

95045

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DIŞ YÜKLER ALTINDA ELASTİK ZEMİNE OTURAN
PLAKLARIN SONLU ELEMANLAR YÖNTEMİ İLE
ÇÖZÜMÜ VE PROGRAMLANMASI

İnşaat Müh. Gökhan AKIN

F.B.E. İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Yapı Programında
Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Prof. Dr. Türkan KÖKSAL

Prof. Dr. İlhan EREN
İren

Türkan

M. Y. Yılmaz

T.C. YÜKSEKÖĞRETİM KURULU
DOKÜMANTASYON MERKEZİ

İSTANBUL, 2000

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ.....	iv
ŞEKİL LİSTESİ.....	v
ÇİZELGE LİSTESİ.....	vi
ÖNSÖZ.....	vii
ÖZET.....	viii
ABSTRACT.....	ix
1 GİRİŞ.....	1
1.1 Konu ve Çalışmanın Amacı.....	1
1.2 Sonlu Elemanlar Metodu.....	1
1.3 Metodun avantaj ve dezavantajları.....	3
1.4 Sonlu elemanlar metodunda yakınsama kriterleri.....	4
2 SONLU ELEMENLAR METODU.....	5
2.1 Giriş.....	5
2.2 Elastisite Bağlıntıları.....	5
2.2.1 Gerilme durumu ve bileşenleri.....	5
2.2.2 Şekil değiştirme durumu ve bileşenleri.....	5
2.2.3 Genel Hooke kanunu.....	6
2.2.4 Yer değiştirme-şekil değiştirme bağıntıları.....	6
2.3 Enerji Prensipleri.....	9
2.3.1 Virtüel iş prensibi.....	9
2.3.2 Toplam potansiyel enerji prensibi.....	11
2.4 Sonlu Elemanlar Metodu ile Sistemin Çözüm Aşamaları.....	16
2.4.1 Sistemin belirlenmesi.....	16
2.4.2 Düğüm deplasman parametreleri matrisi.....	16
2.4.3 Deplasman fonksiyonunun seçimi.....	17
2.4.4 Bağ matrisinin bulunması.....	18
2.4.5 Şekil fonksiyonlarının bulunması.....	19
2.4.6 Eğilme hesabının yapılması.....	20
2.4.7 Sistem matrislerine geçiş.....	23
2.4.8 Kesit tesirlerinin hesabı.....	23
3 İNCE PLAĞIN SONLU ELEMENLAR METODU İLE EĞİLME HESABI.....	24
3.1 Plak Hesabında Yapılan Kabuller.....	24

3.1.1	Plâğın geometrisi yönünden yapılan kabuller.....	24
3.1.2	Plâğın malzemesi yönünden yapılan kabuller	24
3.1.3	Plâğın hesapları basitleştirmesi yönünden yapılan kabuller.....	25
3.2	Plak Teorisi	25
3.2.1	Plak elemanının deplasman ve deformasyonları arasındaki bağıntı	25
3.2.2	Gerilmelerle deformasyon bileşenleri arasındaki bağıntılar.....	27
3.2.3	Plak moment ifadelerinin bulunması.....	28
3.3	Plâğın Sonlu Elemanlar Metodu ile Çözüm Aşamaları.....	29
3.3.1	Deplasman matrisinin belirlenmesi.....	29
3.3.2	Deplasman fonksiyonunun seçilmesi	30
3.3.3	[A] Bağ matrisinin bulunması.....	30
3.3.4	Şekil fonksiyonlarının hesabı.....	31
3.3.5	Rijitlik matrisinin bulunması	34
3.3.6	Eleman zemin etki matrisi	36
3.3.7	Eleman yük matrisinin bulunması.....	39
3.3.8	Sistem matrislerine geçiş	39
3.3.9	Deplasmanların bulunması	40
3.3.10	Kesit tesirlerinin hesabı	40
4	PLAK SİSTEMLERİN HESABINI YAPAN BİLGİSAYAR PROGRAMI	43
4.1	Programın Amacı	43
4.2	Programın İzlediği Adımlar	43
4.3	Programın Kullanımı	47
4.3.1	Verilerin girilmesi	47
4.3.2	Hesaplama aşaması.....	49
4.3.3	Sonuçların incelenmesi.....	49
5	BİLGİSAYAR PROGRAMI YARDIMI İLE SAYISAL ÖRNEKLERİN ÇÖZÜLMESİ.....	51
5.1	Örnek 1	51
5.2	Örnek 2	60
5.3	Örnek 3	64
6	SONUÇ.....	73
	KAYNAKLAR	75
	EKLER	76
	Ek 1 Programın kaynak kodu.....	77
	ÖZGEÇMİŞ	96

SİMGE LİSTESİ

$[]$	Matris gösterilimi
$\{ \}$	Kolon vektör gösterilimi
$[]^T, \{ \}^T$	Matris ve vektörün transpozu
h	Kabuk kalınlığı
u, v, w	Teğetsel ve normal yer değiştirmeler
ξ	Uzama şekil değiştirmesi
τ	Burulma eğriliği
$[N]$	Birim durum fonksiyonlarından meydana gelen matris
$[B]$	Yer değiştirmeleri şekil değiştirmelere bağlayan matris
$[\partial]$	Diferansiyel operatör matrisi
$\{p\}$	Yayıllı yük vektörü
$\{P\}$	Yük bileşenleri fonksiyonlarından oluşan vektör
$[k], [K]$	Eleman ve sistem rijitlik matrisleri
$[Q]$	Sisteme düğüm noktalarında etkiyen dış kuvvetlerden oluşan matris
$\theta_x, \theta_y, \theta_z$	X, Y, Z eksen takımına ait 0 başlangıç noktasının dönme bileşenleri
G	Kayma modülü
ν	Poisson oranı
E	Elastisite modülü
$[D]$	Malzemenin elastisite matrisi
$\{\epsilon_0\}$	Başlangıç şekil değiştirmesi
$\{\epsilon\}$	Son şekil değiştirme değeri
$\{\sigma_0\}$	Başlangıç gerilmesi
Δt	Sıcaklık değişmesi
$\{D_T\}$	Sıcaklık elastisite matrisi
u	Deplasmanlar
X	Kütlesel kuvvet
p	YüzeySEL yük
q	Çizgisel yük
P	Tekil yük
c	Elastik yataklanma katsayısı

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1 Tek boyutlu kafes eleman ve plak	2
Şekil 1.2 2x2 ve 4x4 elemana bölünmüş plak.....	2
Şekil 1.3 Farklı tipte elemana ve farklı sınır şartlarına sahip plak örnekleri	4
Şekil 2.1 Denge durumdaki çubuk ile virtüel yüklme yapılmış çubuk	10
Şekil 2.2 Denge durumundaki çubuk ve sonsuz küçük artım verilmesi durumu.....	13
Şekil 2.3 Sonlu eleman örnekleri	16
Şekil 2.4 Çubuk sistem ve elemanlarındaki deplasmanlar	17
Şekil 3.1 Plak, koordinat eksenleri ve deplasmanlar	24
Şekil 3.2 Deformasyonlardan önce ve sonra plak elemanı.....	25
Şekil 3.3 Plak elemandaki gerilmeler	28
Şekil 3.4 Plak sistemi.....	29
Şekil 4.1 Plak verilerinin girilmesi.....	47
Şekil 4.2 Plak üzerine yüklerin yüklenmesi.....	48
Şekil 4.3 Sınır şartlarının tanımlanması.....	48
Şekil 4.4 Hesaplama aşaması	49
Şekil 4.5 Sonuçlar kısmı	49
Şekil 4.6 Sonuçların incelenmesi	50
Şekil 5.1 Örnek 1.....	51
Şekil 5.2 Sonuçların incelenmesi	60
Şekil 5.3 2x2'lik simetrik plağın w , M_x , M_y , M_{xy} grafikleri	61
Şekil 5.4 Bütün olarak çözülmüş 4x4'lük plak ile w ve M_x grafikleri.....	62
Şekil 5.5 Bütün olarak çözülmüş 4x4'lük plağın M_y ve M_{xy} grafikleri.....	63
Şekil 5.6 İlk örnek ile ikinci örneğin orta noktaları için bulunan M_{xy} değerleri.....	64
Şekil 5.7 3x3'lük simetrik çözülmüş plak ile w ve M_x grafikleri.....	65
Şekil 5.8 3x3'lük simetrik plağın M_y ve M_{xy} grafikleri	66
Şekil 5.9 4x4'lük simetrik çözülmüş plak ile w ve M_x grafikleri.....	67
Şekil 5.10 4x4'lük simetrik plağın M_y ve M_{xy} grafikleri	68
Şekil 5.11 5x5'lik simetrik çözülmüş plak ile w ve M_x grafikleri.....	69
Şekil 5.12 5x5'lik simetrik plağın M_y ve M_{xy} grafikleri	70
Şekil 5.13 2x2'lik plak ile 5x5'lik plağın w grafiklerinin karşılaştırılması	72
Şekil 6.1 Deplasman değerlerindeki değişim ile hesap sürelerindeki değişim	72

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 2.1 İzotropik malzeme ve problemler için [D] matrisleri	7
Çizelge 2.2 Çeşitli tip problemler için gerilme ve şekil değiştirme vektörleri	9
Çizelge 3.1 [A] Bağ matrisi	32
Çizelge 3.2 [B] Matrisi	32
Çizelge 3.3 [N] Şekil fonksiyonu matrisi	33
Çizelge 3.4 F matrisi.....	36
Çizelge 3.5 Rijitlik matrisi.....	37
Çizelge 3.6 Eleman zemin etki matrisi	38
Çizelge 3.7 $[\Delta N]^T$ matrisi.....	42
Çizelge 4.1 Programın akış diyagramı (1.kısım)	45
Çizelge 4.2 Programın akış diyagramı (2.kısım)	46
Çizelge 5.1 Örnek 1 için bulunmuş [A] bağ matrisi.....	53
Çizelge 5.2 Örnek 2 için bulunmuş [B] matrisi	53
Çizelge 5.3 Eleman rijitlik matrisi	54
Çizelge 5.4 Eleman yük matrisi	54
Çizelge 5.5 Birinci ve ikinci elemanlar için çevirme matrisleri.....	56
Çizelge 5.6 Üçüncü ve dördüncü elemanlar için çevirme matrisleri	57
Çizelge 5.7 Sistem rijitlik matrisi.....	58
Çizelge 5.8 Sistem yük matrisi.....	59
Çizelge 5.9 Sınır şartları göz önüne alınmış rijitlik deplasman ve yük matrisleri	55
Çizelge 5.10 Örnek 1 için deplasman değerleri	55
Çizelge 5.11 Eleman sayısı artıkça değişen değerler	71

ÖNSÖZ

Tez konumun seçiminde, araştırma safhasında ve tezin her aşamasında bilgi ve tecrübelerinden yararlandığım, bana her zaman destek olan danışman hocam Sayın Prof. Dr. Türkan KÖKSAL’a teşekkür ederim.

Ayrıca yazım işlerindeki yardımlarından dolayı Mimar Emine KÖKSOY ile İlker BERKMAN’a ve her zaman maddi ve manevi yardımlarını benden esirgemeyen aileme teşekkür ediyorum.



ÖZET

Her türlü yapının tasarım ve çözümünde kullanılabilen sonlu elemanlar yönteminin uygulaması, günümüzde bilgisayar teknolojisindeki gelişmeler sayesinde önemini daha da artırmış, çözümü imkansız gibi görünen problemlerin çözümleri de saniyeler mertebesinde mümkün hale gelebilmiştir. Bu çalışmada, sonlu elemanlar metodu kullanılarak plaklarda oluşan deplasman değerlerini ve M_x , M_y , M_{xy} kesit değerlerini hesaplayan bilgisayar programı geliştirilmiştir. Böylece, plak üzerine yüklenen çizgisel, yüzeysel ve tekil yüklere ait çözümlerin yapılabilmesi veya elastik zemine oturtulmuş bir plağa ait değerlerin bulunabilmesi mümkün olabilmektedir. Çözümlemesi istenen plak basit, ankastre sınır şartlarında ve simetrik konumda olarak da düşünülebilir.

Bu amaçla öncelikle sonlu elemanlar metodu, genel formasyonu çerçevesinde incelenmiştir. Takip eden bölümde, ince plak kabulleri kullanılarak sistem denklemleri oluşturulmuştur. Bu denklemlerin de yardımı ile, plak sistemlerinin sonlu elemanlar metodu ile çözümünü sağlayan denklemler çıkarılmıştır. Oluşturulan denklemlerin çözümü için bir bilgisayar programı yazılmış olup, akış diyagramı ile bu programın çalışması anlatılmış, uygulama ve kullanılışı açıklanmıştır.

Son bölümde ise öncelikle programa, literatürdeki çözümlenmiş plak verileri girilerek, programın doğru çalıştığının kanıtlanması amaçlanmıştır. Daha sonra bir taraftan “simetri” özelliği kullanılarak, diğer taraftan da sistem bir bütün olarak ele alındığında ayrı ayrı yapılan plak sistemi çözümlerindeki sonuçların farklılıkları gözlemlenmiştir. Ayrıca aynı sistemin daha fazla elemana bölünmesi durumunda elde edilen deplasman değerleri arasındaki fark ile, bu fazla bölünmenin artırdığı işlem yoğunluğu süreci arasında da ters bir bağlantının var olduğu gözlemlenmiştir.

ABSTRACT

The application of the finite element method, which is applicable to the design and solving of every construction problem, has gained importance with the todays developing computer technologie. And so all the problems seem to be impossible to solves have become soluable in a few seconds.

A computer program, using the finite element method has been developed with this study, which calculates the M_x , M_y , M_{xy} cut effect values and displacement values that take place on plates. So it becomes possible to solve the problem, that belongs to linear, surface and single load, placed on the plate and the plate variables set on an elastic base. The plate which is subject to solution can be simple or in ancastre border conditions and can be taken as symetric system.

So the general concept of finite element method has taken into consideration first. Than the system equation has been set up by using the thin plate assumptions. Also with this equations, which provide the solution to the plate systems with the help of finite element method.

A software program solving these equations has been developed. And the work of this software has been described by the way of a flow chart. And the usage also explained in the related chapter.

The goal of the last chapter is to test the program work by using the solved plate datas, from a related sample topic. Than the individual resuets obtained from the symetric systems and whole system have been compared and some deviation has been observed. And a reverse relation has been seen when a comparison is made in between the displacement value and the increasing process time duration when a system is devided into more single elements.

1. GİRİŞ

1.1 Konu ve Çalışmanın Amacı

Sonlu elemanlar metodu çok boyutlu problemlere uygulanabilmesi nedeniyle günümüzün güncel metotlarından biridir. Bunun sebebi yapı sistemine ait mesnet şartları ve sistemin sınırlarındaki geometrik yapısının düzgün olamaması gibi önemli etkenleri göz önüne alarak çözüme olanak sağlamasıdır. Ancak bu özelliklere sahip olmasının yanı sıra işlem hacminin çok fazla olmasından dolayı uzun yıllar fazla geliştirilememiştir. Bilgisayar teknolojisinin gelişmesi ile beraber metotta gelişmeler sağlanmıştır.

Bu çalışma kapsamında sonlu elemanlar metodu yardımıyla plak problemlerinin çözümünde plakta oluşan deplasman değerleri ve M_x , M_y , M_{xy} kesit tesirlerini bulmaya yönelik bir bilgisayar yazılımı geliştirmek amaçlanmıştır. Amaçlanmış olan programla plak üzerine yüzeysel, çizgisel ve tekil yük yüklenebilir. Plak basit, ankastre sınır şartlarına sahip olabilir ve simetrik olarak da düşünülebilir. Ayrıca elastik zemine oturmuş bir plak probleminin de çözülebilmesi amaçlanmıştır.

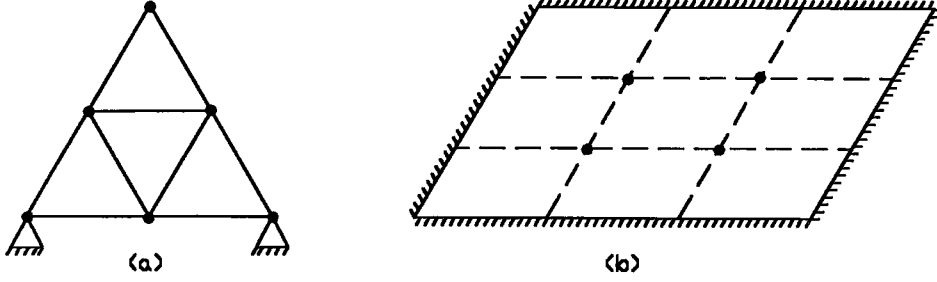
Programın yazılmasında ilk olarak plakla ilgili matris bağıntılarının çıkarılması MS Excel ve Wolfram Mathematica V2.2 programları yardımı ile gerçekleştirilmiştir. Bu işlemlerin sonrasında elde edilen değerlerle MS Visual Basic V6.0 ile yazılım geliştirilmiştir.

Esas olarak inşaat mühendisliği uygulamaları eğilme hesabı ve stabilite hesabı diye iki ayrı gruba ayrılmaktadır. Eğilme hesabında amaç dış yükler altındaki iç gerilmeleri ve kesit zorlarını bulmaktır. Stabilite hesaplarında ise deforme olmuş kabuğun denge durumunun karalı olup olmadığını ve karalı denge konumunu oluşturan şartları incelemektir. Bu çalışmada problemler eğilme hesabı açısından ele alınmaktadır.

1.2 Sonlu Elemanlar Metodu

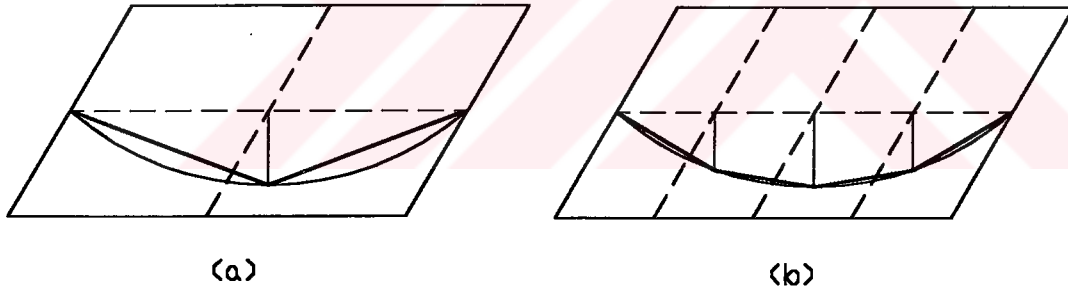
Deplasman Metoduna göre tek boyutlu yapı elemanları (iskelet yapıda çubuk elemanlar, kiriş elemanlar ve çerçeve elemanlar) ayrı mafsallarda birleştirilir. (Şekil 1.1a) Dengelenmesi gereken dış yüklerin ve eleman uç kuvvetlerinin denklemleri bütün mafsal noktalarında kurulabilir. Her elemanın uç kuvvetleri ve uç deplasmanları arasındaki bağıntı, virtüel iş

prensibi veya minimum toplam potansiyel enerji prensibi gibi çeşitli enerji teoremleri sayesinde doğrudan çıkarılabilen rijitlik matrisi tarafından temsil edilmektedir.



Şekil 1.1 a-) Tek boyutlu kafes eleman b-) Plak

Aynı şekilde iki ve üç boyutlu sistemler hayali noktalarla daha küçük elemanlara bölünerek, bu noktalarda oluşan düğüm deplasmanları ve düğüm kuvvetleri arasındaki rijitlik bağıntıları bu tarzda çıkarılır. (Şekil 1.1b) Bu metoda sonlu elemanlar metodu denir, bölünmüş olan her elemana sonlu eleman, bu elemanları birleştiren köşe noktalarına da düğüm noktaları adı verilir. Düğüm noktaları arttırıldıkça gerçeğe daha yakın sonuçlar elde edilir. Şekil 1.2 'de görüldüğü gibi 4 elemana bölünmüş sistemin 2 elemana bölünmüş sisteme göre gerçek deplasman eğrisine daha yakın bir sonuç alınmaktadır.



Şekil 1.2 a-) 2x2 elemana bölünmüş plak b-) 4x4 elemana bölünmüş plak

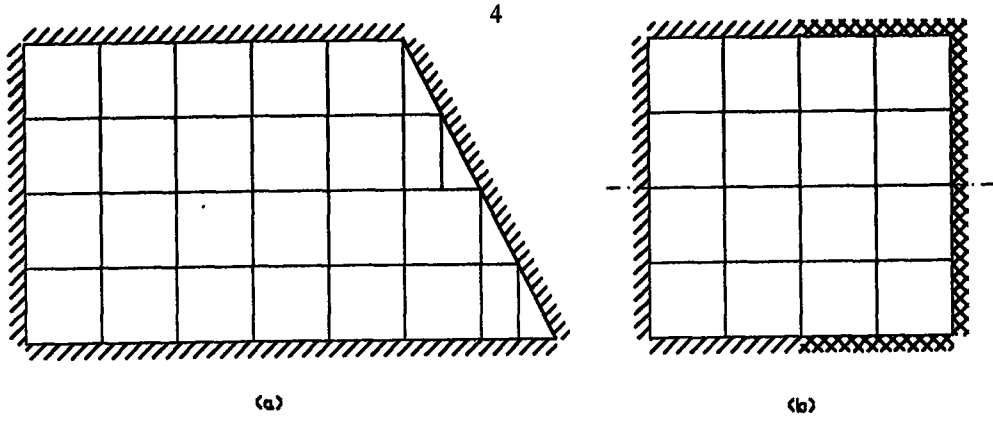
Sonlu elemanlar metodu çok boyutlu problemlere uygulanabilmesi ve güçlü bir analiz aracı olması nedeniyle günümüzün en geçerli metotlarından biridir. Metodunun ne zaman ortaya çıktığı ile ilgili kesin bir tarih vermek mümkün değildir. Ancak özellikle 1950'li yıllardan itibaren metotta önemli gelişmeler olmuştur. Bilgisayar teknolojisindeki yenilikler metodun gelişmesinde büyük rol oynamıştır.

Başlangıçta sonlu elemanlar metodu yapı ile ilgili uygulamalar ile sınırlı kalmıştır. Ancak daha sonra metot değişkenliği ve zengin matematik temelleri sayesinde, birçok değişik alanda da kullanılmaya başlamıştır. Günümüzde neredeyse bütün mühendislik dallarında

kullanılmakta olan bir metottur. Yalnız İnşaat Mühendisliği bilim dalında dahi Yapı Mühendisliğinde, Zemin mekaniğinde, Hidrolikte kullanılmaktadır. Yapı Mühendisliğinde bu metot yardımı ile her tür çubuk, plak, levha ve kabuk probleminin denge, stabilite ve dinamik hesabı yapılabilmektedir.

1.3 Metodun avantaj ve dezavantajları

- Metodun en büyük avantajlarından biri sınır şartlarının problem çözümüne en son adımda dahil edilmesidir. Böylece farklı sınır şartları probleme uygulanırken baştaki yoğun hesaba girilmez.
- Sonlu Elemanlar metodu çubuk çözümü için pek elverişli değildir. Diğer metotlarla çok kısa sürede yapılacak hesap bu metotta biraz daha uzun sürmektedir. Ama çubuk problemleri konunun irdelenmesi için iyi bir uygulamadır. Ayrıca kompleks plak ve kabuk problemleri ve yüksek dereceli problemler için uygun bir metottur.
- Sonlu elemanlar metodunda sistem sonlu sayıda elemana bölünür. Metotta eleman sayısı arttıkça problemin hata oranı azalır. Ancak gereğinden fazla sonlu elemana bölmek problemin çözüm süresini oldukça arttırmaktadır. Ayrıca fazla bölünmesi hassasiyeti düşürmekte ve hata oranını azaltmak yerine arttırabilmektedir.
- Metot lineer ve non-lineer olan her tür sisteme uygulanabilir.
- Bu metotta sistemin sonlu farklar metodunda olduğu gibi tek tip elemana bölünmesi söz konusu değildir. Sistem olabilecek en uygun şekilde farklı tip ve boyutta elemana bölünebilir. (Şekil 1.3a)
- Üniform olmayan her türlü sınır şartında çözüm yapmaya uygundur. (Şekil 1.3b)
- Bu yöntemde düğüm noktaları arasındaki mesafeler değişken alınabilir.



Şekil 1.3 a-) Farklı tipte elemanlar bölünmüş sistem örneği
b-) Aynı kenar üzerinde farklı sınır şartlarına sahip sistem örneği

1.4 Sonlu elemanlar metodunda yakınsama kriterleri

1. Komşu elemanların kenarları boyunca deplasmanlarda süreklilik sağlanmalıdır. Eğer kenar deplasmanlar sadece bitişik düğüm noktalarının fonksiyonu ise bu şart sağlanmış olur.
2. Üniform deformasyonları gösteren köşe deplasmanlar için gerilmeler ve şekil değiştirmeler üniform olmalıdır.
3. Rijit cisim hareketinden dolayı gerilme ve şekil değiştirme olmamalı, sabit deformasyonlar şartı sağlanmalıdır (Çabuk, 1984)

2. SONLU ELEMENLAR METODU

2.1 Giriş

Sonlu elemanlar metodu sürekli bir sistemin sonlu elemanlara bölünerek, bölünmüş bu sonlu elemanlar üzerinde iç ve dış kuvvet enerjisinin minimize edilmesi ve daha sonra da bu elemanların tekrar birleştirilerek sistemin sınır şartlarında göz önüne alınarak çözülmesi ile gerçekleşir. Bu işlemin daha iyi anlaşılabilmesi için bu bölümde öncelikle elastisite ve enerji bağıntıları incelenmiştir. Daha sonra sonlu elemanlar metoduyla bir sistemin çözüm aşamaları incelenmiştir.

2.2 Elastisite Bağıntıları

2.2.1 Gerilme durumu ve bileşenleri

Gerilmenin en genel hali olan 3 eksenli gerilme halinde 6 tane bağımsız ifade vardır. Bunları matris şeklinde ifade edersek şöyle olur:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_X & \tau_{XY} & \tau_{XZ} \\ \tau_{YX} & \sigma_Y & \tau_{YZ} \\ \tau_{ZX} & \tau_{ZY} & \sigma_Z \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \tau_{XY} &= \tau_{YX} \\ \tau_{XZ} &= \tau_{ZX} \\ \tau_{YZ} &= \tau_{ZY} \end{aligned} \quad (2.1)$$

2.2.2 Şekil değiştirme durumu ve bileşenleri

Şekil değiştirmelerde en genel halde olan 3 eksenli şekil değiştirme halinde 6 tane bağımsız ifade vardır. Bunlar matris şeklinde ifade edilirlse;

$$[\epsilon] = \begin{bmatrix} \epsilon_X & \gamma_{XY} & \gamma_{XZ} \\ \gamma_{YX} & \epsilon_Y & \gamma_{YZ} \\ \gamma_{ZX} & \gamma_{ZY} & \epsilon_Z \end{bmatrix} \quad \begin{aligned} \gamma_{XY} &= \gamma_{YX} \\ \gamma_{XZ} &= \gamma_{ZX} \\ \gamma_{YZ} &= \gamma_{ZY} \end{aligned} \quad (2.2)$$

şeklilde olurlar.

2.2.3 Genel Hooke kanunu

Elastisite bağıntıları, elemanın malzemesi ile bunun dış yük etkileri altında tepki ve davranışını gösteren yani gerilme ile şekil değiştirme bileşenleri arasındaki ilişkiyi veren denklemlerdir. Dış yükler etkisinde gerçek malzeme birbirinden farklı davranışlar sergiler. Tüm bu davranışları bir denklem takımı ile elde etmek imkansız olduğu için malzeme idealleştirilir. Böylece tanımlanmış ideal malzemeye göre bazı bağıntılar elde edilebilir. Buna iyi bir örnek olarak Hooke kanunu gösterilebilir. Hooke kanununu sonlu elemanlar metodunda kullanacağımız gibi, matris formda göstermek gerekirse aşağıdaki gibi olur:

$$\{\sigma\}=[D]\{\epsilon\} \quad (2.3)$$

Bu ifadedeki $[D]$ elastisite matrisidir, bazı elemanların elastisite matrisleri Çizelge 2.1'de gösterilmektedir.

2.2.4 Yer değiştirme-şekil değiştirme bağıntıları

Yer değiştirme bileşenlerin öteleme şeklinde olanları u,v,w , dönme tipinde olanları $\theta_x,\theta_y,\theta_z$ olarak gösterilirse, yer değiştirmeler ve şekil değiştirmeler arasındaki bağıntılar;

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \quad (2.4)$$

$$\epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (2.5)$$

$$\epsilon_z = \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (2.6)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \left[\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right] \quad (2.7)$$

Çizelge 2.1 İzotropik malzeme ve problemler için [D] matrisleri (Göncü,1997)

Problem	[D] Matrisi
Çubuk	E
Kiriş	EI
Düzlem Gerilme	$\frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$
Düzlem Şekil Değiştirme	$\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}$
Aksimetrik	$\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & \frac{\nu}{1-\nu} \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & \frac{\nu}{1-\nu} \\ 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 1 \end{bmatrix}$
Plak	$\frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$
3 Boyutlu Eleman	$\frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \end{bmatrix}$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} + \left[\frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z} \right] \quad (2.8)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} + \left[\frac{\partial u}{\partial z} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial y} \right] \quad (2.9)$$

şeklinde ifade edilirler. Bu denklemlerde köşeli parantez içindeki ifadeler nonlineer diğerleri ise lineer terimlerdir. Köşeli parantezin içindeki terimlerden son terim dışındakiler son terim yanında terk edilebilir.

Bu durumda ise ifadeler şu şekli alır:

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \left(\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \dots\dots\dots (2.10)$$

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \dots\dots\dots (2.11)$$

Buradaki ilk terim lineer, ikici terim ise nonlineerdir. Lineer terime ϵ_0 , nonlineer terime de ϵ_L dersek ifade şöyle olur:

$$\{\epsilon\} = \{\epsilon_0\} + \{\epsilon_L\}$$

ϵ_0 ile ϵ_L ifadeleri mambran terimler ve eğilme terimlerinden oluşur. Mambran terimlere ϵ_m , Eğilme terimlerine de ϵ_e dersek ϵ_0 ve ϵ_L ifadeleri şöyle olur.

$$\left\{ \epsilon_0 \right\} = \left\{ \begin{matrix} \epsilon_{0,m} \\ \epsilon_{0,e} \end{matrix} \right\} \quad \left\{ \epsilon_L \right\} = \left\{ \begin{matrix} \epsilon_{L,m} \\ \epsilon_{L,e} \end{matrix} \right\} \quad (2.12)$$

Buna göre toplam sistem için ϵ matrisi yazılırsa,

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{0,m} \\ \varepsilon_{0,e} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \varepsilon_{L,m} \\ \varepsilon_{L,e} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial w^2}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \\ \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

ifadesi elde edilir. Ayrıca bazı elemanlar için gerilme ve şekil değiştirme bağıntıları Çizelge 2.2’ de gösterilmektedir.

Çizelge 2.2 Çeşitli tip problemler için gerilme ve şekil değiştirme vektörleri (Göncü,1997)

Problem Tipi	Yer Değiştirme Bileşenleri	Şekil Değiştirme Vektörü (ε)	Gerilme Vektörü (σ)
Çubuk	U	$[\varepsilon_x]$	$[\sigma_x]$
Kiriş	W	$[\kappa_x]$	$[M_x]$
Düzgün Gerilme	u,v	$[\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]$	$[\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}]$
Düzgün Şekil Değ.	u,v	$[\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}]$	$[\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}]$
Aksimetrik	u,v	$[\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}, \varepsilon_z]$	$[\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}, \sigma_z]$
Plak	W	$[\kappa_x, \kappa_y, \kappa_{xy}]$	$[M_x, M_y, M_{xy}]$
3-Boyutlu	u,v,w	$[\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx}]$	$[\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z, \sigma_{xy}, \sigma_{yz}, \sigma_{zx}]$

2.3 Enerji Prensipleri

2.3.1 Virtüel iş prensibi

Bu prensip sistemin denge halindeki kuvvetleri (P dış kuvvetler ve σ gerilmeleri) ile sistemin geometrik uygunluk şartları (U yer değiştirmeleri ve ε birim uzamaları) arasındaki bağıntıdır.

Sisteme de keyfi olarak sonsuz küçük deplasmanlar veya kuvvetler vererek sistemde virtüel bir enerji oluşturulabilir. virtüel iş prensibine göre denge halindeki bir sistemde dış kuvvetlerin virtüel işi, iç kuvvetlerin virtüel işine eşittir. Buna göre;

denge halindeki sistem

$$\sum P.u = \int_v \sigma.\varepsilon.dv$$

(2.14)

geometrik uyumlu deformasyonlar

eşitliği yazılabilir. Bu eşitliğe göre iki ayrı bağıntı elde edebiliriz.

1. Virtüel kuvvetler ve gerilmeler ile gerçel yer değiştirmeler ve deformasyonlar arasındaki bağıntı olan virtüel kuvvetler teoremi:

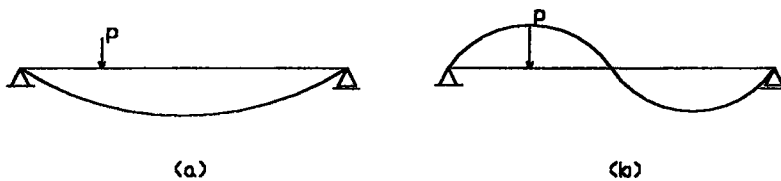
$$\sum (\text{virtüel dış kuv.}).(\text{gerçek deplas.}) = \int_v (\text{virtüel gerilmeler}).(\text{gerçek deformasyonlar})dv$$

Bu eşitlik yer değiştirmelerin hesaplanması için kullanılır.

2. Virtüel deplasmanlar ve deformasyonlar ile gerçel kuvvetler ve gerilmeler arasındaki bağlantı olan virtüel deplasmanlar teoremi:

$$\sum (\text{gerçek dış kuv.}).(\text{virtüel deplas.}) = \int_v (\text{gerçek gerilmeler}).(\text{virtüel deformasyonlar})dv$$

olarak düşünülebilir. Şekil 2.1'de görüldüğü gibi cisme virtüel olarak yaptığımız şekil değiştirme sınır şartlarına uygundur ve sürekliliği bozmamaktadır. Tabi şekilde biraz abartılı çizilen deplasman, sonsuz küçüktür. Bu şekil değiştirme virtüel şekil değiştirme adını alır (Özbek, 1996). Virtüel şekil değiştirme sonrası uzaysal taşıyıcı bir sistemde oluşacak iç kuvvetlerin virtüel işi şöyledir:



Şekil 2.1 a-) Çubuk eleman b-) Virtüel yükleme yapılmış çubuk eleman

$$\delta U = \iiint_V \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dV \quad (2.15)$$

Burada u gerçek deplasman, δu virtüel deplasman, ε hakiki deformasyon, $\delta \varepsilon$ virtüel deformasyondur.

$\sigma=[D] \{\varepsilon\}$ olan genel Hooke ifadesi denklemde yerine koyulursa (2.16) ifadesi elde edilir.

$$\delta U = \iiint_V \{\delta \varepsilon\}^T [D] \{\varepsilon\} dV \quad (2.16)$$

Burada dV değeri hacimi veren $dx.dy.dz$ değeridir.

Virtüel dış iş ise (1.17)'deki gibi bulunur.

$$\delta W = \iiint_V \{\delta u\}^T \{x\} dV + \iint_F \{\delta u\}^T \{p\} dF + \int_S \{\delta u\}^T \{q\} ds + P \quad (2.17)$$

Burada X kütlelesel kuvveti, p yüzeysel kuvveti, q çizgisel kuvveti, P tekil kuvveti göstermektedir.

Sonuç olarak oluşturulan bu sonsuz küçük deplasmandan meydana gelen virtüel iç iş ve dış iş birbirine eşittir.

$$\delta U = \delta W$$

Bu eşitlikten gerekli bağıntılar çıkarılabilir.

2.3.2 Toplam potansiyel enerji prensibi

Sistemdeki iç ve dış potansiyel enerjinin toplamı denge konumunda bir ekstramum değeri taşır. Bu değer çoğunlukla minimumdur, o yüzden bu prensibe minimum enerji prensibi de denir. Matematikte ise bu çeşit problemlere Varyasyon Hesabı denir. Denge konumunda iç iş ile dış iş toplamının minimum olduğunu ispatlamadan önce iç iş ve dış işin bulunmasının incelenmesinde fayda vardır. (Köksal, 1995)

Dış kuvvetlerin işi (W)

Cisimin şekil değiştirmesi esnasında cisme etkiyen dış kuvvetlerin yaptığı iştir. İş sistem üzerinde etkili olan tekil kuvvet, yayılı kuvvet veya dışarıdan uygulanan moment yaptırabilir. Bunun sonrası sistemin yapacağı deplasmanlarla bu değer çarpılarak dış iş bulunur. Örnek olarak bir çubuk sistemde dış işin ifadesi, (2.18)'de gösterildiği gibidir.

$$W = -\int_0^l q w_0 \cdot dx \quad (2.18)$$

İç kuvvetlerin işi (U)

Sistemin deplasman yapması sırasında elemanlar boy ve açı gibi şekil değiştirmelere uğrarlar. Bu şekil değiştirmeler σ ve τ gerilmelerinin, dolayısıyla onların kesitteki bileşenleri olan N, V, M ve M_b 'nin bir iş yapması sonucu ortaya çıkar. Bir çubuk sistemde iç iş, eğilme momenti ve kesme kuvveti tarafından yapılmaktadır. Kesme kuvveti ihmal edilip iç iş (2.20) ifadesindeki gibi yazılır:

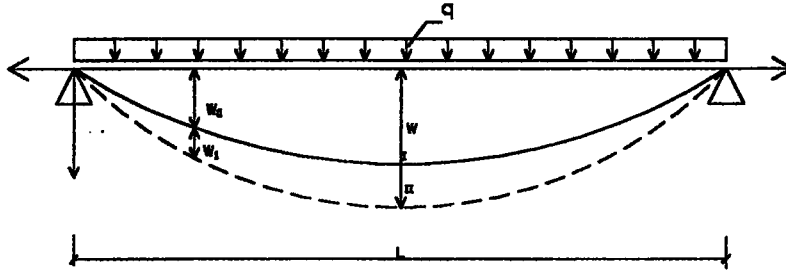
$$\sigma = \frac{M}{I} x \quad (2.19)$$

$$U = \int_0^L \frac{M^2}{2EI} dx \quad (2.20)$$

İç kuvvet ifadesine (2.20) $M = -EI w_0''$ ifadesi yerleştirilir.

$$U = \frac{EI}{2} \int_0^L (w_0'')^2 dx \quad (2.21)$$

Bu işlemin daha ayrıntılı incelenebilmesi için bütün adımlar bir örnek üzerinde gösterilmiştir. Şekil 2.2'deki gibi bir çubuk sistem örnek alınır. Örnek olarak incelenen çubuk sistemin iç iş ifadesi de bu (2.21)'deki gibidir. Çökme ile dış yük arasındaki bağıntı (2.22)'deki gibi bir diferansiyel ifadedir.



Şekil 2.2 Gerçek denge durumundaki çubuk sistem ve sonsuz küçük artım verilmesi durumunda alacağı şekil

$$q = EI w^{IV} \quad (2.22)$$

Denklemin integrasyon sabitlerinin belirlenmesinde aşağıdaki sınır şartlarından yararlanılır.

$X=0$ ve $X=L$ 'de $w=0$ (çökme)

$X=0$ ve $X=L$ 'de $w''=0$ (moment ifadesi)

Aranan $w(x)$ eğrisi , sınır şartlarını sağlayan ve toplam potansiyel enerjinin minimum olduğu konumdaki eğridir. Toplam potansiyel enerji iç kuvvetlerin potansiyel enerjisi ile dış kuvvetlerin potansiyel enerjilerinin toplamıdır.

$$V = U + W$$

Burada iç ve dış iş bağıntıları tekrar yazıp toplanır:

$$\text{Dış kuvvet : } W = - \int_0^L q w_0 dx \quad (2.23)$$

$$\text{İç kuvvet: } U = \frac{EI}{2} \int_0^L (w_0'')^2 dx \quad (2.24)$$

Sonuç olarak toplam potansiyel enerji bağıntısı yazılırsa;

$$V = U + W = \int_0^L \left[\frac{EI}{2} (w_0'')^2 - q w_0 \right] dx \quad (2.25)$$

ifadesi elde edilir.

Şekil 2.2’te görüldüğü gibi gerçek denge konumuna yakın ikinci bir konum alınır. Burada w_0 denge konumundaki deplasman, w_1 ise ikinci konumu elde etmek için verilen sonsuz küçük artımdır. Böyle bir artıma w ’nin varyasyonu denir. w ise ikinci konuma karşı gelen deplasman değeridir. Burada $w = w_0 + w_1$ ’dir. w_1 ifadesi $x=0$ ve $x=L$ ’ sıfır değerini alır. Bu yeni konum ile gerçek konum arasındaki potansiyel fark yazılır:

$$\Delta V = V_{II}(w_0 + w_1) - V_I(w_0)$$

$$\Delta V = \left[\int_0^L \frac{EI}{2} (w_0'' + w_1'')^2 dx - \int_0^L q (w_0 + w_1) dx \right] - \left[\int_0^L \frac{EI}{2} (w_0'')^2 dx - \int_0^L q w_0 dx \right] \quad (2.26)$$

Matematiksel işlemler yapıp, bazı kısaltmalardan sonra aşağıdaki gibi bir denklem elde edilir.

$$\Delta V = \int_0^L EI w_0'' w_1'' dx - \int_0^L q w_1 dx + \int_0^L \frac{EI}{2} (w_1'')^2 dx \quad (2.27)$$

Burada en son terim daima pozitifdir.

$$\int_0^L \frac{EI}{2} (w_1'')^2 dx = \alpha > 0 \quad (2.28)$$

(2.27) deklemindeki ilk ifadenin iki kere kısmi integrali alınır.

$$\int_0^L EI w_0'' w_1'' dx = \left| EI w_0'' w_1' \right|_0^L - \left| EI w_0''' w_1 \right|_0^L + \int_0^L EI w_0^{IV} w_1 dx \quad (2.29)$$

(2.29) ifadesindeki ilk terim, $w_0''(0)=w_0''(L)=0$ olduğundan ve ikinci terim, $w_1(0)=w_2(L)=0$ olduğundan dolayı sıfırlanır. Sonuç olarak potansiyel enerjideki değişim;

$$\Delta V = \int_0^L EI w_0^{IV} w_1 dx - \int_0^L q w_1 dx + \alpha \quad (2.30)$$

$$\Delta V = \left[\int_0^L (EI w_0^{IV} - q) \right] w_1 + \alpha \quad (2.31)$$

olur.

Yukarıda belirtildiği gibi $EI w_0^{IV}=q$ denklemi göz önüne alınırsa ifadenin ilk kısmı sıfırlanır ve geriye $\Delta V=\alpha>0$ ifadesi kalır. Burada ki α 'nın sonsuz küçük bir pozitif sayı olduğu daha önce belirtilmişti. Bu da gösteriyor ki denge konumu dışındaki tüm diğer konumlardaki toplam potansiyel enerji, denge konumundakinden daha fazladır .O halde denge konumundaki enerji minimumdur.

Ayrıca ΔV ifadesi seriye açılarak aynı sonuca gidilebilir:

$$\begin{aligned} \Delta V &= \partial V + \frac{1}{2!} \partial^2 V \\ \partial V &= \int_0^L (EI w_0'' w_1'' - q w_1) dx = 0 \\ \frac{1}{2!} \partial^2 V &= \int_0^L \frac{EI}{2} (w_1'')^2 dx = \alpha > 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

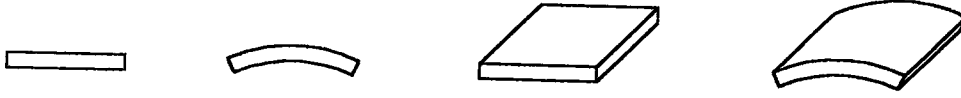
Burada matematikten bildiğimiz gibi birinci türevin sıfır olması, fonksiyonun ekstramum bir değer aldığını ve o ifadenin ikinci türevinin sıfırdan büyük olması ise bu değer minimum olduğunu göstermektedir.

$$\left. \begin{array}{l} \partial V=0 \\ 1/2 \partial^2 V > 0 \end{array} \right\} \text{ ise } V \text{ minimumdur.}$$

2.4 Sonlu Elemanlar Metodu ile Sistemin Çözüm Aşamaları

2.4.1 Sistemin belirlenmesi

İlk aşamada sistem hata oranı kabul edilebilir bir oranda olacak, işlem hacmini fazla büyütmeyecek optimum sayıda iki veya üç boyutlu sonlu elemanlara bölünür. Bunlar sisteme göre düz veya eğri çizgiler yada düz veya eğri yüzeyler olabilir.(Şekil2.3)



Şekil 2.3 Sonlu eleman örnekleri

Her bir elemana kendi şeklini, büyüklüğünü, malzeme özelliğini ve kalınlığını almasına izin verildiğinden dolayı yöntemin, non-homojen özellikte, düzensiz geometride, kompleks takviye koşullarında bulunan ve muhtelif yükleme tiplerinin bir kombinasyonu olan problemler için uygun olması şaşırtıcı değildir. Birçok durumda, bir problem için yalnızca bir tip eleman kullanılmaktadır. Ancak fiziksel gereksinimlerden dolayı bir plak eğilme elemanına birleştirilmiş bir kiriş elemanı veya gerilmelerin birleştirilmesi problemlerinde düşük mertebeli elemanlara bağlanmış yüksek mertebeli elemanlar gibi farklı tiplerde elemanları birleştirmek de mümkündür.(Hacıoğlu,1989)

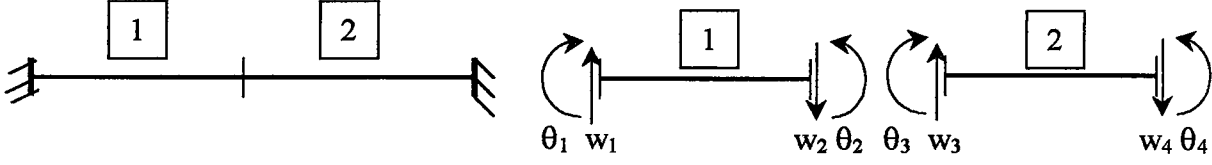
Elemanlar belirlendikten sonra ileride elde edilecek rijitlik matrisinin bant genişliğinin mümkün olduğu kadar küçük çıkmasını sağlayacak şekilde düğüm noktaları numaralandırılır.

2.4.2 Düğüm deplasman parametreleri matrisi

Her düğüm noktasında oluşacak deplasman parametrelerinin oluşturduğu matris, deplasman matrisidir. Düğüm deplasman parametreleri denilen düğüm serbestlik dereceleri normalde yer değiştirmelerden ve onların kısmı türevlerinden oluşur. Ancak bazı durumlarda başka terimleri de içine alabilir. Elemanın herhangi bir düğüm noktasındaki deplasman parametreleri şöyle olabilir:

$$\{d\}_j = (u, v, w, \theta_x, \theta_y, \theta_z, \tau, \dots) \quad (2.33)$$

Örnek vermek gerekirse, Şekil 2.4'deki gibi 2 elemanlı bir çubuk sistemin deplasman matrisi (2.34) ifadesinde gösterildiği gibi olur.



Şekil 2.4 Çubuk sistem ve elemanlarındaki deplasmanları

$$d = \left\{ \begin{array}{l} [w_1, \theta_1]_1 \\ [w_2, \theta_2]_2 \\ [w_3, \theta_3]_3 \\ [w_4, \theta_4]_4 \end{array} \right\} \quad (2.34)$$

2.4.3 Deplasman fonksiyonunun seçimi

Sonlu elemanlar yönteminin en önemli kısmı uygun deplasman fonksiyonunun seçilmesidir. İyi bir deplasman fonksiyonu doğruluk derecesi yüksek olan bir eleman elde edilmesi için önemlidir, yanlış seçilmiş bir deplasman yanlış bir cevaba neden olacaktır.

Deplasman fonksiyonu iki farklı şekilde seçilebilir:

1. Düğüm noktası deplasman parametreleri ile sonradan belirlenen belirsiz katsayılı basit bir polinom olarak,
2. Doğrudan bir elemanın bütün diğer düğüm noktalarında sıfır değeri alan, sadece dikkate alınan düğüm noktasındaki deplasman ve dönmeler için birim değer alan şekil fonksiyonu olarak belirlenebilir.

Bir deplasman fonksiyonunun sağlaması gereken şartlar;

1. Deplasman fonksiyonu bir polinom şeklinde seçilmiş ise, o polinom eleman serbestlik derecesi kadar sayıda polinom sabitine sahip olmalıdır.
2. Deplasman fonksiyonu tüm koordinat eksenlerine göre dengelenmelidir.

3. Deplasman fonksiyonu elemanın herhangi bir iç gerilmeye neden olamadan aynı zamanda rijit cisim hareketlerinde bulunmasına izin vermelidir.
4. Deplasman fonksiyonu sabit deformasyon şartını sağlayacak şekilde seçilmelidir.
5. Elemanın içinde ve kenarlarında süreklilik şartını sağlamalıdır. Ayrıca iç ve dış kuvvetlerin işinde türevlerde de sürekli olmalıdır. (Çabuk,1991)

Bu ifadelere göre herhangi bir elemana ait bir i noktasındaki deplasman vektörüne $\{u\}$ dersek;

$$u = \begin{Bmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \\ w(x,y) \end{Bmatrix} = [\phi(x,y)]\{a\} \quad (2.35)$$

denklemleri elde edilir. Burada $[\phi(x,y)]\{a\}$ deplasman ifadesinin fonksiyonudur ve herhangi bir $i(x,y)$ noktasındaki yer değişimini bize verir. Hesap kolaylığı bakımından genellikle polinom seçilir. Bu fonksiyonların polinom seçilmesinin nedeni polinomlarla kolay türev ve integral alınabilmesidir. Polinomların belirlenmesinde Pascal üçgeninden yararlanılır. Örnek olarak Şekil 2.4'deki 2 bilinmeyenli bir çubuk sistem için deplasman fonksiyonu yazılırsa ifade şöyle olur:

$$w(x) \Rightarrow a_1 + a_2x + a_3x^2 + a_4x^3 = [\phi(x)] \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \end{Bmatrix} \quad (2.36)$$

2.4.4 Bağ matrisinin bulunması

Eleman düğüm deplasman parametreleri matrisi $\{d\}$ ile polinom sabitleri vektörü $\{a\}$ arasındaki bağıntıyı veren matrise $[A]$ bağ matrisi adı verilir. $[A]$ matrisi, $\phi(x,y)$ ile $\phi(x,y)$ 'nin türevine, düğüm noktası koordinatlarının yerine konulması ile bulunur.

$$\{d\}=[A]\{a\} \quad (2.37)$$

Bu ifadede $\{d\}$ vektörü ile $\{a\}$ vektörü bilinmeyenlerdir. Bağ matrisi yardımı ile $\{a\}$ vektörü $\{d\}$ deplasman parametreleri vektörü cinsinden hesaplanabilir.

$$\{a\}=[A]^{-1}\{d\} \quad (2.38)$$

$[A]^{-1}$ matrisine $[B]$ matrisi dersek,

$$\{a\}=[B]\{d\} \quad (2.39)$$

ifadesini elde ederiz.

2.4.5 Şekil fonksiyonlarının bulunması

Şekil fonksiyonları elemanın herhangi bir noktasındaki yer değiştirmelerin, düğüm noktasındaki yer değiştirmelerle ifade edilmesine yarar ve $[N]$ matrisi ile gösterilir(Göncü, 1997).

$$\{u\}=[N]\{d\} \quad (2.40)$$

Denklem (2.39), (2.35) ifadesinde yerine koyulursa deplasman fonksiyonu, elemanın düğüm noktalarındaki deplasman parametreleri cinsinden bulunmuş olur.

$$u = \begin{Bmatrix} u(x,y) \\ v(x,y) \\ z(x,y) \end{Bmatrix} = [\phi(x,y)][B]\{d\} \quad (2.41)$$

(2.40) ile (2.41) ifadesine göre $[N]$ fonksiyonu (2.42)'deki gibi olur.

$$[N] = [\phi(x,y)][B] \quad (2.42)$$

Her elemanda deplasman parametresi kadar şekil fonksiyonu elde edilebilir. Şekil fonksiyonları eleman şekli ve boyutu değişmediği sürece her elemanda aynı kalır. Yani aynı

tip elemanlara bölünmüş bir sistem için bir kere hesaplanır. Yalnız deplasman parametreleri elemandan elemana değişir. Problemden zaten bu deplasman parametreleri bilinmeyen olarak hesaplanmaktadır.

(2.13) ifadesinde deplasmanlar ile deformasyonlar arasındaki bağıntı verilmişti. Kısaca ϵ ifadesi şöyle yazılabilir:

$$\{\epsilon\} = [N]\{u\} \quad (2.43)$$

(2.40) ifadesi (2.43) ifadesinde yerine koyulursa,

$$\{\epsilon\} = [\Delta]\{u\} = [\Delta][N]\{d\} = [\Delta N]\{d\} \quad (2.44)$$

ifadesi elde edilir. Burada $[\Delta N]^*$ şekil değiştirme matrisidir.

2.4.6 Eğilme hesabının yapılması

Virtüel iş prensibine göre dengede olan bir cisme sonsuz küçük bir deplasman verilirse iç kuvvetlerin işi dış kuvvetlerin işine eşit olur. İç kuvvetlerin işi δU , dış kuvvetlerin işi de δW ile gösterilmektedir.

$$\delta U = \int_V \{\delta \epsilon\}_i \sigma dV \quad (2.45)$$

$$\delta W = \int_V \{\delta u\}_i^T \{X\} dV + \int_F \{\delta u\}_i^T \{p\} dF + \int_S \{\delta u\}_i^T \{q\} ds + \{d\}^T P - \int c \{\delta w\}_i^T \{w\} dF \quad (2.46)$$

$$\{\sigma\} = [D](\{\epsilon\} - \{\epsilon_0\}) + \{\sigma_0\} - \alpha \Delta t \{D_T\} \quad (2.47)$$

σ ifadesi δU 'da yerine yazılırsa,

* Buradaki Δ ifadesi laplace operatörüdür ve $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ 'dir.

$$\begin{aligned} \delta U = & \int_V \{\delta \varepsilon\}_i^T [D] \{\varepsilon\} dV - \int_V \{\delta \varepsilon\}_i^T [D] \{\varepsilon_0\} dV + \\ & \int_V \{\delta \varepsilon\}_i^T \{\sigma_0\} dV - \int_V \{\delta \varepsilon\}_i^T \alpha \Delta t \{D_T\} dV \end{aligned} \quad (2.48)$$

şeklini alır. Yer değiştirme ve şekil değiştirme için yazdığımız ifadeler virtüel iş için yazılırsa ifadeler aşağıdaki gibi olur:

$$\delta u = [N] \{\delta d\} \quad (2.49)$$

$$\delta \varepsilon = [\Delta N] \{\delta d\} \quad (2.50)$$

Bu ifadelerden de yararlanarak $\delta U = \delta W$ eşitliği açık olarak yazılır.

$$\begin{aligned} & \{\delta d\}^T \left[\int_V [\Delta N]^T [D] [\Delta N] dV \right] \{d\} + \{\delta d\}^T \left[\int_V [\Delta N]^T \sigma_0 dV \right] - \\ & \{\delta d\}^T \left[\int_V [\Delta N]^T [D] \{\varepsilon_0\} dV \right] - \{\delta d\}^T \left[\alpha \Delta t \int_V [\Delta N]^T [D_T] dV \right] = \\ & \{\delta\}^T \{P\} + \{\delta d\}^T \left[\int_S [N]^T \{q\} ds \right] + \{\delta d\}^T \left[\int_F [N]^T \{p\} dF \right] + \\ & + \{\delta d\}^T \left[\int_V [N]^T \{X\} dV \right] - \{\delta d\}^T \left[c \int_F N(w)^T [N(w)] dF \right] \{d\} \end{aligned} \quad (2.51)$$

Bu ifade kısa bir biçimde matris formunda yazılırsa;

$$\begin{aligned} [k_e] \{d\} + [s_e] \{d\} = \\ \{q_e\}_{\varepsilon_0} + P + \{q_e\}_q + \{q_e\}_p + \{q_e\}_x + \{q_e\}_{\sigma_0} + \{q_e\}_{\varepsilon_0} + \{q_e\}_T \end{aligned} \quad (2.52)$$

ifadesi elde edilir. Buradaki matrislerin tek tek açılımları şöyledir:

$\{d\}$: Eleman düğüm noktası deplasman parametreleri

$[k_e] = \int_V [\Delta N]^T [D] [\Delta N] dV$: Eleman rijitlik matrisi

$$[s_e] = c \int_F [N(w)]^T [N(w)] dF \quad : \text{Eleman elastik yataklanma matrisi}$$

$$\{q_e\}_{\varepsilon_0} = \int_S [\Delta N]^T \{\varepsilon_0\} dV \quad : \text{Elemanın başlangıç şekil değiştirmeleri}$$

$$P \quad : \text{Elemanın düğüm noktasına etkiyen tekil yük}$$

$$\{q_e\}_q = \int_S [N]^T \{q\} ds \quad : \text{Elemana etkiyen çizgisel yük}$$

$$\{q_e\}_p = \int_F [N]^T \{p\} dF \quad : \text{Elemana etkiyen yüzeysel yük}$$

$$\{q_e\}_x = \int_V [N]^T \{X\} dV \quad : \text{Elemana etkiyen kütleli yük}$$

$$\{q_e\}_{\sigma_0} = \int_V [\Delta N]^T \{\sigma_0\} dV \quad : \text{Eleman başlangıç gerilmeleri}$$

$$\{q_e\}_{\varepsilon_0} = \int_S [\Delta N]^T \{\varepsilon_0\} dV \quad : \text{Eleman başlangıç şekil değiştirmeleri}$$

$$\{q_e\}_T = \alpha \Delta t \int_V [\Delta N]^T \{D_T\} dV \quad : \text{Eleman sıcaklık değişimleri}$$

Burada bütün yük değerleri toplamına kısaca $\{q_e\}$ dersek eşitlik şu hali alır:

$$[k_e]\{d\} + [s_e]\{d\} = \{q_e\} \quad (2.53)$$

Bu ifade eleman içindir. $[k_e]$ ile $[s_e]$ ifadesi eleman ifadesi iken toplam sistem için tek bir $[K]$ matrisi elde edilebilir. Bu durumda bütün sistem için rijitlik matrisi ifadesi yazılırsa ifade şöyle olur:

$$[K]\{D_s\} = \{Q\} \quad (2.54)$$

Buradaki $\{D_s\}$, sistemin düğüm noktaları deplasman parametreleridir. $\{D_s\}$ ifadesi elastisite matrisi olan $[D]$ matrisi ile karıştırılmamalıdır.

2.4.7 Sistem matrislerine geçiş

Ŗu ana kadar yapılan iŖlemler baŖlangıta seçilmiş olan elemanın üzerinde gerekleŖmiŖtir. Elemanın rijitlik matrisi ve yük matrisi ifadeleri belirlendikten sonra (2.54) ifadesi uygulanıp bütün sistemin sahip olduğu değlasman değerleri bulunmalıdır. Eleman rijitlik matrisini ve eleman yük matrisini sistem matrisleri haline çevirmek için çevirme matrisleri veya biriktirme metodundan yararlanılır. Biriktirme metodu elle çözüme, çevirme matrisleri metodu bilgisayarla çözmeye daha yatkın bir metottur.

Bu araŖtırmada bilgisayara yatkın olması ve bu sayede hata ihtimalinin daha dŖk olması sebebiyle çevirme matrisleri metodu uygulanmıŖtır. Çevirme matrisleri ile eleman rijitlik matrisinin sistem rijitlik matrisine dnŖtrlmesi (2.55) bağıntısında, eleman yük matrisinin sistem yük matrisine dnŖtrlmesi ise (2.56) bağıntısında gsterilmiŖtir:

$$[K] = \sum_{i=1}^n [C_{ei}]^T [k_e] [C_{ei}] \quad (2.55)$$

$$[Q] = \sum_{i=1}^n [C_{ei}]^T [q_e] \quad (2.56)$$

2.4.8 Kesit tesirlerinin hesabı

Kesit tesirleri (2.57) ifadesindeki kesit tesirleri ile Ŗekil deėiŖtirmeleri arasındaki bağıntı ile bulunur:

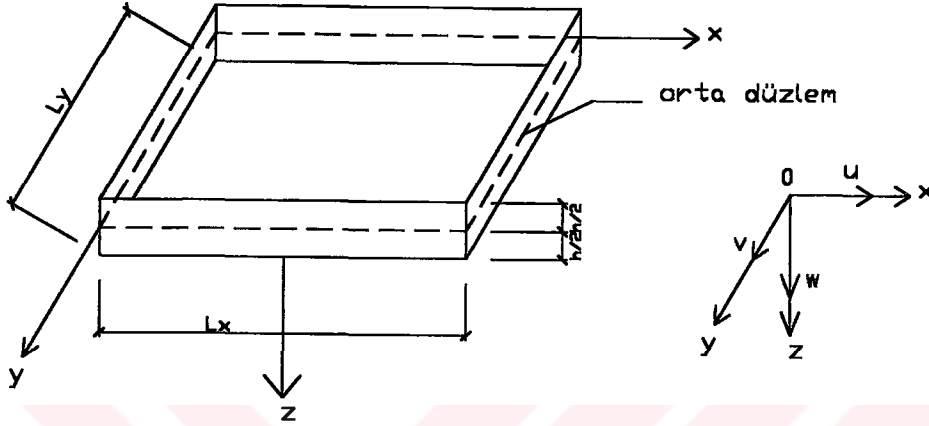
$$\sigma = \{M\} = [D]\{\epsilon\} \quad (2.57)$$

Ŗekil deėiŖtirmeler ise yer deėiŖtirmeler ile Ŗekil deėiŖtirmeler arasındaki bağıntı yardımı ile bulunur. Bu ifadeler elastisite bağıntıları kısmında belirtilmiŖtir.

3.İNCE PLAĞIN SONLU ELEMANLAR METODU İLE EĞİLME HESABI

3.1 Plak Hesabında Yapılan Kabuller

Kalınlığı, eni ve boyu yanında çok ihmal edilebilecek küçüklükteki plaklara ince plak denir. Buna göre yapılan kabuller şöyledir.(Berktaş, 1992)



Şekil 3.1 Plak, koordinat eksenleri ve deplasmanlar

3.1.1 Plağın geometrisi yönünden yapılan kabuller

1. Plağın kalınlığı diğer boyutları yanında çok küçüktür.
2. Plak kalınlığı yanında elastik deformasyonlar çok küçüktür. Bu sayede denge denklemleri ve deformasyon-deplasman bağlantılarında ikinci mertebe terimler kullanılmaz.
3. Plak kalınlığının orta noktalarının geometrik yeri bir düzlemdir. Bu düzleme orta düzlem adı verilir.
4. Yükler orta düzleme diktir.

3.1.2 Plağın malzemesi yönünden yapılan kabuller

Malzeme homojen (her noktada aynı fiziksel özelliklere sahip), izotrop (her doğrultuda aynı davranışı gösteren), belirli sınırlar içerisinde Hooke kanununa uyan lineer elastik bir malzemedir.

3.1.3 Plâğın hesapları basitleştirmesi yönünden yapılan kabuller

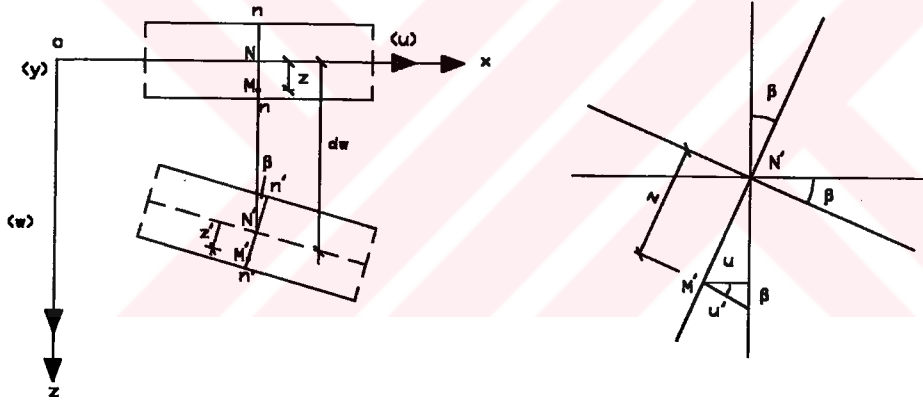
Plak hesabında Kirchhoff-Love hipotezi geçerlidir. Buna göre de plak ortalama yüzeyine dik doğrultudaki normal gerilmeler ihmal edilebilecek kadar küçüktür. Ayrıca deformasyonlardan önce orta düzlemin herhangi bir noktasına dik olan bir doğru, deformasyonlardan sonra da plak orta düzlemine dik ve doğru olarak kalır. Bu kabul çubuk sistemlerdeki Bernoulli-Navier hipotezine karşılık gelmektedir.

Plâğın orta düzlemine dik doğrultuda gelen σ_z normal gerilmeleri yok kabul edilebilecek kadar küçüktür. Bu kabule göre ε_z değeri de sıfır alınabilir.

Plâğın orta düzleminde deformasyon olmadığı kabul edilir. Buradaki birim boy ve açı değişimi sıfırdır.

3.2 Plak Teorisi

3.2.1 Plak elemanının deplasman ve deformasyonları arasındaki bağıntı



Şekil 3.2 Deformasyonlardan önce ve sonra plak elemanı

Şekil 3.2’de bir plak deformasyonlardan önce ve sonra kesilmiştir. Yaptığımız kabullere göre plak kalınlığı sabit kalmıştır.

Burada plâğın x doğrultusundaki eğimi;

$$\tan \beta = \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3.1)$$

$$\tan \beta = \frac{u'}{z} \quad (3.2)$$

$$u' = z' \cdot \tan \beta \quad (3.3)$$

$$u = u' \cdot \cos \beta \quad (3.4)$$

β açısı çok küçük olduğu için $\cos\beta \cong 1$ alınabilir. Bu durumda;

$$u = u' \quad (3.5)$$

olur.

Plağın z doğrultusunda deformasyon yapmadığı kabul edilmişti. Buna göre;

$$z = z' \quad (3.6)$$

olur. Sonuç olarak 3.1, 3.5, 3.6 ifadeleri 1.3 denkleminde yerine koyulursa;

$$u = -z \frac{\partial w}{\partial x} \quad (3.7)$$

ifadesi elde edilir. Benzer şekilde v ifadesi de (3.8)'deki gibi bulunur:

$$v = -z \frac{\partial w}{\partial y} \quad (3.8)$$

Elastisite teorisine göre deformasyonlar;

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.9)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} \quad (3.10)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.11)$$

Buradan,

$$\varepsilon_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot z \quad (3.12)$$

$$\varepsilon_y = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \cdot z \quad (3.13)$$

$$\gamma_{xy} = -2z \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (3.14)$$

bulunur.

3.2.2 Gerilmelerle deformasyon bileşenleri arasındaki bağıntılar

Başlangıçta σ_z ve ε_z ifadeleri sıfır olarak kabul edilmişti. Elastisite teorisine göre deformasyonlarla gerilmeler arasındaki bağıntılar,

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E}(\sigma_x - \nu\sigma_y) \quad (3.15)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu\sigma_x) \quad (3.16)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{1}{G}\tau_{xy} \quad (3.17)$$

şekildedir. Burada G ifadesi (3.18)'deki gibidir.

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (3.18)$$

3.15 , 3.16 ve 3.17 ifadelerinde gerilmeler yalnız bırakılıp matris formunda yazılırsa,

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Plakta kesit yüksekliğince gerilmeler lineer olarak değişmektedir. Buna göre gerilme ifadeleri;

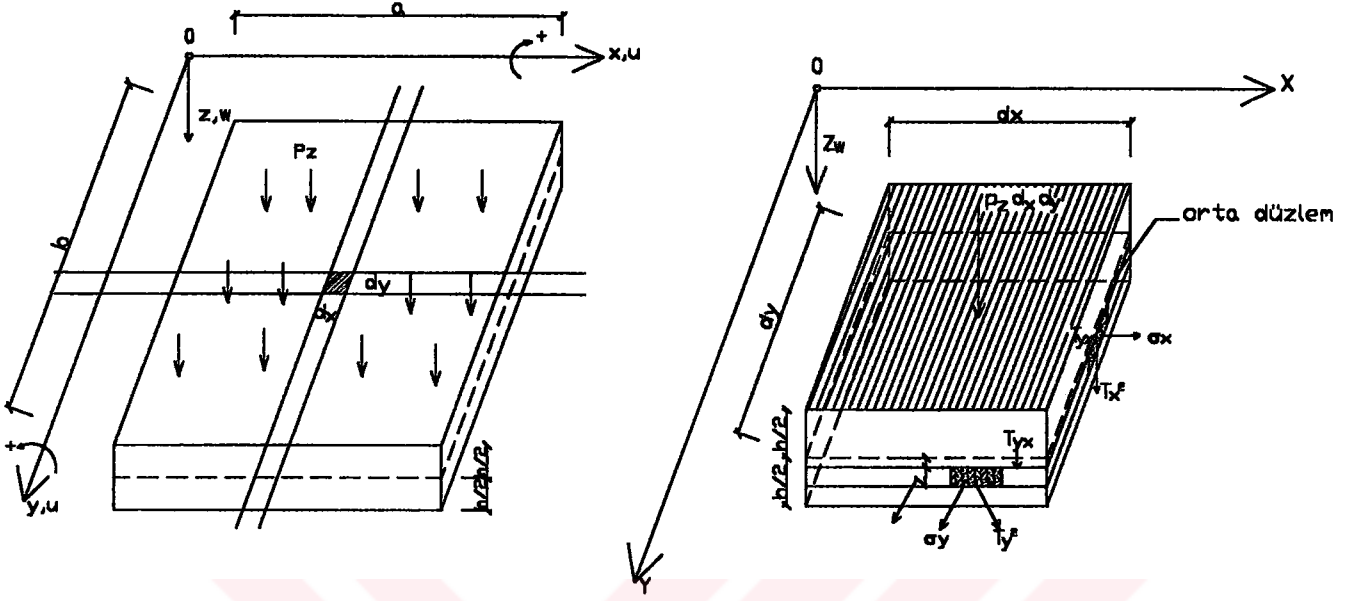
$$\sigma_x = a.z \quad (3.20)$$

$$\sigma_y = b.z \quad (3.21)$$

$$\tau_{xy} = c.z \quad (3.22)$$

şeklinde ifade edilebilir.

3.2.3 Plak moment ifadelerinin bulunması



Şekil 3.3 Plak elemandaki gerilmeler (Szilard, 1974)

Sonsuz küçük boyda bir plak elemanda gerilmelerden meydana gelen momentler;

$$M_x \cdot dy = \int \sigma_x \cdot dF \cdot z \quad (3.23)$$

eşitliğinde gösterildiği gibidir. Bu ifade (3.20) denklemindeki σ değeri yerine koyulup plak kalınlığı boyunca integre edilirse;

$$M_x = a \cdot h^3 / 12 \quad (3.24)$$

ifadesi elde edilir. Buradaki $h^3/12$ ifadesi birim genişlikteki bir plak için atalet momentidir. Buna göre,

$$M_x = a \cdot I \quad (3.25)$$

şeklinde yazılabilir. Aynı yol izlenerek M_y, M_{xy} şu şekilde bulunur.

$$M_x = b \cdot I \quad (3.26)$$

$$M_{xy} = c.I \quad (3.27)$$

Moment ifadeleri açık bir şekilde yazılırsa, deplasmanlar cinsinden;

$$M_x = -\frac{EI}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) \quad (3.28)$$

$$M_y = -\frac{EI}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \quad (3.29)$$

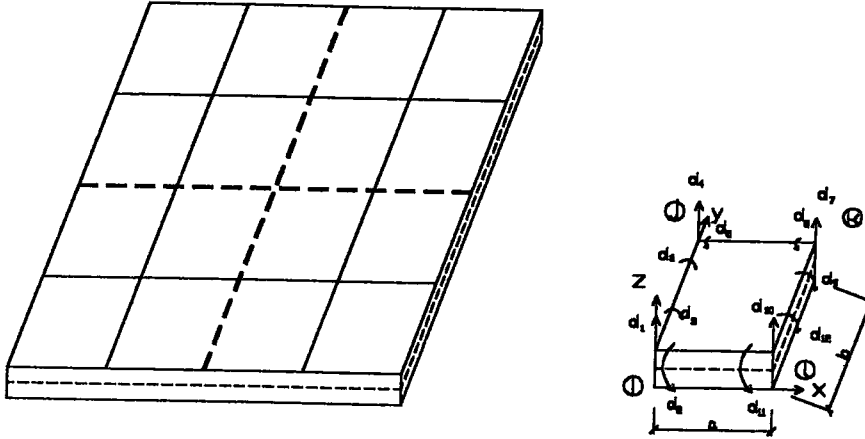
$$M_{xy} = -\frac{EI}{1+\nu} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \quad (3.30)$$

şeklinde bulunur.

3.3 Plâgın Sonlu Elemanlar Metodu ile Çözüm Aşamaları

3.3.1 Deplasman matrisinin belirlenmesi

Plak elemanlarında düşey yönde yer değiştirme ve iki yönde dönme olmak üzere 3 adet deplasman parametresi alınır. Buna göre bir elemanın 4 köşesinde 3 deplasman parametresi olmak üzere toplam 12 adet deplasman parametresi yer alır. Bu da 12 elemanlı bir deplasman matrisi oluşturur. (Şekil 3.4)



Şekil 3.4 Plak sistemi

$$\{d\}^T = [w_1, \theta_{x1}, \theta_{y1}, w_2, \theta_{x2}, \theta_{y2}, w_3, \theta_{x3}, \theta_{y3}, w_4, \theta_{x4}, \theta_{y4}] \quad (3.31)$$

Deplasman parametrelerini deplasman fonksiyonları cinsinden yazabiliriz:

$$\{d_i\} = \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w_i \\ \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_i \\ -\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_i \end{Bmatrix} \quad (3.32)$$

3.3.2 Deplasman fonksiyonunun seçilmesi

On iki bilinmeyen için rijit cisim hareketi ve sabit deformasyonu sağlayacak şekilde bir deplasman fonksiyonu seçilir. Bu işlem pascal üçgeninin yardımı ile yapılabilir.(Köksal, 1995)

$$w = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 y^2 + a_7 x^3 + a_8 x^2 y + a_9 xy^2 + a_{10} y^3 + a_{11} x^3 y + a_{12} xy^3 \quad (3.33)$$

3.3.3 [A] Bağ matrisinin bulunması

Deplasmanlarla polinom sabitleri arasındaki bağıntı (3.34) ifadesindeki gibidir.

$$\{d\} = [A]\{a\} \quad (3.34)$$

$$[B] = [A]^{-1} \quad (3.35)$$

$$\{a\} = [B]\{d\} \quad (3.36)$$

Bağ matrisi deplasman fonksiyonları yardımı ile bulunur. Plak elemanının deplasman fonksiyonları w, θ_x ve θ_y 'dir.

$$w = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 y^2 + a_7 x^3 + a_8 x^2 y + a_9 xy^2 + a_{10} y^3 + a_{11} x^3 y + a_{12} xy^3 \quad (3.37)$$

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \theta_x = a_3 + a_5 x + 2a_6 y + a_8 x^2 + 2a_9 xy + 3a_{10} y^2 + a_{11} x^3 + 3a_{12} xy^2 \quad (3.38)$$

$$-\frac{\partial w}{\partial x} = \theta_y = -a_2 - 2a_4 x - a_5 y - 3a_7 x^2 - 2a_8 xy - a_9 y^2 - 3a_{11} x^2 y - a_{12} y^3 \quad (3.39)$$

Bu ifadelere elemanın her düğüm noktası koordinatları konularak alt alta yazılmasıyla $[A]$ bağ matrisi elde edilir.

$$[A] = \begin{bmatrix} d_1(0;0) \\ d_2(0;b) \\ d_3(a;b) \\ d_4(a;0) \end{bmatrix} \quad (3.40)$$

(3.32)'deki d_i ifadeleri (3.40) da yerine koyulursa plak için $[A]$ bağ matrisi bulunur. $[A]$ bağ matrisi Çizelge 3.1 de gösterilmiştir. Sonuç olarak (3.34) denklemi yardımıyla polinom sabitleri deplasmanlar cinsinden yazılabilir. Bu ifadede ki $[B]$ matrisi Çizelge 3.2 de gösterilmiştir.

3.3.4 Şekil fonksiyonlarının hesabı

Plakın deplasman matrisi (3.41) ifadesi ile belirtilmiştir.

$$w(x, y) = [\phi(x, y)]\{a\} = [N]\{d\} \quad (3.41)$$

(3.36) denklemi (3.41) ifadesinde yerine koyulursa (3.42) ifadesi elde edilir.

$$w = [\phi(x, y)][B]\{d\} \quad (3.42)$$

$$[\phi(x, y)] = \{1, x, y, x^2, xy, y^2, x^3, x^2y, xy^2, y^3, x^3y, xy^3\} \quad (3.43)$$

Buna göre $[N]$ şekil fonksiyonu matrisi (3.44)' deki gibi hesaplanır.

$$[N] = [\phi(x, y)][B] \quad (3.44)$$

Yani daha önceden bulunan $[A]$ bağ matrisinin tersi ile (3.42)'deki ifadenin çarpımları şekil fonksiyonunu verir. İşlemlerde kolaylık sağlamak amacıyla şekil fonksiyonu ifadesindeki $\frac{x}{a}$

ifadesi yerine ξ , $\frac{y}{b}$ ifadesi yerine η ifadeleri koyularak matris boyutsuz hale getirilmiş olur.

Bunlara göre plak için bulunan $[N]$ şekil fonksiyonu matrisi Çizelge 3.3 de belirtilmiştir.

Çizelge 3.1 [A] Bağ matrisi

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
w_1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
θ_{x1}	2	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
θ_{y1}	3	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
w_2	4	1	0	b	0	0	b^2	0	0	0	b^3	0	0
θ_{x2}	5	0	0	1	0	0	$2b$	0	0	0	$3b^2$	0	0
θ_{y2}	6	0	-1	0	0	-b	0	0	0	$-b^2$	0	0	$-b^3$
w_3	7	1	a	b	a^2	ab	b^2	a^3	a^2b	ab^2	b^3	a^3b	ab^3
θ_{x3}	8	0	0	1	0	a	$2b$	0	a^2	$2ab$	$3b^2$	a^3	$3ab^2$
θ_{y3}	9	0	-1	0	$-a^2$	-b	0	$-3a^2$	$-2ab$	$-b^2$	0	$-3a^2b$	$-3b^3$
w_4	10	1	a	0	a^2	0	0	a^3	0	0	0	0	0
θ_{x4}	11	0	0	1	0	a	0	0	a^2	0	0	a^3	0
θ_{y4}	12	0	-1	0	$-2a$	0	0	$-3a^2$	0	0	0	0	0

Çizelge 3.2 [B] Matrisi

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$-3/a^2$	0	$2/a$	0	0	0	0	0	0	$3/a^2$	0	a^{-1}	0
$-1/ab$	$-a^{-1}$	b^{-1}	$1/ab$	0	$-b^{-1}$	$-1/ab$	0	0	$1/ab$	a^{-1}	0	0
$-3/b^2$	$-2/b$	0	$3/b^2$	$-b^{-1}$	0	0	0	0	0	0	0	0
$2/a^3$	0	$-a^{-2}$	0	0	0	0	0	0	$-2/a^3$	0	$-a^{-2}$	0
$3/a^2b$	0	$-2/ab$	$-3/a^2b$	0	$2/ab$	$3/a^2b$	0	$1/ab$	$-3/a^2b$	0	$-1/ab$	0
$3/ab^2$	$2/ab$	0	$-3/ab^2$	$1/ab$	0	$3/ab^2$	$-1/ab$	0	$-3/ab^2$	$-2/ab$	0	0
$2/b^3$	b^{-2}	0	$-2/b^3$	b^{-2}	0	0	0	0	0	0	0	0
$-2/a^3b$	0	$1/a^2b$	$2/a^3b$	0	$-1/a^2b$	$-2/a^3b$	0	$-1/a^2b$	$2/a^3b$	0	$1/a^2b$	0
$-2/ab^3$	$-1/ab^2$	0	$2/ab^3$	$-1/ab^2$	0	$-2/ab^3$	$1/ab^2$	0	$2/ab^3$	$1/ab^2$	0	0

Çizelge 3.3 [N] Şekil fonksiyonu matrisi

Boyutsuz çalışmak için $\frac{x}{a} = \xi$; $\frac{y}{b} = \eta$ diyelim.

(1) Düğüm Noktasında $\xi = 0$; $\eta = 0$ da:

$$N_1 = 1 - \xi\eta - (3 - 2\xi)\xi^2(1 - \eta) - (1 - \xi)(3 - 2\eta)\eta^2$$

$$N_2 = (1 - \xi)\eta(1 - \eta)^2 b$$

$$N_3 = -\xi(1 - \xi)^2(1 - \eta)a$$

(2) Düğüm Noktasında $\xi = 0$; $\eta = 1$ de:

$$N_4 = (1 - \xi)(3 - 2\eta)\eta^2 + \xi(1 - \xi)(1 - 2\xi)\eta$$

$$N_5 = -(1 - \xi)(1 - \eta)\eta^2 b$$

$$N_6 = -\xi(1 - \xi)^2 \eta a$$

(3) Düğüm Noktasında $\xi = 1$; $\eta = 1$ de:

$$N_7 = (3 - 2\xi)\xi^2 \eta - \xi\eta(1 - \eta)(1 - 2\eta)$$

$$N_8 = -\xi(1 - \eta)\eta^2 b$$

$$N_9 = (1 - \xi)\xi^2 \eta a$$

(4) Düğüm Noktasında $\xi = 1$; $\eta = 0$ da:

$$N_{10} = (3 - 2\xi)\xi^2(1 - \eta) + \xi\eta(1 - \eta)(1 - 2\eta)$$

$$N_{11} = \xi\eta(1 - \eta)^2 b$$

$$N_{12} = (1 - \xi)\xi^2(1 - \eta)a$$

$$w = [N]\{d\} = N_1 d_1 + N_2 d_2 + N_3 d_3 + \dots + N_{12} d_{12}$$

3.3.5 Rijitlik matrisinin bulunması

Rijitlik matrisi daha önce (3.45) ifadesindeki gibi bulunmuştu.

$$[k_e] = \int_V [\Delta N]^T [D] [\Delta N] dV \quad (3.45)$$

Bölüm 2’de gösterildiği gibi malzemesi homojen ve izotrop bir plak için elastisite bağıntısı $[D]$ matrisi, aşağıda (3.46) ifadesinde gösterildiği gibidir.

$$[D] = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.46)$$

Şekil değiştirmeler ile yer değiştirmeler arasındaki genel bağıntı;

$$\{\varepsilon\} = [\Delta][N]\{d\} = [\Delta N]\{d\} \quad (3.47)$$

şeklinde belirtilmişti. Plak için şekil değiştirmeler ile yer değiştirmeler arasında ki bağıntı (3.48) denkleminde gösterildiği gibidir:

$$\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \cdot \{w\} \quad (3.48)$$

$$w(x, y) = [\phi(x, y)][B]\{d\} \quad (3.49)$$

(3.49) ifadesi (3.48)’ de yerine konursa;

$$\{\epsilon\} = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} [\phi(x,y)] [B] \{d\} \quad (3.50)$$

ifadesi elde edilir. Şekil fonksiyonu ifadesi;

$$[N] = [\phi(x,y)] [B] \quad (3.51)$$

şeklinde idi. Buna göre ΔN ifadesi

$$[\Delta N] = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} [\phi(x,y)] [B] = [F] [B] \quad (3.52)$$

şeklinde dir. İşlem kolaylığı bakımından ilk kısımdaki türev ifadesi ile $[\phi(x,y)]$ 'nin çarpımına $[F]$ matrisi denir. $[F]$ matrisine aynı zaman türev matrisi de denilmektedir.

$$F = \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} [\phi(x,y)] \quad (3.53)$$

Plak için olan $[F]$ türev matrisi Çizelge 3.4 de gösterilmiştir.

Çizelge 3.4 F Matrisi

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
F=	0	0	0	-2	0	0	-6x	-2y	0	0	-6xy	0
	0	0	0	0	0	-2	0	0	-2x	-6y	0	-6xy
	0	0	0	0	-2	0	0	-4x	-4y	0	-6x ²	-6y ²

(3.45) ifadesine (3.52) ifadesindeki $[\Delta N]$ ifadesi yerine koyulursa;

$$k_e = \iint [F][B]^T [D][F][B] dx dy \quad (3.54)$$

$$k_e = \iint [B]^T [F]^T [D][F][B] dx dy \quad (3.55)$$

(3.55) ifadesindeki eleman rijitlik matrisi elde edilir. Ayrıca işlem kolaylığı açısından (3.55) ifadesindeki değişkenleri içeren ifadeler ayrı olarak hesaplanabilir. Bu şekilde;

$$[H] = \iint [F]^T [D][F] dx dy \quad (3.56)$$

matrisi elde edilir. $[H]$ matrisine integral matrisi denir. Buna göre rijitlik matrisi ifadesi,

$$[k_e] = [B]^T [H][B] \quad (3.57)$$

şeklini alır. (Çizelge 3.5)

3.3.6 Eleman zemin etki matrisi

Bu matrise aynı zamanda elastik yataklanma matrisi de denir ve (3.58) ifadesi ile bulunur (Çizelge 3.6).

$$[S_e] = c \iint [N(w)]^T [N(w)] dF \quad (3.58)$$

Çizelge 3.5 Eleman Rijitlik Matrisi

$$\alpha = \frac{a}{b} \quad \beta = \frac{b}{a}$$

SİMETRİK

[illegible]

Çizelge 3.6 Eleman zemin etki matrisi

$1727ab^2/12600$	$461ab^2/25200$	$-461a^2b/25200$	$613ab/12600$	$-137ab^2/12600$	$-199a^2b/25200$	$197ab/12600$	$-29ab^2/6300$	$29a^2b/6300$	$613ab/12600$	$199ab^2/25200$	$137a^2b/12600$
$461a^2b^2/25200$	$ab^3/315$	$-a^2b^2/400$	$137ab^2/12600$	$-ab^3/420$	$-a^2b^2/600$	$29ab^2/6300$	$-ab^3/840$	$a^2b^2/900$	$199ab^2/25200$	$ab^3/630$	$a^2b^2/600$
$-461a^2b/25200$	$-a^2b^2/400$	$a^3b/315$	$-199a^2b/25200$	$a^2b^2/600$	$a^3b/630$	$-29a^2b/6300$	$a^2b^2/900$	$-a^3b/840$	$-137a^2b/12600$	$-a^2b^2/600$	$-a^3b/420$
$613ab/12600$	$137ab^2/12600$	$-199a^2b/25200$	$1727ab/12600$	$-461ab^2/25200$	$-461a^2b/25200$	$613ab/12600$	$-199ab^2/6300$	$137a^2b/12600$	$197ab/12600$	$29ab^2/6300$	$29a^2b/6300$
$-137ab^2/12600$	$-ab^3/420$	$a^2b^2/600$	$-461ab^2/25200$	$ab^3/315$	$a^2b^2/400$	$-199ab^2/6300$	$ab^3/630$	$-a^2b^2/600$	$-29ab^2/6300$	$-ab^3/840$	$-a^2b^2/900$
$-199a^2b/25200$	$-a^2b^2/600$	$a^3b/630$	$-461a^2b/25200$	$a^2b^2/400$	$a^3b/315$	$-137a^2b/12600$	$a^2b^2/600$	$-a^3b/420$	$-29a^2b/6300$	$-a^2b^2/900$	$-a^3b/840$
$197ab/12600$	$29ab^2/6300$	$-29a^2b/6300$	$613ab/12600$	$-199ab^2/25200$	$-137a^2b/12600$	$1727ab/12600$	$-461ab^2/25200$	$461a^2b/25200$	$613ab/12600$	$137ab^2/12600$	$199a^2b/25200$
$-29ab^2/6300$	$-ab^3/840$	$a^2b^2/900$	$-199ab^2/25200$	$ab^3/630$	$a^2b^2/600$	$-461ab^2/25200$	$ab^3/315$	$-a^2b^2/400$	$-137ab^2/12600$	$-ab^3/420$	$-a^2b^2/600$
$29a^2b/6300$	$a^2b^2/900$	$-a^3b/840$	$137a^2b/12600$	$-a^2b^2/600$	$-a^3b/420$	$461a^2b/25200$	$-a^2b^2/400$	$a^3b/315$	$199a^2b/25200$	$a^2b^2/600$	$a^3b/630$
$613ab/12600$	$199ab^2/25200$	$-137a^2b/12600$	$197ab/12600$	$-29ab^2/6300$	$-29a^2b/6300$	$613ab/12600$	$-137ab^2/12600$	$199a^2b/25200$	$1727ab/12600$	$461ab^2/25200$	$461a^2b/25200$
$199ab^2/25200$	$ab^3/630$	$-a^2b^2/600$	$29ab^2/6300$	$-ab^3/840$	$-a^2b^2/900$	$137ab^2/12600$	$-ab^3/420$	$a^2b^2/600$	$461ab^2/25200$	$ab^3/315$	$a^2b^2/400$
$137a^2b/12600$	$a^2b^2/600$	$-a^3b/420$	$29a^2b/6300$	$-a^2b^2/900$	$-a^3b/630$	$199a^2b/25200$	$-a^2b^2/600$	$a^3b/315$	$461a^2b/25200$	$a^2b^2/400$	$a^3b/315$

Buradaki c elastik yataklanma katsayısıdır. Ayrıca $[N]$ Şekil fonksiyonları (3.44) ifadesi ile bulunur.

3.3.7 Eleman yük matrisinin bulunması

Eleman yük matrisi plâğa yüklenen yükün çeşidine bağlı olarak şu ifadeler yardımı ile bulunabilir.

A) “P” tekil yükünün yüklenmesi durumunda;

$$\{q_e\}_p = P \quad (3.59)$$

B) “q” çizgisel yükünün yüklenmesi durumunda;

$$\{q_e\}_q = \int_S [N]^T \{q\} dS \quad (3.60)$$

C) “p” yüzeysel yükünün yüklenmesi durumunda;

$$\{q_e\}_p = \int_F [N]^T \{p\} dF \quad (3.61)$$

Bu yüklerin beraber yüklenmesi durumunda ise yükler plakta yaptığımız kabuller sayesinde süperpoze edilebilir.

$$\{q_e\} = P + \{q_e\}_q + \{q_e\}_p \quad (3.62)$$

3.3.8 Sistem matrislerine geçiş

Eleman rijitlik matrisi ve eleman yük matrisi çevirme matrisleri veya biriktirme metodu yardımı ile bulunur. Yalnız çevirme matrisleri yardımı ile bulunması bilgisayar yardımı ile çözüme daha yatkındır. Bu sayede hata yapma ihtimali de düşmektedir.

Eğer bütünüyle elastik zemine oturmuş bir plak çözülüyorsa, $[k_e]$ ile $[s_e]$ matrisleri toplanarak tek bir $[k]$ matrisi elde edilir. Bu sayede ikisi için de ayrı işlem yapmak zorunda kalınmaz.

Çevirme matrisleri ile eleman rijitlik matrisinin sistem rijitlik matrisine dönüştürülmesi (3.63), bağıntısında eleman yük matrisinin sistem yük matrisine dönüştürülmesi ise (3.64) bağıntısında gösterilmiştir:

$$[K] = \sum_{i=1}^n [C_{ei}]^T [k_e] [C_{ei}] \quad (3.63)$$

$$[Q] = \sum_{i=1}^n [C_{ei}]^T [q_e] \quad (3.64)$$

3.3.9 Deplasmanların bulunması

Rijitlik matrisi , deplasmanlar ve yük arasındaki bağıntı (3.65)'daki gibidir:

$$[K][D] = [Q] \quad (3.65)$$

Buna göre $[D]$ matrisi (3.66) ifadesindeki gibi olur:

$$[D] = [K]^{-1} [Q] \quad (3.66)$$

3.3.10 Kesit tesirlerinin hesabı

Kesit tesirleri ile şekil değiştirmeler arasındaki bağıntı (3.67)'deki gibidir.

$$\sigma = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = [D] \{ \epsilon \} \quad (3.67)$$

Plak için olan $[D]$ ve $\{ \epsilon \}$ değerleri yerine yazılırsa (3.68) denklemindeki hali alır:

$$\sigma = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (3.68)$$

(3.68) ifadesi yardımı ile de ince plağın sahip olduğu M_x, M_y, M_{xy} kesit tesiri değerleri bulunur.

$w = [N][d]$ olarak belirtilmişti. Buna göre σ ifadesi :

$$\sigma = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -N_{1,xx} & -N_{2,xx} & \cdot & \cdot & -N_{12,xx} \\ -N_{1,yy} & -N_{2,yy} & \cdot & \cdot & -N_{12,yy} \\ -N_{1,xy} & -N_{2,xy} & \cdot & \cdot & -N_{12,xy} \end{bmatrix} \quad (3.69)$$

olur. Şekil fonksiyonlarının x 'e, y 'e ve xy 'ye göre ikinci türevlerinden oluşan matrise $[\Delta N]$ matrisi denir (Çizelge 3.7). $[N]$ ifadelerinin ikinci türevinin alınmasında Jacobi Transformasyonundan yararlanılır. (Köksal, 1995)

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} &= \frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (3.70)$$

Çizelge 3.7 $[\Delta N]^T$ matrisi

$(1-2\xi)(1-\eta)\frac{6}{a^2}$	$(1-\xi)(1-2\eta)\frac{6}{b^2}$	$[1-6\xi(1-\xi)-6\eta(1-\eta)]\frac{2}{ab}$
0	$(1-\xi)(2-3\eta)\frac{2}{b}$	$(1-3\eta)(1-\eta)\frac{2}{a}$
$-(2-3\xi)(1-\eta)\frac{2}{a}$	0	$-(1-3\xi)(1-\xi)\frac{2}{b}$
$(1-2\xi)\eta\frac{6}{a^2}$	$-(1-\xi)(1-2\eta)\frac{6}{b^2}$	$[-1+6\xi(1-\xi)+6\eta(1-\eta)]\frac{2}{ab}$
0	$(1-\xi)(1-3\eta)\frac{2}{b}$	$-\eta(2-3\eta)\frac{2}{a}$
$-(2-3\xi)\eta\frac{2}{a}$	0	$(1-3\xi)(1-\xi)\frac{2}{b}$
$-(1-2\xi)\eta\frac{6}{a^2}$	$-\xi(1-2\eta)\frac{6}{b^2}$	$[1-6\xi(1-\xi)-6\eta(1-\eta)]\frac{2}{ab}$
0	$\xi(1-3\eta)\frac{2}{b}$	$\eta(2-3\eta)\frac{2}{a}$
$-(1-3\xi)\eta\frac{2}{a}$	0	$-\xi(2-3\xi)\frac{2}{b}$
$-(1-2\xi)(1-\eta)\frac{6}{a^2}$	$\xi(1-2\eta)\frac{6}{b^2}$	$[-1+6\xi(1-\xi)+6\eta(1-\eta)]\frac{2}{ab}$
0	$\xi(2-3\eta)\frac{2}{b}$	$-(1-3\eta)(1-\eta)\frac{2}{a}$
$-(1-3\xi)(1-\eta)\frac{2}{a}$	0	$\xi(2-3\xi)\frac{2}{b}$

4. PLAK SİSTEMLERİN HESABINI YAPAN BİLGİSAYAR PROGRAMI

4.1 Programın Amacı

Sonlu elemanlar metodu işlem hacmi oldukça yüklü olan bir metottur. Metot bu yüzden bilgisayarla çözülmeye daha yatkındır. Bu nedenle bilgisayar teknolojisinin gelişmesi, metodun gelişmesinde önemli rol oynamıştır. Bu çalışma kapsamında yapılan program Microsoft Visual Basic 6.0 ile yazılmıştır. Yapılan bu program sonlu elemanlar metodu yardımıyla plak problemlerinde, plakta oluşan deplasman değerlerini ve M_x , M_y ve M_{xy} kesit tesiri değerlerini bulmaktadır. Ayrıca simetrik olan plak problemleri bu özelliğinden de faydalanılarak daha küçük bir plak biçiminde ele alınarak daha kısa sürede çözülebilir. Aynı zamanda program yardımıyla elastik zemine oturmuş bir plak probleminin de çözülebilmesi amaçlanmıştır.

4.2 Programın İzlediği Adımlar

Programın ilk kısmında çözülmek istenen plak ile ilgili verilerin girişi yapılmaktadır. Bu veriler plak boyutları (L_x , L_y), X ve Y yönünde toplam bölünmek istenen eleman sayısı, plağın kalınlığı, elastisite modülü, poisson oranı, üzerine yüklenen yük değerleri ve sınır şartlarıdır. Ayrıca elastik zemine oturmuş bir plak çözülmek istendiğinde c elastik yataklanma katsayısı girilir. Bu verilerin girilmesi sonrası program verilerde eksik veya hata olup olmadığını kontrol edip, eğer hata varsa bunun düzeltilmesini ister.

Verilerin girilmesinden sonra ilk aşamada eleman rijitlik ve eleman yük matrisleri bulunur. Eleman rijitlik matrisinin bulunmasında Çizelge 3.5'den faydalanılır. Program, sistem elastik zemine oturmuş olarak verilmişse eleman zemin etki matrisini de Çizelge 3.6 yardımı ile bulur ve eleman rijitlik matrisi ile bu matrisi toplar.

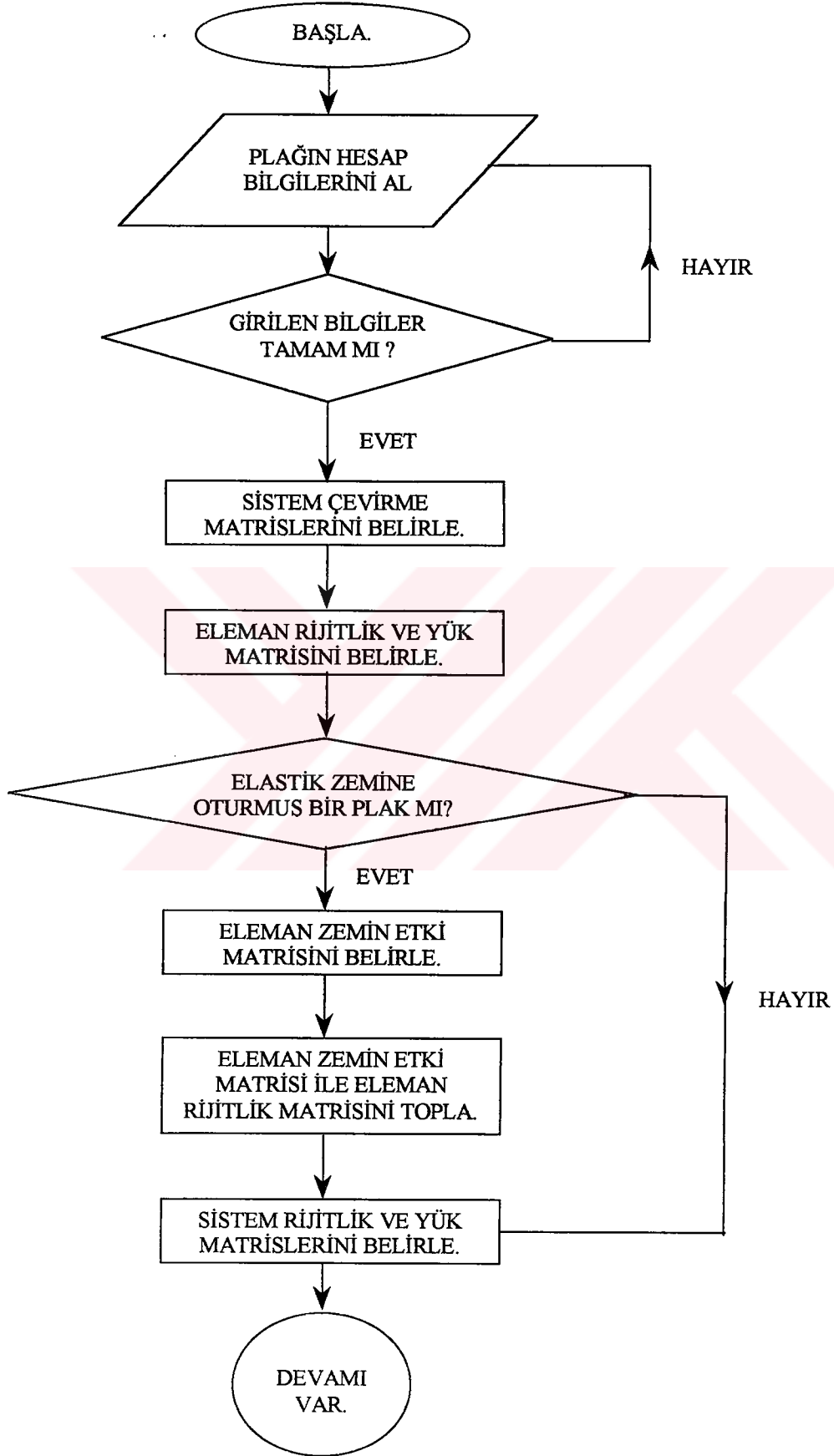
Sonraki adımda eleman bazında bulunan matrislerin sisteme çevrilmesi amacıyla plağı oluşturan her eleman için C çevirme matrisleri belirlenir. Eleman rijitlik matrisi ve eleman yük matrisi C çevirme matrisleri ile çarpılarak sistem rijitlik ve sistem yük matrisi haline gelir.

Elde edilen sistem matrisleri başlangıçta belirtilmiş olan sınır şartlarına göre yeniden belirlenir. Bu şekildeki sistem rijitlik matrisinin tersi alınır ve sistem yük matrisi ile çarpılır. Çarpma işlemi sonrası plakta oluşan deplasmanlar belirlenmiş olur. Son olarak da deplasmanlar ve deformasyonlar arasındaki bağıntılar yardımı ile plağın kesit tesir değerleri (M_x , M_y , M_{xy}) bulunur.

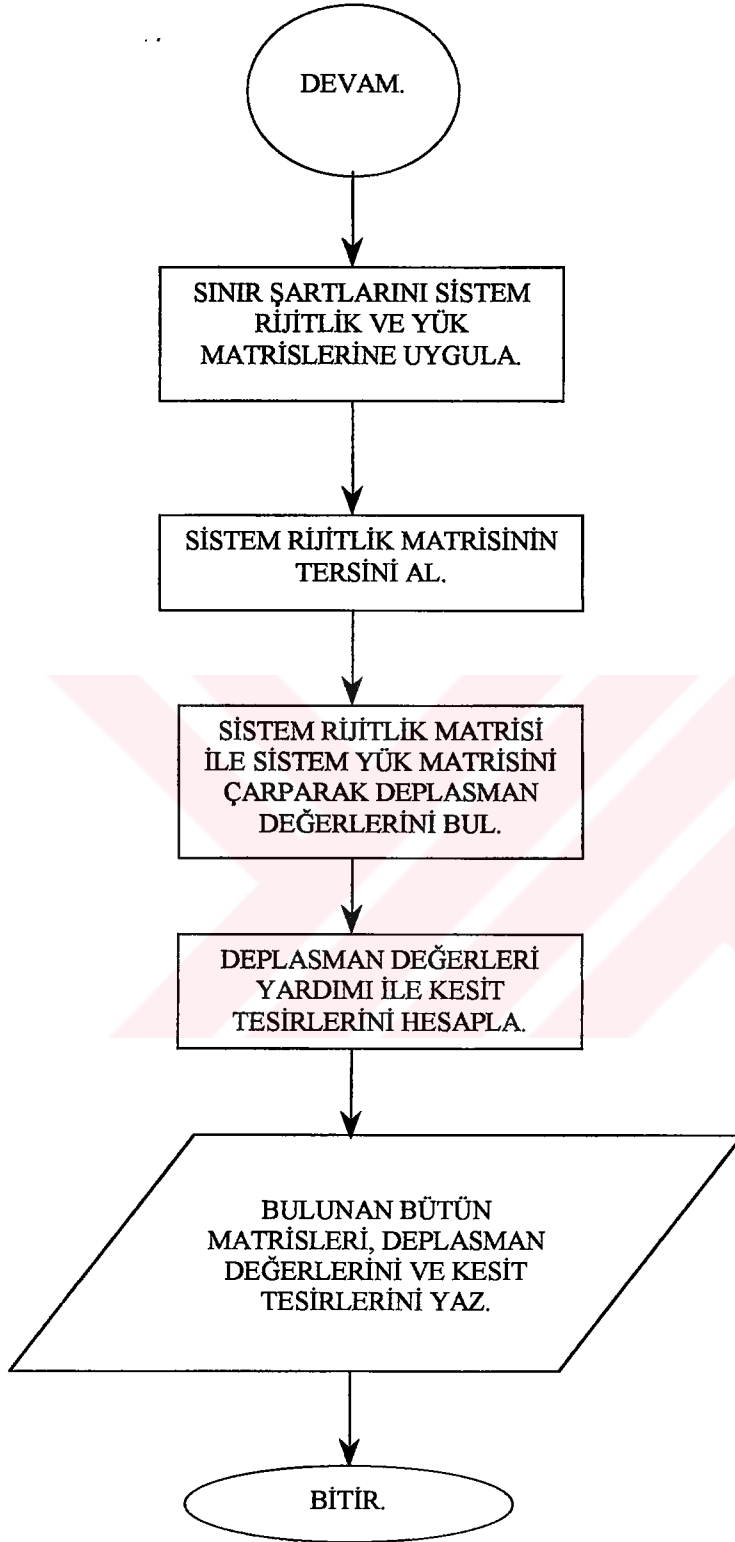
Hesap işlemlerinin sonrasında hesap aşamasında elde edilen eleman yük, rijitlik ve zemin etki matrisleri, sistem rijitlik ve yük matrisleri, deplasman değerleri ve kesit tesirlerinin öğrenilebileceği, programın son bir kısmı vardır. Hesap aşamaları ayrıca Çizelge 4.1 ve Çizelge 4.2 deki programın akış diyagramından da incelenebilir.



Çizelge 4.1 Programın akış diyagramı (1.kısım)



Çizelge 4.2 Programın akış diyagramı (2.kısım)



4.3 Programın Kullanımı

Plak sistemlerinin eğilme hesabının yapılması için tasarlanmış olan bu program üç bölümden oluşmaktadır. Bu bölümler aşağıda sırasıyla incelenmiştir.

4.3.1 Verilerin girilmesi

PLAK VERİLERİNİN GİRİLMESİ

Lx (m): 2 X yönündeki eleman sayısı: 4 ELEMAN

Ly (m): 2 Y yönündeki eleman sayısı: 4 ELEMAN

X yönündeki bir elemanın uzunluğu (a): 0.5

Y yönündeki bir elemanın uzunluğu (b): 0.5

Poisson Oranı: 0.15 Plak Kalınlığı (m): 0.15

Elastisite Modülü: 210000000 Yüzeysel Yük (kN/m²): 15

☒ Elastik Zemine Oturmuş Plak Elastik Yataklanma Katsayısı: 300000

ÖRNEK DEĞERLER TAMAM

PLAK ELEMANLARI

SİSTEM

ELEMAN

Şekil 4.1 Plak verilerinin girilmesi

Programda plakla ilgili veriler üç aşamada girilmektedir. İlk aşamada plağın L_x , L_y değerleri ve plağın X ve Y yönünde bölünmesi istenen sonlu eleman sayısı girilir. Program ile hesaplanabilecek maksimum sonlu eleman sistemi 5x5'dir. İki yönde de simetrik bir plak alındığında program 20x20'lik bir plak problemini çözebilir. Program girilen bu verilere göre bir sonlu elemanın boyutlarını belirler. Ayrıca plağın kalınlığı, elastisite modülü, poisson oranı ve üzerine yüklenen yüzeysel yük değerleri de bu kısımda girilmektedir. Plağın elastik zemine oturtulduğunun belirtilmesi durumunda zeminin elastik yataklanma kat sayısı da sorulur. Eğer istenirse "örnek değerler" tuşuna basılarak Bölüm 5'deki ilk sayısal örneğin verileri otomatik olarak programa girilmiş olur. Değerleri girdikten sonra "tamam" tuşu ile ikinci veri giriş bölümüne başlanır.

PLAK YÜK VERİLERİNİN GİRİLMESİ

21	22	23	24	25
16	17	18	19	20
11	12	13	14	15
6	7	8	9	10
1	2	3	4	5

YÜZEYSEL YÜK (kN/m2)

YÜK CİNSİ: YÜKÜN DEĞERİ (kN/m2):

BULUNDUĞU NO:

Şekil 4.2 Plak üzerine yüklerin yüklenmesi

İkinci veri girme aşaması, plağın üzerindeki yüklerin belirtildiği kısımdır. Burada eğer ilk aşamada yüzeysel yük değeri girilmişse tekrar girilmesine gerek kalmaz. Bu kısım daha çok plağın üzerine tekil veya çizgisel yük değerlerinin girilmesi için yapılmıştır. Bu değerler verildikten sonra “ekle” tuşu ile veriler kaydedilir. Eğer yanlış bir yük değeri girilirse “değerleri sıfırla” tuşu ile girilmiş olan çizgisel ve tekil yük değerleri sıfırlanır. Doğru bir şekilde yük değerleri girildikten sonra “tamam” tuşu ile son veri girme aşamasına geçilir.

SINIR ŞARTLARIN GİRİLMESİ

☐ Ankastre Mesnet
☒ Sabit Mesnet
☐ Serbest Uç

☐ Ankastre Mesnet
☒ Sabit Mesnet
☐ Serbest Uç

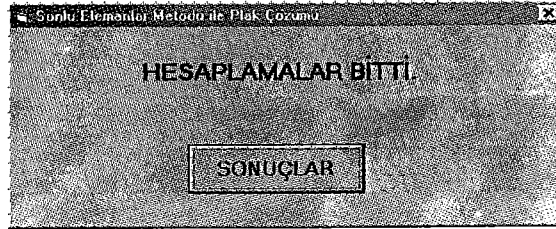
☐ Ankastre Mesnet
☒ Sabit Mesnet
☐ Serbest Uç

☐ Ankastre Mesnet
☒ Sabit Mesnet
☐ Serbest Uç

Şekil 4.3 Sınır şartları tanımlaması

Bu aşamada plağın dört ayrı köşesi için sınır şartları belirtilir. Karşılıklı kenarlara simetri özelliğinin verilmesi engellenir. Sınır şartları da belirtildikten sonra “ tamam” tuşu ile verilerin girişi tamamlanmış olur.

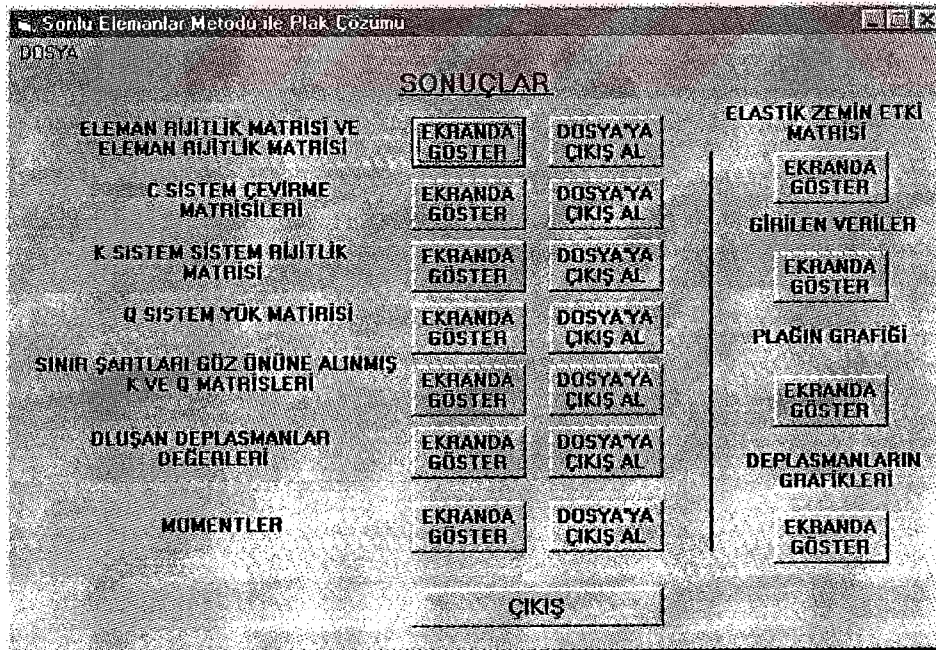
4.3.2 Hesaplama aşaması



Şekil 4.4 Hesaplama aşaması

Bu aşamada ekranda “lütfen bekleyiniz” yazısı kaldığı sürece plakla ilgili gerekli hesaplamalar yapılmaktadır. Hesaplamalar bittikten sonra “sonuçlar” tuşuna basılarak hesap sonuçlarının incelendiği son bölüme geçilir.

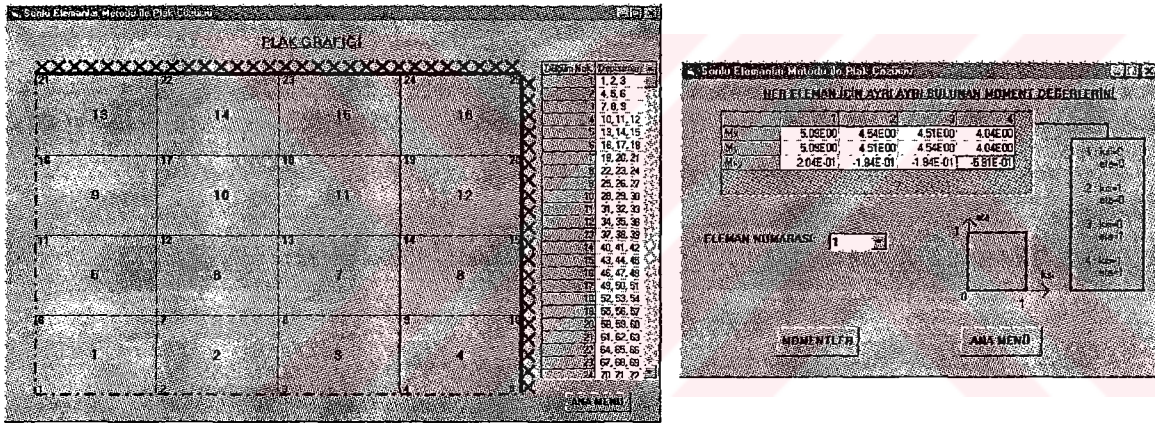
4.3.3 Sonuçların incelenmesi



Şekil 4.5 Sonuçlar kısmı

Bu kısımda hesap aşamasında belirlenmiş bütün matrisler ekranda gösterilebilir. Bu matrisler;

- Eleman rijitlik matrisi
- Eleman yük matrisi
- C çevirme matrisleri
- K sistem rijitlik matrisi
- Q sistem yük matrisi
- Sınır şartları göz öne alınmış rijitik matrisi ve yük matrisi
- Sınır şartları göz öne alınmış rijitik matrisinin tersi
- Deplasman matrisi
- M_x , M_y , M_{xy} momentlerinin oluşturduğu matris olarak sayılabilir.



Şekil 4.6 Sonuçların incelenmesi

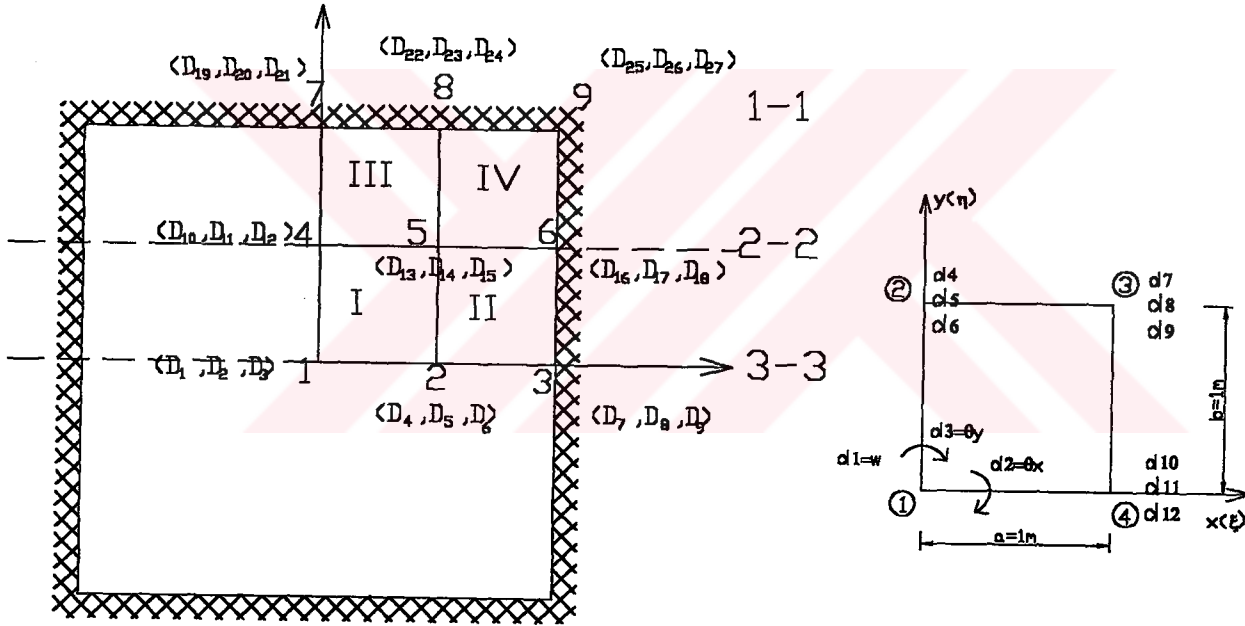
Ayrıca çıkan sonuçların başka bir yerde kullanılabilmesi veya yazdırılabilmesi için bu değerler “dosya’ya çıkış al” tuşu ile MS Excel “CSV” dosyası olarak istenilen yere kaydedilebilir. Hesap öncesi girilmiş olan veriler ve plak da bu bölümde incelenebilir.

Yukarıdaki dosya menüsü yardımı ile yeni plak değerlerini girmek için program yeniden başlatılabilir veya programdan çıkılabilir.

5. BİLGİSAYAR PROGRAMI YARDIMI İLE SAYISAL ÖRNEKLERİN ÇÖZÜLMESİ:

Geliştirilmiş olan bilgisayar programı yardımı ile çözülen plak problemleri bu bölüm altında incelenmiştir. Öncelikle daha önce sonlu elemanlar metoduyla çözülmüş olan bir plak problemi programı kontrol amacıyla yeniden çözülmüştür. Daha sonra literatürde simetrik olarak çözülmüş olan bu sistem, bir bütün olarak ele alınıp tekrar çözülerek, programın doğruluğunun pekiştirilmek istenmesi yanında simetrik çözülmüş bir plağın bir bütün halinde çözülmesi durumunda elde edilen sonuçların karşılaştırılması yapılmıştır. Ayrıca aynı problem daha fazla sonlu elemana bölünerek eleman sayısı arttıkça bulunan sonucun değişimi ve buna bağlı olarak da işlem yükünün artış oranı gösterilmek istenmiştir.

5.1 Örnek 1



Şekil 5.1 Örnek 1

Bu örnekte kenar uzunluğu 4m olan dört kenarından ankastre kare bir plak incelenmiştir. Plak $p=15 \text{ kN/m}^2$ olan üniform bir yüke maruzdur. Plak kalınlığı $d=15\text{cm}$, elastisite modülü $E=21 \times 10^7$, poisson oranı $\nu=0.15$ 'tir (Köksal, 1995). Plağın deplasman değerleri ve M_x , M_y , M_{xy} kesit tesiri değerleri bulunmuştur. Sistemin iki doğrultuda simetrik olmasından faydalanılarak sadece $\frac{1}{4}$ 'ü çözülmüştür. Çözüm için ilk olarak deplasman fonksiyonu belirlenmiştir. Plak sistemler için seçilen deplasman fonksiyonu daha önce Bölüm 3' de belirtilmişti.

$$w = a_1 + a_2 x + a_3 y + a_4 x^2 + a_5 xy + a_6 y^2 + a_7 x^3 + a_8 x^2 y + a_9 xy^2 + a_{10} y^3 + a_{11} x^3 y + a_{12} xy^3 \quad (5.1)$$

Deplasman fonksiyonunun birinci türevleri yardımı ile dönme ifadeleri elde edilir:

$$\frac{\partial w}{\partial y} = \theta_x = a_3 + a_5 x + 2a_6 y + a_8 x^2 + 2a_9 xy + 3a_{10} y^2 + a_{11} x^3 + 3a_{12} xy^2 \quad (5.2)$$

$$-\frac{\partial w}{\partial x} = \theta_y = -a_2 - 2a_4 x - a_5 y - 3a_7 x^2 - 2a_8 xy - a_9 y^2 - 3a_{11} x^2 y - a_{12} y^3 \quad (5.3)$$

Bu ifadeler plak deplasman matrisini oluşturur:

$$\{d_i\} = \begin{Bmatrix} w_i \\ \theta_{xi} \\ \theta_{yi} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w_i \\ \left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)_i \\ -\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)_i \end{Bmatrix} \quad (5.4)$$

Bu deplasman matrisine elemanın koordinatları girilerek [A] bağ matrisi oluşturulur. (Çizelge 5.1)

$$[A] = \begin{bmatrix} d_1(0;0) \\ d_2(0;1) \\ d_3(1;1) \\ d_4(1;0) \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

[A] bağ matrisinin tersine [B] matrisi deniyordu. Bu problem için bulunmuş olan [B] matrisi Çizelge 5.2'dedir.

$$k_e = \iint [B]^T [F]^T [D][F][B] dx dy \quad (5.7)$$

Eleman rijitlik matrisi (5.7) ifadesindeki gibi bulunuyordu. Bu bağıntı yardımı ile bu sistem için bulunmuş olan eleman rijitlik matrisi Çizelge 5.3'de gösterilmiştir.

Çizelge 5.1 Örnek 1 için bulunmuş olan [A] Bağ matrisi

[A]=

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	2	0	0	0	3	0	0
0	-1	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	0	1	0	1	2	0	1	2	3	1	3
0	-1	0	0	-1	0	-3	-2	0	0	-3	-1
1	1	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0
0	-1	0	-2	0	0	-3	0	0	0	0	0

Çizelge 5.2 Örnek 1 için bulunmuş olan [B] Matrisi

[B]=[A]⁻¹=

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
-3	0	2	0	0	-0	0	0	0	3	-0	1
-2	-1	1	2	-1	-1	-2	1	0	2	1	0
-3	-2	0	3	-1	0	0	0	0	0	0	0
2	-0	-1	0	0	0	0	0	0	-2	0	-1
8	-2	-6	-2	1	2	2	-1	1	-8	2	-3
3	2	0	-3	1	0	3	-1	0	-3	-2	-0
2	1	0	-2	1	-0	0	0	0	0	0	0
-6	2	5	0	-0	-1	-0	0	-1	6	-2	3
-2	-1	0	2	-1	-0	-2	1	0	2	1	0

Sistem üzerine yüklenmiş olan p yüzeysel yükün oluşturduğu eleman yük matrisi (5.8) ifadesi yardımı ile bulunur. (Çizelge 5.4)

$$\{q_e\}_p = \int_F [N]^T \{p\} dF \quad (5.8)$$

$$[N] = [\phi(x, y)][B] \quad (5.9)$$

Çizelge 5.3 Eleman rijitlik matrisi

4E+06	841074	-841074	-2E+06	786694	-246522	-478542	300902	-300902	-2E+06	246522	-786694
841074	565550	-54380	-786694	221145	0	-300902	141387	0	246522	159514	0
-841074	-54380	565550	-246522	0	159514	300902	0	141387	786694	0	221145
-2E+06	-786694	-246522	4E+06	-841074	-841074	-2E+06	-246522	-786694	-478542	-300902	-300902
786694	221145	0	-841074	565550	54380	-246522	159514	0	300902	141387	0
-246522	0	159514	-841074	54380	565550	786694	0	221145	300902	0	141387
-478542	-300902	300902	-2E+06	-246522	786694	4E+06	-841074	841074	-2E+06	-786694	246522
300902	141387	0	-246522	159514	0	-841074	565550	-54380	786694	221145	0
-300902	0	141387	-786694	0	221145	841074	-54380	565550	246522	0	159514
-2E+06	246522	786694	-478542	300902	300902	-2E+06	786694	246522	4E+06	841074	841074
246522	159514	0	-300902	141387	0	-786694	221145	0	841074	565550	54380
-786694	0	221145	-300902	0	141387	246522	0	159514	841074	54380	565550

Çizelge 5.4 Eleman yük matrisi

3.75
0.625
-0.625
3.75
-0.625
-0.625
3.75
-0.625
0.625
3.75
0.625
0.625

Çevirme matrisleri yardımıyla eleman rijitlik matrisi ve eleman yük matrisi sistem rijitlik ve sistem yük matrisine dönüştürülürler. Bunun için (5.10) ve (5.11) ifadelerinden de yararlanılır.

$$[K] = \sum_{i=1}^n [C_{ei}]^T [k_e] [C_{ei}] \quad (5.10)$$

$$[Q] = \sum_{i=1}^n [C_{ei}]^T [q_e] \quad (5.11)$$

Çevirme matrisleri Çizelge 5.5 ve Çizelge 5.6, sistem rijitlik matrisi Çizelge 5.7, sistem yük matrisi Çizelge 5.8’de belirtilmiştir. Elde edilen sistem matrisleri başlangıçta belirtilmiş olan sınır şartlarına göre yeniden belirlenir. Plâğın iki kenarı da ankastre sınır şartları diğer iki kenarı ise simetri şartları kullanılmıştır. Buna göre ankastrelikten dolayı $D_7, D_8, D_9, D_{16}, D_{17}, D_{18}, D_{19}, D_{20}, D_{21}, D_{19}, D_{20}, D_{21}, D_{22}, D_{23}, D_{24}, D_{25}, D_{26}, D_{27}$ değerleri, x eksenine göre simetriden dolayı D_2, D_5 θ_x değerleri ve y eksine göre simetriden D_3, D_{12} θ_y değerleri sıfırlanmıştır. Rijitlik matrisi, yük matrisi ve deplasman matrisi ve arasındaki bağıntı(5.12)’deki gibidir. Bu şekilde elde edilmiş olan değerler ise Çizelge 5.9’dedir.

$$[K][D] = [Q] \quad (5.12)$$

Çizelge 5.9 Sınır şartları göz önüne alınmış sistem rijitlik matrisi deplasman değerleri ve sistem yük matrisi

3871841	-2E+06	-786694	-2E+06	786694	-478542	300902	-300902	D1	3,75
-2E+06	7743683	0	-478542	300902	-3E+06	1573389	0	D4	7,5
-786694	0	1131100	-300902	0	0	0	319028	D6	0
-2E+06	-478542	-300902	7743683	0	-3E+06	0	-2E+06	D10	7,5
786694	300902	0	0	1131100	0	319028	0	D11	0
-478542	-3E+06	0	-3E+06	0	1,5E+07	0	0	D13	15
300902	1573389	0	0	319028	0	2262199	0	D14	0
-300902	0	319028	-2E+06	0	0	0	2262199	D15	0

Bu ifade yardımı ile plak için Çizelge 5.10’daki deplasman değerleri bulunur. Plâğın w çökme değerlerinden oluşan grafikler Şekil 5.3’de gösterilmiştir.

Çizelge 5.10 Örnek 1’in deplasman değerleri

D1	=	1,47E-05
D4	=	8,80E-06
D6	=	1,07E-05
D10	=	8,80E-06
D11	=	-1,07E-05
D13	=	5,28E-06
D14	=	-6,56E-06
D15	=	6,56E-06

Kesit tesirlerinin hesabı da deformasyonlar ve deplasmanlar arasındaki bağıntı yardımı ile bulunur (5.13).

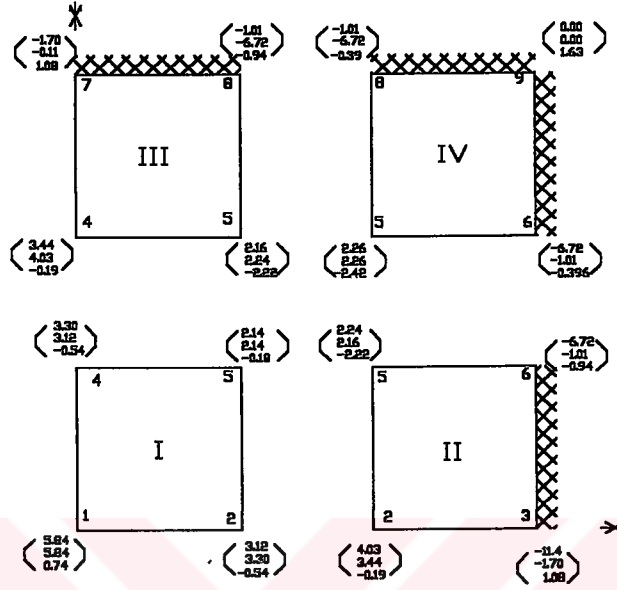
	12	13	14	15	16
	-2E+05	-5E+05	3E+05	-3E+05	0
	0	-3E+05	1E+05	0	0
	2E+05	3E+05	0	1E+05	0
	3E+05	-3E+06	2E+06	0	-5E+05
	0	-2E+08	4E+05	0	-3E+05
	1E+05	0	0	3E+05	3E+05
	0	-5E+05	3E+06	3E+05	-2E+06
	0	-3E+05	1E+05	0	-8E+05
	0	-3E+05	0	1E+05	2E+05
	-2E+06	-3E+06	0	-2E+06	0
	0	0	0	3E+05	0
	1E+06	2E+06	0	4E+05	0
	2E+06	2E+07	0	0	-3E+06
	0	0	0	2E+06	0
	0	0	0	2E+06	2E+06
	0	-3E+08	0	2E+08	8E+06
	0	0	0	3E+05	0
	0	0	0	3E+05	0
	0	2E+06	0	4E+05	2E+06
	-2E+05	-5E+05	-3E+05	-3E+05	0
	0	3E+05	1E+05	0	0
	2E+05	3E+05	0	1E+05	0
	3E+05	-3E+06	-2E+06	0	-5E+05
	0	2E+06	4E+05	0	3E+05
	1E+05	0	0	3E+05	3E+05
	0	-5E+05	-3E+05	3E+05	-2E+06
	0	3E+05	1E+05	0	8E+05
	0	-3E+05	0	1E+05	2E+05

[illegible]

Çizelge 5.8 Sistem yük matrisi

1	3.75
2	0.625
3	-0.625
4	7.5
5	1.25
6	0
7	3.75
8	0.625
9	0.625
10	7.5
11	0
12	-1.25
13	15
14	0
15	0
16	7.5
17	0
18	1.25
19	3.75
20	-0.625
21	-0.625
22	7.5
23	-1.25
24	0
25	3.75
26	-0.625
27	0.625

$$\sigma = \begin{Bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \\ -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \\ -2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{Bmatrix} \quad (5.13)$$



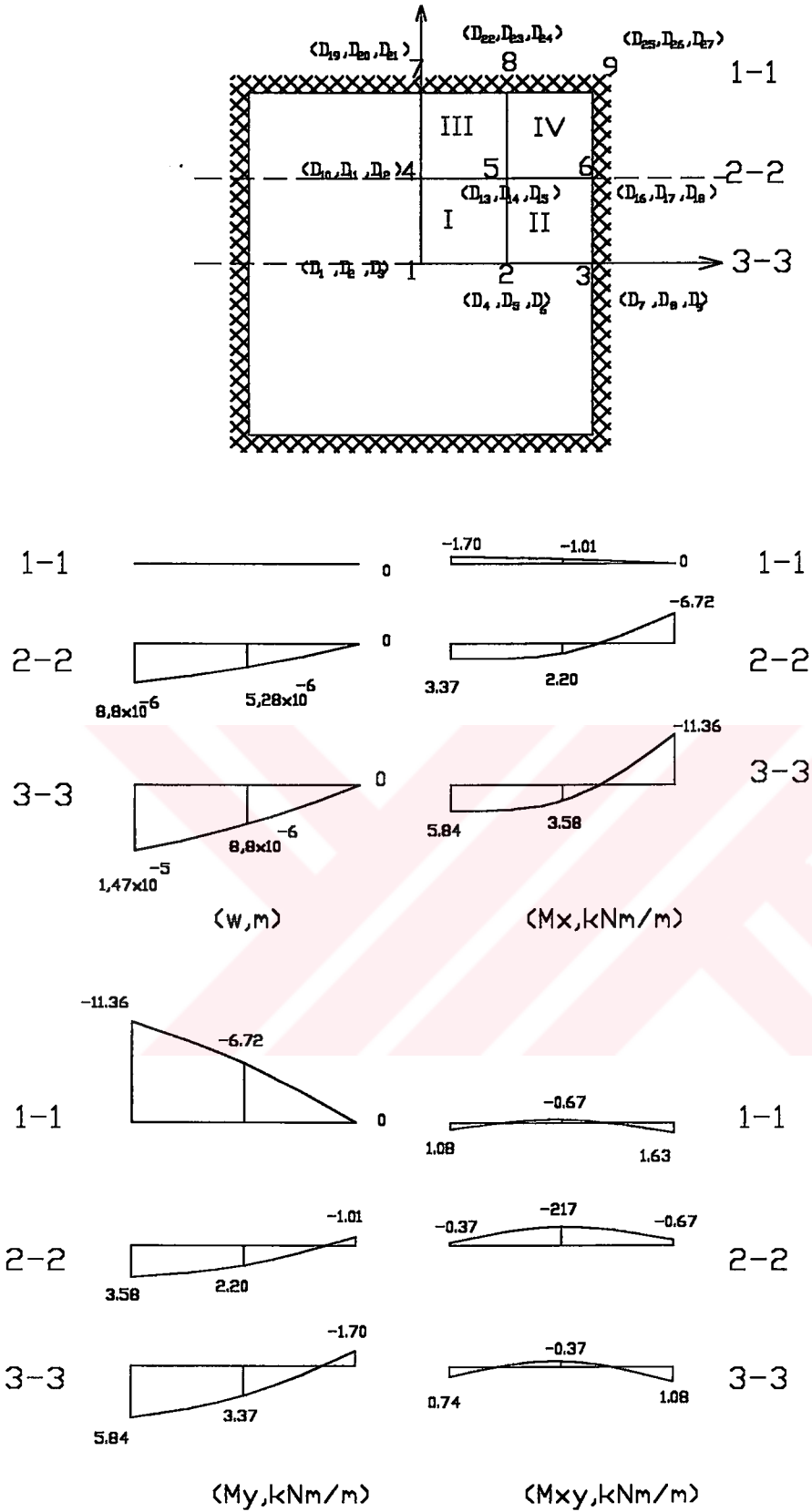
Şekil 5.2 Her eleman için bulunmuş olan moment değerleri

Yalnız buradan bulunacak olan moment değerleri her eleman için ayrı ayrı bulunur. Bir nokta için bulunan moment değeri, o noktanın üzerinde bulunduğu elemanlar için bulunmuş olan moment değerlerinin ortalaması alınması sonrası belirlenir. Şekil 5.2’de her eleman için bulunan moment değerleri görülmektedir. 5 nolu düğüm noktasının sahip olduğu moment değeri I nolu, II nolu, III nolu ve IV nolu elemandan bulunan moment değerlerinin toplanıp dörde bölünmesi sonrası bulunur. (5.14) Bu şekilde bulunulan moment diyagramları da Şekil 5.3’de gösterilmiştir.

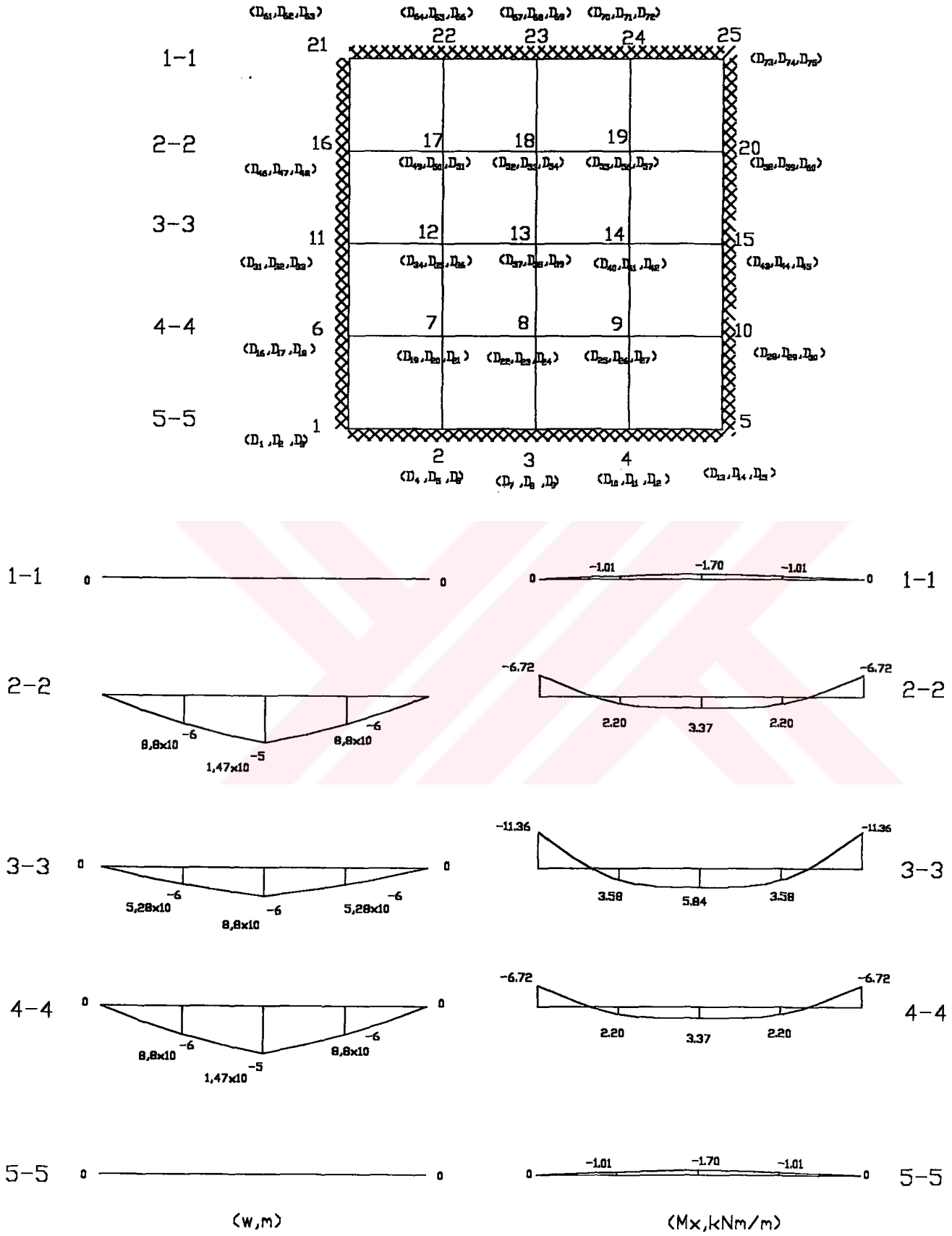
$$[M_{x,5}^I + M_{x,5}^{II} + M_{x,5}^{III} + M_{x,5}^{IV}] / 4 = 2.20 \text{ kNm/m} \quad (5.14)$$

5.2 Örnek 2

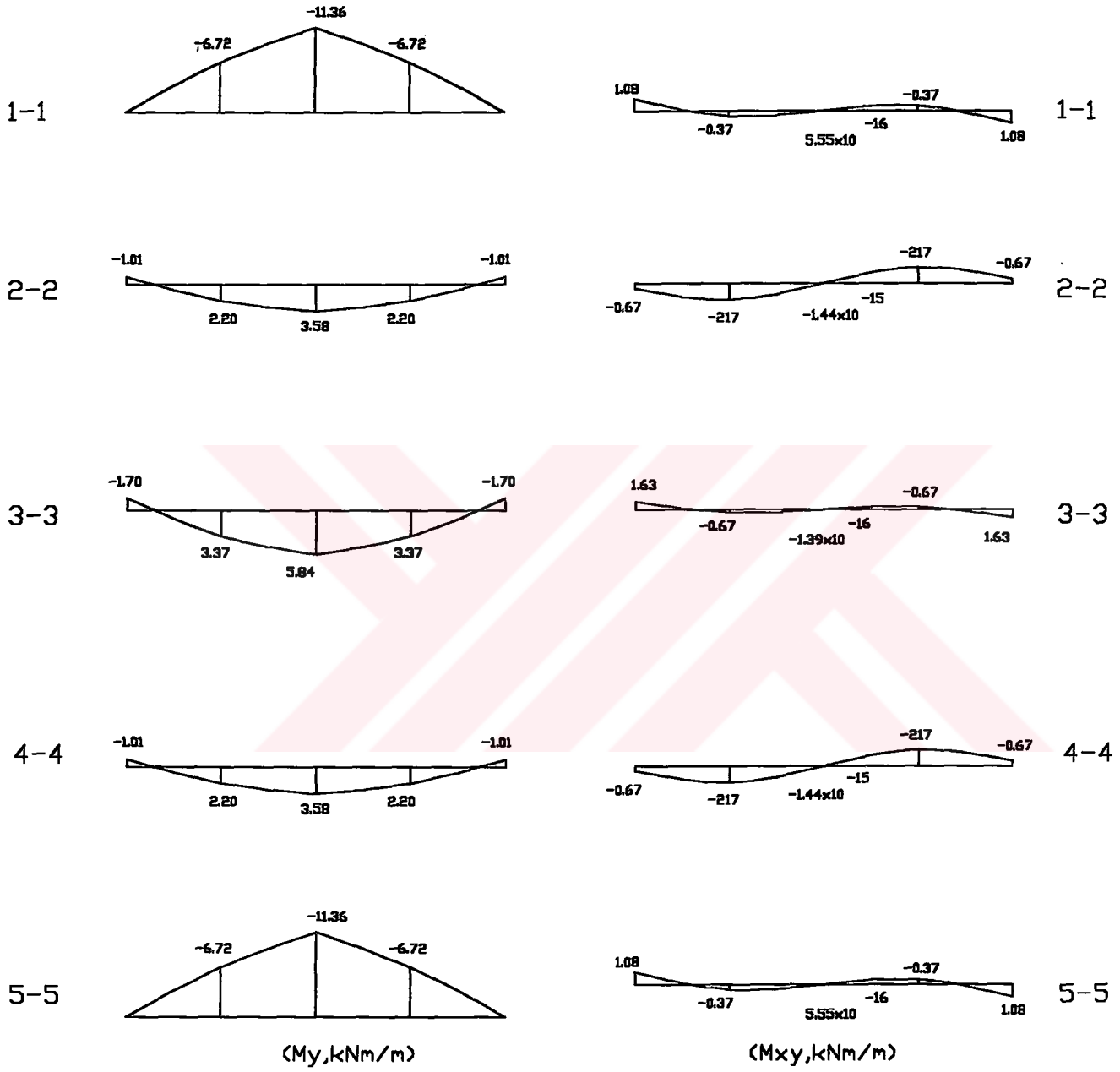
Bu örnekte Örnek 1’de çözülmüş olan sistem bu kez sistemin simetri özelliğinden yararlanılmadan bütün olarak düşünülerek çözülmüştür (Şekil 5.4 ve Şekil 5.5). Bunun dışındaki bütün veriler aynen alınmıştır. Sistemde oluşan deplasman ve moment değerleri Örnek 1’deki ile aynı değerlerde bulunmuştur. Yalnızca ilk örnekte simetri eksenini üzerinde bulunmuş olan M_{xy} değerleri ile bu örnekte bulunmuş olan M_{xy} değerleri arasında belirgin bir fark oluşmuştur. Bunu sebebi M_{xy} değerinin simetri eksenini üzerinde işaret değiştirmesidir.



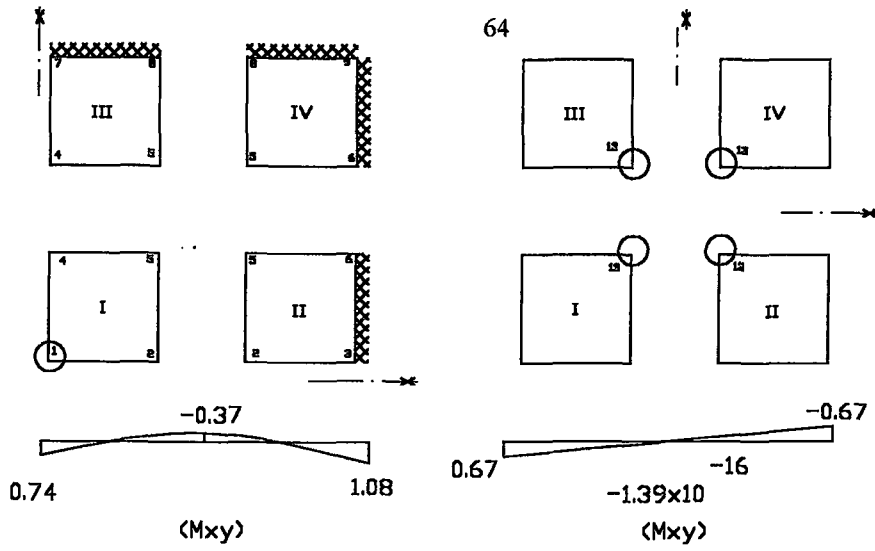
Şekil 5.3 2x2'lik simetrik plağın w , M_x , M_y , M_{xy} grafikleri



Şekil 5.4 Bütün olarak çözülmüş 4x4'lük plak ile w ve M_x grafikleri



Şekil 5.5 Bütün olarak çözülmüş 4x4'lük plağın M_y ve M_{xy} grafikleri



Şekil 5.6 İlk örnek ile ikinci örneğin orta noktaları için bulunan M_{xy} değerleri

İlk sistemin tam orta noktası için bulunan M_{xy} değeri sadece I nolu elemandan bulunan M_{xy} değerine eşittir. İkinci örnekte ise aynı noktanın M_{xy} değerinin bulunması için, VI nolu, VII nolu, X nolu ve XI nolu elemanlardan bulunan moment değerlerinin ortalaması alınmaktadır. Buna göre;

İlk örnekte ; $M_{xy,1}^I = 0.736$

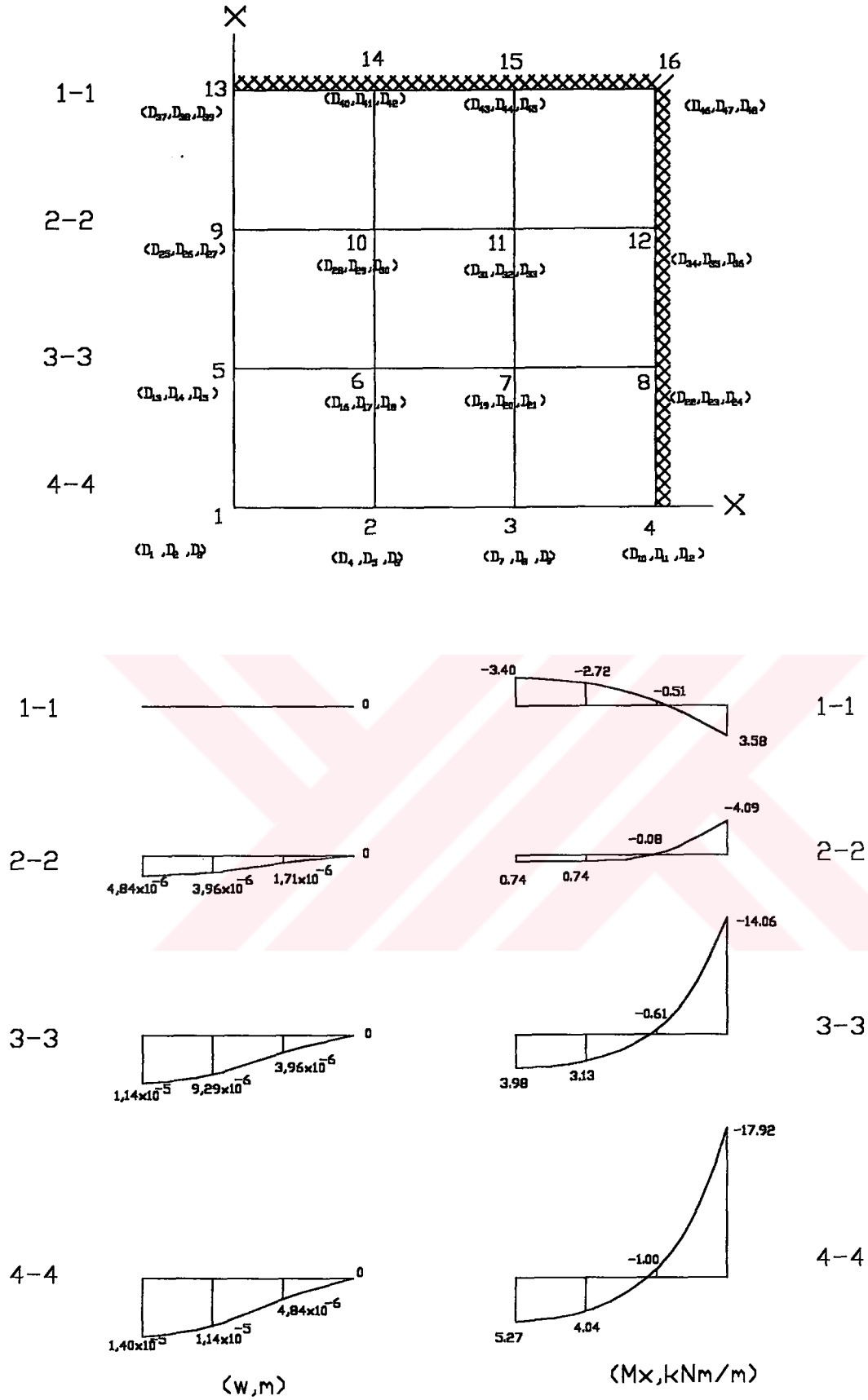
İkinci örnekte $(M_{xy,13}^{VI} + M_{xy,13}^{VI} + M_{xy,13}^{VI} + M_{xy,13}^{VI})/4 = 1.39 \times 10^{-16} \approx 0$

Hesap sonrası bulunan w çökme değerleri ve moment diyagramları Şekil 5.4’de gösterilmiştir.

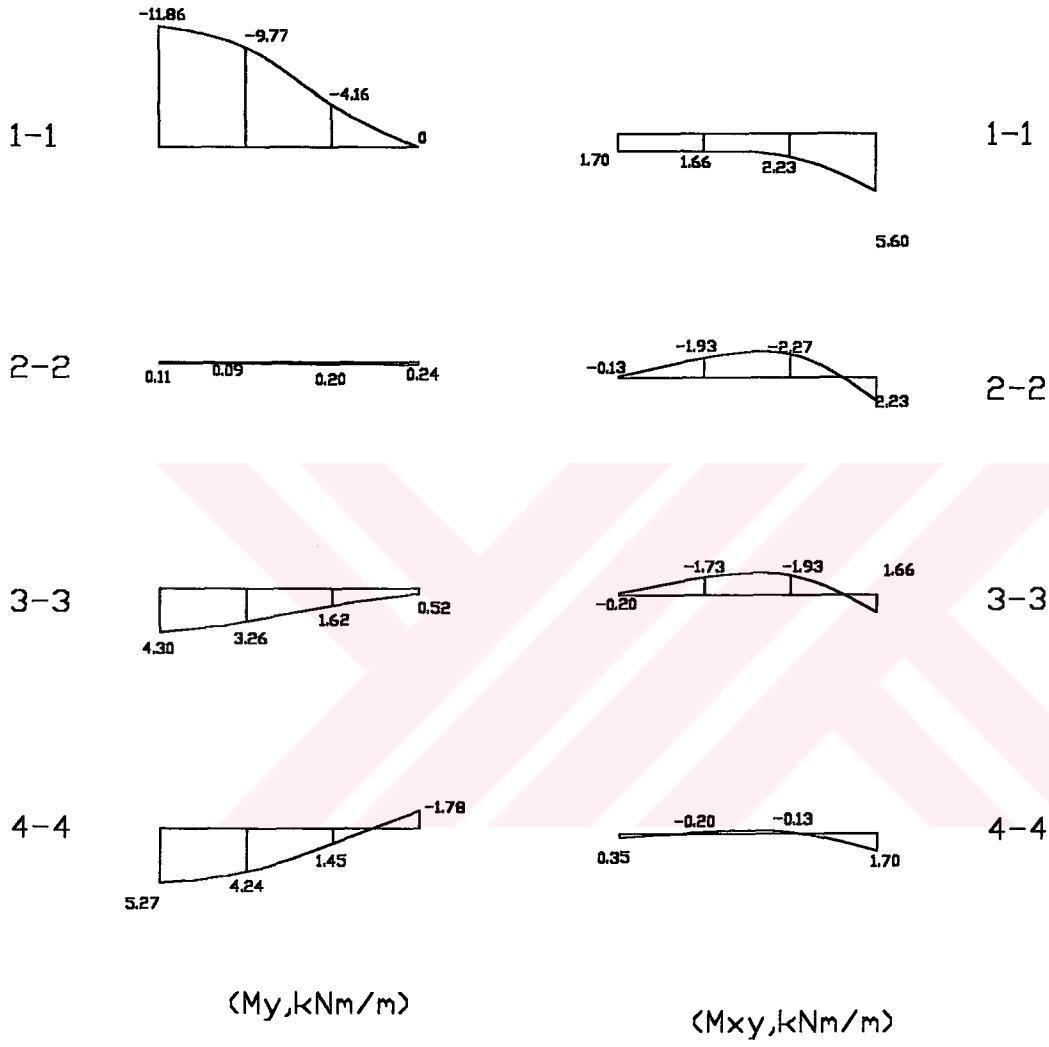
5.3 Örnek 3

İlk örnekte çözülmüş olan simetrik sistem bu kez 3x3, 4x4 ve 5x5’lik sistemler olarak çözülmüştür. Bu sistemlerden bulunan w çökme değerleri ve moment diyagramları sırası ile Şekil 5.7, Şekil 5.8 Şekil 5.8 Şekil 5.9, Şekil 5.10 ve Şekil 5.11’de gösterilmiştir.

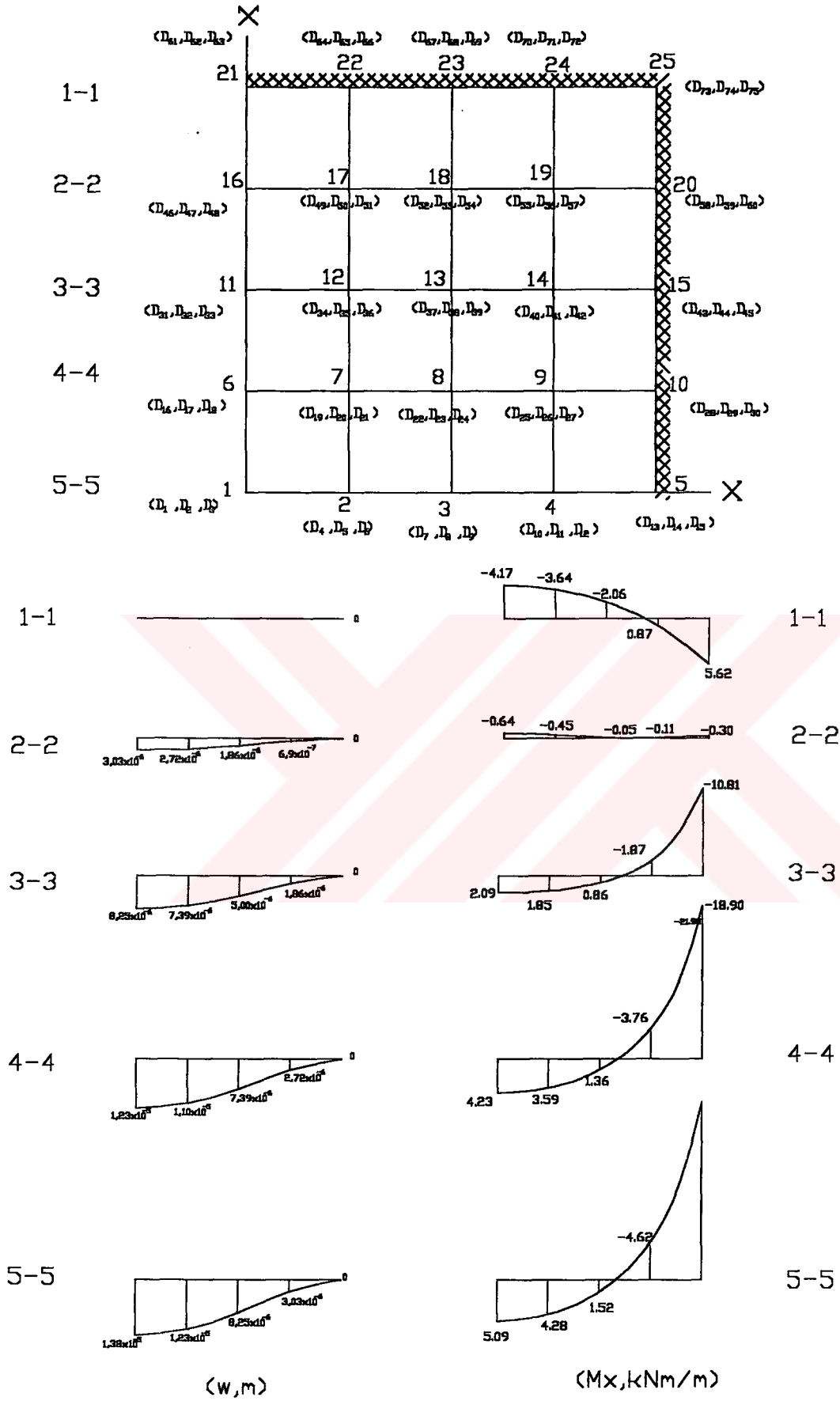
Burada aynı sistem daha fazla elemana bölünerek, eleman sayısı arttıkça bulunan deplasman değerleri arasındaki değişim incelenmiştir. Buna bağlı olarak da işlem yoğunluğundaki ve işlem süresindeki değişim Çizelge 5.11’de gösterilmiştir. İlk örnekte 2x2 olarak çözülen sistem ile 5x5 olarak çözülen sistemden bulunan w çökme değerleri aynı grafiğe koyularak eleman sayısı arttıkça bu değerler arasındaki değişim Şekil 5.9’de gösterilmiştir.

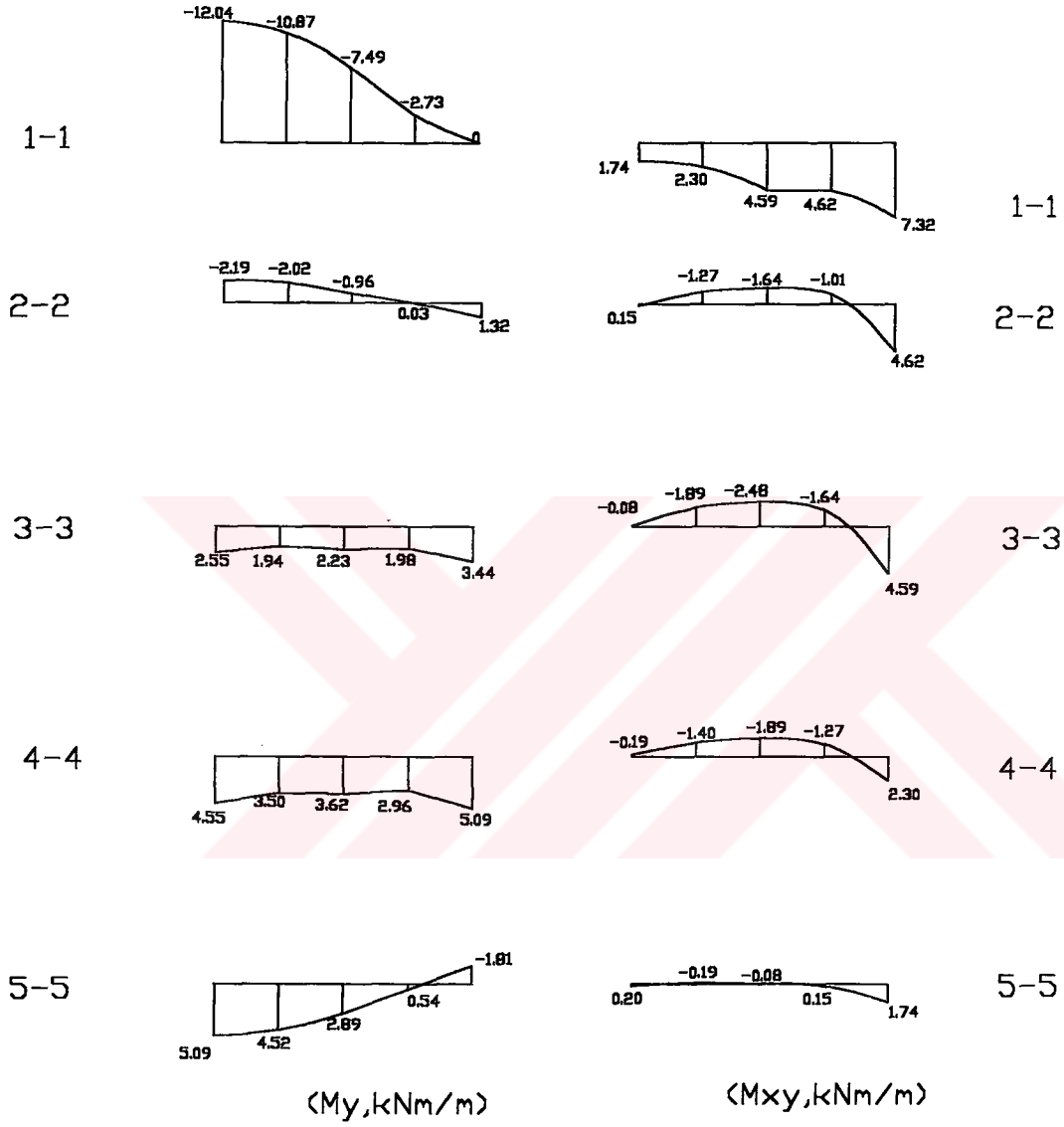


Şekil 5.7 3x3'lük simetrik plak ile w ve M_x grafikleri

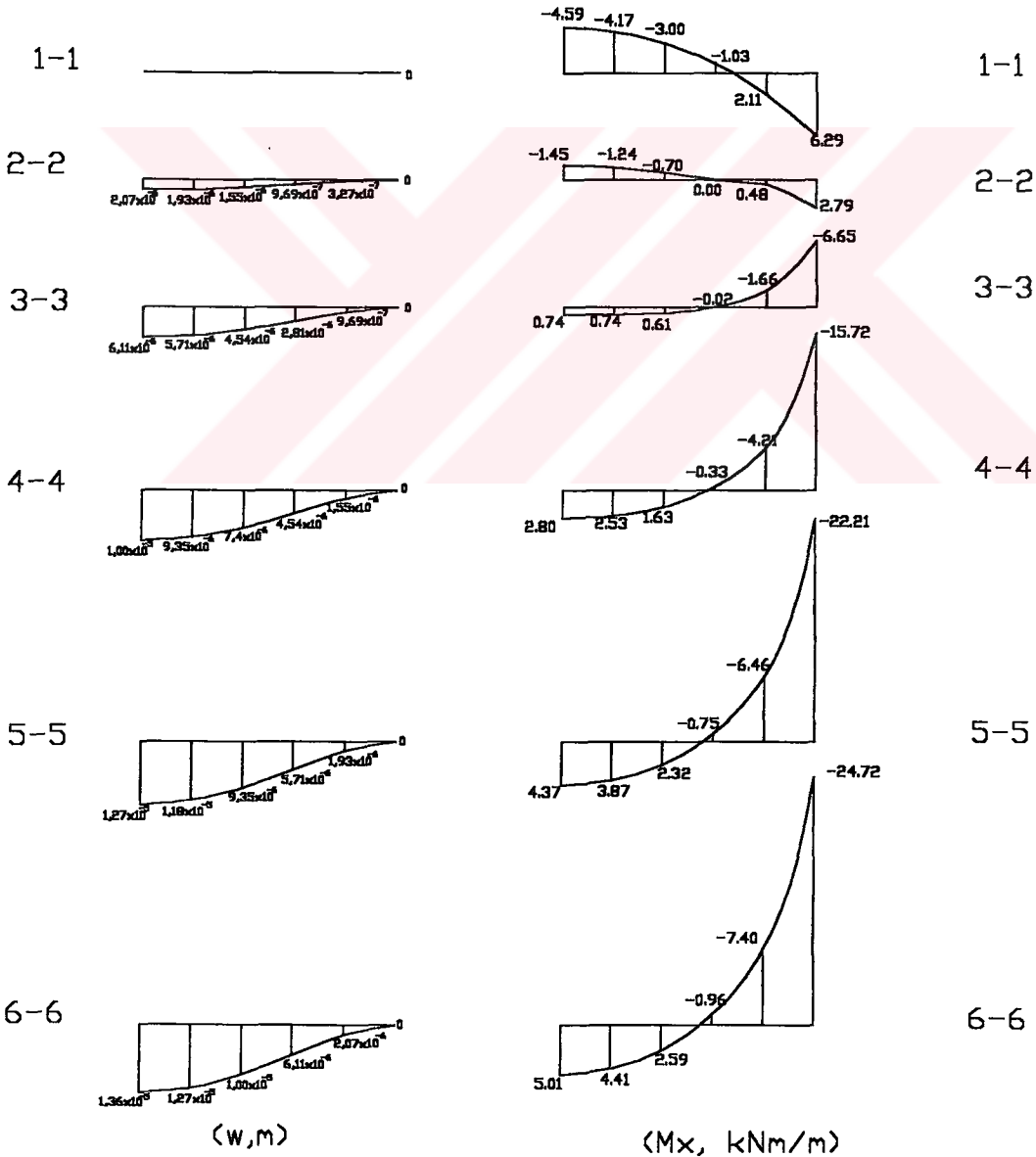
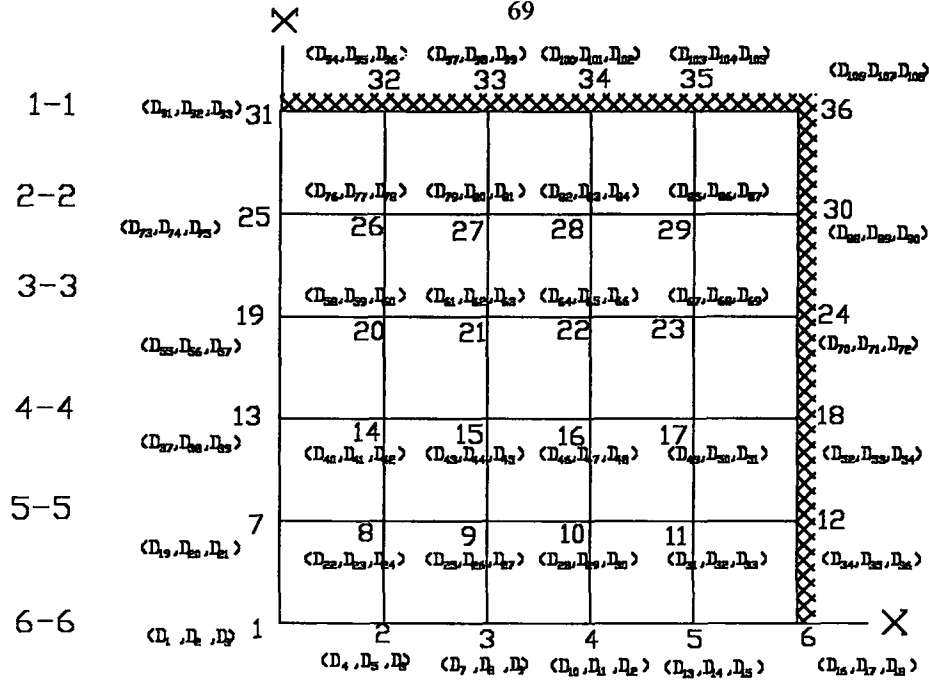


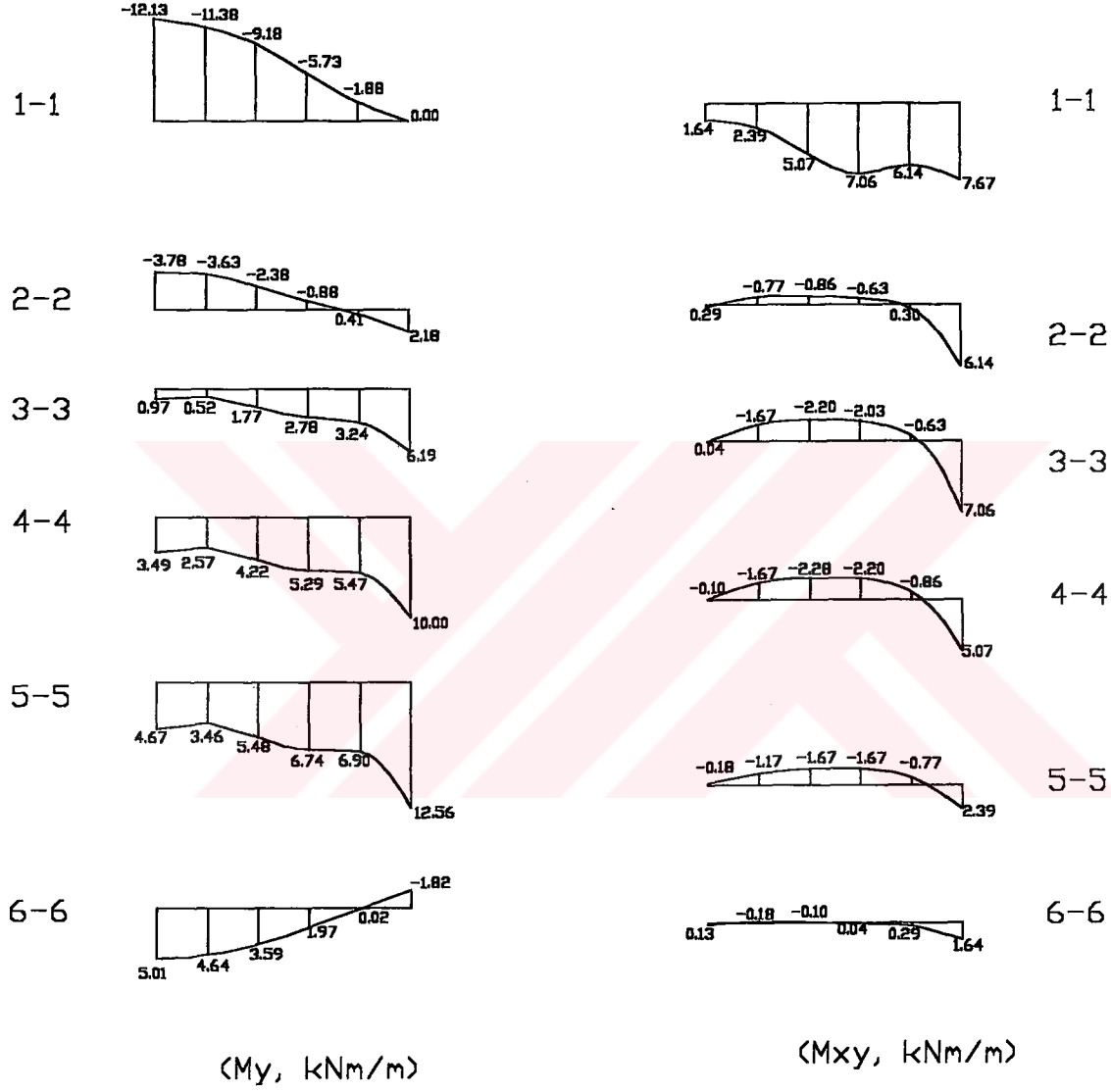
Şekil 5.8 3x3'lük simetrik plağın M_y ve M_{xy} grafikleri

Şekil 5.9 4x4'lük simetrik plak ile w ve M_x grafikleri



Şekil 5.10 4x4'lük simetrik plağın M_y ve M_{xy} grafikleri

Şekil 5.11 5x5'lik simetrik plak ile w ve M_x grafikleri

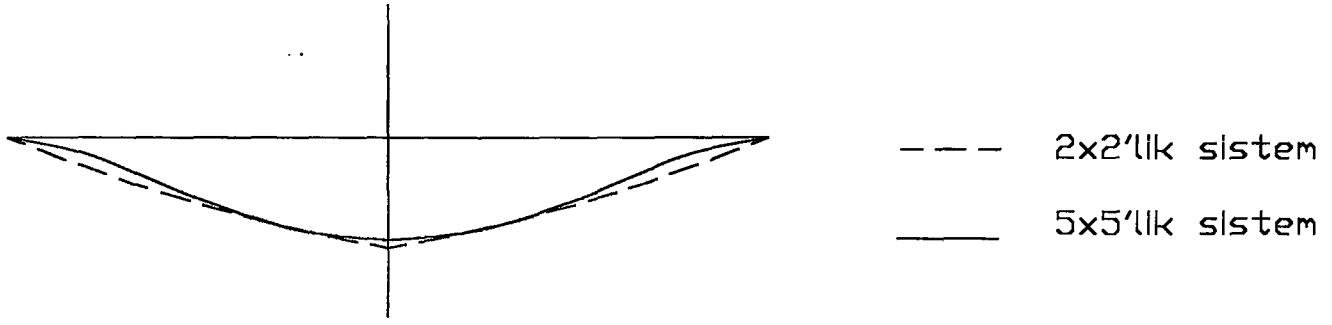


Şekil 5.12 5x5'lik simetrik plağın M_y ve M_{xy} grafikleri

Çizelge 5.11 Eleman sayısı arttıkça değişen değerler

Sistem	1 nolu noktadaki w çökme değeri (m)	2x2'lik sistemin 1 noktasında bulunan w değerine göre değişim oranı (%)	[K] sistem rijitlik matrisinin boyutu	1 nolu istemin [K] matrisine göre değişim oranı (%)	Problemin Çözüm süresi (sn)	2*2'lik sistemin çözüm süresine göre değişimi %
2x2	1.47*10-5	0	27x27=729 eleman	0	0.5	0
3x3	1.40*10-5	4.7	48x48=2304 eleman	216	3	5
4x4	1.38*10-5	6.1	75x75=5625 eleman	671	11	21
5x5	1.36*10-5	7.5	108x108=11664 eleman	1500	50	99

* Bu değerler Intel Celeron 333 işlemcili, 64MB rami olan bir bilgisayarla bulunmuştur.



Şekil 5.13

Bu şekilden de görüldüğü gibi w çökme değeri açıklıkta az bir değişim göstermektedir. Hatta bazı yerlerde aynı noktalar üzerinde çakışmıştır. Ancak mesnet noktalarına doğru aradaki fark biraz daha belirgin bir hal almıştır.



6. SONUÇ

Bu çalışmayla sonlu elemanlar metodunun; plaklara uygulanması sonucu elde edilen çok karmaşık denklemlerin çözümünde, bilgisayar programlama tekniği kullanılarak, hassas limitler dahilinde çözümlenmesi çok zor ve uzun olan problemlerin birkaç saniye gibi çok kısa süre içinde ve hassas değerlerde çözülebileceği gösterilmiştir.

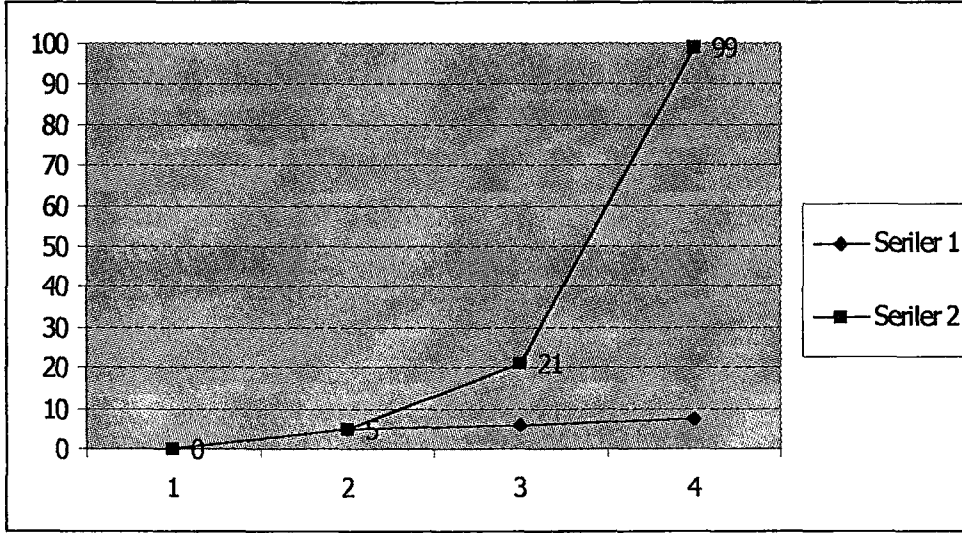
Bunun sağladığı avantajla çok sayıda plak problemi kısa bir süre içerisinde çözümlenerek, bulunan değerlerin karşılaştırılmasıyla bazı saptamalara varılabilmektedir.

Tez kapsamında bu program yardımı ile bazı tespitler yapılmıştır. Bunlardan birisi, simetrik olan sistemlerin bu özelliklerinden faydalanılması durumunda elde edilen sonuçlarla, sistemin bütün olarak ele alınması durumunda elde edilen sonuçların karşılaştırılmasında ortaya çıkmıştır. Bu halde iki ayrı çözümde de aynı deplasman, M_x , M_y , M_{xy} değerleri elde edilmektedir. Ancak iki sistemin simetri eksenini üzerinde bulunan M_{xy} değerleri arasında ise belirgin bir fark saptanmıştır. Bu fark, M_{xy} moment değerinin simetri eksenini üzerinde işaret değiştirmesinden kaynaklanmaktadır. Sistemde simetri eksenini üzerindeki M_{xy} değeri, simetrinin sadece bir tarafından moment değerinin alınması ile bulunmaktadır. Bu değer pozitif veya negatif olabilmektedir. Halbuki simetri özelliği kullanılmadan sistemin çözülmesi durumunda simetri eksenindeki M_{xy} değeri, simetri ekseninin iki tarafından elde edilen M_{xy} değerlerinin ortalaması alınarak bulunmaktadır. Bu durumda M_{xy} değeri simetri ekseninde işaret değiştirdiğinden, iki zıt işaretli ortalamasının alınması sonucunda M_{xy} değeri sıfır çıkmaktadır.

Diğer bir saptamada ise aynı özelliklerdeki bir plağın daha fazla sayıdaki elemanlara bölünerek, artan eleman sayısına karşılık deplasman değerleri ile moment değerleri arasındaki değişim incelenmiştir. Bu bağlamda eleman sayısı arttırıldıkça, M_x , M_y , M_{xy} momentlerinin açıklıktaki değeri azalmamakta ancak mesnet noktalarındaki değerleri artmaktadır. Buna mukabil eleman sayısındaki artışın, (w) çökme değerinin azalttığı saptanmıştır. Ancak bütün bu pozitif gelişmelere karşın, eleman sayısının artması, işlem hacminin, dolayısı ile de işlem sürecinin artmasına neden olmaktadır.

Elde edilen bu veriler doğrultusunda eleman sayısının artması sonucunda deplasman değerlerindeki değişim ile hesap sürecindeki değişim yüzdelelerini belirten grafikler şekil

6.1’de gösterilmektedir. Seri 1 süredeki yüzde değişim oranı, seri 2 deplasman değerindeki yüzde değişim oranıdır.



Şekil 6.1 Deplasman değerlerindeki değişim ile hesap sürelerindeki yüzde değişim

KAYNAKLAR

Berktaş B., (1992) “Plak Teorisi ve Uygulamaları”, Yıldız Üniversitesi Yayınları, Sayı 327, İstanbul

Çabuk, S. (1994) “Nervürlü Plakların Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Eğilme ve Dinamik Problemlerinin Çözümü”, YTÜ Yüksek lisans tezi, İstanbul

Girkmann K. (1991) “Levhaların, Plakların, Kabukların ve Düzlem Elemanlı Kabukların Elastostatikğine giriş Cilt 1” , İTÜ İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul

Göncü S. (1997) “Sonlu Elemanlar Yöntemiyle Kiriş ve Düzlem Gerilme Elemanları Arasında Geçiş Elemanı Oluşturulması ve Boşluklu Perde Uygulaması” ,İTÜ Yüksek lisans tezi, İstanbul

Hacıoğlu B.S. (1989) “Dörtgen Sonlu Elemanlarla Plakların Etüdü”, YTÜ Yüksek lisans tezi, İstanbul

Köksal T. (1995) “Sonlu Elemanlar Metodu”, Yıldız Teknik Üniversitesi Yayınları, Sıra No:304, İstanbul

Özbek T. (1996) “Mukavemet”,Birsen Yayınevi , Kod no:0029, İstanbul

Szilar R. (1974) “Theory and Analysis of Plates”, Prentice-Hall

Zienkiewicz O.C. (1971) “The Finite Element Method in Engineering Science”, Mc Graw Hill

EKLER

Ek 1 Programın kaynak kodu



Ek 1 Programın kaynak kodu

REM PROGRAMIN KENDISINI "http://plak.cjb.net" ADRESINDEN TEMİN EDEBİLİRSİNİZ.

Global topx, topy, topey, AKEN, BKEN, topelem, topdep, ty, tx, LX, LY, CKAT
 Global KE(12, 12), QSBTE(12, 1), SBTYUK, POI, ELAS, KALIN
 Global C(25, 12, 108), CT(25, 108, 12), GELIS, WORKDIR
 Global M1(108, 108), M2(108, 108), M3(108, 108), YUKKONT
 Global KSIS(108, 108), KYU(108, 1), MT1(2, 108, 216), MT2(108, 108), DEP(108, 108), KSON(108, 108), KENSON(108, 108),
 QSON(108, 1)
 Global CN(2), RN(2), deneme(3, 3), GT, ORMOM(36, 3), TEKILYUK(108, 1), YUZEYSEL(108, 1), CIZGISEL(108, 1)
 Global S1, S2, S3, S4, GERDEP(108), GRS, YAZI(36), XEL, YEL, TDEP(108), MM(25, 3, 12), MOM(100, 4, 3), dene(12, 25), KC(12, 12)

Private Sub Form_Activate()
 topelem = topey * topey: Rem SISTEMDEKI TOPLAM ELEMAN SAYISI

topdep = ty * tx * 3
 GRS = 0: GT = 0

Rem -----
 Rem C MATRISLERİNİN BULUNMASI
 Rem -----

Rem C MATRISİNİN SIFIRLANMASI

For CIS = 1 To topelem
 For y = 1 To topdep
 For x = 1 To 12
 C(CIS, x, y) = 0
 Next x: Next y: Next CIS

Rem C MATRISLERİNİN BELİRLENMESİ

For CIS = 1 To topelem
 GS = ((SY * tx * 3) + (3 * SX)) + 1
 GS2 = (((SY + 1) * tx * 3) + (3 * SX)) + 1
 C(CIS, 1, GS) = 1
 C(CIS, 2, GS + 1) = 1
 C(CIS, 3, GS + 2) = 1
 C(CIS, 4, GS2) = 1
 C(CIS, 5, GS2 + 1) = 1
 C(CIS, 6, GS2 + 2) = 1
 C(CIS, 7, GS2 + 3) = 1
 C(CIS, 8, GS2 + 4) = 1
 C(CIS, 9, GS2 + 5) = 1
 C(CIS, 10, GS + 3) = 1
 C(CIS, 11, GS + 4) = 1
 C(CIS, 12, GS + 5) = 1
 SX = SX + 1: If SX > tx - 2 Then SX = 0: SY = SY + 1
 Next CIS

Rem C1 MATRISİNİN BULUNMASI

For CIS = 1 To topelem
 For y = 1 To topdep
 For x = 1 To 12
 CT(CIS, y, x) = C(CIS, x, y)

Next x: Next y: Next CIS

Rem -----
 Rem ELEMAN RIJITLIK MATRISİNİN BULUNMASI
 Rem -----

ALFA = AKEN / BKEN
 BETA = BKEN / AKEN
 DSAYISI = (ELAS * KALIN ^ 3) / (2 * (1 - POI ^ 2) * AKEN * BKEN): Rem d=(ELAS*KALIN^3)/(2*(1-POI^2)*AKEN*BKEN)
 Rem 1
 KE(1, 1) = (4 * (ALFA ^ 2 + BETA ^ 2)) + ((14 - 4 * POI) / 5)
 KE(2, 1) = (2 * ALFA ^ 2 + (1 + 4 * POI) / 5) * BKEN
 KE(3, 1) = (-2 * BETA ^ 2 + (1 + 4 * POI) / 5) * AKEN
 KE(4, 1) = 2 * (BETA ^ 2 - 2 * ALFA ^ 2) - (14 - 4 * POI) / 5
 KE(5, 1) = (2 * ALFA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * BKEN
 KE(6, 1) = (-1 * (BETA ^ 2 - (1 + 4 * POI) / 5) * AKEN)
 KE(7, 1) = (-2 * (ALFA ^ 2 + BETA ^ 2) + (14 - 4 * POI) / 5)
 KE(8, 1) = ((ALFA ^ 2 - (1 - POI) / 5) * BKEN)
 KE(9, 1) = (-1 * (BETA ^ 2 - (1 - POI) / 5) * AKEN)

```

KE(10, 1) = 2 * (ALFA ^ 2 - 2 * BETA ^ 2) - (14 - 4 * POI) / 5
KE(11, 1) = (ALFA ^ 2 - (1 + 4 * POI) / 5) * BKEN
KE(12, 1) = (-1 * (2 * BETA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * AKEN)
Rem 2
KE(1, 2) = (2 * ALFA ^ 2 + (1 + 4 * POI) / 5) * BKEN
KE(2, 2) = 4 / 3 * (ALFA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * BKEN ^ 2
KE(3, 2) = (-POI * AKEN * BKEN)
KE(4, 2) = (-1 * (2 * ALFA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * BKEN)
KE(5, 2) = 2 / 3 * (ALFA ^ 2 - (1 - POI) / 10) * BKEN ^ 2
KE(6, 2) = 0
KE(7, 2) = (-1 * (ALFA ^ 2 - (1 - POI) / 5) * BKEN)
KE(8, 2) = (1 / 3 * (ALFA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * BKEN ^ 2)
KE(9, 2) = 0
KE(10, 2) = (ALFA ^ 2 - (1 + 4 * POI) / 5) * BKEN
KE(11, 2) = 2 / 3 * (ALFA ^ 2 - 2 * (1 - POI) / 5) * BKEN ^ 2
KE(12, 2) = 0
Rem 3
KE(1, 3) = (-2 * BETA ^ 2 + (1 + 4 * POI) / 5) * AKEN)
KE(2, 3) = (-POI * AKEN * BKEN)
KE(3, 3) = 4 / 3 * (BETA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * AKEN ^ 2
KE(4, 3) = (-BETA ^ 2 - (1 + 4 * POI) / 5) * AKEN)
KE(5, 3) = 0
KE(6, 3) = 2 / 3 * (BETA ^ 2 - 2 * (1 - POI) / 5) * AKEN ^ 2
KE(7, 3) = (BETA ^ 2 - (1 - POI) / 5) * AKEN
KE(8, 3) = 0
KE(9, 3) = 1 / 3 * (BETA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * AKEN ^ 2
KE(10, 3) = (2 * BETA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * AKEN
KE(11, 3) = 0
KE(12, 3) = 2 / 3 * (BETA ^ 2 - (1 - POI) / 10) * AKEN ^ 2
Rem 4
KE(1, 4) = 2 * (BETA ^ 2 - 2 * ALFA ^ 2) - (14 - 4 * POI) / 5
KE(2, 4) = (-1 * (2 * ALFA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * BKEN)
KE(3, 4) = (-BETA ^ 2 - (1 + 4 * POI) / 5) * AKEN)
KE(4, 4) = 4 * (ALFA ^ 2 + BETA ^ 2) + (14 - 4 * POI) / 5
KE(5, 4) = (-1 * (2 * ALFA ^ 2 + (1 + 4 * POI) / 5) * BKEN)
KE(6, 4) = (-2 * BETA ^ 2 + (1 + 4 * POI) / 5) * AKEN)
KE(7, 4) = 2 * (ALFA ^ 2 - 2 * BETA ^ 2) - (14 - 4 * POI) / 5
KE(8, 4) = (-1 * (ALFA ^ 2 - (1 + 4 * POI) / 5) * BKEN)
KE(9, 4) = (-1 * (2 * BETA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * AKEN)
KE(10, 4) = (-1 * 2 * (ALFA ^ 2 + BETA ^ 2) + (14 - 4 * POI) / 5)
KE(11, 4) = (-1 * (ALFA ^ 2 - (1 - POI) / 5) * BKEN)
KE(12, 4) = (-1 * (BETA ^ 2 - (1 - POI) / 5) * AKEN)
Rem 5
KE(1, 5) = (2 * ALFA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * BKEN
KE(2, 5) = 2 / 3 * (ALFA ^ 2 - (1 - POI) / 10) * BKEN ^ 2
KE(3, 5) = 0
KE(4, 5) = (-1 * (2 * ALFA ^ 2 + (1 + 4 * POI) / 5) * BKEN)
KE(5, 5) = 4 / 3 * (ALFA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * BKEN ^ 2
KE(6, 5) = POI * BKEN * AKEN
KE(7, 5) = (-1 * (ALFA ^ 2 - (1 + 4 * POI) / 5) * BKEN)
KE(8, 5) = 2 / 3 * (ALFA ^ 2 - 2 * (1 - POI) / 5) * BKEN ^ 2
KE(9, 5) = 0
KE(10, 5) = (ALFA ^ 2 - (1 - POI) / 5) * BKEN
KE(11, 5) = 1 / 3 * (ALFA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * BKEN ^ 2
KE(12, 5) = 0
Rem 6
KE(1, 6) = (-1 * (BETA ^ 2 - (1 + 4 * POI) / 5) * AKEN)
KE(2, 6) = 0
KE(3, 6) = 2 / 3 * (BETA ^ 2 - 2 * (1 - POI) / 5) * AKEN ^ 2
KE(4, 6) = (-2 * BETA ^ 2 + (1 + 4 * POI) / 5) * AKEN)
KE(5, 6) = POI * BKEN * AKEN
KE(6, 6) = 4 / 3 * (BETA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * AKEN ^ 2
KE(7, 6) = (2 * BETA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * AKEN
KE(8, 6) = 0
KE(9, 6) = 2 / 3 * (BETA ^ 2 - (1 - POI) / 10) * AKEN ^ 2
KE(10, 6) = (BETA ^ 2 - (1 - POI) / 5) * AKEN
KE(11, 6) = 0
KE(12, 6) = 1 / 3 * (BETA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * AKEN ^ 2
Rem 7
KE(1, 7) = (-2 * (ALFA ^ 2 + BETA ^ 2) + (14 - 4 * POI) / 5)
KE(2, 7) = (-1 * (ALFA ^ 2 - (1 - POI) / 5) * BKEN)
KE(3, 7) = (BETA ^ 2 - (1 - POI) / 5) * AKEN
KE(4, 7) = 2 * (ALFA ^ 2 - 2 * BETA ^ 2) - (14 - 4 * POI) / 5
KE(5, 7) = (-1 * (ALFA ^ 2 - (1 + 4 * POI) / 5) * BKEN)
KE(6, 7) = (2 * BETA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * AKEN
KE(7, 7) = 4 * (ALFA ^ 2 + BETA ^ 2) + (14 - 4 * POI) / 5

```

```

KE(8, 7) = (-1 * (2 * ALFA ^ 2 + (1 + 4 * POI) / 5) * AKEN)
KE(9, 7) = (2 * BETA ^ 2 + (1 + 4 * POI) / 5) * AKEN
KE(10, 7) = (2 * (BETA ^ 2 - 2 * ALFA ^ 2) - (14 - 4 * POI) / 5)
KE(11, 7) = (-2 * ALFA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * BKEN
KE(12, 7) = (BETA ^ 2 - (1 + 4 * POI) / 5) * AKEN
Rem 8
KE(1, 8) = ((ALFA ^ 2 - (1 - POI) / 5) * BKEN)
KE(2, 8) = (1 / 3 * (ALFA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * BKEN ^ 2)
KE(3, 8) = 0
KE(4, 8) = (-1 * (ALFA ^ 2 - (1 + 4 * POI) / 5) * BKEN)
KE(5, 8) = 2 / 3 * (ALFA ^ 2 - 2 * (1 - POI) / 5) * BKEN ^ 2
KE(6, 8) = 0
KE(7, 8) = (-1 * (2 * ALFA ^ 2 + (1 + 4 * POI) / 5) * AKEN)
KE(8, 8) = 4 / 3 * (ALFA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * BKEN ^ 2
KE(9, 8) = (-1 * POI * AKEN * BKEN)
KE(10, 8) = (2 * ALFA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * BKEN
KE(11, 8) = 2 / 3 * (ALFA ^ 2 - (1 - POI) / 10) * BKEN ^ 2
KE(12, 8) = 0
Rem 9
KE(1, 9) = (-1 * (BETA ^ 2 - (1 - POI) / 5) * AKEN)
KE(2, 9) = 0
KE(3, 9) = 1 / 3 * (BETA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * AKEN ^ 2
KE(4, 9) = (-1 * (2 * BETA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * AKEN)
KE(5, 9) = 0
KE(6, 9) = 2 / 3 * (BETA ^ 2 - (1 - POI) / 10) * AKEN ^ 2
KE(7, 9) = (2 * BETA ^ 2 + (1 + 4 * POI) / 5) * AKEN
KE(8, 9) = (-1 * POI * AKEN * BKEN)
KE(9, 9) = 4 / 3 * (BETA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * AKEN ^ 2
KE(10, 9) = (BETA ^ 2 - (1 + 4 * POI) / 5) * AKEN
KE(11, 9) = 0
KE(12, 9) = 2 / 3 * (BETA ^ 2 - 2 * (1 - POI) / 5) * AKEN ^ 2
Rem 10
KE(1, 10) = 2 * (ALFA ^ 2 - 2 * BETA ^ 2) - (14 - 4 * POI) / 5
KE(2, 10) = (ALFA ^ 2 - (1 + 4 * POI) / 5) * BKEN
KE(3, 10) = (2 * BETA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * AKEN
KE(4, 10) = (-1 * 2 * (ALFA ^ 2 + BETA ^ 2) + (14 - 4 * POI) / 5)
KE(5, 10) = (ALFA ^ 2 - (1 - POI) / 5) * BKEN
KE(6, 10) = (BETA ^ 2 - (1 - POI) / 5) * AKEN
KE(7, 10) = (2 * (BETA ^ 2 - 2 * ALFA ^ 2) - (14 - 4 * POI) / 5)
KE(8, 10) = (2 * ALFA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * BKEN
KE(9, 10) = (BETA ^ 2 - (1 + 4 * POI) / 5) * AKEN
KE(10, 10) = 4 * (ALFA ^ 2 + BETA ^ 2) + (14 - 4 * POI) / 5
KE(11, 10) = (2 * ALFA ^ 2 + (1 + 4 * POI) / 5) * BKEN
KE(12, 10) = (2 * BETA ^ 2 + (1 + 4 * POI) / 5) * AKEN
Rem 11
KE(1, 11) = (ALFA ^ 2 - (1 + 4 * POI) / 5) * BKEN
KE(2, 11) = 2 / 3 * (ALFA ^ 2 - 2 * (1 - POI) / 5) * BKEN ^ 2
KE(3, 11) = 0
KE(4, 11) = (-1 * (ALFA ^ 2 - (1 - POI) / 5) * BKEN)
KE(5, 11) = 1 / 3 * (ALFA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * BKEN ^ 2
KE(6, 11) = 0
KE(7, 11) = (-2 * ALFA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * BKEN
KE(8, 11) = 2 / 3 * (ALFA ^ 2 - (1 - POI) / 10) * BKEN ^ 2
KE(9, 11) = 0
KE(10, 11) = (2 * ALFA ^ 2 + (1 + 4 * POI) / 5) * BKEN
KE(11, 11) = 4 / 3 * (ALFA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * BKEN ^ 2
KE(12, 11) = POI * AKEN * BKEN
Rem 12
KE(1, 12) = (-1 * (2 * BETA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * AKEN)
KE(2, 12) = 0
KE(3, 12) = 2 / 3 * (BETA ^ 2 - (1 - POI) / 10) * AKEN ^ 2
KE(4, 12) = (-1 * (BETA ^ 2 - (1 - POI) / 5) * AKEN)
KE(5, 12) = 0
KE(6, 12) = 1 / 3 * (BETA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * AKEN ^ 2
KE(7, 12) = (BETA ^ 2 - (1 + 4 * POI) / 5) * AKEN
KE(8, 12) = 0
KE(9, 12) = 2 / 3 * (BETA ^ 2 - 2 * (1 - POI) / 5) * AKEN ^ 2
KE(10, 12) = (2 * BETA ^ 2 + (1 + 4 * POI) / 5) * AKEN
KE(11, 12) = POI * AKEN * BKEN
KE(12, 12) = 4 / 3 * (BETA ^ 2 + (1 - POI) / 5) * AKEN ^ 2

```

Rem --- D SAYISI ILE ÇARPMA ---

For I = 1 To 12


```

For J= 1 To 12
KE(I, J) = KE(I, J) * DSAYISI
Next J
Next I

```

```

Rem -----
Rem -----ELASTIK ZEMIN ETKI MATRISI-----
Rem -----
If CKAT <= 0 Then GoTo GEC
Rem 1111
KC(1, 1) = (1727 * AKEN * BKEN) / 12600
KC(1, 2) = (461 * AKEN * BKEN ^ 2) / 25200
KC(1, 3) = (-461 * AKEN ^ 2 * BKEN) / 25200
KC(1, 4) = (613 * AKEN * BKEN) / 12600
KC(1, 5) = (-137 * AKEN * BKEN ^ 2) / 12600
KC(1, 6) = (-199 * AKEN ^ 2 * BKEN) / 25200
KC(1, 7) = (197 * AKEN * BKEN) / 12600
KC(1, 8) = (-29 * AKEN * BKEN ^ 2) / 6300
KC(1, 9) = (29 * AKEN ^ 2 * BKEN) / 6300
KC(1, 10) = (613 * AKEN * BKEN) / 12600
KC(1, 11) = (199 * AKEN * BKEN ^ 2) / 25200
KC(1, 12) = (137 * AKEN ^ 2 * BKEN) / 12600
Rem 222
KC(2, 1) = (461 * AKEN * BKEN ^ 2) / 25200
KC(2, 2) = (AKEN * BKEN ^ 3) / 315
KC(2, 3) = -(AKEN ^ 2 * BKEN ^ 2) / 400
KC(2, 4) = (137 * AKEN * BKEN ^ 2) / 12600
KC(2, 5) = -(AKEN * BKEN ^ 3) / 420
KC(2, 6) = -(AKEN ^ 2 * BKEN ^ 2) / 600
KC(2, 7) = (29 * AKEN * BKEN ^ 2) / 6300
KC(2, 8) = -(AKEN * BKEN ^ 3) / 840
KC(2, 9) = (AKEN ^ 2 * BKEN ^ 2) / 900
KC(2, 10) = (199 * AKEN * BKEN ^ 2) / 25200
KC(2, 11) = (AKEN * BKEN ^ 3) / 630
KC(2, 12) = (AKEN ^ 2 * BKEN ^ 2) / 600
Rem 333333
KC(3, 1) = (-461 * AKEN ^ 2 * BKEN) / 25200
KC(3, 2) = -(AKEN ^ 2 * BKEN ^ 2) / 400
KC(3, 3) = (AKEN ^ 3 * BKEN) / 315
KC(3, 4) = (-199 * AKEN ^ 2 * BKEN) / 25200
KC(3, 5) = (AKEN ^ 2 * BKEN ^ 2) / 600
KC(3, 6) = (AKEN ^ 3 * BKEN) / 630
KC(3, 7) = (-29 * AKEN ^ 2 * BKEN) / 6300
KC(3, 8) = (AKEN ^ 2 * BKEN ^ 2) / 900
KC(3, 9) = -(AKEN ^ 3 * BKEN) / 840
KC(3, 10) = (-137 * AKEN ^ 2 * BKEN) / 12600
KC(3, 11) = -(AKEN ^ 2 * BKEN ^ 2) / 600
KC(3, 12) = -(AKEN ^ 3 * BKEN) / 420
Rem 444444
KC(4, 1) = (613 * AKEN * BKEN) / 12600
KC(4, 2) = (137 * AKEN * BKEN ^ 2) / 12600
KC(4, 3) = (-199 * AKEN ^ 2 * BKEN) / 25200
KC(4, 4) = (1727 * AKEN * BKEN) / 12600
KC(4, 5) = (-461 * AKEN * BKEN ^ 2) / 25200
KC(4, 6) = (-461 * AKEN ^ 2 * BKEN) / 25200
KC(4, 7) = (613 * AKEN * BKEN) / 12600
KC(4, 8) = (-199 * AKEN * BKEN ^ 2) / 25200
KC(4, 9) = (137 * AKEN ^ 2 * BKEN) / 12600
KC(4, 10) = (197 * AKEN * BKEN) / 12600
KC(4, 11) = (29 * AKEN * BKEN ^ 2) / 6300
KC(4, 12) = (29 * AKEN ^ 2 * BKEN) / 6300
Rem 5555
KC(5, 1) = (-137 * AKEN * BKEN ^ 2) / 12600
KC(5, 2) = -(AKEN * BKEN ^ 3) / 420
KC(5, 3) = (AKEN ^ 2 * BKEN ^ 2) / 600
KC(5, 4) = (-461 * AKEN * BKEN ^ 2) / 25200
KC(5, 5) = (AKEN * BKEN ^ 3) / 315
KC(5, 6) = (AKEN ^ 2 * BKEN ^ 2) / 400
KC(5, 7) = (-199 * AKEN * BKEN ^ 2) / 25200
KC(5, 8) = (AKEN * BKEN ^ 3) / 630
KC(5, 9) = -(AKEN ^ 2 * BKEN ^ 2) / 600

```

$KC(5, 10) = (-29 * AKEN * BKEN^2) / 6300$
 $KC(5, 11) = -(AKEN * BKEN^3) / 840$
 $KC(5, 12) = -(AKEN^2 * BKEN^2) / 900$
 Rem 66666
 $KC(6, 1) = (-199 * AKEN^2 * BKEN) / 25200$
 $KC(6, 2) = -(AKEN^2 * BKEN^2) / 600$
 $KC(6, 3) = (AKEN^3 * BKEN) / 630$
 $KC(6, 4) = (-461 * AKEN^2 * BKEN) / 25200$
 $KC(6, 5) = (AKEN^2 * BKEN^2) / 400$
 $KC(6, 6) = (AKEN^3 * BKEN) / 315$
 $KC(6, 7) = (-137 * AKEN^2 * BKEN) / 12600$
 $KC(6, 8) = (AKEN^2 * BKEN^2) / 600$
 $KC(6, 9) = -(AKEN^3 * BKEN) / 420$
 $KC(6, 10) = (-29 * AKEN^2 * BKEN) / 6300$
 $KC(6, 11) = -(AKEN^2 * BKEN^2) / 900$
 $KC(6, 12) = -(AKEN^3 * BKEN) / 840$
 Rem 777777
 $KC(7, 1) = (197 * AKEN * BKEN) / 12600$
 $KC(7, 2) = (29 * AKEN * BKEN^2) / 6300$
 $KC(7, 3) = (-29 * AKEN^2 * BKEN) / 6300$
 $KC(7, 4) = (613 * AKEN * BKEN) / 12600$
 $KC(7, 5) = (-199 * AKEN * BKEN^2) / 25200$
 $KC(7, 6) = (-137 * AKEN^2 * BKEN) / 12600$
 $KC(7, 7) = (1727 * AKEN * BKEN) / 12600$
 $KC(7, 8) = (-461 * AKEN * BKEN^2) / 25200$
 $KC(7, 9) = (461 * AKEN^2 * BKEN) / 25200$
 $KC(7, 10) = (613 * AKEN * BKEN) / 12600$
 $KC(7, 11) = (137 * AKEN * BKEN^2) / 12600$
 $KC(7, 12) = (199 * AKEN^2 * BKEN) / 25200$
 Rem 8888888
 $KC(8, 1) = (-29 * AKEN * BKEN^2) / 6300$
 $KC(8, 2) = -(AKEN * BKEN^3) / 840$
 $KC(8, 3) = (AKEN^2 * BKEN^2) / 900$
 $KC(8, 4) = (-199 * AKEN * BKEN^2) / 25200$
 $KC(8, 5) = (AKEN * BKEN^3) / 630$
 $KC(8, 6) = (AKEN^2 * BKEN^2) / 600$
 $KC(8, 7) = (-461 * AKEN * BKEN^2) / 25200$
 $KC(8, 8) = (AKEN * BKEN^3) / 315$
 $KC(8, 9) = -(AKEN^2 * BKEN^2) / 400$
 $KC(8, 10) = (-137 * AKEN * BKEN^2) / 12600$
 $KC(8, 11) = -(AKEN * BKEN^3) / 420$
 $KC(8, 12) = -(AKEN^2 * BKEN^2) / 600$
 Rem 9999999
 $KC(9, 1) = (29 * AKEN^2 * BKEN) / 6300$
 $KC(9, 2) = (AKEN^2 * BKEN^2) / 900$
 $KC(9, 3) = -(AKEN^3 * BKEN) / 840$
 $KC(9, 4) = (137 * AKEN^2 * BKEN) / 12600$
 $KC(9, 5) = -(AKEN^2 * BKEN^2) / 600$
 $KC(9, 6) = -(AKEN^3 * BKEN) / 420$
 $KC(9, 7) = (461 * AKEN^2 * BKEN) / 25200$
 $KC(9, 8) = -(AKEN^2 * BKEN^2) / 400$
 $KC(9, 9) = (AKEN^3 * BKEN) / 315$
 $KC(9, 10) = (199 * AKEN^2 * BKEN) / 25200$
 $KC(9, 11) = (AKEN^2 * BKEN^2) / 600$
 $KC(9, 12) = (AKEN^3 * BKEN) / 630$
 Rem 101010
 $KC(10, 1) = (613 * AKEN * BKEN) / 12600$
 $KC(10, 2) = (199 * AKEN * BKEN^2) / 25200$
 $KC(10, 3) = (-137 * AKEN^2 * BKEN) / 12600$
 $KC(10, 4) = (197 * AKEN * BKEN) / 12600$
 $KC(10, 5) = (-29 * AKEN * BKEN^2) / 6300$
 $KC(10, 6) = (-29 * AKEN^2 * BKEN) / 6300$
 $KC(10, 7) = (613 * AKEN * BKEN) / 12600$
 $KC(10, 8) = (-137 * AKEN * BKEN^2) / 12600$
 $KC(10, 9) = (199 * AKEN^2 * BKEN) / 25200$
 $KC(10, 10) = (1727 * AKEN * BKEN) / 12600$
 $KC(10, 11) = (461 * AKEN * BKEN^2) / 25200$
 $KC(10, 12) = (461 * AKEN^2 * BKEN) / 25200$
 Rem 11
 $KC(11, 1) = (199 * AKEN * BKEN^2) / 25200$
 $KC(11, 2) = (AKEN * BKEN^3) / 630$
 $KC(11, 3) = -(AKEN^2 * BKEN^2) / 600$
 $KC(11, 4) = (29 * AKEN * BKEN^2) / 6300$
 $KC(11, 5) = -(AKEN * BKEN^3) / 840$
 $KC(11, 6) = -(AKEN^2 * BKEN^2) / 900$
 $KC(11, 7) = (137 * AKEN * BKEN^2) / 12600$

```

KC(11, 8) = -(AKEN * BKEN ^ 3) / 420
KC(11, 9) = (AKEN ^ 2 * BKEN ^ 2) / 600
KC(11, 10) = (461 * AKEN * BKEN ^ 2) / 25200
KC(11, 11) = (AKEN * BKEN ^ 3) / 315
KC(11, 12) = (AKEN ^ 2 * BKEN ^ 2) / 400
Rem 12
KC(12, 1) = (137 * AKEN ^ 2 * BKEN) / 12600
KC(12, 2) = (AKEN ^ 2 * BKEN ^ 2) / 600
KC(12, 3) = -(AKEN ^ 3 * BKEN) / 420
KC(12, 4) = (29 * AKEN ^ 2 * BKEN) / 6300
KC(12, 5) = -(AKEN ^ 2 * BKEN ^ 2) / 900
KC(12, 6) = -(AKEN ^ 3 * BKEN) / 840
KC(12, 7) = (199 * AKEN ^ 2 * BKEN) / 25200
KC(12, 8) = -(AKEN ^ 2 * BKEN ^ 2) / 600
KC(12, 9) = (AKEN ^ 3 * BKEN) / 630
KC(12, 10) = (461 * AKEN ^ 2 * BKEN) / 25200
KC(12, 11) = (AKEN ^ 2 * BKEN ^ 2) / 400
KC(12, 12) = (AKEN ^ 3 * BKEN) / 315

```

```

For I = 1 To 12
For J = 1 To 12
KE(I, J) = KE(I, J) + KC(I, J)
Next J: Next I

```

GEC:

Rem ##### SISTEM RIJTLIK MATRISI #####

```

For H = 1 To topelem
For HY = 1 To 12
For HX = 1 To topdep
M2(HX, HY) = CT(H, HX, HY)
Next HX: Next HY

```

```

For HY = 1 To 12
For HX = 1 To 12
M1(HX, HY) = KE(HX, HY)
Next HX: Next HY

```

```

CN(2) = topdep: RN(2) = topdep
CN(1) = topdep: RN(1) = topdep

```

GoSub 10

```

For HY = 1 To 12
For HX = 1 To topdep
M2(HX, HY) = M3(HX, HY)
Next HX: Next HY

```

```

For HY = 1 To topdep
For HX = 1 To 12
M1(HX, HY) = C(H, HX, HY)
Next HX: Next HY
CN(1) = 12: RN(1) = topdep
CN(2) = topdep: RN(2) = 12

```

GoSub 10

```

20 For HY = 1 To topdep
For HX = 1 To topdep
KSIS(HX, HY) = KSIS(HX, HY) + M3(HX, HY)
Next HX: Next HY
Next H

```

```

Rem -----
Rem ELEMEN YÜK MATRİSİNİN HESAPLANAMASI
Rem -----
QSBTE(1, 1) = 1 / 4 * SBTYUK * AKEN * BKEN
QSBTE(2, 1) = 1 / 24 * SBTYUK * BKEN ^ 2 * AKEN

```

```

QSBTE(3, 1) = (-1 * 1 / 24 * SBTYUK * AKEN ^ 2 * BKEN)
QSBTE(4, 1) = SBTYUK * AKEN * BKEN * 1 / 4
QSBTE(5, 1) = (-1 * SBTYUK * AKEN * BKEN ^ 2 * 1 / 24)
QSBTE(6, 1) = (-1 * SBTYUK * AKEN ^ 2 * BKEN * 1 / 24)
QSBTE(7, 1) = SBTYUK * AKEN * BKEN * 1 / 4
QSBTE(8, 1) = (-1 * SBTYUK * AKEN * BKEN ^ 2 * 1 / 24)
QSBTE(9, 1) = SBTYUK * AKEN ^ 2 * BKEN * 1 / 24
QSBTE(10, 1) = SBTYUK * AKEN * BKEN * 1 / 4
QSBTE(11, 1) = SBTYUK * AKEN * BKEN ^ 2 * 1 / 24
QSBTE(12, 1) = SBTYUK * AKEN ^ 2 * BKEN * 1 / 24

```

Rem -----

Rem Sistem Yük Matrisinin Hesabi

Rem -----

For H = 1 To topelem

For HY = 1 To 12

For HX = 1 To topdep

M2(HX, HY) = CT(H, HX, HY)

Next HX: Next HY

For HY = 1 To 1

For HX = 1 To 12

M1(HX, HY) = QSBTE(HX, HY)

Next HX: Next HY

CN(1) = 12: RN(1) = topdep

CN(2) = 1: RN(2) = 12

GoSub 10

For HY = 1 To 1

For HX = 1 To topdep

KYU(HX, HY) = KYU(HX, HY) + M3(HX, HY)

Next HX: Next HY

Next H

For HX = 1 To topdep

YUZEYSEL(HX, 1) = KYU(HX, 1)

Next HX

If YUKKONT = 1 Then

For HX = 1 To topdep

KYU(HX, 1) = KYU(HX, 1) + TEKILYUK(HX, 1) + CIZGISEL(HX, 1) TEKIL VE CIZGISEL YUKLER EKLENİYOR

Next HX

End If

GoTo 45

Rem *****

Rem MATRİS ÇARPIMI

Rem *****

For J = 1 To RN(1)

For K = 1 To CN(2): M3(J, K) = 0

For I = 1 To CN(1)

M3(J, K) = M3(J, K) + M2(J, I) * M1(I, K)

Next

Next

Next

Return

45 Rem SON

Rem GoTo 16

Rem SINIR SARTLARI

Rem -----

Rem -----

Rem -----

Rem -----SOL ALT KENAR-----

If S3 = 1 Or S4 = 1 Then GoTo 1

If S3 = 3 And S4 = 3 Then

```

GT = GT + 1
GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = 1
For GY = 1 To topdep
    KSON(GT, GY) = KSIS(1, GY)
    QSON(GT, 1) = KYU(1, 1)
Next GY
GoTo 1
End If

```

```

If S3 = 3 Then 'SIMTERIK X YONUNDE
GT = GT + 1

```

```

GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = 3

```

```

    For GY = 1 To topdep
        KSON(GT, GY) = KSIS(3, GY)
        QSON(GT, 1) = KYU(3, 1)
    Next GY

```

```

GoTo 1
End If

```

```

If S4 = 3 Then 'SIMETRIK Y YONUDE
GT = GT + 1

```

```

GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = 2

```

```

    For GY = 1 To topdep
        KSON(GT, GY) = KSIS(2, GY)
        QSON(GT, 1) = KYU(2, 1)
    Next GY

```

```

GoTo 1
End If

```

```

If S3 = 2 And S4 = 2 Then

```

```

For J = 1 To 2

```

```

GT = GT + 1

```

```

GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = GT + 1

```

```

    For GY = 1 To topdep
        KSON(GT, GY) = KSIS(GT + 1, GY)
        QSON(GT, 1) = KYU(GT + 1, 1)
    Next GY

```

```

Next J

```

```

GoTo 1

```

```

End If

```

```

1 If S3 = 1 Then GoTo 2

```

```

Rem ----ALT KENAR----

```

```

For GX = 4 To (tx * 3) - 3

```

```

    TT = TT + 1: If TT > 3 Then TT = 1

```

```

    If S3 = 3 And TT <> 2 Then

```

```

        GT = GT + 1

```

```

        GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = GX

```

```

        For GY = 1 To topdep

```

```

            KSON(GT, GY) = KSIS(GX, GY)

```

```

            QSON(GT, 1) = KYU(GX, 1)

```

```

        Next GY

```

```

    End If

```

```

    If S3 = 2 And TT > 1 Then

```

```

        GT = GT + 1

```

```

        GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = GX

```

```

        For GY = 1 To topdep

```

```

            KSON(GT, GY) = KSIS(GX, GY)

```

```

            QSON(GT, 1) = KYU(GX, 1)

```

```

        Next GY

```

```
End If
Next GX
```

```
Rem -----SAG ALT KENAR-----
```

```
2 If S3 = 1 Or S2 = 1 Then GoTo 3
```

```
If S3 = 3 And S2 = 3 Then
```

```
    GT = GT + 1
    GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = (tx * 3) - 2
    For GY = 1 To topdep
        KSON(GT, GY) = KSIS((tx * 3) - 2, GY)
        QSON(GT, 1) = KYU((tx * 3) - 2, 1)
    Next GY
```

```
GoTo 3
```

```
End If
```

```
If S3 = 3 Then 'SIMTERIK X YONUNDE
```

```
GT = GT + 1
```

```
GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = (tx * 3)
```

```
For GY = 1 To topdep
    KSON(GT, GY) = KSIS((tx * 3), GY)
    QSON(GT, 1) = KYU((tx * 3), 1)
Next GY
```

```
GoTo 3
```

```
End If
```

```
If S2 = 3 Then 'SIMETRIK Y YONUDE
```

```
GT = GT + 1
```

```
GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = (tx * 3) - 1
```

```
For GY = 1 To topdep
    KSON(GT, GY) = KSIS((tx * 3) - 1, GY)
    QSON(GT, 1) = KYU((tx * 3) - 1, 1)
Next GY
```

```
GoTo 3
```

```
End If
```

```
If S3 = 2 And S2 = 2 Then
```

```
For J = (tx * 3) - 1 To (tx * 3)
```

```
GT = GT + 1
```

```
GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = J
```

```
For GY = 1 To topdep
    KSON(GT, GY) = KSIS(J, GY)
    QSON(GT, 1) = KYU(J, 1)
Next GY
```

```
Next J
```

```
GoTo 3
```

```
End If
```

```
3 If ty < 3 Then GoTo 500
```

```
For t = 1 To (ty - 2)
```

```
YUH1 = 0: TUH1 = 0: YUH2 = 0: TUH2 = 0
```

```
Rem -----SOL KENAR-----
```

```
For GX = ((3 * tx) * t) + 1 To ((3 * tx) * t) + 3
```

```

YUH1 = YUH1 + 1: If YUH1 > 3 Then YUH = 1
If S4 = 3 And YUH1 <> 3 Then
  GT = GT + 1
  GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = GX
  For GY = 1 To topdep
    KSON(GT, GY) = KSIS(GX, GY)
    QSON(GT, 1) = KYU(GX, 1)
  Next GY
End If

```

```

If S4 = 2 And YUH1 > 1 Then
  GT = GT + 1
  GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = GX
  For GY = 1 To topdep
    KSON(GT, GY) = KSIS(GX, GY)
    QSON(GT, 1) = KYU(GX, 1)
  Next GY
End If

```

```

Next GX
Rem -----ORTA-----
For GX = ((3 * tx * t) + 4 To (3 * tx * (t + 1)) - 3
  GT = GT + 1
  GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = GX
4  For GY = 1 To topdep
    KSON(GT, GY) = KSIS(GX, GY)
    QSON(GT, 1) = KYU(GX, 1)
  Next GY
5 Next GX

```

```

Rem -----SAG KENAR-----
For GX = ((3 * tx * (t + 1)) - 2) To (3 * tx * (t + 1))
  YUH2 = YUH2 + 1: If YUH2 > 3 Then YUH2 = 1
  If S2 = 3 And YUH2 <> 3 Then
    GT = GT + 1
    GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = GX
    For GY = 1 To topdep
      KSON(GT, GY) = KSIS(GX, GY)
      QSON(GT, 1) = KYU(GX, 1)
    Next GY
  End If

```

```

If S2 = 2 And YUH2 > 1 Then
  GT = GT + 1
  GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = GX
  For GY = 1 To topdep
    KSON(GT, GY) = KSIS(GX, GY)
    QSON(GT, 1) = KYU(GX, 1)
  Next GY
End If

```

```

Next GX

```

```

Next t

```

```

Rem -----SOL UST KENAR-----
500 If S4 = 1 Or S1 = 1 Then GoTo 6

```

```

If S1 = 3 And S4 = 3 Then

```

```

  GT = GT + 1
  GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = (3 * tx * (ty - 1)) + 1
  For GY = 1 To topdep
    KSON(GT, GY) = KSIS((3 * tx * (ty - 1)) + 1, GY)
    QSON(GT, 1) = KYU((3 * tx * (ty - 1)) + 1, 1)
  Next GY
GoTo 6
End If

```

```

If S1 = 3 Then 'SIMTERIK X YONUNDE
GT = GT + 1

```

GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = $(3 * tx * (ty - 1)) + 3$

For GY = 1 To topdep

KSON(GT, GY) = KSIS($(3 * tx * (ty - 1)) + 3$, GY)

QSON(GT, 1) = KYU($(3 * tx * (ty - 1)) + 3$, 1)

Next GY

GoTo 6

End If

If S4 = 3 Then ' SIMETRIK Y YONUDE

GT = GT + 1

GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = $(3 * tx * (ty - 1)) + 2$

For GY = 1 To topdep

KSON(GT, GY) = KSIS($(3 * tx * (ty - 1)) + 2$, GY)

QSON(GT, 1) = KYU($(3 * tx * (ty - 1)) + 2$, 1)

Next GY

GoTo 6

End If

If S1 = 2 And S4 = 2 Then

For J = $(3 * tx * (ty - 1)) + 2$ To $(3 * tx * (ty - 1)) + 3$

GT = GT + 1

GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = J

For GY = 1 To topdep

KSON(GT, GY) = KSIS(J, GY)

QSON(GT, 1) = KYU(J, 1)

Next GY

Next J

GoTo 6

End If

6 If S1 = 1 Then GoTo 7

Rem -----UST KENAR-----

For GX = $(3 * tx * (ty - 1)) + 4$ To $((3 * tx) * (ty - 1)) + ((3 * tx) - 3)$

YUH3 = YUH3 + 1: If YUH3 > 3 Then YUH3 = 1

If S1 = 3 And YUH3 <> 2 Then

GT = GT + 1

GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = GX

For GY = 1 To topdep

KSON(GT, GY) = KSIS(GX, GY)

QSON(GT, 1) = KYU(GX, 1)

Next GY

End If

If S1 = 2 And YUH3 > 1 Then

GT = GT + 1

GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = GX

For GY = 1 To topdep

KSON(GT, GY) = KSIS(GX, GY)

QSON(GT, 1) = KYU(GX, 1)

Next GY

End If

Next GX

Rem -----SAG UST KENAR-----

7 If S1 = 1 Or S2 = 1 Then GoTo 8

If S1 = 3 And S2 = 3 Then

GT = GT + 1

GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = $((3 * tx) * (ty - 1)) + ((3 * tx) - 2)$

For GY = 1 To topdep

KSON(GT, GY) = KSIS($((3 * tx) * (ty - 1)) + ((3 * tx) - 2)$, GY)

QSON(GT, 1) = KYU($((3 * tx) * (ty - 1)) + ((3 * tx) - 2)$, 1)

Next GY

GoTo 8
End If

If S1 = 3 Then 'SIMTERIK X YONUNDE
GT = GT + 1

GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = ((3 * tx) * (ty - 1)) + ((3 * tx))

For GY = 1 To topdep
KSON(GT, GY) = KSIS(((3 * tx) * (ty - 1)) + ((3 * tx)), GY)
QSON(GT, 1) = KYU(((3 * tx) * (ty - 1)) + ((3 * tx)), 1)
Next GY

GoTo 8
End If

If S2 = 3 Then 'SIMETRIK Y YONUDE
GT = GT + 1

GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = ((3 * tx) * (ty - 1)) + ((3 * tx) - 1)

For GY = 1 To topdep
KSON(GT, GY) = KSIS(((3 * tx) * (ty - 1)) + ((3 * tx) - 1), GY)
QSON(GT, 1) = KYU(((3 * tx) * (ty - 1)) + ((3 * tx) - 1), 1)
Next GY

GoTo 8
End If

If S1 = 2 And S2 = 2 Then
For J = ((3 * tx) * (ty - 1)) + ((3 * tx) - 1) To ((3 * tx) * (ty - 1)) + ((3 * tx))
GT = GT + 1
GRS = GRS + 1: GERDEP(GRS) = J

For GY = 1 To topdep
KSON(GT, GY) = KSIS(J, GY)
QSON(GT, 1) = KYU(J, 1)
Next GY

Next J
GoTo 8
End If

8 Rem SON

Rem -----
Rem -----

cik = 0: TT = 0
GT = 0

Rem -----SOL ALT KENAR-----

If S3 = 1 Or S4 = 1 Then GoTo 9

If S3 = 3 And S4 = 3 Then

GT = GT + 1

For GY = 1 To topdep
KENSON(GY, GT) = KSON(GY, 1)
Next GY

GoTo 9
End If

If S3 = 3 Then 'SIMTERIK X YONUNDE
GT = GT + 1

For GY = 1 To topdep

```

      KENSON(GY, GT) = KSON(GY, 3)
    Next GY

```

```

GoTo 9
End If

```

```

If S4 = 3 Then ' SIMETRIK Y YONUDE
GT = GT + 1

```

```

    For GY = 1 To topdep
      KENSON(GY, GT) = KSON(GY, 2)
    Next GY

```

```

GoTo 9
End If

```

```

If S3 = 2 And S4 = 2 Then
For J = 1 To 2
GT = GT + 1

```

```

    For GY = 1 To topdep
      KENSON(GY, GT) = KSON(GY, GT + 1)
    Next GY

```

```

  Next J
GoTo 9
End If

```

```

9 If S3 = 1 Then GoTo 18

```

```

Rem -----ALT KENAR-----
For GX = 4 To (tx * 3) - 3

```

```

  TT = TT + 1: If TT > 3 Then TT = 1
  If S3 = 3 And TT <> 2 Then
    GT = GT + 1
    For GY = 1 To topdep - cik
      KENSON(GY, GT) = KSON(GY, GX)

```

```

    Next GY
  End If
  If S3 = 2 And TT > 1 Then
    GT = GT + 1
    For GY = 1 To topdep - cik
      KENSON(GY, GT) = KSON(GY, GX)

```

```

  Next GY
End If

```

```

Next GX

```

```

Rem -----SAG ALT KENAR-----

```

```

18 If S3 = 1 Or S2 = 1 Then GoTo 11

```

```

If S3 = 3 And S2 = 3 Then

```

```

  GT = GT + 1
  For GY = 1 To topdep
    KENSON(GY, GT) = KSON(GY, (tx * 3) - 2)
  Next GY

```

```

GoTo 11
End If

```

```

If S3 = 3 Then 'SIMTERIK X YONUNDE
GT = GT + 1

```

```

  For GY = 1 To topdep

```

```

      KENSON(GY, GT) = KSON(GY, (tx * 3))
    Next GY

GoTo 11
End If

If S2 = 3 Then ' SIMETRIK Y YONUDE
GT = GT + 1

  For GY = 1 To topdep
    KENSON(GY, GT) = KSON(GY, (tx * 3) - 1)
  Next GY

GoTo 11
End If

If S3 = 2 And S2 = 2 Then
For J = (tx * 3) - 1 To (tx * 3)
GT = GT + 1
  For GY = 1 To topdep
    KENSON(GY, GT) = KSON(GY, J)
  Next GY
Next J
GoTo 11
End If

11 If ty < 3 Then GoTo 501

For t = 1 To (ty - 2)

Rem -----SOL KENAR-----
For GX = ((3 * tx) * t) + 1 To ((3 * tx) * t) + 3
  TUH1 = TUH1 + 1: If TUH1 > 3 Then TUH1 = 1
  If S4 = 3 And TUH1 <> 3 Then
    GT = GT + 1
    For GY = 1 To topdep - cik
      KENSON(GY, GT) = KSON(GY, GX)
    Next GY
  End If
If S4 = 2 And TUH1 > 1 Then
  GT = GT + 1
  For GY = 1 To topdep - cik
    KENSON(GY, GT) = KSON(GY, GX)
  Next GY
End If

Next GX

Rem -----ORTA-----
For GX = ((3 * tx) * t) + 4 To (3 * tx * (t + 1)) - 3
  GT = GT + 1
12  For GY = 1 To topdep - cik
    KENSON(GY, GT) = KSON(GY, GX)
  Next GY
Next GX

Rem -----SAG KENAR-----
For GX = ((3 * tx * (t + 1)) - 2) To (3 * tx * (t + 1))
  TUH2 = TUH2 + 1: If TUH2 > 3 Then TUH2 = 1
  If S2 = 3 And TUH2 <> 3 Then
    GT = GT + 1
    For GY = 1 To topdep - cik
      KENSON(GY, GT) = KSON(GY, GX)
    Next GY
  End If
If S2 = 2 And TUH2 > 1 Then
  GT = GT + 1
  For GY = 1 To topdep - cik
    KENSON(GY, GT) = KSON(GY, GX)
  Next GY
End If

```

Next GX

Next t

Rem -----SOL UST KENAR-----

501 If S4 = 1 Or S1 = 1 Then GoTo 14

If S1 = 3 And S4 = 3 Then

GT = GT + 1

For GY = 1 To topdep

KENSON(GY, GT) = KSON(GY, (3 * tx * (ty - 1)) + 1)

Next GY

GoTo 14

End If

If S1 = 3 Then 'SIMTERIK X YONUDE

GT = GT + 1

For GY = 1 To topdep

KENSON(GY, GT) = KSON(GY, (3 * tx * (ty - 1)) + 3)

Next GY

GoTo 14

End If

If S4 = 3 Then 'SIMETRIK Y YONUDE

GT = GT + 1

For GY = 1 To topdep

KENSON(GY, GT) = KSON(GY, (3 * tx * (ty - 1)) + 2)

Next GY

GoTo 14

End If

If S1 = 2 And S4 = 2 Then

For J = (3 * tx * (ty - 1)) + 2 To (3 * tx * (ty - 1)) + 3

GT = GT + 1

For GY = 1 To topdep

KENSON(GY, GT) = KSON(GY, J)

Next GY

Next J

GoTo 14

End If

14 If S1 = 1 Then GoTo 15

Rem -----UST KENAR-----

For GX = (3 * tx * (ty - 1)) + 4 To ((3 * tx) * (ty - 1)) + ((3 * tx) - 3)

TUH3 = TUH3 + 1: If TUH3 > 3 Then TUH3 = 1

If S1 = 3 And TUH3 <> 2 Then

GT = GT + 1

For GY = 1 To topdep - cik

KENSON(GY, GT) = KSON(GY, GX)

Next GY

End If

If S1 = 2 And TUH3 > 1 Then

GT = GT + 1

For GY = 1 To topdep - cik

KENSON(GY, GT) = KSON(GY, GX)

Next GY

End If

Next GX

Rem -----SAG UST KENAR-----

15 If S1 = 1 Or S2 = 1 Then GoTo 16

If S1 = 3 And S2 = 3 Then

GT = GT + 1

For GY = 1 To topdep

KENSON(GY, GT) = KSON(GY, ((3 * tx) * (ty - 1)) + ((3 * tx) - 2))

Next GY

GoTo 16

End If

If S1 = 3 Then 'SIMTERIK X YONUNDE

GT = GT + 1

For GY = 1 To topdep

KENSON(GY, GT) = KSON(GY, ((3 * tx) * (ty - 1)) + ((3 * tx)))

Next GY

GoTo 16

End If

If S2 = 3 Then 'SIMETRIK Y YONUDE

GT = GT + 1

For GY = 1 To topdep

KENSON(GY, GT) = KSON(GY, ((3 * tx) * (ty - 1)) + ((3 * tx) - 1))

Next GY

GoTo 16

End If

If S1 = 2 And S2 = 2 Then

For J = ((3 * tx) * (ty - 1)) + ((3 * tx) - 1) To ((3 * tx) * (ty - 1)) + ((3 * tx))

GT = GT + 1

For GY = 1 To topdep

KENSON(GY, GT) = KSON(GY, J)

Next GY

Next J

GoTo 16

End If

16 Rem *****

Rem MATRIS TERSI

Rem *****

RNN = GT: CNN = GT: FF = 0: r = 0: K = 0

J = 0: M = 0: I = 0: TB = 0

For HY = 1 To GT

For HX = 1 To GT

MT1(1, HX, HY) = KENSON(HX, HY)

Next HX: Next HY

Rem TERS

For I = 1 To RNN

For J = 1 To RNN

MT2(I, J) = 0: MT1(2, I, J) = MT1(1, I, J): MT1(2, I, RNN + J) = 0

Next J

Next I

```

For I = 1 To RNN
    MT1(2, I, RNN + I) = 1
Next I
K = 1

1300 If MT1(2, K, K) = 0 Then M = K + 1: GoTo 1360
For I = K + 1 To RNN
    r = MT1(2, I, K) / MT1(2, K, K)
    For J = K + 1 To RNN + K
        MT1(2, I, J) = MT1(2, I, J) - r * MT1(2, K, J)
    Next J
Next I
K = K + 1
If K < RNN Then GoTo 1300 Else If MT1(2, RNN, RNN) = 0 Then FF = 1: GoTo 35

For J = RNN To 1 Step -1
    For I = RNN To 1 Step -1: TB = 0
        For K = RNN To I Step -1
            TB = TB - MT2(K, J) * MT1(2, I, K)
        Next K
        MT2(I, J) = (TB + MT1(2, I, RNN + J)) / MT1(2, I, I)
    Next I
Next J: GoTo 35
1360 If (MT1(2, M, K) = 0 And M <= RNN) Then M = M + 1: GoTo 1360
If M = RNN + 1 Then FF = 1: GoTo 35
For J = K To RNN + K
    r = MT1(2, K, J): MT1(2, K, J) = MT1(2, M, J): MT1(2, M, J) = r
Next J: GoTo 1300

35 Rem -----D=[K]-1*Q ISLEMININ YAPILMASI-----

For HY = 1 To topdep
    For HX = 1 To topdep
        M2(HX, HY) = 0
        M1(HX, HY) = 0
    Next HX: Next HY

For HY = 1 To GT
    For HX = 1 To GT
        M2(HX, HY) = MT2(HX, HY)
    Next HX: Next HY

For HY = 1 To 1
    For HX = 1 To GT
        M1(HX, HY) = QSON(HX, HY)
    Next HX: Next HY

CN(2) = GT: RN(2) = 1
CN(1) = GT: RN(1) = GT

GoSub 10

For HY = 1 To 1
    For HX = 1 To GT
        DEP(HX, HY) = M3(HX, HY)
    Next HX: Next HY

For K = 1 To topdep
    TDEP(K) = 0
Next K
For K = 1 To GRS
    TDEP(GERDEP(K)) = DEP(K, 1)
Next K
Dim RT

REM-----
REM ----- Mx My Mxy MOMENTLERININ BULUNMASI-----
REM -----
For ITA = 0 To 1
    For KSI = 0 To 1
        RT = RT + 1
        X1 = KSI
        Y1 = ITA
    Next KSI
Next ITA

Rem 1

```

$MM(RT, 1, 1) = (-8 * X1 * (1 - Y1 / BKEN)) / AKEN^3 + (2 * (3 - (2 * X1) / AKEN) * (1 - Y1 / BKEN)) / AKEN^2 - POI * ((8 * (1 - X1 / AKEN) * Y1) / BKEN^3 - (2 * (1 - X1 / AKEN) * (3 - (2 * Y1) / BKEN)) / BKEN^2)$
 $MM(RT, 1, 2) = -POI * ((2 * (1 - X1 / AKEN) * Y1) / BKEN^2 - (4 * (1 - X1 / AKEN) * (1 - Y1 / BKEN)) / BKEN)$
 $MM(RT, 1, 3) = (2 * X1 * (1 - Y1 / BKEN)) / AKEN^2 - (4 * (1 - X1 / AKEN) * (1 - Y1 / BKEN)) / AKEN$
 $MM(RT, 1, 4) = (-4 * X1 * Y1) / (AKEN^3 * BKEN) + (2 * (1 - (2 * X1) / AKEN) * Y1) / (AKEN^2 * BKEN) + (4 * (1 - X1 / AKEN) * Y1) / (AKEN^2 * BKEN) - POI * ((-8 * (1 - X1 / AKEN) * Y1) / BKEN^3 + (2 * (1 - X1 / AKEN) * (3 - (2 * Y1) / BKEN)) / BKEN^2)$
 $MM(RT, 1, 5) = -POI * ((4 * (1 - X1 / AKEN) * Y1) / BKEN^2 - (2 * (1 - X1 / AKEN) * (1 - Y1 / BKEN)) / BKEN)$
 $MM(RT, 1, 6) = (2 * X1 * Y1) / (AKEN^2 * BKEN) - (4 * (1 - X1 / AKEN) * Y1) / (AKEN * BKEN)$
 $MM(RT, 1, 7) = (8 * X1 * Y1) / (AKEN^3 * BKEN) - (2 * (3 - (2 * X1) / AKEN) * Y1) / (AKEN^2 * BKEN) - POI * ((-4 * X1 * Y1) / (AKEN * BKEN^3) + (2 * X1 * (1 - (2 * Y1) / BKEN)) / (AKEN * BKEN^2) + (4 * X1 * (1 - Y1 / BKEN)) / (AKEN * BKEN^2))$
 $MM(RT, 1, 8) = -POI * ((4 * X1 * Y1) / (AKEN * BKEN^2) - (2 * X1 * (1 - Y1 / BKEN)) / (AKEN * BKEN))$
 $MM(RT, 1, 9) = (4 * X1 * Y1) / (AKEN^2 * BKEN) - (2 * (1 - X1 / AKEN) * Y1) / (AKEN * BKEN)$
 $MM(RT, 1, 10) = (8 * X1 * (1 - Y1 / BKEN)) / AKEN^3 - (2 * (3 - (2 * X1) / AKEN) * (1 - Y1 / BKEN)) / AKEN^2 - POI * ((4 * X1 * Y1) / (AKEN * BKEN^3) - (2 * X1 * (1 - (2 * Y1) / BKEN)) / (AKEN * BKEN^2) - (4 * X1 * (1 - Y1 / BKEN)) / (AKEN * BKEN^2))$
 $MM(RT, 1, 11) = -POI * ((2 * X1 * Y1) / (AKEN * BKEN^2) - (4 * X1 * (1 - Y1 / BKEN)) / (AKEN * BKEN))$
 $MM(RT, 1, 12) = (4 * X1 * (1 - Y1 / BKEN)) / AKEN^2 - (2 * (1 - X1 / AKEN) * (1 - Y1 / BKEN)) / AKEN$

Rem 2

$MM(RT, 2, 1) = ((6 * POI / AKEN^2) * (1 - 2 * KSI) * (1 - ITA)) + (6 / BKEN^2) * (1 - KSI) * (1 - 2 * ITA)$
 $MM(RT, 2, 2) = (2 / BKEN) * (1 - KSI) * (2 - 3 * ITA)$
 $MM(RT, 2, 3) = (-2 * POI / AKEN) * (2 - 3 * KSI) * (1 - ITA)$
 $MM(RT, 2, 4) = ((6 * POI / AKEN^2) * (1 - 2 * KSI) * ITA) - ((6 / BKEN^2) * (1 - KSI) * (1 - 2 * ITA))$
 $MM(RT, 2, 5) = (2 / BKEN) * (1 - KSI) * (1 - 3 * ITA)$
 $MM(RT, 2, 6) = -POI * ((-2 * X1 * Y1) / (AKEN^2 * BKEN) + (4 * (1 - X1 / AKEN) * Y1) / (AKEN * BKEN))$
 $MM(RT, 2, 7) = ((-6 * POI / AKEN^2) * (1 - 2 * KSI) * ITA) - ((6 / BKEN^2) * (1 - 2 * ITA) * KSI)$
 $MM(RT, 2, 8) = (2 / BKEN) * (1 - 3 * ITA) * KSI$
 $MM(RT, 2, 9) = (-2 * POI / AKEN) * (1 - 3 * KSI) * ITA$
 $MM(RT, 2, 10) = ((-6 * POI / AKEN^2) * (1 - 2 * KSI) * (1 - ITA)) + ((6 / BKEN^2) * (1 - 2 * ITA) * KSI)$
 $MM(RT, 2, 11) = (2 / BKEN) * (2 - 3 * ITA) * KSI$
 $MM(RT, 2, 12) = (-2 * POI / AKEN) * (1 - 3 * KSI) * (1 - ITA)$

Rem 3

$MM(RT, 3, 1) = -((1 - POI) * (-1 / (AKEN * BKEN)) - (2 * X1^2) / (AKEN^3 * BKEN) + (2 * X1 * (3 - (2 * X1) / AKEN)) / (AKEN^2 * BKEN) - (2 * Y1^2) / (AKEN * BKEN^3) + (2 * Y1 * (3 - (2 * Y1) / BKEN)) / (AKEN * BKEN^2))$
 $MM(RT, 3, 2) = -((1 - POI) * ((2 * Y1 * (1 - Y1 / BKEN)) / (AKEN * BKEN) - (1 - Y1 / BKEN)^2 / AKEN))$
 $MM(RT, 3, 3) = -((1 - POI) * ((-2 * X1 * (1 - X1 / AKEN)) / (AKEN * BKEN) + (1 - X1 / AKEN)^2 / BKEN))$
 $MM(RT, 3, 4) = -((1 - POI) * ((X1 * (1 - (2 * X1) / AKEN)) / (AKEN^2 * BKEN) - (2 * X1 * (1 - X1 / AKEN)) / (AKEN^2 * BKEN) + ((1 - (2 * X1) / AKEN) * (1 - X1 / AKEN)) / (AKEN * BKEN) + (2 * Y1^2) / (AKEN * BKEN^3) - (2 * Y1 * (3 - (2 * Y1) / BKEN)) / (AKEN * BKEN^2))$
 $MM(RT, 3, 5) = -((1 - POI) * ((-Y1^2) / (AKEN * BKEN^2) + (2 * Y1 * (1 - Y1 / BKEN)) / (AKEN * BKEN)))$
 $MM(RT, 3, 6) = -((1 - POI) * ((2 * X1 * (1 - X1 / AKEN)) / (AKEN * BKEN) - (1 - X1 / AKEN)^2 / BKEN))$
 $MM(RT, 3, 7) = -((1 - POI) * ((-2 * X1^2) / (AKEN^3 * BKEN) + (2 * X1 * (3 - (2 * X1) / AKEN)) / (AKEN^2 * BKEN) + (Y1 * (1 - (2 * Y1) / BKEN)) / (AKEN * BKEN^2) + (2 * Y1 * (1 - Y1 / BKEN)) / (AKEN * BKEN^2) - ((1 - (2 * Y1) / BKEN) * (1 - Y1 / BKEN)) / (AKEN * BKEN)))$
 $MM(RT, 3, 8) = -((1 - POI) * ((Y1^2) / (AKEN * BKEN^2) - (2 * Y1 * (1 - Y1 / BKEN)) / (AKEN * BKEN)))$
 $MM(RT, 3, 9) = -((1 - POI) * ((X1^2) / (AKEN^2 * BKEN) + (2 * X1 * (1 - X1 / AKEN)) / (AKEN * BKEN)))$
 $MM(RT, 3, 10) = -((1 - POI) * ((2 * X1^2) / (AKEN^3 * BKEN) - (2 * X1 * (3 - (2 * X1) / AKEN)) / (AKEN^2 * BKEN) - (Y1 * (1 - (2 * Y1) / BKEN)) / (AKEN * BKEN^2) - (2 * Y1 * (1 - Y1 / BKEN)) / (AKEN * BKEN^2) + ((1 - (2 * Y1) / BKEN) * (1 - Y1 / BKEN)) / (AKEN * BKEN)))$
 $MM(RT, 3, 11) = -((1 - POI) * ((-2 * Y1 * (1 - Y1 / BKEN)) / (AKEN * BKEN) + (1 - Y1 / BKEN)^2 / AKEN))$
 $MM(RT, 3, 12) = -((1 - POI) * ((X1^2) / (AKEN^2 * BKEN) - (2 * X1 * (1 - X1 / AKEN)) / (AKEN * BKEN)))$

Next: Next

RT = 0

ded = (ELAS * KALIN^3) / (2 * (1 - POI^2) * 1 * 1)

Rem ----MOM (ELEMEN NO,MOMENT CINSI(MX,MY,MXY),1-12 NUMARA)----

For K = 0 To topey - 1

For L = 0 To topey - 1

RT = RT + 1

For NN = 1 To 4

For U = 1 To 3

MOM(RT, NN, U) = MOM(RT, NN, U) + ((TDEP(((L * 3) + 1) + (3 * tx) * K)) * ded) * MM(NN, U, 1)

MOM(RT, NN, U) = MOM(RT, NN, U) + ((TDEP(((L * 3) + 1) + (3 * tx) * K + 1)) * ded) * MM(NN, U, 2)

MOM(RT, NN, U) = MOM(RT, NN, U) + ((TDEP(((L * 3) + 1) + (3 * tx) * K + 2)) * ded) * MM(NN, U, 3)

For D = 0 To 5

MOM(RT, NN, U) = MOM(RT, NN, U) + ((TDEP(((L * 3) + 1) + (3 * tx) * (K + 1)) + D)) * ded * MM(NN, U, D + 4)

Next D

MOM(RT, NN, U) = MOM(RT, NN, U) + ((TDEP(((L * 3) + 1) + (3 * tx) * K + 3)) * ded) * MM(NN, U, 10)

MOM(RT, NN, U) = MOM(RT, NN, U) + ((TDEP(((L * 3) + 1) + (3 * tx) * K + 4)) * ded) * MM(NN, U, 11)

MOM(RT, NN, U) = MOM(RT, NN, U) + ((TDEP(((L * 3) + 1) + (3 * tx) * K + 5)) * ded) * MM(NN, U, 12)

Next U

Next NN

Next L

```

Next K

For L = 0 To topey
For K = 0 To topey
RL = RL + 1
For U = 1 To 3
If K = 0 And L = 0 Then
ORMOM(RL, U) = MOM((RL - L), 1, U)
End If
If L = 0 And K > 0 And K < topey Then
ORMOM(RL, U) = (MOM((RL - (L + 1)), 2, U) + MOM((RL - L), 1, U)) / 2
End If

If L = 0 And K = topey Then
ORMOM(RL, U) = MOM((RL - (L + 1)), 2, U)
End If

If L > 0 And K = 0 Then
ORMOM(RL, U) = (MOM((RL - (tx + L - 1)), 3, U) + MOM((RL - L), 1, U)) / 2
End If

If L > 0 And K > 0 And L < topey And K < topey Then
ORMOM(RL, U) = (MOM((RL - (tx + L)), 4, U) + MOM((RL - (tx + L - 1)), 3, U) + MOM((RL - (L + 1)), 2, U) + MOM((RL - L), 1, U))
/ 4
End If

If L > 0 And K = topey Then
ORMOM(RL, U) = (MOM((RL - (tx + L)), 4, U) + MOM((RL - (L + 1)), 2, U)) / 2
End If

If L = topey And K = 0 Then
ORMOM(RL, U) = MOM((RL - (tx + L - 1)), 3, U)
End If

If L = topey And K > 0 And K < topey Then
ORMOM(RL, U) = (MOM((RL - (tx + L)), 4, U) + MOM((RL - (tx + L - 1)), 3, U)) / 2
End If

If L = topey And K = topey Then
ORMOM(RL, U) = MOM((RL - (tx + L)), 4, U)
End If
Next U
Next K
Next L

Label1.Caption = "HESAPLAMALAR BİTTİ."
Command1.Enabled = True

End Sub

```


ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	16.12.1974	
Doğum yeri	Gölcük	
Lise	1989-1992	Gölcük Barbaros Hayrettin Lisesi
Lisans	1993-1997	Yıldız Teknik Üniversitesi İnşaat Fak. İnşaat Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	1997-2000	Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Müh. Yapı Programı

