

**YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**

**YAPISAL SİSTEMLERİN GÖÇME OLASILIĞININ
MONTE CARLO YAKLAŞIMI İLE BELİRLENMESİ**

İnşaat Mühendisi Kadir MENTEŞ

**FBE İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Yapı Programında
Hazırlanan**

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı: Yrd. Doç. Dr. Sema Noyan Alacalı

İSTANBUL, 2009

İÇİNDEKİLER

SİMGE LİSTESİ	iv
KISALTMA LİSTESİ.....	vi
ŞEKİL LİSTESİ.....	vii
ÇİZELGE LİSTESİ	viii
ÖNSÖZ	ix
ÖZET	x
ABSTRACT	xi
1. GİRİŞ	1
1.1 Yapısal Güvenilirliğin Çözümlemesi ve Değerlendirilmesi	2
1.2 Güvenilirliğin Belirlenmesiyle İlgili Yaklaşımlar	3
1.3 Çalışmanın Kapsamı	5
2. KISMİ GÜVENLİK KATSAYISI YAKLAŞIMI.....	6
2.1 Kısmi Güvenlik Katsayıları Yaklaşımında Karakteristik Değerler ve Tasarım Değerleri.....	6
2.2 Malzeme Mukavemetlerine İlişkin Kısmi Güvenlik Katsayılarının Belirlenmesi ..	7
2.3 Zamanla-Değişmeyen Yüklere İlişkin Kısmi Güvenlik Katsayılarının Belirlenmesi.....	8
2.4 Zamanla-Değişen Yüklere İlişkin Kısmi Güvenlik Katsayılarının Belirlenmesi....	9
3. İKİNCİ MOMENT YAKLAŞIMI.....	11
3.1 Güvenilirlik İndeksinin İterasyonla Belirlenmesi.....	11
3.1.1 Değişkenlerin Korelasyonsuz Olması Durumu	11
3.1.1.1 Eşdeğer normal dağılımlar	18
3.1.1.1.1 Lognormal dağılıma eşdeğer normal dağılım	19
3.1.1.1.2 Tip I asimptotik dağılıma eşdeğer normal dağılım.....	21
3.1.2 Değişkenlerin Korelasyonlu Olması Durumu	22
4. MONTE CARLO YÖNTEMİ.....	26
4.1 Rasgele Sayıların Üretilmesi	27
4.1.1 Sözde Rasgele Sayılar	27
4.1.1.1 Sürekli rasgele değişkenler.....	30
4.2 Örnek Boyutuyla İlgili Hata.....	34
4.3 Özet	35
5. SAYISAL ÖRNEKLER	39
5.1 Örnek 1.....	39
5.1.1 Monte Carlo Yöntemine Göre Çözüm.....	40

5.1.2	İkinci Moment Yaklaşımına Göre İterasyonlu Çözüm.....	41
5.2	Örnek 2.....	41
5.2.1	Monte Carlo Yöntemine Göre Çözüm.....	42
5.2.2	İkinci Moment Yaklaşımına Göre İterasyonlu Çözüm	44
5.3	Örnek 3.....	56
5.3.1	Monte Carlo Yöntemine Göre Çözüm.....	57
5.3.2	İkinci Moment Yaklaşımına Göre İterasyonlu Çözüm.....	58
5.4	Örnek 4.....	58
5.4.1	Monte Carlo Yöntemine Göre Çözüm.....	60
5.5	Örnek 5.....	61
5.6	İrdelemeler	68
6.	SONUÇLAR VE ÖNERİLER	71
KAYNAKLAR.....		73
EKLER		75
ÖZGEÇMİŞ.....		76

SİMGE LİSTESİ

a	Sözde rasgele sayıların üretimi için kullanılan parametre
c	Sözde rasgele sayıların üretimi için kullanılan parametre
C	Kovaryans matrisi
C'	İndirgenmiş değişkenlere göre kovaryans matrisi
Cov	Kovaryans
D	Göçme yüzeyi üzerindeki indirgenmiş değişkenler sistemi noktalarının orijine olan minimum uzaklığı
E	Olay
$E(X)$	X rasgele değişkeninin beklenen değeri
$f(.)$	Olasılık yoğunluk fonksiyonu
$F(.)$	Birikimli dağılım fonksiyonu
$g(X)$	X rasgele değişkeninin genel fonksiyonu
$g(X)$	Z performans fonksiyonu
G	Gradyan vektörü
G^t	Gradyan vektörünün transpozesi
G	Zamanla değişmeyen yükler ve bu yükleri belirten alt notasyon
k	Sözde rasgele sayıların üretimi için kullanılan parametre
$L(.)$	Olabilirlik fonksiyonu, lagrange çarpanlar yöntemine ilişkin fonksiyon
m	Sözde rasgele sayıların üretimi için kullanılan pozitif tamsayı, ortalama değer
m_x	Performans fonksiyonu değişkenlerine ait ortalama değer
m_z	Performans fonksiyonuna ait ortalama değer
n	Örnek büyüklüğü
N	Parametrenin normal dağılıma ilişkin olduğunu belirten üst notasyon
$N(.)$	Normal dağılım yoğunluk fonksiyonu
P	Olasılık (ihtimal)
$\langle P \rangle$	P olasılığının güven aralığı
$\hat{p}$	P olasılığının tahmini değeri
p_F	Sistemin göçme olasılığı
p_S	Sistemin kalıcılık olasılığı
Q	Zamanla değişen yükler ve bu yükleri belirten alt notasyon
R	Mukavemet (kapasite)
s	Standart normal rasgele değişkenin değeri
S	Örnek uzay, standart normal rasgele değişken, standart ekstrem değişken, yük ya

	da yük etkisi bileşeni (talep, istem)
T	Ortogonal transformasyon matrisi
u	Tip I asimptotik dağılıma ilişkin yer parametresi, standart üniform dağılımlı rasgele sayılar
U	Standart üniform değişken
V	Varyasyon katsayısı
Var	Varyans
x, y, z	X, Y, Z değişkenlerine ilişkin değerler
x'^*	$(x_1'^*, x_2'^* \dots x_n'^*)$ en olası göçme noktası
$x_i'^*$	$x_{id} = X_i$ değişkeninin tasarım değeri
X, Y, Z	Rasgele değişkenler (genel)
X	$(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ rasgele değişkenlerinin vektöryel bileşkesi
X'	$(X'_1, X'_2, \dots, X'_n)$ indirgenmiş değişkenlerinin vektöryel bileşkesi
X^t	X matrisinin transpozesi
X'^t	X' matrisinin transpozesi
$Z=g(X)$	Sistemin durumunu ya da performansını belirten fonksiyon
α	Duyarlılık katsayısı parametresi, Tip I asimptotik dağılımla ilgili ölçek parametresi
$\alpha_i'^*$	İndirgenmiş değişkenler sisteminde en olası göçme noktasına ilişkin doğrultu kosinüsleri $(x_i'^* \text{ lere ilişkin duyarlılık katsayıları})$
β	Güvenirlilik indeksi, Tip I asimptotik dağılımla ilgili ölçek parametresi
ρ	Korelasyon katsayısı
σ_x	Performans fonksiyonu değişkenlerine ait standart sapma değeri
σ_z	Performans fonksiyonuna ait standart sapma değeri
λ	Lagrange çarpanlar yönteminde bir parametre, log-normal dağılıma ilişkin dağılım parametresi
ζ	Log-normal dağılıma ilişkin dağılım parametresi
γ	Kısmi güvenlik katsayısı
$\Phi(.)$	Standart normal dağılım fonksiyonu
$\phi(.)$	Standart normal yoğunluk fonksiyonu

KISALTMA LİSTESİ

DIN	Deutsches Institut für Normung (Alman Standartları Enstitüsü)
JCSS	Joint Committee on Structural Safety (Yapısal Güvenlik Ortak Komitesi)
ODG	Olasılık dağılım grubu
vd.	ve diğerleri

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1 Z güvenlik payının olasılık yoğunluk fonksiyonu.	2
Şekil 1.2 Göçme ve kalıcılık olasılıklarının tam-olasılıksal yöntemle belirlenmesi.	3
Şekil 2.1 Malzeme mukavemetleri için kısmi güvenlik katsayıları.....	8
Şekil 2.2 Zamanla-değişmeyen yükler için kısmi güvenlik katsayıları	9
Şekil 2.3 Zamanla-değişen yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayıları	10
Şekil 3.1 İki değişkenli doğrusal olmayan bir performans fonksiyonu için güvenilirlik indeksinin belirlenmesi (x'^* noktasında $Z = 0$)	12
Şekil 3.2 Karakteristik en büyük değerin, u_n , tanımlanması	21
Şekil 3.3 X' koordinatlarının Y' ye döndürülmesi	24
Şekil 4.1 Birikimli dağılım fonksiyonu.....	31
Şekil 4.2 Monte Carlo yöntemine ilişkin akış şeması.....	38
Şekil 5.1 Çelik çerçeve sistem ve yükleme şekli.....	56
Şekil 5.2 Baskın göçme mekanizma durumları	56
Şekil 5.3 Sünek çerçeve, yükleme biçimi ve plastik mafsallık noktaları.....	58
Şekil 5.4 Baskın göçme mekanizma durumları	59
Şekil 5.5 İki katlı iki açıklıklı simetrik olmayan çerçeve.....	61
Şekil 5.6 Baskın mekanizma durumlarına ait plastik mafsallık noktaları.....	63

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 4.1	Lehmer (1951) e göre hesaplanmış u_i değerleri	29
Çizelge 5.1	Değişkenlerin istatistiksel değerleri (Örnek 1)	39
Çizelge 5.2	Monte Carlo yöntemine göre bulunan göçme olasılıkları (Örnek 1)	40
Çizelge 5.3	Değişik dağılımlar için Monte Carlo yöntemine göre bulunan göçme olasılıkları (Örnek 1)	40
Çizelge 5.4	Değişkenlerin istatistiksel değerleri (Örnek 2)	41
Çizelge 5.5	Monte Carlo yöntemine göre bulunan göçme olasılıkları (Örnek 2)	42
Çizelge 5.6	Değişik dağılımlar için Monte Carlo yöntemine göre bulunan göçme olasılıkları (Örnek 2)	42
Çizelge 5.7	Monte Carlo yöntemine göre bulunan korelasyonlu göçme olasılıkları (Örnek 2)	43
Çizelge 5.8	Değişik dağılımlar için Monte Carlo yöntemine göre bulunan korelasyonlu göçme olasılıkları (Örnek 2)	43
Çizelge 5.9	İkinci moment yaklaşımına göre iterasyon aşamaları (Örnek 2)	45
Çizelge 5.10	İkinci moment yaklaşımına göre değişik dağılımlar için iterasyon aşamaları (Örnek 2)	46
Çizelge 5.11	İkinci moment yaklaşımına göre korelasyonlu iterasyon aşamaları (Örnek 2) ..	50
Çizelge 5.12	İkinci moment yaklaşımına göre değişik dağılımlar için korelasyonlu iterasyon aşamaları (Örnek 2)	54
Çizelge 5.13	Değişkenlerin istatistiksel değerleri (Örnek 3)	57
Çizelge 5.14	Mekanizma durumlarına ait performans fonksiyonları (Örnek 3)	57
Çizelge 5.15	Çerçeve sistemin Monte Carlo yöntemine göre elde edilen göçme olasılıkları (Örnek 3)	57
Çizelge 5.16	Değişkenlerin istatistiksel değerleri (Örnek 4)	59
Çizelge 5.17	Mekanizma durumlarına ait performans fonksiyonları (Örnek 4)	60
Çizelge 5.18	Çerçeve sistemin Monte Carlo yöntemine göre elde edilen göçme olasılıkları (Örnek 4)	60
Çizelge 5.19	Örnek 5 için veriler	62
Çizelge 5.20	Mekanizma durumlarına ait performans fonksiyonları (Örnek 5)	63
Çizelge 5.21	Çerçeve sistemin Monte Carlo simülasyonu ve ikinci moment yaklaşımına göre bulunan göçme olasılıkları (Örnek 5).....	65
Çizelge 5.22	Örneklere ilişkin göçme olasılıklarının karşılaştırılması	67

ÖNSÖZ

Yapısal sistemlerin güvenliği, eski çağlardan beri mühendisleri ilgilendiren temel bir sorun olmuştur. Güvenilirlik, göçme ve kalıcılık olasılıksal kavramlardır. Bu kavramlar bir belirsizlikler ortamında değerlendirilir. Belirsizlikler ve riskler istatistiksel verilerin olasılıksal kurallara göre değerlendirilmesiyle çözümlenebilir. Bu değerlendirme, bir mühendislik sisteminin şimdiki ve gelecekteki performansı hakkında minimum hatayla tahminlerde bulunmamızı sağlar.

Bu çalışmada göçme olasılığının tahmin edilmesinde kullanılan yaklaşımlar tanıtılmış, bu yaklaşımlardan “Monte Carlo Yaklaşımı” üzerinde durulmuş ve hazırlanan bilgisayar programı yardımıyla farklı mühendislik problemlerinin çözümleri karşılaştırmalı olarak irdelenmiştir. Elde edilen sonuçların ışığında güvenilirlik ve göçme olasılıklarının belirlenmesinde en duyarlı ve en hızlı çözüm yolları araştırılmıştır.

Bu tezin hazırlanmasında her konuda görüş ve önerilerini esirgemeyen tez danışmanım Sn. Yrd. Doç. Dr. Sema Noyan ALACALI 'ya, bilgisayar programının hazırlanması ve kaynak taraması esnasındaki katkılarından dolayı arkadaşım Ömer YOKMAÇ' a teşekkürlerimi sunarım.

Ayrıca eğitim ve öğrenim hayatım boyunca benim için her türlü imkanı sağlayıp desteklerini esirgemeyen aileme de çok teşekkür ederim.

YAPISAL SİSTEMLERİN GÖÇME OLASILIĞININ MONTE CARLO YAKLAŞIMI İLE BELİRLENMESİ

Kadir MENTEŞ
İnşaat Mühendisliği, Yüksek Lisans Tezi

Yapısal sistemlerin tasarımında, modellerin içerdiği parametreler çoğu zaman rasgele değişkendir. Bu nedenle tasarımda risk kaçınılmaz şekilde her zaman vardır, yok edilemez. Şu halde yapısal güvenlik ancak göçme olasılığı belirlenerek sağlanabilir. Günümüzde, yapısal sistemlerin göçme olasılıkları dolayısıyla güvenilirlikleri çeşitli tekniklerle ve yaklaşımlarla çözümlenebilir.

Bu çalışmada göçme olasılığının tahmin edilmesinde kullanılan yöntemler açıklanmış, bu yöntemlerden, tam-olasılıksal yöntemler sınıfına giren “Monte Carlo Yaklaşımı” hakkında bilgi verilmiştir. Bu yaklaşıma dayalı Matlab 7.0 programında hazırlanmış bilgisayar programı yardımıyla çeşitli mühendislik problemleri çözülmüş, çözüm sonuçları ikinci-moment yaklaşımı ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Çözümlemelerde, değişkenler arasındaki korelasyonun etkisi de göz önüne alınmıştır. Ayrıca karmaşık sistemlerin göçme olasılığının tahmininde “Monte Carlo Yaklaşımı’nın” etkinliği ve başarısı ortaya konmuştur.

Anahtar Kelimeler: Monte Carlo yaklaşımı, yapısal güvenilirlik, göçme ve kalıcılık olasılıkları, korelasyon.

DETERMINATION OF FAILURE PROBABILITIES OF STRUCTURAL SYSTEMS BY THE MONTE CARLO SIMULATION

Kadir MENTEŞ
Civil Engineering, M.S. Thesis

In the design of structural systems, the models consist of many parameters which are in the majority of cases random variables. Therefore, there is always an unavoidable risk in designing and this can not be annihilated. In that case, structural safety can only be provided by determination of failure probability. Currently, the probability of failure and consequently the reliability of structural systems can be calculated with various techniques and approaches.

In this study, methods that can be used for the prediction of failure probabilities are demonstrated and one of these methods the “Monte Carlo Approach” which is classified as a method of exact-probability is explained in detail. Using the “Monte Carlo Approach” various engineering problems are analyzed by the use of Matlab 7.0 and the results are compared with the results obtained by the second-moment approach. In this analysis the correlation effect of the variables was also considered. Furthermore, the efficiency and success of the “Monte Carlo Approach” in calculating the failure probability of complex systems was demonstrated.

Key Words: Monte Carlo approach, structural reliability, failure and stability probabilities, correlation.

1. GİRİŞ

Mühendislik sistemleriyle ilgili sorunlar bir belirsizlikler ortamında çözülür. Belirsizlikler temelde, bu sistemlerin içerdiği parametrelerin rasgele değişken olmasından kaynaklanır. Risk ve güvenilirlik olasılıksal kavramlardır. Günümüzde mühendislik alanında risk, sistemde “istenmeyen bir olayın oluşması ihtimali”, güvenilirlik ise “istenmeyen bir durumun oluşmaması ihtimalini” belirtir. Güvenilirlik teorisinde, bir riskin gerçekleşmesini, bir tehlikenin oluşumunu ifade eden bu durum, limit durum; limit duruma ulaşılması ihtimali de göçme riski ya da göçme olasılığı terimiyle adlandırılır. Göçme (failure) en genel anlamda, herhangi bir limit durumun oluştuğunu belirtmek için kullanılan bir terimdir. Göçme, aslında mühendislik sistemlerinin içerdiği fiziksel parametrelerin yapısında var olan rasgelelikten kaynaklanan bir tehlikedir. Bu tehlike azaltılabilir, ama yok edilemez. Bu nedenle mühendislik sistemleri, potansiyel göçme riskleri, kabul edilebilir düzeyleri aşmayacak şekilde tasarlanmalıdır. Özetle mühendislik etkinlikleri, temel nedeni göçme riskinin ortadan kaldırılamaması olan belirsizlikler ortamında gerçekleştirilir (Gündüz, 1996).

Bir mühendislik sisteminin güvenliği, sistemin göçme ya da kalıcılık olasılığı ile değerlendirilir (p_F ve p_S). Göçme, istenmeyen bir olguyu, bir limit durumu belirtir. Limit duruma örnek olarak; bir yapısal sistemin kısmen ya da tamamen çökmesi (servis dışı kalması) ; bir su dağıtım sisteminin hasar görmesi; bir elektrik şebekesinin veya bir elektronik devrenin arızalanması olabilir. O halde bir mühendislik sisteminin güvenliliği, sistemin servis ömrü (kullanım ömrü) süresince öngörülen performansı gösterme olasılığı olur. Dolayısıyla güvenilirlik, performans güvencesinin ölçüsü olarak tanımlanabilir. Sistemin sağlanan performansı kapasite, gereksinim duyulan performansı ise istem terimiyle adlandırılabilir.

Yapısal sistem güvenliğinin söz konusu olduğu bir olguyu ele alalım. Sistemin güvenliği, sistemi oluşturan elemanların mukavemetine veya yük taşıma kapasitesine bağlıdır. Bu olguda yük ya da yük kombinasyonları istem (gereksinim), yapısal sistemin mukavemeti ise kapasite olur. Bu bakımdan yapının güvenliği ya da kullanılabilirliği, yapısal kapasitenin (mukavemet), yapı ömrü süresince oluşabilecek maksimum yükü karşılamaya elverişli olduğu gerçekçi şekilde gösterilerek güvence altına alınabilir. Anılan güvence de sadece olasılıksal kavramlarla belirtilebilir.

1.1 Yapısal Güvenilirliğin Çözümlemesi ve Değerlendirilmesi

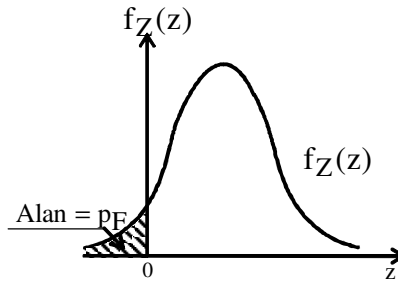
Bir yapısal sistemin güvenilirliği en genel anlamda, sistemin amaçlanan hizmet süresince, öngörülen performansı (olumlu davranışı) gösterme olasılığıyla tanımlanır. Yapısal sisteme ilişkin güvenilirliğin belirlenmesi ancak karşısı olan riskin belirlenmesiyle mümkündür. Başka bir anlatımla, bu iki zıt anlamlı olasılık terimleri bir bütün oluşturur. Bu da “bir” değerindeki bir alanla betimlenebilir. O halde, kalıcılık olasılığı (güvenilirlik) ve göçme olasılığı (risk), sırasıyla p_s ve p_F terimleriyle ifade edilirse, $p_s + p_F = 1$ olur.

Yapısal sisteme veya elemana etkiyen yük ya da yük etkilerinin vektörel bileşkesini S (istem), sistemin ya da elemanın mukavemetini oluşturan öğelerin vektörel bileşkesini R (kapasite) rasgele değişkeniyle gösterelim. Bu durumda güvenilirlik çözümlemesinin amacı; sistemin ya da elemanın kullanım ömrü boyunca ($R > S$) olayının gerçekleşeceğinin güvence altına alındığını göstermektedir. Bu güvence sadece $P(R > S)$ olasılığıyla belirtilebilir. Bu olasılık, sistemin ya da elemanın güvenilirliğinin gerçekçi bir ölçüsü olur. ($R < S$) olayının olasılığı ise güvenilir olmamanın ölçüsüdür.

Mukavemet-yük (kapasite-istem) sorunu **güvenlik payı** terimiyle ifade edilebilir: $Z = R - S$. R ve S rasgele değişken olduğu için Z güvenlik payı da olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_Z(z)$ olan rasgele değişken olur. Bu olguda göçme, ($Z < 0$) olayının oluşmasıdır. Dolayısıyla göçme olasılığı;

$$p_F = \int_{-\infty}^0 f_Z(z) dz = F_Z(0) \quad (1.1)$$

Bu olasılık Şekil 1.1’de $f_Z(z)$ eğrisinin altında ve sıfırın solunda kalan alana eşittir.



Şekil 1.1 Z güvenlik payının olasılık yoğunluk fonksiyonu.

Yapısal sistemlere ilişkin mukavemet ve yük ya da yük etkisi fonksiyonları genellikle çok

sayıda değişken içermektedir. Bu nedenle, yapısal sistemin davranışını yansıtan ve bu değişkenlerin tümünü içeren, bir matematiksel model geliştirilebilir. Model, performans fonksiyonu ya da davranış fonksiyonu terimiyle adlandırılabilir (Gündüz, 1996).

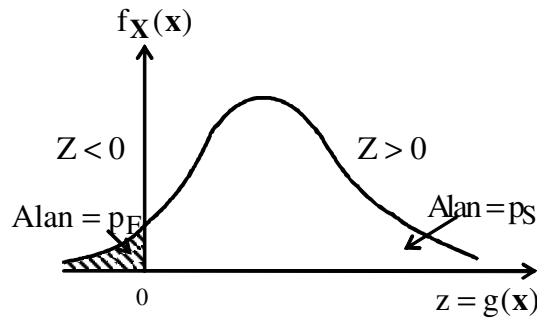
$$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = g(\underline{X}) \quad (1.2)$$

Z , sistemin performans fonksiyonu; $X_1, X_2, \dots, X_n$ ise sistemin tasarım değişkenleridir. Sistemin davranışını belirgin bir hale getirmek için $Z=0$ ile sınırlandırılabilir. Bu durum sistemin limit durumunu belirtir. $Z=0$, geometrik olarak n boyutlu bir yüzeydir. Bu yüzeye limit durum yüzeyi ya da göçme yüzeyi denir. Limit durum yüzeyinin bir tarafı güvenli bölgeyi, $Z > 0$, diğer tarafı ise güvensiz bölgeyi, $Z < 0$, gösterir. Bu nedenle $X_1, X_2, \dots, X_n$ tasarım değişkenlerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$ biliniyorsa, p_F ve p_S aşağıdaki bağıntılarla ifade edilebilir.

$$p_F = \int_{Z < 0} f_{\underline{X}}(\underline{x}) d\underline{x} = \int_{Z < 0} \dots \int f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (1.3)$$

$$p_S = \int_{Z > 0} f_{\underline{X}}(\underline{x}) d\underline{x} = \int_{Z > 0} \dots \int f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (1.4)$$

$\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_n)$, sistemin tasarım değişkenlerinin vektörel bileşkesi; $f_{\underline{X}}(\underline{x})$ performans fonksiyonu değişkenlerinin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu olarak tanımlanır.



Şekil 1.2 Göçme ve kalıcılık olasılıklarının tam-olasılıksal yöntemle belirlenmesi.

1.2 Güvenilirliğin Belirlenmesiyle İlgili Yaklaşımlar

Yapısal güvenilirlik problemlerinin çözümü için “Joint Committee on Structural Safety/Yapısal Güvenlik Ortak Komitesi” tarafından üç yöntem önerilmiştir (JCSS, 1981).

- **Birinci düzey (yarı-olasılıksal) yöntemler**

Yapısal güvenliğin yüklere ve malzeme mukavemetlerine ilişkin karakteristik değerlerle ve **kısmi güvenlik katsayılarıyla** sağlandığı tasarım algoritmalarını içerir. Tasarımda göçme riski hesaplanmaz; riskin, kısmi güvenlik katsayılarının tahmin edilmesinde kabul edilen düzeyde olduğu varsayılır. Bu yöntemlere kısmi güvenlik katsayısı yaklaşımı adı verilebilir. Kısmi güvenlik katsayıları kullanılarak var olan yapıların güvenlik düzeyi hakkında yüzeysel fikir edinilebilir.

- **İkinci düzey (yaklaşık-olasılıksal) yöntemler**

Göçme ya da kalıcılık olasılıklarının yaklaşık hesabını kapsar. Basit yapısal sistemlerin güvenilirliği **ikinci-moment yaklaşımları** ile yaklaşık biçimde çözümlenebilir.

- **Üçüncü düzey (tam-olasılıksal) yöntemler**

Göçme ya da kalıcılık olasılıklarını tanımlayan entegrallerin kesin çözümünü içerir. Göçme ve kalıcılık olasılıklarının tam-olasılıksal yöntemle (1.3) ve (1.4) bağıntılarıyla belirlenmesi ideal çözümdür. Ancak bu bağıntılarla hesap yapılabilmesi için performans fonksiyonu değişkenlerinin olasılık yoğunluk fonksiyonlarını belirleyen istatistiksel bilgilerin sağlanmış olması gerekir. Oysa pratikte, bu değişkenlere ait mevcut istatistiksel bilgiler çoğu zaman, değişkenlerin ortalama değerleriyle (m_x) ve standart sapmalarıyla (σ_x) sınırlı kalmaktadır. Ayrıca yoğunluk fonksiyonlarını belirleyen istatistiksel bilgiler elde edilmiş olsa bile, farklı göçme mekanizmalarına ilişkin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonlarını belirleyen çok-katlı entegrallerin çözümü için kapsamlı bilgisayar programlarına olan gereksinim; ve rasgele değişkenler arasındaki korelasyonun göz önüne alınması durumunda karşılaşılan güçlükler nedeniyle günümüzde tam-olasılıksal yöntemler oldukça seyrek kullanılmaktadır.

Bu bağlamda performans fonksiyonları ne denli karmaşık ve içerdiği değişkenler ne kadar fazla olursa olsun Monte Carlo yöntemiyle fonksiyona ilişkin rasgele sayılar üretilebilir ve büyük boyutlu örnekler oluşturulabilir; bu yapay örnekler değerlendirilerek göçme ve kalıcılık olasılıkları belirlenebilir. Bu nedenle farklı göçme modlarına ilişkin matematiksel modelleri türetilmiş karmaşık yapısal sistemlerin göçme ve kalıcılık olasılıkları Monte Carlo yöntemi (Hammersley ve Handscomb, 1965; Sobol, 1984; Vahidi, 1991) ile tahmin edilebilir. Bu anlamda olasılıksal sorunların Monte Carlo benzeşimiyle çözümü, yöntem sınıflandırmasında üçüncü düzeye dahil edilebilir.

Büyük ölçüde tekrarlanan simülasyonlar söz konusu olduğu için anılan yöntem Monte Carlo

Simülasyonu olarak da anılabilir. Monte Carlo yönteminin çözümsel yöntemlerin yetersiz kaldığı olgularda ya da bu yöntemlerden elde edilen sonuçların geçerliliğinin denetlenmesinde kullanılması uygundur.

1.3 Çalışmanın Kapsamı

Çalışma 6 bölümden oluşmaktadır. Çalışmanın 2. ve 3. bölümlerinde öncelikle yapısal sistemlerin göçme olasılıklarının belirlenmesiyle ilgili birinci ve ikinci düzey yaklaşımlar hakkında bilgi verilmiştir. 4. bölümde çalışmanın konusunu oluşturan Monte Carlo Yöntemi hakkında bilgi verilmiş ve Monte Carlo Yöntemine göre göçme olasılıklarının çok kısa sürede belirlenmesini sağlayan bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Çalışmanın 5. bölümünde ise, farklı mühendislik problemlerinin göçme olasılıkları ikinci moment yaklaşımı ve Monte Carlo Yöntemine göre bilgisayar programı ile çözülerek sonuçlar karşılaştırılmıştır. Çözümlemelerde değişkenlerin istatistiksel bağımsız olmasının yanısıra, değişkenler arasındaki korelasyon etkisi de dikkate alınmıştır.

2. KİSMİ GÜVENLİK KATSAYISI YAKLAŞIMI

Beton yapıların limit durumlara göre tasarımında yapısal güvenlik **kısmi güvenlik katsayısı yaklaşımı** ile sağlanır. JCSS sınıflandırmasına göre yaklaşım “birinci-düzey” dedir; yarı-olasılıksaldır. Güvenlik elemanları; malzeme mukavemetleri ve yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayılarıdır. Tasarımda göçme riski hesaplanmaz. Riskin, kısmi güvenlik katsayılarının belirlenmesinde kabul edilen düzeyde olduğu varsayılır (Gündüz, 1996). Bu nedenle yaklaşım yarı-olasılıksaldır.

Yapısal tasarımda kabul edilen nominal göçme riski, işlemsel göçme olasılığı/işlemsel göçme riski terimiyle adlandırılabilir. Göçme nedeniyle oluşması beklenen can kaybı sayısı ve zarar maliyetine göre işlemsel göçme olasılığı son limit durumlar için 10^{-5} ($\beta = 4.27$), 10^{-6} ($\beta = 4.75$) ve 10^{-7} ($\beta = 5.20$) kabul edilebilir. İşletilebilme limit durumlarına göre tasarımda ise riskin 10^{-3} ($\beta = 3.09$) alınması uygundur (DIN 1981). Kısmi güvenlik katsayılarının belirlenmesiyle ilgili bağıntılar işlemsel göçme olasılıkları karşılığı β değerlerinin ve varyasyon katsayılarının fonksiyonu olarak elde edilmiştir.

2.1 Kısmi Güvenlik Katsayıları Yaklaşımında Karakteristik Değerler ve Tasarım Değerleri

Karakteristik değer, kabul edilebilir bir riskle meydana gelmesi beklenen nominal değerdir. Limit durumlara göre tasarımda karakteristik değerlerin kullanılması, farklı ortalama değerlere ve standart sapmalara göre hesap yapılmasının yol açacağı tasarım çeşitliliğini ortadan kaldırır (Gündüz, 1986, 1996).

Belirli bir malzeme ve limit durum için tasarım mukavemeti (f_{id}), karakteristik mukavemetin (f_{ik}) söz konusu malzeme ve limit durum için belirlenen kısmi güvenlik katsayısına, (γ_{mi}) bölünmesiyle elde edilir; $f_{id} = f_{ik} / \gamma_{mi}$.

Genel anlamda karakteristik yük (F_{ik}), kabul edilebilir bir riski olan ve yapının gereksenen ömrü boyunca aşılmaması öngörülen yük değeridir. Belirli bir yük tipi ve limit durum için tasarım yükü (F_{id}), karakteristik yükün ilgili kısmi güvenlik katsayısıyla, γ_{fi} , çarpılmasıyla belirlenir; $F_{id} = \gamma_{fi} F_{ik}$.

2.2 Malzeme Mukavemetlerine İlişkin Kısmi Güvenlik Katsayılarının Belirlenmesi

Malzeme mukavemetlerindeki istatistiksel değişimler genellikle log-normal dağılım ile tanımlanır (Ang ve Tang ,1975; Gündüz, 1986-1, 1988-2, 1996).

Olasılık dağılımı log-normal olan bir X rasgele değişkenini göz önüne alalım. Dağılımı log-normal ve $V_i \leq 0.30$ olan bir X_i malzeme mukavemetinin $s = -\alpha_i\beta = -0.75\beta$ karşılığı basitleştirilmiş ikinci-düzyer tasarım değeri aşağıdaki bağıntıyla belirlenebilir.

$$f_{id} = m_i \exp(-0.75\beta V_i - 0.5 V_i^2) \quad (2.1)$$

Bir X_i malzeme mukavemetinin karakteristik değeri ise, $s = \frac{(x_i - m_i)}{\sigma_i}$ ilişkisinden yararlanarak şöyle yazılabilir.

$$f_{ik} = m_i + s\sigma_i = m_i(1 + sV_i) \quad (2.2)$$

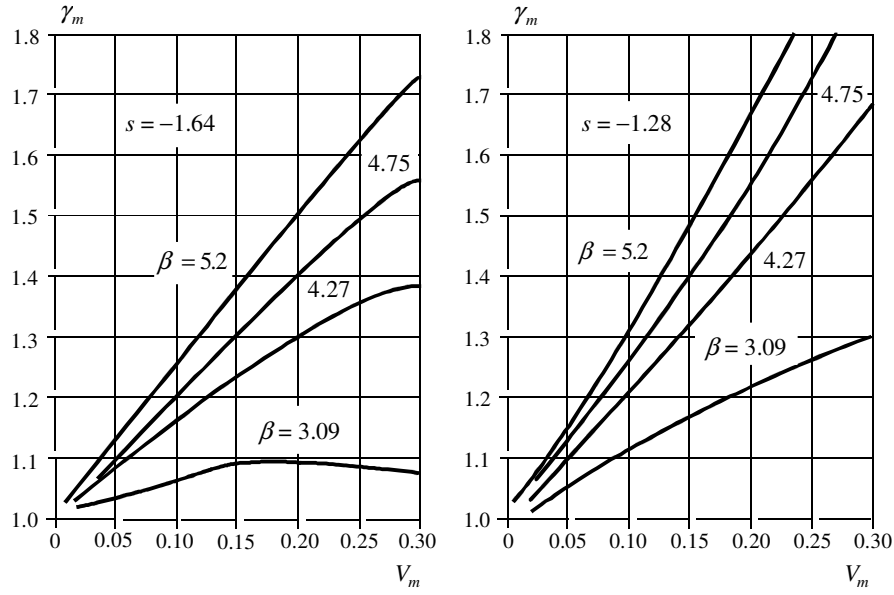
O halde söz konusu malzeme mukavemetinin birinci-düzyer tasarım değeri;

$$f_{id} = \frac{f_{ik}}{\gamma_{mi}} = \frac{m_i(1 + sV_i)}{\gamma_{mi}} \quad (2.3)$$

Böylece malzeme mukavemetlerine ilişkin kısmi güvenlik katsayıları (2.1) ve (2.3) bağıntıları eşitlenerek aşağıdaki bağıntı ile bulunur.

$$\gamma_{mi} = \frac{1 + sV_i}{\exp(-0.75\beta V_i - 0.5 V_i^2)} \quad (2.4)$$

% 5 risk için $s = -1.64$; % 10 risk için $s = -1.28$ olur. Çeşitli güvenilirlik indeksleri ve varyasyon katsayıları (V_m) için malzeme mukavemetlerine ilişkin kısmi güvenlik katsayıları, karakteristik mukavemetin farklı tanımlarına göre ($s = -1.64, s = -1.28$) (2.4) denkleminle hesaplanmış ve Şekil 2.1 deki abaklarda gösterilmiştir (Gündüz, 1986-1, 1988-2, 1996).



Şekil 2.1 Malzeme mukavemetleri için kısmi güvenlik katsayıları

2.3 Zamanla-Değişmeyen Yüklere İlişkin Kısmi Güvenlik Katsayılarının Belirlenmesi

Zamanla-değişmeyen yüklerdeki (hareketsiz yükler, G) istatistiksel değişimler normal dağılımlı olarak kabul edilebilirler. (Ang ve Tang, 1984; Gündüz, 1983, 1986-1, 1988-2, 1996). Bu kabullere göre “ikinci-düzey” ve “birinci-düzey” tasarım değerleri, sırayla, şöyle olur.

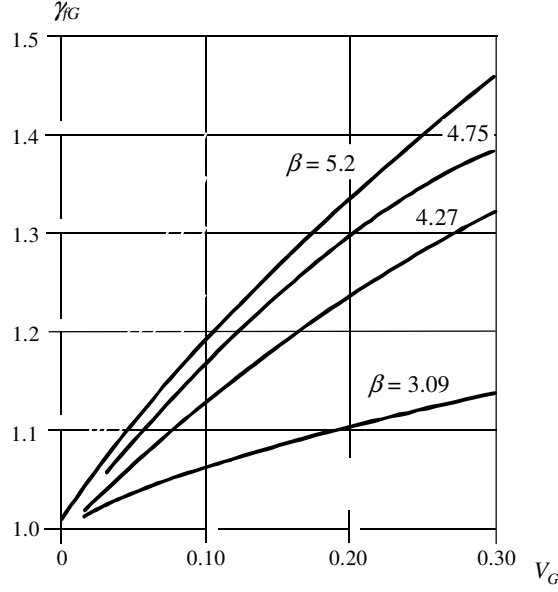
$$G_d = m_G + 0.75\beta\sigma_G = m_G (1 + 0.75\beta V_G) \quad (2.5)$$

$$G_d = \gamma_{fG} G_k = \gamma_{fG} (m_G + 1.64\sigma_G) = \gamma_{fG} m_G (1 + 1.64V_G) \quad (2.6)$$

Zamanla-değişmeyen yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayıları (2.5) ve (2.6) bağıntıları eşitlenerek aşağıdaki bağıntıyla belirlenebilir.

$$\gamma_{fG} = \frac{1 + 0.75\beta V_G}{1 + 1.64V_G} \quad (2.7)$$

Farklı güvenilirlik indeksleri ve varyasyon katsayıları için zamanla-değişmeyen yüklere ait kısmi güvenlik katsayıları (2.7) bağıntısıyla hesaplanmış ve Şekil 2.2'deki abakta gösterilmiştir (Gündüz, 1986-1, 1988-2, 1996).



Şekil 2.2 Zamanla-değişmeyen yükler için kısmi güvenlik katsayıları

2.4 Zamanla-Değişen Yüklere İlişkin Kısmi Güvenlik Katsayılarının Belirlenmesi

Zamanla-değişen yüklerle (örneğin hareketli yükler, Q) ilişkin ekstrem değer dağılımları için çoğunlukla Tip I asimptotik dağılım model esas alınabilir (Galambos vd., 1982; Gündüz 1986-1, 1986-3, 1996). Çünkü yapısal güvenilirlikte zamanla-değişen yüklerin maksimum değerleri dikkate alınır.

Zamanla-değişen yüklerle ilişkin ikinci düzey tasarım değeri,

$$Q_d = m_Q \left\{ 1 - \left(\frac{\sqrt{6}}{\pi} \right) V_Q \left\{ 0.577 + \ln \left[-\ln \Phi(0.75\beta) \right] \right\} \right\} \quad (2.8)$$

bağıntısı ile; birinci düzey tasarım değeri ise

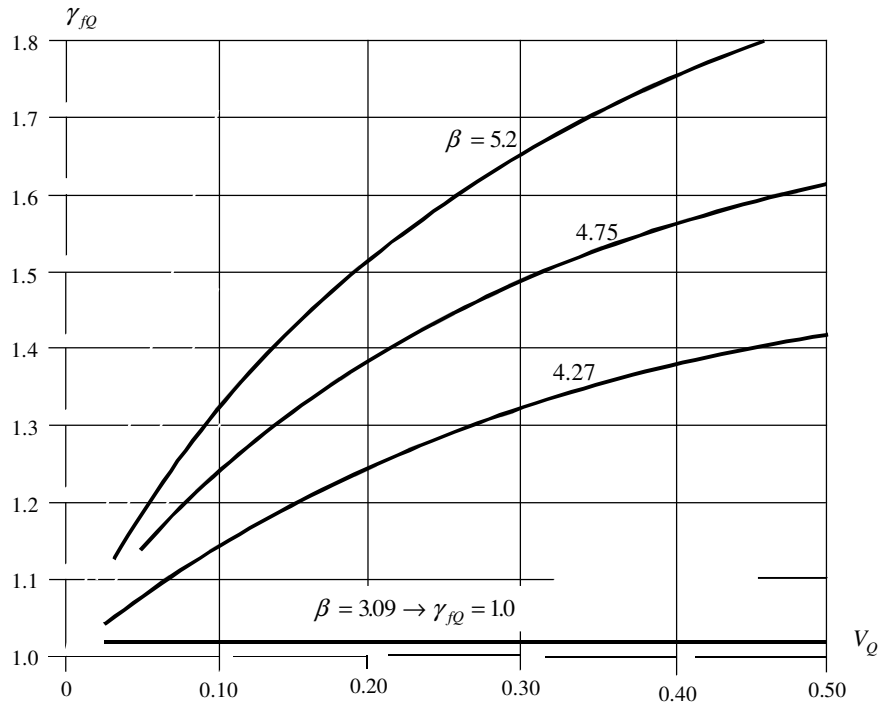
$$Q_d = \gamma_{fQ} Q_k = \gamma_{fQ} \left\{ m_Q \left\{ 1 - \left(\frac{\sqrt{6}}{\pi} \right) V_Q \left[0.577 + \ln(-\ln 0.99) \right] \right\} \right\} \quad (2.9)$$

ile tanımlanırsa, (2.8) ve (2.9) bağıntıları eşitlenerek Q yüküne ilişkin kısmi güvenlik katsayısı,

$$\gamma_{fQ} = \frac{1 - \left(\frac{\sqrt{6}}{\pi} \right) V_Q \{0.577 + \ln [-\ln \Phi(0.75\beta)]\}}{1 - \left(\frac{\sqrt{6}}{\pi} \right) V_Q [0.577 + \ln(-\ln 0.99)]} \quad (2.10)$$

ile elde edilebilir.

Çeşitli güvenilirlik indeksleri ve varyasyon katsayıları için zamanla-değişen yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayıları (2.10) bağıntısıyla hesaplanmış ve Şekil 2.3’de gösterilmiştir (Gündüz, 1986-2, 1987, 1988-1, 1988-2, 1996).



Şekil 2.3 Zamanla-değişen yüklere ilişkin kısmi güvenlik katsayıları

3. İKİNCİ MOMENT YAKLAŞIMI

Daha önce de belirtildiği gibi göçme olasılığının tam ve kesin olarak hesaplanması, rasgele değişkenlerin olasılık dağılımlarının bilinmesini gerektirir. Uygulamada ise performans fonksiyonu değişkenlerine ait istatistiksel bilgilerin yetersizliği yüzünden anılan bilgi çoğu zaman sağlanamaz ya da sağlanması güç olur, elde edilebilen bilgiler, ilgili rasgele değişkenlerin ortalama değerleri (birinci moment) ve standart sapmaları (ikinci moment) ile sınırlı kalabilir. Bu nedenle X_i rasgele değişkenlerine ait $f_{X_i}(x_i)$ yoğunluk fonksiyonları ve $f_X(x)$ ortak olasılık fonksiyonu tam olarak belirlenemez. Bu gibi olgularda yapısal güvenilirlik ya da göçme riski adını varyanstan alan ikinci-moment yaklaşımları ile tahmin edilebilir (Ang ve Tang, 1984; Ranganathan, 1990; Gündüz, 1996). İkinci moment yaklaşımları göçme ya da kalıcılık olasılıklarının yaklaşık hesabını kapsar. Basit yapısal sistemlerin güvenilirliği yaklaşık biçimde çözümlenebilir. İkinci-moment yaklaşımları yöntem sınıflandırmasında **ikinci düzey/yaklaşık olasılıksal yöntemler** sınıfına dahil edilebilir.

Göçme ya da kalıcılık olasılıklarının belirlenmesinde malzeme mukavemetleri ve yükler dikkate alınan temel değişkenlerdir. Uluslararası istatistiksel verilere göre: malzeme mukavemetleri normal ya da tercihen log-normal; zamanla-değişmeyen yükler normal; zamanla-değişen yükler Tip I asimptotik; rüzgâr ve deprem Tip I ya da Tip II asimptotik; kar Tip I asimptotik ya da Weibull dağılımlarıyla belirlenir (Galambos vd. ,1982; Ang ve Tang, 1984; Gündüz, 1986-1, 1988-2.). Önce de belirtildiği gibi, normal olmayan dağılımlar eşdeğer normal dağılıma dönüştürülerek hesap yapılabilir.

3.1 Güvenilirlik İndeksinin İterasyonla Belirlenmesi

3.1.1 Değişkenlerin Korelasyonsuz Olması Durumu

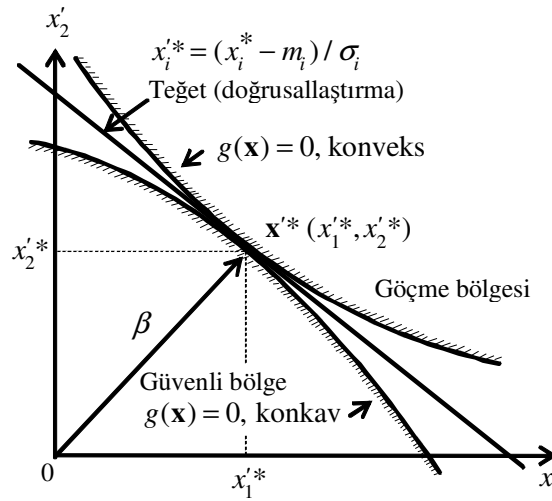
- Performans fonksiyonunun $Z = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ şeklinde genel biçimi göz önüne alınırsa; $Z > 0$, $Z < 0$ ve $Z = 0$ sırasıyla, güvenli, göçme ve limit durumları belirtir. Korelasyonsuz indirgenmiş değişkenler takımı da şöyle yazılabilir;

$$X'_i = \frac{(X_i - m_{X_i})}{\sigma_{X_i}}; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.1)$$

Limit durum denklemi indirgenmiş değişkenler sistemine (X'_i) göre şöyle ifade edilebilir.

$$g(m_{X_1} + \sigma_{X_1} X'_1, \dots, m_{X_n} + \sigma_{X_n} X'_n) = 0 \quad (3.2)$$

Limit durum yüzeyinin (göçme yüzeyinin) $g(X) = 0$ orijinden olan uzaklığı güvenli bölgenin büyümesi veya küçülmesi anlamına gelir. Yani göçme yüzeyinin indirgenmiş değişkenler sisteminin orijin noktasına göre bağıl konumu sistemin güvenilirliğini ifade eder. İndirgenmiş değişkenlerin orijine olan minimum uzaklığı göçme yüzeyinin yerini ($g(X) = 0$) belirler (Ang ve Tang, 1984; Ranganathan, 1990; Gündüz, 1996; Nowak ve Collins, 2000). Göçme yüzeyi üzerinde bulunan ve orijine minimum uzaklıkta olan ($\mathbf{x}^*$) noktası en olası göçme noktasıdır. En olası göçme noktası limit durum denklemini en büyük olasılıkla sağlayan nokta şeklinde tanımlanabilir (Şekil 3.1).



Şekil 3.1 İki değişkenli doğrusal olmayan bir performans fonksiyonu için güvenilirlik indeksinin belirlenmesi ($\mathbf{x}^*$ noktasında $Z = 0$)

En olası göçme noktasının orijine olan uzaklığı ise minimum uzaklıktır. Analitik geometri kurallarına göre minimum uzaklık $d_{\min}$ aşağıdaki bağıntıyla belirlenebilir.

$$D = (X_1^2 + X_2^2 + \dots + X_n^2)^{1/2} = (\mathbf{x}^t \mathbf{X}')^{1/2} \quad (3.3)$$

Bu bağıntıda yer alan $\mathbf{X}^t$, $\mathbf{X}'$ matrisinin transpozesidir.

Göçme yüzeyi üzerinde ve orijinden minimum uzaklıkta bulunan $\mathbf{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*)$ noktası, hem D fonksiyonunu minimum yapmalı hem de $g(X) = 0$ koşulunu sağlamalıdır. Bu amaçla “Lagrange çarpanlar yöntemi” kullanılabilir. Yönteme ilişkin fonksiyon;

$$L = D + \lambda g(X)$$

$$L = (X^t X')^{1/2} + \lambda g(X)$$

$$L = (X_1'^2 + X_2'^2 + \dots + X_n'^2)^{1/2} + \lambda g(X_1, X_2, \dots, X_n),$$

şeklinde tanımlanır.

L nin minimum olması için şu koşullar gerçekleşmelidir.

$$\frac{\partial L}{\partial X_i'} = \frac{X_i'}{(X_1'^2 + X_2'^2 + \dots + X_n'^2)^{1/2}} + \lambda \frac{\partial g}{\partial X_i'} = 0; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0 \quad (3.5)$$

Yukarıdaki (n+1) bilinmeyenli (n+1) denklemden oluşan denklem takımı çözülerek indirgenmiş değişkenler sistemine ilişkin en olası göçme noktası $(x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*)$ belirlenebilir.

Aşağıdaki gradyan vektörü gözönüne alınırsa;

$$G = \left(\frac{\partial g}{\partial X_1'}, \frac{\partial g}{\partial X_2'}, \dots, \frac{\partial g}{\partial X_n'} \right).$$

$\frac{\partial g}{\partial X_i'}$ terimleri $X_i = m_{X_i} + \sigma_{X_i} X_i'$ ilişkisinden yararlanılarak belirlenebilir.

$$\frac{\partial g}{\partial X_i'} = \frac{\partial g}{\partial X_i} \frac{dX_i}{dX_i'} \quad \text{ve} \quad \frac{dX_i}{dX_i'} = \sigma_{X_i} \quad \text{olduğu için};$$

$$\frac{\partial g}{\partial X_i'} = \sigma_{X_i} \frac{\partial g}{\partial X_i}$$

(3.4) denklem takımı matris formunda yazılırsa;

$$\frac{X'}{(X^t X')^{1/2}} + \lambda G = 0 \quad (3.6)$$

elde edilir. Bu bağıntıda $(X^t X')$ yerine (3.3) bağıntısıyla belirli değeri yazılırsa;

$$X' = -\lambda DG \quad (3.7)$$

bulunur. X' nün bu değerine göre (3.3) bağıntısı şu şekilde yazılabilir;

$$D = \left[(\lambda DG^t)(\lambda DG) \right]^{1/2} = \lambda D(G^t G)^{1/2} \quad (3.8)$$

Bu bağıntıdan λ değeri çekilirse;

$$\lambda = (G^t G)^{-1/2} \quad (3.9)$$

olur. λ nın bu değeri (3.6) bağıntısında yerine yazılırsa;

$$X' = \frac{-GD}{(G^t G)^{1/2}} \quad (3.10)$$

ve bu bağıntının iki tarafı G^t ile çarpılırsa;

$$G^t X' = \frac{-(G^t G)D}{(G^t G)^{1/2}} = -(G^t G)^{1/2} D \quad (3.11)$$

elde edilir. Bu bağıntıdan D değeri çekilirse;

$$D = \frac{-G^t X'}{(G^t G)^{1/2}} \quad (3.12)$$

dolayısıyla β değeri,

$$\beta = \frac{-G^{*t} X'^{*}}{(G^{*t} G^*)^{1/2}} \quad (3.13)$$

bulunur.

$$\text{En olası göçme noktasındaki gradyan vektörü } G^* = \left(\frac{\partial g}{\partial X_1'}, \frac{\partial g}{\partial X_2'}, \dots, \frac{\partial g}{\partial X_n'} \right) \text{ değeri,} \quad (3.13)$$

bağıntısında yerine yazılırsa güvenilirlik bağıntısı aşağıdaki bağıntıyla bulunabilir.

$$\beta = \frac{-\sum_{i=1}^n x_i' * \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_*}{\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_*^2 \right]^{1/2}} \quad (3.14)$$

Bağıntıdaki $\left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_*$ kısmi türevleri, en olası göçme noktasına $(x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_n'^*)$ göre değerlendirilir. Göçme yüzeyi üzerindeki en olası nokta; (3.10) bağıntısındaki D yerine (3.13) bağıntısıyla belirli $d_{\min} = \beta$ değeri yazılarak belirlenebilir.

$$X'^* = \frac{-G^* \beta}{(G^{*t} G^*)^{1/2}} \quad (3.15)$$

X'^* vektörü bileşenlerinin skaler biçimi;

$$x_i'^* = -\alpha_i^* \beta; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.16)$$

$$\alpha_i^* = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_*}{\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_*^2 \right]^{1/2}} \quad (3.17)$$

α_i^* ler, indirgenmiş değişkenler sistemine ilişkin boyutsuz duyarlılık katsayıları olup β nın x_i' eksenlerine göre doğrultu kosinüsleridir. Bu nedenle;

$$\sum_{i=1}^n \alpha_i^{*2} = 1 \quad (3.18)$$

(3.14) bağıntısı ile tanımlı β güvenilirlik indeksi $Z = g(X) = g(X_1, X_2, \dots, X_n)$ performans fonksiyonunun, göçme yüzeyi üzerinde bulunan x^* noktasına göre Taylor serisine açılması, ve bu açılımın yalnızca doğrusal terimlerinin gözönüne alınmasıyla da belirlenebilir.

$$Z = g(x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*) + \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) (\partial g / \partial X_i)_*$$

$$+(1/2) \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (X_i - x_i^*)(X_j - x_j^*) (\partial^2 g / \partial X_i \partial X_j)_* + \dots \quad (3.19)$$

Performans fonksiyonunun birinci-aşama yaklaşık ifadesi açılımın sadece doğrusal terimleri gözönüne alınarak elde edilebilir;

$$Z \cong \sum_{i=1}^n (X_i - x_i^*) \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_* \quad (3.20)$$

Bağıntıdaki $(X_i - x_i^*)$ ve $\left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_*$ terimleri şu şekilde ifade edilebilir;

$$X_i - x_i^* = (m_{X_i} + \sigma_{X_i} X_i') - (m_{X_i} + \sigma_{X_i} x_i'^*) = \sigma_{X_i} (X_i' - x_i'^*)$$

$$\frac{\partial g}{\partial X_i} = \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right) \left(\frac{dX_i'}{dX_i} \right). \text{ Öte yandan } X_i = m_{X_i} + \sigma_{X_i} X_i' \text{ olduğu için } \left(\frac{dX_i'}{dX_i} \right) = \sigma_{X_i} \text{ Dolayısıyla;}$$

$$\frac{\partial g}{\partial X_i} = \left(\frac{1}{\sigma_{X_i}} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right) \text{ bulunur. Şu halde;}$$

$$Z \cong \sum_{i=1}^n (X_i' - x_i'^*) \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_* \quad (3.21)$$

Bu bağıntı şu şekilde yazılabilir;

$$Z \cong \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_* X_i' - \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_* x_i'^* \quad (3.22)$$

Öyleyse Z nin ortalama değeri ve varyansı şöyle belirlenebilir.

$$m_Z \cong \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_* E(X_i') - \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_* x_i'^* \quad (3.23)$$

ve $E(X_i') = 0$ olduğu için; $N(m, \sigma) = N(0, 1)$

$$m_Z \cong - \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_* x_i'^* \quad (3.24)$$

$$\text{Var}(Z) = \sigma_Z^2 \cong \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_*^2 \text{Var}(X_i') - 0 \quad (3.25)$$

ve $\text{Var}(X_i') = 1$ olduğu için;

$$\sigma_Z^2 \cong \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_*^2 \quad (3.26)$$

Şu halde;

$$\frac{m_Z}{\sigma_Z} = \frac{-\sum_{i=1}^n x_i' * \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_*}{\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_*^2 \right]^{1/2}} \quad (3.27)$$

(3.14) ile (3.27) bağıntıları özdeştir. Buna göre $\frac{m_Z}{\sigma_Z}$ oranı, yine indirgenmiş değişkenler sisteminde, göçme yüzeyi üzerinde olan $x_i' *$ noktasından geçen teğet düzlemin orijine uzaklığına eşittir. Bir başka anlatımla göçme yüzeyinin, indirgenmiş değişkenler sisteminin orijinine olan minimum uzaklığıdır. O halde güvenilirlik indeksi şöyle yazılabilir.

$$\beta = \frac{m_Z}{\sigma_Z} \quad (3.28)$$

Yukarıdaki bağıntılar esas alınarak güvenilirlik indeksi, aşağıdaki iteratif algoritmayla belirlenebilir (Rackwitz,1976; Ang ve Tang 1984; Ranganathan, 1990).

Algoritma

(1) $x_i *$ ($i = 1, 2, \dots, n$) ler için değişkenlerin ortalama değerleri (m_i), başlangıç değerleri kabul

edilerek $x_i' * = \frac{(x_i * - m_{X_i})}{\sigma_{X_i}}$ değerleri hesaplanır.

(2) $x_i *$ için $\left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_*$ ve $\alpha_i *$ değerleri belirlenir.

(3) $x_i * = m_{X_i} - \alpha_i * \sigma_{X_i} \beta$ bağıntıları oluşturulur.

(4) (3)'te β türünden elde edilen $x_i *$ değerleri $g(x_1 *, x_2 *, \dots, x_n *) = 0$ limit-durum denkleminde yerlerine konulur ve denklem çözülerek β belirlenir.

(5) (4) de belirlenen β değerine göre $x' * = -\alpha_i * \beta$ yeniden hesaplanır.

(6) (2) den (5)'e kadar olan işlemler β değerlerinde yakınsaklık sağlanana dek tekrarlanır.

3.1.1.1 Eşdeğer normal dağılımlar

Bir $Z = g(\mathbf{X})$ performans fonksiyonundaki rasgele değişkenlerin dağılımları normal dağılıma sahip değilse p_F göçme olasılığı ve p_S kalıcılık olasılıkları en genel anlamda (1.3) ve (1.4) bağıntılarıyla belirlenebilir. Bununla birlikte p_F göçme olasılığı ve p_S kalıcılık olasılıkları daha önce de belirtildiği gibi eşdeğer normal dağılımlara dönüştürülebilir. Normal dağılımlı değişkenlerden oluşan performans fonksiyonu için önerilen iteratif işlemler eşdeğer normal dağılım için de geçerlidir.

Göçme yüzeyi üzerindeki bir x_i^* noktasında normal olmayan dağılım ve buna karşı gelen eşdeğer normal dağılıma ait birikimli olasılıkların ordinatları birbirine eşitlenirse;

$$\Phi\left(\frac{x_i^* - m_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N}\right) = F_{X_i}(x_i^*) \quad (3.29)$$

yazılabilir.

(3.29) bağıntısında $m_{X_i}^N$ ve $\sigma_{X_i}^N$ sırasıyla X_i değişkeninin eşdeğer normal dağılımına ait ortalama değer ve standart sapma değerlerini göstermektedir.

$F_{X_i}(x_i^*); X_i$ değişkeninin orijinal birikimli dağılım fonksiyonunun x_i^* noktası için belirlenen değeridir.

$\Phi(\cdot)$; standart normal dağılıma ilişkin birikimli dağılım fonksiyonu

$$(3.29) \text{ bağıntısından; } \left(\frac{x_i^* - m_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N}\right) = \Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)] \text{ değeri çekilirse;}$$

$$m_{X_i}^N = x_i^* - \sigma_{X_i}^N \Phi^{-1}[F_{X_i}(x_i^*)] \quad (3.30)$$

elde edilir.

Ayrıca olasılık yoğunluk ordinatlarının x_i^* noktasındaki eşitliğinden;

$$\frac{1}{\sigma_{X_i}^N} \phi \left(\frac{x_i^* - m_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N} \right) = f_{X_i}(x_i^*) \quad (3.31)$$

yazılabilir. Burada $\phi(\cdot)$; standart normal dağılıma ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonunu ifade etmektedir.

$$(3.29) \text{ bağıntısından elde edilen } \left(\frac{x_i^* - m_{X_i}^N}{\sigma_{X_i}^N} \right) = \Phi^{-1} [F_{X_i}(x_i^*)] \text{ değeri (3.31) bağıntısında}$$

yerine yazılırsa;

$$\phi \left[\Phi^{-1} [F_{X_i}(x_i^*)] \right] = f_{X_i}(x_i^*) \sigma_{X_i}^N \quad (3.32)$$

$$\sigma_{X_i}^N = \frac{\phi \left\{ \Phi^{-1} [F_{X_i}(x_i^*)] \right\}}{f_{X_i}(x_i^*)} \quad (3.33)$$

bağıntısı elde edilir.

Yukarıdaki belirlemelere göre, normal olmayan dağılıma sahip bir performans fonksiyonu değişkeninin eşdeğer normal dağılıma dönüştürülmesi için ortalama değer ve standart sapmanın da eşdeğer normal dağılıma dönüştürülmesi gerekir. Bu dönüşüm (3.30) ve (3.33) bağıntılarıyla yapılır. Daha sonra, belirlenen $m_{X_i}^N$ ve $\sigma_{X_i}^N$ değerleri kullanılarak β güvenilirlik indeksi hesaplanır ve $p_S = \Phi(\beta)$ olasılığı belirlenir.

3.1.1.1.1 Lognormal dağılıma eşdeğer normal dağılım

Lognormal dağılımlı bir X değişkenine ilişkin eşdeğer normal dağılımın ortalaması ve standart sapması şu yol izlenerek belirlenebilir. Öncelikle logaritmik normal dağılıma ilişkin $\ln X$ in ortalama değeri λ_X ve standart sapması ζ_X aşağıdaki bağıntılarla hesaplanır.

$$\lambda_X = \ln m_X - 0.5 \zeta_X^2 \quad (3.34)$$

$$\zeta_X^2 = \ln \left(1 + \frac{\sigma_X^2}{m_X^2} \right) \quad (3.35)$$

x_i^* göçme noktasında dağılıma ilişkin birikimli olasılık ve olasılık yoğunluk fonksiyonları aşağıdaki bağıntılarla belirlenebilir (Ang ve Tang, 1984; Ranganathan, 1990; Gündüz, 1996; Nowak ve Collins, 2000).

$$F_X(x_i^*) = \Phi\left(\frac{\ln x_i^* - \lambda_X}{\zeta_X}\right) \quad (3.36)$$

$$f_X(x_i^*) = \left(\frac{1}{x_i^* \zeta_X}\right) \phi\left(\frac{\ln x_i^* - \lambda_X}{\zeta_X}\right) \quad (3.37)$$

(3.36) ve (3.37) bağıntılarıyla belirli değerler (3.33) bağıntısında yerine yazılırsa lognormal dağılıma eşdeğer dağılımın standart sapması;

$$\begin{aligned} \sigma_X^N &= \left(\frac{1}{f_X(x_i^*)}\right) \phi\left\{\Phi^{-1}\left[\Phi\left(\frac{\ln x_i^* - \lambda_X}{\zeta_X}\right)\right]\right\} \\ &= \left(\frac{1}{f_X(x_i^*)}\right) \phi\left(\frac{\ln x_i^* - \lambda_X}{\zeta_X}\right) \\ \sigma_X^N &= x_i^* \zeta_X \end{aligned} \quad (3.38)$$

ve, (3.36) bağıntısı ile belirli birikimli olasılık yoğunluk fonksiyonu (3.30) bağıntısında yerine yazılırsa eşdeğer normal dağılıma ilişkin ortalama değer de,

$$\begin{aligned} m_X^N &= x_i^* - \sigma_X^N \Phi^{-1}\left[\Phi\left(\frac{\ln x_i^* - \lambda_X}{\zeta_X}\right)\right] = \\ &= x_i^* - x_i^* \zeta_X \left(\frac{\ln x_i^* - \lambda_X}{\zeta_X}\right) = \\ m_X^N &= x_i^* (1 - \ln x_i^* + \lambda_X) \end{aligned} \quad (3.39)$$

olarak bulunur.

3.1.1.1.2 Tip I asimptotik dağılıma eşdeğer normal dağılım

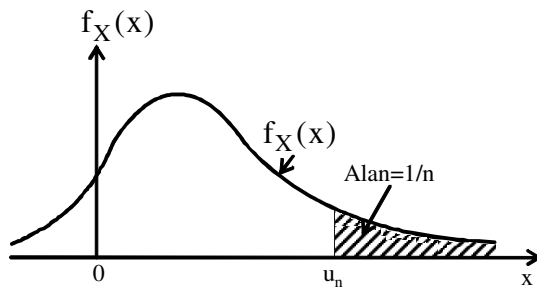
En büyük değer için Tip I asimptotik dağılımlı bir X değişkenine ilişkin birikimli olasılık ve olasılık yoğunluk fonksiyonları aşağıdaki bağıntılarla belirlenir.

Tip I asimptotik dağılımın en büyük değere ilişkin dağılım fonksiyonu şöyledir.

$$F_{X_n}(x) = \exp\left[-e^{-\alpha_n(x-u_n)}\right] \quad (3.40)$$

u_n ve α_n , sırayla, yer (location) ve ölçek (scale) parametreleri. X_n , en büyük değere ilişkin ekstrem değişken.

u_n , ilgilenilen orijinal X değişkeninin karakteristik en büyük değeridir. Karakteristik en büyük değer; olabilir en büyük değerlerin yoğunlaştığı yerin (merkezsiz yer) belirlenmesine elverişli bir ölçüdür. Bir orijinal X değişkenine ilişkin büyüklüğü n olan bir örnek için, isteğe bağlı bir x değerinden büyük olan örnek değerlerinin beklenen sayısı $n[1-F_X(x)]$ dir. Bu bağlamda karakteristik en büyük değer, u_n : orijinal X toplumundan sağlanan n boyutlu bir örnekte, u_n den büyük olması beklenen örnek değerleri sayısının “bir” olduğu özel X değeridir; $n[1-F_X(u_n)] = 1.0$ ya da $F_X(u_n) = 1 - (1/n)$. Başka bir anlatımla u_n , X in aşılması olasılığı $1/n$ olan değeridir. u_n , aynı zamanda X_n nin modal (en muhtemel) değeri, $1/\alpha_n$, ise X_n nin dağılışının ölçüsüdür.



Şekil 3.2 Karakteristik en büyük değerin, u_n , tanımlanması

X_n ekstrem değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu şöyledir (Şekil 3.2),

$$f_{X_n}(x) = \alpha_n e^{-\alpha_n(x-u_n)} \exp\left[-e^{-\alpha_n(x-u_n)}\right] \quad (3.41)$$

Dolayısıyla ikinci moment yaklaşımında eşdeğer normal dağılıma ilişkin m_X^N ve σ_X^N

değerleri, (3.40) ve (3.41) bağıntıları ile belirli birikimli olasılık dağılım ve olasılık fonsiyonlarının (3.30) ve (3.33) bağıntılarında yerine yazılması ile elde edilir.

3.1.2 Değişkenlerin Korelasyonlu Olması Durumu

Daha önceki bölümlerde göçme ya da kalıcılık olasılıklarının belirlenmesinde izlenen algoritmalar $X_1, X_2, \dots, X_n$ rasgele değişkenlerinin korelasyonsuz, diğer bir anlatımla istatistiksel bağımsız oldukları kabulüne dayanmaktaydı. Korelasyonlu rasgele değişkenler söz konusu olduğu zaman, orijinal değişkenler korelasyonsuz değişkenler takımına dönüştürülür (Ang ve Tang, 1984).

Bu dönüşüm, orijinal değişkenlerin kovaryanslarını içeren $[C]$ kovaryans matrisinin oluşturulması ile sağlanır.

$$[C] = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & \text{Cov}(X_1, X_2) & \text{Cov}(X_1, X_3) \dots & \text{Cov}(X_1, X_n) \\ \text{Cov}(X_2, X_1) & \sigma_{x_2}^2 & \text{Cov}(X_2, X_3) \dots & \text{Cov}(X_2, X_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{Cov}(X_n, X_1) & \text{Cov}(X_n, X_2) & \text{Cov}(X_n, X_3) \dots & \sigma_{x_n}^2 \end{bmatrix} \quad (3.42)$$

$\text{Cov}(X_i, X_j) \rightarrow X_i$ ve X_j orijinal değişkenleri arasındaki kovaryanstır. Buna karşı gelen indirgenmiş değişkenler sistemindeki X_i' ve X_j' arasındaki kovaryans ise;

$$\begin{aligned} \text{Cov}(X_i', X_j') &= E \left[(X_i' - m_{X_i'}) (X_j' - m_{X_j'}) \right] \\ &= \frac{E \left[(X_i - m_{X_i}) (X_j - m_{X_j}) \right]}{\sigma_{X_i} \cdot \sigma_{X_j}} = \frac{\text{Cov}(X_i, X_j)}{\sigma_{X_i} \cdot \sigma_{X_j}} = \rho_{X_i, X_j} \end{aligned} \quad (3.43)$$

Bu sonuç, X_i' ve X_j' değişkenleri arasındaki kovaryansın X_i ve X_j orijinal değişkenleri arasındaki korelasyon katsayısına eşit olduğunu göstermektedir. Bu nedenle $(X_1', X_2', \dots, X_n')$ indirgenmiş değişkenlere göre kovaryans matrisi $[C']$, $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ değişkenlerinin korelasyon matrisidir.

$$[C'] = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} \dots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \rho_{n3} \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Korelasyonsuz dönüştürülmüş değişkenler takımı Y , aşağıdaki ortogonal transformasyondan

elde edilebilir.

$$Y = T^t X' \quad (3.45)$$

$X' = \{X_1', X_2', \dots, X_n'\}$, İndirgenmiş değişkenler takımı,

$Y = \{Y_1, Y_2, \dots, Y_n\}$ Korelasyonsuz dönüştürülmüş değişkenler takımı,

T = Bir ortogonal transformasyon matrisi.

$[C']$ korelasyon matrisinin öz değerlerine (eigen value) karşı gelen öz vektörlerden meydana gelen “ T ” bir ortogonal transformasyon matrisidir.

$$T^t [C'] T = [\lambda] \quad (3.46)$$

Bu bağıntıda $[\lambda]$, $[C']$ nün öz değerlerini içeren bir diyagonal matrisidir.

X' indirgenmiş değişkenler ve X orijinal değişkenler Y ye bağlı olarak yazılabilir. T ortogonal olduğu için $T^{-1} = T^t$ dir ve $Y = T^t X'$ den X' değeri çekilirse;

$$X' = Y T^{-t} = Y (T^{-1})^t = Y (T^t)^t = Y T \text{ olur ve,}$$

$$X = [\sigma_X] X' + m_X = [\sigma_X] T Y + m_X$$

Bu bağıntıda,

$$\sigma_X = \begin{bmatrix} \sigma_{X_1} & 0 \dots & 0 \\ 0 & \sigma_{X_2} \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \dots & \sigma_{X_n} \end{bmatrix} \quad \text{ve} \quad m_X = \begin{Bmatrix} m_{X_1} \\ m_{X_2} \\ \vdots \\ m_{X_n} \end{Bmatrix}$$

Y nin kovaryans matrisi;

$$[C_Y] = E(Y Y^t) = E(T^t X' X'^t T) = T^t E(X' X'^t) T$$

$$E(X' X'^t) = [C']$$

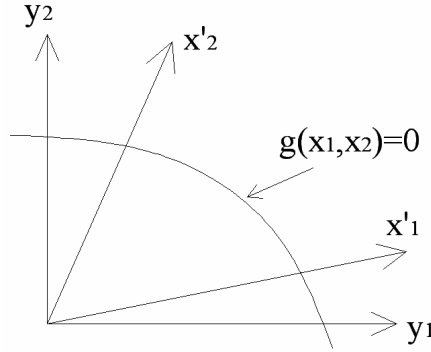
Böylece (3.46) bağıntısından hareketle,

$$[C_Y] = T^t [C'] T = [\lambda] \quad (3.47)$$

Bu nedenle $[C']$ nün öz değeri aynı zamanda $Y_1, Y_2, \dots, Y_n$ değişkenlerinin varyanslarıdır.

$$[C_Y] = \begin{bmatrix} \sigma_{Y_1}^2 & \text{Cov}(Y_1, Y_2) & \text{Cov}(Y_1, Y_3) \dots & \text{Cov}(Y_1, Y_n) \\ \text{Cov}(Y_2, Y_1) & \sigma_{Y_2}^2 & \text{Cov}(Y_2, Y_3) \dots & \text{Cov}(Y_2, Y_n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \text{Cov}(Y_n, Y_1) & \text{Cov}(Y_n, Y_2) & \text{Cov}(Y_n, Y_3) \dots & \sigma_{Y_n}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 \dots & 0 \\ 0 & 0 \dots & \lambda_n \end{bmatrix}$$

$$\lambda = \sigma_{Y_i}^2$$



Şekil 3.3 X' koordinatlarının Y ye döndürülmesi

Y dönüştürülmüş değişkenler uzayında kısmi türevler aşağıdaki gibi hesaplanabilir.

$$\frac{\partial g}{\partial Y_i} = \sum_{j=1}^n \frac{\partial g}{\partial X_j'} \frac{\partial X_j'}{\partial Y_i} \quad (3.48)$$

$$\frac{\partial g}{\partial X_j'} = \frac{\partial g}{\partial X_j} \frac{dX_j}{dX_j'} = \sigma_{X_j} \left(\frac{\partial g}{\partial X_j} \right)$$

İki değişkenli bir olguda $Y = T^t X'$ bağıntısı ile sağlanan dönüşüm koordinatların X' den Y ye dönmesini sağlar, bu dönüşüm Şekil 3.3 de gösterilmiştir. Y aksının orijini X' aksının orijini ile aynı kalmaktadır.

Bu dönüşüm doğrusal performans fonksiyonlarına da uygulanabilir. Bu durumda (3.48) bağıntısına göre belirlenen kısmi türevler değişkenlerden bağımsız olduğu için y^* ve x^* göçme noktaları doğrudan belirlenebilir. Diğer bir anlatımla çözümde bir iterasyon yeterlidir.

Ayrıca performans fonksiyonunun doğrusal olması halinde güvenilirlik indeksi aşağıdaki bağıntı ile doğrudan belirlenebilir.

$$\beta = \frac{m_z}{\sigma_z} = \frac{a_0 + \sum_{i=1}^n a_i m_{x_i}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_i a_j \rho_{ij} \sigma_{X_i} \sigma_{X_j}}} \quad (3.49)$$

Orijinal rasgele değişkenlerin dağılımları normal değilse eşdeğer normal dağılımlar kullanılarak güvenilirlik indeksi belirlenir. Bu durumda, eşdeğer normal dağılıma ilişkin ortalama değer $m_{X_i}^N$ ve standart sapma $\sigma_{X_i}^N$ değerleri, m_{X_i} ve σ_{X_i} yerine yazılmalıdır.

4. MONTE CARLO YÖNTEMİ

Olasılıksal sorunların Monte Carlo yöntemi ile çözümü daha önce de belirtildiği gibi yöntem sınıflandırmasında **üçüncü düzey/tam-olasılıksal yöntemler** sınıfına girmektedir. Performans fonksiyonları ne denli karmaşık ve içerdiği değişkenler ne kadar fazla olursa olsun Monte Carlo yöntemiyle fonksiyona ilişkin rasgele sayılar üretilerek büyük boyutlu örnekler oluşturulabilir, ve bu yapay örnekler değerlendirilerek karmaşık yapısal sistemlerin göçme ve kalıcılık olasılıkları tahmin edilebilir (Hammersley ve Handscomb, 1965; Sobol, 1984; Vahidi, 1991). Üstelik değişkenler arasında varsa korelasyon etkisi de dikkate alınabilir.

Monte Carlo yöntemi bir simülasyon tekniğidir. Simülasyon, bir takım varsayımlara dayanan, gerçek dünyaya benzeşim sürecidir. Deneysel veya teorik olarak gerçekleştirilebilir. Uygulamada, teorik simülasyon genel olarak sayısal şekilde kullanılır. Bilgisayarların gelişmesiyle bu işlem daha pratik hale gelmiştir. Aslında, teorik simülasyonu “sayısal deneyim veya bilgisayar deneyimi” olarak adlandırabiliriz.

Mühendislik amaçları için, simülasyon tekniği bir sistemin tepkisini ve/veya performansını tahmin etmek veya incelemek amacıyla uygulanır. Tekrarlanan simülasyonlar süresince, sistem performansının hassasiyeti, sistem parametrelerinin değişimi ile orantılı olarak incelenir ve değerlendirilir. Bu işlem sayesinde, simülasyon, alternatif veya optimum tasarımları elde etmek amacıyla kullanılır.

Bilinen (veya tahmin edilen) olasılık dağılımlarına ait rasgele değişkenleri içeren problemler için Monte Carlo Simülasyonu gereklidir. Her bir simülasyonda, ilgili olasılık dağılımına ait üretilen rasgele değişkenler kullanılır. Tekrarlanan süreç boyunca, farklı rasgele değişken takımlarına ait çözüm örnekleri elde edilir. Monte Carlo simülasyonuna ait örnekler, deneysel gözlemlere ait örneklerle benzeşir. Bu yüzden Monte Carlo simülasyon sonuçları istatistiksel olarak işlem görebilir. Ayrıca bu sonuçlar, histogram formunda sunulabilir ve istatistiksel tahmin yöntemi olarak da kullanılabilir. Bu nedenlerden ötürü Monte Carlo yöntemi bir örnekleme tekniğidir ve örnekleme teorisine ait benzer problemleri de içerir. Monte Carlo yöntemini sonuçları sonu belli olan örneklerdir ve örnek boyutu sonsuza yakın olacak kadar büyük seçilmedikçe kesin (mutlak) sonucu da vermez.

Teoride, simülasyon metotları büyük ve karmaşık sistemlere uygulanabilir. Bununla birlikte genellikle analitik modellerin idealizasyonu ve basitleştirilmesi kolaylık sağlar ve daha gerçekçi simülasyon modellemeleri sonucunu verir.

Fakat uygulamada, Monte Carlo simülasyonu bilgisayar kapasitesi ile sınırlı olduğundan simülasyondan elde edilen sonuçlar, genel bir sonucun çıkarılması amacı için uygun olmayabilir. Bu nedenle Monte Carlo yönteminin çözümsel yöntemlerin yetersiz kaldığı olgularda ya da bu yöntemlerden elde edilen sonuçların geçerliliğinin denetlenmesinde kullanılması uygundur.

4.1 Rasgele Sayıların Üretilmesi

Monte Carlo simülasyonu uygulanırken anahtar görevlerden biri, rasgele değişkenlere ait uygun değerlerin üretilmesidir. Bu değerler belirlenmiş olasılık dağılımlarına göre oluşturulur. Basit rasgele değişkenler için özel aygıtlar kullanılabilir. Örnek olarak, bir madeni para veya 6 yüzlü bir zarın kullanılması gibi. Eşit aralıklara bölünmüş bir dairesel tekerlek (örnek olarak rulet verilebilir), üniform dağılmış rasgele sayıları belirlemek için uygun araç olabilir.

Daha önce belirtildiği gibi, Monte Carlo simülasyonu bilgisayarlar sayesinde en etkili ve en pratik çözümdür. Belirlenmiş dağılımlara ait rasgele sayıların (u_i) otomatik olarak üretilmesi gerekli olacaktır. Bunun sistematik olarak gerçekleşmesi için, ilk olarak 0 ile 1 arasında üniform dağılmış rasgele bir sayı üretilir. Belirtilen olasılık dağılımı ile diğer rasgele sayılar uygun dönüşümler kullanılarak belirlenir. Rasgele değişkenlere ilişkin değerlerin üretilme yöntemleri ise genellikle üç sınıfa ayrılabilirler; *rasgele sayı tabloları*, *rasgele sayı üreticileri* ve *sözde rasgele sayılar*.

Rasgele sayı tabloları ve rasgele sayı üreticileri günümüzde pek kullanılmayan teknikler olup, bilgisayar kullanımına daha uygun olan sözde (psuedo) rasgele sayıların üretilmesi aşağıda açıklanacaktır.

4.1.1 Sözde Rasgele Sayılar

Hesaplarda kullanılan rasgele sayılara, özel testler uygulandığı ve denetlendikleri için, uygun sonuç alınması halinde nasıl üretildikleri önemli değildir. Nitekim bu rasgele sayılar, önceden belirlenmiş bir bağıntıyla bile üretilebilir. Fakat böyle bir bağıntı çok yetkin olmalıdır. Böyle bir bağıntıyla üretilen standart üniform rasgele değişken, U , değerlerinin benzetimi olan sayılara **sözde rasgele sayılar** denir. Benzetim sözcüğü, bu şekilde üretilen sayıların gerekli testleri sağladığını ve U rasgele değişkenini temsil edebileceğini ifade eder. Sözde (psuedo) sözcüğü ise, böyle bir bağıntıyla üretilen sayıların önceden bilindiğini ve dolayısıyla tam

anlamıyla rasgele olmayıp bir anlamda deterministik sayılar sayılabileceğini belirtir.

Sözde rasgele sayıların üretilmesi için ilk algoritma, J. Neumann tarafından geliştirilmiştir. Yaygın adı **orta-kare yöntemi** (mid-square method) olan yöntemi bir örnekle açıklayalım. Standart üniform değişkene ilişkin n sayıda dört rakamlı sayılar üretmek isteyelim. Başlangıç değeri $u_0 = 0.9876$ olarak tespit edilmiş olsun. u_0 'n karesi alınır, sekiz rakamlı bir sayı elde edilir: $u_0^2 = 0.97535376$. Bu sayının ortasından dört rakam alınır ve u_1 olarak kabul edilir, ve bu şekilde işlemlere devam edilirse: $u_1 = 0.5353$; $u_1^2 = 0.28654609$, $u_2 = 0.6546$; $u_2^2 = 0.42850116$; $u_3 = 0.8501$; $u_3^2 = 0.72267001$; $u_4 = 0.2670$ ve u_n sayıları elde edilir.

Ne var ki gerekli testler sonucu bu sayıların dağılımının uygun olmadığı ve küçük sayıların gereğinden fazla olduğu tespit edilmiştir.

Lehmer (1951), sözde rasgele sayıların üretimi için aşağıdaki tekrarlama bağıntısını geliştirmiştir.

$$x_{i+1} = ax_i \pmod{m} \quad (4.1)$$

Daha sonra bu bağıntıyı genelleştirmiştir.

$$x_{i+1} = (ax_i + c) \pmod{m} \quad (4.2)$$

Burada a , c ve m negatif olmayan tam sayılardır. Bağıntı, ax_i ya da $ax_i + c$ teriminin m ye bölünmesi sonucu kalan kısmın, x_{i+1} e eşit olduğunu ifade eder. m , kullanılan bilgisayarın tasarımına bağlı olarak belirlenen büyük bir pozitif tamsayıdır ve genellikle 2 ya da 10 tabanın yüksek bir kuvveti halinde ifade edilir. Başlangıç değeri olarak önceden saptanan x_0 , a ve c , 0 ile $m-1$ arasındaki tamsayılardır.

$(ax_i)/m$ ya da $(ax_i + c)/m$ bağıntılarının tamsayı kısmı k_i ile gösterilirse, (4.1) ve (4.2) bağıntıları aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$k_i = \text{int}(ax_i / m) \text{ ya da } k_i = \text{int}(ax_i + c / m) \quad (4.3)$$

$$x_{i+1} = ax_i - mk_i \quad (4.4)$$

$$x_{i+1} = ax_i + c - mk_i \quad (4.5)$$

O halde, sözde rasgele değişkenin, U , 0 ile 1 arasındaki değerler takımı aşağıdaki gibi

hesaplanabilir.

$$u_{i+1} = \frac{x_{i+1}}{m} \quad (4.6)$$

Bir dizi rasgele sayının üretim işlemini bir örnek üzerinde açıklayacak olursak;

$a = 3$, $c = 1$, $m = 5$ ve başlangıç değeri $x_0 = 1$ kabul edilirse, sözde rasgele sayılar (4.3), (4.4), (4.5) ve (4.6) bağıntıları ile aşağıdaki gibi üretilir.

$$k_0 = \text{int}\left(\frac{3 \times 1 + 1}{5}\right) = \text{int}(0.8) = 0$$

$$x_1 = 3 \times 1 + 1 - 5 \times 0 = 4$$

$$u_1 = 4/5 = 0.8$$

$$k_1 = \text{int}\left(\frac{3 \times 4 + 1}{5}\right) = \text{int}(2.6) = 2$$

$$x_2 = 3 \times 4 + 1 - 5 \times 2 = 3$$

$$u_2 = 3/5 = 0.6$$

Bu şekilde hesaplanan u_i değerleri periyodik olarak hesaplanmış ve Çizelge 4.1 de gösterilmiştir.

Çizelge 4.1 Lehmer (1951) e göre hesaplanmış u_i değerleri

i	1	2	3	4	5	6	7	8
u_i	0.8	0.6	0.0	0.2	0.8	0.6	0.0	0.2

Görüldüğü gibi, üretilen sözde rasgele sayılar, dört aşamadan sonra tekrarlanmaktadır. Bu durumda rasgeleliğe güvenebilmek, periyodun mümkün olduğu kadar büyük olması ile sağlanabilir. Bu nedenle pratik amaçlarla u_i nin üretilmesinde, m için büyük bir değerin tespiti gerekmektedir.

Yukarıda açıklanan yöntemle üretilen rasgele sayılar her ne kadar deterministik temele

dayansa da, büyük bir m değeri için, üniform dağılımlı ve istatistiksel bağımsız oldukları, Knuth (1969) tarafından gösterilmiştir. Ayrıca Greenberger (1961) (4.2) bağıntısıyla üretilen x_i ve x_{i+1} sayıları arasındaki korelasyon katsayısının değer aralığını aşağıdaki gibi belirlemiştir.

$$\rho = \frac{1}{a} - \left(\frac{6c}{a \cdot m} \right) \left(1 - \frac{c}{m} \right) \pm \frac{a}{m} \quad (4.7)$$

(4.7) bağıntısında açıkça görüleceği gibi, m nin ve a nın büyük değerleri için ρ sıfıra yaklaşır. (4.1) ve (4.2) bağıntılarıyla üretilen rasgele sayılara, aşağıda verilen parametre değerleri için istatistiksel testler uygulanmış ve uygun sonuç verdiği kanıtlanmıştır (Rubinstein, 1981).

$$m = 2^{35}, \quad a = 2^7 + 1 \quad c = 1$$

Üretilen sözde rasgele sayıların, hesaplarda sağladığı kolaylıklar şöyle sıralanabilir:

- Her sayının üretimi için birkaç basit işlem yeterlidir. Üretim hızı bilgisayarın işlem hızına eşittir.
- Sayıların üretimi için yapılan program, bilgisayar belleğinin sadece küçük bir bölümünü kapsar.
- Bağıntıların içerdiği parametrelerin belirli değerleri için, üretilen sayılara gerekli istatistiksel testler uygulanır ve uygun sonuç alınır, bu bağıntılarla, aynı parametreler kullanılarak çok sayıda problem çözülebilir.

Özetle, Monte Carlo yönteminin çeşitli problemlerin çözümünde kullanılabilmesi ancak sözde rasgele sayıların üretilmesi ile mümkündür. Günümüzde Matlab gibi bilgisayar programları benzer algoritmaları kullanarak basit kodlar sayesinde sözde rasgele sayıların üretimini kendiliğinden sunmaktadır. Bu bağlamda bundan sonraki bölümde açıklanacağı gibi, sözde rasgele sayıların uygun şekilde dönüştürülmesiyle herhangi bir $f_x(x)$ olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip X rasgele değişkenine ilişkin değerler kolaylıkla üretilebilir.

4.1.1.1 Sürekli rasgele değişkenler

Bir (a, b) aralığında $F_X(x)$ olasılık yoğunluk fonksiyonuna sahip bir X rasgele değişkenine ilişkin değerlerin üretilmesi istenmiş olsun. Önce bu değerlerin aşağıdaki bağıntıyla belirlenebileceğini kabul edelim. Sonra bu kabulün geçerliliğini kanıtlayalım (Gosavi 2003).

$$F_X(x) = \int_a^x f_X(z) dz = U \quad (4.8)$$

Görüldüğü gibi art arda seçilen U değerleri için (4.8) bağıntısı çözülerek X rasgele değişkenine ilişkin değerler bulunabilir.

Bu bağıntının geçerliliğini kanıtlamak üzere birikimli dağılım fonksiyonunun, $F_X(x)$, özelliklerini göz önüne alalım.

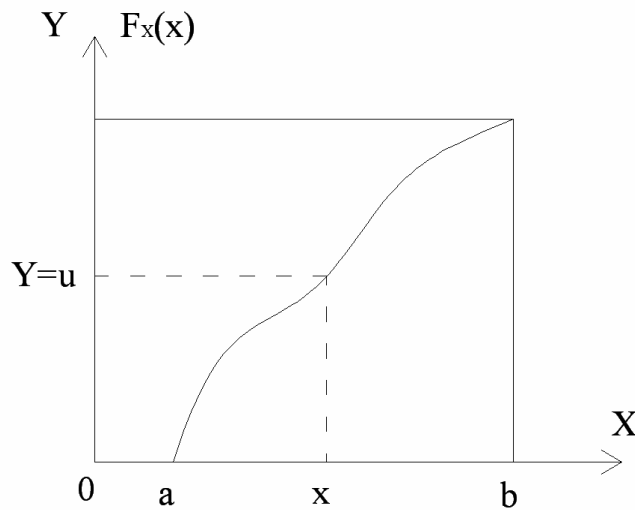
$$F_X(a) = 0 \quad ; \quad F_X(b) = 1$$

$F_X(x)$, 0 ile 1 arasında sürekli artan bir fonksiyondur (Şekil 4.1). X eksenine paralel herhangi bir $Y = u$ doğrusu ($0 < U < 1$), $F_X(x)$ eğrisini sadece ve sadece tek bir noktada keser ve bu noktanın apsisi X rasgele değişkenine ilişkin x değerini verir. Bu nedenle (4.8) bağıntısının her zaman tek bir çözümü vardır. Başka bir ifadeyle, $F_X(x) = U$ ilişkisi “birebir” dönüşümlüdür.

(4.8) bağıntısıyla belirlenen x değerinin, birikimli dağılım fonksiyonu $F_X(x)$ olan X rasgele değişkenine ilişkin olup olmadığı araştırılırsa; (a,b) aralığının içerdiği herhangi bir (a,x) aralığı seçilir, belirlenen değerin bu aralıkta olması halinde;

$$a < X \leq x \Rightarrow F_X(a) < U \leq F_X(x) \quad \text{ve}$$

$$P(a < X \leq x) = P[F_X(a) < U \leq F_X(x)] \quad \text{olur (Şekil 4.1).}$$



Şekil 4.1 Birikimli dağılım fonksiyonu

U , 0 ile 1 arasında üniform dağıldığı için bağıntısının sağ tarafı şu şekli alır.

$$P[F_X(a) < U \leq F_X(x)] = F_X(x) - F_X(a) = F_X(x) - 0 = F_X(x)$$

O halde $P(a < X \leq x) = F_X(x)$ olduğundan (4.8) bağıntısıyla bulunan değerlerin, olasılık yoğunluk fonksiyonu $F_X(x)$ olan rasgele değişkene ilişkin olduğu görülür.

$F_X(x) = u$ bağıntısı $x = F_X^{-1}(u)$ şeklinde de ifade edilebilir (Melchers,1999). Bu nedenle çoğu kez bu yöntem, **ters dönüşüm yöntemi** (Inverse Transform Method) adıyla da anılmaktadır.

Normal Dağılımlı Rasgele Sayılar

Box ve Muller (1958), U_1 ve U_2 nin iki bağımsız standart üniform değişken olması halinde, S_1 ve S_2 nin aşağıdaki bağıntılarla belirlenebilen iki bağımsız standart normal değişken olduğunu göstermişlerdir.

$$S_1 = (-2 \ln U_1)^{1/2} \cos 2\pi U_2$$

$$S_2 = (-2 \ln U_1)^{1/2} \sin 2\pi U_2$$

Özetle, bu fonksiyonlar kullanılarak, u_1 ve u_2 nin iki bağımsız uniform dağılımlı rasgele sayı olması halinde, herhangi bir $N(m, \sigma)$ normal dağılımının x_1 ve x_2 bağımsız rasgele sayıları,

$$x = m + s\sigma$$

ilişkisi kullanılarak belirlenebilir.

$$x_1 = m + \sigma(-2 \ln u_1)^{1/2} \cos 2\pi u_2$$

$$x_2 = m + \sigma(-2 \ln u_1)^{1/2} \sin 2\pi u_2 \quad (4.9)$$

Log-normal Dağılımlı Rasgele Sayılar

Parametreleri λ ve ζ olan bir X log-normal değişkenini göz önüne alalım. $\ln X$, ortalama değeri λ ve standart sapması ζ olan normal rasgele değişken olsun. Şu halde x' , bir $N(\lambda, \zeta)$ normal dağılımın değeriye; x in karşılığı x' rasgele sayısı şu şekilde belirlenebilir (Nowak ve Collins, 2000)

$$x_i' = \exp[\lambda + s_i \zeta] \quad (4.10)$$

Bu bağıntıda parametreler;

$$\zeta_x^2 = \ln(1 + \sigma_x^2 / m_x^2) \quad \text{ve} \quad \lambda_x = \ln m_x - 0.5 \zeta_x^2 \quad (4.11)$$

Tip 1 Asimptotik Dağılıma (En büyük değer için) İlişkin Sayılar

En büyük değer için Tip 1 asimptotik dağılıma ilişkin birikimli dağılım fonksiyonu şöyledir.

$$F_X(x) = \exp\left[-e^{-\alpha(x-\beta)}\right] \quad (4.12)$$

Dağılıma ilişkin α ve β parametreleri,

$$\alpha = \pi / (\sigma_x \cdot \sqrt{6}) \quad \text{ve} \quad \beta = m_x - 0.577 / \alpha \quad (4.13)$$

ile ifade edilir. Belirli bir $F_X(x) = u$ olasılığı için;

$$\exp\left[-e^{-\alpha(x-\beta)}\right] = u \quad \rightarrow \quad -e^{-\alpha(x-\beta)} = \ln u$$

$$e^{-\alpha(x-\beta)} = \ln(u^{-1}) \quad \rightarrow \quad -\alpha(x-\beta) = \ln(\ln u^{-1})$$

$$\text{Ters dönüşüm fonksiyonu:} \quad x = \beta - \frac{1}{\alpha} \ln\left(\ln \frac{1}{u}\right)$$

Bu bağıntıyla Tip 1 asimptotik dağılıma ilişkin rasgele sayılar, üniform dağılımlı rasgele sayılar kullanılarak üretilebilir.

$$x_i = \beta - \frac{1}{\alpha} \ln\left(\ln \frac{1}{u_i}\right) \quad i=1,2,\dots \quad (4.14)$$

İki Bağımlı Normal Değişkene İlişkin Rasgele Sayılar

Aralarındaki korelasyon katsayısı ρ olan X ve Y bağımlı normal rasgele değişkenlere ilişkin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonu şöyle ifade edilebilir.

$$f_{X,Y}(x, y) = f_{Y|X}(y|x) \cdot f_X(x)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Y\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{y - m_Y - \rho(\sigma_Y/\sigma_X)(x - m_X)}{\sigma_Y\sqrt{1-\rho^2}} \right]^2 \right\}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_X} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - m_X}{\sigma_X} \right)^2 \right]$$

Bağıntılardaki, Y nin X e göre koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonu ve X in marjinal fonksiyonu, sırasıyla;

$$f_{Y|X}(y|x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_Y\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[\frac{y - m_Y - \rho(\sigma_Y/\sigma_X)(x - m_X)}{\sigma_Y\sqrt{1-\rho^2}} \right]^2 \right\}$$

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_X} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - m_X}{\sigma_X} \right)^2 \right]$$

Yukarıda tanımlanan olasılık yoğunluk fonksiyonlarının her ikisi de normal dağılımlı olup m_X , σ_X ve m_Y , σ_Y , sırasıyla, X ve Y nin ortalama değerlerini ve standart sapmalarını; ρ korelasyon katsayısını göstermektedir. X ve Y ye ilişkin rasgele sayıların üretilebilmesi için önce ortalama değeri m_X ve standart sapması σ_X olan X normal değişkenine ilişkin bir x değeri (4.9) bağıntısıyla üretilir. Sonra bu x değeri yardımıyla Y nin koşullu ortalama değeri ve standart sapması hesaplanır.

$$E(Y|x) = m_Y - \rho(\sigma_Y/\sigma_X)(x - m_X) \quad (4.15)$$

$$\sigma_{Y|x} = \sigma_Y (1 - \rho^2)^{1/2} \quad (4.16)$$

(4.15) ve (4.16) bağıntılarıyla belirli ortalama değer ve standart sapma değerleri hesaplanarak (4.9) bağıntısıyla bir y değeri üretilir. Böylece korelasyon katsayıları ρ olan X ve Y bağımlı normal değişkenlere ilişkin bir çift değer (x,y) elde edilir.

4.2 Örnek Boyutuyla İlgili Hata

Monte Carlo yöntemi çoğu kez bir sistemin davranışına ilişkin, istenmeyen durumların ortaya çıkma olasılığının, p_F , tahmin edilmesinde kullanılır. p_F nin belirlenmesi için yapılan tahminde, işlenen hatanın belirlenmesi ya da p_F nin, öngörülen bir duyarlılıkla tahmininde,

gerekli örnek boyutunun belirlenmiş olması gerekir. Bu bağlamda, Shooman (1968) hata yüzdesini belirleyen şu bağıntıyı geliştirmiştir.

$$\%hata = 200 \left(\frac{1-p_F}{n \cdot p_F} \right)^{1/2} \quad (4.17)$$

Bu bağıntıda p_F , sistemde istenmeyen durumların ortaya çıkma olasılığının tahmin edilen değerini ve n örnek boyutunu gösterir. p_F olasılığının tahmin edilmesinde işlenen hata, %95 ihtimalle (4.17) bağıntısıyla belirlenen değerden küçük olur. Örneğin, örnek boyutunun 10000 olması halinde, sistemin davranışına ilişkin istenmeyen durumların ortaya çıkma olasılığı 0.01 olarak tahmin edilmişse, (4.17) bağıntısıyla yapılan hata %20 bulunur. O halde, %95 ihtimalle gerçek olasılık, p_F , 0.01 ± 0.002 aralığında bulunur. Öte yandan p_F 'nin tahmininde 0.01 ± 0.001 güven aralığı öngörülmüşse, gerekli örnek boyutu (benzeşim sayısı) (4.17) bağıntısıyla $n = 39600$ olarak bulunur.

4.3 Özet

Bu ara bölümde Monte Carlo yönteminin yapısal sistemlerle ilgili uygulamalarda nasıl kullanılabileceği hakkında kısa bir bilgi verilmiş, Şekil 4.2 de Monte Carlo yaklaşımına ilişkin genel bir akış şeması gösterilmiştir.

$Z = g(X_1, X_2, \dots, X_m)$ durum fonksiyonuyla tanımlanan bir yapısal sistemi göz önüne alalım. $X_1, X_2, \dots, X_m$, durum fonksiyonunun içerdiği rasgele değişkenlerdir. Bu değişkenlere ilişkin olasılık yoğunluk fonksiyonları, $f_X(x_i)$ ile gösterilecek olursa, bu fonksiyonlara ait dağılım parametreleri de, gözlemsel veya deneysel verilere dayanılarak belirlenir. $X_1, X_2, \dots, X_m$ rasgele değişken olduğu için, Z durum fonksiyonu da rasgele değişkendir. Uygulamada karşılaşılan durum fonksiyonları çoğunlukla doğrusal değildir. Bu nedenle, Z rasgele değişkenine ilişkin olasılıksal bilgilerin çözümsel yöntemlerle sağlanması zor olabilir veya durum fonksiyonuna ilişkin sayısal veriler deneysel yolla elde edilemeyebilir. Bu gibi durumlarda Monte Carlo yöntemiyle Z durum fonksiyonuna ilişkin sayısal veriler üretilebilir ve büyüklüğü n olan $(z_1, z_2, \dots, z_n)$ örneği oluşturulabilir. Oluşturulan örneğin rasgele olabilmesi $X_1, X_2, \dots, X_m$ değişkenlerine ilişkin $(x_1, x_2, \dots, x_m)_1, (x_1, x_2, \dots, x_m)_2, \dots, (x_1, x_2, \dots, x_m)_n$ bağımsız rasgele sayı takımlarının üretilmesi ile sağlanabilir. Olasılık yoğunluk fonksiyonu $f_X(x)$ olan bir X değişkenine ilişkin rasgele sayıların nasıl üretileceği

konusuna önceki bölümlerde değinilmişti. $Z = g(\underline{X})$ fonksiyonunun doğrusal ve $\underline{X}$ değişkenlerinin normal dağılımlı olması halinde durum fonksiyonunun olasılık dağılımı da normal olur. $\underline{X}$ değişkenlerinin dağılımlarının normal olması, Z nin ise doğrusal olmaması halinde pratik amaçlar için durum fonksiyonunun olasılık dağılımı normal kabul edilebilir. Bununla birlikte bu kabulden kuşku duyulduğu zaman, rasgele oluşturulan $z_1, z_2, \dots, z_n$ örneği kullanılarak, Z nin dağılımının normal olup olmadığı denetlenebilir. Monte Carlo yöntemiyle rasgele sağlanan $z_1, z_2, \dots, z_n$ örneği esas alınarak, Z durum fonksiyonunun ortalama değeri, m_z , ve varyansı, $\text{Var}(Z)$, tahmin edilebilir. Ayrıca bu yöntemle güvenilirlik ya da risk; başka bir anlatımla $P(Z > 0)$ ya da $P(Z \leq 0)$ olasılığı tahmin edilebilir. Anılan tahminler nokta tahmini olabileceği gibi aralık tahmini de olabilir. Z gibi bir toplumdan rasgele sağlanan ve büyüklüğü n olan bir örnek esas alınarak bu tahminlerin nasıl yapılabileceği aşağıdaki gibi özetlenebilir.

$$m_Z \text{ nin noktasal tahmini} \quad : Z = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n z_i \quad (4.18)$$

$$\text{Var}(Z) \text{ nin noktasal tahmini} \quad : s^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (z_i - \bar{Z})^2 \quad (4.19)$$

$$p_F \text{ nin nokta tahmini} \quad : \hat{p}_F = \frac{n_F}{n} \quad (4.20)$$

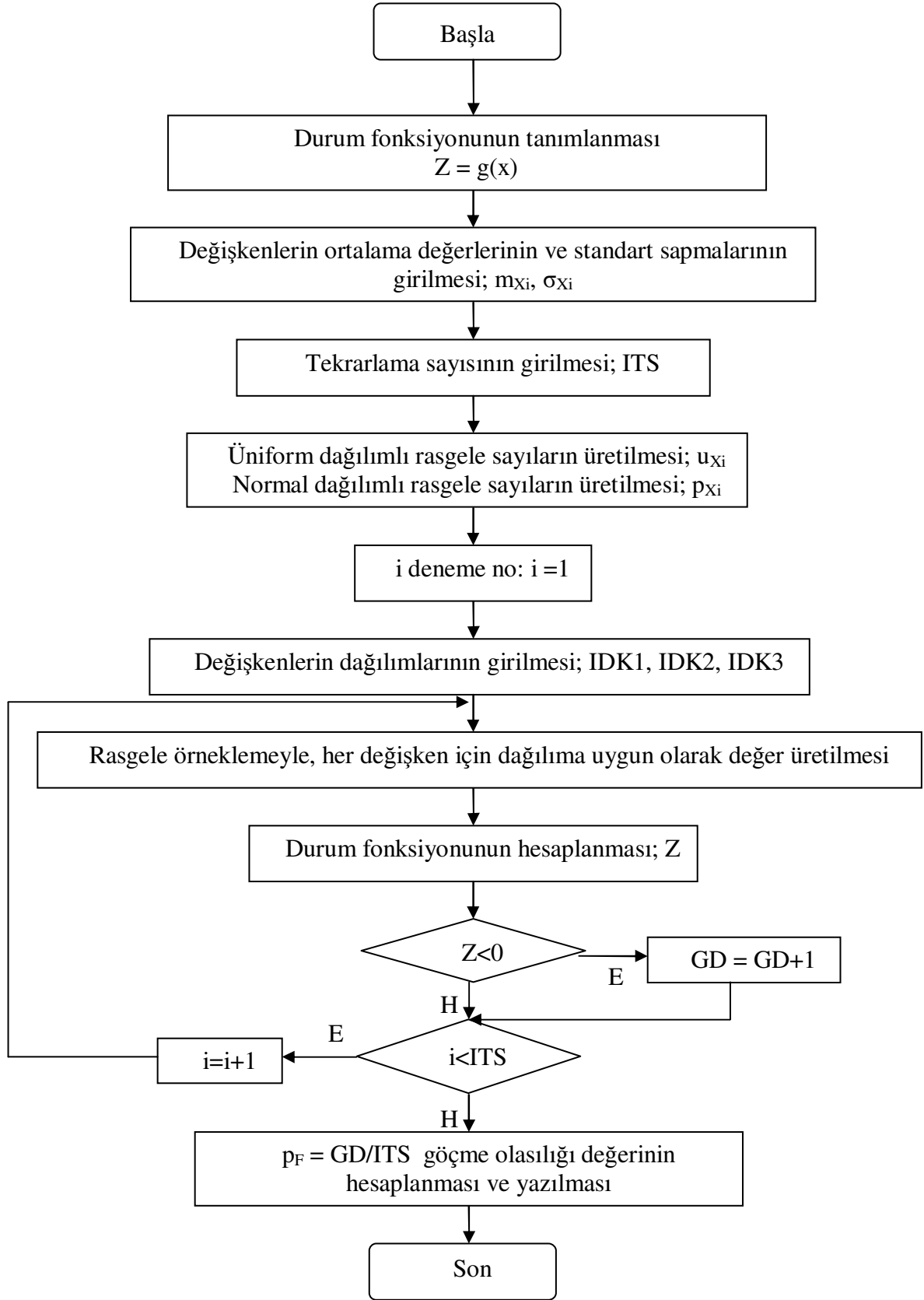
Burada n_F , büyüklüğü n olan bir örnek değerlerinden, $Z \leq 0$ olanların sayısını göstermektedir. Ayrıca p_F olasılığının tahmininde, %95 düzeyindeki güven aralığının belirlenmesi öngörölmüşse söz konusu aralık, (4.17) bağıntısından yararlanılarak belirlenebilir.

$$\% \text{hata} = 200 \left(\frac{1 - \hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} \Rightarrow < p_f >_{0.95} = \hat{p}_f \pm \frac{\% \text{hata}}{100} \hat{p}_f$$

$$< p_f >_{0.95} = \left\{ \hat{p}_f + 2 \hat{p}_f \left(\frac{1 - \hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} ; \hat{p}_f - 2 \hat{p}_f \left(\frac{1 - \hat{p}_f}{n \cdot \hat{p}_f} \right)^{1/2} \right\}$$

Monte Carlo yönteminde nokta tahmininde, genellikle n boyutlu bir örnek yerine çok sayıda n boyutlu örneklerin kullanılması uygun olur. Böylece tekrarlı örneklerden sağlanan tahmini değerlerin standart sapması (başka bir ifadeyle standart hatası) hesaplanabilir. Standart hatanın öngörülen düzeyden büyük olması durumunda varyans azaltıcı teknikler kullanılabilir

veya örnek boyutu veya örneklerin tekrarlanma sayısı artırılabilir. Bununla birlikte aralık tahmini, tekrarlı örneklerin eşdeğer n boyutlu bir örneğe dönüştürülmesiyle yapılabilir. Başka bir anlatımla n_1 boyutlu örnekler, n_2 kez tekrarlanır ve ortalama nokta tahmini yapılırsa; bu ortalama nokta tahmininin, $n = n_1 \times n_2$ boyutlu eşdeğer bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir. İlgili bağıntılarla aralık tahmini de yapılabilir. Bilgisayarla böyle sözde deneyler yapılarak gerçekleştirilen hesaplamalar, özellikle gerçek yapılmasının çok pahalı ya da tehlikeli olması (örneğin yapılarda tehlikeli olması) halinde son derece yararlı olur.



Şekil 4.2 Monte Carlo yöntemine ilişkin akış şeması

5. SAYISAL ÖRNEKLER

Bu bölümde farklı mühendislik problemlerine ilişkin sayısal örnekler verilmiştir. Örneklerde performans fonksiyonları değişkenlerinin normal dağılımlı ve niteliklerine özgü dağılımlı olması durumları için ayrı ayrı Monte Carlo yaklaşımına göre çözüm yapılmış, elde edilen sonuçlar, iterasyonlu ikinci moment yaklaşımı sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Ayrıca çözümlemelerde değişkenlerin istatistiksel bağımsız olmasının yanısıra varsa değişkenler arasındaki korelasyonun etkisi de göz önüne alınmıştır. Monte Carlo yaklaşımına göre çözümlemelerde her bir örnek için bu çalışmada Matlab ile hazırlanmış bilgisayar programı kullanılmıştır (Ek 1).

5.1 Örnek 1

Tek donatılı ve dikdörtgen kesitli betonarme bir kirişin eğilme momentiyle ilgili performans fonksiyonu şöyledir.

$$Z = g(X) = \left\{ A_s f_y \left(d - \frac{0.59 A_s f_y}{b f_c} \right) \right\} \times 10^{-6} - M$$

Performans fonksiyonunun içerdiği değişkenlere ilişkin istatistikler aşağıda verilmiştir. Değişkenlerin istatistiksel bağımsız olduğu kabul edilerek göçme, $p_F = P(Z \leq 0)$, ve kalıcılık, $p_S = P(Z > 0)$, olasılıklarının belirlenmesi istenmektedir (Gündüz 1996).

Çizelge 5.1 Değişkenlerin istatistiksel değerleri (Örnek 1)

X_i	m_{X_i}	σ_{X_i}	V_{X_i}
A_s ; Boyuna donatı alanı (mm ²)	1005	50	0.05
f_y ; Çeliğin akma mukavemeti (MPa)	220	22	0.10
d ; Kesit boyutu (mm)	450	7	0.016
b ; Kesit boyutu (mm)	300	0	0
f_c ; Betonun basınç mukavemeti (MPa)	20	3	0.15
M ; Eğilme momenti (kNm)	30	15	0.50

5.1.1 Monte Carlo Yöntemine Göre Çözüm

- Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre;

p_F 'nin belirlenmesi için Monte Carlo yöntemine göre, büyüklüğü 500000 olan rasgele örnekler 5 kez tekrarlatılmıştır. Bu beş örnekten sağlanan tahmini değerler ve genel sonuçlar aşağıda özetlenmiştir.

Çizelge 5.2 Monte Carlo yöntemine göre bulunan göçme olasılıkları (Örnek 1)

Örnek No.	1	2	3	4	5
$(p_F)_i$	1.68×10^{-4}	1.98×10^{-4}	1.72×10^{-4}	1.62×10^{-4}	1.68×10^{-4}
$p_F = 1.736 \times 10^{-4}$					

p_F nin nokta tahmini : $\hat{p}_F = \bar{p}_F = 1.736 \times 10^{-4}$

Bu nokta tahmininin, büyüklüğü $n = 500000 \times 5 = 2.5 \times 10^6$ olan bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir. O halde, % 95 düzeyindeki güven aralığı;

$$< p_F >_{0.95} = \hat{p}_F \pm 2\hat{p}_F \left\{ (1 - \hat{p}_F) / (n\hat{p}_F) \right\}^{1/2}$$

$$< p_F >_{0.95} = (1.569 \times 10^{-4}, 1.903 \times 10^{-4})$$

- f_y ve f_c log-normal dağılımlı, M Tip 1 asimptotik dağılımlı ve öteki değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

Bu durum için gene büyüklüğü 500000 olan örnekler 5 kez tekrarlatılmıştır. Bu beş örnekten sağlanan tahmini değerler ve genel sonuçlar aşağıda özetlenmiştir.

Çizelge 5.3 Değişik dağılımlar için Monte Carlo yöntemine göre bulunan göçme olasılıkları (Örnek 1)

Örnek No.	1	2	3	4	5
$(p_F)_i$	2.998×10^{-3}	3.078×10^{-3}	3.358×10^{-3}	3.248×10^{-3}	3.088×10^{-3}
$p_F = 3.154 \times 10^{-3}$					

$\hat{p}_F = \bar{p}_F = 3.154 \times 10^{-3}$

$$< p_F >_{0.95} = (3.083 \times 10^{-3}, 3.225 \times 10^{-3})$$

5.1.2 İkinci Moment Yaklaşımına Göre İterasyonlu Çözüm

- Tüm değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

Betonarme kirişin göçme olasılığı ikinci moment yaklaşımına göre aşağıdaki gibi bulunmuştur (Gündüz, 1996).

$$p_F = 1.596 \times 10^{-4}$$

- f_y ve f_c log-normal dağılımlı, M Tip 1 asimptotik dağılımlı ve öteki değişkenler normal dağılımlı olduğuna göre

Betonarme kirişin göçme olasılığı ikinci moment yaklaşımına göre değişik dağılımlar için aşağıdaki gibi bulunmuştur (Gündüz, 1996).

$$p_F = 3.167 \times 10^{-3}$$

5.2 Örnek 2

Eğilme momenti etkisinde kalan, görünürde özdeş profil çelik kirişlerin oluşturduğu bir gruptan rasgele örnekleme sonucu elde edilen istatistikler ve ilgili performans fonksiyonu aşağıda verilmiştir.

$$Z = g(X) = W.f_y - M$$

Performans fonksiyonunun içerdiği değişkenlere ilişkin istatistikler aşağıda verilmiştir. Değişkenlerin istatistiksel bağımsız olduğu kabul edilerek göçme, $p_F = P(Z \leq 0)$, ve kalıcılık, $p_S = P(Z > 0)$, olasılıklarının belirlenmesi istenmektedir (Gündüz, 1996)

Çizelge 5.4 Değişkenlerin istatistiksel değerleri (Örnek 2)

X_i	m_{X_i}	σ_{X_i}	V_{X_i}
W ; Kesit modülü (mukavemet momenti) (cm ³)	732	36.6	0.05
f_y ; Çeliğin akma mukavemeti (MPa)	276	27.6	0.10
M ; Eğilme momenti (kNm)	100	20.0	0.20

5.2.1 Monte Carlo Yöntemine Göre Çözüm

- Tüm değişkenler normal dağılımlı ve istatistiksel bağımsız olduğuna göre;

p_F ' nin belirlenmesi için Monte Carlo yöntemine göre, büyüklüğü 1000000 olan rasgele örnekler 5 kez tekrarlatılmıştır. Bu beş örnekten sağlanan değerler ve genel sonuçlar aşağıda özetlenmiştir.

Çizelge 5.5 Monte Carlo yöntemine göre bulunan göçme olasılıkları (Örnek 2)

Örnek No.	1	2	3	4	5
$(p_F)_i$	2.92×10^{-4}	2.89×10^{-4}	2.79×10^{-4}	2.76×10^{-4}	2.87×10^{-4}
$p_F = 2.846 \times 10^{-4}$					

p_F ' nin nokta tahmini : $\hat{p}_F = \bar{p}_F = 2.846 \times 10^{-4}$

Bu nokta tahmininin, büyüklüğü $n = 1000000 \times 5 = 5 \times 10^6$ olan bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir. O halde, % 95 düzeyindeki güven aralığı;

$$< p_F >_{0.95} = \hat{p}_F \pm 2\hat{p}_F \left\{ (1 - 2\hat{p}_F) / (n\hat{p}_F) \right\}^{1/2}$$

$$< p_F >_{0.95} = (2.695 \times 10^{-4}, 2.997 \times 10^{-4})$$

- Çeliğin akma mukavemetinin log-normal, mukavemet momentinin normal ve eğilme momentinin Tip 1 asimptotik dağılımlı ve istatistiksel bağımsız olması durumu için;

Bu durum için gene büyüklüğü 1000000 olan örnekler 5 kez tekrarlatılmıştır. Bu beş örnekten sağlanan tahmini değerler ve genel sonuçlar aşağıda özetlenmiştir.

Çizelge 5.6 Değişik dağılımlar için Monte Carlo yöntemine göre bulunan göçme olasılıkları (Örnek 2)

Örnek No.	1	2	3	4	5
$(p_F)_i$	2.027×10^{-3}	2.072×10^{-3}	2.08×10^{-3}	1.94×10^{-3}	1.995×10^{-3}
$p_F = 2.023 \times 10^{-3}$					

$$\hat{p}_F = \bar{p}_F = 2.023 \times 10^{-3}$$

$$< p_F >_{0.95} = (1.963 \times 10^{-3}, 2.063 \times 10^{-3})$$

- **Tüm değişkenlerin normal dağılımlı ve $\rho_{fy,w} = 0.40$ olması durumu için;**

Bu durum için büyüklüğü 1000000 olan örnekler 5 kez tekrarlatılmıştır. Bu beş örnekten sağlanan tahmini değerler ve genel sonuçlar aşağıda özetlenmiştir.

Çizelge 5.7 Monte Carlo yöntemine göre bulunan korelasyonlu göçme olasılıkları (Örnek 2)

Örnek No.	1	2	3	4	5
$(p_F)_i$	5.9×10^{-4}	5.89×10^{-4}	6.18×10^{-4}	5.79×10^{-4}	5.83×10^{-4}
$p_F = 5.918 \times 10^{-4}$					

$$\hat{p}_F = \bar{p}_F = 5.918 \times 10^{-4}$$

$$< p_F >_{0.95} = (5.700 \times 10^{-4}, 6.135 \times 10^{-4})$$

- **Çeliğin akma mukavemetinin log-normal, mukavemet momentinin normal ve eğilme momentinin Tip 1 asimptotik dağılımlı ve $\rho_{fy,w} = 0.40$ olması durumu için;**

Bu durum için büyüklüğü 1000000 olan örnekler 5 kez tekrarlatılmıştır. Bu beş örnekten sağlanan tahmini değerler ve genel sonuçlar aşağıda özetlenmiştir.

Çizelge 5.8 Değişik dağılımlar için Monte Carlo yöntemine göre bulunan korelasyonlu göçme olasılıkları (Örnek 2)

Örnek No.	1	2	3	4	5
$(p_F)_i$	2.512×10^{-3}	2.484×10^{-3}	2.437×10^{-3}	2.496×10^{-3}	2.474×10^{-3}
$p_F = 2.481 \times 10^{-3}$					

$$\hat{p}_F = \bar{p}_F = 2.481 \times 10^{-3}$$

$$< p_F >_{0.95} = (2.437 \times 10^{-3}, 2.525 \times 10^{-3})$$

5.2.2 İkinci Moment Yaklaşımına Göre İterasyonlu Çözüm

Bu örnekte, iterasyonlu ikinci moment yaklaşımıyla göçme olasılığının belirlenmesinde değişkenlerin korelasyonsuz olması durumu için bölüm (3.1.1) de, korelasyonlu olmaları durumunda ise bölüm (3.1.2) de verilmiş olan hesap algoritmaları izlenerek ilgili hesap aşamaları da gösterilmiştir (Noyan, 2000).

- Tüm değişkenler normal dağılımlı ve istatistiksel bağımsız olduğuna göre;

1. İterasyon

Değişkenlerin ortalama değerleri başlangıç değerleri olarak kabul edilirse;

$$\left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_* = \sigma_i \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)_*$$

$$\alpha_i^* = \frac{\left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_*}{\left[\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i'} \right)_*^2 \right]^{1/2}}, \quad x_i^* = m_i - \alpha_i \beta \sigma_i$$

İterasyon aşamaları aşağıdaki çizelgede özetlenmiştir.

Çizelge 5.9 İkinci moment yaklaşımına göre iterasyon aşamaları (Örnek 2)

X_i	x_i^*	$\left(\frac{\partial g}{\partial X_i'}\right)_*$	α_i^*	Yeni x_i^*
1. İterasyon				
W (cm ³)	732	10.1016	0.3348	732-12.2537β
f _y (MPa)	276	20.2032	0.6697	276-18.4837β
M (kNm)	100	-20	-0.6629	100+13.2580β
β = 3.472				
2. İterasyon				
W (cm ³)	689.448	7.7527	0.2704	732-9.8966β
f _y (MPa)	211.824	19.0288	0.6636	276-18.3154β
M (kNm)	146.037	-20	-0.6975	100+13.9500β
β = 3.463				
3. İterasyon				
W (cm ³)	698	7.7801	0.2698	732-9.8747β
f _y (MPa)	213	19.2574	0.6679	276-18.4340β
M (kNm)	148	-20	-0.6936	100+13.8720β
β = 3.463				

$$p_F = 1 - \Phi(3.463) = 2.7 \times 10^{-4}$$

- Çeliğin akma mukavemetinin log-normal, mukavemet momentinin normal ve eğilme momentinin Tip 1 asimptotik dağılımlı ve istatistiksel bağımsız olması durumu için;

Log-normal dağılıma ilişkin parametreler;

$$\xi_{fy} = \left\{ \ln \left[1 + (0.10)^2 \right] \right\}^{1/2} = 0.09975$$

$$\lambda_{fy} = \ln 276 - 0.5(0.09975)^2 = 5.6154$$

Tip I asimptotik dağılıma ilişkin parametreler;

$$\alpha = \pi / (20\sqrt{6}) = 0.064127$$

$$u = 100 - (0.577 / 0.064127) = 91.002$$

Log-normal dağılımlı f_y için;

$$\sigma_{fy}^N = 0.09975 f_y^*$$

$$m_{fy}^N = f_y^* (1 - \ln f_y^* + 5.6154)$$

Tip I asimptotik dağılımlı M için;

$$F_M(m^*) = \exp\left\{-\exp\left[(-0.064127)(m^* - 91.002)\right]\right\}$$

$$f_M(m^*) = (0.064127) \exp \left\{ (-0.064127)(m^* - 91.002) - \exp \left[(-0.064127)(m^* - 91.002) \right] \right\}$$

1. İterasyon

Değişkenlerin ortalama değerleri başlangıç değerleri olarak kabul edilirse;

$$W^* = 732 \quad f_y^* = 276 \quad M^* = 100$$

$$\sigma_{fy}^N = 27.531 \quad m_{fy}^N = 274.62$$

$$F_M(m^*) = 0.5703 \quad f_M(m^*) = 0.02054$$

$$\begin{aligned}\sigma_M^N &= \phi[\Phi^{-1}(0.5703)]/0.02054 = \phi(0.177)/0.02054 \\ &= (2\pi)^{-1/2} \exp[-0.5(0.177)^2]/0.02054 = 19.121\end{aligned}$$

$$m_M^N = 100 - (19.121)(0.177) = 96.616$$

İterasyon aşamaları aşağıdaki çizelgede özetlenmiştir.

Çizelge 5.10 İkinci moment yaklaşımına göre değişik dağılımlar için iterasyon aşamaları
(Örnek 2)

X_i	x_i^*	σ_i^N	m_i^N	$\left(\frac{\partial g}{\partial X_i}\right)_*$	α_i^*	Yeni x_i^*
1. İterasyon						
W (cm ³)	732	36.6	732	10.102	0.342	$732 - 12.517\beta$
f _y (MPa)	276	27.531	274.620	20.153	0.682	$274.62 - 18.776\beta$
M (kNm)	100	19.121	96.616	-19.121	-0.647	$96.616 + 12.371\beta$
$\beta = 3.638$						

Çizelge 5.10 İkinci moment yaklaşımına göre değişik dağılımlar için iterasyon aşamaları (devamı)

2. İterasyon						
W (cm ³)	686.46	36.6	732	7.551	0.198	732 - 7.247β
f _y (MPa)	206.31	20.579	265.319	14.127	0.371	265.319 - 7.635β
M (kNm)	141.62	34.554	80.383	-34.554	-0.907	80.383 + 31.340β
β = 2.942						
3. İterasyon						
W (cm ³)	710.68	36.6	732	8.889	0.181	732 - 6.625β
f _y (MPa)	242.86	24.225	272.711	17.733	0.361	272.711 - 8.745β
M (kNm)	172.59	44.896	57.934	-44.896	-0.915	57.934 + 41.080β
β = 2.885						
4. İterasyon						
W (cm ³)	712.89	36.6	732	9.058	0.181	732 - 6.625β
f _y (MPa)	247.48	24.686	273.235	17.598	0.351	273.235 - 8.665β
M (kNm)	176.45	46.100	54.815	-46.100	-0.919	54.815 + 42.366β
β = 2.883						
5. İterasyon						
W (cm ³)	712.89	36.6	732	9.086	0.181	732 - 6.625β
f _y (MPa)	248.25	24.763	273.314	17.654	0.351	273.314 - 8.692β
M (kNm)	176.96	46.236	54.448	-46.236	-0.919	54.448 + 42.491β
β = 2.883						

$$p_F = 1 - \Phi(2.883) = 1.969 \times 10^{-3}$$

- Tüm değişkenlerin normal dağılımlı ve $\rho_{f_y, W} = 0.40$ olması durumu için;

$$[C'] = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0.40 & 0 \\ 0.40 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Buna karşı gelen determinant denklemi;

$$\text{Det} \begin{bmatrix} (1-\lambda) & 0.40 & 0 \\ 0.40 & (1-\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & (1-\lambda) \end{bmatrix} = 0$$

$$(1-\lambda) \left[(1-\lambda)^2 - 0.16 \right] = 0 \quad (1-\lambda)^3 - 0.16(1-\lambda) = 0$$

Öz vektörler ; $\lambda_1 = 1.4$, $\lambda_2 = 0.6$, $\lambda_3 = 1$

$\lambda_1 = 1.4$ için,

$$\begin{bmatrix} 1-1.4 & 0.4 & 0 \\ 0.4 & 1-1.4 & 0 \\ 0 & 0 & 1-1.4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{Bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{(1)^2 + (1)^2 + (0)^2}} = \begin{Bmatrix} 0.7071 \\ 0.7071 \\ 0 \end{Bmatrix} = \Phi_1$$

$\lambda_2 = 0.6$ için,

$$\begin{bmatrix} 1-0.6 & 0.4 & 0 \\ 0.4 & 1-0.6 & 0 \\ 0 & 0 & 1-0.6 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{Bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{Bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{(1)^2 + (-1)^2 + 0^2}} = \begin{Bmatrix} 0.7071 \\ -0.7071 \\ 0 \end{Bmatrix} = \Phi_2$$

$\lambda_3 = 1$ için,

$$\begin{bmatrix} 1-1 & 0.4 & 0 \\ 0.4 & 1-1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \end{Bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} \frac{1}{\sqrt{(0)^2 + (-0)^2 + (1)^2}} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = \Phi_3$$

$$T = \begin{bmatrix} 0.7071 & 0.7071 & 0 \\ 0.7071 & -0.7071 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad [\sigma_X] = \begin{bmatrix} 36.6 & 0 & 0 \\ 0 & 27.6 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix}$$

$$m_X = \begin{pmatrix} 732 \\ 276 \\ 100 \end{pmatrix} \quad X = [W, f_y, M] \quad X = [\sigma_X]TY + m_X$$

$$\begin{Bmatrix} W \\ f_y \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 36.6 & 0 & 0 \\ 0 & 27.6 & 0 \\ 0 & 0 & 20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.7071 & 0.7071 & 0 \\ 0.7071 & -0.7071 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{Bmatrix} + \begin{pmatrix} 732 \\ 276 \\ 100 \end{pmatrix}$$

$$W = 25.880Y_1 + 25.880Y_2 + 732$$

$$f_y = 19.516Y_1 - 19.516Y_2 + 276$$

$$M = 20Y_3 + 100$$

Performans fonksiyonunda yerine yazılırsa;

$$Z = g(X) = Wf_y - M$$

$$Z = g(X) = 0.505Y_1^2 - 0.505Y_2^2 + 21.429Y_1 - 7.143Y_2 - 20Y_3 + 102.032$$

elde edilir.

$$\frac{\delta g}{\delta Y_1} = 1.010 Y_1 + 21.429$$

$$\frac{\delta g}{\delta Y_2} = -1.010 Y_2 - 7.143$$

$$\frac{\delta g}{\delta Y_3} = -20$$

1. İterasyon

Değişkenlerin ortalama değerlerini başlangıç değeri kabul edelim:

$$x_1^* = W^* = 732$$

$$x_2^* = f_y^* = 276$$

$$x_3^* = M^* = 100$$

Y nin ortalama değerleri sıfır olduğu için,

$$\left(\frac{\partial g}{\partial Y_1} \right)_* = 21.429$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial Y_2} \right)_* = -7.143$$

$$\left(\frac{\partial g}{\partial Y_3} \right)_* = -20$$

$$\alpha_{Y1}^* = 0.774, \quad \alpha_{Y2}^* = -0.169, \quad \alpha_{Y3}^* = -0.610$$

$$y_1^* = -\alpha_{Y1}^* \beta \sigma_{Y1} = -0.774 \beta \sqrt{1.4} = -0.916 \beta$$

$$y_2^* = -\alpha_{Y2}^* \beta \sigma_{Y2} = 0.169 \beta \sqrt{0.6} = 0.131 \beta$$

$$y_3^* = -\alpha_3^* \beta \sigma_{Y3} = 0.610 \beta \sqrt{1} = 0.610 \beta$$

Performans fonksiyonunda yerine yazılırsa ;

$$0.415 \beta^2 - 32.765 \beta + 102.032 = 0$$

Güvenilirlik indeksi ;

$$\beta = 3.248$$

Bu ve diğer iterasyonlar aşağıdaki tabloda özetlenmiştir.

Çizelge 5.11 İkinci moment yaklaşımına göre korelasyonlu iterasyon aşamaları (Örnek 2)

X_i		y_i^*	$\left(\frac{\partial g}{\partial Y_i'}\right)_*$	α_i^*	Yeni y_i^*
1. İterasyon					
W (cm ³)	Y_1	0	21.429	0.774	-0.916β
f_y (MPa)	Y_2	0	-7.143	-0.169	0.131β
M (kNm)	Y_3	0	-20	-0.610	0.610β
Göçme denklemi: $0.415\beta^2 - 32.765\beta + 102.032 = 0$ $\beta = 3.248$					
2. İterasyon					
W (cm ³)	Y_1	-2.975	18.424	0.723	-0.855β
f_y (MPa)	Y_2	0.425	-7.572	-0.194	0.150β
M (kNm)	Y_3	1.981	-20	-0.663	0.663β
Göçme denklemi: $0.358\beta^2 - 32.653\beta + 102.032 = 0$ $\beta = 3.240$					
3. İterasyon					
W (cm ³)	Y_1	-2.770	18.631	0.726	-0.859β
f_y (MPa)	Y_2	0.486	-7.633	-0.195	0.151β
M (kNm)	Y_3	2.148	-20	-0.659	0.659β
Göçme denklemi: $0.361\beta^2 - 32.666\beta + 102.032 = 0$ $\beta = 3.240$					

$$y_1^* = -0.859(3.240) = -2.783$$

$$y_2^* = 0.151(3.240) = 0.489$$

$$y_3^* = 0.659(3.240) = 2.135$$

$$w^* = 25.880(-2.783) + 25.880(0.489) + 732 = 672.63$$

$$f_y^* = 19.516(-2.783) - 19.516(0.489) + 276 = 212.144$$

$$y_3^* = 20(2.135) + 100 = 142.70$$

Göçme olasılığı;

$$p_F = 1 - \Phi(3.240) = 5.98 \times 10^{-4}$$

- **Çeliğin akma mukavemetinin log-normal, mukavemet momentinin normal ve eğilme momentinin Tip 1 asimptotik dağılımlı ve $\rho_{fy,w} = 0.40$ olması durumu için;**

Log-normal dağılıma ilişkin parametreler,

$$\xi_{fy} = \left\{ \ln \left[1 + (0.10)^2 \right] \right\}^{1/2} = 0.09975$$

$$\lambda_{fy} = \ln 276 - 0.5(0.09975)^2 = 5.6154$$

Tip I asimptotik dağılıma ilişkin parametreler;

$$\alpha = \pi / (20\sqrt{6}) = 0.064127$$

$$u = 100 - (0.577 / 0.064127) = 91.002$$

Log-normal dağılımlı f_y için;

$$\sigma_{fy}^N = 0.09975 f_y^*$$

$$m_{fy}^N = f_y^* (1 - \ln f_y^* + 5.6154)$$

Tip I asimptotik dağılımlı M için;

$$F_M(m^*) = \exp \left\{ -\exp \left[(-0.064127)(m^* - 91.002) \right] \right\}$$

$$f_M(m^*) = (0.064127) \exp \left\{ (-0.064127)(m^* - 91.002) - \exp \left[(-0.064127)(m^* - 91.002) \right] \right\}$$

1. İterasyon

Değişkenlerin ortalama değerlerini başlangıç değeri kabul edelim:

$$W^* = 732 \quad f_y^* = 276 \quad M^* = 100$$

$$\sigma_{f_y}^N = 27.531 \quad m_{f_y}^N = 274.62$$

$$F_M(m^*) = 0.5703 \quad f_M(m^*) = 0.02054$$

$$\begin{aligned} \sigma_M^N &= \phi \left[\Phi^{-1}(0.5703) \right] / 0.02054 = \phi(0.177) / 0.02054 \\ &= (2\pi)^{-1/2} \exp \left[-0.5(0.177)^2 \right] / 0.02054 = 19.121 \end{aligned}$$

$$m_M^N = 100 - (19.121)(0.177) = 96.616$$

$$\begin{Bmatrix} W \\ f_y \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 36.6 & 0 & 0 \\ 0 & 27.531 & 0 \\ 0 & 0 & 19.121 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.7071 & 0.7071 & 0 \\ 0.7071 & -0.7071 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} 732 \\ 274.62 \\ 96.616 \end{Bmatrix}$$

$$W = 25.880Y_1 + 25.880Y_2 + 732$$

$$f_y = 19.467Y_1 - 19.467Y_2 + 274.62$$

$$M = 19.121Y_3 + 96.616$$

Performans fonksiyonunda yerine yazılırsa;

$$Z = g(X) = Wf_y - M$$

$$Z = g(X) = 0.504Y_1^2 - 0.504Y_2^2 + 21.357Y_1 - 7.143Y_2 - 19.121Y_3 + 104.406$$

$$\frac{\delta g}{\delta Y_1} = 1.008 Y_1 + 21.357$$

$$\frac{\delta g}{\delta Y_2} = -1.008 Y_2 - 7.143$$

$$\frac{\delta g}{\delta Y_3} = -19.121$$

Göçme noktalarında indirgenmiş değişkenler;

$$w^* = \frac{732 - 732}{36.6} = 0$$

$$f_y^* = \frac{276 - 274.61}{27.531} = 0.05$$

$$m^* = \frac{100 - 96.616}{19.121} = 0.177$$

Dönüştürülmüş değişkenler: $Y = T'X'$

$$\begin{Bmatrix} y_1^* \\ y_2^* \\ y_3^* \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.7071 & 0.7071 & 0 \\ 0.7071 & -0.7071 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0.05 \\ 0.177 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.035 \\ -0.035 \\ 0.177 \end{Bmatrix}$$

$$\frac{\delta g}{\delta Y_1} = 1.008(0.035) + 21.357 = 21.392$$

$$\frac{\delta g}{\delta Y_2} = -1.008(-0.035) - 7.143 = -7.108$$

$$\frac{\delta g}{\delta Y_3} = -19.121$$

$$\alpha_{Y1}^* = \frac{21.392\sqrt{1.4}}{\sqrt{(21.392)^2(1.4) + (-7.108)^2(0.6) + (-19.121)^2(1)}} = 0.786$$

$$\alpha_{Y2}^* = \frac{-7.108\sqrt{0.6}}{\sqrt{(21.392)^2(1.4) + (-7.108)^2(0.6) + (-19.121)^2(1)}} = -0.171$$

$$\alpha_{Y3}^* = \frac{-19.121\sqrt{1}}{\sqrt{(21.392)^2(1.4) + (-7.108)^2(0.6) + (-19.121)^2(1)}} = -0.594$$

$$y_1^* = -\alpha_{Y1}^*\beta\sqrt{1.4} = -0.786\beta\sqrt{1.4} = -0.930\beta$$

$$y_2^* = -\alpha_{Y2}^*\beta\sqrt{0.6} = 0.171\beta\sqrt{0.6} = 0.132\beta$$

$$y_3^* = -\alpha_{Y3}^*\beta\sqrt{1} = 0.594\beta\sqrt{1} = 0.594\beta$$

$$Z = g(X) = 0.504(-0.93\beta)^2 - 0.504(0.132\beta)^2 + 21.357(-0.93\beta) - 7.143(0.132\beta) - 19.121(0.594\beta) + 104.406 = 0$$

$$0.427\beta^2 - 32.163\beta + 104.406 = 0$$

X_i	x_i^*	$\sigma_{X_i}^N$	$m_{X_i}^N$	y_i^*	$\left(\frac{\partial g}{\partial Y_i}\right)^*$	$\alpha_{y_i}^*$	Yeni y_i^*
1. İterasyon							
W (cm ³)	732	36.6	732	0.035	21.392	0.786	-0.930β
f _y (MPa)	276	27.531	274.620	-0.035	-7.108	-0.171	0.132β
M (kNm)	100	19.121	96.616	0.177	-19.121	-0.594	0.594β
Göçme denklemi: $0.427\beta^2 - 32.163\beta + 104.406 = 0$							
$\beta = 3.4$							
2. İterasyon							
W (cm ³)	661	36.6	732	-3.468	14.812	0.475	-0.562β
f _y (MPa)	204.325	20.381	264.741	0.724	-4.238	-0.089	0.0689β
M (kNm)	135.240	32.3	84.206	1.58	-32.3	-0.875	0.875β
Göçme denklemi: $0.116\beta^2 - 38.296\beta + 109.584 = 0$							
$\beta = 2.887$							

Çizelge 5.12 İkinci moment yaklaşımına göre değişik dağılımlar için korelasyonlu iterasyon aşamaları (devamı)

3. İterasyon							
W (cm ³)	695.173	36.6	732	-1.714	17.866	0.451	-0.534β
f _y (MPa)	238.499	23.79	272.136	0.286	-5.520	-0.091	0.071β
M (kNm)	165.796	41.643	65.436	2.410	-41.643	-0.888	0.888β
Göçme denklemi: $0.122\beta^2 - 47.69\beta + 133.768 = 0$							
$\beta = 2.825$							
4. İterasyon							
W (cm ³)	698.150	36.6	732	-1.510	18.284	0.454	-0.537β
f _y (MPa)	243.39	24.278	272.776	0.201	-5.685	-0.092	0.071β
M (kNm)	169.902	42.209	63.957	2.510	-42.209	-0.886	0.886β
Göçme denklemi: $0.125\beta^2 - 48.327\beta + 135.715 = 0$							
$\beta = 2.829$							
5. İterasyon							
W (cm ³)	697.88	36.6	732	-1.519	18.269	0.457	-0.541β
f _y (MPa)	243.25	24.264	272.759	0.201	-5.678	-0.093	0.072β
M (kNm)	169.754	41.899	64.588	2.510	-41.899	-0.885	0.885β
Göçme denklemi: $0.128\beta^2 - 48.090\beta + 135.072 = 0$							
$\beta = 2.830$							

$$y_1^* = -0.541\beta = -0.541(2.830) = -1.531$$

$$y_2^* = 0.072\beta = 0.072(2.830) = 0.204$$

$$y_3^* = 0.885\beta = 0.885(2.830) = 2.505$$

$$w^* = 25.880(-1.531) + 25.880(0.204) + 732 = 697.66$$

$$f_y^* = 17.157(-1.531) - 17.157(0.204) + 272.759 = 242.99$$

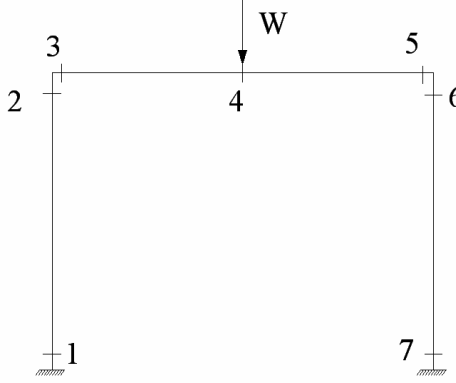
$$m^* = 41.889(2.505) + 64.588 = 169.54$$

Göçme olasılığı

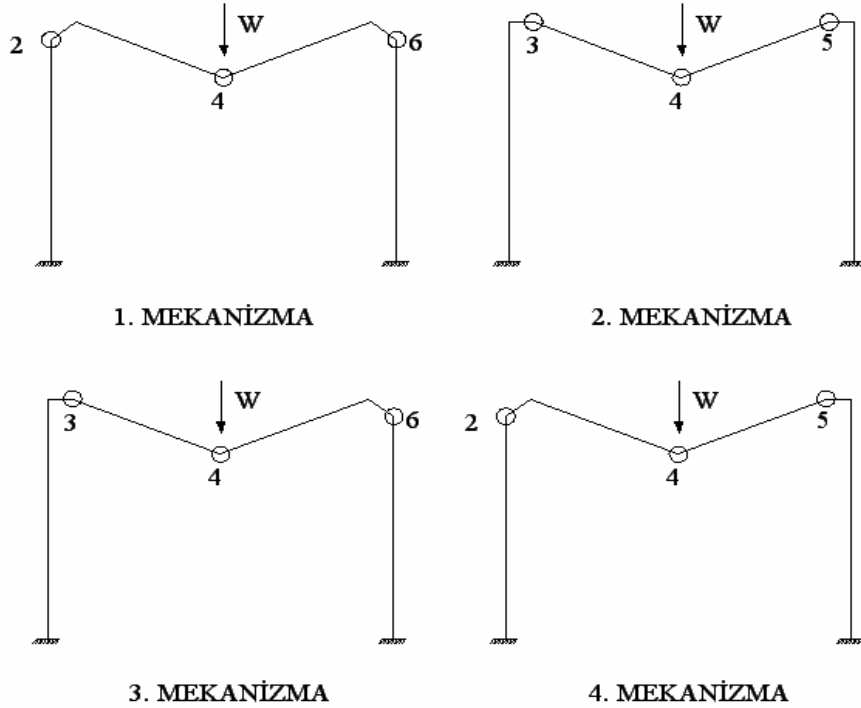
$$p_F = 1 - \Phi(2.830) = 2.327 \times 10^{-3}$$

5.3 Örnek 3

Şekil 5.1 de görülen çelik çerçeve sisteme ilişkin baskın göçme mekanizmaları Şekil 5.2 de, çerçeve sistemin elemanlarına ait istatistikler ve göçme mekanizmalarını betimleyen ilgili performans fonksiyonları da sırasıyla Çizelge 5.13 ve Çizelge 5.14’ de verilmiştir. Değişkenlerin normal dağılımlı ve istatistiksel bağımsız olduğu kabul edilerek, sistemin göçme olasılığı Monte Carlo yöntemine göre bulunmuştur.



Şekil 5.1 Çelik çerçeve sistem ve yükleme şekli



Şekil 5.2 Baskın göçme mekanizma durumları

Çizelge 5.13 Değişkenlerin istatistiksel değerleri (Örnek 3)

X_i	m_{Xi}	σ_{Xi}	V_{Xi}
$M_2 = M_6$; Kolon plastik eğilme momenti kapasitesi (kNm)	490	73.5	0.15
$M_3 = M_4 = M_5$; Kiriş plastik eğilme momenti kapasitesi (kNm)	653	97.95	0.15
W ; Toplam düşey yük (kN)	446	69.9	0.157

Çizelge 5.14 Mekanizma durumlarına ait performans fonksiyonları (Örnek 3)

Mekanizma No.	Plastik Mafsalsal Noktaları	Performans Fonksiyonu (Z)
1	2, 4, 6	$M_2 + 2M_4 + M_6 - 3W$
2	3, 4, 5	$M_3 + 2M_4 + M_5 - 3W$
3	3, 4, 6	$M_3 + 2M_4 + M_6 - 3W$
4	2, 4, 5	$M_2 + 2M_4 + M_5 - 3W$

5.3.1 Monte Carlo Yöntemine Göre Çözüm

Tüm değişkenlerin istatistiksel bağımsız ve normal dağılımlı olduğu kabul edilerek, büyüklüğü 1500000 olan rasgele örnekler 5 kez tekrarlatılmış ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

Çizelge 5.15 Çerçeve sistemin Monte Carlo yöntemine göre elde edilen göçme olasılıkları
(Örnek 3)

Mek. No.	Göçme olasılığı $p_F \times 10^{-3}$					
	1	2	3	4	5	Ortalama
1	0.9490	0.9607	0.9167	0.9373	0.9787	0.9485
2	0.0407	0.0407	0.0273	0.0353	0.0393	0.0367
3	0.2033	0.1867	0.1747	0.1907	0.1747	0.1860
4	0.2067	0.2113	0.1573	0.1813	0.2020	0.1917
Sistem	1.0247	1.030	0.9873	1.0027	1.0493	1.0188
Sistemin Göçme Olasılığı ; $p_F = 1.019 \times 10^{-3}$ (örnek boyutu 7500000)						

p_F nin nokta tahmini : $\hat{p}_F = \bar{p}_F = 1.019 \times 10^{-3}$

Bu nokta tahmininin, büyüklüğü $n = 1500000 \times 5 = 7.5 \times 10^6$ olan bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir. O halde, %95 düzeyindeki güven aralığı;

$$< p_F >_{0.95} = \hat{p}_F \pm 2\hat{p}_F \left\{ (1 - \hat{p}_F) / (n\hat{p}_F) \right\}^{1/2}$$

$$< p_F >_{0.95} = (9.955 \times 10^{-4}, 1.042 \times 10^{-3})$$

5.3.2 İkinci Moment Yaklaşımına Göre İterasyonlu Çözüm

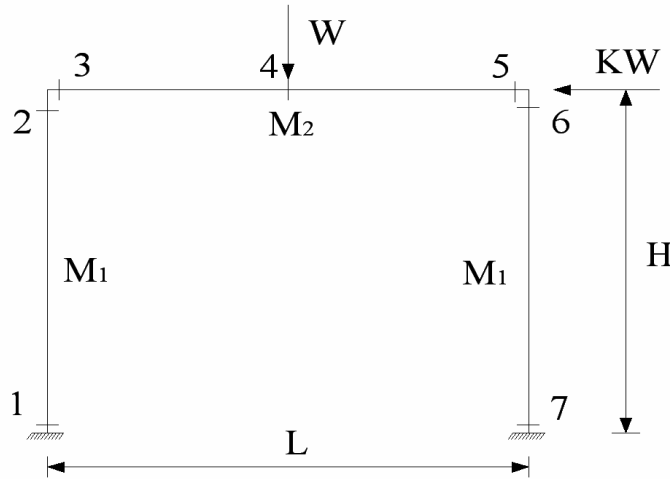
Çelik çerçeve sistemin göçme olasılığının geniş ve dar aralıklar için alt ve üst sınırları Ranganathan (1990) tarafından aşağıdaki gibi bulunmuştur.

Geniş Aralık; $9.35 \times 10^{-4} \leq p_F \leq 1.066 \times 10^{-2}$

Dar Aralık; $9.35 \times 10^{-4} \leq p_F \leq 1.337 \times 10^{-3}$

5.4 Örnek 4

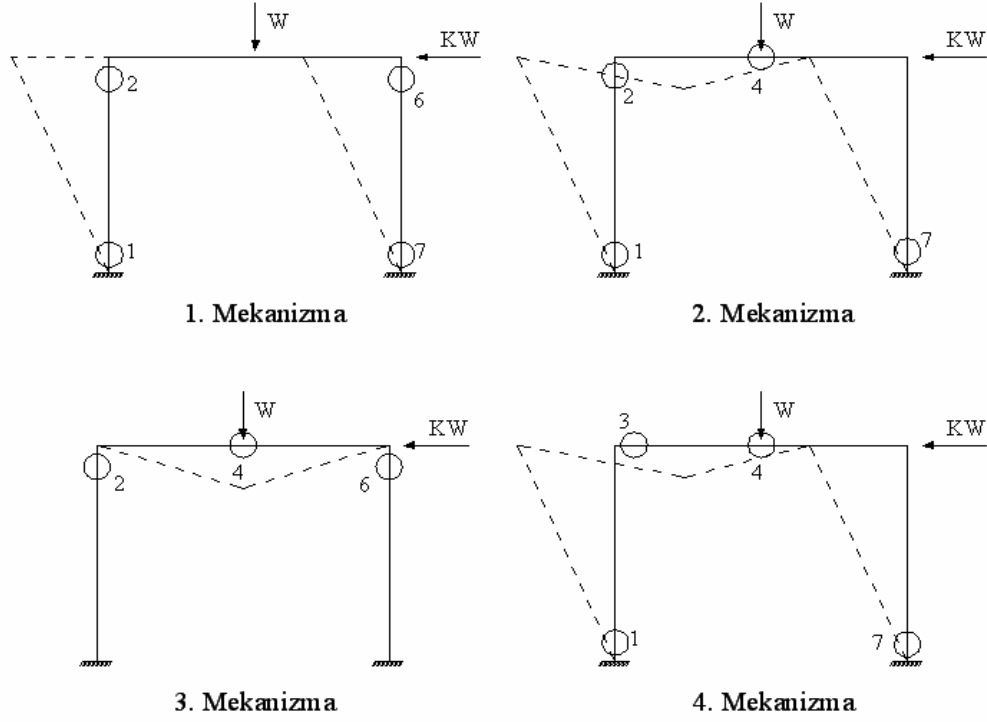
Şekil 5.3' de düktül ve ideal elastoplastik malzemeden yapıldığı varsayılan çerçeve sisteme W , düşey yük, ve KW , yatay yük etmektedir. Çerçeve sistemin anılan yükleme durumuna ilişkin baskın göçme mekanizmaları Şekil 5.4'de gösterilmiştir.



Şekil 5.3 Düktül çerçeve, yükleme biçimi ve plastik mafsallı noktaları

Bu örnekte kolon plastik moment kapasitesi, M_1 ile kiriş plastik eğilme momenti kapasitesi, M_2 nin kısmen istatistiksel bağımlı olduğu kabul edilmiş, bir başka anlatımla değişkenler

arasındaki korelasyon etkisi dikkate alınarak ilgili korelasyon katsayısı $\rho_{1,2} = 0.8$ varsayılmıştır.



Şekil 5.4 Baskın göçme mekanizma durumları

Performans fonksiyonlarını oluşturan tüm değişkenlerin normal dağılımlı olduğu kabul edilmiş ve ilgili istatistikler Çizelge 5.16 da gösterilmiştir.

Çizelge 5.16 Değişkenlerin istatistiksel değerleri (Örnek 4)

X_i	m_{X_i}	σ_{X_i}	V_{X_i}
M_1 ; Kolon plastik eğilme momenti kapasitesi (kNm)	415	62.5	0.15
M_2 ; Kiriş plastik eğilme momenti kapasitesi (kNm)	622	62.2	0.10
K ; Yatay yük katsayısı	0.3	0.1	0.33
W ; Toplam düşey yük (kN)	454	0	0
H ; Kat yüksekliği (m)	4.5	0	0
L ; Kat açıklığı (m)	6	0	0

Anılan mekanizma durumlarına ilişkin performans fonksiyonları, virtüel iş teoremiyle belirlenmiş ve Çizelge 5.17’de gösterilmiştir (Ang ve Tang, 1984) .

Çizelge 5.17 Mekanizma durumlarına ait performans fonksiyonları (Örnek 4)

Mek No.	P. Mafsal Noktaları	Performans Fonksiyonu (Z)
1	1, 2, 6, 7	$4M_1 - K W H$
2	1, 2, 4, 7	$4M_1 + 2M_2 - K W H - W(L/2)$
3	2, 4, 6	$2M_1 + 2M_2 - W(L/2)$
4	1, 3, 4, 7	$2M_1 + 4M_2 - K W H - W(L/2)$

5.4.1 Monte Carlo Yöntemine Göre Çözüm

Tüm değişkenlerin normal dağılımlı olduğu kabul edilerek, M_1 ve M_2 değişkenleri arasındaki korelasyon etkisi göz önüne alınmıştır. Büyüklüğü 1500000 olan rasgele örnekler 5 kez tekrarlatılmış ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

Çizelge 5.18 Çerçeve sistemin Monte Carlo yöntemine göre elde edilen göçme olasılıkları (Örnek 4)

Mek. No.	Göçme olasılığı $p_F \times 10^{-2}$					
	1	2	3	4	5	Ortalama
1	0.06307	0.06047	0.05747	0.0610	0.05953	0.06031
2	1.205	1.203	1.207	1.204	1.194	1.203
3	0.1293	0.1367	0.1307	0.1306	0.1273	0.1309
4	0.05527	0.055	0.05167	0.05633	0.05467	0.05459
Sistem	1.2215	1.2229	1.2241	1.2241	1.2121	1.2209
Sistemin Göçme Olasılığı ; $p_F = 1.221 \times 10^{-2}$ (örnek boyutu 7500000)						

p_F nin nokta tahmini : $\hat{p}_F = \bar{p}_F = 1.221 \times 10^{-2}$

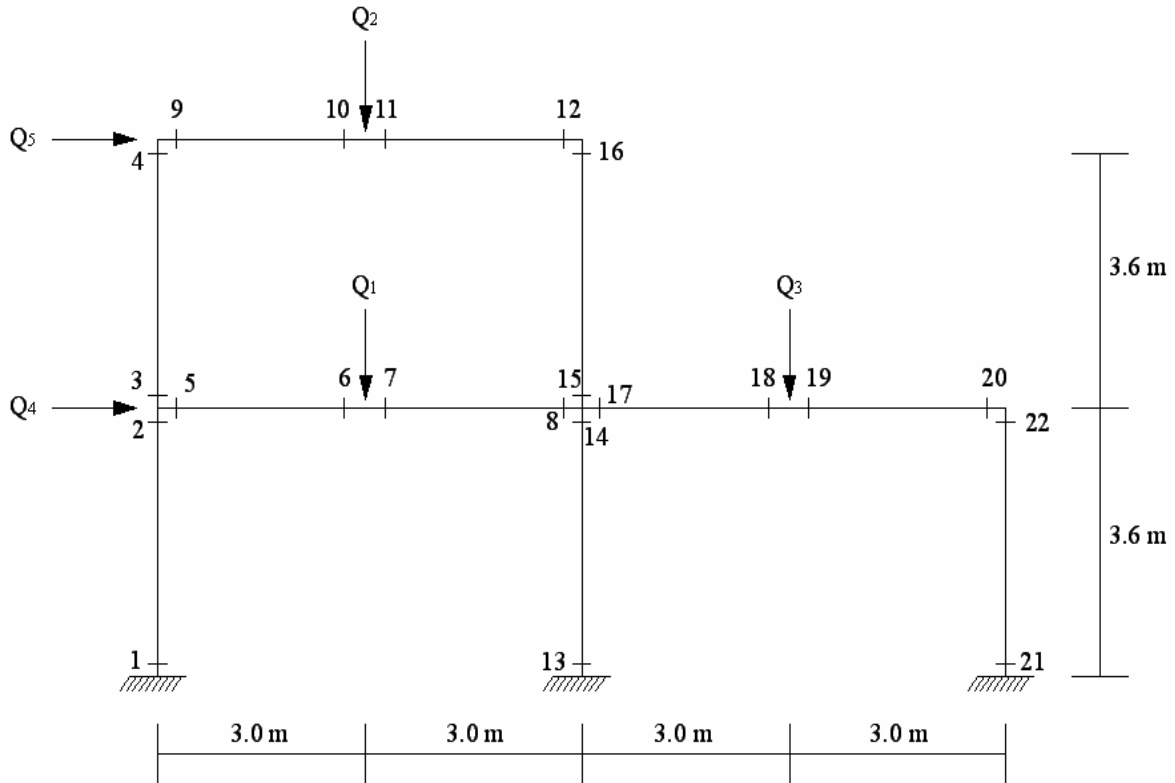
Bu nokta tahmininin, büyüklüğü $n = 1500000 \times 5 = 7.5 \times 10^6$ olan bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir. O halde, %95 düzeyindeki güven aralığı;

$$< p_F >_{0.95} = \hat{p}_F \pm 2\hat{p}_F \left\{ (1 - \hat{p}_F) / (n\hat{p}_F) \right\}^{1/2}$$

$$< p_F >_{0.95} = (1.213 \times 10^{-2}, 1.229 \times 10^{-2})$$

5.5 Örnek 5

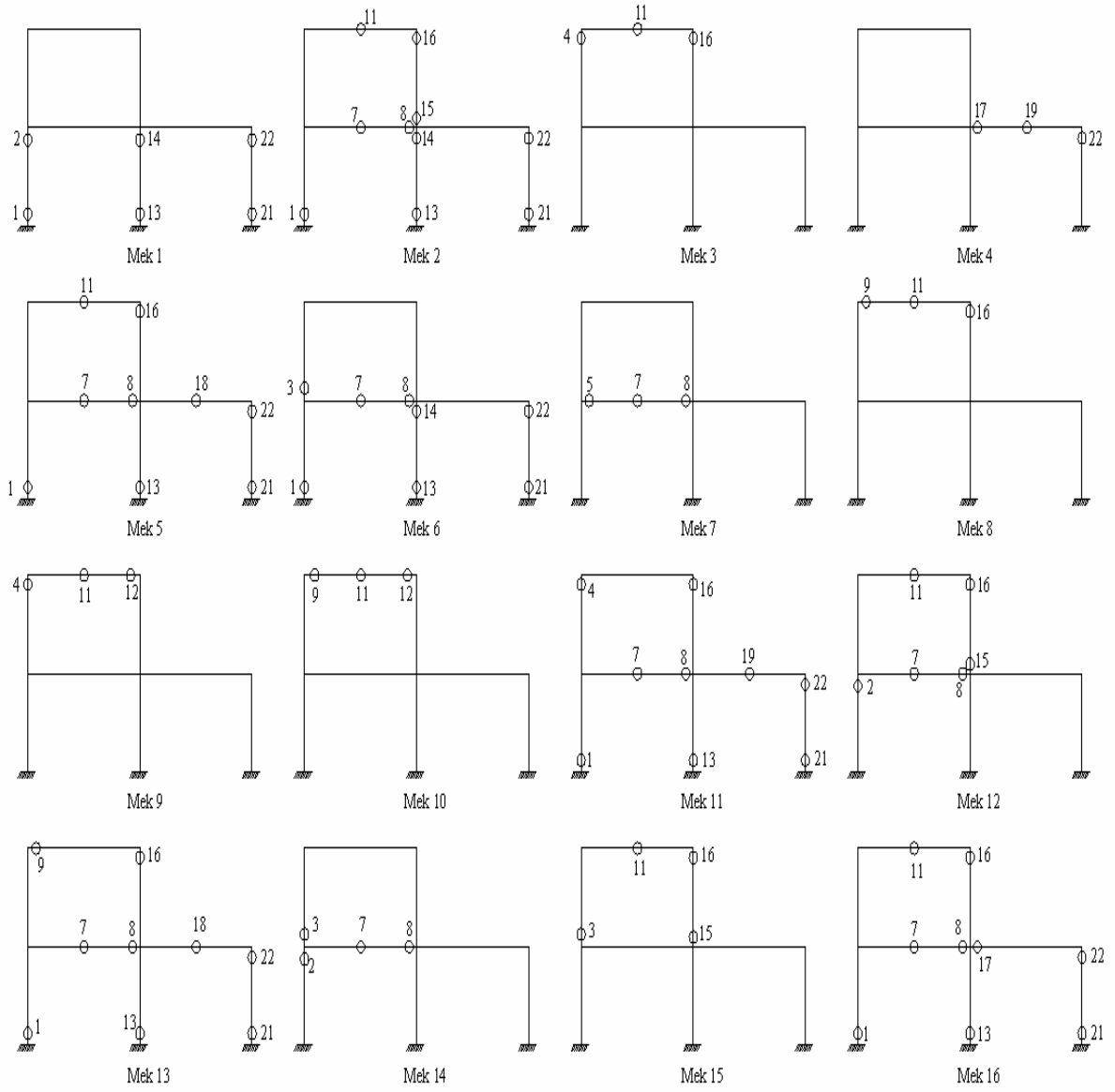
Şekil 5.5’de düşey ve yatay yükler etkisine maruz iki katlı ve iki açıklıklı simetrik olmayan bir çerçeve sistemi gösterilmiştir. Kiriş ve kolonların plastik eğilme momenti kapasiteleri ve yüklere ilişkin istatistiksel değerler ve korelasyon katsayıları Çizelge 5.19’da verilmiştir. Çerçeve sistem için tanımlanan baskın mekanizma durumları Şekil 5.6’da, bu mekanizmalara ait performans fonksiyonları ise Çizelge 5.20’de gösterilmiş, değişkenler arasındaki korelasyon etkisi de dikkate alınmıştır (Ranganathan, 1990).



Şekil 5.5 İki katlı iki açıklıklı simetrik olmayan çerçeve

Çizelge 5.19 Örnek 5 için veriler

Değişken	Ortalama Değer m_i	Standart Sapma σ_i	Korelasyon Katsayısı- ρ_i
$M_1, M_2, M_{13}, M_{14}, M_{21}, M_{22}$ (kNm)	95.0	14.25	1.0
M_3, M_4, M_{15}, M_{16} (kNm)	95.0	14.25	1.0
M_5, M_6, M_7, M_8 (kNm)	204.0	30.6	1.0
$M_9, M_{10}, M_{11}, M_{12}$ (kNm)	122.0	18.3	1.0
$M_{17}, M_{18}, M_{19}, M_{20}$ (kNm)	163.0	24.45	1.0
Q_1 (kN)	169.0	25.35	Yükler istatistiksel bağımsız kabul edilmiştir.
Q_2 (kN)	89.0	22.25	
Q_3 (kN)	116.0	29	
Q_4 (kN)	62.0	15.5	$\rho_{Q4,Q5} = 1$
Q_5 (kN)	31.0	7.75	



Şekil 5.6 Baskın mekanizma durumlarına ait plastik mafsalsal noktaları

Çizelge 5.20 Mekanizma durumlarına ait performans fonksiyonları (Örnek 5)

Mek. No	Plastik Mafsalsal Noktaları	Performans Fonksiyonu (Z)
1	1, 2, 13, 14, 21, 22	$1.0M_1 + 1.0M_2 + 1.0M_{13} + 1.0M_{14} + 1.0M_{21} + 1.0M_{22} - 3.6Q_4 - 3.6Q_5$
2	1, 7, 8, 11, 13, 14, 15, 16, 21, 22	$1.0M_1 + 2.0M_7 + 1.0M_8 + 2.0M_{11} + 1.0M_{13} + 1.0M_{14} + 1.0M_{15} + 2.0M_{16} + 1.0M_{21} + 1.0M_{22} - 3.0Q_1 - 3.0Q_2 - 3.6Q_4 - 7.2Q_5$
3	4, 11, 16	$1.0M_4 + 2.0M_{11} + 1.0M_{16} - 3.0Q_2$

Çizelge 5.20 Mekanizma durumlarına ait performans fonksiyonları (devamı)

4	17, 19, 22	$1.0M_{17} + 2.0M_{19} + 1.0M_{22} - 3.0Q_3$
5	1, 7, 8, 11, 13, 16, 18, 21, 22	$0.5M_1 + 1.0M_7 + 1.0M_8 + 1.0M_{11} + 0.5M_{13} + 1.0M_{16} + 1.0M_{18} + 0.5M_{21} + 1.0M_{22} - 1.5Q_1 - 1.5Q_2 - 1.5Q_3 - 1.8Q_4 - 3.6Q_5$
6	1, 3, 7, 8, 13, 14, 21, 22	$1.0M_1 + 1.0M_3 + 2.0M_7 + 1.0M_8 + 1.0M_{13} + 1.0M_{14} + 1.0M_{21} + 1.0M_{22} - 3.0Q_1 - 3.6Q_4 - 3.6Q_5$
7	5, 7, 8	$1.0M_5 + 2.0M_7 + 1.0M_8 - 3.0Q_1$
8	9, 11, 16	$1.0M_9 + 2.0M_{11} + 1.0M_{16} - 3.0Q_2$
9	4, 11, 12	$1.0M_4 + 2.0M_{11} + 1.0M_{12} - 3.0Q_2$
10	9, 11, 12	$1.0M_9 + 2.0M_{11} + 1.0M_{12} - 3.0Q_2$
11	1, 4, 7, 8, 13, 16, 19, 21, 22	$1.0M_1 + 1.0M_4 + 2.0M_7 + 2.0M_8 + 1.0M_{13} + 1.0M_{16} + 2.0M_{19} + 1.0M_{21} + 2.0M_{22} - 3.0Q_1 - 3.0Q_3 - 3.6Q_4 - 7.2Q_5$
12	2, 7, 8, 11, 15, 16	$1.0M_2 + 2.0M_7 + 1.0M_8 + 2.0M_{11} + 1.0M_{15} + 2.0M_{16} - 3.0Q_1 - 3.0Q_2 - 3.6Q_5$
13	1, 7, 8, 9, 13, 16, 18, 21, 22	$1.0M_1 + 2.0M_7 + 2.0M_8 + 1.0M_9 + 1.0M_{13} + 1.0M_{16} + 2.0M_{18} + 1.0M_{21} + 2.0M_{22} - 3.0Q_1 - 3.0Q_3 - 3.6Q_4 - 7.2Q_5$
14	2, 3, 7, 8	$1.0M_2 + 1.0M_3 + 2.0M_7 + 1.0M_8 - 3.0Q_1$
15	3, 11, 15, 16	$1.0M_3 + 2.0M_{11} + 1.0M_{15} + 2.0M_{16} + 3.0Q_2 + 3.6Q_5$
16	1, 7, 8, 11, 13, 16, 17, 21, 22	$1.0M_1 + 2.0M_7 + 2.0M_8 + 2.0M_{11} + 1.0M_{13} + 2.0M_{16} + 1.0M_{17} + 1.0M_{21} + 1.0M_{22} - 3.0Q_1 - 3.0Q_2 - 3.6Q_4 - 7.2Q_5$

Monte Carlo yöntemine göre çerçeve sistemin her bir mekanizma durumuna ilişkin göçme olasılıkları ve tüm sistemin göçme olasılığı büyüklüğü 100000 olan rasgele örnekler 5 kez tekrarlatılarak elde edilmiş ve sonuçlar Çizelge 5.21’de gösterilmiştir. Ayrıca çizelgede ikinci moment yaklaşımına göre Ranganathan (1990) tarafından hesaplanmış her bir mekanizma durumuna ait göçme olasılıkları ve tüm sistemin göçme olasılığının, geniş ve dar aralıklar için alt ve üst sınırları gösterilmiştir.

Çizelge 5.21 Çerçeve sistemin Monte Carlo simülasyonu ve ikinci moment yaklaşımına göre bulunan göçme olasılıkları (Örnek 5)

Mek. No	Göçme Olasılığı, $p_F \times 10^{-2}$						
	Monte Carlo Simülasyonu						2. Moment Yaklaşımı (Ranganathan, 1990)
	1	2	3	4	5	Ortalama	
1	2.532	2.50	2.421	2.525	2.450	2.486	2.47
2	2.345	2.315	2.276	2.258	2.296	2.298	2.31
3	2.016	1.978	1.926	1.935	2.012	1.973	2.00
4	1.977	2.022	1.951	2.012	2.014	1.995	1.98
5	2.039	1.991	1.912	1.860	1.942	1.949	1.97
6	1.852	1.883	1.775	1.834	1.837	1.836	1.83
7	1.599	1.636	1.625	1.588	1.585	1.607	1.60
8	1.331	1.371	1.271	1.315	1.335	1.325	1.34
9	1.331	1.371	1.271	1.315	1.335	1.325	1.34
10	1.274	1.269	1.241	1.309	1.255	1.270	1.24
11	1.142	1.152	1.085	1.120	1.100	1.120	1.12
12	1.040	1.021	1.020	0.995	1.017	1.019	1.02
13	0.795	0.837	0.764	0.758	0.792	0.790	0.795
14	0.732	0.747	0.769	0.724	0.745	0.743	0.734
15	0.647	0.685	0.624	0.630	0.661	0.649	0.664
16	0.319	0.327	0.319	0.301	0.313	0.316	0.307
Sistem	0.0999	0.0992	0.0978	0.0991	0.0988	0.0989	
Sistemin Göçme Olasılığı ; $p_F = 9.895 \times 10^{-2}$ (örnek boyutu 500000)							

p_F nin nokta tahmini : $\hat{p}_F = \bar{p}_F = 9.895 \times 10^{-2}$

Bu nokta tahmininin, büyüklüğü $n = 100000 \times 5 = 5 \times 10^5$ olan bir örnekten sağlandığı kabul edilebilir. O halde, %95 düzeyindeki güven aralığı;

$$< p_F >_{0.95} = \hat{p}_F \pm 2\hat{p}_F \left\{ (1 - \hat{p}_F) / (n\hat{p}_F) \right\}^{1/2}$$

$$\langle p_F \rangle_{0.95} = (9.815 \times 10^{-2}, 9.975 \times 10^{-2})$$

Sistemin göçme olasılığı ikinci moment yaklaşımına göre (Ranganathan, 1990);

Geniş aralık; $2.470 \times 10^{-2} \leq p_F \leq 2.05 \times 10^{-1}$

Dar aralık; $7.020 \times 10^{-2} \leq p_F \leq 1.47 \times 10^{-1}$

Çizelge 5.22 Örneklere ilişkin göçme olasılıklarının karşılaştırılması

	Monte Carlo Yaklaşımı				İkinci Moment Yaklaşımı	
	1. ODG		2. ODG		1. ODG	2. ODG
	$\hat{p}_F$	$< p_F >_{0.95}$	$\hat{p}_F$	$< p_F >_{0.95}$	p_F	
Örnek 1	1.736×10^{-4}	1.569×10^{-4} 1.903×10^{-4}	3.154×10^{-3}	3.083×10^{-3} 3.225×10^{-3}	1.596×10^{-4}	3.167×10^{-3}
Örnek 2	Korelasyonsuz	2.695×10^{-4}	2.023×10^{-3}	1.963×10^{-3}	2.700×10^{-4}	1.969×10^{-3}
	2.846×10^{-4}	2.997×10^{-4}		2.063×10^{-3}		
	Korelasyonlu	5.700×10^{-4}	2.481×10^{-3}	2.437×10^{-3}	5.980×10^{-4}	2.327×10^{-3}
	5.918×10^{-4}	6.135×10^{-4}		2.525×10^{-3}		
Örnek 3	1.019×10^{-3}	9.955×10^{-4} 1.042×10^{-3}			Geniş Aralık	Dar Aralık
					9.350×10^{-4} 1.066×10^{-2}	9.350×10^{-4} 1.337×10^{-3}
Örnek 4		1.213×10^{-2} 1.229×10^{-2}				
Örnek 5	9.895×10^{-2}	9.815×10^{-2} 9.975×10^{-2}			2.470×10^{-2} 2.050×10^{-1}	7.020×10^{-2} 1.470×10^{-1}

5.6 İrdelemeler

Bu bölümde farklı olasılık dağılım grupları için iterasyonlu ikinci-moment ve Monte Carlo yöntemiyle çözülen ve Çizelge 5.22 de gösterilen 5 adet örnekten elde edilen sonuçlar değerlendirilecektir. Daha önce de değinildiği gibi 1. olasılık dağılım grubunda (1.ODG), değişkenlerin tümü normal dağılımlı, 2. olasılık dağılım grubunda (2.ODG) ise malzeme mukavemetlerinin log-normal dağılımlı, yüklerin ve yük etkilerinin Tip 1 asimptotik dağılımlı ve diğer değişkenlerin normal dağılımlı oldukları kabul edilmiştir. Ayrıca Örnek 2, 4 ve 5 de değişkenler arasındaki korelasyon etkisi de göz önüne alınarak çözüm yapılmıştır.

Monte Carlo yöntemine göre göçme olasılıklarının belirlenmesinde Örnek 1' e ilişkin 1.ve 2.ODG için büyüklüğü 500000 olan rasgele örnekler 5 kez (eşdeğer örnek boyutu 2.5×10^6); Örnek 2' ye ilişkin 1.ve 2.ODG için büyüklüğü 1000000 olan rasgele örnekler 5 kez (eşdeğer örnek boyutu 5×10^6); Örnek 3 ve 4' e ilişkin 1.ODG için büyüklüğü 1500000 olan rasgele örnekler 5 kez (eşdeğer örnek boyutu 7.5×10^6); ve Örnek 5' e ilişkin 1.ODG için büyüklüğü 100000 olan rasgele örnekler 5 kez (eşdeğer örnek boyutu 5×10^5) tekrarlatılmıştır.

Çizelge 5.22 de, iterasyonlu ikinci moment ve Monte Carlo yaklaşımları ile 2.ODG için belirlenen göçme olasılıklarının, 1.ODG için belirlenenlerden, ortalama olarak; Örnek 1 için 18 kat, Örnek 2 için korelasyon etkisinin dikkate alınmadığı durum için 7 kat, korelasyon etkisinin dikkate alındığı durum için ise 4 kat; daha fazla olduğu görülmektedir. Söz konusu artış oranları, durum fonksiyonlarının yapısına ve değişkenlerin olasılık dağılımı türlerine bağlı değişmektedir. Bu karşılaştırmalar, sonuçların güvenilirliği yönünden göçme olasılıklarının, değişkenlerin her birinin kendi yapılarına özgü dağılımları kullanılarak tahmin edilmesi gereğini göstermektedir. Ayrıca örnekler arasında artış oranındaki farkın Örnek 1 de Örnek 2'ye göre daha fazla olduğu görülmektedir. Bunun nedeni, durum fonksiyonlarının içerdiği değişken adediyle doğrudan orantılı olmasıdır. Böyle bir artışın oluşması, duyarlılık oranının yüksek olması öngörülen uygulamalarda oldukça önem kazanmaktadır.

Örneklerde incelenebilen bir diğer olgu ise iterasyonlu ikinci-moment yaklaşımı ve Monte Carlo yöntemi ile elde edilen göçme olasılıkları sonuçlarının karşılaştırılmasıdır. Daha önce de değinildiği gibi ikinci-moment yaklaşımına göre göçme olasılığının belirlenmesinde, doğrusal olmayan durum fonksiyonları doğrusallaştırılır. Matematiksel olarak yöntem, doğrusal durum fonksiyonları için kesin çözümdür. Doğrusal olmayan durum fonksiyonlarıyla ilgili olarak, bu fonksiyonlar karmaşıktıkça ikinci-moment yaklaşımıyla elde edilen

sonuçların duyarlılığı azalır. En duyarlı sonuçlara büyük boyutlu örnekler seçilerek Monte Carlo yöntemiyle ulaşılabilir. Bu bağlamda, Çizelge 5.22 den görüleceği gibi Monte Carlo yaklaşımıyla elde edilen sonuçlar esas alınarak bir karşılaştırma yapılırsa, iterasyonlu ikinci-moment yaklaşımıyla 1. ve 2. ODG için ortaya çıkan hata oranı, sırasıyla; Örnek 1 de % 8 ve % 0.4, Örnek 2 de korelasyonsuz durum için % 5 ve % 2.5, korelasyonlu durum için % 1 ve % 6 dır. Sonuçların incelenmesinden de görüldüğü gibi iterasyonlu ikinci-moment yaklaşımıyla p_F nin belirlenmesinde yapılan işlemsel hata oranı % 0.4 ile % 8 arasında değişmektedir. Bu hata oranı değerleri ilgili göçme yüzeyinin indirgenmiş değişkenler sisteminin orjinine göre konveks ya da konkav olmasına ve yukarıda da değinildiği gibi durum fonksiyonunun doğrusallık derecesine göre değişmektedir. Öngörülen duyarlılığın çok yüksek olmasının göz ardı edildiği durumlarda doğrusal olmayan durum fonksiyonları için iterasyonlu ikinci-moment yaklaşımı ile göçme olasılığı yaklaşık tahmin edilebilir. Ancak doğrusal olmayan durum fonksiyonlarını içeren değişken sayısının fazla olması durumunda iterasyonlu ikinci moment yaklaşımı yetersiz kalabilir. Dolayısıyla bu gibi olgularda Monte Carlo yönteminin kullanılması tavsiye edilir.

Ayrıca örneklerin irdelenmesinden değişkenler arasındaki korelasyon etkisinin varsa dikkate alınmasının göçme olasılığının artmasına neden olduğu gözlenmiştir. Örnek 2 de, iki değişken arasındaki korelasyonun (istatistiksel bağımlılık) dikkate alınmasının göçme olasılığını, Monte Carlo yönteminde 1. ODG için 2.08, 2. ODG için 1.22 kat, ikinci-moment yaklaşımında ise 1.ODG için 2.21 ve 2.ODG için 1.2 kat artırdığı gözlenmiştir. Göçme olasılığındaki bu artış oranları değişkenler arasındaki korelasyon etkilerinin varsa dikkate alınmasının gereğini açıkça göstermektedir.

Örnek 3, 4 ve 5 de incelenen çerçeve sistemlerin göçme olasılıkları ise 1.ODG'na göre birden fazla mekanizma durumu göz önüne alınarak hesaplanmıştır. Seçilen mekanizmalar göçmeyi sağlayan çok sayıda mekanizma durumlarından baskın olanlarıdır. Monte Carlo yöntemine göre hesapta sistemin, her bir tekrarda, en az bir mekanizmanın oluşmasıyla göçtüğü kabul edilmiş, diğer bir anlatımla tüm mekanizma durumları için aynı rasgele sayılar aynı anda kullanılarak sistemin göçme olasılığının nokta tahmini ve %95 düzeyindeki güven aralığı hesaplanmıştır (Çizelge 5.22). Ayrıca çizelgede ikinci moment yaklaşımına göre Ranganathan (1990) tarafından bulunan sistemin göçme olasılığının geniş ve dar aralıklar için alt ve üst sınırları gösterilmiş, sonuçlar Monte Carlo yöntemi ile elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Yapılan karşılaştırmalarda Monte Carlo yöntemine göre bulunan göçme olasılıklarının, ikinci moment yaklaşımı ile elde edilen dar aralık sınırları içinde kaldığı, diğer

bir anlatımla sonuçların uyum içinde olduğu gözlenmiştir. Ancak bu örnekte olduğu gibi ikinci moment yönteminde performans fonksiyonlarının doğrusal olması durumunda bile Monte Carlo yaklaşımına göre çözümün çok uzun ve yorucu hesaplamaları gerektirdiği unutulmamalıdır.

6. SONUÇLAR VE ÖNERİLER

Yapısal güvenilirliğin temel gereksinimi, yapıların düşey (yerçekimi) ve yatay (deprem, rüzgar) yük etkilerine karşı koymalarıdır. Gerekli mühendislik koşullarına göre tasarlanmamış ve inşa edilmemiş bir yapının yapısal hasarlara, çökmelere, ölümlere, yaralanmalara ve maddi kayıplara yol açabileceği bilinmelidir. İşte bu da yapısal risklerin doğru biçimde analiz edilmesi ve buna uygun çözümlerin üretilmesinin ne denli önemli olduğunu vurgulamaktadır. Yapısal güvenilirlik de ancak istenmeyen durumların ortaya çıkma olasılığı yani riskin mertebesi belirlenerek sağlanabilir.

Olasılıksal hesapların yapılabilmesi için değişkenlerin olasılık dağılımlarının bilinmesi ön koşuldur. Tüm değişkenlerin normal dağılımlı kabul edilmesi hesaplarda kolaylık sağlar. Ancak gerçeğe daha yakın, duyarlılığın yüksek olmasının istendiği durumlarda, uluslararası istatistiksel verilere dayanılarak, yük ve yük etkilerinde Tip 1 asimptotik dağılımın, malzeme mukavemetlerinde ise log-normal dağılımın model alınması uygun varsayımdır. Bölüm 5.6 da incelendiği gibi değişkenlerin yapısına uygun olasılık dağılım modellerinin seçilmesi ile, göçme olasılığındaki artış oranının 18 kata kadar çıktığı gözlenmiştir. Böylece duyarlılık oranının yüksek olması öngörülen uygulamalarda, tasarım değişkenleri için gerçekçi dağılım modellerinin kabul edilerek göçme olasılığının hesaplanması gerekmektedir.

Adını varyanstan alan ikinci-moment yaklaşımında güvenilirliğin sağlanması doğrusal durum fonksiyonları için kesin çözümdür. Ancak mühendislik alanında karşılaşılan problemlere ilişkin fonksiyonlar genellikle doğrusal değildir. İkinci-moment yaklaşımında doğrusal olmayan durum fonksiyonları doğrusallaştırılarak göçme olasılığı belirlenebilir. Doğrusal olmayan durum fonksiyonlarıyla ilgili olasılıkların bu yaklaşımla sağlanması matematiksel olarak yaklaşık olur. Daha duyarlı sonuçlara, ancak büyük boyutlu örnekler seçilerek Monte Carlo yaklaşımıyla ulaşılabilir. Bölüm 5 deki örneklerin incelenmesinden, iterasyonlu ikinci-moment yaklaşımı ile Monte Carlo sonuçlarının uyum içinde olduğu, ancak iterasyonlu yaklaşımın yetersiz kaldığı ya da çok fazla duyarlılık gerektiren durumlarda uygulama kolaylığı sağlayan Monte Carlo yönteminin kullanılmasının daha uygun olduğu anlaşılmaktadır.

Monte Carlo yöntemi istatistiksel bağıntılara ihtiyaç duyan bir rasgele örnekleme yöntemidir. Durum fonksiyonları ne denli karmaşık ve içerdiği değişkenler ne kadar fazla olursa olsun fonksiyona ilişkin rasgele sayılar üretilebilir ve büyük boyutlu örnekler oluşturularak, göçme ve kalıcılık olasılıkları belirlenebilir.

Ayrıca durum fonksiyonlarındaki değişkenler arasındaki korelasyon etkisi Monte Carlo yönteminde kolaylıkla dikkate alınabilir. İki veya daha fazla değişken arasındaki istatistiksel bağımlılığın ölçütü olan korelasyon katsayısı -1 ile 1 arasında değişebilir. Genliğe yaklaşan (-1,1) katsayıları değişkenler arası bağımlılığın yüksek düzeyde olduğunu gösterir. 5.6 bölümde gösterildiği gibi göçme olasılığının belirlenmesinde değişkenler arasındaki korelasyon etkisinin dikkate alınması göçme olasılığının artmasına neden olmaktadır.

Bir yapının göçme olasılığının belirlenmesinde birden fazla mekanizma durumunun göz önüne alınması, her mekanizma durumunun ayrı ayrı incelenmesi ve sistemin (yapının) göçme olasılığına olan katkısı Monte Carlo yöntemi ile kolaylıkla belirlenebilir, bu sayede karmaşık sistemlerin çözümü de çok yönlü olarak araştırılabilir. Örnek 3, 4 ve 5 de incelenen yapısal sisteme ilişkin birden fazla mekanizma durumu incelenmiş ve sistemin göçme olasılığı Monte Carlo yöntemiyle hesaplanmıştır. Söz konusu problemlerin ikinci-moment yöntemiyle çözümleri çok uzun hesap aşamalarını gerektirdiğinden hem zaman alıcıdır, hem de duyarlılığı Monte Carlo yöntemindeki kadar yüksek değildir. Bu nedenle bu tip problemlerde Monte Carlo yönteminin kullanılması özellikle tavsiye edilir.

Sonuç olarak bu tez çalışmasında Monte Carlo yöntemine dayanarak hazırlanmış bilgisayar programı sayesinde herhangi bir elemanın veya sistemin göçme (p_F) ve kalıcılık (p_S) olasılıkları, değişkenlerin yapısına uygun olasılık dağılımları ve korelasyon etkisi de göz önüne alınarak kolayca hesaplanabilir. Böylece yapısal sistemlerin güvenilirliğinin sağlanmasında Monte Carlo yaklaşımı ile hızlı, gerçekçi ve ekonomik sonuçlar elde edilebilir.

KAYNAKLAR

Ang, A. H-S., ve Tang, W. H. (1975), "Probability Concepts in Engineering Planning and Design", V.I, Basic Principles, Wiley, New York.

Ang, A. H-S., ve Tang, W. H. (1984), "Probability Concepts in Engineering Planning and Design", V.II, Decision, Risk, and Reliability, Wiley, New York.

Ang, A. H-S., ve Tang, W. H. (2006), "Probability Concepts in Engineering: Emphasis on Applications to Civil and Environmental Engineering", 2nd Edition, Wiley, New York.

Box, G.E.P. ve Muller, M.E. (1958), "A Note on The Genereation of Random Normal Deviates", Annals of Mathematical Statistics, 29, pp. 610-611.

DIN Deutsches Institut für Normung e.V. (1981), "General Principles on the Specification of Safety Requirements for Structures", Beuth Verlag, Berlin (West), 62 pp.

Galambos, T. V., v.d. (1982), "Probability Based Load Criteria: Assessment of Current Design Practice," Proceedings ASCE, V.108, ST5, May, pp. 959-977.

Gosavi, A. (2003), "Simulation-Based Optimization", Kluwer Academic Publishers, London, pp. 22-23.

Greenberger, M. (1961), "Notes on a New Psuedorandom Number Generator", J. Assoc. Comp. Mach, 8, pp. 163-167.

Gündüz, A. (1983), "Yapısal Göçme Olasılığının Belirlenmesiyle İlgili Bir Yaklaşım", YÜ Dergisi, Sayı 3-4, İstanbul, pp. 25-32.

Gündüz, A. (1986-1), "Yapısal Tasarımda Kısmi Güvenlik Katsayılarının Belirlenmesiyle İlgili Bir Yaklaşım", YÜ Dergisi, Sayı 1, İstanbul, pp. 29-38.

Gündüz, A. (1986-2), "An Algorithm For the Evaluation of Partial Safety Factors Associated With Time Variant Loads", YÜ Dergisi, Sayı 3, İstanbul, pp. 51-60.

Gündüz, A. (1987), "Betonarme Yapıların Güvenilirliğe Dayanan Tasarımı", Türkiye Mühendislik Haberleri, Cilt 33, Sayı 328, Ocak-Şubat, Ankara, pp.10-15.

Gündüz, A. (1988-1), "Beton Mukavemetinin Betonarme Yapıların Göçme Riski Üzerindeki Etkisi", Ülkemizin Kalkınmasında Mühendisliğin Rolü Sempozyumu, Yıldız Üniversitesi, 24-26 Haziran, İstanbul, Bildiriler Kitabı, pp.153-161.

Gündüz, A. (1988-2), "Structural Risk Analysis and Reliability Based Design of Reinforced Concrete Structures", Bulletin of the Technical University of İstanbul, V.41, No.3, pp. 387-399.

Gündüz, A. (1996), "Mühendislikte Olasılık, İstatistik, Risk ve Güvenilirlik", Küre Basım Yayın, İstanbul, pp. 373.

Hammersley, J. M., and Handscomb, D. C. (1965), "Monte Carlo Methods", Methuen, London.

JCSS/Joint Committee on Structural Safety (1981), "General Principles on Quality Assurance and on Reliability for Structural Design," Report, International Association for Bridge and Structural Engineering/IABSE Publication, April, Zurich.

Knuth, D.E. (1969), "The Art of Computer Programming: Seminumerical Algorithms", V.2, Addison-Wesley, Massachusetts.

Lehmer, D.H. (1951), "Mathematical Methods in Large-Scale Computing Units", Annals of Comp. Lab. Harvard University, 26, pp. 141-146.

Martinez, W.L. ve Martinez, A.R. (2002), "Computational Statistics Handbook with Matlab", Chapman & Hall/CRC.

Melchers, R. (1999), "Structural Reliability Analysis and Prediction", 2nd Edition, Wiley, pp. 68.

Nowak, A.S and Collins, K.R. (2000), "Reliability of structures", The McGraw-Hill Companies.

Noyan, S. (2000), "Yapısal Göçmenin İteratif Bir İkinci-Moment Yaklaşımıyla Tahmin Edilmesi", YTÜD 2000/4, pp. 93-103

Rackwitz, R. (1976), "Practical Probabilistic Approach to Design" CEB Bulletin d'Information 112, Paris,

Ranganathan, R. (1990), "Reliability Analysis and Design of Structures", Tata McGraw-Hill Offices, New Delhi, pp 349.

Rubinstein, R. Y. (1981), "Simulation and Monte Carlo Method", Wiley, New York.

Soman, M.L. (1968), "Probabilistic Reliability: An Engineering Approach", McGraw-Hill, New York

Sobol, I.M (1984) "The Monte Carlo Method", Little Mathematics Library, Mir Publishers, Moscow, 73 pp.

Uzunoğlu, M., Kızıl, A.ve Onar, Ö.Ç., (2003), "Her Yönüyle Matlab", Genişletilmiş 2. Baskı, Türkmen Kitabevi, İstanbul.

Vahidi, E. K. (1991), "Betonarme Yapısal Eleman Göçme Risklerinin Tahmin Edilmesiyle İlgili Yaklaşımlar", Doktora Tezi, YÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

EKLER

- Ek 1 Matlab 7.0 programı yardımıyla hazırlanmış Monte Carlo yöntemine ait bilgisayar programı (CD)

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi 30.07.1981

Doğum yeri İstanbul

Lise 1995-1999 Rıfat Canayakın Yabancı Dil Ağırlıklı Lise

Lisans 1999-2004 Yıldız Üniversitesi Mühendislik Fak.
İnşaat Mühendisliği Bölümü

Yüksek Lisans 2005-2008 Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Müh. Anabilim Dalı, Yapı Programı

Çalıştığı kurumlar

2005-2007 Teknik Yapı Denetim A.Ş.