

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

728740

**ELASTİK ZEMİNE OTURAN İNCE PLAĞIN
SERBEST TİTREŞİM ANALİZİ**

İnş. Müh. Ömer TAYFUR

**FBE İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Mekanik Programında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Prof. Dr. Ercüment KÖKSAL
E. UĞUR

Tez Danışmanı : Prof.Dr. Ercüment KÖKSAL

Prof. Sinan Çuğdas

Doç.Dr. Seyit Ali Kaplan

İSTANBUL 2002

**TC YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ**

İÇİNDEKİLER

Sayfa

SİMGE LİSTESİ.....	iv
ŞEKİL LİSTESİ.....	vi
ÇİZELGE LİSTESİ.....	vii
ÖNSÖZ.....	viii
ÖZET.....	ix
ABSTRACT.....	x
1. GİRİŞ.....	1
2. DİKDÖRTGEN PLAKLARIN TEORİSİ.....	2
2.1 İnce Plaklar.....	2
2.1.1 Plağın Geometrisi Yönünden Yapılan Kabuller.....	2
2.1.2 Plağın Malzemesi Yönünden Yapılan Kabuller.....	2
2.1.3 Hesapların Birleştirilmesi yönünden Yapılan Kabuller.....	2
2.2 Plaktaki İç Kuvvetler.....	3
2.3 Plaktaki Şekil Değişimi Bileşenlerinin Hesaplanması.....	5
2.4 Plak Gerilmelerinin Hesaplanması.....	6
2.5 Plak Kesme Kuvveti.....	7
2.6 Eğilme ve Burulma Momentleri.....	8
2.7 Gerilmelerin Plak İçinde Değişimi ve Plak Diferansiyel Denklemi.....	9
3. ENERJİ PRENSİPLERİ.....	13
3.1 Virtüel İş Prensibi.....	13
3.2 Toplam Potansiyel Enerji Prensibi.....	14
4. SONLU ELEMENLAR METODU.....	18
4.1 Metodun Avantaj ve Dezavantajları.....	18
4.2 Yakınsama Kriterleri.....	18
4.3 Plak Elemanı İçin Deplasman Fonksiyonu Seçimi.....	19
4.4 Plak Elemanı İçin Şekil Fonksiyonlarının Bulunması.....	20
4.5 Şekil Değiştirme -Yer Değiştirme Bağlantıları.....	23
4.6 Eleman Rijitlik Matrisinin Hesaplanması.....	24
4.7 Eleman Zemin Etki Matrisinin Hesaplanması.....	25
4.8 Eleman Kütle Matrisinin Hesaplanması.....	26
5. DİNAMİK DIŞ ETKİLER HALİNDE SONLU ELEMENLAR METODU.....	27
5.1 Sönümsüz Serbest Titreşim.....	27
5.2 Elastik Zemine Oturan Plağın Sönümsüz Serbest Titreşim Analizi.....	31
5.3 Sonlu Elemanlar Metodu İle Elastik Zemine Oturan Plağın	

Sönümsüz Serbest Titreşimine Dair Bir Uygulama.....	33
5.3.1 Şekil Fonksiyonları ile Eleman Rijitlik Matrisi Değerlerinin Bulunması.....	35
5.3.2 Şekil Fonksiyonları ile Eleman Zemin Etki Matrisi Değerlerinin Bulunması.....	42
5.3.3 Şekil Fonksiyonları ile Eleman Kütle Matrisi Değerlerinin Bulunması.....	45
5.3.4 Mesnetlerin Ankastre Olması Halinde Elastik Zemine Oturan Plâğın Sönümsüz Serbest Titreşimini Hesaplayan Programın Yazılması.....	48
6. Sonuç	59
KAYNAKLAR.....	60
EKLER.....	61
Ek 1 Mesnetlerin Sabit Olması Halinde Elastik Zemine Oturan Plâğın Sönümsüz Serbest Titreşimini Hesaplayan Programın Yazılması.....	61
Ek 2 Serbest Halde Elastik Zemine Oturan Plâğın Sönümsüz Serbest Titreşimini Hesaplayan Programın Yazılması.....	72
ÖZGEÇMİŞ.....	83

SİMGE LİSTESİ

$\{ \}$	Vektörel gösterim
$[]$	Matris gösterim
$\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$	Gerilme bileşenleri
M_x, M_y, M_{xy}	Moment bileşenleri
$\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_{xy}$	Şekil değiştirme bileşenleri
E	Elastisite modülü
ν	Poisson oranı
Q	Kesme kuvveti
U	Gerçek deplasman
δu	Virtüel deplasman
$\{\varepsilon\}$	Gerçek deformasyon
$\{\delta\varepsilon\}$	Virtüel deformasyon
k	Yay katsayısı
W	Çökme
I	Atalet momenti
F	Frekans
T	Periyot
θ_{xi}	i noktasında y eksenine göre deplasman fonksiyonu birinci türevi
θ_{yi}	i noktasında x eksenine göre deplasman fonksiyonu birinci türevi
$\{d\}$	Deplasman parametreleri sütun matrisi
$[F]$	Türev matrisi
$[H]$	İntegral matrisi
$\{a\}$	Polinom sabitleri matrisi
$[A]$	Bağ matrisi
$[B]$	Bağ matrisinin inversi
$[\Phi(x, y)]$	Deplasman polinomu değişkenleri matrisi
$[N]$	Şekil fonksiyonları matrisi
$[\Delta N]$	Şekil fonksiyonları ikinci türevleri matrisi
U	İç kuvvetlerin potansiyel enerjisi

U_f	Elastik zeminden doğan şekil değiştirme enerjisi
U_q	Kütle kuvvetinden doğan şekil değiştirme enerjisi
W	Dış kuvvetlerin potansiyel enerjisi
δU	Virtüel iç iş
δW	Virtüel dış iş
V	Toplam potansiyel enerji
$\{q_e(t)\}_0$	Eleman zamana bağlı dış yükü
$\{q_e(t)\}_T$	Eleman zamana bağlı sıcaklık yükü
ΔV	Toplam potansiyel enerjinin birinci ve ikinci varyasyonu
$[D]$	Elastisite matrisi
P_f	Elastik zemin etki kuvvet
P_q	Eleman kütle kuvveti
c	Elastik yataklanma katsayısı
$[s_e]$	Eleman zemin etki matrisi
$[S]$	Sistem zemin etki matrisi
$[k_e]$	Eleman rijitlik matrisi
$[K]$	Sistem rijitlik matrisi
$[m_e]$	Eleman kütle matrisi
$[M]$	Sistem kütle matrisi
ω	Açısal hız
ρ	Eleman kütle yoğunluğu

ŞEKİL LİSTESİ

Sayfa

Şekil 2.1	İnce plak.....	2
Şekil 2.2	Plak elemanı.....	3
Şekil 2.3	Şekil değiştirmiş plak.....	6
Şekil 2.4	Plak kesme kuvvetleri	7
Şekil 2.5	Plakta kesme kuvveti ve moment değişimleri.....	9
Şekil 3.1	Basit giriş.....	14
Şekil 4.1	Dikdörtgen sonlu eleman.....	18
Şekil 4.2a	Farklı tipte sonlu elemanlara bölünmüş sistem	19
Şekil 4.2b	Aynı tipte sonlu elemanlara bölünmüş sistem.....	19
Şekil 5.1a	Yatay yay-kütle sistemi.....	27
Şekil 5.1b	Sönümsüz serbest titreşim kinetik diyagramı.....	27
Şekil 5.2a	Düşey yay-kütle sistemi	28
Şekil 5.2b	Sönümsüz serbest titreşim kinetik diyagramı.....	28
Şekil 5.3	Sönümsüz serbest titreşim diyagramı.....	30
Şekil 5.4	Sonlu elemanlara ayrılmış plak elemanı.....	34
Şekil 5.5	Eleman düğüm parametreleri.....	34
Şekil 5.6	Sistem düğüm parametreleri.....	35
Şekil 6.1	Farklı yatak katsayılarında periyot değişimi	35

ÇİZELGE LİSTESİ

Sayfa

Çizelge 4.1 [A] Bağ matrisi.....	21
Çizelge 4.2 [B] İnvers Matrisi.....	21
Çizelge 4.3 Şekil fonksiyonları ikinci türevleri.....	24
Çizelge 4.4 Zemin elastik yataklanma katsayıları.....	26



ÖNSÖZ

Günümüzde çözümü çok zor gibi görünen problemler, kısa sürelerde ve yüksek hassasiyetle çözülebilmektedir. Sayısal çözüm yöntemlerinden biri olan Sonlu Elemanlar Yöntemi bu tür karmaşık problemlerin çözümlenmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır. Tüm titreşim problemlerinde olduğu gibi ince bir plağın serbest titreşimlerinin incelenmesi elde edilecek denklem takımlarının çözülebilmesi ve bunların değerlendirilebilmesi bakımından oldukça zordur. Bu tezde de Sonlu elemanlar metodu kullanılarak Elastik Zemine Oturan İnce Plağın Sönümsüz Serbest Titreşimi irdelenmiş ve maksimum açısal frekans değerlerinin elde edildiği bir bilgisayar programı Matlab programlama dilinin V5.3 versiyonuyla hazırlanarak sonuçları farklı sınır şartları ve farklı zemin durumları için değerlendirilmiştir. Bu tez çalışmamın hazırlanması ve oluşturulmasında göstermiş olduğu sınırsız tolerans ve yardımlarından dolayı Sayın Hocam **Prof. Dr. Ercüment KÖKSAL**'a en derin teşekkürlerimi sunarım. Saygılarımla.



ÖZET

Bu tez çalışmasında ince dikdörtgen plağın sönümsüz serbest titreşimleri sayısal bir çözüm yöntemi olan sonlu elemanlar metodu kullanılarak incelenmiştir.

Öncelikle plak denklemleri iki boyutlu elastisite teorisi ile, yani kalınlık doğrultusundaki çökmeler ihmal edilerek çıkarılmıştır. Plak sistemi sonlu sayıda dikdörtgen elemanlara bölünerek, bu elemanların birleşim noktaları (nod), birer düğüm noktası kabul edilmiş ve her düğüm noktasında iki adet dönme ve bir adet çökme serbestliğinin olduğu varsayılmıştır. Bu plak elemanı için, çökme fonksiyonunu ifade eden bir polinom oluşturulmuş ve her serbestliğe karşı gelen şekil fonksiyonları bulunmuştur. Daha sonra elde edilen bu şekil fonksiyonları kullanılarak eleman rijitlik matrisi, zeminin elastik zemin olarak kabul edilmesinden hareketle eleman zemin etki matrisi ve eleman kütle matrisi oluşturulmuştur. Bu matrislerin hesaplanmasında toplam potansiyel enerji prensibinden faydalanılmıştır.

Son olarak da ince plağın elastik zemin üzerindeki sönümsüz serbest titreşim hareketi irdelenerek bunu hesaplayan program MATLAB programlama dilinin V 5.3 versiyonuyla yazılmıştır.

ABSTRACT

In this thesis work, the undamped free vibration of thin rectangular plates sitting on an elastic ground was investigated by using infinite elements method which is a numerical solution method.

Firstly, the plate equations were obtained by neglecting the vertical displacement in the direction of the thickness in accordance with the two dimensional elasticity theory. The plate system were divided into finite number of rectangles and connection points of corners of these rectangles were regarded as nodes and it was assumed that there were two revolving and one vertical displacement freedoms in these nodes. For this plate element, a polynomial which describes the vertical displacement function was created and for each freedom, corresponding shape functions were calculated. Then, element rigidity matrix, by assuming that the ground was elastic; element ground effect matrix and element mass matrix were generated. In calculation of these matrices, total potential energy principal was used.

Finally, the undamped free vibration motion of thin plate sitting on a elastic ground was discussed and software program that calculates this motion was written using MATLAB programming language, version V 5.3.



1.GİRİŞ

Sayısal çözüm metotlarından biri ve belki de en önemlisi Sonlu Elemanlar Metodudur. Bu metot çok boyutlu problemlerin çözümünde kullanılabilmesi nedeniyle, karmaşık yapı problemleri daha kısa zamanda ve yüksek hassasiyetle çözülmüştür.

Bu tez çalışmasında dikdörtgen şekilli plakların Sönümsüz Serbest Titreşimleri incelenmiştir. Plâğın ince olduğu kabul edilerek klasik plak teorisi esas alınmıştır. Daha sonra yine plâğın elastik zemin üzerinde, farklı sınır şartlarında, sönümsüz serbest titreşiminden doğacak maksimum açısal frekansı farklı zemin çeşitleri ve sınır şartları için hesaplayan bir program yazılmıştır.

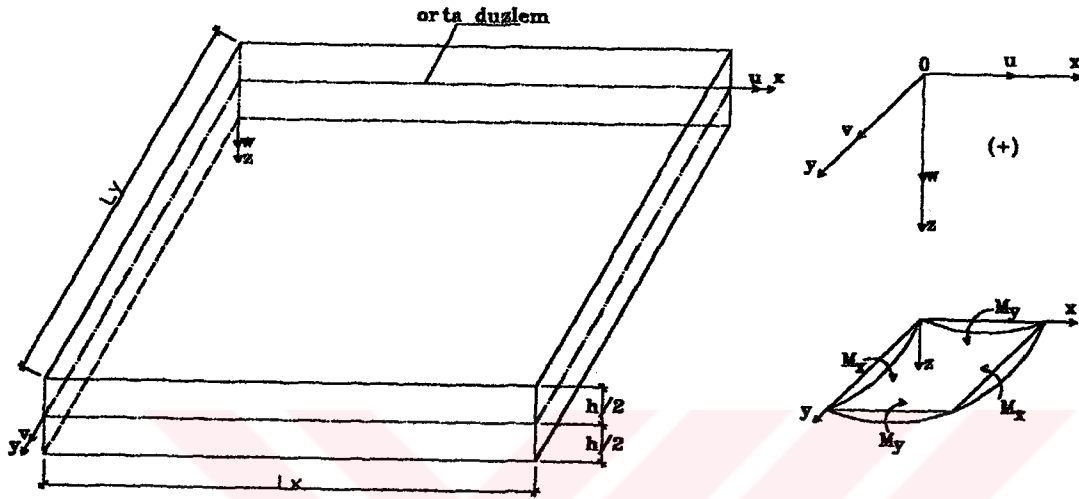


2. DİKDÖRTGEN PLAKLARIN TEORİSİ

2.1 İnce Plaklar

Kalınlığı, eni ve boyu yanında çok ihmal edilebilecek küçüklükteki plaklara ince plak denir.

İnce plaklarla ilgili yapılan kabuller aşağıda belirtildiği gibidir:



Şekil 2.1 İnce plak

2.1.1 Plakın Geometrisi Yönünden Yapılan Kabuller

- 1) Plak kalınlığı diğer boyutları yanında çok küçüktür.
- 2) Plak kalınlığı yanında elastik deformasyonlar çok küçüktür. Denge denklemleri ve deformasyon-deplasman bağıntılarında ikinci mertebe terimleri kullanılmaz.
- 3) Plak kalınlığının orta noktalarının yeri bir düzlemdir. Bu düzleme orta düzlem denir.
- 4) Yükler orta düzleme diktir.

2.1.2 Plakın Malzemesi Yönünden Yapılan Kabuller

Malzeme homojen (her noktasında aynı fiziksel özelliklere sahip), izotrop (her doğrultuda aynı davranışı gösteren), belirli sınırlar içerisinde Hooke kanununa uyan lineer elastik bir malzemedir.

2.1.3 Hesapların Birleştirilmesi Yönünden Yapılan Kabuller

- a) Deformasyondan önce orta düzlemin herhangi bir noktasının normali, deformasyondan sonra meydana gelen elastik yüzeyin o noktadaki normali olarak kalır. Yani deformasyondan önce, orta düzlemin bir noktadaki normali üzerinde bulunan bir nokta, deformasyondan sonra

elastik yüzeyin o noktadaki normali üzerinde bulunur. Bu çubuk sistemlerdeki Bernoulli-Navier hipotezine karşı gelen Kirchhoff-Love hipotezidir. (Berktaş İ.,1992)

b) Plak orta düzlemine dik doğrultudaki σ_z normal gerilmeleri yok sayılabilecek kadar küçüktür. Gerçekten plakta üç doğrultuda gerilme durumu söz konusudur. Fakat döşemenin herhangi bir (x_0, y_0) noktasında σ_z 'in h yüksekliğince değişimi incelenirse:

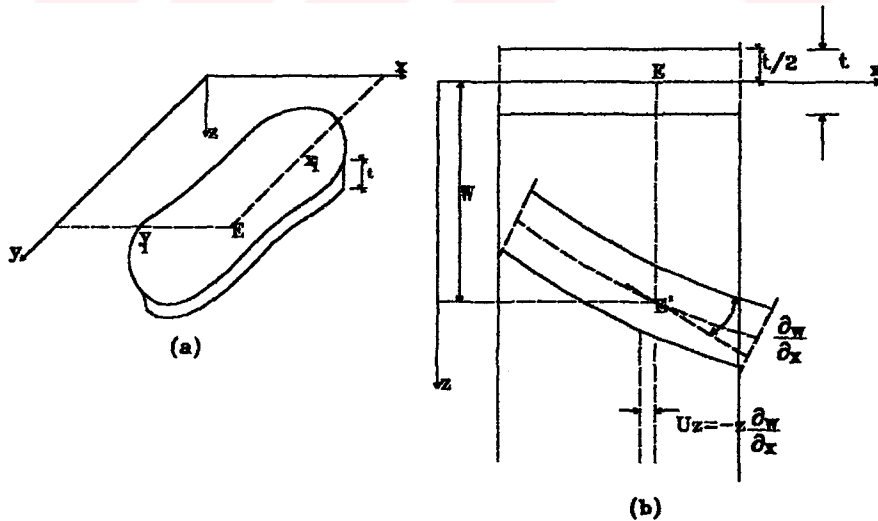
$$\begin{aligned}\sigma_z &= \sigma(x_0, y_0, z_0) & z = -h/2 & \text{ için } \sigma_z = -p \\ & & z = +h/2 & \text{ için } \sigma_z = +p \quad (p : \text{birim alana gelen yük})\end{aligned}$$

$p = 1,0 \text{ t/m}^2$ için $\sigma_z = -0,1 \text{ kg/cm}^2 = -1 \text{ t/m}^2$ olur. Uygulamadan da bilindiği gibi σ_x ve σ_y değerleri $50 \sim 100 \text{ kg/cm}^2$ arasında değişir. Bu durumda σ_z değerleri σ_x ve σ_y değerleri yanında çok küçük olduğundan $\sigma_z \approx 0$ alınabilir.

c) Yukarıdaki varsayımdan yola çıkarak $\epsilon_z \approx 0$ olduğu kanaatine varılabilir. Çünkü Elastisite teorisinden,

$$\begin{aligned}(\epsilon_x)_{z=0} &\approx 0 & (u)_{z=0} &\approx 0 \\ (\epsilon_y)_{z=0} &\approx 0 & (v)_{z=0} &\approx 0 \\ (\gamma_{xy})_{z=0} &\approx 0 & (w)_{z=0} &\approx 0\end{aligned}$$

2.2 Plaktaki İç Kuvvetleri



Şekil 2.2 Plak elemanı

Plak kalınlığı, uzunluğa ve genişliğe nazaran küçük olması durumunda, orta düzleme dik bir doğru üzerinde bulunan noktaların şekil değiştirmeden sonra da şekil değiştirmiş orta düzleme

dik bir doğru üzerinde kaldığı kabul edilebilir. Bundan başka plağın çökmeleri, kalınlığı yanında küçük ise, ortalama yüzeyde meydana gelen boy ve açı değişimleri ihmal edilebileceği için hesap, orta düzlemde alınan bir elemanın şekil değiştirme yapmadığı esasına göre çözümlenecektir. z ekseninin yönü aşağı doğru pozitif olsun. Plağın şekil değiştirmeden önce ve sonra $y = \text{sabit}$ düzlemde kaldığı öngörülmüştür.

Orta düzleme ait bir $(x, y, 0)$ noktası z doğrultusunda bir w yer değiştirmesine maruz kalır ve bu noktadan geçen ve orta düzleme dik olan normal bir miktar eğilir. Bu eğilme $\partial w / \partial x$ ve $\partial w / \partial y$ açıları yardımı ile belirtilebilir. Orta düzlemden z mesafesinde bulunan bir (x, y, z) noktası ise plağın şekil değiştirmesi esnasında u, v, w yer değiştirmelerine maruz kalacaktır. Burada plak kalınlığının çok küçük olduğu varsayıldığından z yönündeki yer değiştirme w alınabilir. x, y , ve z doğrultularındaki şekil değiştirmeler,

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial u}{\partial x} & \gamma_{xy} &= \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \epsilon_x &= \frac{\partial v}{\partial y} & \gamma_{xy} &= \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = 0 \\ \epsilon_x &= \frac{\partial w}{\partial z} = 0 & \gamma_{xy} &= \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

(2.1) kinematik bağıntıları plak çökmesinin, plak kalınlığı boyunca değişmediğini gösterdiğinden $w = w(x, y)$ ifadesi yazılabilir. u ve w , x eksenine göre negatif olup, şekilden şu bağıntılar elde edilebilir:

$$u = -z \frac{\partial w}{\partial x}, \quad v = -z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.2)$$

(2.2) bağıntıları ise plağın $x = \text{sabit}$ kesitindeki şekil değişiminin incelenmesinden elde edilir. Orta düzleme z mesafesinde bulunan ve oradakine paralel olan bir alan elemanının şekil değiştirme bileşenleri yardımıyla ifade edilebilir. (2.2)'den;

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \epsilon_y &= -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \end{aligned} \quad (2.3)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

bağıntıları elde edilir.

Orta düzleme dik olarak ve +z doğrultusunda tesir eden yük, sürekli olarak dağılsın ve plağın $z = -t/2$ yüzüne uygulansın. Bunun birim alana isabet eden şiddeti $p(x, y)$ fonksiyonu olup bu genel olarak x ve y koordinatlarına bağlıdır. Plağın alt ve üst yüzleri için sınır şartları:

$$z = -t/2 \quad ; \quad \sigma_z = -p(x, y) \quad , \quad \tau_{zx} = 0 \quad , \quad \tau_{zy} = 0 \quad (2.4)$$

$$z = +t/2 \quad ; \quad \sigma_z = 0 \quad , \quad \tau_{zx} = 0 \quad , \quad \tau_{zy} = 0$$

Plak içerisinde σ_z ; $-p(x, y)$ ile sıfır arasında değişen değerler alır. Genel olarak σ_z ' in $z = -t/2$ yüzünde ortaya çıkan mutlak değeri, σ_x ve σ_y ' nin sınır değerlerine göre küçük olduğundan σ_z gerilme bileşeni ihmal edilebilir. Üç boyutlu gerilme durumu düşünüldüğünde gerilme şekil değiştirme bağıntıları malzemenin homojen ve izotrop olduğu kabulü ile şöyledir:

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)] \quad , \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G} \\ \epsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)] \quad , \quad \gamma_{xz} = \frac{\tau_{xz}}{G} \\ \epsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)] \quad , \quad \gamma_{yz} = \frac{\tau_{yz}}{G} \end{aligned} \quad (2.5)$$

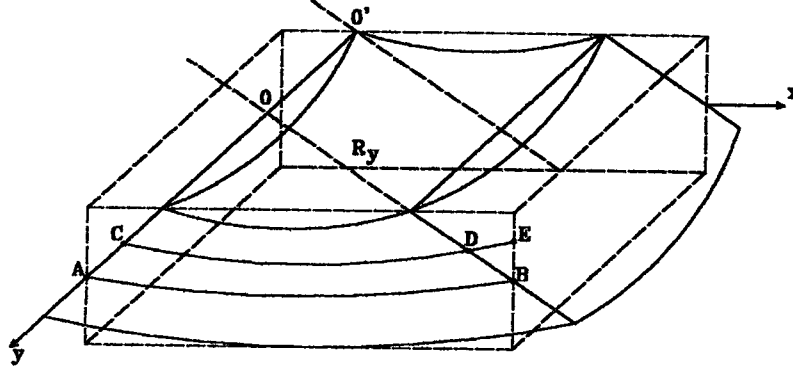
burada;

$$G = \frac{E}{2(1-\nu)} \quad (2.6)$$

2.3 Plaktaki Şekil Değişimi Bileşenlerinin Hesaplanması

Şekil 2.3'te görüldüğü gibi σ_x gerilmesinin tesiri ile orta düzlemde meydana gelen eğilmedeki ϵ_x birim uzama:

$$\epsilon_x = \frac{DE}{AB} = \frac{BD}{BO} = -\frac{z}{R_y} \quad , \quad \epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{z}{R_y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$$



Şekil 2.3 Şekil değiştirmiş plak

yazabiliriz. x doğrultusundaki birim uzama:

$$\varepsilon_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (2.7)$$

olur. Bu ifadeden x doğrultusundaki yer değiştirme,

$$u = -z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (2.8)$$

olarak bulunur. Aynı yoldan σ_y gerilmesinin tesirinden ε_y ve v bileşenleri için,

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (2.9)$$

$$v = -z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (2.10)$$

2.4 Plak Gerilmelerinin Hesaplanması

Yukarıda elde ettiğimiz (2.8) ve (2.10) ifadeleri,

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \nu \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

bağıntısında yerlerine koyulursa,

$$\sigma_x = -z \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.11)$$

$$\sigma_y = -z \frac{E}{1-\nu^2} \left(\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.12)$$

Aynı şekilde,

$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

ifadesinde, $u = -z \frac{\partial w}{\partial x}$ ve $v = -z \frac{\partial w}{\partial y}$ değişimi yapılırsa;

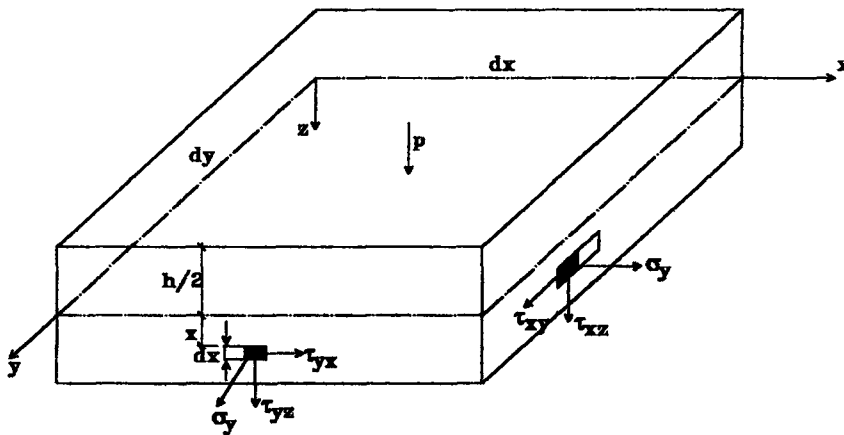
$$\tau_{xy} = \frac{E}{2(1+\nu)} \left(-z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} \right) \quad (2.13)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -z \frac{E}{1+\nu} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

kayma gerilmesi elde edilir.

2.5 Plak kesme kuvvetleri

τ_{xy} ve τ_{yx} kayma gerilmeleri kesme kuvvetlerini doğurur. Şekil 2.4'te birim $df = (dz \times 1)$ elemanına tesir eden τ_{xz} ve τ_{yz} gerilmelerinin meydana çıkardığı kesme kuvvetleri:



Şekil 2.4 Plak kesme kuvvetleri

$$q_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{xz} \cdot dz, \quad q_y = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{yz} \cdot dz \quad (2.14)$$

2.6 Eğilme ve Burulma Momentleri

Yukarıda elde ettiğimiz gerilmelerden istifa ederek momentler için aşağıdaki ifadeler oluşturulabilir:

$$M_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x \cdot z \cdot dz$$

$$M_y = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_y \cdot z \cdot dz \quad (2.15)$$

$$M_{xy} = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{xy} \cdot z \cdot dz$$

Momentlerin doğrultuları gerilme düzlemine diktir. (2.11)'de elde ettiğimiz σ_x gerilmesi (2.15)'teki M_x ' te yerine koyulursa;

$$M_x = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_x \cdot z \cdot df = -\frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \cdot \int_{-h/2}^{+h/2} z^2 \cdot df$$

Sondaki integral I_y ile gösterilirse,

$$I_y = \int_{-h/2}^{+h/2} z^2 \cdot df = \frac{b \cdot h^3}{12} \Rightarrow b=1 \text{ için } I_y = \frac{h^3}{12}$$

buradan;

$$M_x = -\frac{E \cdot h^3}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.16)$$

Parantezin önündeki sabit ifadeye D dersek,

$$D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2.17)$$

Aynı şekilde,

$$M_y = -D \left(\nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (2.18)$$

ve M_{xy} burulma momenti,

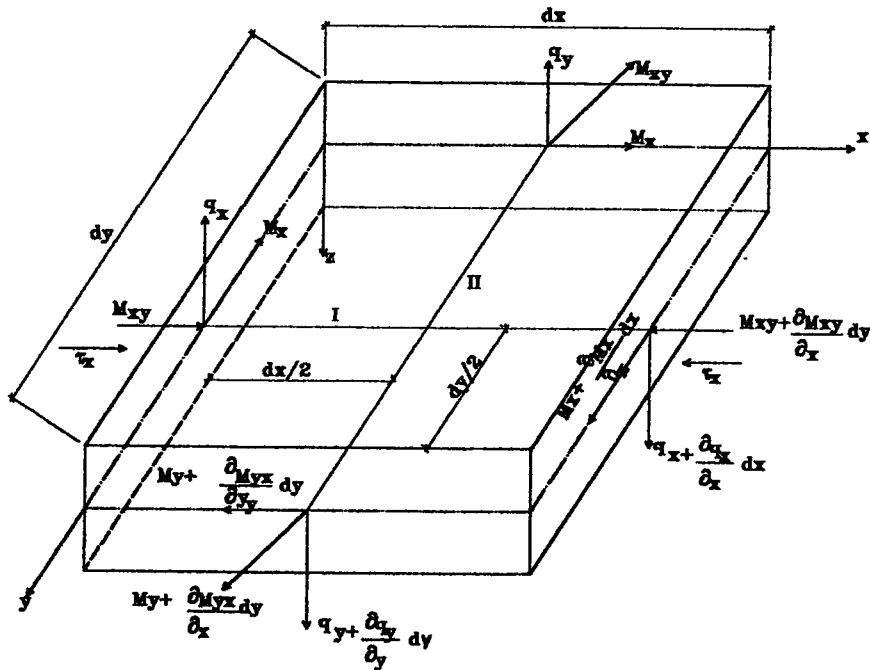
$$M_{xy} = \int_{-h/2}^{+h/2} \tau_{xy} \cdot z \cdot dz = -\frac{E}{1+\nu} \cdot \frac{h^3}{12} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

$$M_{xy} = -\frac{E}{1+\nu} \cdot \frac{h^3}{12} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (2.19)$$

olarak bulunur.

2.7 Gerilmelerin Plak İçinde Değişimi ve Plak Diferansiyel Denklemini

Çekme doğrultusunda p basınç yükü tesiri altında $(dx \cdot dy)$ elemanın denge denklemini Şekil 2.5'ten hesaplayalım.



Şekil 2.5 Kesme kuvveti ve moment değişimleri

a) Düşey Doğrultudaki Kuvvetlerin Dengesi

P basınç yükünden gelen gelen $(dx.dy)$ elemanına tesir eden kuvvet, $P = p.dx.dy$ 'dır. Birim uzunluk başına hesaplanmış olan q kesme kuvvetleri ise,

$$Q_x = (-q_x + q_x \frac{\partial q_x}{\partial x} dx).dy = \frac{\partial q_x}{\partial x} dx.dy$$

olur. Düşey doğrultudaki kuvvetlerin denge denklemi;

$$P + Q_x + Q_y = 0$$

olduğuna göre,

$$p.dx.dy + \frac{\partial q_x}{\partial x} dx.dy + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy.dx = 0$$

$$p + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0 \quad (2.20)$$

elde edilir.

b) Momentlerin Denge Denklemi

Plak elemanının ağırlık merkezinden geçen x doğrultusuna paralel II eksenine göre momentleri hesaplarsak, plağa tesir eden momentlerin statik denge denklemlerini hesaplamış oluruz. I eksenine göre momentlerin toplamı:

$$\left(-M_{xy} + M_{xy} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} dx \right) dy + \left(-M_y + M_y + \frac{\partial M_y}{\partial y} dy \right) dx - \left[\left(q_y + q_y + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy \right) dx \right] \frac{dy}{2} = 0$$

gerekli kısaltmalar yapılırsa,

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} dx dy + \frac{\partial M_y}{\partial y} dy dx - 2q_y dx \frac{dy}{2} - \frac{\partial q_y}{\partial y} dx \frac{d^2 y}{2} = 0$$

olur. Son terim 2. mertebeden küçük olduğundan ihmal edilirse,

$$\frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_y}{\partial y} - q_y = 0$$

veya

$$q_y = \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial M_y}{\partial y} \quad (2.21)$$

elde edilir. II eksen ve y doğrultusu için de aynı hesaplar yapılır ve $M_{xy} = M_{yx}$ alınır,

$$q_x = \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial M_x}{\partial x} \quad (2.22)$$

denklemleri elde edilir. Yukarıda bulunan q_x ve q_y 'nin kısmi türevleri alınarak (2.20)'de yerine koyulursa,

$$p + \frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y} = 0$$

olduğuna göre,

$$p + \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} = 0$$

bulunur ve gerekli kısaltmalar yapılırsa,

$$\frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} = -p \quad (2.23)$$

momentlere bağlı denge denklemleri elde edilmiş olur.

c) ω Değişimine Göre Statik Denge Denklemi

Daha önce (2.16), (2.18) ve (2.19) denklemlerinden hesaplanmış olan M_x , M_y eğilme momentleri ile M_{xy} burulma momentlerinin kısmi türevleri alınarak (2.23) denkleminde yerine koyarsak,

$$D\left(\frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} + \nu \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2}\right) + D\left(\frac{\partial^4 \omega}{\partial y^4} + \nu \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2}\right) + 2(1-\nu)D \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^2 \partial y^2} = p$$

ve kısaltmalar yapılırsa,

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} = \frac{P}{D} \quad (2.24)$$

$$D = \frac{E.h^3}{12(1-\nu^2)} \quad \text{ve} \quad w = w(x,y)$$

şeklinde plağın statik denge denklemleri elde edilmiş olur.(2.24) denklemini düzenlenerek :

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right) = \frac{P}{D} \quad (2.25)$$

olarak yazılabilir. Burada $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}\right)$ yazılış şekline Laplace Operatörü veya Harmonik

Operatör denir. ∇^2 (del kare) veya Δ (delta) ile gösterilir. Plak denklemini bunlara göre;

$$\nabla^4 w = \frac{P}{D} \quad \text{veya} \quad \Delta \Delta w = \frac{P}{D} \quad (2.26)$$

olarak çok kısa bir şekilde yazılabilir. $\frac{P}{D} = 0$ olması halinde,

$$\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = \nabla^2 w = 0 \quad (\text{Harmonik denklem}) \quad (2.27)$$

$$\nabla^4 w = \Delta \Delta w = 0 \quad (\text{Biharmonik Denklem}) \quad (2.28)$$

3. ENERJİ PRENSİPLERİ

3.1 Virtüel İş Prensibi

Virtüel iş prensibi, virtüel deplasmanlar metodu ve virtüel kuvvetler metodu olarak iki kısma ayrılır. Sonlu elemanlar metodunda virtüel deplasmanlar metodu kullanılır. Bu prensip sistemin denge halindeki kuvvetleri (P, σ) ile geometrik uygunluk şartları (U, ϵ) arasındaki bağıntıdır. Denge halindeki bir sistemde dış kuvvetlerin işi, iç kuvvetlerin işine eşittir.

$U \rightarrow$ gerçek deplasman

$\delta U \rightarrow$ virtüel deplasman

$\{\epsilon\} \rightarrow$ gerçek deformasyon

$\{\delta\epsilon\} \rightarrow$ virtüel deformasyon

İse; deplasman durumunda iç kuvvetlerin işi,

$$\delta U = \iiint_V \{\delta\epsilon\}^T \cdot \{\sigma\} dV$$

Hooke kanunundan;

$$\{\sigma\} = [D] \{\epsilon\} \quad \text{alınırsa,}$$

$$\delta U = \iiint_V \{\delta\epsilon\}^T \cdot [D] \{\epsilon\} dV \quad (3.1)$$

Aynı şekilde,

$X \rightarrow$ kütlelesel kuvvet

$p \rightarrow$ yüzeysel kuvvet

$q \rightarrow$ çizgisel kuvvet

$P \rightarrow$ münferit kuvvet

İse dış kuvvetlerin işi,

$$\delta W = \iiint_V \{\delta U\}^T \cdot \{X\} dV + \iint_F \{\delta U\}^T \{p\} dF + \int_S \{\delta U\}^T \cdot \{q\} dS + P \quad (3.2)$$

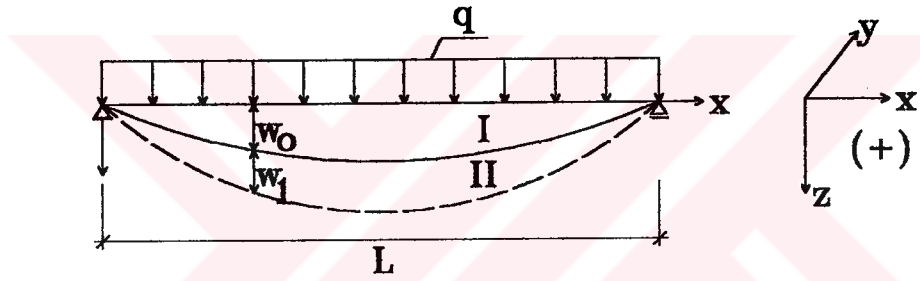
Dış yükler etkisinde dengedeki bir sisteme sınır şartları göz önüne alınarak keyfi, küçük bir deplasman verilirse dış kuvvetlerin işindeki artım, sistemin şekil değiştirmesindeki artıma eşittir.

$$\delta U = \delta W \quad (3.3)$$

3.2 Toplam Potansiyel Enerji Prensibi

Toplam potansiyel enerji yönteminde. Gerçek denge konumuna sonsuz yakın ikinci bir konumdan hareket edilir. Böylece bir sistemde iç ve dış kuvvetlerin yaptığı işlerden oluşan toplam potansiyel enerjinin minimum olması, deplasman ve gerilmelerin gerçek denge durumuna karşı gelen değerleri aldığını gösterir. (Varyasyon hesabı)

Şekil 3.1'deki basit kirişin diferansiyel denklemi şöyle ifade edilebilir:



Şekil 3.1 Basit kiriş

$$EI w^{IV} = q \quad (3.4)$$

Sınır Şartları:

$$\left. \begin{array}{l} x = 0' da \\ x = \ell' de \end{array} \right\} \begin{array}{l} w = 0 \\ w = 0 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{Geometrik şartlar}$$

$$\left. \begin{array}{l} x = 0' da \\ x = \ell' de \end{array} \right\} \begin{array}{l} w'' = 0 \\ w'' = 0 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{Dinamik şartlar}$$

w = çökme (sehim)

w'' = eğim (kesit dönmesi)

- $EIw'' = M$ (eğilme momenti)
- $EIw''' = V$ (kesme kuvveti)
- $EIw^{IV} = q$ (yayılı yükün şiddeti)

Burada aradığımız $w(x)$ eğrisi geometrik sınır şartlarını gerçekleyen bir çok eğriler arasında bir tanesidir. Gerçek denge konumunda toplam potansiyel enerji minimum olmakta ve enerji en küçük değerini bu konumda almaktadır.

$$V = U + W \quad (3.5)$$

U ; iç kuvvetlerin işi olmak üzere,

$$U = \int_0^{\ell} \frac{M^2}{2EI} dx \quad (3.6)$$

(3.6)'da $M = -EIw''$ ifadesini yerine koyarsak

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^{\ell} (w'')^2 dx \quad (3.7)$$

bulunur. W dış kuvvetlerin işi olmak üzere,

$$W = - \int_0^{\ell} q \cdot w \cdot dx \quad (3.8)$$

Toplam potansiyel enerji;

$$V = U + W = \int_0^{\ell} \left[\frac{EI}{2} (w'')^2 - q \cdot w \right] dx$$

$w_0 \rightarrow$ denge konumuna karşı gelen deplasman

$w_1 \rightarrow$ ikinci denge konumunu elde etmek için verilen sonsuz küçük artımlar.

$w \rightarrow$ II . denge konumuna karşı gelen deplasman olsun.

$w \rightarrow w_0 + w_1$ 'dir.

Potansiyel enerjideki deęişme (varyasyon):

$$\Delta V = V_{II}(w_0 + w_1) - V_I(w_0)$$

$$\Delta V = \left[\int_0^\ell \frac{EI}{2} (w_0'' + w_1'')^2 dx - \int_0^\ell q \cdot (w_0 + w_1) dx \right] - \left[\int_0^\ell \frac{EI}{2} (w_0'')^2 dx - \int_0^\ell q \cdot w_0 dx \right] \quad (3.9)$$

bu denklem üzerinde gerekli sadeleştirmeler yapılırsa,

$$\Delta V = \int_0^\ell EI w_0'' w_1'' dx - \int_0^\ell q w_1 dx + \int_0^\ell \frac{EI}{2} (w_1'')^2 dx \quad (3.10)$$

$$\int_0^\ell \frac{EI}{2} (w_1'')^2 dx = \alpha \quad \alpha > 0 \quad (3.11)$$

bulunur ve ifadenin iki kere kısmi integrali alınırsa,

$$\int_0^\ell EI w_0'' w_1'' dx = [EI w_0'' w_1']_0^\ell - [EI w_0' w_1'']_0^\ell + \int_0^\ell EI w_0'''' w_1 dx \quad (3.12)$$

$w_0''(0) = w_0''(\ell) = 0$ dinamik şartlarından hareketle $w_1(0) = w_1(\ell) = 0$ olduğundan ilk terim sıfır olur. Sonuç olarak potansiyel enerjideki değişim:

$$\Delta V = \int_0^\ell EI w_0'''' w_1 dx - \int_0^\ell q w_1 dx + \alpha \quad (3.13)$$

$$\Delta V = \left[\int_0^\ell (EI w_0'''' - q) w_1 dx \right] + \alpha \quad (3.14)$$

$$\Delta V = \alpha > 0 \quad (\alpha = \text{sonsuz küçük pozitif deęerdir}).$$

Sonuç olarak denge konumuna komşu olan bütün konumlardaki enerji denge konumundakinden daha fazladır. O halde denge konumuna ait toplam potansiyel enerji minimumdur. ΔV 'deki birinci dereceden ve ikinci dereceden terimlerin toplamına V nin birinci ve ikinci varyasyonu denir.

δV = birinci varyasyon ,

$\delta^2 V$ = ikinci varyasyon.

$$\Delta V = \delta V + \frac{1}{2!} \delta^2 V \quad (3.15)$$

$$\delta V = \int_0^\ell (EI w_0'' w_1'' - q_1 w_1) dx = 0 \quad (3.16)$$

$$\frac{1}{2!} \delta^2 V = \int_0^\ell \left(\frac{EI}{12} \right) (w_1'')^2 dx = 0 \quad (3.17)$$

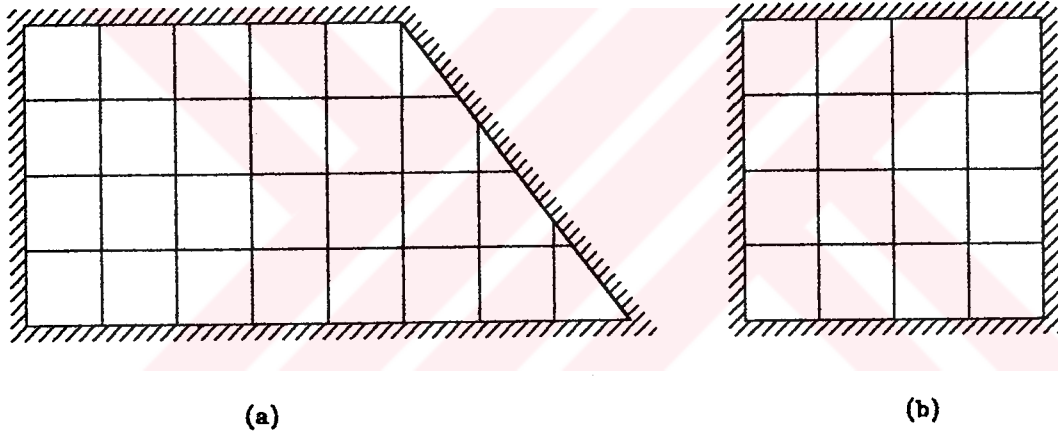
$$\left. \begin{array}{l} \delta V = 0 \\ \frac{1}{2!} \delta^2 V \end{array} \right\} \text{ ise } V \text{ minimumdur.} \quad (3.18)$$

4. SONLU ELEMENLAR METODU

Sonlu elemanlar metodu; sürekli bir sistemi, problemin karakterine uygun sonlu elemanlara ayırarak elde edilen elemanlar üzerinde iç ve dış kuvvetlerin enerjisinin minimizasyonu ve sonra bu elemanların birleştirilmesiyle sonuca gider. Bu yöntem analitik metotlarla çözülemeyen karışık problemlere uygulanabilir. Sistemdeki eleman sayısı dolayısı ile düğüm noktası sayısı arttırıldıkça kesin çözüme daha fazla yaklaşılır. (KÖKSAL T., 1995)

4.1 Metodun Avantaj ve Dezavantajları

- a)Lineer ve non-lineer her türlü sisteme uygulanabilir.
- b)Sistemin sonlu farklar metodunda olduğu gibi tek tip elemana bölünmesi şart değildir. Farklı tip ve boyutta elemanlara bölünebilir.



Şekil 4.1 (a) Farklı tipte elemanlara bölünmüş sistem

(b) Aynı kenar üzerinde farklı sınır şartlarına sahip aynı tipte elemanlara bölünmüş sistem

- c)Üniform olmayan her türlü sınır şartlarında çözüm yapmaya uygun bir metottur.
- d)Bu yöntemde düğüm noktaları arasındaki mesafeler değişken alınabilir.
- e)Sınır şartları, problemin çözümünde en son adımda dahil edildiğinden farklı sınır şartlarında çözüm yapılırken baştaki yoğun hesaplar tekrar edilmez. Bu da değişik problemlere uygulanmasını hızlandırır.

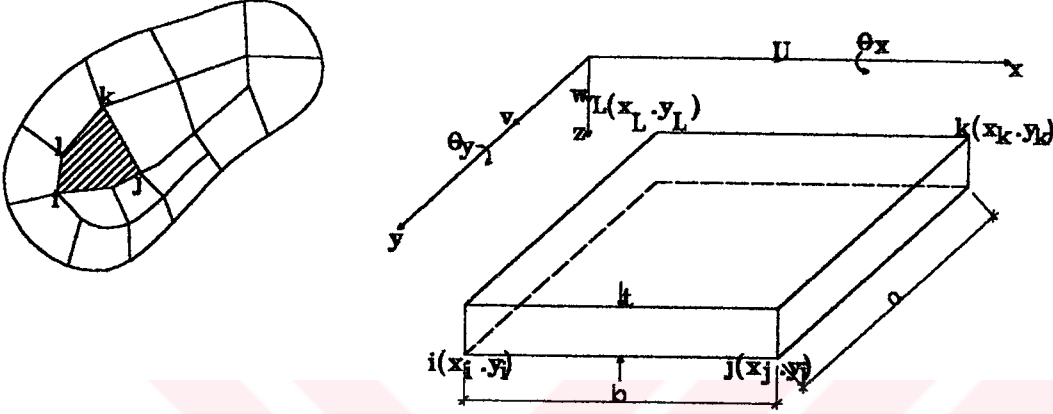
4.2 Yakınsama Kriterleri

- a)Komşu elemanların kenarları boyunca deplasmanlarda süreklilik sağlanmalıdır. Eğer kenar deplasmanlar sadece bitişik düğüm noktalarının fonksiyonu ise bu şart sağlanmış olur.

b) Üiform deformasyonları gösteren köşe deplasmanlar için gerilmeler ve şekil değiştirmeler üiform olmalıdır.

c) Rijit cisim hareketinden dolayı, gerilme ve şekil değiştirme olmamalı, sabit deformasyonlar şartı sağlanmalıdır. (Çabuk S.,1994)

4.3 Deplasman Fonksiyonu Seçimi



Şekil 4.2 Dikdörtgen sonlu eleman

Eleman düğüm noktası deplasmanları yukarıdaki şekilde gösterildiği gibi her düğüm noktası için üç adet seçilebilir. Dörtgen bir plak için toplam 12 adet yer değiştirme bileşeni seçilmiştir. Buradan eleman rijitlik matrisinin 12x12'lik bir kare matris olduğu sonucu çıkarılabilir. Eleman düğüm noktası yer değiştirmeleri vektörü şöyledir.

$$\{d\}^T = \{w_i, \theta_{xi}, \theta_{yi}, w_j, \theta_{xj}, \theta_{yj}, w_k, \theta_{xk}, \theta_{yk}, w_l, \theta_{xl}, \theta_{yl}\} \quad (4.1)$$

Deplasman parametrelerini deplasman fonksiyonu cinsinden en genel halde yazarsak;

$$\{d\}_i = \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w_i \\ \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_i \\ -\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_i \end{Bmatrix} \quad (4.2)$$

Şekil 4.2'de gösterilen ijkl elemanı yer değiştirmeleri için polinom biçiminde olan fonksiyon:

$$w = a_1 + a_2x + a_3y + a_4x^2 + a_5xy + a_6y^2 + a_7x^3 + a_8x^2y + a_9xy^2 + a_{10}y^3 + a_{11}x^3y + a_{12}xy^3 \quad (4.3)$$

şeklinde yazılabilir. (4.2) kapalı denkleminde,

$$\left. \begin{aligned} \theta_x = \frac{\partial w}{\partial y} &= a_3 + a_5x + 2a_6y + a_8x^2 + 2a_9xy + 3a_{10}y^2 + a_{11}x^3 + 3a_{12}xy^2 \\ \theta_y = -\frac{\partial w}{\partial x} &= -a_2 - 2a_4x - a_5y - 3a_7x^2 - 2a_8xy - a_9y^2 - 3a_{11}x^2y - a_{12}y^3 \end{aligned} \right\} \quad (4.4)$$

Deplasman fonksiyonu matris formunda,

$$\{d(x,y)\} = \begin{Bmatrix} w \\ \theta_x \\ \theta_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & y & x^2 & xy & y^2 & x^3 & x^2y & xy^2 & y^3 & x^3y & xy^3 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & -x & -2y & 0 & -x^2 & -2xy & -3y^2 & -x^3 & -3x^2y \\ 0 & 1 & 0 & 2x & y & 0 & 3x^2 & 2xy & y^2 & 0 & 3x^2y & y^3 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \\ a_8 \\ a_9 \\ a_{10} \\ a_{11} \\ a_{12} \end{Bmatrix}$$

yani en genel halde,

$$\{d(x,y)\} = [F(x,y)]\{a\} \quad (4.5)$$

4.4 Şekil Fonksiyonlarının Bulunması

Öncelikle plak elemanın düğüm noktaları koordinatları deplasman fonksiyonlarına yerleştirilerek $[A]$ bağ matrisi elde edilir. $i(0,0)$, $j(0,b)$, $k(a,b)$, $\lambda(a,0)$ için:

Çizelge 4.1 Bağ matrisi

$$[A] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & b & 0 & 0 & b^2 & 0 & 0 & 0 & b^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 2b & 0 & 0 & 0 & 3b^2 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -b & 0 & 0 & 0 & -b^2 & 0 & 0 & -b^3 \\ 1 & a & b & a^2 & ab & b^2 & a^3 & a^2b & ab^2 & b^3 & a^3b & ab^3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & a & 2b & 0 & a^2 & 2ab & 3b^2 & a^3 & 3ab \\ 0 & -1 & 0 & 2a & -b & 0 & -3a^2 & -2ab & -b^2 & 0 & -3a^2b & -b^2 \\ 1 & a & 0 & a^2 & 0 & 0 & a^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & a^2 & 0 & 0 & a^3 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 2a & 0 & 0 & -3a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{d\} = [A]\{a\} \quad (4.6)$$

(4.6) ifadesinde $\{a\}$ polinom sabitleri vektörü yalnız bırakılarak,

$$\{a\} = [A]^{-1} \cdot \{d\} \quad (4.7)$$

$[A]^{-1} = [B]$ denilirse, $[B]$ matrisi aşağıdaki gibi oluşur ve

Çizelge 4.2 İnvers matris

$$[B] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3/a^2 & 0 & 2/a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1/ab & -1/a & 1/b & 1/ab & 0 & -1/b & -1/ab & 0 & 0 & 1/ab & 1/a & 0 \\ -3/b^2 & -2/b & 0 & 3/b^2 & -1/b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2/a^3 & 0 & -1/a^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2/a^3 & 0 & -1/a^2 \\ 3/a^2b & 0 & -2/ab & -3/a^2b & 0 & 2/ab & 3/a^2b & 0 & 1/ab & -3/a^2b & 0 & -1/ab \\ 3/ab^2 & 2/ab & 0 & -3/ab^2 & 1/ab & 0 & 3/ab^2 & -1/ab & 0 & -3/ab^2 & -2/ab & 0 \\ 2/b^3 & 1/b^2 & 0 & -2/b^3 & 1/b^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2/a^3b & 0 & 1/a^2b & 2/a^3b & 0 & 1/a^2b & -2/a^3b & 0 & -1/a^2b & 2/a^3b & 0 & 1/a^2b \\ -2/ab^3 & -1/ab^2 & 0 & 2/ab^3 & -1/ab^2 & 0 & -2/ab^3 & 1/ab^2 & 0 & 2/ab^3 & -1/ab^2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{a\} = [B]\{d\} \quad (4.8)$$

şeklinde düzenlenmiş olur. Yine,

$$w(x,y) = [N]\{d\} = [\Phi(x,y)]\{a\} \quad (4.9)$$

(4.8) bağıntısı (4.9)'da yerine koyulursa,

$$w(x,y) = \Phi(x,y).[B]\{d\} \quad (4.10)$$

bulunur. Burada,

$[\Phi(x,y)]$: deplasman fonksiyonları

$\{d\}$: deplasman parametreleri

Yukarıdaki ifadede,

$$[N] = [\Phi(x,y)][B] \quad (4.11)$$

ile şekil fonksiyonları dikdörtgen bir plak için aşağıdaki gibi hesaplanmış olur. Bu değerler aşağıdaki değerler gibidir:

$$N_1 = 1 - \frac{3x^2}{a^2} + \frac{2x^3}{a^3} - \frac{xy}{ab} + \frac{3x^2y}{a^2b} - \frac{2x^3y}{a^3b} - \frac{3y^2}{b^2} + \frac{3xy^2}{ab^2} + \frac{2y^3}{b^3} - \frac{2xy^3}{ab^3}$$

$$N_2 = y - \frac{xy}{a} - \frac{2y^2}{b} + \frac{2xy^2}{ab} + \frac{y^3}{b^2} - \frac{xy^3}{ab^2}$$

$$N_3 = -x + \frac{2x^2}{a} - \frac{x^3}{a^2} + \frac{xy}{b} - \frac{2x^2y}{ab} + \frac{x^3y}{a^2b}$$

$$N_4 = \frac{xy}{ab} - \frac{3x^2y}{a^2b} + \frac{2x^3y}{a^3b} + \frac{3y^2}{b^2} - \frac{3xy^2}{ab^2} - \frac{2y^3}{b^3} + \frac{2xy^3}{ab^3}$$

$$N_5 = -\frac{y^2}{b} + \frac{xy^2}{ab} + \frac{y^3}{b^2} - \frac{xy^3}{ab^2}$$

$$N_6 = -\frac{xy}{b} + \frac{2x^2y}{ab} - \frac{x^3y}{a^2b}$$

$$N_7 = -\frac{xy}{ab} + \frac{3x^2y}{a^2b} - \frac{2x^3y}{a^3b} - \frac{3xy^2}{ab^2} + \frac{2xy^3}{ab^3}$$

$$N_8 = \frac{xy^3}{ab^2} - \frac{xy^2}{ab}$$

$$N_9 = \frac{x^2y}{ab} - \frac{x^3y}{a^2b}$$

$$N_{10} = \frac{3x^2}{a^2} - \frac{2x^3}{a^3} + \frac{xy}{ab} - \frac{3x^2y}{a^2b} + \frac{2x^3y}{a^3b} - \frac{3xy^2}{ab^2} + \frac{2xy^3}{ab^3}$$

$$N_{11} = \frac{xy}{a} - \frac{2xy^2}{ab} + \frac{xy^3}{ab^2}$$

$$N_{12} = \frac{x^2}{a} - \frac{x^3}{a^2} - \frac{x^2y}{ab} + \frac{x^3y}{a^2b}$$

4.5 Şekil Değiştirme -Yer Değiştirme Bağlılıları

Daha önce 2. bölümde de bahsettiğimiz ve (2.3) bağıntılarıyla da elde ettiğimiz gibi ince bir plağın lineer şekil değiştirme – yer değiştirme bağıntıları:

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ 2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (4.12)$$

(4.3) deplasman fonksiyonunun türevleri alınırsa,

$$-\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -(2a_4 + 6a_7x + 2a_8y + 6a_{11}xy)$$

$$-\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = -(2a_6 + 2a_9x + a_{10}y + 6a_{12}xy)$$

$$2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 2(a_5 + 2a_8x + 2a_9y + 3a_{11}x^2 + 3a_{12}y^2)$$

bulunur. (4.12) denklemini matris formunda yazılırsa;

$$\{\epsilon\} = [F]\{a\} \quad (4.13)$$

şeklindedir. Burada $[F]$ matrisine türev matris denilir.

Çizelge 4.3. Şekil fonksiyonları ikinci türevleri

$$[\Delta N] = \begin{bmatrix} \frac{6}{a^2} - \frac{12x}{a^3} - \frac{6y}{a^2b} + \frac{12xy}{a^3b} & \frac{6}{b^2} - \frac{6x}{ab^2} - \frac{12y}{b^3} + \frac{12xy}{ab^3} & -\frac{1}{ab} + \frac{6x}{a^2b} - \frac{6x^2}{a^3b} + \frac{6y}{ab^2} - \frac{6y^2}{ab^3} \\ 0 & \frac{4}{b} - \frac{4x}{ab} - \frac{6y}{b^2} + \frac{6xy}{ab^2} & -\frac{1}{a} + \frac{4y}{ab} - \frac{3y^2}{ab^2} \\ -\frac{4}{a} + \frac{6x}{a^2} + \frac{4y}{ab} - \frac{6xy}{a^2b} & 0 & \frac{1}{b} - \frac{4x}{ab} - \frac{3x^2}{a^2b} \\ \frac{6y}{a^2b} - \frac{12xy}{a^3b} & -\frac{6}{b^2} + \frac{6x}{ab^2} + \frac{12y}{b^3} - \frac{12xy}{ab^3} & \frac{1}{ab} - \frac{x}{a^2b} + \frac{6x^2}{a^3b} - \frac{6y}{ab^2} + \frac{6y^2}{ab^3} \\ 0 & \frac{2}{b} - \frac{2x}{ab} - \frac{6y}{b^2} + \frac{6xy}{ab^2} & \frac{2y}{ab} - \frac{3y^2}{ab^2} \\ -\frac{4y}{ab} + \frac{6xy}{a^2b} & 0 & -\frac{1}{b} + \frac{4x}{ab} - \frac{3x^2}{a^2b} \\ -\frac{6y}{a^2b} + \frac{12xy}{a^3b} & -\frac{6x}{ab^2} + \frac{12xy}{ab^3} & -\frac{1}{ab} + \frac{6x}{a^2b} - \frac{6x^2}{a^3b} + \frac{6y}{ab^2} - \frac{6y^2}{ab^3} \\ 0 & \frac{2x}{ab} - \frac{6xy}{ab^2} & \frac{2y}{ab} + \frac{3y^2}{ab^2} \\ -\frac{2y}{ab} + \frac{6xy}{a^2b} & 0 & \frac{2x}{ab} - \frac{3x^2}{a^2b} \\ -\frac{6}{a^2} + \frac{12x}{a^3} + \frac{6y}{a^2b} - \frac{12xy}{a^3b} & \frac{6x}{ab^2} - \frac{12xy}{ab^3} & \frac{1}{ab} - \frac{6x}{a^2b} + \frac{6x^2}{a^3b} - \frac{6y}{ab^2} + \frac{6y^2}{ab^3} \\ 0 & \frac{4x}{ab} - \frac{6xy}{ab^2} & \frac{1}{a} - \frac{4y}{ab} + \frac{3y^2}{ab^2} \\ -\frac{2}{a} + \frac{6x}{a^2} + \frac{2y}{ab} - \frac{6xy}{a^2b} & 0 & -\frac{2x}{ab} + \frac{3x^2}{ab^2} \end{bmatrix}$$

4.6 Eleman Rijitlik Matrisinin Bulunması

δU şekil değiştirme enerjisinin birinci varyasyonu; δW dış kuvvetlerin potansiyel enerjisinin birinci varyasyonu ve δV toplam potansiyel enerji olmak üzere,

$$\delta U = \iint \{\epsilon\}^T [D] \{\epsilon\} dx dy \quad (4.14)$$

$$\delta W = -\iint \{p\} \{w\}^T dx dy \quad (4.15)$$

ise,

$$\delta V = \delta U + \delta W \quad (4.16)$$

Eleman rijitlik matrisi , (4.3)'ün (4.14)'te yerine koyulmasıyla elde edilir.

$$\delta U = \iint \{a\}^T [F]^T [D][F]\{a\} dx.dy \quad (4.17)$$

burada, $\{\epsilon\} = [F]\{a\}$ yerine $\{\epsilon\} = [F][B]\{d\}$ ifadesini koyarsak, iç kuvvetlerin işi,

$$\delta U = \iint [F]^T [B]^T \{d\}^T [D][F][B]\{d\} dx.dy \quad (4.18)$$

halini alır. Gerekli kısaltmalar yapılarak,

$$[H] = \iint [F]^T [D][F] \quad (\text{integral matrisi}) \quad (4.19)$$

$$[k_e] = [B]^T [H][B] \quad (4.20)$$

şeklinde eleman rijitlik matrisi bulunmuş olur. Buradan iç iş ifadesi de,

$$\delta U = \{d\}^T [k_e]\{d\} \quad (4.21)$$

olarak düzenlenir.

4.7 Eleman Zemin Etki Matrisinin Hesaplanması

Elastik zemine oturan bir plakta kuvvet – yer değiştirme ilişkisi;

$$p_f = -c.w \quad (4.22)$$

c : elastik yataklanma katsayısı

Böyle bir plağın şekil değiştirme enerjisi,

$$U_f = -\frac{1}{2} \iint p_f.w dx.dy \quad (4.23)$$

(4.21) , (4.22)'de yerine koyulursa,

$$U_f = \frac{c}{2} \iint (w)^2 \cdot dx \cdot dy \quad (4.24)$$

bulunur. Elastik zemin oturan bir plağın şekil değiştirme enerjisinin ikinci varyasyonu ise,

$$\frac{1}{2!} \delta^2 U_f = \frac{c}{2} \iint (w)^2 \cdot dx \cdot dy \quad (4.25)$$

olarak elde edilir. Daha önce bulunan (4.10) ve (4.11) denklemleri sırasıyla (4.25)' de yerleştirilerek eleman zemin etki matrisi elde edilir.

$$[\delta_e] = c \iint [N]^T \cdot [N] \cdot dx \cdot dy \quad (4.26)$$

ve

$$[\delta_e] = c \iint [B]^T \cdot [\Phi(x, y)]^T \cdot [\Phi(x, y)] \cdot [B] \cdot dx \cdot dy \quad (4.27)$$

Bu ifadedeki c elastik yataklanma değerleri aşağıdaki tablodan yararlanılarak hesaba katılır.

Çizelge 4.4 Zemin Yatak Katsayısı Değerleri Dağılımı

ZEMİN	C (kN/m ³) DEĞERLERİ
Kil Plastik Zemin	5.000-10.000
Kil Yarı Sert	10.000-15.000
Kil Sert	15.000-30.000
Kum Gevşek	10.000-20.000
Kum Orta Sıkı	20.000-50.000
Kum Sıkı	50.000-100.000
Kum-Çakıl Sıkı	100.000-150.000
Şist	500.000'den büyük
Kaya	2.000.000'den büyük

4.8 Eleman Kütle Matrisinin Hesaplanması

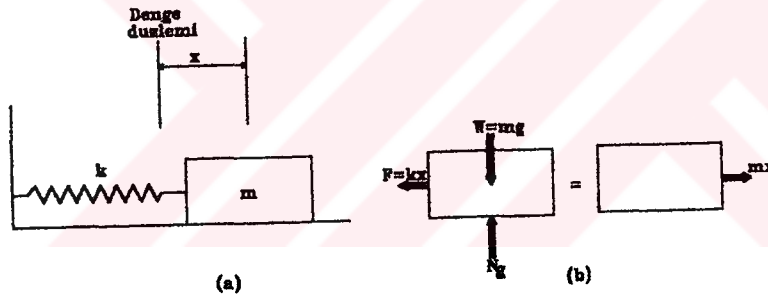
Kütle matrisinin hesaplanmasında da hem rijitlik matrisinde hem de zemin etki matrisinde olduğu gibi Toplam Potansiyel Enerji yöntemi kullanılarak aşağıdaki bağıntı en genel halde elde edilir. ρ kütle yoğunluğu olmak üzere,

$$[m_e] = \rho \cdot \int_0^a \int_0^b [N]^T \cdot [N] \cdot dx \cdot dy \quad \text{'dır.} \quad (4.28)$$

5. DİNAMİK DIŞ ETKİLER HALİNDE SONLU ELEMANLAR METODU

İnşaat Mühendisliğinde deprem, darbe kuvvetleri, makine titreşim kuvvetleri ve ani patlama kuvvetleri zamanla değişen kuvvetlerdir. Dış etkilerin zamana bağlı olarak sonlu bir hızla değişmesi halinde atalet kuvvetlerinin de göz önüne alınması gerekmektedir. Sisteme etkiyen kuvvetler zamanın bir fonksiyonu ise, bu kuvvetlerin etkidiği yapıların tepkisi de zamanın bir fonksiyonudur ve zamana bağlı olarak meydana gelecek yer değiştirmelerin ivmeleri, atalet kuvvetleri meydana getirirler. Bu durumda sistem iki tip yükün etkisi altında düşünülebilir. Bunlar harekete neden olan dış yük ve hareketin ivmelenmesine karşı duran atalet kuvvetleri. Yapı özellikleri ve etkiyen kuvvetlerden yola çıkılarak, titreşim sistemine ait mekanik bir yay kütle modeli oluşturulur ve kütlelere ait titreşim denklemleri kurularak çözüme ulaşılır.(KÖKSAL T., 1995)

5.1 Sönümsüz Serbest Titreşim



Şekil 5.1 a) Yatay yay-kütle sistemi

b) Sönümsüz serbest titreşim kinetik diyagramı

Titreşim hareketinin en basit hali Şekil 5.1a'da görüldüğü üzere sönümsüz serbest titreşimdir. Blok m kütlesine sahiptir ve k rijitliğine sahip yaya bağlıdır. Titreşim hareketi bloğu denge durumundan x mesafesi kadar yer değiştirerek ve yayın eski konumuna geri dönmesine imkan vererek sağlanır. Yay bloğu çektiği zaman blok, $x=0$ olduğunda denge durumundan uzaklaşmak için hareket edecek şekilde bir hıza erişecektir. Destek yüzeyinin pürüzsüz olması kaydıyla salınım sonsuz olarak devam edecektir. Bloğun hareketinin zamandan bağımsız yolu, blok x kadar yer değiştirdiğinde bloğa hareket denklemi uygulanarak belirlenebilir. Serbest kütle ve kinetik diyagramları Şekil 5.1b'de gösterilmiştir. İvme pozitif yer değiştirme yönündeyken, Elastik geriye çekim kuvveti $F = k \cdot x$ her zaman denge konumu yönündedir. $a = d^2x/dt^2 = x''$ olduğunu göz önünde bulundurarak,

$$-k.x = m.x''$$

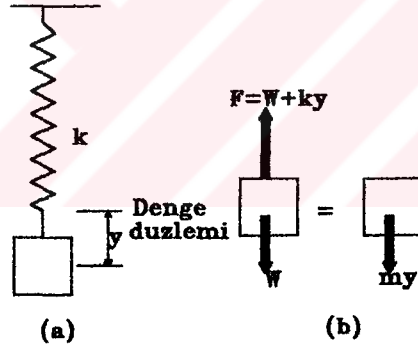
'i elde ederiz. Burada ivmenin konumla orantılı olduğu görülür. Bu şekilde tanımlanan hareket basit harmonik hareket olarak isimlendirilir. İfade standart forma getirilerek,

$$x'' + \omega^2 x = 0 \quad (5.1)$$

elde edilir. ω sabiti açısal frekans olarak isimlendirilir ve birimi rad/sn' dir. Bu durumda,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5.2)$$

(5.1) no' lu eşitlik, bloğu Şekil 5.2.a' da görüldüğü gibi asılı olarak düşünerek ve bloğun denge pozisyonundan y yer değiştirmesini ölçerek de elde edilebilir. Serbest kütle kinetik diyagramları Şekil 5.2b' de gösterilmektedir.



Şekil 5.2. a) Düşey yay-kütle sistemi
b) Sönümsüz serbest titreşim kinetik diyagramı

Blok dengede olduğunda, yay blok üzerinde yukarıya doğru bir $F = W = mg$ kuvveti uygular. Bu yüzden blok bu konumdan aşağı doğru y kadar yer değiştirdiğinde, yay kuvvetinin büyüklüğü $F = W + ky$ dir. Buradan aynı şekilde,

$$-W - ky + W = m.y''$$

ya da

$$y'' + \omega^2 y = 0$$

elde edilir.

(5.1) denklemi sabit katsayılarla sahip homojen, ikinci dereceden, lineer diferansiyel bir denklemdir. Bu denklemin genel çözümü A ve B integral sabitleri olmak üzere,

$$x = A \sin \omega t + B \cos \omega t \quad (5.3)$$

olarak bulunur ve bloğun hızı ve ivmesi yukarıdaki denklemin türevleri alınarak belirlenir.

$$v = x' = A \omega \cos \omega t - B \omega \sin \omega t \quad (5.4)$$

$$a = x'' = -A \omega^2 \sin \omega t - B \omega^2 \cos \omega t \quad (5.5)$$

Şekil 5.1.a'daki bloğun, denge durumundan sağa tarafa doğru v_1 kadar ilk hız verilerek x_1 yer değiştirmesi sağlansın. (5.3) denkleminde $t=0$ için, x yerine x_1 konularak $B = x_1$ ve (5.4) denkleminde $t=0$ için v yerine v_1 konularak $A = v_1 / \omega$ bulunarak başlangıç şartlarından integral sabitleri bulunur. A ve B değerleri (5.3)'te yerine koyulursa,

$$x = \frac{v_1}{\omega} \sin \omega t + x_1 \cos \omega t \quad (5.6)$$

şeklini alır. Bu bağıntı aynı zamanda basit sinüzoidal hareket açısından ifade edilebilir. C ve ϕ , A ve B' nin yerine belirlenecek yeni sabitler olmak üzere

$$A = C \cos \Phi \quad (5.7)$$

ve

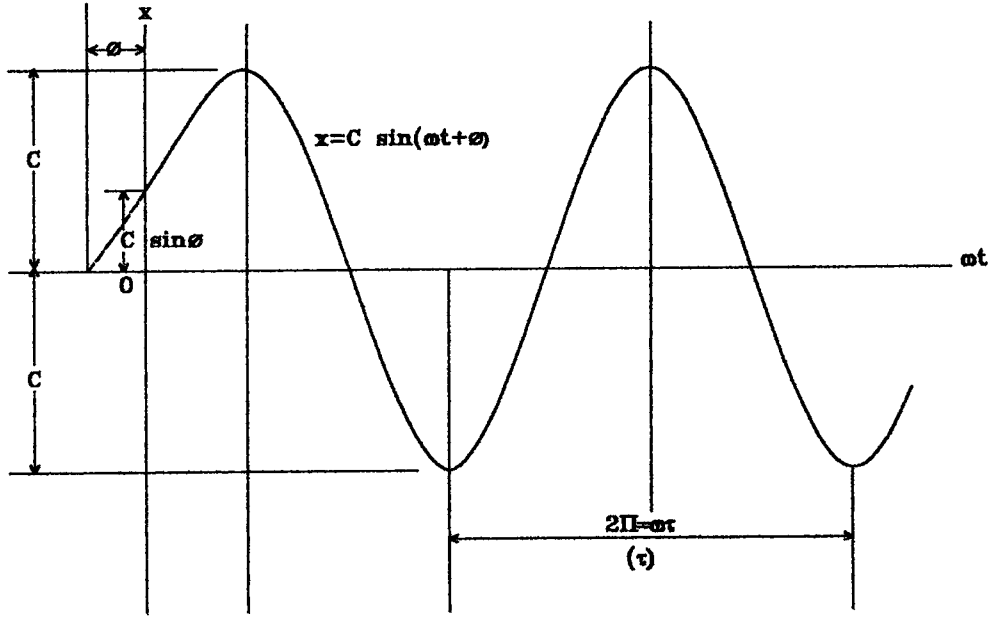
$$B = C \sin \Phi \quad (5.8)$$

olsun. Bu ifadeler (5.3)'te yerine koyularak,

$$x = C \cos \Phi \sin \omega t + C \sin \Phi \cos \omega t \quad (5.9)$$

elde edilir.

Eğer bu eşitlik $x-\omega t$ diyagramında gösterilirse, Şekil 5.3' te gösterilen grafik elde edilir.



Şekil 5.3 Sönümsüz serbest titreşim diyagramı

Bloğun denge konumundan maksimum yer değiştirmesi titreşmenin büyüklüğü (amplitude) olarak tanımlanır. Şekilden veya (5.9) denkleminde C büyüklüğü bulunur. $t=0$ olduğunda, eğrinin orijinden uzaklaşma miktarını temsil ettiğinden, ϕ açısı faz açısı olarak isimlendirilir. Eşitlik (5.7) ve (5.8)' den C sabiti ve ϕ , A ve B ile ilişkilidir. Buradan,

$$C = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (5.10)$$

olur. Eğer (5.8) Eşitlik (5.7) ile bölünürse, faz açısı ;

$$\Phi = \tan^{-1} \frac{B}{A} \quad (5.11)$$

olur.(5.9)' un bir daire hareketini tamamladığı ve bu yüzden bloğun daire hareketinin T süresince tekrarladığı, bu şekilde $\omega T=2\pi$ veya

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (5.12)$$

olduğuna dikkat edilmelidir. Bu zaman uzunluğu periyot olarak isimlendirilir. Birimi saniyedir. Şekil 5.3 ve denklem (5.2) kullanılarak periyot aynı zamanda,

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (5.13)$$

olarak da gösterilebilir. Hareketin frekansı ise;

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (5.14)$$

veya

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5.15)$$

olarak ifade edilir ve birimi sn^{-1} (Hertz)'dir. Bir maddesel nokta ya da maddesel noktalardan oluşmuş bir sistem denge durumundan uzaklaştırılıp serbest bırakıldığında ve sonrasında herhangi bir dış kuvvete maruz bırakılmadığından bu maddesel noktanın yaptığı hareket serbest titreşim olarak isimlendirilir. Titreşimin büyüklüğünün sabit kalması şartıyla bu hareket sönümsüz serbest titreşim olarak da adlandırılır. Tek serbestlik dereceli bir maddesel noktanın sönümsüz serbest titreşimi basit harmonik hareket yapan blok ve yay ile aynı karakteristik özelliklere sahiptir. Bunun sonucunda cismin hareketi (5.1) denklemindeki ile aynı formda diferansiyel bir eşitlik olarak tanımlanır.

$$x'' + \omega^2 x = 0 \quad (5.16)$$

5.2 Elastik Zemine Oturan Plâgın Sönümsüz Serbest Titreşim Analizi

Bilindiği gibi D'Alembert prensibine göre cisim kuvvetler etkisi altında daima dengededir. Yani, herhangi bir t anındaki yüzeysel elemana etki eden atalet kuvveti, sönüm etkileri ve yay kuvvetleri, dış kuvvetlerle denge halindedir. Bu prensipten hareketle birim alana gelen kütle yoğunluğu ℓ olduğuna göre; titreşime maruz kütlenin etkisi altında kaldığı atalet kuvveti, sönüm kuvveti ve yay kuvvetlerinin ilave dış yükler gibi düşünülmesiyle virtüel iş teoremini uygulayarak dinamik dış yükler etkisindeki elemanın genel hareket denklemi aşağıdaki gibidir;

$$[k_e]\{d(t)\} + [c_e]\{d'(t)\} + [m_e]\{d''(t)\} + [s_e]\{d(t)\} = \{q_e(t)\}_0 + \{q_e(t)\}_T \quad (5.17)$$

Burada;

$$[k_e] = \int_V [\Delta N]^T [D] [\Delta N] dV \quad : \quad \text{Eleman rijitlik matrisi}$$

$$[c_e] = \mu \int_V [N]^T [N] dV \quad : \quad \text{Eleman sönüm matrisi}$$

$$[m_e] = \rho \int_V [N]^T [N] dV \quad : \quad \text{Eleman kütle matrisi}$$

$$[\delta_e] = \rho \int_V [N(w)]^T [N(w)] dV \quad : \quad \text{Eleman elastik yataklanma matrisi}$$

$$\{q_e(t)\}_T = \alpha \Delta t \int_V [\Delta N]^T \{D_T\} dV \quad : \quad \text{Elemanın zamana bağlı sıcaklık değişimi}$$

$$\{q_e(t)\}_0 = \int_F [N]^T p(t) dF \quad : \quad \text{Elemanın zamana bağlı dış yükü}$$

(5.17) ifadesi sisteme uyarlanırsa;

$$[K]\{d(t)\} + [C]\{d'(t)\} + [M]\{d''(t)\} + [S]\{d(t)\} = \{Q(t)\}_0 + \{Q(t)\}_T \quad (5.18)$$

şeklinde olur. Sönümsüz serbest titreşim halinde, elastik zemin etkisi göz önüne alınarak, (5.18) denklemi şu hali alır:

$$[K]\{d(t)\} + [S]\{d(t)\} + [M]\{d''(t)\} = 0 \quad (5.19)$$

(5.19)' da bulunan hareket denkleminin çözümü, titreşim Basit Harmonik Hareket olduğu için,

$$\{d\} = \{\bar{d}\} \sin(\omega t + \theta) \quad (5.20)$$

olur. $\{\bar{d}\}$, kütlelerin öteleme genlikleridir. (5.20)'nin 1. ve 2. türevleri alınarak (5.19)' da yerine koyulursa,

$$\{[K] + [S] - \omega^2 [M]\} \{\bar{d}\} = 0 \quad (5.21)$$

elastik zemine oturan plağın sönümsüz serbest titreşim dinamik hareket denklemi bulunmuş olur. Burada,

$$|[K] + [S] - \omega^2 [M]| = 0 \quad (5.22)$$

determinantını sıfır yapan ω değerleri bulunur. Her ω_i açısal frekansına (özel değer) karşılık (5.21) denkleminde $\{\bar{d}_i\}$ değerleri bulunur. $\{\bar{d}_i\}$ vektörüne ω_i serbest titreşim frekansına karşı gelen serbest titreşim mod şekli denir. $\{\bar{d}_i\}$ vektörü yer değiştirmelere karşı gelmektedir. $\{\bar{d}_i\}$ kolon matrisleri yan yana birleştirilerek kare $[\Phi]$ modal matrisi elde edilir.

$$[\Phi] = [\{\bar{d}_1\}, \{\bar{d}_2\}, \{\bar{d}_3\}, \dots, \{\bar{d}_n\}] \quad (5.23)$$

Matrisin $\{\bar{d}_{ij}\}$ elemanı; j. modda i. serbestlik derecesi doğrultusundaki yer değiştirmeyi göstermektedir.

$$\{d\} = \{\bar{d}_1\}.D_1 + \{\bar{d}_2\}.D_2 + \dots + \{\bar{d}_n\}.D_n \quad (5.24)$$

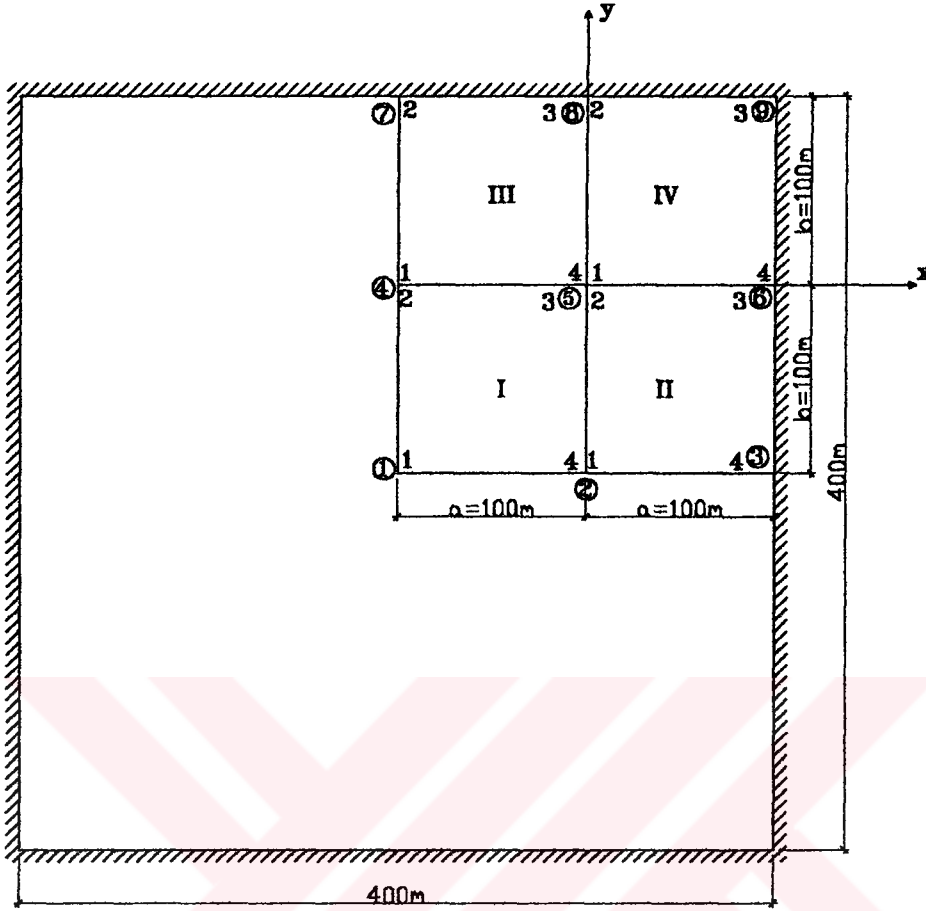
kısaca

$$\{d\} = [\Phi][D] \quad (5.25)$$

elde edilir. Buradaki D_i değerlerine genelleştirilmiş koordinat denir.

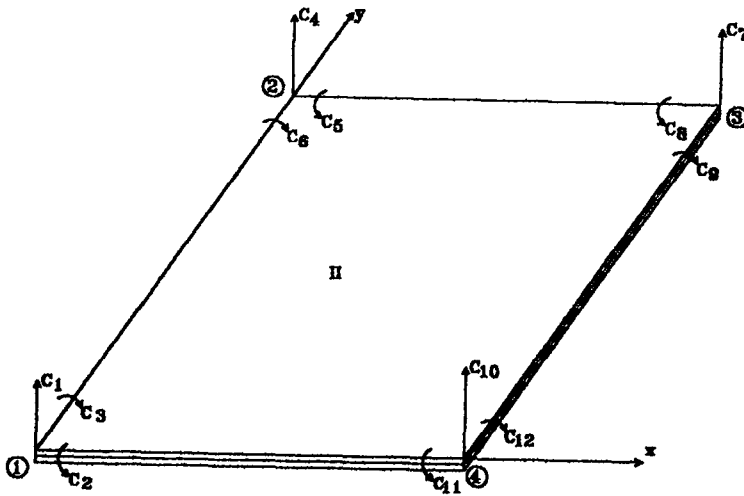
5.3 Sonlu Elemanlar Metoduyla Elastik Zemine Oturan Plağın Sönümsüz Serbest Titreşimine Dair Bir Uygulama

Açıklıkları 4m olan kenarlarından ankastre bir plağın serbest titreşim hareketi incelenmek isteniyor. Simetri nedeniyle plağın 1/4'ü göz önüne alınarak bu 1/4'lük kısmı da 4 eşit parçaya ayrılarak sonlu eleman ağı oluşturulur. Sistem düğüm noktalarının numaralanması, eleman numaraları ve bir elemanda eleman düğüm noktaları için kabul edilmiş numaralama aşağıdaki gibidir: ($E=2,85.10^7$ kN/m³)

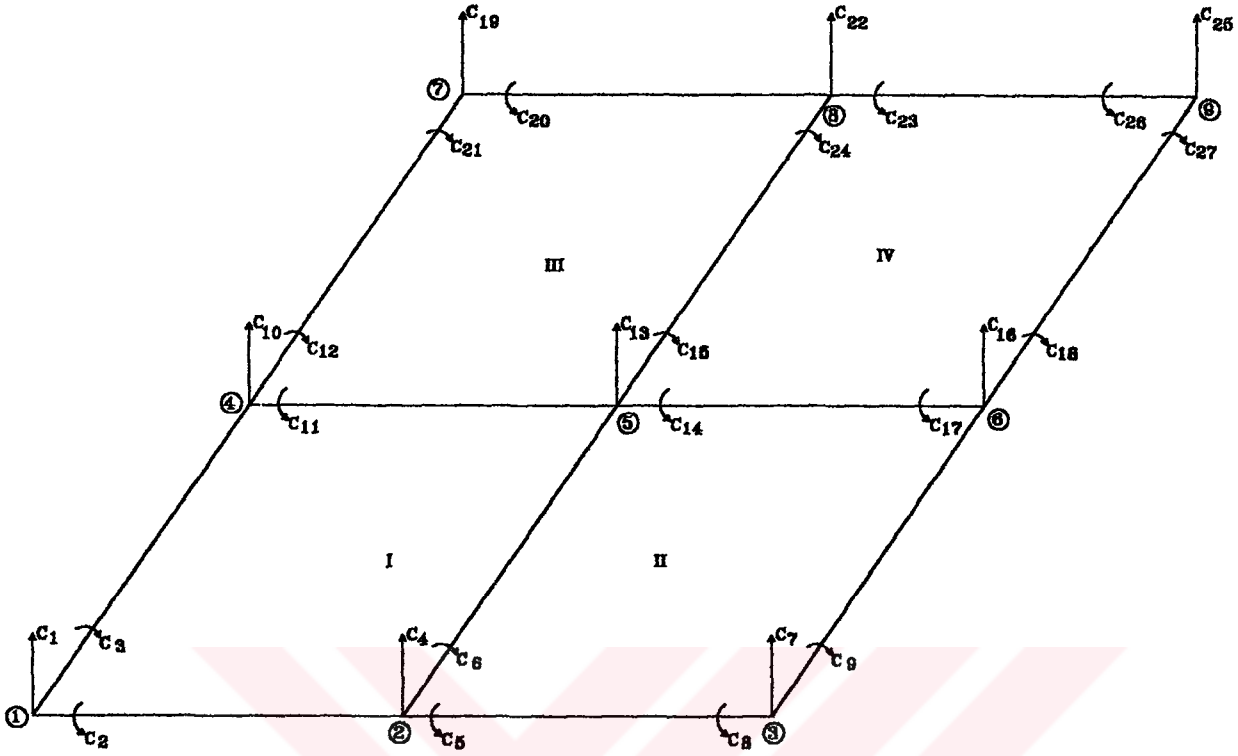


Şekil 5.4. Sonlu elemanlara ayrılmış plak elemanı

Böyle bir sistemde her bir elemanda oluşan düğüm parametreleri ve sistemde oluşan düğüm parametreleri şekil (5.5) ve şekil (5.6)'de gösterildiği gibidir.



Şekil 5.5 Eleman düğüm parametreleri



Şekil 5.6 Sistem düğüm parametreleri

5.3.1 Şekil Fonksiyonları İle Eleman Rijitlik Matrisi Değerlerinin Bulunması

Dörtgen bir plak için daha önce bulduğumuz $[\Delta N]$ türev matrisi kullanılarak

$$[k_e] = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \cdot \int_0^a \int_0^b [\Delta N]^T [D] [\Delta N] dx dy \text{ ifadesi ile hesaplanan eleman rijitlik değerleri}$$

aşağıdaki gibidir. Burada, $[D]$ plak için ,

$$[D] = \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \text{ olarak alınacaktır.}$$

$$k_{11} = \left[4 \frac{a^2}{b^2} + 4 \frac{b^2}{a^2} + \frac{14}{5} - \frac{4\nu}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-\nu^2)}$$

$$k_{12} = k_{21} = \left[2\frac{a^2}{b} + \frac{b}{5} + 4\frac{bv}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{13} = k_{31} = \left[-2\frac{b^2}{a} - \frac{a}{5} - 4\frac{av}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{14} = k_{41} = \left[2\frac{b^2}{a^2} - 4\frac{a^2}{b^2} - \frac{14}{5} + 4\frac{v}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{15} = k_{51} = \left[2\frac{a^2}{b} + \frac{b}{5} - \frac{bv}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{16} = k_{61} = \left[-\frac{b^2}{a} + \frac{a}{5} - 4\frac{av}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{17} = k_{71} = \left[-2\frac{a^2}{b^2} - 2\frac{b^2}{a^2} + \frac{14}{5} - 4\frac{v}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{18} = k_{81} = \left[\frac{a^2}{b} - \frac{b}{5} - \frac{bv}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{19} = k_{91} = \left[-\frac{b^2}{a} + \frac{a}{5} - \frac{av}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{110} = k_{101} = \left[2\frac{a^2}{b^2} - 4\frac{b^2}{a^2} - \frac{14}{5} + 4\frac{v}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{111} = k_{111} = \left[-\frac{a^2}{b} + \frac{b}{5} + 4\frac{bv}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{112} = k_{121} = \left[-2\frac{b^2}{a} - \frac{a}{5} + \frac{av}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{22} = \left[\frac{4}{3}a^2 + \frac{4}{15}b^2 - \frac{4}{15}b^2v \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{23} = k_{32} = [-vab] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{24} = k_{42} = \left[-2\frac{a^2}{b} - \frac{b}{5} + \frac{bv}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{25} = k_{52} = \left[\frac{2}{3}a^2 - \frac{2}{30}b^2(1-v) \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{26} = k_{62} = 0$$

$$k_{27} = k_{72} = \left[-\frac{a^2}{b} + \frac{b}{5} - \frac{bv}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{28} = k_{82} = \left[\frac{a^2}{3} + \frac{b^2}{15} - \frac{1}{15}b^2v \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{29} = k_{92} = 0$$

$$k_{210} = k_{102} = \left[\frac{a^2}{b} - \frac{b}{5} + 4\frac{bv}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{211} = k_{112} = \left[\frac{a^2}{b} - \frac{b}{5} + 4\frac{bv}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{212} = k_{122} = 0$$

$$k_{33} = \left[\frac{4}{3}b^2 + \frac{4a^2(1-v)}{15} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{34} = k_{43} = \left[-\frac{b^2}{a} + \frac{a}{5} - 4\frac{av}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{35} = k_{53} = 0$$

$$k_{36} = k_{63} = \left[\frac{2}{3}b^2 - \frac{4a^2(1-v)}{15} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{37} = k_{73} = \left[\frac{b^2}{a} - \frac{a}{5} + \frac{av}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{38} = k_{83} = 0$$

$$k_{39} = k_{93} = \left[\frac{b^2}{3} + \frac{a^2(1-v)}{15} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{310} = k_{103} = \left[\frac{2b^2}{a} + \frac{a}{5} - \frac{av}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{311} = k_{113} = 0$$

$$k_{312} = k_{123} = \left[\frac{2b^2}{3} - \frac{2a^2(1-v)}{30} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{44} = \left[4\frac{a^2}{b^2} + 4\frac{b^2}{a^2} + \frac{14}{5} - 4\frac{v}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{45} = k_{54} = \left[-\frac{2a^2}{b} - \frac{b}{5} - \frac{4bv}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{46} = k_{64} = \left[-\frac{2b^2}{a} - \frac{a}{5} - \frac{4av}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{47} = k_{74} = \left[2\frac{a^2}{b^2} - 4\frac{b^2}{a^2} - \frac{14}{5} + 4\frac{v}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{48} = k_{84} = \left[-\frac{a^2}{b} + \frac{b}{5} - \frac{4bv}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{49} = k_{94} = \left[-\frac{2b^2}{a} - \frac{a}{5} + \frac{av}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{410} = k_{104} = \left[-2\frac{a^2}{b^2} - 2\frac{b^2}{a^2} + \frac{14}{5} - 4\frac{v}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{411} = k_{114} = \left[-\frac{a^2}{b} + \frac{b}{5} - \frac{bv}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{412} = k_{124} = \left[-\frac{b^2}{a} + \frac{a}{5} - \frac{av}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{55} = \left[\frac{4}{3}a^2 + \frac{4b^2(1-v)}{15} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{56} = k_{65} = [vab] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{57} = k_{75} = \left[-\frac{a^2}{b} + \frac{b}{5} - \frac{4bv}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{58} = k_{85} = \left[-\frac{2a^2}{3} - \frac{4b^2}{15} + \frac{4b^2v}{15} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{59} = k_{95} = 0$$

$$k_{510} = k_{105} = \left[\frac{a^2}{b} - \frac{b}{5} + \frac{bv}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{511} = k_{115} = \left[\frac{a^2}{3} + \frac{b^2}{15} - \frac{b^2v}{15} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{512} = k_{125} = 0$$

$$k_{66} = \left[\frac{4b^2}{3} + \frac{4a^2}{15} - \frac{4a^2v}{15} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{67} = k_{76} = \left[\frac{2b^2}{a} + \frac{a}{5} - \frac{av}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{68} = k_{86} = 0$$

$$k_{69} = k_{96} = \left[\frac{2b^2}{3} - \frac{2a^2}{30} + \frac{2a^2v}{30} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{610} = k_{106} = \left[\frac{b^2}{a} - \frac{a}{5} + \frac{av}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{611} = k_{116} = 0$$

$$k_{612} = k_{126} = \left[\frac{b}{3} + \frac{a^2}{15} - \frac{a^2v}{15} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{77} = \left[4\frac{a^2}{b^2} + 4\frac{b^2}{a^2} + \frac{14}{5} - 4\frac{v}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{78} = k_{87} = \left[-2\frac{a^2}{b} - \frac{b}{5} - \frac{4bv}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{79} = k_{97} = \left[2\frac{a^2}{b} + \frac{a}{5} + \frac{4av}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{710} = k_{107} = \left[2\frac{b^2}{a^2} - 4\frac{a^2}{b^2} - \frac{14}{5} + 4\frac{v}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{711} = k_{117} = \left[2\frac{a^2}{b} + \frac{b}{5} - \frac{bv}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{712} = k_{127} = \left[\frac{b^2}{a} - \frac{a}{5} + \frac{4av}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{88} = \left[4\frac{a^2}{3} + 4\frac{b^2}{15} - 4\frac{b^2v}{15} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{89} = k_{98} = [-vab] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{810} = k_{108} = \left[\frac{2a^2}{b} + \frac{b}{5} - \frac{bv}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{811} = k_{118} = \left[\frac{2a^2}{3} - \frac{2b^2}{30} + \frac{2b^2v}{30} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{812} = k_{128} = 0$$

$$k_{99} = \left[\frac{4b^2}{3} + \frac{4a^2}{15} - \frac{4a^2}{15} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{910} = k_{109} = \left[\frac{b^2}{a} - \frac{a}{5} + \frac{4av}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{911} = k_{119} = 0$$

$$k_{912} = k_{129} = \left[\frac{2b^2}{3} - \frac{4a^2(1-v)}{15} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{1010} = \left[4\frac{a^2}{b^2} + 4\frac{b^2}{a^2} + \frac{14}{5} - 4\frac{v}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{1011} = k_{1110} = \left[\frac{2a^2}{b} + \frac{b}{5} + \frac{4bv}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{1012} = k_{1210} = \left[\frac{2b^2}{a} + \frac{a}{5} + \frac{4av}{5} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{1111} = \left[\frac{4a^2}{3} + \frac{4b^2}{15} - \frac{4b^2v}{15} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{1112} = k_{1211} = [vab] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

$$k_{1212} = \left[\frac{4b^2}{3} + \frac{4a^2}{15} - \frac{4a^2v}{15} \right] \frac{Et^3}{12ab(1-v^2)}$$

5.3.2 Şekil Fonksiyonları İle Eleman Zemin Etki Matrisi Değerlerinin Bulunması

$[s_e] = c \iint [N]^T [N] dx dy$ ifadesiyle hesaplanan eleman zemin etki matrisi değerleri aşağıdaki gibidir. Burada c zemin yatak katsayısıdır.

$$s_{11} = c.0,137.a.b$$

$$s_{12} = s_{21} = c.0,0183.a.b^2$$

$$s_{13} = s_{31} = -c.0.0183.a.b^2$$

$$s_{14} = s_{41} = c.0,0487.a.b$$

$$s_{15} = s_{51} = -c.0,0109.a.b^2$$

$$s_{16} = s_{61} = -c.0,079.a^2.b$$

$$s_{17} = s_{71} = c.0,0156.a.b$$

$$s_{18} = s_{81} = -c.0,046.a.b^2$$

$$s_{19} = s_{91} = c.0,046.a^2.b$$

$$s_{110} = s_{101} = c.0,0487.a.b$$

$$s_{111} = s_{111} = c.0,079.a.b^2$$

$$s_{112} = s_{121} = c.0,0109.a^2.b$$

$$s_{22} = c.0,079.a.b^3$$

$$s_{23} = s_{32} = -c.0,0025.a^2.b^2$$

$$s_{24} = s_{42} = c.0,0109.a.b^2$$

$$s_{25} = s_{52} = -c.0,00238.a.b^3$$

$$s_{26} = s_{62} = -c.0,00167.a^2.b^2$$

$$s_{27} = s_{72} = c.0,0046.a.b^2$$

$$s_{28} = s_{82} = -c.0,00119.a.b^3$$

$$s_{29} = s_{92} = -c.0,00111.a^2.b^2$$

$$s_{210}=s_{102}= c.0,0079.a.b^2$$

$$s_{211}=s_{112}= c.0,00159.a.b^3$$

$$s_{212}=s_{122}= c.0,00167.a^2.b^2$$

$$s_{33}= c.0,00317.a^3.b$$

$$s_{34}=s_{43}= -c.0,0079.a^2.b$$

$$s_{35}=s_{53}= c.0,00167.a^2.b^2$$

$$s_{36}=s_{63}= c.0,00159.a^3.b$$

$$s_{37}=s_{73}= -c.0,0046.a^2.b$$

$$s_{38}=s_{83}= c.0,00111.a^2.b^2$$

$$s_{39}=s_{93}= -c.0,00119.a^3.b$$

$$s_{310}=s_{103}= -c.0,0109.a^2.b$$

$$s_{311}=s_{113}= -c.0,00167.a^2.b^2$$

$$s_{312}=s_{123}= -c.0,00238.a^3.b$$

$$s_{44}= c.0,0137.a.b$$

$$s_{45}=s_{54}= -c.0,0183.a.b^2$$

$$s_{46}=s_{64}= -c.0,0183.a^2.b$$

$$s_{47}=s_{74}= c.0,0487.a.b$$

$$s_{48}=s_{84}= -c.0,079.a.b^2$$

$$s_{49}=s_{94}= c.0,0109.a^2.b$$

$$s_{410}=s_{104}= c.0,0156.a.b$$

$$s_{411}=s_{114}= c.0,0046.a.b^2$$

$$s_{412}=s_{124}= c.0,0046.a^2.b$$

$$s_{55}= c.0,00317.a.b^3$$

$$s_{56}=s_{65}= c.0,0025.a^2.b^2$$

$$s_{57}=s_{75}= -c.0,079.a.b^2$$

$$s_{58}=s_{85}= c.0,00159.a.b^3$$

$$s_{59}=s_{95}=-c.0,00167.a^2.b^2$$

$$s_{510}=s_{105}=-c.0,0046.a.b^2$$

$$s_{511}=s_{115}=-c.0,00119.a.b^3$$

$$s_{512}=s_{125}=-c.0,00111.a^2.b^2$$

$$s_{66}=c.0,00317.a^3.b$$

$$s_{67}=s_{76}=-c.0,0109.a^2.b$$

$$s_{68}=s_{86}=c.0,00167.a^2.b^2$$

$$s_{69}=s_{96}=-c.0,00238.a^3.b$$

$$s_{610}=s_{106}=-c.0,0046.a^2.b$$

$$s_{611}=s_{116}=-c.0,00111.a^2.b^2$$

$$s_{612}=s_{126}=-c.0,00119.a.b^3$$

$$s_{77}=c.0,0137.a.b$$

$$s_{78}=s_{87}=-c.0,0183.a^2.b$$

$$s_{79}=s_{97}=c.0,0183.a^2.b$$

$$s_{710}=s_{107}=c.0,0487.a.b$$

$$s_{711}=s_{117}=c.0,0109.a.b^2$$

$$s_{712}=s_{127}=c.0,0079.a^2.b$$

$$s_{88}=c.0,00317.a.b^3$$

$$s_{89}=s_{98}=-c.0,0025.a^2.b^2$$

$$s_{810}=s_{108}=-c.0,0109.a.b^2$$

$$s_{811}=s_{118}=-c.0,00238.a.b^3$$

$$s_{812}=s_{128}=-c.0,00167.a^2.b^2$$

$$s_{99}=c.0,00317.a^3.b$$

$$s_{910}=s_{109}=c.0,0079.a^2.b$$

$$s_{911}=s_{119}=c.0,00167.a^2.b^2$$

$$s_{912}=s_{129}= c.0,00159.a^2.b$$

$$s_{1010}= c.0,0137.a.b$$

$$s_{1011}=s_{1110}= c.0,0183.a.b^2$$

$$s_{1012}=s_{1210}= c.0,0183.a^2.b$$

$$s_{1111}= c.0,00317.a.b^3$$

$$s_{1112}=s_{1211}= c.0,0025.a^2.b^2$$

$$s_{1212}= c.0,00317.a^3.b$$

5.3.3 Şekil Fonksiyonları İle Eleman Kütle Matrisi Değerlerinin Bulunması

$[m_e] = \rho \iint [N]^T . [N].dx.dy$ ifadesiyle hesaplanan eleman kütle matrisi değerleri aşağıdaki gibidir. Burada ρ eleman kütle yoğunluğudur.

$$m_{11}= \rho.0,137.a.b$$

$$m_{12}=m_{21}= \rho.0,0183.a.b^2$$

$$m_{13}=m_{31}= - \rho. 0.0183.a.b^2$$

$$m_{14}=m_{41}= \rho.0,0487.a.b$$

$$m_{15}=m_{51}= - \rho.0,0109.a.b^2$$

$$m_{16}=m_{61}= -\rho.0,079.a^2.b$$

$$m_{17}=m_{71}= \rho.0,0156.a.b$$

$$m_{18}=m_{81}= - \rho.0,046.a.b^2$$

$$m_{19}=m_{91}= \rho.0,046.a^2.b$$

$$m_{110}=m_{101}= \rho.0,0487.a.b$$

$$m_{111}=m_{111}= \rho.0,079.a.b^2$$

$$m_{112}=m_{121}= \rho.0,0109.a^2.b$$

$$m_{22}= \rho.0,079.a.b^3$$

$$m_{23}=m_{32}= - \rho.0,0025.a^2.b^2$$

$$m_{24}=m_{42}= \rho .0,0109.a.b^2$$

$$m_{25}=m_{52}= - \rho.0,00238.a.b^3$$

$$m_{26}=m_{62}= - \rho.0,00167.a^2.b^2$$

$$m_{27}=m_{72}= \rho.0,0046.a.b^2$$

$$m_{28}=m_{82}= - \rho.0,00119.a.b^3$$

$$m_{29}=m_{92}= - \rho.0,00111.a^2.b^2$$

$$m_{210}=m_{102}= \rho.0,0079.a.b^2$$

$$m_{211}=m_{112}= \rho.0,00159.a.b^3$$

$$m_{212}=m_{122}= \rho.0,00167.a^2.b^2$$

$$m_{33}= \rho.0,00317.a^3.b$$

$$m_{34}=m_{43}= - \rho.0,0079.a^2.b$$

$$m_{35}=m_{53}= \rho.0,00167.a^2.b^2$$

$$m_{36}=m_{63}= . \rho.0,00159.a^3.b$$

$$m_{37}=m_{73}= - \rho.0,0046.a^2.b$$

$$m_{38}=m_{83}= \rho.0,00111.a^2.b^2$$

$$m_{39}=m_{93}= - \rho.0,00119.a^3.b$$

$$m_{310}=m_{103}= - \rho.0,0109.a^2.b$$

$$m_{311}=m_{113}= - \rho.0,00167.a^2.b^2$$

$$m_{312}=m_{123}= - \rho.0,00238.a^3.b$$

$$m_{44}= \rho.0,0137.a.b$$

$$m_{45}=m_{54}= - \rho.0,0183.a.b^2$$

$$m_{46}=m_{64}= - \rho.0,0183.a^2.b$$

$$m_{47}=m_{74}= \rho.0,0487.a.b$$

$$m_{48}=m_{84}= - \rho.0,079.a.b^2$$

$$m_{49}=m_{94}= \rho.0,0109.a^2.b$$

$$m_{410}=m_{104}= \rho.0,0156.a.b$$

$$m_{411}=m_{114}= \rho.0,0046.a.b^2$$

$$m_{412}=m_{124}= \rho.0,0046.a^2.b$$

$$m_{55}= \rho.0,00317.a.b^3$$

$$m_{56}=m_{65}= \rho .0,0025.a^2.b^2$$

$$m_{57}=m_{75}= - \rho.0,079.a.b^2$$

$$m_{58}=m_{85}= \rho. 0,00159.a.b^3$$

$$m_{59}=m_{95}= - \rho.0,00167.a^2.b^2$$

$$m_{510}=m_{105}= - \rho.0,0046.a.b^2$$

$$m_{511}=m_{115}= - \rho.0,00119.a.b^3$$

$$m_{512}=m_{125}= - \rho.0,00111.a^2.b^2$$

$$m_{66}= \rho.0,00317.a^3.b$$

$$m_{67}=m_{76}= - \rho.0,0109.a^2.b$$

$$m_{68}=m_{86}= \rho.0,00167.a^2.b^2$$

$$m_{69}=m_{96}= - \rho.0,00238.a^3.b$$

$$m_{610}=m_{106}= - \rho.0,0046.a^2.b$$

$$m_{611}=m_{116}= - \rho.0,00111.a^2.b^2$$

$$m_{612}=m_{126}= - \rho.0,00119.a.b^3$$

$$m_{77}= \rho.0,0137.a.b$$

$$m_{78}=m_{87}= - \rho.0,0183.a^2.b$$

$$m_{79}=m_{97}= \rho .0,0183.a^2.b$$

$$m_{710}=m_{107}= \rho.0,0487.a.b$$

$$m_{711}=m_{117}= \rho.0,0109.a.b^2$$

$$m_{712}=m_{127}= \rho.0,0079.a^2.b$$

$$m_{88}= \rho.0,00317.a.b^3$$

$$m_{89}=m_{98}= - \rho.0,0025.a^2.b^2$$

$$m_{810}=m_{108}= - \rho.0,0109.a.b^2$$

$$m_{811}=m_{118}= - \rho.0,00238.a.b^3$$

$$m_{812}=m_{128}= - \rho.0,00167.a^2.b^2$$

$$m_{99}= \rho.0,00317.a^3.b$$

$$m_{910}=m_{109}= \rho.0,0079.a^2.b$$

$$m_{911}=m_{119}= \rho.0,00167.a^2.b^2$$

$$m_{912}=m_{129}= \rho.0,00159.a^2.b$$

$$m_{1010}= \rho .0,0137.a.b$$

$$m_{1011}=m_{1110}= \rho.0,0183.a.b^2$$

$$m_{1012}=m_{1210}= \rho.0,0183.a^2.b$$

$$m_{1111}= \rho.0,00317.a.b^3$$

$$m_{1112}=m_{1211}= \rho.0,0025.a^2.b^2$$

$$m_{1212}= \rho.0,00317.a^3.b$$

5.3.4 Mesnetlerin Ankastre Olması Halinde Elastik Zemine Oturan Plâğın Sönümsüz Serbest Titreşimini Hesaplayan Programın Yazılması

clear

close all

a=1;

b=1;

ro=25;

E=2.85*10^7;

nu=0.15;

t=0.1;

c=7500;

k(1,1)=((4*a^2/b^2)+(4*b^2/a^2)+(14/5)-(4*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));

k(1,2)=((2*a^2/b)+(b/5)+(4*b*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));

k(1,3)=((-2*b^2/a)-(a/5)-(4*a*nu/5)) *(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));

k(1,4)=((2*b^2/a^2)-(4*a^2/b^2)-(14/5)+(4*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));

k(1,5)=((2*a^2/b)+(b/5)-(b*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));

k(1,6)=((-b^2/a)+(a/5)-(4*a*nu/5)) *(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));

$$\begin{aligned}
k(1,7) &= ((-2*a^2/b^2) - (2*b^2/a^2) + (14/5) - (4*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(1,8) &= ((a^2/b) - (b/5) - (b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(1,9) &= ((-b^2/a) + (a/5) - (a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(1,10) &= ((2*a^2/b^2) - (4*b^2/a^2) - (14/5) + (4*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(1,11) &= ((-a^2/b) + (b/5) + (4*b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(1,12) &= ((-2*b^2/a) - (a/5) + (a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(2,2) &= ((4*a^2/3) + (4*b^2/15) - (4*b^2*nu/15)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(2,3) &= (-nu*a*b) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(2,4) &= ((-2*a^2/b) - (b/5) + (b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(2,5) &= ((2*a^2/3) - ((2*b^2)*(1-nu))/30) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(2,6) &= 0; \\
k(2,7) &= ((-a^2/b) + (b/5) - (b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(2,8) &= ((a^2/3) + (b^2/15) - (b^2*nu/15)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(2,9) &= 0; \\
k(2,10) &= ((a^2/b) - (b/5) + (4*b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(2,11) &= ((a^2/b) - (b/5) + (4*b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(2,12) &= 0; \\
k(3,3) &= ((4*b^2/3) + ((4*a^2)*(1-nu))/15) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(3,4) &= ((-b^2/a) + (a/5) - (4*a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(3,5) &= 0; \\
k(3,6) &= ((2*b^2/3) - ((4*a^2)*(1-nu))/15) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(3,7) &= ((b^2/a) - (a/5) + (a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(3,8) &= 0; \\
k(3,9) &= ((b^2/3) - ((a^2)*(1-nu))/15) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(3,10) &= ((2*b^2/a) + (a/5) - (a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(3,11) &= 0; \\
k(3,12) &= ((2*b^2/3) - ((2*a^2)*(1-nu))/30) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,4) &= ((4*a^2/b^2) + (4*b^2/a^2) + (14/5) - (4*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,5) &= ((-2*a^2/b) - (b/5) + (4*b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,6) &= ((-2*b^2/a) - (a/5) - (4*a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,7) &= ((2*a^2/b^2) - (4*b^2/a^2) - (14/5) + (4*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,8) &= ((-a^2/b) + (b/5) - (4*b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,9) &= ((-2*b^2/a) - (a/5) + (a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,10) &= ((-2*a^2/b^2) - (4*b^2/a^2) + (14/5) - (4*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k(4,11) &= ((-a^2/b) + (b/5) - (b \cdot \nu/5)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(4,12) &= ((-b^2/a) + (a/5) - (a \cdot \nu/5)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(5,5) &= ((4 \cdot a^2/3) - ((4 \cdot b^2) \cdot (1 - \nu)) / 15) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(5,6) &= (\nu \cdot a \cdot b) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(5,7) &= ((-a^2/b) + (b/5) - (4 \cdot b \cdot \nu/5)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(5,8) &= ((-2 \cdot a^2/3) - (4 \cdot b^2/15) + (4 \cdot b^2 \cdot \nu/15)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(5,9) &= 0; \\
k(5,10) &= ((a^2/b) - (b/5) + (b \cdot \nu/5)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(5,12) &= ((a^2/3) + (b^2/15) - (b^2 \cdot \nu/15)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(5,12) &= 0; \\
k(6,6) &= ((4 \cdot b^2/3) + (4 \cdot a^2/15) - (4 \cdot a^2 \cdot \nu/15)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(6,7) &= ((2 \cdot b^2/a) + (a/5) - (a \cdot \nu/5)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(6,8) &= 0; \\
k(6,9) &= ((2 \cdot b^2/3) - (2 \cdot a^2/30) - (2 \cdot a^2 \cdot \nu/30)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(6,10) &= ((-b^2/a) + (a/5) - (a \cdot \nu/5)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(6,11) &= 0; \\
k(6,12) &= ((b/3) + (a^2/15) - (a^2 \cdot \nu/15)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(7,7) &= ((4 \cdot a^2/b^2) + (4 \cdot b^2/a^2) + (14/5) - (4 \cdot \nu/5)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(7,8) &= ((-2 \cdot a^2/b) - (b/5) + (4 \cdot b \cdot \nu/5)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(7,9) &= ((2 \cdot a^2/b) + (a/5) + (4 \cdot a \cdot \nu/5)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(7,10) &= ((2 \cdot b^2/a^2) - (4 \cdot a^2/b^2) - (14/5) + (4 \cdot \nu/5)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(7,11) &= ((2 \cdot a^2/b) + (b/5) - (b \cdot \nu/5)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(7,12) &= ((b^2/a) - (a/5) + (4 \cdot a \cdot \nu/5)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(8,8) &= ((4 \cdot a^2/3) + (4 \cdot b^2/15) - (4 \cdot b^2 \cdot \nu/15)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(8,9) &= (-\nu \cdot a \cdot b) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(8,10) &= ((2 \cdot a^2/b) + (b/5) - (b \cdot \nu/5)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(8,11) &= ((2 \cdot a^2/3) - (2 \cdot b^2/30) + (2 \cdot b^2 \cdot \nu/30)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(8,12) &= 0; \\
k(9,9) &= ((4 \cdot b^2/3) + (4 \cdot a^2/15) - (4 \cdot a^2 \cdot \nu/15)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(9,10) &= ((b^2/a) - (a/5) + (4 \cdot a \cdot \nu/5)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(9,11) &= 0; \\
k(9,12) &= ((2 \cdot b^2/3) - ((4 \cdot a^2) \cdot (1 - \nu)) / 15) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(10,10) &= ((4 \cdot a^2/b^2) + (4 \cdot b^2/a^2) + (14/5) - (4 \cdot \nu/5)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2))); \\
k(10,11) &= ((2 \cdot a^2/b) + (b/5) + (b \cdot \nu/5)) * (E \cdot t^3 / (12 \cdot a \cdot b \cdot (1 - \nu^2)));
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k(10,12) &= ((2*b^2/a) + (a/5) + (4*a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(11,11) &= ((4*a^2/3) + (4*b^2/15) - (4*b^2*nu/15)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(11,12) &= (nu*a*b) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(12,12) &= ((4*b^2/3) + (4*a^2/15) - (4*a^2*nu/15)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
s(1,1) &= c*0.137*a*b; \\
s(1,2) &= c*0.0183*a*b^2; \\
s(1,3) &= -c*0.0183*a*b^2; \\
s(1,4) &= c*0.0487*a*b; \\
s(1,5) &= -c*0.0109*a*b^2; \\
s(1,6) &= -c*0.079*a^2*b; \\
s(1,7) &= c*0.0156*a*b; \\
s(1,8) &= -c*0.046*a*b^2; \\
s(1,9) &= c*0.046*a^2*b; \\
s(1,10) &= c*0.0487*a*b; \\
s(1,11) &= c*0.079*a*b^2; \\
s(1,12) &= c*0.0109*a^2*b; \\
s(2,2) &= c*0.079*a*b^3; \\
s(2,3) &= -c*0.0025*a^2*b^2; \\
s(2,4) &= c*0.0109*a*b^2; \\
s(2,5) &= -c*0.00238*a*b^3; \\
s(2,6) &= -c*0.00167*a^2*b^2; \\
s(2,7) &= c*0.0046*a*b^2; \\
s(2,8) &= -c*0.00119*a*b^3; \\
s(2,9) &= -c*0.00111*a^2*b^2; \\
s(2,10) &= c*0.0079*a*b^2; \\
s(2,11) &= c*0.00159*a*b^3; \\
s(2,12) &= c*0.00167*a^2*b^2; \\
s(3,3) &= c*0.00317*a^3*b; \\
s(3,4) &= -c*0.0079*a^2*b; \\
s(3,5) &= c*0.00167*a^2*b^2; \\
s(3,6) &= c*0.00159*a^3*b; \\
s(3,7) &= -c*0.0046*a^2*b; \\
s(3,8) &= c*0.00111*a^2*b^2; \\
s(3,9) &= -c*0.00119*a^3*b;
\end{aligned}$$

$s(3,10)=-c*0.0109*a^2*b;$
 $s(3,11)=-c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(3,12)=-c*0.00238*a^3*b;$
 $s(4,4)=c*0.0137*a*b;$
 $s(4,5)=-c*0.0183*a*b^2;$
 $s(4,6)=-c*0.0183*a^2*b;$
 $s(4,7)=c*0.0487*a*b;$
 $s(4,8)=-c*0.079*a*b^2;$
 $s(4,9)=c*0.0109*a^2*b;$
 $s(4,10)=c*0.0156*a*b;$
 $s(4,11)=c*0.0046*a*b^2;$
 $s(4,12)=c*0.0046*a^2*b;$
 $s(5,5)=c*0.00317*a*b^3;$
 $s(5,6)=c*0.0025*a^2*b^2;$
 $s(5,7)=-c*0.079*a*b^2;$
 $s(5,8)=c*0.00159*a*b^3;$
 $s(5,9)=-c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(5,10)=-c*0.0046*a*b^2;$
 $s(5,12)=-c*0.00111*a^2*b^2;$
 $s(6,6)=c*0.00317*a^3*b;$
 $s(6,7)=-c*0.0109*a^2*b;$
 $s(6,8)=c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(6,9)=-c*0.00238*a^3*b;$
 $s(6,10)=-c*0.0046*a^2*b;$
 $s(6,11)=-c*0.00111*a^2*b^2;$
 $s(6,12)=-c*0.00119*a*b^3;$
 $s(7,7)=c*0.0137*a*b;$
 $s(7,8)=-c*0.0183*a^2*b;$
 $s(7,9)=c*0.0183*a^2*b;$
 $s(7,10)=c*0.0487*a*b;$
 $s(7,11)=c*0.0109*a*b^2;$
 $s(7,12)=c*0.0079*a^2*b;$
 $s(8,8)=c*0.00317*a*b^3;$
 $s(8,9)=-c*0.0025*a^2*b^2;$

$s(8,10)=-c*0.0109*a*b^2;$
 $s(8,11)=-c*0.00238*a*b^3;$
 $s(8,12)=-c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(9,9)=c*0.00317*a^3*b;$
 $s(9,10)=c*0.0079*a^2*b;$
 $s(9,11)=c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(9,12)=c*0.00159*a^2*b;$
 $s(10,10)=c*0.0137*a*b;$
 $s(10,11)=c*0.0183*a*b^2;$
 $s(10,12)=c*0.0183*a^2*b;$
 $s(11,12)=c*0.00317*a*b^3;$
 $s(12,11)=c*0.0025*a^2*b^2;$
 $s(12,12)=c*0.00317*a^3*b;$
 $m(1,1)=ro*0.137*a*b;$
 $m(1,2)=ro*0.0183*a*b^2;$
 $m(1,3)=-ro*0.0183*a*b^2;$
 $m(1,4)=ro*0.0487*a*b;$
 $m(1,5)=-ro*0.0109*a*b^2;$
 $m(1,6)=-ro*0.079*a^2*b;$
 $m(1,7)=ro*0.0156*a*b;$
 $m(1,8)=-ro*0.046*a*b^2;$
 $m(1,9)=ro*0.046*a^2*b;$
 $m(1,10)=ro*0.0487*a*b;$
 $m(1,11)=ro*0.079*a*b^2;$
 $m(1,12)=ro*0.0109*a^2*b;$
 $m(2,2)=ro*0.079*a*b^3;$
 $m(2,3)=-ro*0.0025*a^2*b^2;$
 $m(2,4)=ro*0.0109*a*b^2;$
 $m(2,5)=-ro*0.00238*a*b^3;$
 $m(2,6)=-ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(2,7)=ro*0.0046*a*b^2;$
 $m(2,8)=-ro*0.00119*a*b^3;$
 $m(2,9)=-ro*0.00111*a^2*b^2;$
 $m(2,10)=ro*0.0079*a*b^2;$

$m(2,11)=ro*0.00159*a*b^3;$
 $m(2,12)=ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(3,3)=ro*0.00317*a^3*b;$
 $m(3,4)=-ro*0.0079*a^2*b;$
 $m(3,5)=ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(3,6)=ro*0.00159*a^3*b;$
 $m(3,7)=-ro*0.0046*a^2*b;$
 $m(3,8)=ro*0.00111*a^2*b^2;$
 $m(3,9)=-ro*0.00119*a^3*b;$
 $m(3,10)=-ro*0.0109*a^2*b;$
 $m(3,11)=-ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(3,12)=-ro*0.00238*a^3*b;$
 $m(4,4)=ro*0.0137*a*b;$
 $m(4,5)=-ro*0.0183*a*b^2;$
 $m(4,6)=-ro*0.0183*a^2*b;$
 $m(4,7)=ro*0.0487*a*b;$
 $m(4,8)=-ro*0.079*a*b^2;$
 $m(4,9)=ro*0.0109*a^2*b;$
 $m(4,10)=ro*0.0156*a*b;$
 $m(4,11)=ro*0.0046*a*b^2;$
 $m(4,12)=ro*0.0046*a^2*b;$
 $m(5,5)=ro*0.00317*a*b^3;$
 $m(5,6)=ro*0.0025*a^2*b^2;$
 $m(5,7)=-ro*0.079*a*b^2;$
 $m(5,8)=ro*0.00159*a*b^3;$
 $m(5,9)=-ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(5,10)=-ro*0.0046*a*b^2;$
 $m(5,12)=-ro*0.00111*a^2*b^2;$
 $m(6,6)=ro*0.00317*a^3*b;$
 $m(6,7)=-ro*0.0109*a^2*b;$
 $m(6,8)=ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(6,9)=-ro*0.00238*a^3*b;$
 $m(6,10)=-ro*0.0046*a^2*b;$
 $m(6,11)=-ro*0.00111*a^2*b^2;$


```

m(6,12)=-ro*0.00119*a*b^3;
m(7,7)=ro*0.0137*a*b;
m(7,8)=-ro*0.0183*a^2*b;
m(7,9)=ro*0.0183*a^2*b;
m(7,10)=ro*0.0487*a*b;
m(7,11)=ro*0.0109*a*b^2;
m(7,12)=ro*0.0079*a^2*b;
m(8,8)=ro*0.00317*a*b^3;
m(8,9)=-ro*0.0025*a^2*b^2;
m(8,10)=-ro*0.0109*a*b^2;
m(8,11)=-ro*0.00238*a*b^3;
m(8,12)=-ro*0.00167*a^2*b^2;
m(9,9)=ro*0.00317*a^3*b;
m(9,10)=ro*0.0079*a^2*b;
m(9,11)=ro*0.00167*a^2*b^2;
m(9,12)=ro*0.00159*a^2*b;
m(10,10)=ro*0.0137*a*b;
m(10,11)=ro*0.0183*a*b^2;
m(10,12)=ro*0.0183*a^2*b;
m(11,12)=ro*0.00317*a*b^3;
m(12,11)=ro*0.0025*a^2*b^2;
m(12,12)=ro*0.00317*a^3*b;
for I=1:12
    for J=1:12
        k(J,I)=k(I,J);
        s(J,I)=s(I,J);
        m(J,I)=m(I,J);
    end
end
KOD(1,1)=1;
KOD(1,2)=2;
KOD(1,3)=3;
KOD(1,4)=4;
KOD(1,5)=5;

```

KOD(1,6)=6;
KOD(1,7)=13;
KOD(1,8)=14;
KOD(1,9)=15;
KOD(1,10)=10;
KOD(1,11)=11;
KOD(1,12)=12;
KOD(2,1)=4;
KOD(2,2)=5;
KOD(2,3)=6;
KOD(2,4)=7;
KOD(2,5)=8;
KOD(2,6)=9;
KOD(2,7)=16;
KOD(2,8)=17;
KOD(2,9)=18;
KOD(2,10)=13;
KOD(2,11)=14;
KOD(2,12)=15;
KOD(3,1)=10;
KOD(3,2)=11;
KOD(3,3)=12;
KOD(3,4)=13;
KOD(3,5)=14;
KOD(3,6)=15;
KOD(3,7)=22;
KOD(3,8)=23;
KOD(3,9)=24;
KOD(3,10)=19;
KOD(3,11)=20;
KOD(3,12)=21;
KOD(4,1)=13;
KOD(4,2)=14;
KOD(4,3)=15;

```

KOD(4,4)=16;
KOD(4,5)=17;
KOD(4,6)=18;
KOD(4,7)=25;
KOD(4,8)=26;
KOD(4,9)=27;
KOD(4,10)=22;
KOD(4,11)=23;
KOD(4,12)=24;
%sisteme geiş
mm=27;%sistem serbestlik sayısı
for I=1:27
    for J=1:27
        sisK(I,J)=0;
        sisS(I,J)=0;
        sisM(I,J)=0;
    end
end
for I=1:4
    for J=1:12
        s1=KOD(I,J);
        for mk=1:12
            s2=KOD(I,mk);
            sisK(s1,s2)=sisK(s1,s2)+k(J,mk);
            sisS(s1,s2)=sisS(s1,s2)+s(J,mk);
            sisM(s1,s2)=sisM(s1,s2)+m(J,mk);
        end
    end
end
%sınır şartlarının tanınması
ILD=[1,0,0,1,0,1,0,0,0,1,1,0,1,1,1,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0];
mk=0;
for I=1:27;
    if ILD(I)==1;

```

```

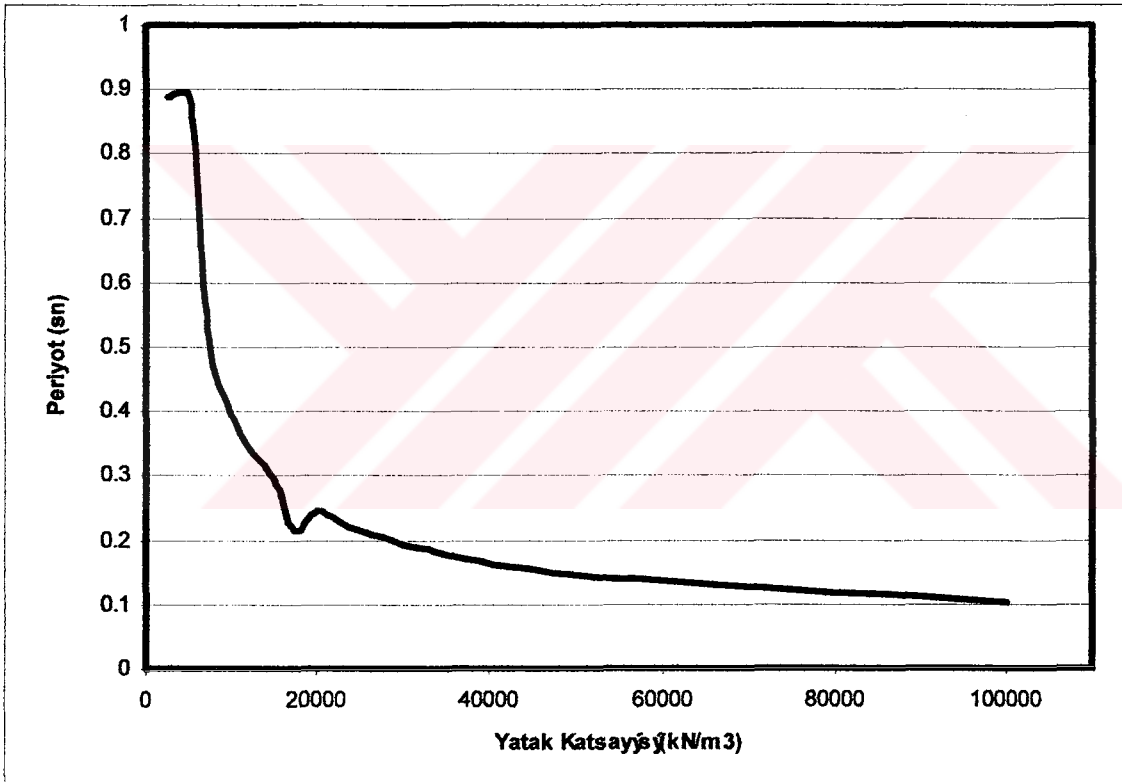
mk=mk+1;
IILD(mk)=I;
end
end
% sınır şartlarının uygulanması
for I=1:12
    for J=1:12
        ILM=IILD(I);
        ILN=IILD(J);
        ysisK(I,J)=sisK(ILM,ILN);
        ysisS(I,J)=sisS(ILM,ILN);
        ysisM(I,J)=sisM(ILM,ILN);
    end
end
end
%serbest titreşim analizi
KS=ysisK+ysisS;
[mod,om]=eig(KS,ysisM);
om=abs(om);
omega=sqrt(om);
%birinci modun frekansı fl olsun.
fl=max(omega)

```

6.SONUÇ

Bu tez çalışmasında sonlu elemanlar metodu kullanılarak, elastik zemine oturan plağın titreşimi incelenmiş ve sayısal bir örnekte plağın davranışı gözlenmiştir. Bu uygulamada elde edilen değerler, farklı zemin tipleri ve farklı sınır şartları için de bulunarak karşılaştırıldığında :

1. Kil plastik zeminden kaya zemine doğru gidildikçe ω açısal hız değerlerinin arttığı,
2. ω açısal hız değerlerine bağlı olarak plağın T maksimum periyot değerlerinin düştüğü,
3. Periyodun düşmesine bağlı olarak frekans değerlerinin yükseldiği,



Şekil 6.1 Farklı yatak katsayılarında periyot değişimi

4. Plağın davranışının farklı sınır şartlarında değişmediği gözlenmiştir.

Grafikten de görüldüğü üzere c zemin yataklanma katsayısı büyüdükçe T periyot değerleri küçülmektedir. Bu programda ve ekler kısmında verilen farklı sınır şartları için yazılan programlarda tanımlanan yatak katsayısı ve diğer parametrelerin sayısal değerleri değiştirilerek değişik sonuçlar elde etmek mümkündür.

KAYNAKLAR

Berktaş, İ., (1992), “Plak Teorisi”, Yıldız Teknik Üniversitesi Matbaası, İstanbul.

Chopra, A. K., (2000), “Dynamics of Structures”, University of California at Berkeley, Prentice Hall.

İnan, M., (1967), “Cisimlerin Mukavemeti”, İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, İstanbul.

Köksal, E., Köksal, T., (1996), “Çubuk, Plak, Kabuk Stabilitesi”, Yıldız Teknik Üniversitesi Matbaası, İstanbul.

Köksal, T., (1995), “Sonlu Elemanlar Metodu”, Yıldız Teknik Üniversitesi Matbaası, İstanbul.

Zienkiewicz, O. C., (1971), “The Finite Element Method in Engineering Science”, McGraw-Hill.



EKLER**Ek 1 Mesnetlerin Sabit Olması Halinde Elastik Zemine Oturan Plâgın Sönümsüz Serbest Titreşimini Hesaplayan Programın Yazılması**

```
clear
```

```
close all
```

```
a=1;
```

```
b=1;
```

```
ro=25;
```

```
E=2.85*10^7;
```

```
nu=0.15;
```

```
t=0.1;
```

```
c=7500;
```

```
k(1,1)=((4*a^2/b^2)+(4*b^2/a^2)+(14/5)-(4*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

```
k(1,2)=((2*a^2/b)+(b/5)+(4*b*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

```
k(1,3)=((-2*b^2/a)-(a/5)-(4*a*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

```
k(1,4)=((2*b^2/a^2)-(4*a^2/b^2)-(14/5)+(4*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

```
k(1,5)=((2*a^2/b)+(b/5)-(b*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

```
k(1,6)=((-b^2/a)+(a/5)-(4*a*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

```
k(1,7)=((-2*a^2/b^2)-(2*b^2/a^2)+(14/5)-(4*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

```
k(1,8)=((a^2/b)-(b/5)-(b*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

```
k(1,9)=((-b^2/a)+(a/5)-(a*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

```
k(1,10)=((2*a^2/b^2)-(4*b^2/a^2)-(14/5)+(4*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

```
k(1,11)=((-a^2/b)+(b/5)+(4*b*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

```
k(1,12)=((-2*b^2/a)-(a/5)+(a*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

```
k(2,2)=((4*a^2/3)+(4*b^2/15)-(4*b^2*nu/15))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

```
k(2,3)=(-nu*a*b)*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

```
k(2,4)=((-2*a^2/b)-(b/5)+(b*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

```
k(2,5)=((2*a^2/3)-((2*b^2)*(1-nu))/30)*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

```
k(2,6)=0;
```

```
k(2,7)=((-a^2/b)+(b/5)-(b*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

```
k(2,8)=((a^2/3)+(b^2/15)-(b^2*nu/15))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

```
k(2,9)=0;
```

```
k(2,10)=((a^2/b)-(b/5)+(4*b*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
```

$$\begin{aligned}
k(2,11) &= ((a^2/b) - (b/5) + (4*b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(2,12) &= 0; \\
k(3,3) &= ((4*b^2/3) + ((4*a^2)*(1-nu))/15) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(3,4) &= ((-b^2/a) + (a/5) - (4*a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(3,5) &= 0; \\
k(3,6) &= ((2*b^2/3) - ((4*a^2)*(1-nu))/15) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(3,7) &= ((b^2/a) - (a/5) + (a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(3,8) &= 0; \\
k(3,9) &= ((b^2/3) - ((a^2)*(1-nu))/15) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(3,10) &= ((2*b^2/a) + (a/5) - (a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(3,11) &= 0; \\
k(3,12) &= ((2*b^2/3) - ((2*a^2)*(1-nu))/30) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,4) &= ((4*a^2/b^2) + (4*b^2/a^2) + (14/5) - (4*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,5) &= ((-2*a^2/b) - (b/5) + (4*b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,6) &= ((-2*b^2/a) - (a/5) - (4*a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,7) &= ((2*a^2/b^2) - (4*b^2/a^2) - (14/5) + (4*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,8) &= ((-a^2/b) + (b/5) - (4*b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,9) &= ((-2*b^2/a) - (a/5) + (a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,10) &= ((-2*a^2/b^2) - (4*b^2/a^2) + (14/5) - (4*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,11) &= ((-a^2/b) + (b/5) - (b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,12) &= ((-b^2/a) + (a/5) - (a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(5,5) &= ((4*a^2/3) - ((4*b^2)*(1-nu))/15) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(5,6) &= (nu*a*b) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(5,7) &= ((-a^2/b) + (b/5) - (4*b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(5,8) &= ((-2*a^2/3) - (4*b^2/15) + (4*b^2*nu/15)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(5,9) &= 0; \\
k(5,10) &= ((a^2/b) - (b/5) + (b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(5,12) &= ((a^2/3) + (b^2/15) - (b^2*nu/15)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(5,12) &= 0; \\
k(6,6) &= ((4*b^2/3) + (4*a^2/15) - (4*a^2*nu/15)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(6,7) &= ((2*b^2/a) + (a/5) - (a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(6,8) &= 0; \\
k(6,9) &= ((2*b^2/3) - (2*a^2/30) - (2*a^2*nu/30)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(6,10) &= ((-b^2/a) + (a/5) - (a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
\end{aligned}$$

$$k(6,11)=0;$$

$$k(6,12)=((b/3)+(a^2/15)-(a^2 \cdot \nu/15)) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(7,7)=((4 \cdot a^2/b^2)+(4 \cdot b^2/a^2)+(14/5)-(4 \cdot \nu/5)) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(7,8)=((-2 \cdot a^2/b)-(b/5)+(4 \cdot b \cdot \nu/5)) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(7,9)=((2 \cdot a^2/b)+(a/5)+(4 \cdot a \cdot \nu/5)) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(7,10)=((2 \cdot b^2/a^2)-(4 \cdot a^2/b^2)-(14/5)+(4 \cdot \nu/5)) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(7,11)=((2 \cdot a^2/b)+(b/5)-(b \cdot \nu/5)) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(7,12)=((b^2/a)-(a/5)+(4 \cdot a \cdot \nu/5)) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(8,8)=((4 \cdot a^2/3)+(4 \cdot b^2/15)-(4 \cdot b^2 \cdot \nu/15)) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(8,9)=(-\nu \cdot a \cdot b) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(8,10)=((2 \cdot a^2/b)+(b/5)-(b \cdot \nu/5)) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(8,11)=((2 \cdot a^2/3)-(2 \cdot b^2/30)+(2 \cdot b^2 \cdot \nu/30)) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(8,12)=0;$$

$$k(9,9)=((4 \cdot b^2/3)+(4 \cdot a^2/15)-(4 \cdot a^2 \cdot \nu/15)) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(9,10)=((b^2/a)-(a/5)+(4 \cdot a \cdot \nu/5)) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(9,11)=0;$$

$$k(9,12)=((2 \cdot b^2/3)-((4 \cdot a^2) \cdot (1-\nu))/15) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(10,10)=((4 \cdot a^2/b^2)+(4 \cdot b^2/a^2)+(14/5)-(4 \cdot \nu/5)) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(10,11)=((2 \cdot a^2/b)+(b/5)+(b \cdot \nu/5)) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(10,12)=((2 \cdot b^2/a)+(a/5)+(4 \cdot a \cdot \nu/5)) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(11,11)=((4 \cdot a^2/3)+(4 \cdot b^2/15)-(4 \cdot b^2 \cdot \nu/15)) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(11,12)=(\nu \cdot a \cdot b) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$k(12,12)=((4 \cdot b^2/3)+(4 \cdot a^2/15)-(4 \cdot a^2 \cdot \nu/15)) \cdot (E \cdot t^3/(12 \cdot a \cdot b \cdot (1-\nu^2)));$$

$$s(1,1)=c \cdot 0.137 \cdot a \cdot b;$$

$$s(1,2)=c \cdot 0.0183 \cdot a \cdot b^2;$$

$$s(1,3)=-c \cdot 0.0183 \cdot a \cdot b^2;$$

$$s(1,4)=c \cdot 0.0487 \cdot a \cdot b;$$

$$s(1,5)=-c \cdot 0.0109 \cdot a \cdot b^2;$$

$$s(1,6)=-c \cdot 0.079 \cdot a^2 \cdot b;$$

$$s(1,7)=c \cdot 0.0156 \cdot a \cdot b;$$

$$s(1,8)=-c \cdot 0.046 \cdot a \cdot b^2;$$

$$s(1,9)=c \cdot 0.046 \cdot a^2 \cdot b;$$

$$s(1,10)=c \cdot 0.0487 \cdot a \cdot b;$$

$$s(1,11)=c \cdot 0.079 \cdot a \cdot b^2;$$

$s(1,12)=c*0.0109*a^2*b;$
 $s(2,2)=c*0.079*a*b^3;$
 $s(2,3)=-c*0.0025*a^2*b^2;$
 $s(2,4)=c*0.0109*a*b^2;$
 $s(2,5)=-c*0.00238*a*b^3;$
 $s(2,6)=-c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(2,7)=c*0.0046*a*b^2;$
 $s(2,8)=-c*0.00119*a*b^3;$
 $s(2,9)=-c*0.00111*a^2*b^2;$
 $s(2,10)=c*0.0079*a*b^2;$
 $s(2,11)=c*0.00159*a*b^3;$
 $s(2,12)=c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(3,3)=c*0.00317*a^3*b;$
 $s(3,4)=-c*0.0079*a^2*b;$
 $s(3,5)=c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(3,6)=c*0.00159*a^3*b;$
 $s(3,7)=-c*0.0046*a^2*b;$
 $s(3,8)=c*0.00111*a^2*b^2;$
 $s(3,9)=-c*0.00119*a^3*b;$
 $s(3,10)=-c*0.0109*a^2*b;$
 $s(3,11)=-c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(3,12)=-c*0.00238*a^3*b;$
 $s(4,4)=c*0.0137*a*b;$
 $s(4,5)=-c*0.0183*a*b^2;$
 $s(4,6)=-c*0.0183*a^2*b;$
 $s(4,7)=c*0.0487*a*b;$
 $s(4,8)=-c*0.079*a*b^2;$
 $s(4,9)=c*0.0109*a^2*b;$
 $s(4,10)=c*0.0156*a*b;$
 $s(4,11)=c*0.0046*a*b^2;$
 $s(4,12)=c*0.0046*a^2*b;$
 $s(5,5)=c*0.00317*a*b^3;$
 $s(5,6)=c*0.0025*a^2*b^2;$
 $s(5,7)=-c*0.079*a*b^2;$

$s(5,8)=c*0.00159*a*b^3;$
 $s(5,9)=-c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(5,10)=-c*0.0046*a*b^2;$
 $s(5,12)=-c*0.00111*a^2*b^2;$
 $s(6,6)=c*0.00317*a^3*b;$
 $s(6,7)=-c*0.0109*a^2*b;$
 $s(6,8)=c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(6,9)=-c*0.00238*a^3*b;$
 $s(6,10)=-c*0.0046*a^2*b;$
 $s(6,11)=-c*0.00111*a^2*b^2;$
 $s(6,12)=-c*0.00119*a*b^3;$
 $s(7,7)=c*0.0137*a*b;$
 $s(7,8)=-c*0.0183*a^2*b;$
 $s(7,9)=c*0.0183*a^2*b;$
 $s(7,10)=c*0.0487*a*b;$
 $s(7,11)=c*0.0109*a*b^2;$
 $s(7,12)=c*0.0079*a^2*b;$
 $s(8,8)=c*0.00317*a*b^3;$
 $s(8,9)=-c*0.0025*a^2*b^2;$
 $s(8,10)=-c*0.0109*a*b^2;$
 $s(8,11)=-c*0.00238*a*b^3;$
 $s(8,12)=-c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(9,9)=c*0.00317*a^3*b;$
 $s(9,10)=c*0.0079*a^2*b;$
 $s(9,11)=c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(9,12)=c*0.00159*a^2*b;$
 $s(10,10)=c*0.0137*a*b;$
 $s(10,11)=c*0.0183*a*b^2;$
 $s(10,12)=c*0.0183*a^2*b;$
 $s(11,12)=c*0.00317*a*b^3;$
 $s(12,11)=c*0.0025*a^2*b^2;$
 $s(12,12)=c*0.00317*a^3*b;$
 $m(1,1)=ro*0.137*a*b;$
 $m(1,2)=ro*0.0183*a*b^2;$

$m(1,3)=-ro*0.0183*a*b^2;$
 $m(1,4)=ro*0.0487*a*b;$
 $m(1,5)=-ro*0.0109*a*b^2;$
 $m(1,6)=-ro*0.079*a^2*b;$
 $m(1,7)=ro*0.0156*a*b;$
 $m(1,8)=-ro*0.046*a*b^2;$
 $m(1,9)=ro*0.046*a^2*b;$
 $m(1,10)=ro*0.0487*a*b;$
 $m(1,11)=ro*0.079*a*b^2;$
 $m(1,12)=ro*0.0109*a^2*b;$
 $m(2,2)=ro*0.079*a*b^3;$
 $m(2,3)=-ro*0.0025*a^2*b^2;$
 $m(2,4)=ro*0.0109*a*b^2;$
 $m(2,5)=-ro*0.00238*a*b^3;$
 $m(2,6)=-ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(2,7)=ro*0.0046*a*b^2;$
 $m(2,8)=-ro*0.00119*a*b^3;$
 $m(2,9)=-ro*0.00111*a^2*b^2;$
 $m(2,10)=ro*0.0079*a*b^2;$
 $m(2,11)=ro*0.00159*a*b^3;$
 $m(2,12)=ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(3,3)=ro*0.00317*a^3*b;$
 $m(3,4)=-ro*0.0079*a^2*b;$
 $m(3,5)=ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(3,6)=ro*0.00159*a^3*b;$
 $m(3,7)=-ro*0.0046*a^2*b;$
 $m(3,8)=ro*0.00111*a^2*b^2;$
 $m(3,9)=-ro*0.00119*a^3*b;$
 $m(3,10)=-ro*0.0109*a^2*b;$
 $m(3,11)=-ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(3,12)=-ro*0.00238*a^3*b;$
 $m(4,4)=ro*0.0137*a*b;$
 $m(4,5)=-ro*0.0183*a*b^2;$
 $m(4,6)=-ro*0.0183*a^2*b;$

$m(4,7)=ro*0.0487*a*b;$
 $m(4,8)=-ro*0.079*a*b^2;$
 $m(4,9)=ro*0.0109*a^2*b;$
 $m(4,10)=ro*0.0156*a*b;$
 $m(4,11)=ro*0.0046*a*b^2;$
 $m(4,12)=ro*0.0046*a^2*b;$
 $m(5,5)=ro*0.00317*a*b^3;$
 $m(5,6)=ro*0.0025*a^2*b^2;$
 $m(5,7)=-ro*0.079*a*b^2;$
 $m(5,8)=ro*0.00159*a*b^3;$
 $m(5,9)=-ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(5,10)=-ro*0.0046*a*b^2;$
 $m(5,12)=-ro*0.00111*a^2*b^2;$
 $m(6,6)=ro*0.00317*a^3*b;$
 $m(6,7)=-ro*0.0109*a^2*b;$
 $m(6,8)=ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(6,9)=-ro*0.00238*a^3*b;$
 $m(6,10)=-ro*0.0046*a^2*b;$
 $m(6,11)=-ro*0.00111*a^2*b^2;$
 $m(6,12)=-ro*0.00119*a*b^3;$
 $m(7,7)=ro*0.0137*a*b;$
 $m(7,8)=-ro*0.0183*a^2*b;$
 $m(7,9)=ro*0.0183*a^2*b;$
 $m(7,10)=ro*0.0487*a*b;$
 $m(7,11)=ro*0.0109*a*b^2;$
 $m(7,12)=ro*0.0079*a^2*b;$
 $m(8,8)=ro*0.00317*a*b^3;$
 $m(8,9)=-ro*0.0025*a^2*b^2;$
 $m(8,10)=-ro*0.0109*a*b^2;$
 $m(8,11)=-ro*0.00238*a*b^3;$
 $m(8,12)=-ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(9,9)=ro*0.00317*a^3*b;$
 $m(9,10)=ro*0.0079*a^2*b;$
 $m(9,11)=ro*0.00167*a^2*b^2;$

```

m(9,12)=ro*0.00159*a^2*b;
m(10,10)=ro*0.0137*a*b;
m(10,11)=ro*0.0183*a*b^2;
m(10,12)=ro*0.0183*a^2*b;
m(11,12)=ro*0.00317*a*b^3;
m(12,11)=ro*0.0025*a^2*b^2;
m(12,12)=ro*0.00317*a^3*b;
for I=1:12
    for J=1:12
        k(J,I)=k(I,J);
        s(J,I)=s(I,J);
        m(J,I)=m(I,J);
    end
end
KOD(1,1)=1;
KOD(1,2)=2;
KOD(1,3)=3;
KOD(1,4)=4;
KOD(1,5)=5;
KOD(1,6)=6;
KOD(1,7)=13;
KOD(1,8)=14;
KOD(1,9)=15;
KOD(1,10)=10;
KOD(1,11)=11;
KOD(1,12)=12;
KOD(2,1)=4;
KOD(2,2)=5;
KOD(2,3)=6;
KOD(2,4)=7;
KOD(2,5)=8;
KOD(2,6)=9;
KOD(2,7)=16;
KOD(2,8)=17;

```

```

KOD(2,9)=18;
KOD(2,10)=13;
KOD(2,11)=14;
KOD(2,12)=15;
KOD(3,1)=10;
KOD(3,2)=11;
KOD(3,3)=12;
KOD(3,4)=13;
KOD(3,5)=14;
KOD(3,6)=15;
KOD(3,7)=22;
KOD(3,8)=23;
KOD(3,9)=24;
KOD(3,10)=19;
KOD(3,11)=20;
KOD(3,12)=21;
KOD(4,1)=13;
KOD(4,2)=14;
KOD(4,3)=15;
KOD(4,4)=16;
KOD(4,5)=17;
KOD(4,6)=18;
KOD(4,7)=25;
KOD(4,8)=26;
KOD(4,9)=27;
KOD(4,10)=22;
KOD(4,11)=23;
KOD(4,12)=24;

```

```
%sisteme geçiş
```

```
mm=27;%sistem serbestlik sayısı
```

```
for I=1:27
```

```
    for J=1:27
```

```
        sisK(I,J)=0;
```

```
        sisS(I,J)=0;
```

```

    sisM(I,J)=0;
end
end
for I=1:4
    for J=1:12
        s1=KOD(I,J);
        for mk=1:12
            s2=KOD(I,mk);
            sisK(s1,s2)=sisK(s1,s2)+k(J,mk);
            sisS(s1,s2)=sisS(s1,s2)+s(J,mk);
            sisM(s1,s2)=sisM(s1,s2)+m(J,mk);
        end
    end
end
end
% sınır şartlarının tanınması
ILD=[1,0,0,1,0,1,0,1,1,1,1,0,1,1,1,0,1,1,0,1,1,0,1,1,0,1,1];
mk=0;
for I=1:27;
    if ILD(I)==1;
        mk=mk+1;
        IILD(mk)=I;
    end
end
end
% sınır şartlarının uygulanması
for I=1:12
    for J=1:12
        ILM=IILD(I);
        ILN=IILD(J);
        ysisK(I,J)=sisK(ILM,ILN);
        ysisS(I,J)=sisS(ILM,ILN);
        ysisM(I,J)=sisM(ILM,ILN);
    end
end
end
%serbest titreşim analizi

```



```
KS=ysisK+ysisS;  
[mod,om]=eig(KS,ysisM);  
om=abs(om);  
omega=sqrt(om);  
%birinci modun frekansı fl olsun.  
fl=max(omega)
```



Ek 2 Serbest Halde Elastik Zemine Oturan Plâgın Sönümsüz Serbest Titreşimini Hesaplayan Programın Yazılması:

```

clear
close all
a=1;
b=1;
ro=25;
E=2.85*10^7;
nu=0.15;
t=0.1;
c=7500;

k(1,1)=((4*a^2/b^2)+(4*b^2/a^2)+(14/5)-(4*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(1,2)=((2*a^2/b)+(b/5)+(4*b*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(1,3)=((-2*b^2/a)-(a/5)-(4*a*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(1,4)=((2*b^2/a^2)-(4*a^2/b^2)-(14/5)+(4*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(1,5)=((2*a^2/b)+(b/5)-(b*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(1,6)=((-b^2/a)+(a/5)-(4*a*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(1,7)=((-2*a^2/b^2)-(2*b^2/a^2)+(14/5)-(4*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(1,8)=((a^2/b)-(b/5)-(b*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(1,9)=((-b^2/a)+(a/5)-(a*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(1,10)=((2*a^2/b^2)-(4*b^2/a^2)-(14/5)+(4*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(1,11)=((-a^2/b)+(b/5)+(4*b*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(1,12)=((-2*b^2/a)-(a/5)+(a*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(2,2)=((4*a^2/3)+(4*b^2/15)-(4*b^2*nu/15))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(2,3)=(-nu*a*b)*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(2,4)=((-2*a^2/b)-(b/5)+(b*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(2,5)=((2*a^2/3)-((2*b^2)*(1-nu))/30)*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(2,6)=0;
k(2,7)=((-a^2/b)+(b/5)-(b*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(2,8)=((a^2/3)+(b^2/15)-(b^2*nu/15))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(2,9)=0;
k(2,10)=((a^2/b)-(b/5)+(4*b*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(2,11)=((a^2/b)-(b/5)+(4*b*nu/5))*(E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
k(2,12)=0;

```

$$\begin{aligned}
k(3,3) &= ((4*b^2/3) + ((4*a^2)*(1-nu))/15) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(3,4) &= ((-b^2/a) + (a/5) - (4*a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(3,5) &= 0; \\
k(3,6) &= ((2*b^2/3) - ((4*a^2)*(1-nu))/15) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(3,7) &= ((b^2/a) - (a/5) + (a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(3,8) &= 0; \\
k(3,9) &= ((b^2/3) - ((a^2)*(1-nu))/15) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(3,10) &= ((2*b^2/a) + (a/5) - (a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(3,11) &= 0; \\
k(3,12) &= ((2*b^2/3) - ((2*a^2)*(1-nu))/30) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,4) &= ((4*a^2/b^2) + (4*b^2/a^2) + (14/5) - (4*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,5) &= ((-2*a^2/b) - (b/5) + (4*b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,6) &= ((-2*b^2/a) - (a/5) - (4*a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,7) &= ((2*a^2/b^2) - (4*b^2/a^2) - (14/5) + (4*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,8) &= ((-a^2/b) + (b/5) - (4*b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,9) &= ((-2*b^2/a) - (a/5) + (a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,10) &= ((-2*a^2/b^2) - (4*b^2/a^2) + (14/5) - (4*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,11) &= ((-a^2/b) + (b/5) - (b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(4,12) &= ((-b^2/a) + (a/5) - (a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(5,5) &= ((4*a^2/3) - ((4*b^2)*(1-nu))/15) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(5,6) &= (nu*a*b) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(5,7) &= ((-a^2/b) + (b/5) - (4*b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(5,8) &= ((-2*a^2/3) - (4*b^2/15) + (4*b^2*nu/15)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(5,9) &= 0; \\
k(5,10) &= ((a^2/b) - (b/5) + (b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(5,12) &= ((a^2/3) + (b^2/15) - (b^2*nu/15)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(5,12) &= 0; \\
k(6,6) &= ((4*b^2/3) + (4*a^2/15) - (4*a^2*nu/15)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(6,7) &= ((2*b^2/a) + (a/5) - (a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(6,8) &= 0; \\
k(6,9) &= ((2*b^2/3) - (2*a^2/30) - (2*a^2*nu/30)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(6,10) &= ((-b^2/a) + (a/5) - (a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(6,11) &= 0; \\
k(6,12) &= ((b/3) + (a^2/15) - (a^2*nu/15)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2)));
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k(7,7) &= ((4*a^2/b^2) + (4*b^2/a^2) + (14/5) - (4*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(7,8) &= ((-2*a^2/b) - (b/5) + (4*b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(7,9) &= ((2*a^2/b) + (a/5) + (4*a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(7,10) &= ((2*b^2/a^2) - (4*a^2/b^2) - (14/5) + (4*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(7,11) &= ((2*a^2/b) + (b/5) - (b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(7,12) &= ((b^2/a) - (a/5) + (4*a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(8,8) &= ((4*a^2/3) + (4*b^2/15) - (4*b^2*nu/15)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(8,9) &= (-nu*a*b) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(8,10) &= ((2*a^2/b) + (b/5) - (b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(8,11) &= ((2*a^2/3) - (2*b^2/30) + (2*b^2*nu/30)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(8,12) &= 0; \\
k(9,9) &= ((4*b^2/3) + (4*a^2/15) - (4*a^2*nu/15)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(9,10) &= ((b^2/a) - (a/5) + (4*a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(9,11) &= 0; \\
k(9,12) &= ((2*b^2/3) - ((4*a^2)*(1-nu))/15) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(10,10) &= ((4*a^2/b^2) + (4*b^2/a^2) + (14/5) - (4*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(10,11) &= ((2*a^2/b) + (b/5) + (b*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(10,12) &= ((2*b^2/a) + (a/5) + (4*a*nu/5)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(11,11) &= ((4*a^2/3) + (4*b^2/15) - (4*b^2*nu/15)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(11,12) &= (nu*a*b) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
k(12,12) &= ((4*b^2/3) + (4*a^2/15) - (4*a^2*nu/15)) * (E*t^3/(12*a*b*(1-nu^2))); \\
s(1,1) &= c*0.137*a*b; \\
s(1,2) &= c*0.0183*a*b^2; \\
s(1,3) &= -c*0.0183*a*b^2; \\
s(1,4) &= c*0.0487*a*b; \\
s(1,5) &= -c*0.0109*a*b^2; \\
s(1,6) &= -c*0.079*a^2*b; \\
s(1,7) &= c*0.0156*a*b; \\
s(1,8) &= -c*0.046*a*b^2; \\
s(1,9) &= c*0.046*a^2*b; \\
s(1,10) &= c*0.0487*a*b; \\
s(1,11) &= c*0.079*a*b^2; \\
s(1,12) &= c*0.0109*a^2*b; \\
s(2,2) &= c*0.079*a*b^3;
\end{aligned}$$

$s(2,3)=-c*0.0025*a^2*b^2;$
 $s(2,4)=c*0.0109*a*b^2;$
 $s(2,5)=-c*0.00238*a*b^3;$
 $s(2,6)=-c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(2,7)=c*0.0046*a*b^2;$
 $s(2,8)=-c*0.00119*a*b^3;$
 $s(2,9)=-c*0.00111*a^2*b^2;$
 $s(2,10)=c*0.0079*a*b^2;$
 $s(2,11)=c*0.00159*a*b^3;$
 $s(2,12)=c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(3,3)=c*0.00317*a^3*b;$
 $s(3,4)=-c*0.0079*a^2*b;$
 $s(3,5)=c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(3,6)=c*0.00159*a^3*b;$
 $s(3,7)=-c*0.0046*a^2*b;$
 $s(3,8)=c*0.00111*a^2*b^2;$
 $s(3,9)=-c*0.00119*a^3*b;$
 $s(3,10)=-c*0.0109*a^2*b;$
 $s(3,11)=-c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(3,12)=-c*0.00238*a^3*b;$
 $s(4,4)=c*0.0137*a*b;$
 $s(4,5)=-c*0.0183*a*b^2;$
 $s(4,6)=-c*0.0183*a^2*b;$
 $s(4,7)=c*0.0487*a*b;$
 $s(4,8)=-c*0.079*a*b^2;$
 $s(4,9)=c*0.0109*a^2*b;$
 $s(4,10)=c*0.0156*a*b;$
 $s(4,11)=c*0.0046*a*b^2;$
 $s(4,12)=c*0.0046*a^2*b;$
 $s(5,5)=c*0.00317*a*b^3;$
 $s(5,6)=c*0.0025*a^2*b^2;$
 $s(5,7)=-c*0.079*a*b^2;$
 $s(5,8)=c*0.00159*a*b^3;$
 $s(5,9)=-c*0.00167*a^2*b^2;$

$s(5,10)=-c*0.0046*a*b^2;$
 $s(5,12)=-c*0.00111*a^2*b^2;$
 $s(6,6)=c*0.00317*a^3*b;$
 $s(6,7)=-c*0.0109*a^2*b;$
 $s(6,8)=c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(6,9)=-c*0.00238*a^3*b;$
 $s(6,10)=-c*0.0046*a^2*b;$
 $s(6,11)=-c*0.00111*a^2*b^2;$
 $s(6,12)=-c*0.00119*a*b^3;$
 $s(7,7)=c*0.0137*a*b;$
 $s(7,8)=-c*0.0183*a^2*b;$
 $s(7,9)=c*0.0183*a^2*b;$
 $s(7,10)=c*0.0487*a*b;$
 $s(7,11)=c*0.0109*a*b^2;$
 $s(7,12)=c*0.0079*a^2*b;$
 $s(8,8)=c*0.00317*a*b^3;$
 $s(8,9)=-c*0.0025*a^2*b^2;$
 $s(8,10)=-c*0.0109*a*b^2;$
 $s(8,11)=-c*0.00238*a*b^3;$
 $s(8,12)=-c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(9,9)=c*0.00317*a^3*b;$
 $s(9,10)=c*0.0079*a^2*b;$
 $s(9,11)=c*0.00167*a^2*b^2;$
 $s(9,12)=c*0.00159*a^2*b;$
 $s(10,10)=c*0.0137*a*b;$
 $s(10,11)=c*0.0183*a*b^2;$
 $s(10,12)=c*0.0183*a^2*b;$
 $s(11,12)=c*0.00317*a*b^3;$
 $s(12,11)=c*0.0025*a^2*b^2;$
 $s(12,12)=c*0.00317*a^3*b;$
 $m(1,1)=ro*0.137*a*b;$
 $m(1,2)=ro*0.0183*a*b^2;$
 $m(1,3)=-ro*0.0183*a*b^2;$
 $m(1,4)=ro*0.0487*a*b;$

$m(1,5)=-ro*0.0109*a*b^2;$
 $m(1,6)=-ro*0.079*a^2*b;$
 $m(1,7)=ro*0.0156*a*b;$
 $m(1,8)=-ro*0.046*a*b^2;$
 $m(1,9)=ro*0.046*a^2*b;$
 $m(1,10)=ro*0.0487*a*b;$
 $m(1,11)=ro*0.079*a*b^2;$
 $m(1,12)=ro*0.0109*a^2*b;$
 $m(2,2)=ro*0.079*a*b^3;$
 $m(2,3)=-ro*0.0025*a^2*b^2;$
 $m(2,4)=ro*0.0109*a*b^2;$
 $m(2,5)=-ro*0.00238*a*b^3;$
 $m(2,6)=-ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(2,7)=ro*0.0046*a*b^2;$
 $m(2,8)=-ro*0.00119*a*b^3;$
 $m(2,9)=-ro*0.00111*a^2*b^2;$
 $m(2,10)=ro*0.0079*a*b^2;$
 $m(2,11)=ro*0.00159*a*b^3;$
 $m(2,12)=ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(3,3)=ro*0.00317*a^3*b;$
 $m(3,4)=-ro*0.0079*a^2*b;$
 $m(3,5)=ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(3,6)=ro*0.00159*a^3*b;$
 $m(3,7)=-ro*0.0046*a^2*b;$
 $m(3,8)=ro*0.00111*a^2*b^2;$
 $m(3,9)=-ro*0.00119*a^3*b;$
 $m(3,10)=-ro*0.0109*a^2*b;$
 $m(3,11)=-ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(3,12)=-ro*0.00238*a^3*b;$
 $m(4,4)=ro*0.0137*a*b;$
 $m(4,5)=-ro*0.0183*a*b^2;$
 $m(4,6)=-ro*0.0183*a^2*b;$
 $m(4,7)=ro*0.0487*a*b;$
 $m(4,8)=-ro*0.079*a*b^2;$

$m(4,9)=ro*0.0109*a^2*b;$
 $m(4,10)=ro*0.0156*a*b;$
 $m(4,11)=ro*0.0046*a*b^2;$
 $m(4,12)=ro*0.0046*a^2*b;$
 $m(5,5)=ro*0.00317*a*b^3;$
 $m(5,6)=ro*0.0025*a^2*b^2;$
 $m(5,7)=-ro*0.079*a*b^2;$
 $m(5,8)=ro*0.00159*a*b^3;$
 $m(5,9)=-ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(5,10)=-ro*0.0046*a*b^2;$
 $m(5,12)=-ro*0.00111*a^2*b^2;$
 $m(6,6)=ro*0.00317*a^3*b;$
 $m(6,7)=-ro*0.0109*a^2*b;$
 $m(6,8)=ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(6,9)=-ro*0.00238*a^3*b;$
 $m(6,10)=-ro*0.0046*a^2*b;$
 $m(6,11)=-ro*0.00111*a^2*b^2;$
 $m(6,12)=-ro*0.00119*a*b^3;$
 $m(7,7)=ro*0.0137*a*b;$
 $m(7,8)=-ro*0.0183*a^2*b;$
 $m(7,9)=ro*0.0183*a^2*b;$
 $m(7,10)=ro*0.0487*a*b;$
 $m(7,11)=ro*0.0109*a*b^2;$
 $m(7,12)=ro*0.0079*a^2*b;$
 $m(8,8)=ro*0.00317*a*b^3;$
 $m(8,9)=-ro*0.0025*a^2*b^2;$
 $m(8,10)=-ro*0.0109*a*b^2;$
 $m(8,11)=-ro*0.00238*a*b^3;$
 $m(8,12)=-ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(9,9)=ro*0.00317*a^3*b;$
 $m(9,10)=ro*0.0079*a^2*b;$
 $m(9,11)=ro*0.00167*a^2*b^2;$
 $m(9,12)=ro*0.00159*a^2*b;$
 $m(10,10)=ro*0.0137*a*b;$


```

m(10,11)=ro*0.0183*a*b^2;
m(10,12)=ro*0.0183*a^2*b;
m(11,12)=ro*0.00317*a*b^3;
m(12,11)=ro*0.0025*a^2*b^2;
m(12,12)=ro*0.00317*a^3*b;
for I=1:12
    for J=1:12
        k(J,I)=k(I,J);
        s(J,I)=s(I,J);
        m(J,I)=m(I,J);
    end
end
KOD(1,1)=1;
KOD(1,2)=2;
KOD(1,3)=3;
KOD(1,4)=4;
KOD(1,5)=5;
KOD(1,6)=6;
KOD(1,7)=13;
KOD(1,8)=14;
KOD(1,9)=15;
KOD(1,10)=10;
KOD(1,11)=11;
KOD(1,12)=12;
KOD(2,1)=4;
KOD(2,2)=5;
KOD(2,3)=6;
KOD(2,4)=7;
KOD(2,5)=8;
KOD(2,6)=9;
KOD(2,7)=16;
KOD(2,8)=17;
KOD(2,9)=18;
KOD(2,10)=13;

```

```

KOD(2,11)=14;
KOD(2,12)=15;
KOD(3,1)=10;
KOD(3,2)=11;
KOD(3,3)=12;
KOD(3,4)=13;
KOD(3,5)=14;
KOD(3,6)=15;
KOD(3,7)=22;
KOD(3,8)=23;
KOD(3,9)=24;
KOD(3,10)=19;
KOD(3,11)=20;
KOD(3,12)=21;
KOD(4,1)=13;
KOD(4,2)=14;
KOD(4,3)=15;
KOD(4,4)=16;
KOD(4,5)=17;
KOD(4,6)=18;
KOD(4,7)=25;
KOD(4,8)=26;
KOD(4,9)=27;
KOD(4,10)=22;
KOD(4,11)=23;
KOD(4,12)=24;
%sisteme geiş
mm=27;%sistem serbestlik sayısı
for I=1:27
    for J=1:27
        sisK(I,J)=0;
        sisS(I,J)=0;
        sisM(I,J)=0;
    end
end

```

```

end
for I=1:4
    for J=1:12
        s1=KOD(I,J);
        for mk=1:12
            s2=KOD(I,mk);
            sisK(s1,s2)=sisK(s1,s2)+k(J,mk);
            sisS(s1,s2)=sisS(s1,s2)+s(J,mk);
            sisM(s1,s2)=sisM(s1,s2)+m(J,mk);
        end
    end
end
end
% sınır şartlarının tanınması
ILD=[1,0,0,1,0,1,1,1,1,1,0,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1,1];
mk=0;
for I=1:27;
    if ILD(I)==1;
        mk=mk+1;
        IILD(mk)=I;
    end
end
end
% sınır şartlarının uygulanması
for I=1:12
    for J=1:12
        ILM=IILD(I);
        ILN=IILD(J);
        ysisK(I,J)=sisK(ILM,ILN);
        ysisS(I,J)=sisS(ILM,ILN);
        ysisM(I,J)=sisM(ILM,ILN);
    end
end
end
%serbest titreşim analizi
KS=ysisK+ysisS;
[mod,om]=eig(KS,ysisM);

```

```
om=abs(om);  
omega=sqrt(om);  
%birinci modun frekansı fl olsun.  
fl=max(omega)
```



ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	10.12.1975	
Doğum yeri	İstanbul	
Lise	1989-1992	Şişli Mecidiyeköy Lisesi
Lisans	1993-1998	İstanbul Üniversitesi Mühendislik Fak. İnşaat Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	1999-2002	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Müh. Anabilim Dalı Mekanik Programı

Çalıştığı Kurumlar

1999-2000	Asset İnşaat A.Ş.
2000-Devam ediyor	Esenler Belediyesi Yapı Kontrol Müdürlüğü Bölge Mühendisi