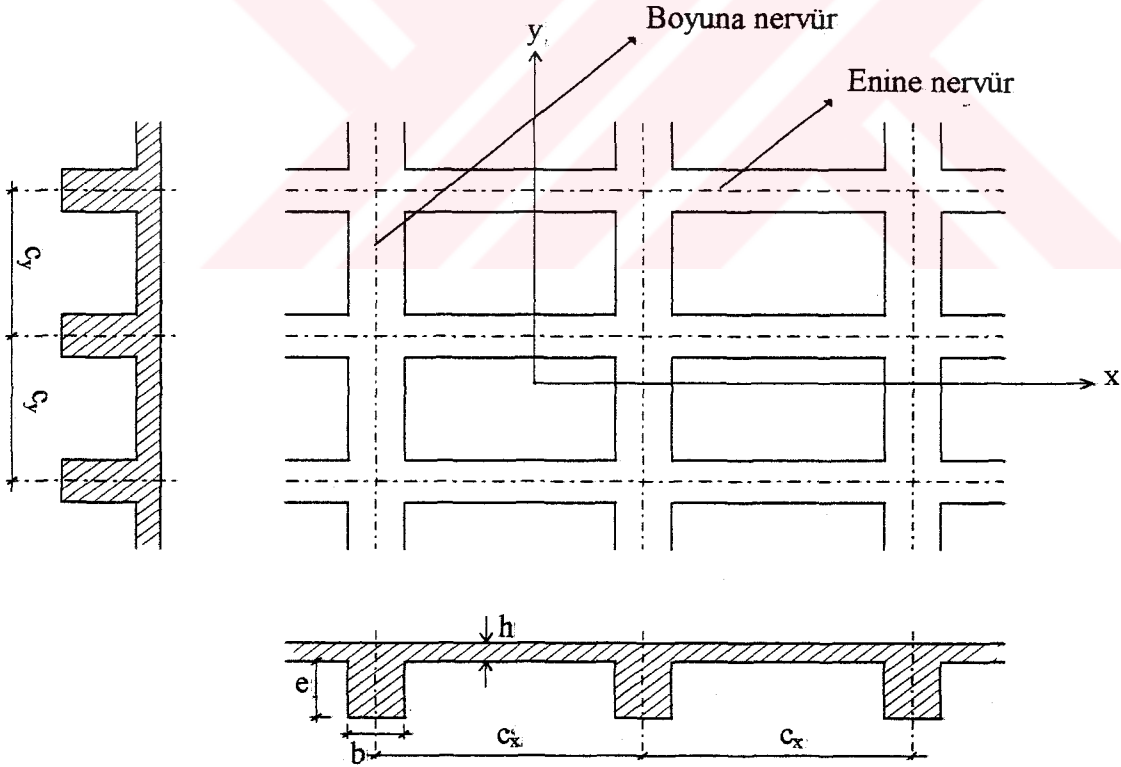
$$D = \frac{EI}{1-\mu^2} \quad (1.35)$$

olur.

1.6. NERVÜRLÜ PLAKLAR İÇİN ELASTİSİTE SABİTLERİ

Sık nervürlü plaklarda; nervür rijitlikleri plak rijitliğine katılarak elastisite sabitleri vasıtasıyla hesap yapılır (Don, Q., el.al., 1975)

Yalnız nervürler düşünülürse;



Şekil 1.4 a,b

Burada nervürleri birer çubuk olarak kabul edilirse

$$\mu_x = \mu_y = 0 \quad (1.36)$$

olur ve elastisite teorisinden çubukların rijitlikleri

$$D_x = (EI)_x = E \frac{I_x}{c_x} \quad (1.37)$$

$$D_y = (EI)_y = E \frac{I_y}{c_y} \quad (1.38)$$

olarak verilmiştir.

Burada

c_x = nervürlerin x yönündeki aralıkları

c_y = nervürlerin y yönündeki aralıkları

I_x = nervürlerin x yönündeki atalet momentleri

I_y = nervürlerin y yönündeki atalet momentleri

Burada yazılan D_x nervür rijitliği denklem 1.32 de yerine koyulursa;

$$M_x = D_x \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \mu_x \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (1.39)$$

elde edilir. $\mu_x = 0$ olduğu için

$$M_x = -D_x \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (1.40)$$

olur. Kısaltmak amacıyla

$$k_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$

dersek Denklem 1.40

$$M_x = D_x \cdot k_x \quad (1.41)$$

şeklini alır. Benzer şekilde

$$M_y = D_x \cdot k_y \quad (1.42)$$

olarak bulunur. Mervürlerin ortalama burulma rijitliğine C denilirse

$$C = \frac{1}{2}G \left(\frac{J_x}{c_x} + \frac{J_y}{c_y} \right) \quad (1.43)$$

Burada ;

J_x, J_y ; nervürlerin burulma atalet momentleridir.

Denklem 1.41'e benzer şekilde

$$M_{xy} = C \cdot k_{xy} \quad (1.44)$$

olarak yazılabilir.

$2b \geq e$ olduğu durumlarda;

$$J = \frac{1}{3}b^3e \quad (1.45)$$

alınabilir. Diğer durumlarda burulma rijitliği tablolardan yararlanılarak bulunabilir.

Plak ve nervürler için yazılan moment denklemleri süperpoze edilirse;

$$M_x = (D + D_x) \cdot k_x + \mu D k_y \quad (1.46)$$

$$M_y = (D + D_y) \cdot k_y + \mu D k_x \quad (1.47)$$

$$M_{xy} = (1 - \mu)k_{xy} + Ck_{xy} \quad (1.48)$$

denklemleri elde edilir. Bu denklemleri matris şeklinde yazarsak;

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D + D_x & \mu D & 0 \\ \mu D & D + D_y & 0 \\ 0 & 0 & D(1 - \mu) + C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (1.49)$$

Kapalı matris formunda;

$$[M] = [D] \cdot [K] \quad (1.50)$$

yazılabilir. Burada $[D]$ matrisi açık olarak yazılırsa;

$$[D] = \begin{bmatrix} \frac{EI}{1-\mu^2} + E \frac{I_x}{c_x} & \frac{\mu EI}{1-\mu^2} & 0 \\ \frac{\mu EI}{1-\mu^2} & \frac{EI}{1-\mu^2} + \frac{EI_y}{c_y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EI}{1+\mu} + \frac{1}{2} G \left(\frac{J_x}{c_x} + \frac{J_y}{c_y} \right) \end{bmatrix} \quad (1.51)$$

elde edilir.

BÖLÜM 2

2. SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ

Sonlu elemanlar yöntemi günümüzde geniş uygulanabilirliği olan bir mühendislik aracı olarak kendini iyice kabul ettirmiştir. Bilgisayar teknolojisinin ilerlemesi ve kullanımının yaygın hale gelmesiyle sonlu elemanlar yönteminin kullanımı ve kullanım alanları gittikçe artmaktadır.

Sonlu elemanlar yönteminin uygulandığı yerler kısaca şöyledir;

- a) Yapı mühendisliği: Çubuk, plak, levha ve kabukların çözümünde
- b) Zemin mekaniğinde: Şevlerin gerilme analizinde, barajlarda ve tünellerde
- c) Hidrolikte: Viskoz akımda, sürtünme maddelerinin taşınımında dalga titreşiminde
- d) Isı transferinde : Isı iletiminde, ısı akımı taşınımında
- e) Nükleer enerjide: Reaktörün statik ve dinamik analizinde, ısı akımında
- f) Elektrik mühendisliğinde: Devre analizlerinde, manyetik potansiyel dağılımda kullanılabilir.

Sonlu elemanlar yöntemi, sürekli bir ortamı problemin karakterlerine uygun sonlu elemanlara ayırarak, elde edilen elemanlar üzerinde iç ve dış kuvvetlerin enerjisinin minimizasyonu ve bu elemanların birleştirilmesi şeklinde bir uygulamaya olanak verir. Sistemi oluşturan bu elemanlara sonlu elemanlar denir. Elemanların düğüm noktalarıyla birbirlerine bağlı olduğu düşünülür. Sürekli ortam ne kadar çok sayıda elemana bölünürse gerçek çözüme o kadar yaklaşmış olur.

Bu yöntem, geometri ve malzeme olarak lineer ve non-lineer sistemlere, ünüform olmayan yük ve sınır şartlarına uygulanabilir. Kompleks çözümler ve yüksek dereceden problemler için kullanımı uygundur.

Sonlu elemanlar yöntemi kesin bir çözüm yöntemi değildir, yaklaşık bir yöntemdir. Kesimn çözüm olmamasının sebepleri bazı hatalardan meydana gelmektedir. Bu hataları 5'e ayırabiliriz.

- a) İdealizasyon hataları
- b) Eleman büyüklüğü hataları
- c) Eleman biçiminin seçilmesi hataları
- d) Kabullerde yapılan hatalar
- e) Yuvarlatma hataları

2.1. YAPI MÜHENDİSLİĞİNDE KARŞILAŞACAĞIMIZ PROBLEMLER

Yapı mühendisliğinde, yapı sistemlerinin çözümünde karşılaştığımız problemleri kısaca 3'e ayırabiliriz.

- a) Denge problemleri
- b) Stabilitate problemleri
- c) Dinamik problemleri

Bu problemlerin çözümünde sonlu elemanlar yöntemini rahatlıkla uygulayabiliriz.

2.2. YAKINSAMA KRİTERİ

a) Deplasmanlar komşu elemanların kenarları boyunca süreklilik şartını sağlamalıdır. Eğer kenar deplasmanlar sadece komşu düğüm noktalarının fonksiyonu ise bu şart otomatik olarak sağlanmış olur.

b) Üniform deformasyonları gösteren köşe deplasmanlar için gerilmeler ve şekil değiştirmeler üniform olmalıdır.

c) Rijit cisim hareketinden dolayı gerilme ve şekil değiştirme olmamalı sabit deformasyon şartı sağlanmalı.

d) Deplasman fonksiyonları eleman içerisinde sürekli olmalıdır.

e) Deplasman fonksiyonları düğüm noktası deplasmanlarının lineer bir fonksiyonu olmalıdır.

2.3. DEPLASMAN FONKSİYONLARININ SEÇİMİ

a) Deplasman fonksiyonları, rijit cisim hareketi ve sabit deformasyon şartını sağlayacak şekilde seçilmelidir.

b) Deplasman fonksiyonu genellikle bir tam polinom şeklinde seçilir, ancak trigonometrik fonksiyonlar şeklinde de seçilebilir.

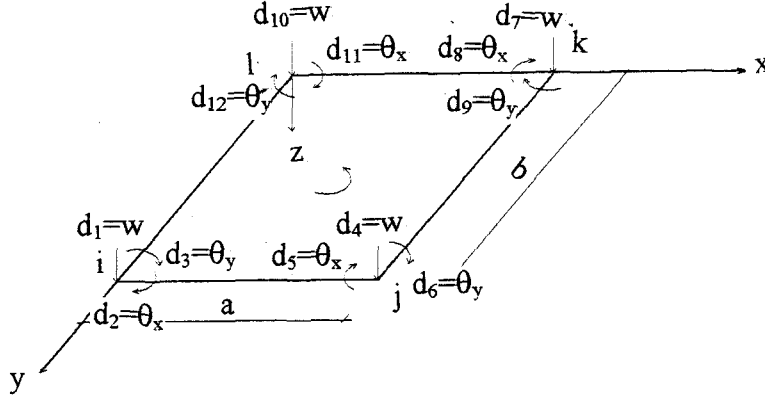
Seçilen polinomda, elemanda bulunan serbestlik derecesi kadar polinom sabitlerine sahip olmalıdır.

Örneğin üçgen bir plak elemanda w , θ_x ve θ_y deplasman parametrelerini alırsak, üçgende 3 köşe ve her bir köşede 3 serbestlik derecesi bulunduğuna göre $3 \times 3 = 9$ elemanlı bir polinom seçilir. Bu polinomlar, pascal üçgeni yardımı ile seçilebilir.

c) Seçilen deplasman fonksiyonu, bütün koordinat eksenlerine göre dengelenmeli, koordinat eksenini değişince çözüm farklı olmamalıdır.

d) Elemanın içinde ve kenarında sürekli olmalıdır. Ayrıca iç ve dış kuvvetlerin içindeki türevleride sürekli olmalıdır.

2.4. DİKDÖRTGEN PLAK ELEMANLARI İÇİN DEPLASMAN FONKSİYONU SEÇİMİ



Şekil 2.1

w = Çökme

θ_x = x eksenini etrafındaki dönme

θ_y = y eksenini etrafındaki dönme

Şekil 2.1.de görülen küçük sehimli dikdörtgen ince bir plak elemanında uç deplasmanları olarak dikdörtgen elemanın köşe noktalarındaki w , θ_x ve θ_y deplasman bileşenleri olmak üzere 3 serbestlik derecesi bulunmaktadır. Bunları matris formunda yazarsak

$$\{u(x,y)\} = [w(x,y), \theta_x(x,y), \theta_y(x,y)]^T \quad (2.1)$$

θ_x, θ_y = Orta düzlemin x ve y eksenlerinden normalin dönmeleridir.

Seçmiş olduğumuz dikdörtgen elemanda bulunan köşelerdeki deplasman vektörleri gözönüne alınırsa, her köşede 3 tane deplasman parametresi ve 4 tane köşe olduğu için

$3 \times 4 = 12$ tane serbestlik derecesi tayin edilmiş olur. Buna karşılık eleman rijitlik matrisi ve 12×12 'lik bir matris oluşur. 12 bilinmeyenli deplasman fonksiyonunu pascal üçgeni yardımı ile 12 bilinmeyenli bir poligon olarak seçilmelidir.

$$w(x,y) = a_1 + a_2x + a_3y + a_4x^2 + a_5xy + a_6y^2 + a_7x^3 + a_8x^2y + a_9xy^2 + a_{10}y^3 + a_{11}x^3y + a_{12}xy^3 \quad (2.2)$$

$$\theta_x = -\frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.3)$$

$$\theta_y = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.4)$$

(2.2) ifadesinde x ve y 'ye göre türev alınarak θ_x ve θ_y bulunur.

$$\theta_x = -(a_3 + a_5x + 2a_6y + a_8x^2 + 2a_9xy + 3a_{10}y^2 + a_{11}x^3 + 3a_{12}xy^2) \quad (2.5)$$

$$\theta_y = a_2 + 2a_4x + a_5y + 3a_7x^2 + 2a_8xy + a_9y^2 + 3a_{11}x^2y + a_{12}y^3 \quad (2.6)$$

Deplasman fonksiyonunu matris formunda yazarsak;

$$w(x,y) = \begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & x^3 & x^2y & xy^2 & y^3 & x^3y & xy^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \\ a_{10} \\ a_{11} \\ a_{12} \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

2.7 ifadesi kapalı şekilde yazılırsa

$$w(x,y) = \{w\} \{a\} \quad (2.8)$$

elde edilir.

Benzer şekilde θ_y deplasman fonksiyonlarını da kapalı matris formunda yazarsak;

$$\theta_x = -\left\{\frac{\partial w}{\partial y}\right\}\{a\} \quad (2.9)$$

$$\theta_y = \left\{\frac{\partial w}{\partial x}\right\}\{a\} \quad (2.10)$$

elde edilir.

Elde edilen bu sonuçlara göre 2.1'deki kapalı matris açık olarak yazılırsa;

$$\begin{bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & x^3 & x^2y & xy^2 & y^3 & x^3y & xy^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -x & -2y & 0 & -x^2 & -2xy & -3y^2 & -x^3 & -3xy^2 \\ 0 & 1 & 0 & 2x & y & 0 & 3x^2 & 2xy & y^2 & 0 & 3x^2y & y^3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \\ a_{10} \\ a_{11} \\ a_{12} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

2.11 ifadesi kapalı matris şeklinde ifade edilirse

$$\{u\} = [A] \{a\} \quad (2.12)$$

elde edilir.

$\{a\}$ = Uç deplasmanları sayısına eşit sayıdaki sabitlerden oluşan kolon matrisi

$[A]$ = Deplasman fonksiyonlarını belirleyen, koordinatlara bağlı dikdörtgen matrisini göstermektedir.

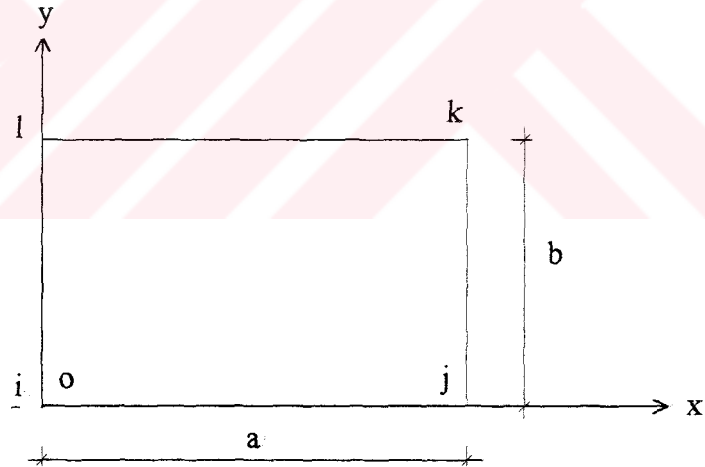
2.4. ŞEKİL FONKSİYONLARININ BULUNMASI

Şekil fonksiyonları iki yolla tayin edilir.

- Bağmatrisi vasıtasıyla
- Sırayla her bir deplasman parametresine "1" değeri diğerlerine "0" değeri verilerek şekil fonksiyonu tayin olur.

Biz burada bağ matrisi vasıtasıyla elde edilen şekil fonksiyonunun bulunmasının nasıl olacağını anlatacağız.

2.4.1. Bağ Matrisi Vasıtasıyla Şekil Fonksiyonunun Bulunması



Şekil 2.2

Şekil 2.2'deki dikdörtgen elemanın köşe koordinatlarını elemanın boyutlarına göre yazarsak;

$$\begin{aligned}
i(x,y) &= (0,0) \\
j(x,y) &= (a,0) \\
k(x,y) &= (a,b) \\
l(x,y) &= (0,b)
\end{aligned} \tag{2.13}$$

şeklinde olur.

2.12 ifadesindeki [A] matrisinin satır sayısı, deplasman bileşenleri sayısına; kolon sayısı da elemandaki uç deplasman sayısına eşit olmaktadır. Dikdörtgen bir elemanda deplasman bileşenleri sayısı 3, uç deplasman sayısı 12 olduğu için [A] matrisi 3x12'lik bir dikdörtgen matrisi ifade etmektedir. [A] matrisi düğüm noktalarının koordinatlarının yerine koyulması ile bulunur.

i düğüm noktası için ($x=0$, $y=0$)

$$\begin{bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [a]$$

j. düğüm noktası için ($x=a$, $y=0$)

$$\begin{bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & 0 & a^2 & 0 & 0 & a^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -a & 0 & 0 & -a^2 & 0 & 0 & -a^3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2a & 0 & 0 & 3a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} [a]$$

k düğüm noktası için ($x=a$, $y=b$)

$$\begin{bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & a & b & a^2 & ab & b^2 & a^3 & a^2b & ab^2 & b^3 & a^3b & ab^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -a & -2b & 0 & -a^2 & -2ab & -3b^2 & -a^3 & -3ab^2 \\ 0 & 1 & 0 & 2a & b & 0 & 3a^2 & 2ab & b^2 & 0 & 3a^2b & b^3 \end{bmatrix} [a]$$

l. Düğüm noktası için ($x=0$, $y=b$)

$$\begin{bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & b & 0 & 0 & b^2 & 0 & 0 & 0 & b^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -2b & 0 & 0 & 0 & -3b^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & b & 0 & 0 & 0 & b^2 & 0 & 0 & b^3 \end{bmatrix} [a]$$

Dört düğüm noktası birleştirilerek yazılırsa

$$[d] = \begin{bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \\ w_j \\ \theta_{xj} \\ \theta_{yj} \\ w_k \\ \theta_{xk} \\ \theta_{yk} \\ w_\ell \\ \theta_{x\ell} \\ \theta_{y\ell} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a & 0 & a^2 & 0 & 0 & a^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -a & 0 & 0 & -a^2 & 0 & 0 & -a^3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2a & 0 & 0 & 3a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a & b & a^2 & ab & b^2 & a^3 & a^2b & ab^2 & b^3 & a^3b & ab^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -a & -2b & 0 & -a^2 & -2ab & -3b^2 & -a^3 & -3ab^2 \\ 0 & 1 & 0 & 2a & b & 0 & 3a^2 & 2ab & b^2 & 0 & 3a^2b & b^3 \\ 1 & 0 & b & 0 & 0 & b^2 & 0 & 0 & 0 & b^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -2b & 0 & 0 & 0 & -3b^2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & b & 0 & 0 & 0 & b^2 & 0 & 0 & b^3 \end{bmatrix} [a] \quad (2.14)$$

elde edilir. 2.14 ifadesi kapalı olarak yazılırsa

$$[d] = [A_d] [a] \quad (2.15)$$

Burada;

$[A_d] = [A]$ matrisinde düğüm noktalarının koordinatlarını sırası ile yerlerine koyup, birleştirilmesinden oluşan 12x12 mertebesinde kare bir matristir. Buna bağı matrisi denir.

Denklem 2.15 de $[a]$ yı yalnız bırakmak için her iki tarafı da $[A_d]^{-1}$ ile çarparsak

$$[a] = [A_d]^{-1} [d] \quad (2.16)$$

ifadesi bulunur. burada $[A_d]^{-1} = [B]$ tanımlaması yapıp denklem 2.8'de yerine koyulursa;

$$w(x,y) = \{w\} [B] [d] \quad (2.17)$$

elde edilir. Bu ifadede $\{w\} [B]$ çarpımı bize şekil fonksiyonunu verir ve

$$[N] = \{w\} \cdot [B] \quad (2.18)$$

şeklinde ifade edilir. Bu tanımlama kullanılarak denklem 2.17

$$w(x,y) = [N] \{d\} \quad (2.19)$$

halini alır.

2.5. DEFORMASYONLARIN DEPLASMANLAR CİNSİNDEN İFADESİ

Elastisite teorisinden ince plakların şekil değiştirme yer değiştirem bağıntıları

$$\{\epsilon\} \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Deplasman matrisini yazarsak

$$\{u\} = [w, \theta_x, \theta_y]^T \quad (2.21)$$

Deformasyonlar ile deplasmanlar arasındaki bağıntı

$$\{\epsilon\} = [\partial] \{u\} \quad (2.22)$$

şeklini alır.

Burada $[\partial]$ matrisi

$$[\partial] = \begin{bmatrix} -\frac{\partial^2}{\partial x^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & 2\frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Denklem 2.16 bağıntısını 2.12 de yerine koyarsak

$$\{u\} = [A] [Ad^{-1}] \{d\} \quad (2.24)$$

eleman içindeki deplasman bileşenlerini uç deplasmanlarına bağlayan matris bağıntısı bulunur.

Deformasyon ve iç kuvvet matrislerinin 2.24 de bulunan denklemi 2.22'de yerine koyarsak, bu matrislerin uç deplasmanlarına bağlıyan

$$\{\epsilon\} = [\partial] [A] [Ad^{-1}] \{d\} = [\partial A] [B] \{d\} \quad 2.25$$

Matris bağıntıları elde edilir.

$$\begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} = [\partial A] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -6x & -2y & 0 & 0 & -6xy & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & -2x & -6y & 0 & -6xy \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 4x & 4y & 0 & 6x^2 & 6y^2 \end{bmatrix} \{a\} \quad (2.26)$$

$[\partial A] = [F]$ matrisi denilirse

$$\{\epsilon\} = [F][B] \{d\} \text{ ifadesi elde edilir.} \quad (2.27)$$

2.6. ELEMAN RİJİTLİK MATRİSİ

Eleman rijitlik matrisi ve yük vektörleri 2 yöntemle bulunabilir.

- a) Virtüel iş prensibi
- b) Minimum potansiyel enerji prensibi

Bu iki yoldan biri kullanılarak eleman rijitlik matrisi bulunur.

Virtüel iş prensibi geneldir sistemin ve malzemenin lineer veya nonlineer olması durumunda kullanılır. Her probleme rahatlıkla uygulanabilir. Bu prensibe göre denge halindeki bir sistemde dış kuvvetlerin yapmış olduğu virtüel işi, iç kuvvetlerin yapmış olduğu virtüel işine eşittir.

Potansiyel enerji prensibi ise sistemin lineer veya nonlineer olması durumlarında kullanılır. Fakat malzeme lineer olmak zorundadır. Denge haline bulunan bir sistemin potansiyel enerjisi sabittir.

$$V = V_i + V_d = V_{i,m} + V_{i,e} + V_d \quad (2.28)$$

Burada

V_i : İç kuvvetlerin potansiyel enerjisi

V_d : Dış iş

$V_{i,m}$: Mambran enerjisi

$V_{i,e}$: Eğilme enerjisi

$V_{i,m}$: Levhalarda membran şekil değiştirme enerjisini yani uzamalardan oluşan potansiyel enerjiyi meydana getirir.

$V_{i,e}$: Plaklarda eğilme şekil değiştirme enerjisini meydana getirir.

Plakta iç kuvvetlerin yaptığı enerji

$$V_i = \frac{D}{2} \iint [k_x^2 + k_y^2 + 2\mu k_x k_y + 2(1-\mu)k_{xy}^2] d_x d_y \quad (2.29)$$

şeklindedir.

Sistem konservatif (dışarıya enerji vermeyen ve almayan sistem) bir sistemde dış kuvvetlerin yaptığı iş daima negatiftir.

$$V_d = - \left[\iiint t w_i d_v + \iint p_i w_i d_f + \int q_i w_i d_s + Q_i w_i \right] \quad (2.30)$$

w_i : Deplasman

t : Kütlesel yük (Dinamik etki hesaplanırken)

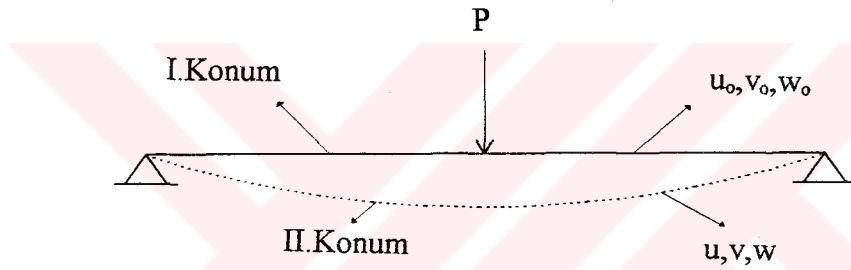
p : Yayılı yük

q : Çizgisel yük

Q : Tekil yük

2.6.1. Potansiyel Enerjinin Birinci ve İkinci Varyasyonları

Yer değiştirmelerde artımları gözönüne alarak toplam potansiyel enerjideki değişimi ve varyasyonları inceleyelim;



Şekil 2.3

$$u = u_0 + u_1$$

$$v = v_0 + v_1$$

$$w = w_0 + w_1$$

(2.31)

Burada;

u_0, v_0, w_0 : Denge konumuna karşı gelen deplasmanlar

u_1, v_1, w_1 : İkinci bir konum elde etmek için verilen sonsuz virtüel artırımlar

u, v, w : İkinci konuma karşı gelen toplam deplasmanlar

Bunlara göre toplam potansiyel enerji şöyledir.

$$\Delta V = V(u_0+u_1; v_0+v_1; w_0+w_1) \quad (2.32)$$

İkinci konumdaki toplam potansiyel enerji ile birinci konumdaki toplam potansiyel enerji arasındaki fark potansiyel enerjideki değişimi verir.

$$\Delta V = V(u_0+u_1; v_0+v_1; w_0+w_1) - V(u_0, v_0, w_0) \quad (2.33)$$

Bu potansiyel enerjideki değişimi seriye açarsak

$$\Delta V = \delta V + \frac{1}{2!} \delta^2 V + \frac{1}{3!} \delta^3 V + \dots \quad (2.34)$$

Denge konumunun çok yakınındaki ikinci konumlar için, ΔV toplam potansiyel enerjideki değişimin, birinci varyasyonunu sıfır yapan deplasmanlar toplam potansiyel enerjisi ekstrem yapar. Bu durumda ikinci varyasyonun çok küçük ve pozitif olması ise toplam potansiyel enerjinin bu ekstrem değerinin minimum olmasına karşı gelir.

$$\delta V = 0 \text{ ve } \frac{1}{2!} \delta^2 V > 0 \text{ ise toplam potansiyel enerji minimum olur.}$$

δV : Potansiyel enerjinin birinci varyasyonudur. Bu bize denge denklemlerini verir, eğilme hesaplarında kullanılır.

$\frac{1}{2!} \delta^2 V$: Potansiyel enerjinin ikinci varyasyonudur. Bu bize stabilite denklemlerini verir, stabilite hesaplarında kullanılır.

Burada iç kuvvetlerin potansiyel enerjisinin değişiminin birinci varyasyonu bize elemanın $[k]$ rijitlik matrisini bulmaya olanak veren enerji denklemini verir. Dış kuvvetlerin potansiyel enerjisinin birinci varyasyonu da elemanın dış yük $[Q]$ matrisini bulmaya olanak verir. Sistem için elde edilen matrisi formundaki denge denklemleri, sistemin düğüm noktalarının bilinmeyen deplasmanlarının toplam sayısı kadar lineer

denklem takımı oluşturulur. Bu denklem takımının çözülmesi ile bilinmeyen deplasman parametreleri bulunup, elastisite bağıntıları yardımı ile kesit tesirleri hesaplanır.

Geometrik sınır şartlarını ve uygunluk şartlarını sağlayan bütün, mümkün olan yer değişim varyasyonları içinde sistemin dengesini sağlayan yer değişimlerinin toplam potansiyel enerjiyi minimum yapar.

$$\delta V = \delta V_i - \delta V_d = 0 \quad (2.35)$$

şartı yazılır.

Burada dış yük olarak yayılı yük alırsak

$$\delta V = \iint \delta \epsilon^T \cdot \sigma d_f - \iint \delta P \cdot w d_f = 0 \quad (2.36)$$

halini alır. Bu denklemde σ 'nın değeri yerine koyulursa ,

$$\delta V = \delta \left[\iint \epsilon^T \cdot D \cdot \epsilon \cdot d_x \cdot d_y - \iint p \cdot w \cdot d_x \cdot d_y \right] = 0 \quad (2.37)$$

elde edilir.

Burada

$$[k] = \iint \epsilon^T \cdot D \cdot \epsilon \cdot d_x \cdot d_y \quad (2.36)$$

$$\{Q\} = \iint p \cdot w \cdot d_x \cdot d_y \quad (2.37)$$

şeklinde tanımlanır.

$[k]$: Eleman rijitlik matrisi

$\{Q\}$: Eleman yük matrisi

olarak tarif edilir.

$$[k] \{d\} = \{Q\} \quad (2.38)$$

Eleman rijitlik matrisinin hesabının bulunmasında iki yöntem kullanılır.

a) İntegral matrisiyle hesap:

Denklem 2.27 ve 2.36'yı kullanarak;

$$[k] = \{d\}^T \iint [B]^T \cdot [F]^T \cdot [D][F][B] d_x d_y [d] \quad (2.39)$$

elde edilir. Kısaltmak amacıyla

$$[I] = \iint [F]^T \cdot [D][F] d_x d_y \quad (2.40)$$

dersek

$[I]$: Kısaca integral matrisi denir.

Bunu yazmamızın sebebi, integral alınacak değerler sadece $[F]$ matrisinde olduğu için bu terimleri ayrı bir formda yazıp integrali alınırsa çözüm daha basit olur. Bu durumda;

$$[k] = [d]^T \cdot [B]^T \cdot [I] \cdot [B] \cdot [d] \quad (2.41)$$

şeklini alır, ve integral dışına çıkmış olur.

b) Şekil fonksiyonlarının türevlerinden bulunur.

$$[k] = [d]^T \iint [N]^T \cdot [D][N] d_x d_y [d] \quad (2.42)$$

elde edilir.

Elemanın boyutları, şekli ya da elastisite modülü değişirse $[D]$ matrisi değişir. Buna bağlı olarak eleman rijitlik matriside değişir. Bundan dolayıdır ki sistemde bulunan her değişik tipteki elemanlar için ayrı ayrı eleman rijitlik matrisi hesaplanması gerekir.

2.7. YÜK VEKTÖRÜ

a) Tekil yük için:

Yük hangi düğüm noktasına geliyorsa yükün kendi değeri o noktadaki yer değiştirmelerle aynı doğrultuda yerleştirilir.

b) Yayılı yük için:

Şekil fonksiyonları ile birim yayılı yükün çarpımından bulunur.

$$[Q] = \iint [N] P \cdot d_x \cdot d_y \quad (2.43)$$

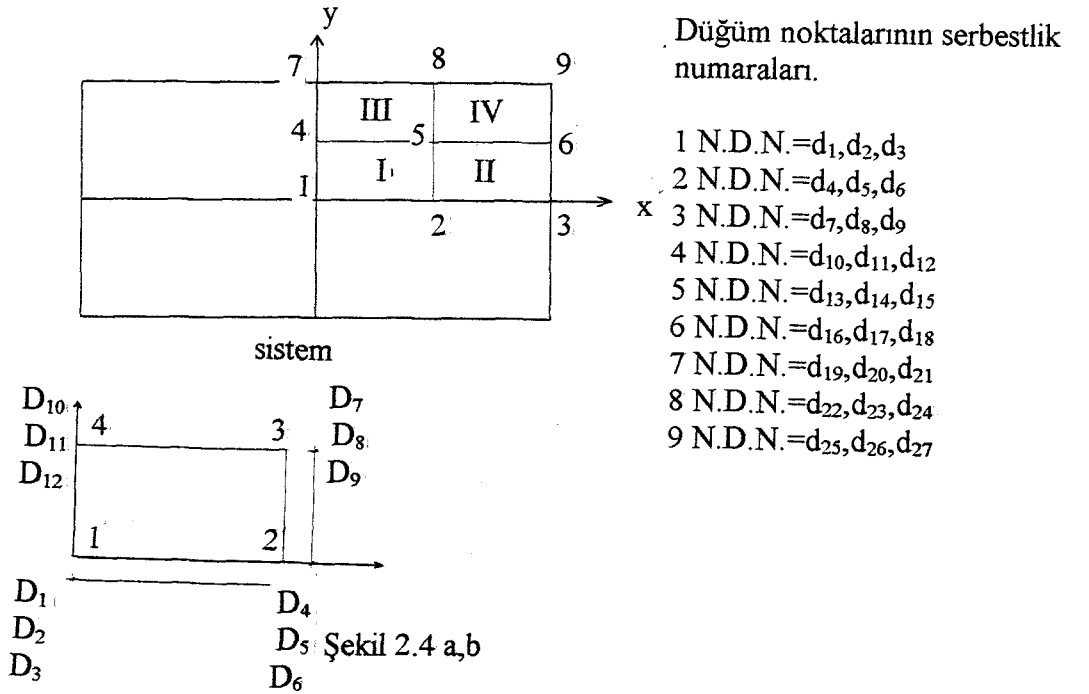
2.8. SİSTEME GEÇİŞ

Hesaplanmış olan bir elemana ait matrislerden tüm sisteme ait matrislere geçmek gerekir. Sonlu elemanlar yönteminde elemandan sisteme geçiş 2 yolla yapılır.

- a) Çevirme matrisleri yardımı ile
- b) Biriktirme yöntemi ile

Bu iki yöntemi kısaca 1 örnek üzerinden açıklayalım.

2.8.1. Çevirme Matrisleri



Çevirme matrisinin boyutları, kolon sayısı, sistemin deplasman bileşenlerinin toplam sayısına, satır sayısı, çevirme matrisinin ait olduğu elemanın deplasman parametreleri sayısına eşittir.

Şekil 2.4. a,b de verilen örneğe göre çevirme matrisi 12x27 ebadında bir matris olacaktır.

Bu örneğe göre elemandaki deplasman parametrelerinin sistemde hangi deplasman parametrelerine denk geldiğini bir tablo üzerinden gösterirsek;

Eleman Deplasmanları	Eleman noları			
	I	II	III	IV
D ₁	d ₁	d ₄	d ₁₀	d ₁₃
D ₂	d ₂	d ₅	d ₁₁	d ₁₄
D ₃	d ₃	d ₆	d ₁₂	d ₁₅
D ₄	d ₄	d ₇	d ₁₃	d ₁₆
D ₅	d ₅	d ₈	d ₁₄	d ₁₇
D ₆	d ₆	d ₉	d ₁₅	d ₁₈
D ₇	d ₁₃	d ₁₆	d ₂₂	d ₂₅
D ₈	d ₁₄	d ₁₇	d ₂₃	d ₂₆
D ₉	d ₁₅	d ₁₈	d ₂₄	d ₂₇
D ₁₀	d ₁₀	d ₁₃	d ₁₉	d ₂₂
D ₁₁	d ₁₁	d ₁₄	d ₂₀	d ₂₃
D ₁₂	d ₁₂	d ₁₅	d ₂₁	d ₂₄

Tablo 2.1.

Burada I nolu elemanın çevirme matrisini yazarsak elemandaki deplasman parametrelerinden sistemde hangi deplasman parametresine denk geldiğini tablo 2.1 den

olarak, bu denk gelen parametrelere "1" değerine "0" yazarak I nolu elemanın çevirme matrisi elde edilir.

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$[c]$: Çevirme matrisidir.

Eleman çevrilmiş rijitlik matrisi;

$$[K_{eis}] = [C_{ei}]^T [K_{ei}] [C_{ei}] \quad (2.44)$$

olarak bulunur. Burada sistemde bulunan her eleman için çevirme matrisi oluşturulup, eleman çevrilmiş rijitlik matrisi hesaplanır ve bunlar matris toplamı halinde toplanırsa sistem rijitlik matrisi bulunmuş olur.

$$[K] = \sum_{i=1}^n [C]_i^T [K_{ei}] [C_i] \quad (2.45)$$

şeklinde olur.

Aynı şekilde sistemin yük matrisleri ve sistem geometrik yük matrisleri hesaplanır.

$$[Q] = \sum_{i=1}^n [C]_i^T [P_{ei}] [C_i] \quad (2.46)$$

$$[N] = \sum_{i=1}^n [C]_i^T [N_e] [C_i] \quad (2.47)$$

2.8.2. Biriktirme Yöntemi

Biriktirme yöntemi sistem rijitlik matrisi içine eleman rijitlik matrislerini uygun bir şekilde yerleştirilmesi şeklinde açıklanabilir. Şekil 2.4. a.b. de verilen dikdörtgen plak üzerinde açıklarsak; Eleman rijitlik matrisi 12x12 mertebesinde kare matristir. Bu matris kendi düğüm noktaları arasında 4x4 lük bir matris oluşturur, bunu yazarsak;

$$[K_e] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

şeklini alır. Bu matriste her bir eleman 3x3'lük bir matrisi oluşturur, Bunu da yazarsak;

$$[k_{11}] = \begin{bmatrix} k_{1,1} & k_{1,2} & k_{1,3} \\ k_{2,1} & k_{2,2} & k_{2,3} \\ k_{3,1} & k_{3,2} & k_{3,3} \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

şeklinde olur.

Burada sistem rijitlik matrisi 2.48'e göre biriktirilip daha sonra bu birikmiş olan matrislerde 2.49 yerine koyularak bu örnekte olduğu gibi 27x27 lik bir kare sistem rijitlik matrisi oluşacaktır. Bu yöntemde biriktirme matrisindeki satır ve sütun sayıları sistemde bulunan düğüm noktaları sayısı kadardır.

Örneğe göre sistem rijitlik imatrisi için biriktirme matrisi yazılırsa;

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1	K_{11}^I	K_{12}^I		K_{14}^I	K_{13}^I					
2		$K_{22}^I + K_{21}^I$	K_{12}^I	K_{24}^I	$K_{11}^I + K_{14}^I$	K_{13}^I				
3			K_{22}^I		K_{24}^I	K_{23}^I				
4				$K_{44}^I + K_{11}^I$	$K_{12}^I + K_{13}^I$		K_{14}^I	K_{13}^I		
[K] = 5					$K_{11}^I + K_{22}^I$ $K_{13}^I + K_{24}^I$	$K_{12}^I + K_{23}^I$	K_{14}^I	$K_{13}^I + K_{23}^I$	K_{13}^I	2.50
6			Simetri			$K_{22}^I + K_{13}^I$		K_{24}^I	K_{23}^I	
7							K_{14}^I	K_{13}^I		
8								$K_{13}^I + K_{24}^I$	K_{13}^I	
9									K_{13}^I	

27 x 27

Burada her bir eleman 3x3'lük bir matris olduğu için [K] matrisi 27x27'lik bir kare matristir. Bu matriste bir elemanı inceleyelim. Örneğin K_{58} 'i inceleyelim. Biriktirme metodunda sistemdeki düğüm noktalarının birbirlerine olan irtibatlarını, elemana bakarak yazmaktan oluştuğu için 5 nolu düğüm noktasından 8 nolu düğüm noktasına giderken, bu sınır III ve IV nolu elemanları ilgilendirmektedir. III nolu elemana göre 5,8 hattı seçmiş olduğumuz Şekil 2.4 b'deki elemana göre 2,3 hattını göstermektedir. IV nolu elemana göre ise 1,4 hattını gösterdiği için sistemdeki $[K_{58}] = [K_{23}^{III}] + [K_{14}^{IV}]$ bunların toplanmasıyla elde edilir.

Komple sistem bu iki yöntemden biri ile sistem rijitlik matrisi, yük matrisi ve geometrik yük matrisileri bulunur. Sınır şartları yerine koyulup, denklem takımları çözülüp, buradan bilinmeyen deplasman parametreleri bulunur.

2.9. SONLU ELEMENLAR YÖNTEMİNDE İZLENECEK YOL

- Sistem elemanlara bölünür ve ucundaki deplasmanlar tayin edilir.
- Deplasman fonksiyonları seçilir.
- Şekil fonksiyonu tayin edilir.
- Yük matrisi hesaplanır.
- Elemanlar sistemde birleştirilerek sisteme geçilir.
- Sınır şartları yerlerine konulur.
- Denklem takımı çözülerek bilinmeyen deplasman parametreleri hesaplanır.
- Elemanların birleştiği noktadaki gerçek kesit tesirleri, kesit tesirlerinin ortalaması alınarak bulunur ve diyagram çizilir.

2.10. NERVÜRLÜ PLAKLAR İÇİN HESAPLANAN ELEMAN RİJİTLİK MATRİSİ

$$K_{1,1} = 4b/a^3 (D+D_x) + 2/1 D/ab + 4a/b^3 (D+D_y) + 5,6/ab[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{1,2} = -\mu D/a - 2a/b^2 (D+D_y) - 0,4/a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{1,3} = 2b/a^2 (D+D_x) + \mu D/b + 0,4/b[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{1,4} = -4b/a^3 (D+D_x) - 2\mu D/ab + 2a/b^3 (D+D_y) - 5,6/ab[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{1,5} = \mu D/a - a/b^2 (D+D_y) + 0,4/a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{1,6} = 2b/a^2 (D+D_x) + 0,4/b[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{1,7} = -2b/a^3 (D+D_x) + 2\mu D/ab - 2a/b^3 (D+D_y) + 5,6/ab[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{1,8} = -a/b^2 (D+D_y) + 0,4/a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{1,9} = b/a^2 (D+D_x) - 0,4/b[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{1,10} = 2b/a^3 (D+D_x) - 2\mu D/ab - 4a/b^3(D+D_y) - 5,6/ab[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{1,11} = -2a/b^2(D+D_y) - 0,4/a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{1,12} = b/a^2 (D+D_x) - \mu D/b - 0,4/b[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{2,2} = 4a/3b (D+D_y) + 8b/15a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{2,3} = -\mu D$$

$$K_{2,4} = \mu D/a - a/b^2(D+D_y) + 0,4/a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{2,5} = 4a/6b (D+D_y) - 8b/15a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{2,6} = 0$$

$$K_{2,7} = a/b^2 (D+D_y) - 0,4/a [(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{2,8} = a/3b (D+D_y) + 2b/15a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{2,9} = 0$$

$$K_{2,10} = 2a/b^2 (D+D_y) + 0,4/a [(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{2,11} = 2a/3b (D+D_y) - 2b/15a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{2,12} = 0$$

$$K_{3,3} = 4b/3a (D+D_x) + 8a/15b[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{3,4} = -2b/a^2(D+D_x) - 0,4/b [(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{3,5} = 0$$

$$K_{3,6} = 2b/3a (D+D_x) - 2a/15b [(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{3,7} = -b/a^2(D+D_x) + 0,4/b [(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{3,8} = 0$$

$$K_{3,9} = b/3a (D+D_x) + 2a/15b [(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{3,10} = b/a^2(D+D_x) - \mu D/b - 0,4/b [(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{3,11} = 0$$

$$K_{3,12} = 2b/3a(D+D_x) - 8a/15b [(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{4,4} = 4b/a^3(D+D_x) + 2\mu D/ab + 4a/b^3(D+D_y) + 5,6/ab [(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{4,5} = -\mu D/a - 2a/b^2(D+D_y) - 0,4/a \{(1-\mu)D/2+C\}$$

$$K_{4,6} = -2b/a^2 (D+D_x) - \mu D/b - 0,4/b [(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{4,7} = 2b/a^3 (D+D_x) - 2\mu D/ab - 4a/b^3(D+D_y) - 5,6/ab [(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{4,8} = -2a/b^2 (D+D_y) - 0,4/a \{(1-\mu)D/2+C\}$$

$$K_{4,9} = -b/a^2(D+D_x) + \mu D/b + 0,4/b [(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{4,10} = -2b/a^3(D+D_x)+2\mu D/ab-2a/b^3(D+D_y)+5,6/ab[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{4,11} = -a/b^2(D+D_y)+0,4/a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{4,12} = -b/a^2(D+D_x)+0,4/b[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{5,5}=4a/3b(D+D_y)+4,8b/9a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{5,6}=\mu D$$

$$K_{5,7}=2a/b^2(D+D_y)+0,4/a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{5,8} = 2a/3b(D+D_y)-2b/15a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{5,9} = 0$$

$$K_{5,10} = a/b^2(D+D_y)-0,4/a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{5,11}=a/3b(D+D_y)+2b/15a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{5,12}= 0$$

$$K_{6,6} = 4b/3a(D+D_x) +8a/15b[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{6,7} = -b/a^2(D+D_x)+\mu D/b+0,4/b[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{6,8}=0$$

$$K_{6,9}=2b/3a(D+D_x)-8a/15b[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{6,10}=b/a^2(D+D_x)-0,4/b[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{6,11} = 0$$

$$K_{6,12} = b/3a (D+D_x) + 2a/15b[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{7,7} = 4b/a^3 (D+D_x) + 2\mu D/ab + 4a/b^3(D+D_y) + 5,6/ab[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{7,8} = \mu D/a + 2a/b^2(D+D_y) + 0,4/a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{7,9} = -2b/a^2 (D+D_x) - \mu D/b - 0,4/b[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{7,10} = -4b/a^3(D+D_x) - 2\mu D/ab + 2a/b^3(D+D_y) - 5,6/ab[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{7,11} = -\mu D/a + a/b^2(D+D_y) - 0,4/a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{7,12} = -2b/a^2 (D+D_x) - 0,4/b[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{8,8} = 4a/3b(D+D_y) + 8b/15a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{8,9} = -\mu D$$

$$K_{8,10} = -\mu D/a + a/b^2(D+D_y) - 0,4/a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{8,11} = 2a/3b (D+D_y) - 8b/15a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{8,12} = 0$$

$$K_{9,9} = 4b/3a (D+D_x) + 8a/15b[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{9,10} = 2b/a^2(D+D_x) + 0,4/b[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{9,11}=0$$

$$K_{9,12} = 2b/3a(D+D_x)-2a/15b[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{10,10}=4b/a^3(D+D_x)+2\mu D/ab+4a/b^3(D+D_y)+5,6/ab[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{10,11} = \mu D/a+2a/b^2(D+D_y)+0,4/a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{10,12} = 2b/a^2 (D+D_x)+\mu D/b+0,4/b[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{11,11}=4a/3b(D+D_y)+8b/15a[(1-\mu)D/2+C]$$

$$K_{11,12} = \mu D$$

$$K_{12,12} = 4b/3a (D+D_x) + 8a/15b[(1-\mu)D/2+C]$$

BÖLÜM 3

3.1. PLAKLARIN STABİLİTESİ VE ÖNEMİ

Stabilite problemlerinde cisimlerin veya sistemlerin denge durumları kararlı, farksız ve kararsız diye adlandırılan üç değişik durumda olabilir. Bu denge durumlarından kararsız denge durumu hiç istenmiyen bir durumdur. Çünkü kararsız denge durumları büyük yer ve şekil değişmelerine neden olacağından eleman veya sistemin, kırılma ezilme veya kopma durumları ortaya çıkmasa dahi görevini yapamayacak duruma gelebilir.

h kalınlığı kenar boyları yanında küçük olan bir plak, orta düzlemi içerisinde ve kendi arasında dengede bulunan kenar kuvvetlerinin tesiri altında bir levha olarak zorlanır. Plak, bütün kenarları boyunca mesnetlenmiş olup bu tespit tarzı plak noktalarının, plak orta düzlemi içerisindeki yer değiştirmelerine mani olmayacak şekildedir.

Bu kenar gerilmeleri plakta bir düzlem gerilme hali meydana getirir. Bu arada plak orta düzlemi içerisinde keyfi doğrultuda tesir eden basınç gerilmeleri de meydana gelir. Kenar kuvvetleri belirli bir değere ulaştığında plağın dengeri kararlı (stabil) olmaktan çıkabilir.

Bu düzlem denge formunun yanısıra ona sonsuz yakın fakat kubbeleşmiş en az bir denge konumunun daha mevcut olması halinde plağın dengesi farksız olur. Bu taktirde plak bu kritik yük değerleriyle kendi stabilite sınırına erişir. Kritik yüklemenin aşılması halinde ise düzlem plağın dengesi bozulur ve labil hale gelir. Bu halde en küçük bir sarsıntı denge konumunu bozabilir ve plak sonlu yakın, kubbeleşmiş ve stabil bir denge durumuna gelir; yani burkulur. Bu taktirde kritik yük, burkulma yükü adını alır.

Stabilitenin büyük bir pratik önemi mevcuttur. Genellikle bir plak, kenar kuvvetlerinin kritik değerlerin üzerine çıkması haline tahammül edebilir. Buna benzer bir durum eksenel olarak yüklenmiş bir burkulma çubuğunda da mevcuttur. Fakat çubukta

pratik olarak, kuvvetin stabilite sınırını ancak cüz'i bir miktar aşabilmesi mümkündür. Zira ufak kuvvet artmalarında eğilmeler ve ilave eğilme gerilmeleri çok çabuk büyür.

Plaklarda ise, ekseriya, taşıma kabiliyetini tam olarak kaybetmeden evvel plak önemli bir kuvvet artmasını karşılayabilir. Kritik üstü olan bu bölgenin çok ince plaklarda pratik önemi mevcuttur.

Kesit kalınlıklarının sistem boyutlarına göre çok küçük olan ince plaklarda narinlik söz konusu olur. Narinliğin artması büyük deplasmanlara sebep olacağından; birinci mertebe teorisi yerine ikinci mertebe teorisiyle hesap yapılması gerekmektedir. Dolayısıyla sistemin stabilite hesabı önem kazanmaktadır. Stabilite hesabında Denge durumu bellidir. Denge durumunun kararlı olup olmadığı araştırılır ve kararlı denge konumunu oluşturan şartlar incelenir.

Fakat yüksek yapı ve köprü inşaatlarında plakların taşıma kabiliyeti sınırı olarak, stabilite sınırı dikkate alınmalıdır. Çünkü burkulmuş kalın plaklarda, bu sınır aşılabilecek olursa çok çabuk ve tehlikeli cinsten gerilme halleri meydana gelir.

3.2. YAPILAN KABÜLLER

a) Denge denklemleri şekil değiştirmiş sistem üzerinde yazıldığı için elastik stabilite lineer olmayan bir teoridir. Yük deplasman arasında bir orantılık bulunmaz.

b) Sistem lineer olmadığından süper pozisyon prensibi, Betti karşılıklı teorimi geçerli değildir.

c) Membran kesit tesirlerinin büyük değerler aldığı gözönüne alınarak yalnızca bunların $[N_0]$ ikinci mertebe etkileri hesaba katılacak, eğilme ve burulma momentlerinin ikinci mertebe etkileri ihmal edilecektir.

3.3. PLAK STABİLİTESİNİN ÇÖZÜMÜNDE KULLANILAN METODLAR

İki yöntem vardır.

- a) Burkulma yüzeyinin diferansiyel denkleminin integrasyonu.
- b) Enerji metodu.

3.3.1. Burkulma Yüzeyinin Diferansiyel Denkleminin İntegrasyonu (Kesin Çözüm)

Burkulma yüzeyinin denklemleri denge denklemlerinden veya enerji metodu yardımı ile bulunabilir. Bu elde edilen diferansiyel denklemin her sefer, cari sınır şartları dikkate alınarak integrasyonu yapıldığı takdirde, stabilite sınırını kesin olarak bulmak mümkün olur. Fakat bu diferansiyel denklemin çözümü, sadece belirli yük değerleri ve sonsuz derecede küçük eğilmeli denge halleri için mümkündür.

3.3.2. Enerji Metodu (Yaklaşık Metod)

Pratik bakımdan önemli bir çok problemlerde burkulma yüzeyinin diferansiyel denklemini integre etmeksizin yaklaşık bir çözüm bulunabilir. Stabilite probleminin yaklaşık çözümünde enerji metodu çok sık kullanılmaktadır. Burada stabilite denkleminin çıkartılmasında enerji metodu kullanılarak, stabilite denkleminin çıkartılması anlatılacaktır.

3.4. PLAKLARDA DEPLASMAN-DEFORMASYON VE ELASTİSİTE BAĞINTILARI-KESİT TESİRLERİ VE MEMBRAN DENGİ DENKLEMLERİ

Burada bölüm 1 ve bölüm 2 de plaklar için çıkartılan denklemler ve diğer elastisite denklemlerinin bir özeti çıkartılmıştır.

3.4.1. Deplasman Deformasyon Bağlıları

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\
 \varepsilon_y &= \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\
 \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \\
 k_x &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\
 k_y &= -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\
 k_{xy} &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

3.4.2. Gerilmelerle Deformasyon Bileşenleri Arasındaki Bağlıları

$$\begin{aligned}
 \sigma_x &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_x + \mu \varepsilon_y) \\
 \sigma_y &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_y + \mu \varepsilon_x) \\
 \tau_{xy} &= \frac{E}{2(1+\mu)} \gamma_{xy}
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

3.4.3. Kesit Tesirleri İle Deformasyonlar Arasındaki Bağlıları

$$\begin{aligned}
 N_x &= C (\varepsilon_x + \mu \varepsilon_y) \\
 N_y &= C (\varepsilon_y + \mu \varepsilon_x) \\
 N_{xy} &= C \cdot \frac{(1-\mu)}{2} \gamma_{xy} \\
 M_x &= D (K_x + \mu k_y) \\
 M_y &= D (K_y + \mu k_x)
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

$$M_{xy} = D (1-\mu) k_{xy}$$

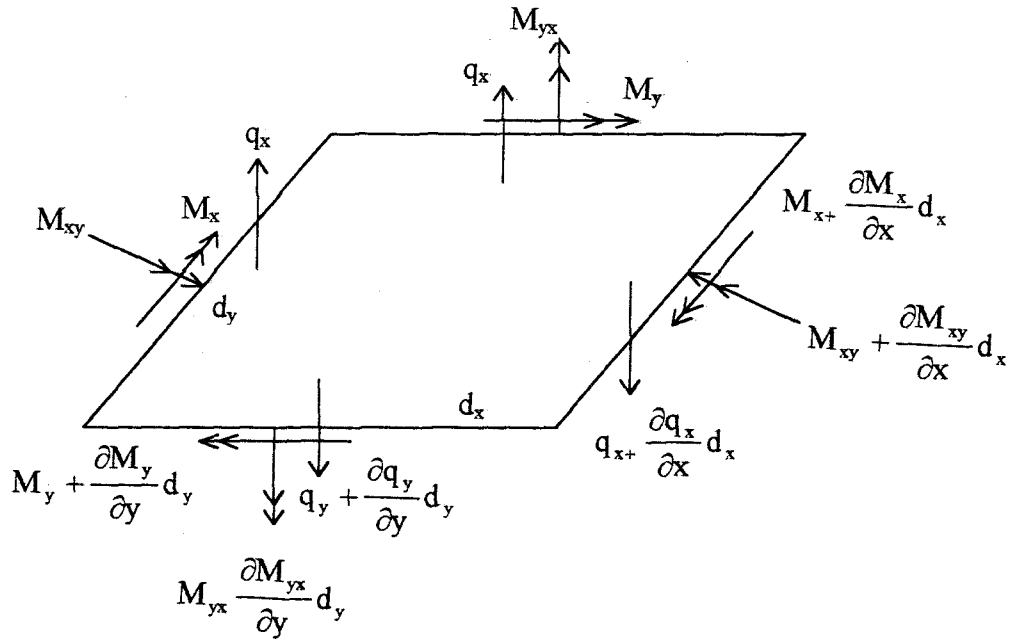
$$\text{Burada } C = \frac{Eh}{(1-\mu^2)} \quad D = \frac{EI}{(1-\mu^2)} \text{ dir.}$$

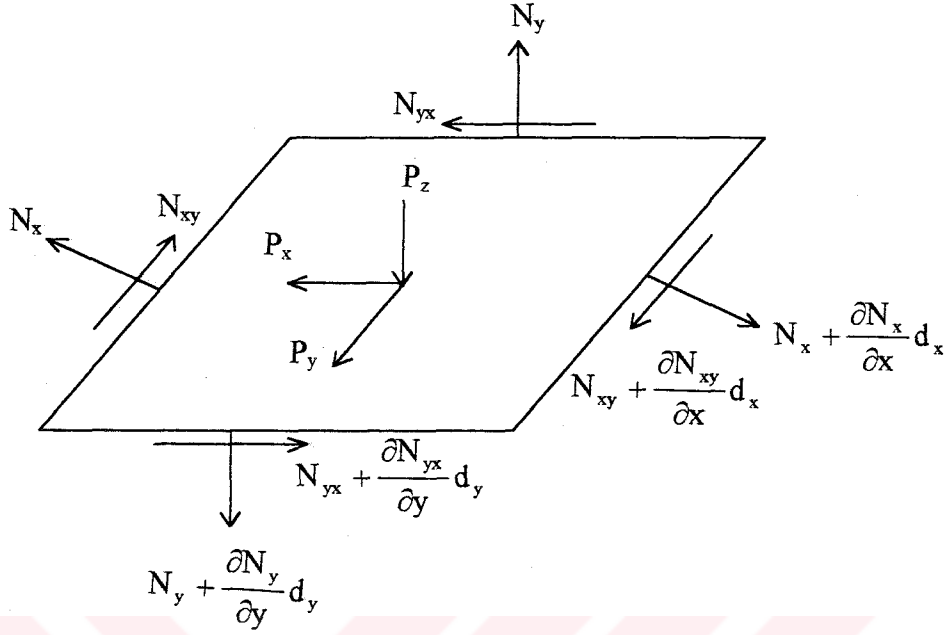
3.4.4. Membran Denge Denklemleri

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = -P_x \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial N_y}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} = -P_y$$

3.5. PLAKLARDA STABİLİTE DENKLEMİNİN ENERJİSİ METODU İLE ÇIKARTILMASI





Şekil 3.1. a,b

Kenar kuvvetleriyle levha olarak zorlanan düzlem bir plağı dikkate alalım. Plağın mestenlenme hali, plak noktalarının ortalama düzleme paralel olarak yer değiştirme yapmalarına mani olmayacak şekilde olmalıdır.

Levha tesirinden dolayı, h plak kalınlığına düzgün olarak yayılan σ_x, σ_y ve τ_{xy} gerilme bileşenleri elde edilir. Bunların kesit uzunluğunun birim boyuna isabet eden toplamaları

$$N_x = h \cdot \sigma_x$$

$$N_y = h \cdot \sigma_y$$

$$N_{xy} = h \cdot \tau_{xy}$$

$$N_{yx} = h \cdot \tau_{yx}$$

olur.

(3.5)

Plağın kenar kuvvetleri plak stabilite sınırına ulaşıncaya kadar artırılsın. Bu taktirde düzlem denge durumunun yanısıra, buna sonsuz yakın en az bir $w(x,y)$ denge konumu mevcuttur. Burada son derece küçük eğilmeler söz konusu olduğu için kubbe şeklindeki denge konumuna geçiş esnasında, plak ortalama yüzeyinin şekil değiştirmeleri ve N_x , N_y , N_{xy} ve N_{yx} kesit kuvvetlerinde meydana gelen değişimler dikkate alınmaz.

Plak ortalama yüzeyinin eğriliğinden dolayı M_x , M_y eğilme momentleri, M_{xy} , M_{yx} burulma momentleri ve q_x , q_y kesme kuvvetleri meydana gelir. Bu kesit büyüklükleri deforme olmamış $dx dy$ plak elemanının ortalama yüzeyinde gerilme halinin değişmesi dikkate alınarak Şekil 3.1 a,b de gösterilmiştir.

3.5.1. Eğilme Momentleri Tarafından Yapılan İş

Bölüm 2.6'da anlatılan toplam potansiyel enerjinin

$$V = V_i + V_d = V_{i,m} + V_{i,e} + V_d \quad (3.6)$$

olduğunu söylemiştik.

Burada

V_i = İç kuvvetlerin potansiyel enerjisi

V_d = Dış iş

$V_{i,m}$ = Mambran enerjisi

$V_{i,e}$ = Eğilme enerjisi

olarak tanımlanmıştır.

Eğilme enerjisinde $M_x.d_y$ ve $M_y.d_x$ momentlerinin yaptığı işler hesaplanır. Elemanın yüzleri düzlem kaldığından eğilmeden sonra buna tekabül eden yüzdeki açının çarpımının yarısı alınarak bulunur.

Plağın xz düzlemindeki eğriliğin yaklaşık olarak $-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ olduğu ve momentler tarafından yapılan iş.

$$-\frac{1}{2}M_x \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} d_x \cdot d_y \quad (3.7)$$

olarak elde edilir. Benzer şekilde

$$-\frac{1}{2}M_y \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} d_x \cdot d_y \quad (3.8)$$

olur. $M_x d_y$ ve $M_y d_x$ momentleri tarafından yapılan toplam iş ise

$$-\frac{1}{2}(M_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + M_y \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}) d_x d_y \quad (3.9)$$

olur. Burada 3.1. ve 3.3. denklemleri yerlerine koyulursa

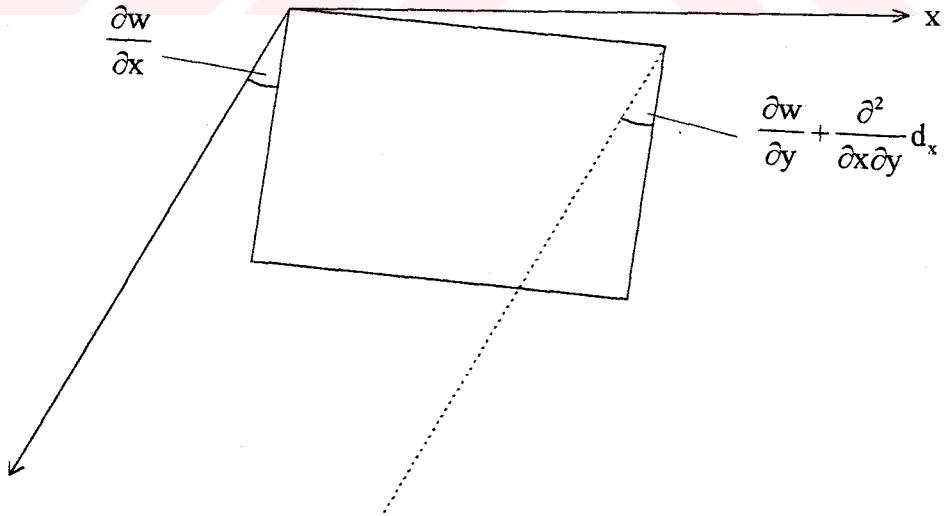
$$U_{i,e} = \frac{1}{2} \iint [D k_x (k_x + \mu k_y) + D k_y (k_y + \mu k_x)] d_x d_y. \quad (3.10)$$

olarak bulunur. Bunu düzenlersek

$$U_{i,e} = \frac{1}{2} D \iint (k_x^2 + 2\mu k_x k_y + k_y^2) d_x d_y \quad (3.11)$$

ifadesi bulunur.

3.5.2. Burulma Momentleri Tarafından Yapılan İş



Şekil 3.3.

Burulma momentlerinin meydana getirdiği işi ifade ederken buna tekabül eden açı Şekil 3.3'de gösterilmiştir.

$M_{xy} \cdot d_y$ 'den ileri gelen şekil değiştirme enerjisi

$$\frac{1}{2} M_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} d_x d_y \quad (3.12)$$

Aynı şekilde

$$\frac{1}{2} M_{yx} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} d_x d_y \quad (3.13)$$

elde edilir. $M_{xy} d_y$ ve $M_{yx} d_x$ momentleri tarafından meydana gelen toplam iş

$$U_{i,b} = M_{xy} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} d_x d_y \quad (3.14)$$

3.1. ve 3.3 denklemlerinden

$$U_{i,b} = D(1-\mu)k_{xy}^2 \quad (3.15)$$

olur.

Buradan toplam eğilme enerjisi

$$U_{i,e} = \frac{D}{2} \iint (k_x^2 + k_y^2 + 2\mu k_x k_y + 2(1-\mu)k_{xy}^2) d_x d_y \quad (3.16)$$

olarak bulunur.

3.5.3. Membran Şekil Değiştirme Enerjisi

Membran Şekil değiştirme enerjisi plağın ortalama yüzeyine etki eden kuvvetlerle bu düzlemin şekil değiştirmesinden ileri gelen enerjidir ve şu şekilde ifade edilir.

$$U_{i,m} = \frac{1}{2} \iint (N_x \cdot \epsilon_x + N_y \cdot \epsilon_y + N_{xy} \cdot \gamma_{xy}) d_x \cdot d_y \quad (3.17)$$

Bu ifadede 1,3 denklemini yerine koyulursa

$$U_{i,m} = \frac{1}{2} \iint \left(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + 2\mu \varepsilon_x \varepsilon_y + \frac{1-\mu}{2} \gamma_{xy}^2 \right) d_x d_y \quad (3.18)$$

ifadesi bulunur.

2.5.4. Eğilme Şekil Değişirme Enerjisinin 2. Varyasyonu

Toplam potansiyel enerjideki değişimin 1. varyasyonu bizi denge denklemlerine 2. varyasyon stabilite denklemlerini verdiğini söylemiştik. Burada 3.16 denklemini teşkil ettikten sonra U,V,W yerine denklem 2.30'daki değerleri yerine koyarsak, şekil değiştirme enerjisinin U+ΔU değerini elde ederiz. U₀, V₀, W₀ deplasmanlarından oluşan denge konumundaki potansiyel enerjiyi çıkarırsak bize potansiyel enerjideki ΔU değişimini verir.

$$U_{i,e} + \Delta U_{i,e} = \frac{D}{2} \iint \left[k_{x0}^2 + 2k_{x0}k_{x1} + k_{y0}^2 + 2k_{y0}k_{y1} + k_{y1}^2 + k_{x1}^2 + 2(k_{x0}k_{y0} + k_{x0}k_{y1} + k_{x1}k_{y0} + k_{x1}k_{y1}) + 2(1-\mu)(k_{xy1}^2 + 2k_{xy0}k_{xy1} + k_{xy0}^2) \right] d_x d_y$$

Burada;

$\frac{1}{2!} \delta^2 U$ değeri (1) indisli kemiyetlerin ikinci derece olan terimlerin toplanmasıyla elde edilir.

$$\frac{1}{2!} \delta^2 U = \frac{D}{2} \iint \left[k_{xy1}^2 + k_{y1}^2 + 2k_{x1}k_{y1} + 2(1-\mu)k_{xy1}^2 \right] d_x d_y \quad (3.20)$$

olur.

3.5.5. Membran Şekil Değişirme Enerjisinin 2. Varyasyonu

Denklem 3.1. deformasyon-deplasman bağıntılarından yararlanarak gerekli işlemler yapılırsa;

$$\varepsilon_x^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial u}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \quad (3.21)$$

$$\varepsilon_y^2 = \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial v}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \quad (3.22)$$

$$\varepsilon_x \varepsilon_y = \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \frac{\partial u}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \frac{\partial v}{\partial y} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{4} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \quad (3.23)$$

$$\gamma_{xy}^2 = \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + 2 \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \quad (3.24)$$

elde edilir.

u, v, w değerleri yerine 2.30 daki denklemler koyulup çıkan sonuçları da 3.16 denekleminde yerlerine koyarsak $U_{i,m} + \Delta U_{i,m}$ elde edilir. Bundan u_0, v_0, w_0 deplasmanlarından oluşan denge konumundaki değerler çıkarılırsa enerjideki $\Delta U_{i,m}$ değişimini elde ederiz.

$$\Delta U = \delta U + \frac{1}{2!} \delta^2 U \quad (3.25)$$

Burada $\frac{1}{2!} \delta^2 U$ değeri (1) indisli kemiyetlerin ikinci dereceden olan terimlerin

toplanmasıyla elde edilir $w_0=0$ dır. Bu Durumda $\frac{1}{2} \delta^2 U_{u,m}$ değeri toplanırsa;

$$\begin{aligned} \frac{1}{2!} \delta^2 U_{i,m} &= \frac{C}{2} \iint \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_1}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{\partial u_1}{\partial x} \frac{\partial v_1}{\partial y} \right] \\ &+ \frac{1-\mu}{2} \left[\left(\frac{\partial u_1}{\partial y} \right)^2 + 2 \frac{\partial u_1}{\partial y} \frac{\partial v_1}{\partial x} + \left(\frac{\partial v_1}{\partial x} \right)^2 \right] d_x d_y \\ &+ \frac{1}{2} \iint \left[N_{x0} \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} \right)^2 + N_{y0} \left(\frac{\partial w_1}{\partial y} \right)^2 + 2 N_{xy0} \left(\frac{\partial w_1}{\partial x} \frac{\partial w_1}{\partial y} \right) \right] d_x d_y \end{aligned} \quad (3.26)$$

denklemini elde edilir.

Burada $w_0 = 0$ olduğu için

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_{x1} &= \frac{\partial u_1}{\partial x} \\
 \varepsilon_{y1} &= \frac{\partial v_1}{\partial y} \\
 \gamma_{xy1} &= \frac{\partial u_1}{\partial y} + \frac{\partial v_1}{\partial x} \\
 \beta_{x1} &= -\frac{\partial w_1}{\partial y} \\
 \beta_{y1} &= -\frac{\partial w_1}{\partial x}
 \end{aligned} \tag{3.27}$$

olarak yazılır. Bu ifadeleri 3.26'da yerine koyarsak;

$$\frac{1}{2!} \delta^2 U_{i,m} = \frac{C}{2} \iint \left(\varepsilon_{x1}^2 + \varepsilon_{y1}^2 + 2\mu \varepsilon_{x1} \varepsilon_{y1} + \frac{1-\mu}{2} \gamma_{xy1}^2 \right) dx dy \tag{3.28}$$

şeklinde olur.

Buradaki N_{x0} , N_{y0} ve N_{xy0} değerleri membran denge denklemlerinden elde edilen membran kuvvetleridir.

$$\begin{aligned}
 N_{x0} &= C (\varepsilon_{x0} + \mu \varepsilon_{y0}) \\
 N_{y0} &= C (\varepsilon_{y0} + \mu \varepsilon_{x0}) \\
 N_{xy0} &= C \frac{1-\mu}{2} \gamma_{xy0}
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

olur.

3.28'deki 2 integrale ön burkulma (geometrik yük) denklemi denir, ve matris formunda yazılırsa;

$$[N_e] = \begin{bmatrix} -\frac{\partial w}{\partial x} & -\frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_{x0} & N_{xy0} \\ N_{xy0} & N_{y0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\partial w}{\partial x} \\ -\frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix} \tag{3.30}$$

şeklinde olur.

Sonuç olarak lineer stabilite denkleminin enerjetik ifadesi (1) indislerini atıp yazarsak;

$$\begin{aligned} \frac{1}{2!} \delta^2 V_i &= \frac{C}{2} \iint \left(\varepsilon_x^2 + \varepsilon_y^2 + 2\mu \varepsilon_x \varepsilon_y + \frac{1-\mu}{2} \gamma_{xy}^2 \right) d_x d_y \\ &+ \frac{1}{2} \iint (N_{x0} \beta_x^2 + N_{y0} \beta_y^2 + 2N_{xy0} \beta_x \beta_y) d_x d_y \\ &+ \frac{D}{2} \iint (k_x^2 k_y^2 + 2\mu k_x k_y + 2(1-\mu)) d_x d_y \end{aligned} \quad (3.31)$$

halini alır.

Dış kuvvetlerin ikinci varyasyonu, ikinci dereceden varyasyonları olmadığından sıfırdır. Bu durumda plakta P_x ve P_y yüklerinden oluşan N_{x0} ve N_{y0} membran kuvvetleri hesaba girer.

3.31 ifadesini matris formunda yazarsak;

$$\frac{1}{2!} \delta^2 U = \frac{1}{2} \iint [\varepsilon]^T [D] [\varepsilon] d_x d_y + \frac{1}{2} \iint [\beta]^T [N_0] [\beta] d_x d_y \quad (3.32)$$

şeklinde olur. Bunu açık bir şekilde yazarsak.

$$\begin{aligned} \frac{1}{2!} \delta^2 U &= \frac{1}{2} \iint \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} C & [0] \\ [0] & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \mu & 0 \\ \mu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\mu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \\ k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} d_x d_y \\ &+ \frac{1}{2} \iint \begin{bmatrix} -\frac{\partial w}{\partial x} \\ -\frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_{x0} & N_{xy0} \\ N_{xy0} & N_{y0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{\partial w}{\partial x} \\ -\frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix} d_x d_y \end{aligned} \quad (3.33)$$

şeklinde olur.

3.32 ifadesindeki

$$[\epsilon] = [F] [a] \quad (3.34)$$

$$[\beta] = [G] [a]$$

dersek ve $[a]$ değerini yerine koyarsak

$$[\epsilon] = [F] [B] [d] \quad (3.35)$$

$$[\beta] = [G] [B] [d]$$

şeklini alır. 3.32 ifadesi tekrar düzenlenirse

$$\begin{aligned} \frac{1}{2!} \delta^2 U = \frac{1}{2} [d]^T & \left[\iint [B]^T [F]^T [D] [F] [B] \right] d_x d_y \\ & + \iint [B]^T [G]^T [N_o] [G] [B] d_x d_y \end{aligned} \quad (3.36)$$

şeklinde olur. Bunu eleman matrisi şeklinde yazarsak

$$\delta^2 V = [d]^T ([K_e] + \lambda [N_e]) [d] = 0 \quad (3.37)$$

Burada $[K_e]$ eleman rijitlik matrisini; λ yük parametresini $[N_e]$ eleman geometrik matrisidir.

Burada, kritik yük, katsayılar determinantını sıfır yapan değerdir. Burkulma yükü sistemin ilk durumunun kararsız hale getiren en küçük yük parametresi olarak tanımlanabilir. Dış yüklerden oluşan membran kesit tesirleri bir yük parametresine bağlı olarak ifade edilebilir. İkinci mertebe hesaplarında süperpozisyon prensibi kullanılamayacağından yükü belli bir değer katları şeklinde gösterebiliriz. Kısaca;

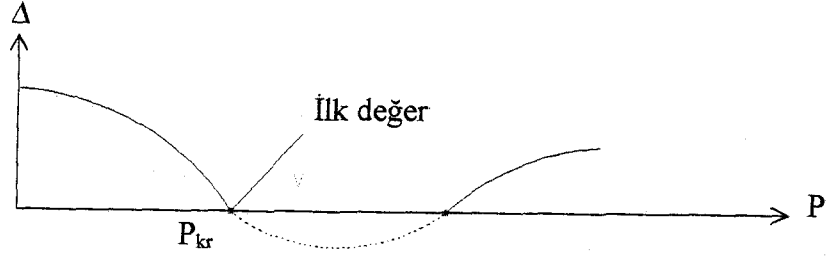
$$[N_o] = \lambda [n_o] \quad [3.38]$$

gibi. Burada λ yük parametresidir. Stabilitate denklemi,

$$([K] + \lambda [N]) [d] = 0 \quad [3.39]$$

şeklindedir. Bu denklem takımına problemin sınır şartları konur. Sistemin ilk konumunun kararsız hale gelmesi ve $[d] = 0$ dan farklı kararlı baka bir denge konumunun bulunması için yukarıdaki denklem takımının katsayılar (Δ) determinantının sıfır olmasını gerektirir. (Δ) determinantını sıfır yapan yük iki şekilde bulunur.

1) Bisection metodu ile p_{kr} yük hesaplanır. Bu da p 'ye sıfırdan başlayarak artan değerler verilir ve her seferinde (Δ) determinantı hesaplanır. Pozitiften negatife geçtiği bölgede bu aralıklar sıklaştırılarak (Δ) determinantını sıfır yapan ilk P_{kr} değeri bulunmuş olur.

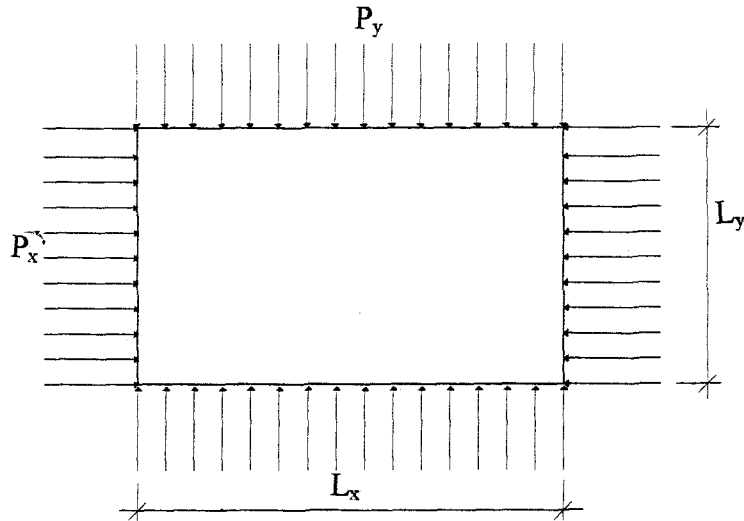


Şekil 3.4

2) Ardışık Yaklaşık Yöntemi ile de P_{kr} yük hesaplanır.

3.6. DİKDÖRTGEN PLAKLARDA $[N]$ GEOMETRİK YÜK MATRİSİNİN HESAPLANMASI

Dikdörtgen plakta ilk önce $[N_0]$ ön burkulma mambran gerilmelerini yazarsak;



Şekil 3.5

$$[N_o] = \begin{bmatrix} -\frac{P_x}{L_y} & 0 \\ 0 & -\frac{P_y}{L_y} \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

Bir doğrultudaki membran kuvvetini diğer doğrultudaki membran kuvveti cinsinden yazarsak;

$$\frac{P_y}{L_x} = R \cdot \frac{P_x}{L_y} \quad (3.41)$$

olarak yazılır. Burada $R = 0, 1, 2, 3, \dots$ gibi sabit sayılardır.

Tekrardan $[N_o]$ matrisini yazarsak;

$$[N_o] = \begin{bmatrix} -\frac{P_x}{L_y} & 0 \\ 0 & -R \frac{P_x}{L_y} \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

şeklini alır.

Eleman geometrik yük matrisi

$$[N_o] = [B^T] \left(\iint [G]^T [N_o] [G] d_x d_y \right) [B] \quad (3.43)$$

şeklinde idi. Burada $[G]$ matrisi

$$[G] = \begin{bmatrix} -\frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

şeklinde yazılıp 2.2 denkleminde seçilmiş olan $w(x,y)$ deplasman fonksiyonunda türevleri alınır

$$[G] = \begin{bmatrix} -\frac{\partial w}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & -2x & -y & 0 & -3x^2 & -2xy & -y^2 & 0 & -3x^2y & -y^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -x & -2y & 0 & -x^2 & -2xy & -3y^2 & -x^3 & -3x^3y \end{bmatrix} [q]$$

şeklinde yazılır.

(3.45)

Geometrik yük matrisinde integral alınacak kısmı kısaltmak amacıyla yazarsak;

$$[L] = \iint [G]^T [N_e] [G] d_x d_y \quad (3.46)$$

Geometrik yük matrisi

$$[N_e] = [B]^T [L] [B] \quad (3.47)$$

halini alır. Burada $[B]$ matrisi 2.14 de verilmiş olup, $[L]$ integral matrisi de hesaplanırsa $[N_e]$ geometrik yük matrisi hesaplanabilir.



3.7. DİKDÖRTGEN PLAKLAR İÇİN HESAPLANAN GEOMETRİK YÜK MATRİSİ

$$N_{1,1} = -0,438095.b/a - 0,438095.a/b.R$$

$$N_{1,2} = 0,052381.b^2/a + 0,0233333.a.R$$

$$N_{1,3} = -0,0333333.b - 0,052381.a^2/b.R$$

$$N_{1,4} = 0,438095.b/a - 0,161905.a/b.R$$

$$N_{1,5} = -0,052381.b^2/a + 0,016667.a.R$$

$$N_{1,6} = -0,0333333.b + 0,030952.a^2/b.R$$

$$N_{1,7} = 0,161905b/a + 0,161905a/b.R$$

$$N_{1,8} = 0,030952.b^2/a + 0,016667.a.R$$

$$N_{1,9} = -0,0166667.b - 0,030952.a^2/b.R$$

$$N_{1,10} = -0,161905.b/a + 0,438095.a/b.R$$

$$N_{1,12} = -0,016667.b + 0,052381.a^2/b.R$$

$$N_{2,2} = -0,009524.b^3/a - 0,044444.a.b.R$$

$$N_{2,3} = 0$$

$$N_{2,4} = -0,052381.b^2/a + 0,16667.a.R$$

$$N_{2,5} = 0,009524.b^3/a - 0,022222.a.b.R$$

$$N_{2,6} = 0$$

$$N_{2,7} = -0,030952.b^2/a - 0,016667.a.R$$

$$N_{2,8} = -0,007143.b^3/a + 0,0055555.a.b.R$$

$$N_{2,9} = 0$$

$$N_{2,10} = 0,030952.b^2/a - 0,033333.a.R$$

$$N_{2,11} = 0,007143.b^3/a + 0,011111.a.b.R$$

$$N_{2,12} = 0$$

$$N_{3,3} = -0,044444.a.b - 0,009524.a^3/b.R$$

$$N_{3,4} = 0,033333.b - 0,030952.a^2/b.R$$

$$N_{3,5} = 0$$

$$N_{3,6} = 0,011111.a.b + 0,007143.a^3/b.R$$

$$N_{3,7} = 0,016667.b + 0,030952.a^2/b.R$$

$$N_{3,8} = 0$$

$$N_{3,9} = 0,0055555.a.b - 0,007143.a^3/b.R$$

$$N_{3,10} = -0,016667.b + 0,052381.a^2/b.R$$

$$N_{3,11} = 0$$

$$N_{3,12} = -0,022222 \text{ a.b} + 0,009524 \text{ a}^3/\text{b.R}$$

$$N_{4,4} = -0,438095 \text{ b/a} - 0,438095 \text{ a/b.R}$$

$$N_{4,5} = 0,052381 \text{ b}^2/\text{a} + 0,033333 \text{ a.R}$$

$$N_{4,6} = 0,033333 \text{ b} + 0,052381 \text{ a}^2/\text{b.R}$$

$$N_{4,7} = -0,161905 \text{ b/a} + 0,438095 \text{ a/b.R}$$

$$N_{4,8} = -0,030952 \text{ b}^2/\text{a} + 0,033333 \text{ a.R}$$

$$N_{4,9} = 0,016667 \text{ b} - 0,052381 \text{ a}^2/\text{b.R}$$

$$N_{4,10} = 0,161905 \text{ b/a} + 0,161905 \text{ a/b.R}$$

$$N_{4,11} = 0,030952 \text{ b}^2/\text{a} + 0,016667 \text{ a.R}$$

$$N_{4,12} = 0,016667 \text{ b} + 0,030952 \text{ a}^2/\text{b.R}$$

$$N_{5,5} = -0,009524 \text{ b}^3/\text{a} - 0,044444 \text{ ab.R}$$

$$N_{5,6} = 0$$

$$N_{5,7} = 0,030952 \text{ b}^2/\text{a} - 0,033333 \text{ a.R}$$

$$N_{5,8} = 0,007143 \text{ b}^3/\text{a} + 0,011111 \text{ ab.R}$$

$$N_{5,9} = 0$$

$$N_{5,10} = -0,030952 \text{ b}^2/\text{a} - 0,016667 \text{ a.R}$$

$$N_{5,11} = -0,007143b^3/a + 0,0055555 abR$$

$$N_{5,12} = 0$$

$$N_{6,6} = -0,044444 ab - 0,009524 a^3/bR$$

$$N_{6,7} = 0,016667b - 0,052381 a^2/bR$$

$$N_{6,8} = 0$$

$$N_{6,9} = -0,022222 ab + 0,009524 a^3/bR$$

$$N_{6,10} = -0,016667b - 0,030952 a^2/bR$$

$$N_{6,11} = 0$$

$$N_{6,12} = 0,0055555 ab - 0,007143 a^3/bR$$

$$N_{7,7} = -0,438095 b/a - 0,438095 a/bR$$

$$N_{7,8} = -0,052381 b^2/a - 0,033333 aR$$

$$N_{7,9} = 0,033333b + 0,052381 a^2/b R$$

$$N_{7,10} = 0,438095 b/a - 0,161905 a/bR$$

$$N_{7,11} = 0,052381 b^2/a - 0,016667 aR$$

$$N_{7,12} = 0,033333 b - 0,030952 a^2/bR$$

$$N_{8,8} = -0,009524 b^3/a - 0,04444 abR$$

$$N_{8,9} = 0$$

$$N_{8,10} = 0,052381 \, b^2/a - 0,016667 \, aR$$

$$N_{8,11} = 0,009524 \, b^3/a - 0,022222 \, abR$$

$$N_{8,12} = 0$$

$$N_{9,9} = -0,044444ab - 0,009524 \, a^3/bR$$

$$N_{9,10} = -0,033333b + 0,030952 \, a^2/bR$$

$$N_{9,11} = 0$$

$$N_{9,12} = 0,011111 \, ab + 0,007143 \, a^3/bR$$

$$N_{10,10} = -0,438095 \, b/q - 0,438095 \, a/bR$$

$$N_{10,11} = -0,052381b^2/a - 0,033333aR$$

$$N_{10,12} = -0,033333b - 0,052381 \, a^2/bR$$

$$N_{11,11} = -0,009524 \, b^3/a - 0,044444abR$$

$$N_{11,12} = 0$$

$$N_{12,12} = -0,044444ab - 0,009524 \, a^3/bR$$

4. BÖLÜM

BİLGİSAYAR PROGRAMI VE SAYISAL ÖRNEKLER
(NERVÜRLÜ PLAKLARIN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE
STABİLİTESİNİN HESABINI YAPAN BASIC DİLİNDE YAZILAN
BİLGİSAYAR PROGRAMI)

5 CLS

10 REM NERVURLU INCE PLAKLARIN STABILITASI

20 DIM K(12, 12): DIM N(12, 12): DIM E(12, 12): DIM NE(12, 12)

30 INPUT "OX EKSENI DOGRULTUSUNDAKI UZUNLUK :LX(m)="; LX

40 INPUT "OY EKSENI DOGRULTUSUNDAKI UZUNLUK :LY(m)="; LY

50 INPUT "OX EKSENI DOGRULTUSUNDAKI ELEMAN SAYISI :AX="; AX

60 INPUT "OY EKSENI DOGRULTUSUNDAKI ELEMAN SAYISI :AY="; AY

70 INPUT "ELASTISITE MODULU :E(KN/m2)="; E

80 INPUT "MALZEME SABITI :NU="; NU

90 INPUT "X ILE Y DOGRULTUSUNDAKI GERILMENIN ORANI :R="; R

100 INPUT "PLAK KALINLIGI :H(m)="; H

110 INPUT "X DOGRULTUSUNDAKI NERVUR YUKSEKLIGI:NHX(m)="; NHX

120 INPUT "X DOGRULTUSUNDAKI NERVUR GENISLIGI:NBX(m)="; NBX

130 INPUT "X DOGRULTUSUNDAKI NERVUR ARALIGI:NLX(m)="; NLX

140 INPUT "Y DOGRULTUSUNDAKI NERVUR YUKSEKLIGI:NHY(m)="; NHY

150 INPUT "Y DOGRULTUSUNDAKI NERVUR GENISLIGI:NBX(m)="; NBY

160 INPUT "Y DOGRULTUSUNDAKI NERVUR ARALIGI:NLY(m)="; NLY

170 REM ELEMAN BOYUTLARININ HESABI

180 A = LX / AX: B = LY / AY

190 REM ELEMAN RIJITLIK MATRISI

200 IX = NHX ^ 3 * NBX / 12: IY = NHY * NBY ^ 3 / 12

210 D = E * H ^ 3 / (12 * (1 - NU ^ 2))

220 JX = NHX * NBX ^ 3 / 3: JY = NHY * NBY ^ 3 / 3

230 IF NLX <= 0 THEN NLX = A ELSE NLX = NLX

240 IF NLY <= 0 THEN NLY = B ELSE NLY = NLY

250 C = E / (2 * (1 + NU)) * (JX / NLX + JY / NLY) / 2

260 DX = E * IX / NLX: DY = E * IY / NLY

270 D1 = D + DX: D2 = D + DY: D3 = NU * D

280 D4 = (1 - NU) * D / 2 + C

290 PRINT "A="; A: PRINT "B="; B: PRINT "IX="; IX

300 PRINT "IY="; IY: PRINT "D="; D: PRINT "C="; C

310 PRINT "DX="; DX: PRINT "DY="; DY: PRINT "D1="; D1: PRINT "D2="; D2

320 PRINT "D3="; D3: PRINT "D4="; D4: PRINT "E="; E: PRINT "NU="; NU

```

330 PRINT "LY="; LY: PRINT "AX="; AX: PRINT "AY="; AY: PRINT "H="; H
340 PRINT "R="; R: PRINT "NBX="; NBX: PRINT "NBY="; NBY: PRINT "NHX="; NHX
350 PRINT "NHY="; NHY: PRINT "NLX="; NLX: PRINT "NLY="; NLY
360 K(1, 1) = 4 * B * D1 / A ^ 3 + 2 * D3 / (A * B) + 4 * A * D2 / B ^ 3 + 5.6 * D4 / (A * B)
370 K(1, 2) = -D3 / A - 2 * A * D2 / B ^ 2 - .4 * D4 / A
380 K(1, 3) = 2 * B * D1 / A ^ 2 + D3 / B + .4 * D4 / B
390 K(1, 4) = -4 * B * D1 / A ^ 3 - 2 * D3 / (A * B) + 2 * A * D2 / B ^ 3 - 5.6 * D4 / (A * B)
400 K(1, 5) = D3 / A - A * D2 / B ^ 2 + .4 * D4 / A
410 K(1, 6) = 2 * B * D1 / A ^ 2 + .4 * D4 / B
420 K(1, 7) = -2 * B * D1 / A ^ 3 + 2 * D3 / (A * B) - 2 * A * D2 / B ^ 3 + 5.6 * D4 / (A * B)
430 K(1, 8) = -A * D2 / B ^ 2 + .4 * D4 / A
440 K(1, 9) = B * D1 / A ^ 2 - .4 * D4 / B
450 K(1, 10) = 2 * B * D1 / A ^ 3 - 2 * D3 / (A * B) - 4 * A * D2 / B ^ 3 - 5.6 * D4 / (A * B)
460 K(1, 11) = -2 * A * D2 / B ^ 2 - .4 * D4 / A
470 K(1, 12) = B * D1 / A ^ 2 - D3 / B - .4 * D4 / B
480 K(2, 2) = 4 * A * D2 / (3 * B) + 8 * B * D4 / (15 * A)
490 K(2, 3) = -D3
500 K(2, 4) = K(1, 5)
510 K(2, 5) = 4 * A * D2 / (6 * B) - 8 * B * D4 / (15 * A)
520 K(2, 6) = K(2, 9) = K(2, 12) = 0
530 K(2, 7) = -K(1, 8)
540 K(2, 8) = A * D2 / (3 * B) + 2 * B * D4 / (15 * A)
550 K(2, 10) = -K(1, 11)
560 K(2, 11) = 2 * A * D2 / (3 * B) - 2 * B * D4 / (15 * A)
570 K(3, 3) = 4 * B * D1 / (3 * A) + 8 * A * D4 / (15 * B)
580 K(3, 4) = -K(1, 6)
590 K(3, 5) = K(3, 8) = K(3, 11) = 0
600 K(3, 6) = 2 * B * D1 / (3 * A) - 2 * A * D4 / (15 * B)
610 K(3, 7) = -K(1, 9)
620 K(3, 9) = K(3, 3) / 4
630 K(3, 10) = K(1, 12)
640 K(3, 12) = 2 * B * D1 / (3 * A) - 8 * A * D4 / (15 * B)
650 K(4, 4) = K(1, 1)

```

$$660 \ K(4, 5) = K(1, 2)$$

$$670 \ K(4, 6) = -K(1, 3)$$

$$680 \ K(4, 7) = K(1, 10)$$

$$690 \ K(4, 8) = K(1, 11)$$

$$700 \ K(4, 9) = -K(1, 12)$$

$$710 \ K(4, 10) = K(1, 7)$$

$$720 \ K(4, 11) = K(1, 8)$$

$$730 \ K(4, 12) = K(3, 7)$$

$$740 \ K(5, 5) = 4 * A * D2 / (3 * B) + 4.8 * B * D4 / (9 * A)$$

$$750 \ K(5, 6) = D3$$

$$760 \ K(5, 7) = K(2, 10)$$

$$770 \ K(5, 8) = K(2, 11)$$

$$780 \ K(5, 10) = K(2, 7)$$

$$790 \ K(5, 11) = K(2, 8)$$

$$800 \ K(6, 6) = K(3, 3)$$

$$810 \ K(6, 7) = K(4, 9)$$

$$820 \ K(6, 9) = K(3, 12)$$

$$830 \ K(6, 10) = K(1, 9)$$

$$840 \ K(6, 12) = K(3, 9)$$

$$850 \ K(7, 7) = K(1, 1)$$

$$860 \ K(7, 8) = -K(1, 2)$$

$$870 \ K(7, 9) = K(4, 6)$$

$$880 \ K(7, 10) = -4 * B * D1 / A^3 - 2 * D3 / (B * A) + 2 * A * D2 / B^3 - 5.6 * D4 / (B * A)$$

$$890 \ K(7, 11) = -K(2, 4)$$

$$900 \ K(7, 12) = K(3, 4)$$

$$910 \ K(8, 8) = K(2, 2)$$

$$920 \ K(8, 9) = K(2, 3)$$

$$930 \ K(8, 10) = -K(2, 4)$$

$$940 \ K(8, 11) = 2 * A * D2 / (3 * B) - 8 * D4 * B / (15 * A)$$

$$950 \ K(9, 9) = K(3, 3)$$

$$960 \ K(9, 10) = -K(3, 4)$$

$$970 \ K(9, 12) = K(3, 6)$$

$$980 \ K(10, 10) = K(4, 4)$$


```

990 K(10, 11) = -K(4, 5)
1000 K(10, 12) = -K(4, 6)
1010 K(11, 11) = K(2, 2)
1020 K(11, 12) = D3
1030 K(12, 12) = K(3, 3)
1040 FOR I = 1 TO 11
1050 FOR J = I + 1 TO 12
1060 K(J, I) = K(I, J)
1070 NEXT J
1080 NEXT I
1090 PRINT "GEOMETRIK YUK MATRISI"
1100 B1 = B / A: A1 = A / B
1110 T0 = .438095: T1 = .052381
1120 T2 = .0111111: T3 = .161905
1130 T4 = .030952: T5 = .016667
1140 T6 = .009524: T7 = .007143
1150 N(1, 1) = -T0 * B1 - T0 * A1 * R
1160 N(1, 2) = T1 * B * B1 + 2 * T5 * A * R
1170 N(1, 3) = -2 * T5 * B - T1 * A * A1 * R
1180 N(1, 4) = T0 * B1 - T3 * A1 * R
1190 N(1, 5) = -T1 * B * B1 + T5 * A * R
1200 N(1, 6) = -2 * T5 * B + T4 * A * A1 * R
1210 N(1, 7) = T3 * (B1 + A1 * R)
1220 N(1, 8) = T4 * B * B1 + T5 * A * R
1230 N(1, 9) = -T5 * B - T4 * A * A1 * R
1240 N(1, 10) = -T3 * B1 + T0 * A1 * R
1250 N(1, 11) = -T4 * B * B1 + 2 * T5 * A * R
1260 N(1, 12) = -T5 * B + T1 * A * A1 * R
1270 N(2, 2) = -T6 * B ^ 2 * B1 - 4 * T2 * A * B * R
1280 N(2, 3) = 0: N(2, 6) = 0: N(2, 9) = 0: N(2, 12) = 0
1290 N(2, 4) = -T1 * B * B1 + T5 * A * R
1300 N(2, 5) = T6 * B ^ 2 * B1 - 2 * T2 * A * B * R
1310 N(2, 7) = -T4 * B * B1 - T5 * A * R

```

```

1320 N(2, 8) = -T7 * B ^ 2 * B1 + T2 / 2 * A * B * R
1330 N(2, 10) = T4 * B * B1 - 2 * T5 * A * R
1340 N(2, 11) = T7 * B ^ 2 * B1 + T2 * A * B * R
1350 N(3, 3) = -4 * T2 * A * B - T6 * A ^ 2 * A1 * R
1360 N(3, 4) = 2 * T5 * B - T4 * A * A1 * R
1370 N(3, 6) = T2 * A * B + T7 * A ^ 2 * A1 * R
1380 N(3, 7) = T5 * B + T4 * A * A1 * R
1390 N(3, 9) = T2 / 2 * A * B - T7 * A ^ 2 * A1 * R
1400 N(3, 10) = -T5 * B + T1 * A * A1 * R
1410 N(3, 11) = 0: N(3, 8) = 0: N(3, 5) = 0
1420 N(3, 12) = -2 * T2 * A * B + T6 * A ^ 2 * A1 * R
1430 N(4, 4) = N(1, 1): N(4, 5) = N(1, 2): N(4, 6) = -N(1, 3)
1440 N(4, 7) = N(1, 10): N(4, 8) = N(1, 11): N(4, 9) = -N(1, 12)
1450 N(4, 10) = N(1, 7): N(4, 11) = N(1, 8): N(4, 12) = -N(1, 9)
1460 N(5, 5) = N(2, 2): N(5, 6) = 0: N(5, 7) = N(2, 10)
1470 N(5, 8) = N(2, 11): N(5, 9) = 0: N(5, 10) = N(2, 7)
1480 N(5, 11) = N(2, 8): N(5, 12) = 0
1490 N(6, 6) = N(3, 3): N(6, 7) = -N(3, 10): N(6, 8) = 0: N(6, 9) = N(3, 12)
1500 N(6, 10) = -N(3, 7): N(6, 11) = 0: N(6, 12) = N(3, 9)
1510 N(7, 7) = N(1, 1): N(7, 8) = -N(1, 2): N(7, 9) = -N(1, 3)
1520 N(7, 10) = N(1, 4): N(7, 11) = -N(1, 5): N(7, 12) = -N(1, 6)
1530 N(8, 8) = N(2, 2): N(8, 9) = 0: N(8, 10) = -N(2, 4): N(8, 11) = N(2, 5)
1540 N(8, 12) = 0
1550 N(9, 9) = N(3, 3): N(9, 10) = -N(3, 4)
1560 N(9, 11) = 0: N(9, 12) = N(3, 6)
1570 N(10, 10) = N(1, 1): N(10, 11) = -N(1, 2): N(10, 12) = N(1, 3)
1580 N(11, 11) = N(2, 2): N(11, 12) = 0
1590 N(12, 12) = N(3, 3)
1600 FOR I = 1 TO 11
1610 FOR J = 1 TO 12
1620 N(J, I) = N(I, J)
1630 NEXT J
1640 NEXT I

```

```

1650 PRINT "SISTEM X VE Y EKSENLERINE GORE SIMETRIK OLARAK
HESAPLANMISTIR"
1660 XN = AX / 2 + 1: YN = AY / 2 + 1
1670 X0 = 3 * XN: Y0 = 3 * YN: XY0 = X0 * YN
1680 REM SISTEM RIJITLIK MATRISININ OLUSTURULMASI
1690 DIM S(XY0, XY0): DIM MS(XY0): DIM NX(3 * XY0)
1700 PRINT "MESNET SARTLARININ YERLESTIRILMESI"
1710 PRINT "-----"
1720 PRINT "1) 4 KENARIDA BASIT MESNET OLMASI"
1730 PRINT "2) 4 KENARIDA ANKASTRE OLMASI  "
1740 PRINT "3) X EKSENI BOYUNCA BASIT Y EKSENI BOYUNCA ANKASTRE
OLMASI"
1750 PRINT "4) X EKSENI BOYUNCA ANKASTRE Y EKSENI BOYUNCA BASIT
OLMASI"
1760 PRINT "5) DEGISIK DURUMLAR ICIN"
1770 INPUT "SECIMINIZ=", SEC
1780 IF SEC = 5 THEN 2710 ELSE 1790
1790 IF SEC = 1 OR SEC = 2 OR SEC = 3 OR SEC = 4 GOTO 1800 ELSE 1770
1800 IF AX = 6 THEN GOTO 1810 ELSE GOTO 2270
1810 SELECT CASE SEC

1820 CASE 1
1830 FOR I = 1 TO XY0
1840 MS(I) = 1
1850 NEXT I
1860 MS(2) = 0: MS(3) = 0: MS(5) = 0: MS(8) = 0: MS(11) = 0: MS(15) = 0
1870 MS(27) = 0: MS(25) = 0: MS(28) = 0: MS(31) = 0: MS(34) = 0: MS(22) = 0
1880 MS(10) = 0
1890 FOR I = 1 TO XY0
1900 PRINT "MS("; I; ")="; MS(I);
1910 NEXT I
1920 CASE 2
1930 FOR I = 1 TO XY0

```

```
IS(I) = 1
```

```
EXT I
```

```
IS(2) = 0: MS(3) = 0: MS(5) = 0: MS(8) = 0: MS(11) = 0: MS(15) = 0
```

```
IS(27) = 0: MS(22) = 0: MS(23) = 0: MS(24) = 0: MS(10) = 0: MS(12) = 0
```

```
IS(25) = 0: MS(26) = 0: MS(27) = 0: MS(28) = 0: MS(29) = 0: MS(30) = 0
```

```
IS(31) = 0: MS(32) = 0: MS(33) = 0: MS(34) = 0: MS(35) = 0: MS(36) = 0
```

```
FOR I = 1 TO XY0
```

```
PRINT "MS(", I, ")="; MS(I);
```

```
EXT I
```

```
ASE 3
```

```
FOR I = 1 TO XY0
```

```
IS(I) = 1
```

```
EXT I
```

```
IS(2) = 0: MS(3) = 0: MS(5) = 0: MS(8) = 0: MS(11) = 0: MS(15) = 0
```

```
IS(27) = 0: MS(10) = 0: MS(22) = 0: MS(25) = 0: MS(26) = 0: MS(27) = 0
```

```
IS(28) = 0: MS(29) = 0: MS(30) = 0: MS(31) = 0: MS(32) = 0: MS(33) = 0
```

```
IS(34) = 0: MS(35) = 0: MS(36) = 0
```

```
FOR I = 1 TO XY0
```

```
PRINT "MS(", I, ")="; MS(I);
```

```
EXT I
```

```
ASE 4
```

```
FOR I = 1 TO XY0
```

```
IS(I) = 1
```

```
EXT I
```

```
IS(2) = 0: MS(3) = 0: MS(5) = 0: MS(8) = 0: MS(11) = 0: MS(15) = 0
```

```
IS(27) = 0: MS(22) = 0: MS(23) = 0: MS(24) = 0: MS(10) = 0: MS(12) = 0: MS(25) =
```

```
IS(28) = 0: MS(31) = 0: MS(34) = 0: MS(35) = 0: MS(36) = 0
```

```
FOR I = 1 TO XY0
```

```
PRINT "MS(", I, ")="; MS(I);
```

```
EXT I
```

2250 END SELECT

2260 GOTO 3050

2270 SELECT CASE SEC

2280 CASE 1

2290 FOR I = 1 TO XY0

2300 MS(I) = 1

2310 NEXT I

2320 MS(2) = 0: MS(3) = 0: MS(5) = 0: MS(8) = 0: MS(12) = 0: MS(21) = 0

2330 MS(19) = 0: MS(25) = 0: MS(16) = 0: MS(22) = 0: MS(7) = 0

2340 FOR I = 1 TO XY0

2350 PRINT "MS("; I; ")="; MS(I);

2360 NEXT I

2370 CASE 2

2380 FOR I = 1 TO XY0

2390 MS(I) = 1

2400 NEXT I

2410 MS(2) = 0: MS(3) = 0: MS(5) = 0: MS(8) = 0: MS(12) = 0: MS(21) = 0

2420 MS(7) = 0: MS(9) = 0: MS(17) = 0: MS(16) = 0: MS(18) = 0: MS(25) = 0

2430 MS(26) = 0: MS(27) = 0: MS(22) = 0: MS(23) = 0: MS(24) = 0: MS(19) = 0

2440 MS(20) = 0

2450 FOR I = 1 TO XY0

2460 PRINT "MS("; I; ")="; MS(I);

2470 NEXT I

2480 CASE 3

2490 FOR I = 1 TO XY0

2500 MS(I) = 1

2510 NEXT I

2520 MS(2) = 0: MS(3) = 0: MS(5) = 0: MS(8) = 0: MS(12) = 0: MS(21) = 0

```

2530 MS(16) = 0: MS(7) = 0: MS(19) = 0: MS(20) = 0: MS(22) = 0: MS(23) = 0
2540 MS(24) = 0: MS(25) = 0: MS(26) = 0: MS(27) = 0
2560 FOR I = 1 TO XY0
2570 PRINT "MS("; I, ")="; MS(I);
2580 NEXT I

2590 CASE 4
2600 FOR I = 1 TO XY0
2610 MS(I) = 1
2620 NEXT I
2630 MS(2) = 0: MS(3) = 0: MS(5) = 0: MS(8) = 0: MS(12) = 0: MS(21) = 0
2640 MS(19) = 0: MS(22) = 0: MS(25) = 0: MS(26) = 0: MS(27) = 0: MS(16) = 0
2650 MS(17) = 0: MS(18) = 0: MS(7) = 0: MS(9) = 0
2660 FOR I = 1 TO XY0
2670 PRINT "MS("; I, ")="; MS(I);
2680 NEXT I

2690 END SELECT
2700 GOTO 3050
2710 CASE 5
2720 PRINT "SISTEM SIMETRIK DEGILSE (L0=(1/0))"
2730 INPUT "L0="; L0
2740 IF L0 = 1 GOTO 2750 ELSE 2790
2750 XN = AX + 1: YN = AY + 1
2760 X0 = 3 * XN: Y0 = 3 * YN: XY0 = X0 * YN
2780 GOTO 3010
2790 PRINT "SISTEM X EKSENINE GORE SIMETRIKSE (L0=(1/0))"
2800 INPUT "L0="; L0
2810 IF L0 = 1 GOTO 2820 ELSE 2900
2820 XN = AX + 1: YN = AY / 2 + 1
2830 X0 = 3 * XN: Y0 = 3 * YN: XY0 = X0 * YN
2890 GOTO 3010
2900 PRINT "SISTEM Y EKSENINE GORE SIMETRIKSE (L0=(1/0))"

```

```

2910 INPUT "L0="; L0
2920 IF L0 = 1 GOTO 2930 ELSE 2960
2930 XN = AX / 2 + 1: YN = AY + 1
2940 X0 = 3 * XN: Y0 = 3 * YN: XY0 = X0 * YN
2950 GOTO 3010
2960 PRINT "SISTEM X VE Y EKSENINE GORE SIMETRIKSE (L0=(1/0))"
2970 INPUT "L0="; L0
2980 IF L0 = 1 GOTO 2990 ELSE 3010
2990 XN = AX / 2 + 1: YN = AY / 2 + 1
3000 X0 = 3 * XN: Y0 = 3 * YN: XY0 = X0 * YN
3010 PRINT "MESNET SARTLARININ YERLESTIRILMESI (MS=1/0)"
3020 FOR I = 1 TO XY0
3030 PRINT "MS("; I, ")=": INPUT MS(I)
3040 NEXT I

3050 CLS
3060 INPUT "NX DEGERINI HANGI DEGERDEN BASLATALIM="; NX
3070 INPUT "NX ARTIM DEGERI KAC OLSUN="; ART
3080 GOTO 3130
3090 SA = 0
3100 PRINT "NX DEGERINI"; NX(K - 1); " DEGERINI ALIYORUM"
3110 NX = NX(K - 1)
3120 INPUT "YENI NX ARTIMINI GIRINIZ="; ART
3130 FOR I = 1 TO 12
3140 FOR J = 1 TO 12
3150 NE(I, J) = NX * N(I, J)
3160 E(I, J) = K(I, J) + NE(I, J)
3170 NEXT J, I
3180 FOR I = 1 TO XY0
3190 FOR J = 1 TO XY0
3200 S(I, J) = 0
3210 NEXT J, I
3220 S(1, 1) = E(1, 1): S(1, 2) = E(1, 2): S(1, 3) = E(1, 3)

```

3230 $S(2, 2) = E(2, 2)$: $S(2, 3) = E(2, 3)$: $S(3, 3) = E(3, 3)$
 3240 $S(1, 4) = E(1, 4)$: $S(1, 5) = E(1, 5)$: $S(1, 6) = E(1, 6)$
 3250 $S(2, 4) = E(2, 4)$: $S(2, 5) = E(2, 5)$: $S(2, 6) = E(2, 6)$
 3260 $S(3, 4) = E(3, 4)$: $S(3, 5) = E(3, 5)$: $S(3, 6) = E(3, 6)$
 3270 $S(1, X0 + 1) = E(1, 10)$: $S(1, X0 + 2) = E(1, 11)$: $S(1, X0 + 3) = E(1, 12)$
 3280 $S(2, X0 + 1) = E(2, 10)$: $S(2, X0 + 2) = E(2, 11)$: $S(2, X0 + 3) = E(2, 12)$
 3290 $S(3, X0 + 1) = E(3, 10)$: $S(3, X0 + 2) = E(3, 11)$: $S(3, X0 + 3) = E(3, 12)$
 3300 $S(1, X0 + 4) = E(1, 7)$: $S(1, X0 + 5) = E(1, 8)$: $S(1, X0 + 6) = E(1, 9)$
 3310 $S(2, X0 + 4) = E(2, 7)$: $S(2, X0 + 5) = E(2, 8)$: $S(2, X0 + 6) = E(2, 9)$
 3320 $S(3, X0 + 4) = E(3, 7)$: $S(3, X0 + 5) = E(3, 8)$: $S(3, X0 + 6) = E(3, 9)$
 3330 $EX = X0 / 3 - 2$: $I = 0$
 3340 $I = I + 1$
 3350 IF $I \leq EX$ GOTO 3360 ELSE 3680
 3360 $I0 = 3 * I$: $XI0 = X0 + I0$
 3370 $S(I0 + 1, I0 + 1) = E(1, 1) + E(4, 4)$
 3380 $S(I0 + 1, I0 + 2) = E(1, 2) + E(4, 5)$
 3390 $S(I0 + 1, I0 + 3) = E(1, 3) + E(4, 6)$
 3400 $S(I0 + 2, I0 + 2) = E(2, 2) + E(5, 5)$
 3410 $S(I0 + 2, I0 + 3) = E(2, 3) + E(5, 6)$
 3420 $S(I0 + 3, I0 + 3) = E(3, 3) + E(6, 6)$
 3430 $S(I0 + 1, I0 + 4) = E(1, 4)$: $S(I0 + 1, I0 + 5) = E(1, 5)$
 3440 $S(I0 + 1, I0 + 6) = E(1, 6)$: $S(I0 + 2, I0 + 4) = E(2, 4)$
 3450 $S(I0 + 2, I0 + 5) = E(2, 5)$: $S(I0 + 2, I0 + 6) = E(2, 6)$
 3460 $S(I0 + 3, I0 + 4) = E(3, 4)$: $S(I0 + 3, I0 + 5) = E(3, 5)$
 3470 $S(I0 + 3, I0 + 6) = E(3, 6)$
 3480 $S(I0 + 1, XI0 - 2) = E(4, 10)$: $S(I0 + 1, XI0 - 1) = E(4, 11)$
 3490 $S(I0 + 1, XI0) = E(4, 12)$: $S(I0 + 2, XI0 - 2) = E(5, 10)$
 3500 $S(I0 + 2, XI0 - 1) = E(5, 11)$: $S(I0 + 2, XI0) = E(5, 12)$
 3510 $S(I0 + 3, XI0 - 2) = E(6, 10)$: $S(I0 + 3, XI0 - 1) = E(6, 11)$
 3520 $S(I0 + 3, XI0) = E(6, 12)$
 3530 $S(I0 + 1, XI0 + 1) = E(4, 7) + E(1, 10)$
 3540 $S(I0 + 1, XI0 + 2) = E(4, 8) + E(1, 11)$
 3550 $S(I0 + 1, XI0 + 3) = E(4, 9) + E(1, 12)$

3560 $S(I0 + 2, XI0 + 1) = E(5, 7) + E(2, 10)$
 3570 $S(I0 + 2, XI0 + 2) = E(5, 8) + E(2, 11)$
 3580 $S(I0 + 2, XI0 + 3) = E(5, 9) + E(2, 12)$
 3590 $S(I0 + 3, XI0 + 1) = E(6, 7) + E(3, 10)$
 3600 $S(I0 + 3, XI0 + 2) = E(6, 8) + E(3, 11)$
 3610 $S(I0 + 3, XI0 + 3) = E(6, 9) + E(3, 12)$
 3620 $S(I0 + 1, XI0 + 4) = E(1, 7)$: $S(I0 + 1, XI0 + 5) = E(1, 8)$
 3630 $S(I0 + 1, XI0 + 6) = E(1, 9)$: $S(I0 + 2, XI0 + 4) = E(2, 7)$
 3640 $S(I0 + 2, XI0 + 5) = E(2, 8)$: $S(I0 + 2, XI0 + 6) = E(2, 9)$
 3650 $S(I0 + 3, XI0 + 4) = E(3, 7)$: $S(I0 + 3, XI0 + 5) = E(3, 8)$
 3660 $S(I0 + 3, XI0 + 6) = E(3, 9)$
 3670 GOTO 3340
 3680 $I0 = EX * 3$
 3690 $S(X0 - 2, X0 - 2) = E(4, 4)$: $S(X0 - 2, X0 - 1) = E(4, 5)$
 3700 $S(X0 - 2, X0) = E(4, 6)$: $S(X0 - 1, X0 - 1) = E(5, 5)$
 3710 $S(X0 - 1, X0) = E(5, 6)$: $S(X0, X0) = E(6, 6)$
 3720 $S(X0 - 2, XI0 + 1) = E(4, 10)$: $S(X0 - 2, XI0 + 2) = E(4, 11)$
 3730 $S(X0 - 2, XI0 + 3) = E(4, 12)$: $S(X0 - 1, XI0 + 1) = E(5, 10)$
 3740 $S(X0 - 1, XI0 + 2) = E(5, 11)$: $S(X0 - 1, XI0 + 3) = E(5, 12)$
 3750 $S(X0, XI0 + 1) = E(6, 10)$: $S(X0, XI0 + 2) = E(6, 11)$
 3760 $S(X0, XI0 + 3) = E(6, 12)$
 3770 $S(X0 - 2, XI0 + 4) = E(4, 7)$: $S(X0 - 2, XI0 + 5) = E(4, 8)$
 3780 $S(X0 - 2, XI0 + 6) = E(4, 9)$: $S(X0 - 1, XI0 + 4) = E(5, 7)$
 3790 $S(X0 - 1, XI0 + 5) = E(5, 8)$: $S(X0 - 1, XI0 + 6) = E(5, 9)$
 3800 $S(X0, XI0 + 4) = E(6, 7)$: $S(X0, XI0 + 5) = E(6, 8)$
 3810 $S(X0, XI0 + 6) = E(6, 9)$
 3820 $EY = Y0 / 3 - 2$: $I = 0$
 3830 $I = I + 1$
 3840 IF $I \leq EY$ GOTO 3850 ELSE 4710
 3850 $I0 = I * X0$: $XI0 = I0 + X0$
 3860 $S(I0 + 1, I0 + 1) = E(10, 10) + E(1, 1)$
 3870 $S(I0 + 1, I0 + 2) = E(10, 11) + E(1, 2)$
 3880 $S(I0 + 1, I0 + 3) = E(10, 12) + E(1, 3)$

3890 $S(I0 + 2, I0 + 2) = E(11, 11) + E(2, 2)$
 3900 $S(I0 + 2, I0 + 3) = E(11, 12) + E(2, 3)$
 3910 $S(I0 + 3, I0 + 3) = E(12, 12) + E(3, 3)$
 3920 $S(I0 + 1, I0 + 4) = E(7, 10) + E(1, 4)$
 3930 $S(I0 + 1, I0 + 5) = E(8, 10) + E(1, 5)$
 3940 $S(I0 + 1, I0 + 6) = E(9, 10) + E(1, 6)$
 3950 $S(I0 + 2, I0 + 4) = E(7, 11) + E(2, 4)$
 3960 $S(I0 + 2, I0 + 5) = E(8, 11) + E(2, 5)$
 3970 $S(I0 + 2, I0 + 6) = E(9, 11) + E(2, 6)$
 3980 $S(I0 + 3, I0 + 4) = E(7, 12) + E(3, 4)$
 3990 $S(I0 + 3, I0 + 5) = E(8, 12) + E(3, 5)$
 4000 $S(I0 + 3, I0 + 6) = E(9, 12) + E(3, 6)$
 4010 $S(I0 + 1, XI0 + 1) = E(1, 10)$: $S(I0 + 1, XI0 + 2) = E(1, 11)$
 4020 $S(I0 + 1, XI0 + 3) = E(1, 12)$: $S(I0 + 2, XI0 + 1) = E(2, 10)$
 4030 $S(I0 + 2, XI0 + 2) = E(2, 11)$: $S(I0 + 2, XI0 + 3) = E(2, 12)$
 4040 $S(I0 + 3, XI0 + 1) = E(3, 10)$: $S(I0 + 3, XI0 + 2) = E(3, 11)$
 4050 $S(I0 + 3, XI0 + 3) = E(3, 12)$
 4060 $S(I0 + 1, XI0 + 4) = E(1, 7)$: $S(I0 + 1, XI0 + 5) = E(1, 8)$
 4070 $S(I0 + 1, XI0 + 6) = E(1, 9)$: $S(I0 + 2, XI0 + 4) = E(2, 7)$
 4080 $S(I0 + 2, XI0 + 5) = E(2, 8)$: $S(I0 + 2, XI0 + 6) = E(2, 9)$
 4090 $S(I0 + 3, XI0 + 4) = E(3, 7)$: $S(I0 + 3, XI0 + 5) = E(3, 8)$
 4100 $S(I0 + 3, XI0 + 6) = E(3, 9)$
 4110 $J = 0$
 4120 $J = J + 1$
 4130 IF $J \leq EX$ GOTO 4140 ELSE 4520
 4140 $I1 = J * 3$: $I10 = I0 + I1$
 4160 $S(I10 + 1, I10 + 1) = E(1, 1) + E(4, 4) + E(7, 7) + E(10, 10)$
 4170 $S(I10 + 1, I10 + 2) = E(1, 2) + E(4, 5) + E(7, 8) + E(10, 11)$
 4180 $S(I10 + 1, I10 + 3) = E(1, 3) + E(4, 6) + E(7, 9) + E(10, 12)$
 4190 $S(I10 + 2, I10 + 2) = E(2, 2) + E(5, 5) + E(8, 8) + E(11, 11)$
 4200 $S(I10 + 2, I10 + 3) = E(2, 3) + E(5, 6) + E(8, 9) + E(11, 12)$
 4210 $S(I10 + 3, I10 + 3) = E(3, 3) + E(6, 6) + E(9, 9) + E(12, 12)$
 4220 $S(I10 + 1, I10 + 4) = E(7, 10) + E(1, 4)$

4230 $S(I10 + 1, I10 + 5) = E(8, 10) + E(1, 5)$
 4240 $S(I10 + 1, I10 + 6) = E(9, 10) + E(1, 6)$
 4250 $S(I10 + 2, I10 + 4) = E(7, 11) + E(2, 4)$
 4260 $S(I10 + 2, I10 + 5) = E(8, 11) + E(2, 5)$
 4270 $S(I10 + 2, I10 + 6) = E(9, 11) + E(2, 6)$
 4280 $S(I10 + 3, I10 + 4) = E(7, 12) + E(3, 4)$
 4290 $S(I10 + 3, I10 + 5) = E(8, 12) + E(3, 5)$
 4300 $S(I10 + 3, I10 + 6) = E(9, 12) + E(3, 6)$
 4310 $X10 = I0 + X0 + I1$
 4320 $S(I10 + 1, X10 - 2) = E(4, 10)$: $S(I10 + 1, X10 - 1) = E(4, 11)$
 4330 $S(I10 + 1, X10) = E(4, 12)$: $S(I10 + 2, X10 - 2) = E(5, 10)$
 4340 $S(I10 + 2, X10 - 1) = E(5, 11)$: $S(I10 + 2, X10) = E(5, 12)$
 4350 $S(I10 + 3, X10 - 2) = E(6, 10)$: $S(I10 + 3, X10 - 1) = E(6, 11)$
 4360 $S(I10 + 3, X10) = E(6, 12)$
 4370 $S(I10 + 1, X10 + 1) = E(4, 7) + E(1, 10)$
 4380 $S(I10 + 1, X10 + 2) = E(4, 8) + E(1, 11)$
 4390 $S(I10 + 1, X10 + 3) = E(4, 9) + E(1, 12)$
 4400 $S(I10 + 2, X10 + 1) = E(5, 7) + E(2, 10)$
 4410 $S(I10 + 2, X10 + 2) = E(5, 8) + E(2, 11)$
 4420 $S(I10 + 2, X10 + 3) = E(5, 9) + E(2, 12)$
 4430 $S(I10 + 3, X10 + 1) = E(6, 7) + E(3, 10)$
 4440 $S(I10 + 3, X10 + 2) = E(6, 8) + E(3, 11)$
 4450 $S(I10 + 3, X10 + 3) = E(6, 9) + E(3, 12)$
 4460 $S(I10 + 1, X10 + 4) = E(1, 7)$: $S(I10 + 1, X10 + 5) = E(1, 8)$
 4470 $S(I10 + 1, X10 + 6) = E(1, 9)$: $S(I10 + 2, X10 + 4) = E(2, 7)$
 4480 $S(I10 + 2, X10 + 5) = E(2, 8)$: $S(I10 + 2, X10 + 6) = E(2, 9)$
 4490 $S(I10 + 3, X10 + 4) = E(3, 7)$: $S(I10 + 3, X10 + 5) = E(3, 8)$
 4500 $S(I10 + 3, X10 + 6) = E(3, 9)$
 4510 GOTO 4120
 4520 $XI0 = X0 + I0$
 4530 $S(XI0 - 2, XI0 - 2) = E(7, 7) + E(4, 4)$
 4540 $S(XI0 - 2, XI0 - 1) = E(7, 8) + E(4, 5)$
 4550 $S(XI0 - 2, XI0) = E(7, 9) + E(4, 6)$

4560 $S(XI0 - 1, XI0 - 1) = E(8, 8) + E(5, 5)$
 4570 $S(XI0 - 1, XI0) = E(8, 9) + E(5, 6)$
 4580 $S(XI0, XI0) = E(9, 9) + E(6, 6)$
 4590 $X20 = XI0 + X0$
 4600 $S(XI0 - 2, X20 - 5) = E(4, 10)$: $S(XI0 - 2, X20 - 4) = E(4, 11)$
 4610 $S(XI0 - 2, X20 - 3) = E(4, 12)$: $S(XI0 - 1, X20 - 5) = E(5, 10)$
 4620 $S(XI0 - 1, X20 - 4) = E(5, 11)$: $S(XI0 - 1, X20 - 3) = E(5, 12)$
 4630 $S(XI0, X20 - 5) = E(6, 10)$: $S(XI0, X20 - 4) = E(6, 11)$
 4640 $S(XI0, X20 - 3) = E(6, 12)$
 4650 $S(XI0 - 2, X20 - 2) = E(4, 7)$: $S(XI0 - 2, X20 - 1) = E(4, 8)$
 4660 $S(XI0 - 2, X20) = E(4, 9)$: $S(XI0 - 1, X20 - 2) = E(5, 7)$
 4670 $S(XI0 - 1, X20 - 1) = E(5, 8)$: $S(XI0 - 1, X20) = E(5, 9)$
 4680 $S(XI0, X20 - 2) = E(6, 7)$: $S(XI0, X20 - 1) = E(6, 8)$
 4690 $S(XI0, X20) = E(6, 9)$
 4700 GOTO 3830
 4710 $X30 = XY0 - X0$
 4720 $S(X30 + 1, X30 + 1) = E(10, 10)$: $S(X30 + 1, X30 + 2) = E(10, 11)$
 4730 $S(X30 + 1, X30 + 3) = E(10, 12)$: $S(X30 + 2, X30 + 2) = E(11, 11)$
 4740 $S(X30 + 2, X30 + 3) = E(11, 12)$: $S(X30 + 3, X30 + 3) = E(12, 12)$
 4750 $S(X30 + 1, X30 + 4) = E(7, 10)$: $S(X30 + 1, X30 + 5) = E(8, 10)$
 4760 $S(X30 + 1, X30 + 6) = E(9, 10)$: $S(X30 + 2, X30 + 4) = E(7, 11)$
 4770 $S(X30 + 2, X30 + 5) = E(8, 11)$: $S(X30 + 2, X30 + 6) = E(9, 11)$
 4780 $S(X30 + 3, X30 + 4) = E(7, 12)$: $S(X30 + 3, X30 + 5) = E(8, 12)$
 4790 $S(X30 + 3, X30 + 6) = E(9, 12)$
 4800 $I = 0$
 4810 $I = I + 1$
 4820 IF $I \leq EX$ GOTO 4830 ELSE 4960
 4830 $I0 = I * 3$: $X40 = X30 + I0$
 4840 $S(X40 + 1, X40 + 1) = E(7, 7) + E(10, 10)$
 4850 $S(X40 + 1, X40 + 2) = E(7, 8) + E(10, 11)$
 4860 $S(X40 + 1, X40 + 3) = E(7, 9) + E(10, 12)$
 4870 $S(X40 + 2, X40 + 2) = E(8, 8) + E(11, 11)$
 4880 $S(X40 + 2, X40 + 3) = E(8, 9) + E(11, 12)$

```

4890 S(X40 + 3, X40 + 3) = E(9, 9) + E(12, 12)
4900 S(X40 + 1, X40 + 4) = E(7, 10): S(X40 + 1, X40 + 5) = E(8, 10)
4910 S(X40 + 1, X40 + 6) = E(9, 10): S(X40 + 2, X40 + 4) = E(7, 11)
4920 S(X40 + 2, X40 + 5) = E(8, 11): S(X40 + 2, X40 + 6) = E(9, 11)
4930 S(X40 + 3, X40 + 4) = E(7, 12): S(X40 + 3, X40 + 5) = E(8, 12)
4940 S(X40 + 3, X40 + 6) = E(9, 12)
4950 GOTO 4810
4960 S(XY0 - 2, XY0 - 2) = E(7, 7): S(XY0 - 2, XY0 - 1) = E(7, 8)
4970 S(XY0 - 2, XY0) = E(7, 9): S(XY0 - 1, XY0 - 1) = E(8, 8)
4980 S(XY0 - 1, XY0) = E(8, 9): S(XY0, XY0) = E(9, 9)
4990 FOR I = 1 TO XY0
5000 FOR J = 1 TO XY0
5010 S(J, I) = S(I, J)
5020 NEXT J, I
5030 FOR I = 1 TO XY0
5040 FOR J = 1 TO XY0
5050 DIJ = S(I, J) / 10000
5060 S(I, J) = DIJ
5070 NEXT J, I
5080 FOR I = 1 TO XY0
5090 IF MS(I) = 0 GOTO 5100 ELSE 5140
5100 FOR J = 1 TO XY0
5110 IF J = I THEN S(I, J) = 1 ELSE S(J, I) = 0
5120 S(I, J) = S(J, I)
5130 NEXT J
5140 NEXT I
5150 FOR I = 1 TO XY0 - 1
5160 FOR J = I + 1 TO XY0
5170 KR = S(J, I) / S(I, I)
5180 FOR L = I + 1 TO XY0
5190 S(J, L) = S(J, L) - KR * S(I, L)
5200 NEXT L: NEXT J: NEXT I
5210 DET = 1

```

```
5220 FOR I = 1 TO XY0
5230 DET = DET * S(I, I)
5240 NEXT I
5250 SA = SA + 1
5260 K = SA
5270 PRINT "DET="; DET
5280 PRINT "NX("; SA; ")="; NX
5290 NX(SA) = NX
5300 IF DET > 0 GOTO 5310 ELSE 5330
5310 NX = NX + ART
5320 GOTO 2700
5330 FOR I = 1 TO SA
5340 PRINT "NX("; I; ")="; NX(I)
5350 NEXT I
5360 PRINT "NX DEGERI"; NX(SA - 1); NX(SA); "ARASINDADIR"
5370 PRINT "BASLSNGIC DEGERI OLARAK"; NX(SA - 1); "DEGERINI GIRMEK
ISTERMISINIZ(1/2)=": INPUT CEV
5380 IF CEV = 1 GOTO 3090 ELSE 5390
5390 NX = NX - ART / 2
5400 PRINT "X YONUNDEKI GERILME NX="; NX
5410 PX = NX * LY
5420 PY = NX * LX * R
5430 PRINT "PX DEGERI="; PX
5440 PRINT "PY DEGERI="; PY
5450 END
```

TARTIŞMA VE SONUÇLAR

Bu tez çalışmasında, sonlu elemanlar yöntemi ile nervürlü veya nervürsüz plakların stabilitesinin hesabı yapılmıştır. Sonlu elemanlar yöntemi yaklaşık bir yöntem olduğundan dolayı çıkan sonuçlar gerçek çözüme nazaran biraz değişiktir. Bunun sebebi Bölüm 2’de anlatılmıştır.

Burada en önemli konu; nervürt rijitliğinin plak rijitliğine katılarak hesap yapılmasıdır. Sık nervürlü plaklar için oldukça doğru olan bu kabul, nervür aralıkları açıldıkça gerçek çözümden biraz uzaklaşmaktadır. Bunun için nervür aralıklarının ne kadar olması gerektiğine dair bir optimizasyon yapılmalıdır. Nervür aralıklarının en fazla ne kadar olacağına dair bir sınır değer bulunup hesaplamanın ne şekilde yapılacağına karar verilmelidir. 2. bölümde bulunan eleman rijitlik matrisi sık nervürler için geçerli olup; elde edilen bu rijitlik matrisinden, tek doğrultuda nervürlü plak, iki doğrultuda nervürlü plak ve düz plaklar için gerekli olan eleman rijitlik matrisleri elde edilebilir.

3. bölümde sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak stabilize denklemi çıkartıldı. Bu denklemin iki önemli matrisi vardır. Bunlardan birincisi 2. bölümde elde edilen rijit matrisi, ikincisi ise geometrik yük matrisidir. Stabilite problemlerinde sonlu elemanlar yönteminin kullanılmasının faydaları şöyledir. Diğer yöntemlerde sınır şartları değiştikçe hesapların yeni baştan yapılması gerekmektedir; Sonlu elemanlarda ise her zaman olduğu gibi sistem kurulup gerekli matrisler oluşturulduktan sonra en son olarak istenilen sınır şartları koyularak istediğimiz sınır şartları altındaki kritik yük değeri bulunur.

Ayrıca diğer metodlarda değişik şekildeki ve değişik sınır şartları altındaki plaklar için çok karmaşık hesaplar gerekmektedir. Bu sebeple sonlu elemanlar yöntemi daha pratik ve geçerli bir yol olmaktadır.

NERVÜRLÜ PLAKLARIN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİYLE STABİLİTE PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜMÜ:

Anahtar Kelimeler: Kritik yük, nervür, Plak, Sonlu elemanlar, Stabilitate.

Özet: Çalışmanın 1. bölümünde; ince ve küçük sehimli plaklar kısaca anlatılıp, elastik teorideki yapıları kabullere göre gerilme-moment-yerdeğiştirme bağıntıları çıkartılmıştır. Nervürlü plakların moment ifadelerinden faydalanılarak elastisite sabitleri çıkartılmıştır. Nervür rijitlikleri, plak rijitliklerine katılarak yeni bir plak rijitliği elde edilmiştir.

2. bölümde sonlu elemanlar bahsedilip, plaklar için uygulanması incelenmiştir. Eleman rijitlik matrisi, yük vektörlerinin elde edilişi, Deplasman fonksiyonlarının seçimi, elemandan sisteme geçişler v.b. Genel anlamda anlatılıp nervürlü plaklar için genel eleman rijitlik matrisi bulunmuştur.

3. bölümde ise stabilitenin önemi anlatılarak stabilite denklemlerinin çıkartılma yöntemleri ve bu yöntemler sonucunda elde edilmesi gereken kritik yükün bulunmasından bahsedilmiştir.

Buradan tekrar sonlu elemanlar yöntemine geçilerek stabilite denklemlerinin sonlu elemanlar yöntemine göre çıkartılmıştır. Burada eleman geometrik yük matrisinin nasıl bulunduğunu ve kritik yükün stabilite denklemine göre bulunması gösterilmiştir.

4. bölümde bütün bu çalışmalarda anlatılan ifadeler kullanılarak nervürlü ve nervürsüz plakların stabilite çözümleri yapılmıştır. Bunun için Basic programlama dilinde bir bilgisayar programı oluşturulmuştur.

SOLUTION OF THE STABILITY PROBLEMS OF THE RIBBED PLATES USING FINITE ELEMENTS METHOD

Keywords : Critical load, Rib, Plate, Finite elements, Stability.

Abstract : First section of the study gives a short explanation about the thin and small flexible plates and strainmoment - displacement relationships have been derived in accordance with the assumptions in elastic theory. Elasticity constants were found using moment equations of the ribbed plates. Rib stiffness have been added to plate stiffness to yield a new plate stiffness.

Having explained finite elements, second section gives an application of finite elements method for plates. Derivation of component stiffness matrix, load vectors, selection of displacement functions and concluding into system using components etc. Have been summarized and a general component stiffness matrix has been obtained for ribbed plates.

Third section gives the importance of stability, the methods of deriving stability equations and achieving the critical load which should be obtained after application of the foregoing methods.

The finite elements method has been considered again and stability equations have been derived in accordance with the finite elements method. This section shows how to obtain the component geometric load matrix and derive the critical load stability equation.

Fourth section gives stability solutions of ribbed and unreinforced plates using the explanations given heretofore. A program in Basic programming language was written for that purpose.

ÖZGEÇMİŞ

09. Eylül 1971'de Erzincan'da doğdum. Aynı yıl İstanbul'a yerleştik. İlk okulu Bakırköy Kemal Kaya İlkokulunda, orta ve liseyi Bakırköy İzzet Ünver Lisesinde okudum. 1988'de mezun oldum. Aynı yıl Y.Ü. Mühendislik Fakültesi İnşaat Mühendisliği bölümüne girdim. 1992'de mezun oldum. Mezun olduktan sonra bir yıl İstanbul'da şantiyede çalıştım. 1993'de Y.T.Ü'de yapı dalında Lisans üstü eğitimi için başvurduğum ve kazandım. Halen Lisansüstü çalışmalarına devam ediyorum.



KAYNAKLAR

1. Berktaş, İlhan, 1992, Plak Teorisi ve Uygulamaları
2. Çakıroğlu A., Özden E., Özmen G., 1992, Yapı Sistemlerinin Hesabı İçin Matris Met. ve Elek. Hesap Makinası Prog. c.2
3. Don, O. Brush, Ba, O., almroth, 1975, Buckling of Bars Plates and Shells
4. Girkmann, karl, çev. Tameröğlu, S.Sacit, 1991, Yüzeysel Taşıyıcı Sistemleri c.1
5. Köksal, Türkan, Sonlu Elemanlar Ders Notları (Basılmış)
6. Köksal, Türkan, 1995, Sonlu Elemanlar metodu
7. Alın,Levent,1988,Y.Lisans Tez.Y.Ü.,Nervürlü Plakların Stabilesinin Hesabı.
8. Pflüger, Alf, çev. Tameoğlu, Sacit Cinemre, Vural, Özbek, Tekn, 1970, Elastostatiğin Stabillite Problemleri
9. Weaver, William, Finite Element for Structural Anglgsis.