

154577

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

İSTANBUL BOĞAZININ SAYISAL MODELLENMESİ ve
TÜP GEÇİT KAZISININ BOĞAZ HİDRODİNAMİĞİNE
ETKİSİ

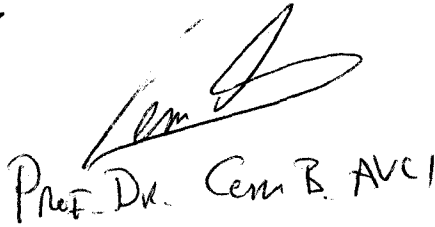
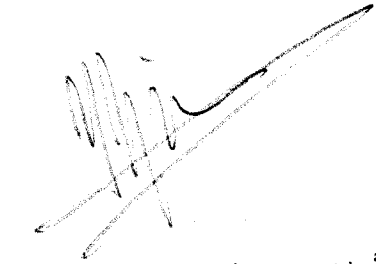
İnş. Müh. Burak AYDOĞAN

FBE İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Kıyı ve Liman Mühendisliği Programında
Hazırlanan

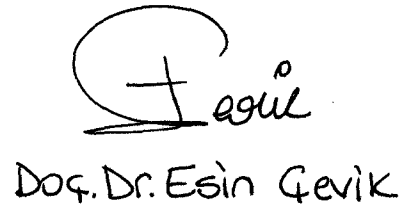
YÜKSEK LİSANS TEZİ

154577

Tez Danışmanı: Prof. Dr. Yalçın YÜKSEL



Prof. Dr. Cem B. Avcı



Doç. Dr. Esin Gevik

Prof. Dr. Yalçın YÜKSEL İSTANBUL, 2004

SİMGE LİSTESİ.....	iv
KISALTMA LİSTESİ.....	vi
ÇİZELGE LİSTESİ.....	x
ÖNSÖZ.....	xi
ÖZET.....	xii
ABSTRACT.....	xiii
1. ÇALIŞMANIN AMACI.....	1
1.1 Giriş.....	1
1.2 Yoğunluk Akımlarının Hidroliği (Sümer vd., 1981).....	4
1.2.1 İki Tabakalı Akımlar.....	4
1.2.2 Üniform Yoğunluk Akımları.....	5
1.2.3 Değişken Yoğunluk Akımı.....	6
1.2.4 Haliçlerde Tabakalı Akımlar.....	9
1.2.5 İki Tabakalı Akımlarda Kontrol Kesiti.....	14
1.2.6 Arayüzeyin Karakteristikleri.....	15
1.3 Yoğunluk Arayüzeylerinde Karışım Ve İstanbul Boğazına Uygulaması (Sümer vd. 1981).....	16
1.3.1 Olayın Fiziği.....	16
1.3.2 Türbülansın Oluşması.....	20
1.3.3 Olayın Formülasyonu.....	23
1.3.4 Deneysel Çalışmalar.....	25
1.3.5 İstanbul Boğazı İçin Uygulama.....	27
1.3.5.1 Boğaz Boyunca Tuzluluk Değişimi.....	27
1.3.5.2 Arayüzey Boyunca Bir Tabakadan Diğetine Geçen Debi.....	29
2. İSTANBUL BOĞAZI'NIN HİDRODİNAMİĞİ.....	31
2.1 İstanbul Boğazı'nın Hidrolojisi.....	31
2.2 İstanbul Boğazı'nın Hidroliği.....	40
3. İSTANBUL BOĞAZININ HİDRODİNAMİĞİNİN MODELLENMESİ.....	46
3.1 Giriş.....	46
3.2 Sayısal Model.....	46
3.2.1 Temel Denklemler.....	46
3.2.2 Sayısal çözüm.....	47
3.3 Kıyıdan Uzaktaki Noktalar için Fark Yaklaşımı.....	51
3.3.1 x- yönünde kütle denklemi.....	51
3.3.2 y- yönündeki kütle denklemi.....	52
3.3.3 z- yönündeki kütle denklemi.....	53
3.3.4 x- yönündeki momentum denklemi.....	53
3.3.4.1 Genel.....	53
3.3.4.2 Zamana göre diferansiyel terim.....	53

3.3.4.3	Konvektif terimler	54
3.3.4.4	Coriolis terimi	57
3.3.4.5	Basınç terimi	58
3.3.4.6	Kayma gerilmesi terimleri	58
3.4	Kıyıya Yakın Bölgelerde Farklı Fark Yaklaşımları	59
3.4.1	Konvektif Terim	60
3.4.1.1	Durum 1: Kara Kuzeyde	60
3.4.1.2	Durum 2: Köşeden Çıkış	61
3.4.1.3	Durum 3: Köşeye Varış	62
3.4.2	Kayma terimleri	63
3.5	Fark şemasının Yapısı, Stabilitesi ve Doğruluğu	64
3.5.1	Zamansal ortalama, Doğruluk	64
3.5.2	Amplifikasyon ve faz hataları	65
3.5.2.1	Genel	65
3.5.2.2	Teorik Temel	66
3.5.2.3	Mike3'ün Karakteristikleri	69
3.6	Yanal Sınır Şartları	73
3.6.1	Genel	73
3.6.2	Birincil Açık Sınır Şartları	74
3.6.3	İkincil Açık Sınır Şartları	75
3.6.3.1	Genel	75
3.6.4	Rüzgar Sürtünmesi	75
3.6.5	Taban Sürtünmesi	76
3.7	Düşey Tarama için Sınır Şartları	77
3.8	Aşırı Basıncın Tanımı	78
3.9	Üç Boyutlu Modellemenin Temel Prensipleri	79
3.9.1	Genel	79
3.9.2	Basınç Eliminasyon Metodu	80
3.9.3	Basınç Düzeltme Methodları	80
3.9.4	Yapay Sıkışabilirlik Metodu	80
3.9.5	Mike 3'te Sıkışabilirlik	81
3.10	Taban Sabitleme Yaklaşımı	82
3.10.1	Genel	82
3.10.2	Temel Matematiksel İfadeler	82
3.10.2.1	Kütlenin Korunumu	82
3.10.2.2	Momentumun Korunumu	83
3.10.2.3	Skaler Büyüklüklerin Korunumu	83
3.10.3	Sayısal Uygulama	84
3.10.3.1	Kütlenin Korunumu	84
3.10.3.2	Momentumun Korunumu	84
3.10.3.3	Skaler Büyüklüğün Korunumu için Sayısal Yaklaşım	92
3.11	Adveksiyon-Dispersiyon	92
4.	SAYISAL MODELLEME	93
4.1	Mike 3 ile Hidrodinamik Modelleme	93
4.1.1	Hidrodinamik Modül	93
4.2	Dikdörtgen Kanal	94
4.2.1	Dikdörtgen Kanal Geometrisi ve Hidrodinamik Parametrelerin Tanımı	95
4.2.2	Tabanına Hendek Yerleştirilmiş Dikdörtgen Kanal Geometrisi ve Hidrodinamik Parametrelerin Tanımı	99

4.3	İstanbul Boğazı Tüp Geçiş Kanal Kazısının Hidrodinamik Yapıya Etkisinin Modellenmesi	100
4.3.1	Modelde Kullanılan İstanbul Boğazı Batimetrisi ve Hidrodinamik Parametreler	100
4.3.2	Tüp Geçiş Kazısının Gerçekleşmesi Sonrası Modelde Kullanılan İstanbul Boğazı Batimetrisi ve Hidrodinamik Parametreler.....	106
4.3.3	Tüp Geçiş Kazısının Boğaz Hidrodinamiğine Etkisinin Değerlendirilmesi	110
5.	SONUÇLAR	124
5.1	Simülasyon Sonuçları.....	124
5.2	Öneriler.....	125
KAYNAKLAR.....		126
ÖZGEÇMİŞ		129



SİMGE LİSTESİ

B	Boğazın genişliği
c_s	sesin deniz suyu içinde yayılma hızı
C	skaler büyüklük
D_s	Sıcaklık Dispersiyon katsayısı
D_t	Tuzluluk dispersiyon katsayısı
D_j	dispersiyon katsayısı
Fr	Froude sayısı
Fr'	Yoğunluk Froude sayısı
f_0	Direnç katsayısı
g	Yerçekimi ivmesi
g'	Alt tabaka için dönüştürülmüş yerçekimi ivmesi (indirgenmiş yerçekimi ivmesi)
g_i	yerçekimi vektörü
G	kompozit Froude sayısı
h	su derinliği
h_2	Alt tabaka kalınlığı
h_1	Üst tabaka kalınlığı
H	Konum yükleri arasındaki fark
I	özdeşlik matrisi
k	türbülans kinetik enerjisi
k	moleküler difüzyon katsayısı
l	uzunluk ölçeği
L	Bloke edilmiş tuz kamasının uzunluğu
Pe	Peclet sayısı
P_i	i noktasındaki basınç
Q_1	Üst akıntının debisi
Q_2	Alt akıntının debisi
Re	Reynolds sayısı
Ri	toplam (overall) Richardson sayısı
S	Hidrolik eğim
S_0	Taban eğimi
S_1	Üst akıntının tuzluluğu
S_2	Alt akıntının tuzluluğu
S_{ss}	kaynak kuyu terimi
Se1	Üst tabaka enerji çizgisi eğimi
Se2	Alt tabaka enerji çizgisi eğimi
T	Sıcaklık
t	zaman
u_e	giriş hızı
u^*	kayma hızı
u_i	x_i yönündeki hız
$\bar{u}$	Akım yönündeki zamansal ortalama hız miktarı
u_i	i noktasındaki x eksenini yönündeki hız bileşeni
u_{max}	akım yönündeki maksimum hız
u	x yönündeki hız bileşeni
v	y yönündeki hız bileşeni
V_1	Bir kesitteki üst tabakadaki hız
V_2	Bir kesitteki alt tabakadaki hız
w	z yönündeki hız bileşeni

X	G'nin bir eigen-vektörü
z_i	i noktasındaki konum yükü
z_m	Maksimum hızın görüldüğü noktanın alt tabakanın ekseninden uzaklığı
α	Katsayı
$\Delta\rho$	Özgül kütleler arasındaki fark
ρ_1	Üst tabakanın özgül kütlesi
ρ_2	Alt tabakanın özgül kütlesi
τ_i	Arayüzdeki kayma gerilmesi
τ_0	Tabandaki kayma gerilmesi
γ_1	Üst tabaka özgül ağırlığı
γ_2	Alt tabaka özgül ağırlığı
σ_u	hız bileşeni için bu hız bileşeninin standard sapması
Ω_{ij}	Coriolis tensörü
ν_t	türbülans eddy viskozitesi
δ	kroneker delta
ϕ	enlem
λ	boylam
ω	dünyanın açısal hızı
ξ	prognostic değişkenleri içeren bir vektör



KISALTMA LİSTESİ

DHI:	Danish Hydraulic Institute
HOT:	Yüksek mertebeden terimler
FDS:	Sonlu fark şeması



ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 1.1 Tüp geçiş eksenini (kaynak AVRASYA)	2
Şekil 1.2 Tüp geçit (kaynak AVRASYA)	3
Şekil 1.3 Kanal enkesiti (kaynak AVRASYA)	3
Şekil 1.4 Tüp kesit ve ölçüleri	3
Şekil 1.5 İki Tabakalı akım	4
Şekil 1.6 İki tabakalı akımda yoğunluk, kayma gerilmesi ve hız dağılımları	6
Şekil 1.7 Değişken yoğunluk akımı	7
Şekil 1.8 Çift tabakalı akımda enerji çizgisi (üst tabaka için)	8
Şekil 1.9 Çift tabakalı akımda enerji çizgisi (alt tabaka için)	8
Şekil 1.10 Haliç akımı	10
Şekil 1.11 Tuz kaması	12
Şekil 1.12 Haliç akımlarında hız dağılımı	13
Şekil 1.13 İki tabakalı akım	14
Şekil 1.14 Arayüzey	15
Şekil 1.15 Arayüzey hidrodinamiği	17
Şekil 1.16 Türbülansın arakesit yüzeyine etkisi	18
Şekil 1.17 Türbülansın arakesit yüzeyine etkisi	18
Şekil 1.18 Türbülans Difüzyonu projesi ve Yoğunluk arayüzeyinde giriş projesi	19
Şekil 1.19 a) Cidar Etkisi b) Ara yüzey Etkisi	22
Şekil 1.20 a) Rüzgar etkisi, b) Askı malzemesi etkisi, c) Haliç akımı, d) Boğaz akımı	23
Şekil 1.21 Laboratuvar verileriyle doğa ölçümlerinin karşılaştırılması	27
Şekil 1.22 İstanbul Boğazındaki akımın şematik gösterimi	28
Şekil 2.1 Tuna'nın debi değişim grafiği (Sur vd., 1994)	33
Şekil 2.2 Romanya kıyısındaki Selune'de su seviyesi (Sur vd., 1994)	33
Şekil 2.3 Tuna'nın aylık ortalama debisi ve Constanza Romanya'da tuzluluk değişimi (Sur vd., 1994)	34
Şekil 2.4 Yıllık ortalama Tuna debisi ve Constanza Romanya'daki Tuzluluk değişimi (Sur vd., 1994)	34
Şekil 2.5 Boğaz'daki tuzluluğun zaman serileri a) 1954-56 günlük ölçümler b) 1967-70 günlük ölçümler c) 1963-70 günlük ölçümlerin aylık ortalamaları (Sur vd., 1994)	37
Şekil 2.6 Yüzeyden ilk 10 m'de yıllık Tuzluluk ölçümü (Sur vd., 1994)	38
Şekil 2.7 Deniz yüzeyinden ilk 10 m'de ortalama mevsimsel tuzluluk değişimi (Sur vd., 1994)	38
Şekil 2.8 Barometrik basınç (Florya barometrik basınç ve Anadolukavağı-Fenerbahçe deniz seviyesi değişimleri; Eylül- Ekim, 1993) (Özsoy vd., 1996)	39
Şekil 2.9 Yeşilköy uzun dönem rüzgar istatistiği (Yüksel vd., 2003)	39
Şekil 2.10 Sarıyer uzun dönem rüzgar istatistiği (Yüksel vd., 2003)	40
Şekil 2.11 İstanbul Boğazı geometrisi ve kontrol kesitleri (Oğuz vd., 1990)	44
Şekil 2.12 Yeşilköy meteoroloji istasyonunun verilerine göre uzun dönem dalga istatistiği (Yüksel vd., 2003)	45
Şekil 2.13 Sarıyer meteoroloji istasyonunun verilerine göre uzun dönem dalga istatistiği (Yüksel vd., 2003)	45
Şekil 3.1 (a) x,y,z uzayında farklar ağı	48
Şekil 3.1 (b) Zamansal ortalama	48
Şekil 3.2 Yandan besleme	49
Şekil 3.3 Hesaplama taramasındaki döngü	51
Şekil 3.4 Kütle denkleminde ağ notasyonu, yataydaki görünüm	52
Şekil 3.5 x momentum denkleminin için ağ notasyonu	55

Şekil 3.6 $\frac{\partial u}{\partial y}$ konvektif terimi için “yandan besleme”. Aşağı taramada bilinen $u(n+1,j,k+1,l)$	
ve yukarı taramada bilinen $u(n,j,k-1,l)$ zamansal ortalanmıştır	56
Şekil 3.7 İkinci mertebeden diferansiyel terim için “yandan besleme”. Aşağı doğru tarama	
için $\partial^2 u / \partial y^2$ ve yukarı doğru tarama için $\partial^2 u / \partial y^2$	56
Şekil 3.8 Kıyıya yakın bölgelerdeki özel durumlar. Durum 1: Karanın kuzeyde olması durumu	61
Şekil 3.9 Kıyıya yakın bölgelerdeki özel durumlar, durum 2: Köşeden çıkış	62
Şekil 3.10 Kıyıya yakın bölgelerdeki özel durumlar, durum 3: Köşeye varış	62
Şekil 3.11 Kaçınılması gereken olası bir köşe kombinasyonu	62
Şekil 3.12 45° lik bir kıyı çizgisi	63
Şekil 3.13 Olası hız dağılımları	63
Şekil (3.14) Ağ boyunca akımın ilerlemesi sırasında fan	72
Şekil 3.15 Sınır şartlarının kuzey sınırına uygulanması	75
Şekil 3.16 Rüzgar sürtünme Faktörü	76
Şekil 4.1 Mike 3 kullanıcı arayüzü	94
Şekil 4.2 Dikdörtgen kanal (boykesit)	96
Şekil 4.3 1-1 Kesiti su seviyesi değişim grafiği	97
Şekil 4.4 1-1 ve 2-2 kesiti için başlangıçta tanımlanan tuzluluk (grid serisi olarak	
tanımlanmakta olup bütün noktalarda sabit 18 psu değerini almaktadır; yatay	
ve düşey ağ aralıkları 1 m ye karşılık gelmektedir)	97
Şekil 4.6 2-2 kesitinde son zaman adımında tanımlanan tuzluluk değeri (grid serisi: alttaki	
koyu bant 35 psu, üstteki gri bant 18 psu değerini göstermektedir.)	98
Şekil 4.7 Dikdörtgen kesitli kanalda denge durumu (boykesit)	99
Şekil 4.8 Dikdörtgen kesitli kanalda hendekli hald denge durumu (boy kesit)	100
Şekil 4.9 Dikdörtgen kesitli kanalda hendekli hald denge durumu (hendek bölgesi detayı).	100
Şekil 4.10 İstanbul Boğazının batimetrisi ve tüp geçiş bölgesi	102
Şekil 4.11 Modele sınır şartı olarak verilen Marmara girişindeki tuzluluk grafiği	103
Şekil 4.12 Modele sınır şartı olarak verilen Karadeniz girişindeki su seviyesinin değişim	
grafiği	104
Şekil 4.13 Dolmabahçe bölgesinde yüzeyden 1 m derinlikte bileşke hız vektörlerinin dağılımı	105
Şekil 4.14 Dolmabahçe bölgesinde yüzeyden 6 m derinlikte bileşke hız vektörlerinin dağılımı	105
Şekil 4.15 Dolmabahçe bölgesinde yüzeyden 31 m derinlikte bileşke hız vektörlerinin	
dağılımı	106
Şekil 4.16 Tüp geçiş kazısına ait batimetri	107
Şekil 4.17 3 boyutlu baslangic tuzluluk degerleri boy kesiti (guneyden kuzeye)	108
Şekil 4.18 Sınıra dik hız sınır şartı kuzey	109
Şekil 4.19 Sınıra dik hız sınır şartı guney	109
Şekil 4.20 Kuzay tuzluluk sınır sarti	109
Şekil 4.21 Güney tuzluluk sınır şartı	110
Şekil 4.22 Yüzey hızları (hendekli hal)	111
Şekil 4.23 –5 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)	112
Şekil 4.24 –10 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)	112
Şekil 4.25 –15 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)	113
Şekil 4.26 –20 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)	113
Şekil 4.27 –25 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)	114
Şekil 4.29 –35 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)	115
Şekil 4.30 –40 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)	115
Şekil 4.31 –45 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)	116
Şekil 4.32 –50 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)	116
Şekil 4.33 –30 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal)	117

Şekil 4.34 –32 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal).....	117
Şekil 4.35 –34 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal).....	118
Şekil 4.36 –36 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal).....	118
Şekil 4.37 –38 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal).....	119
Şekil 4.38 –40 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal)i.....	119
Şekil 4.39 –42 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal).....	120
Şekil 4.40 –44 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal).....	120
Şekil 4.41 –46 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal).....	121
Şekil 4.42 –48 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal).....	121
Şekil 4.43 –50 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal).....	122
Şekil 4.44 –52 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal).....	122
Şekil 4.45 y eksenı boyunca u hız bileşeni (hendekli hal)	123
Şekil 4.46 y eksenı boyunca v hız bileşeni (hendekli hal)	123
Şekil 4.47 x eksenı boyunca u hız bileşeni (hendekli hal)	123
Şekil 4.48 x eksenı boyunca v hız bileşeni (hendekli hal)	123



ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 2.1 Karadeniz'in su kaynakları (km ³ /yıl) (Tolmazin, 1987).....	32
Çizelge 2.2 Akıntı ölçümleri	42
Çizelge 2.3 Debiler (Doğan vd., 2001)	42
Çizelge 4.1 Dikdörtgen kanalın geometrik özellikleri	96
Çizelge 4.2 Dikdörtgen kanal için tanımlanan sınır şartları.....	96
Çizelge 4.3 Sayısal Parametreler.....	99
Çizelge 4.4 Modelin geometrik özellikleri.....	102
Çizelge 4.5 Modelle ilgili tanımlanan sınır şartları.....	103
Çizelge 4.6 Modelle ilgili sayısal parametreler.....	104
Çizelge 4.7 Modelin geometrik özellikleri.....	107
Çizelge 4.8 Modelle ilgili tanımlanan sınır şartları.....	108
Çizelge 4.9 Modelle ilgili sayısal parametreler.....	108



ÖNSÖZ

Lisans, yüksek lisans ve özellikle tez çalışmam boyunca sahip olduğu tecrübe, bilgi ve desteği benden esirgemeyen, bu niteliklerine gelecekte de fazlasıyla ihtiyaç duyacağım hocam Sayın Prof. Dr. Yalçın YÜKSEL'e teşekkür ederim.

Lisans, yüksek lisans ve tez çalışmam sırasında ihtiyaç duyduğum bilgi ve desteği benden esirgemeyen hocam Sayın Doç. Dr. Esin ÇEVİK'e ve Yrd. Doç. Dr. Yeşim Çelikoğlu'na teşekkür ederim.

Tez çalışmam sırasında değerli bilgi ve tecrübelerini esirgemeyen Dr. Işıksan GÜLER, Doç. Dr. Ahmet Cevdet YALÇINER ve İnş. Müh. Merih ÖZCAN'a teşekkür ederim.

Bu çalışmanın gerçekleşmesinde, desteklerinden dolayı YTÜ Bilimsel Araştırma Projeleri Koordinatörlüğü, DLH Genel Müdürlüğü Araştırma Dairesi Başkanlığı, Avrasya Marmaray Konsorsiyumu ve DLH 4. Bölge Müdürü Dr. Haluk İbrahim ÖZMEN'e teşekkür ederim.

Tez çalışmalarımızın başladığı tarihten beri birlikte çalıştığımız çalışma arkadaşım Ar. Gör. Mehmet. N. ÖZTÜRK'e, tez çalışmam boyunca yardımlarını esirgemeyen arkadaşlarım Ar. Gör. Berna AYAT, Ar. Gör. Ayşe Yüksel, İnş. Yük. Müh. Kubilay Cihan'a ve , iki sene oda arkadaşım olarak bana katlanan ihtiyaç duyduğumda yanımda olan arkadaşım Ar. Gör. H. Anil ARI'ya teşekkür ederim.

İki buçuk senedir aynı çalışma ortamını paylaştığım ve desteklerini benden esirgemeyen diğer tüm çalışma arkadaşlarıma çok teşekkür ederim.

Hayatım boyunca sürekli yanımda olan ve desteklerini sürekli yanımda hissettiğim sevgili aileme sonsuz teşekkür ederim.

Bu çalışmamı yüksek lisansa başladığımdan beri ziyaretlerine fazla gidemediğim sevgili dedeme ve anneanneme ithaf ediyorum.

ÖZET

Tabakalı akımlar farklı yoğunluklara sahip akışkanların aynı akım alanında bulunması ile oluşan sistemlerdir. Tabakaların birbirlerinden ayrıldıkları yüzeylere arakesit yüzeyleri denir. Bu yüzeyler oldukça karmaşık akım yapısına sahiptir (üç boyutlu momentum alışverişi ve çok güçlü bir türbülans yapısı meydana gelir) ve derinlik boyunca akımın ve akışkanın özellikleri değişim gösterir.

Tabakalı akımların yukarıdaki özelliklerinden dolayı modellemek oldukça zordur ve kullanılacak sayısal modelleme tekniği ile hazırlanacak yazılımların özellikleri sonuçlar üzerinde büyük etkilere sahip olabilir. Bu çalışmanın amacı İstanbul Boğazının hidrodinamiğinin üç boyutlu modellemesinin yanısıra boğaz tabanında açılacak bir hendeğin bu hidrodinamik yapıya olan etkisinin araştırılmasıdır. Sonlu farklar yaklaşımı ile k-ε türbülans modelini çözebilen Mike3 yazılımı amaçlanan boğaz hidrodinamiğinin çözümünde kullanılmıştır. Hidrodinamik simülasyonlar üç aşamada gerçekleştirilmiştir. Birinci aşamada dikdörtgen kesitli düz bir kanalda çift tabakalı akım modellenmiş ve sonra tabanına akım yönüne dik yönde bir hendek açılarak kanal akımı üzerindeki etkisi araştırılmıştır. İkinci. aşamada İstanbul Boğazının tabanında açılacak hendeğe ait akım yapısını veren sınır şartları oluşturulmuştur. Üçüncü. aşamada ise tüp geçit geçişinin yapılacağı bölge üzerinde hidrodinamik yapı incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler : Tabakalı akım, yoğunluk akımı, İstanbul Boğazı, türbülans model, Mike 3, Tüp geçit, hendek

ABSTRACT

Stratified flows are systems which has different flows with different density in flow area. Layers are separated from each other by a plane that is called an interval plane. Interval plane has complex flow pattern (3D momentum exchange and very strong turbulence) and flow and fluids' features changes along the depth.

Because of these properties of stratified flows, its modeling is very difficult and different numerical models and codes have big effect on the results. The aim of this study is, 3D hydrodynamic modeling of Istanbul Bosphorus and to find the effect of a trench which is at the bottom of the Bosphorus bed to the Bosphorus' hydrodynamic. Mike 3 code that solves k- ϵ turbulence model with finite difference method is used to solve hydrodynamic modeling of Istanbul Bosphorus. Hydrodynamic simulations were done at three stages. At first stage, stratified flow is modeled in a uniform rectangular channel after that a trench placed to the bottom which is perpendicular the flow direction and the effect of this channel on the flow pattern is researched. In the second section, the boundary conditions for the Istanbul Bosphorus model where the trench is applied at the bottom of the Bosphorus are composed. In the third section, the hydrodynamic pattern of the area where the tube tunnel will be placed is studied.

Keywords: Stratified flow, density current, Bosphorus, turbulence model, Mike 3, Tube tunnel, trench

1. ÇALIŞMANIN AMACI

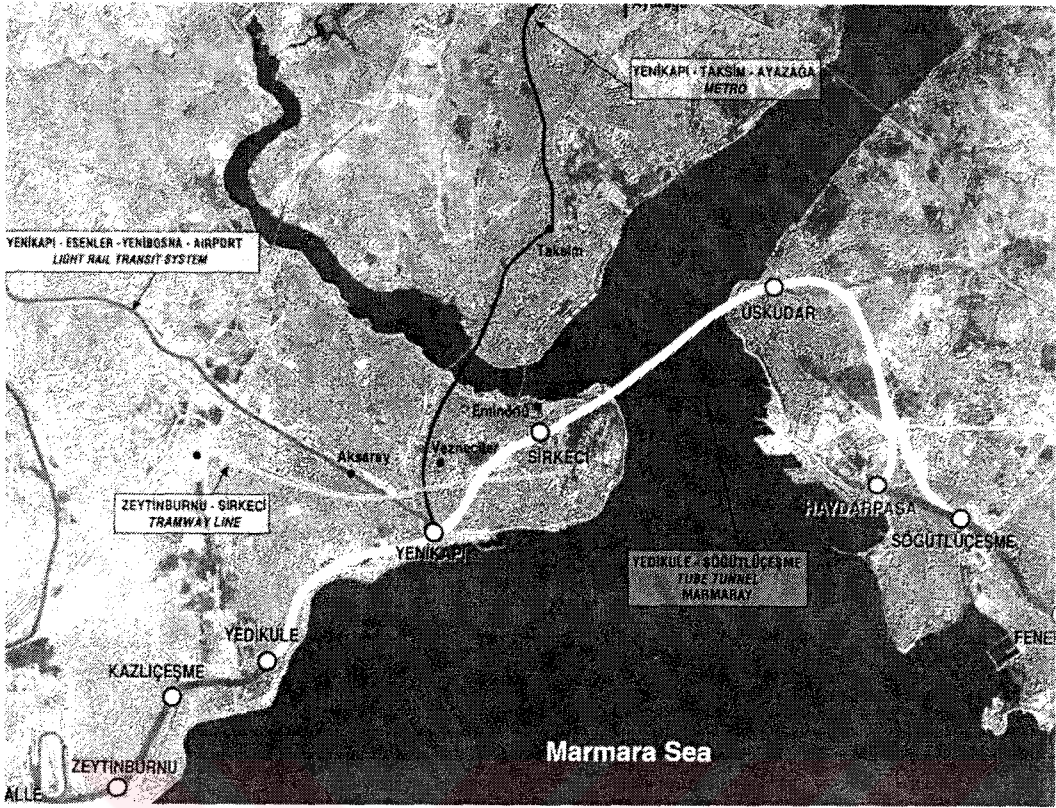
1.1 Giriş

İstanbul boğazında Anadolu ile Avrupa yakası arasında önümüzdeki 6 yıl içinde tamamlanacak olan tüp geçiş inşaa edilecektir (Şekil 1.1) İnşaatın uzuluğu 1.387 km olacaktır. Tüpler boğaz tabanında bir kanal içerisine yerleştirilecek ve üzeri tekrar toprakla ötrülecektir. Her bir tüp parçasının boyu maksimum 135 m, genişliği ise 15.3 m olacaktır. Tuzla limanında 11 adet tüp üretilecektir ve yerleştirileceği yere batırılmadan önce yüzdürülerek getirilecektir. (Şekil 1.2) Tüpler kanal içerisinde birleştirilecek ve toprak dolgu malzemesiyle üstleri tamamen örtülecek ve taban orjinal durumuna geri getirilecektir. İnşaatın tamamlanmasından sonra Boğaz tabanının akım üzerinde bir etkisi olmamasına karşın, tüpler yerleştirilmeden önceki kanalın Boğazın akıntı yapısı, sediment taşınımı ve ekolojisi üzerindeki etkileri inşaat sırasında bilinmelidir.

İlk çalışmalar tünelin hemen kuzeyindeki daralan kesitteki hidrolik özelliklerin araştırılması üzerine olmuştur Ancak tünel daralma bölgesinin güneyindeki eşiğin hemen güneyinde inşa edilecektir. Güney eşiği tünelin inşa edileceği bölgedeki hızlarda ve tabaka kalınlıkları üzerinde değişimlere neden olmaktadır.

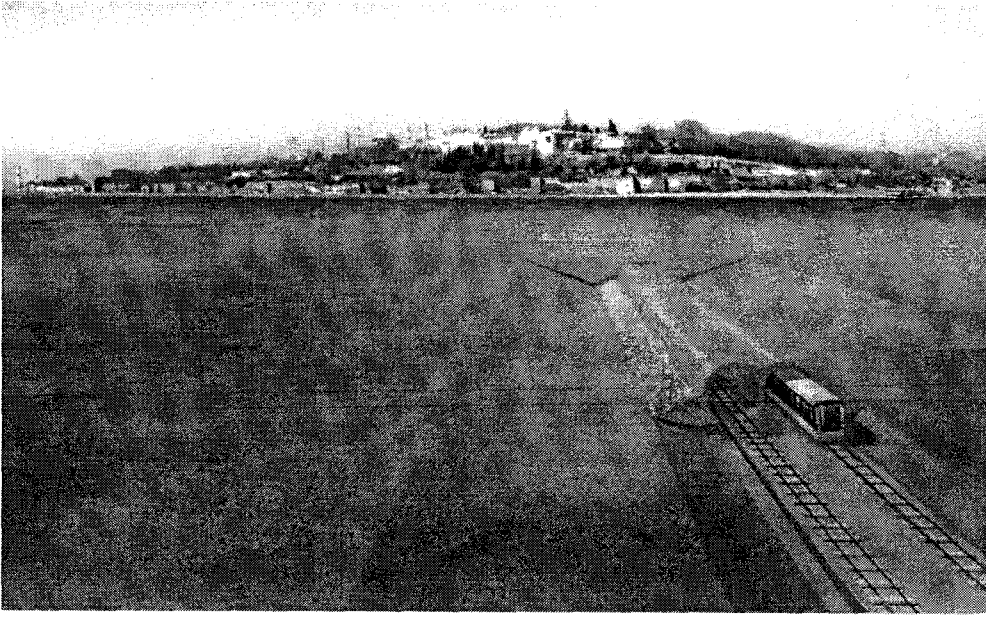
Tünel geçişinin bulunduğu bölgede özellikle Haliçten yıllık $16400 \text{ m}^3/\text{yıl}$ 'lık bir katı madde taşınımının meydana geldiği hesaplanmıştır. Yerel katı madde hareketi ve Marmara Denizinden gelen katı madde bir arada düşünüldüğünde ise tünel bölgesinde yıllık $44000 \text{ m}^3/\text{yıl}$ 'lık bir katı madde dedisi hesaplanmaktadır.

Tünel inşaaındaki kazıda 45600 m^3 lük katı maddenin suya karışacağı tahmin edilmektedir. Bunun yaklaşık %24'unun (14400 m^3) tekrar kanal tabanında birikeceği tahmin edilmektedir. Katı madde taşınımının 500 m'lik kanal ekseni boyunca yaklaşık 20 mm kalınlığında bir birikime neden olacağı belirtilmektedir (Yuksel vd.,2003).

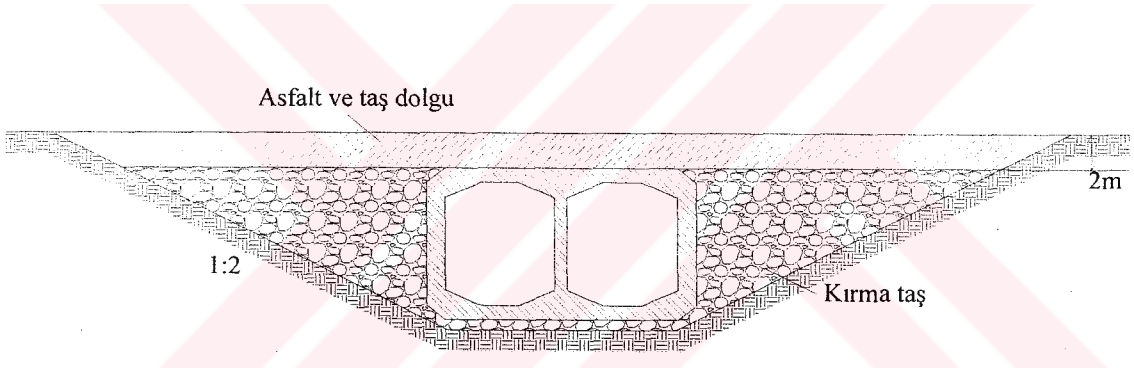


Şekil 1.1 Tüp geçiş eksenini (kaynak AVRASYA)

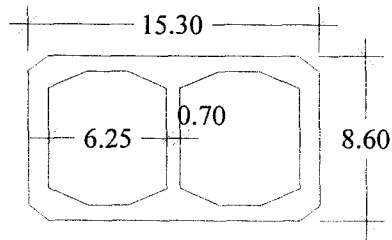
Bu çalışmada tüplerin yerleştirileceği kanalın Boğaz hidrodinamiğine etkisi ve kanal içindeki akım yapısı sayısal olarak incelenmiştir. Sayısal modellemeye MIKE 3 yazılımı kullanılmıştır. Modellenecek kanal trapez kesite sahiptir. Kanalın üst genişliği ortalama 100 m, taban genişliği 33m ve yüksekliği 10m alınmıştır. Model alanı uzunluğu 4500m olarak dikkate alınmıştır. Model ağı 33x33m'den oluşturulmuştur. Model alanındaki maksimum derinlik 48 m'dir ve bu derinlik tüp ekseninde bulunmaktadır.



Şekil 1.2 Tüp geçit (kaynak AVRASYA)



Şekil 1.3 Kanal enkesiti (kaynak AVRASYA)



Şekil 1.4 Tüp kesit ve ölçüleri

1.2 Yoğunluk Akımlarının Hidroliği (Sümer vd., 1981)

1.2.1 İki Tabakalı Akımlar

Şekil 1.5'te görüldüğü gibi yoğunluğu $\rho_2 > \rho_1$ olan bir sıvının yoğunluğu ρ_1 olan diğer bir sıvının altından aktığını düşünelim. Üstteki sıvının hareketsiz olduğu kabul edilmektedir. a ve b noktaları arasında alt ve üst tabakalar için Bernoulli denklemleri yazılırsa:

$$\text{alt tabaka} : \frac{P_a}{\rho_2} + gz_a + \frac{u_a^2}{2} = \frac{P_b}{\rho_2} + gz_b + \frac{u_b^2}{2} \quad (1.1a)$$

$$\text{üst tabaka} : \frac{P_a}{\rho_1} + gz_a = \frac{P_b}{\rho_1} + gz_b \quad (1.1b)$$

Bu iki denklemden :

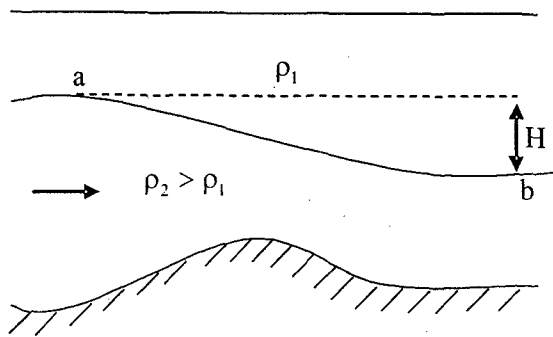
$$\frac{u_b^2 - u_a^2}{2} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2} g(z_a - z_b) \cong \frac{\Delta\rho}{\rho_2} gH = g'H \quad (1.2)$$

bulunur. Buna göre alt tabakadaki akım g yerçekimi ivmesi yerine $g' = \frac{\Delta\rho}{\rho_2} g$ alınmak şartıyla serbest yüzeyli bir akım gibi incelenebilir (Harleman, 1961).

Şekil 1.5 de görülen, yoğunluğu daha fazla olan bir sıvının yoğunluğu daha küçük bir sıvının altında hareket ettiği iki tabakalı akımlara “yoğunluk akımları ” denir. Serbest yüzeyli

akımlarda $Fr = \frac{u}{\sqrt{gh}}$ şeklinde tanımlanan Froude sayısının yerini yoğunluk akımlarında

$Fr' = \frac{u}{\sqrt{g'h}}$ şeklinde tanımlanan yoğunluk Froude sayısı alır.



Şekil 1.5 İki Tabakalı akım

1.2.2 Üniform Yoğunluk Akımları

Hareketsiz bir sıvının altında yeralan üniform bir yoğunluk akımını gözönüne alalım (Şekil 1.6). Tabandaki kayma gerilmesini τ_0 , iki tabakanın arayüzeyindeki kayma gerilmesini $\tau_i = \alpha \tau_0$ ile gösterelim. Alt tabakayı etkileyen ağırlık ve sürtünme kuvvetlerinin dengesinden:

$$\tau_0 + \tau_i = g' \rho_2 h_2 S \quad (1.3)$$

yazılabilir. Şekil 1.6 de gösterilen hız ve kayma gerilmesi profillerinde maksimum hızın görüldüğü noktanın alt tabakanın ekseninden uzaklığına z_m denirse:

$$\alpha = \frac{1 - 2z_m/h_2}{1 + 2z_m/h_2} \quad (1.4)$$

olduğu gösterilebilir. Öte yandan f_0 direnç katsayısını kullanarak:

$$\tau_0 = f_0 \rho_2 \frac{u^2}{8} \quad (1.5)$$

yazılırsa ve :

$$\tau_0 = g' \rho^2 \frac{h_2}{1 + \alpha} S \quad (1.6)$$

olduğu gözönünde tutulursa alt tabakadaki ortalama hız için :

$$\bar{u} = \sqrt{8g' h_2 S / (1 + \alpha) f_0} \quad (1.7)$$

ifadesi elde edilir.

Gözönüne alınan akım laminer ya da türbülanslı olabilir. Laminer akım hali Ippen ve Harleman (1961) tarafından incelenmiştir. Fr' yoğunluk Froude sayısına ve Re Reynolds sayısına bağlı olarak

$$J = \frac{Fr'^2}{Re.S} \quad (1.8)$$

boyutsuz sayısı tanımlanırsa hız dağılımının J sayısının değerine bağlı olarak :

$$\frac{u}{\bar{u}} = 1 + 2 \frac{z}{h_2} - \frac{1}{2J} \left[\left(\frac{z}{h_2} \right)^2 + \frac{1}{3} \frac{z}{h_2} - \frac{1}{12} \right] \quad (1.9)$$

şeklinde olacağı gösterilebilir. Arayüzeydeki u_i hızı için :

$$\frac{u_i}{u_{\max}} = \frac{12J-1}{12J^2+4J+1/3} \quad (1.10)$$

sonucu bulunur. Keulegan (1966) yoğunluğu ve viskozitesi birbirine yakın olan iki sıvı ile yaptığı deneylerde $u_i/u_{\max} = 0.59$ bulmuştur, bu $J = 0.64$, $\alpha = 0.64$ değerlerine karşı gelmektedir.

Bu değerlerle;

$$\bar{u} = 0.375 \text{Re}^{1/2} (g' h S)^{1/2} \quad (1.11)$$

sonucu bulunur. Bu ifade Reynolds sayısının 1000'den küçük değerlerinde geçerlidir. Bulunan sonucu serbest yüzeyli laminar akımdaki ile karşılaştırmak için bu akımda;

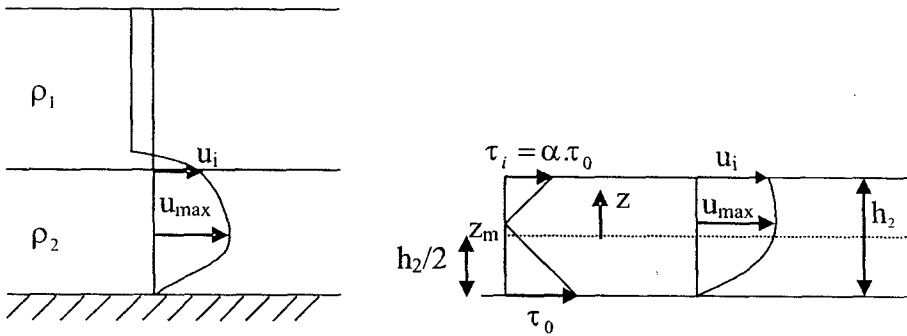
$$\bar{u} = \sqrt{8ghS/f} = \sqrt{8ghS/(16/\text{Re})} \quad (1.12)$$

olduğu hatırlanırsa bu ifadeden :

$$\bar{u} = 0.707 \text{Re}^{1/2} (ghS)^{1/2} \quad (1.13)$$

bulunur. Görüldüğü gibi yoğunluk akımında g yerine g' gelmekte ve katsayının değeri değişmektedir.

Akımın türbülanslı olması hali için yeterli bilgi mevcut değildir. Bazı deneylerin sonuçları maksimum hızın yaklaşık olarak $z_m = 0.2h_2$ de görüldüğünü göstermiştir, bu $\alpha = 0.43$ e karşı gelmektedir. Bu deneylerde akımın Reynolds sayısı $2.5 \cdot 10^4$ den küçüktür.

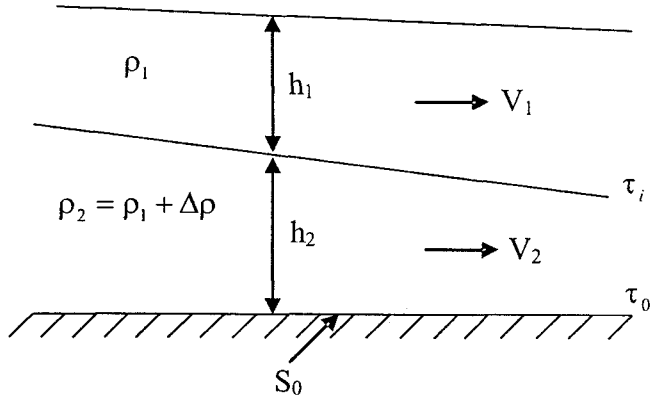


Şekil 1.6 İki tabakalı akımda yoğunluk, kayma gerilmesi ve hız dağılımları

1.2.3 Değişken Yoğunluk Akımı

Taban eğimi S_0 olan bir kanalda yoğunluğu ρ_1 ve $\rho_2 = \rho_1 + \Delta\rho$ olan iki sıvının tabakalı

akımını gözönüne alalım. Herhangi bir kesitte üst tabakadaki derinlik ve hız h_1, V_1 , alt tabakadaki derinlik ve hız h_2, V_2 olup bu değerler akım doğrultusunda değişmektedir (Şekil 1.7).



Şekil 1.7 Değişken yoğunluk akımı

İlk defa Schijf, Schönfeld (1953) tarafından incelenen bu problemde üst ve alt tabakalardaki akımların hareket denklemleri şu şekilde elde edilebilirler :

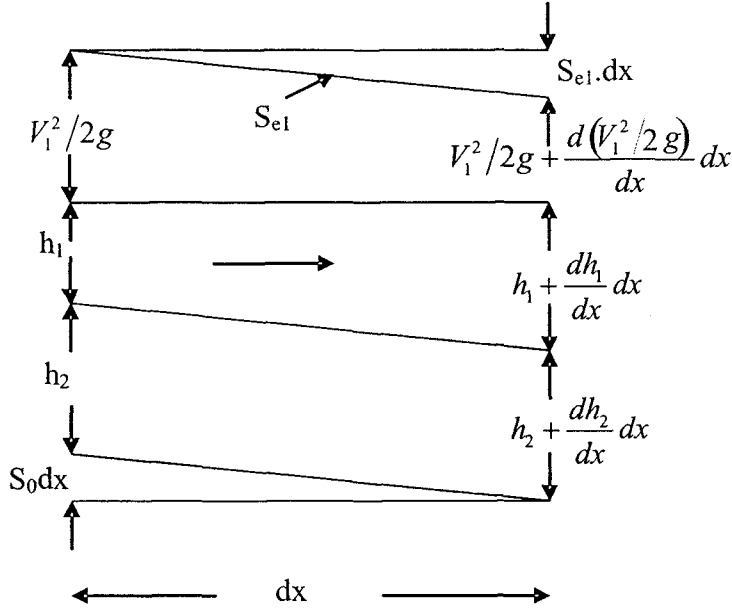
Üst tabaka için Şekil 1.8'ten;

$$S_0 \cdot dx = S_{e1} \cdot dx + \frac{d(V_1^2/2g)}{dx} \cdot dx + \frac{dh_1}{dx} \cdot dx + \frac{dh_2}{dx} \cdot dx \quad (1.14)$$

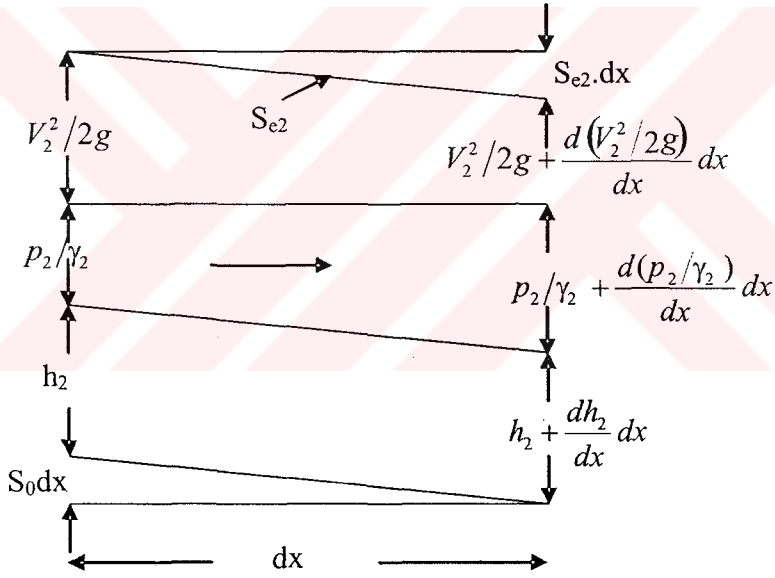
yazılabilir. Bu denklem düzenlenirse :

$$\frac{dh_1}{dx} + \frac{dh_2}{dx} + \frac{V_1}{g} \frac{dV_1}{dx} + S_{e1} - S_0 = 0 \quad (1.15)$$

elde edilir.



Şekil 1.8 Çift tabakalı akımda enerji çizgisi (üst tabaka için)



Şekil 1.9 Çift tabakalı akımda enerji çizgisi (alt tabaka için)

Alt tabaka için Şekil 1.9'ten;

$$S_0 \cdot dx = S_{e2} \cdot dx + \frac{d(V_2^2/2g)}{dx} \cdot dx + \frac{\rho_1}{\rho_2} \frac{dh_1}{dx} \cdot dx + \frac{dh_2}{dx} \cdot dx \quad (1.16)$$

yazılabilir. Bu ifadeyi yazarken alt tabakada basınç yüksekliğinin;

$$\frac{P_2}{\gamma_2} = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} h_1 = \frac{\rho_1}{\rho_2} h_1 \quad (1.17)$$

olduğu gözönüne alınmıştır. Yukarıdaki ifadeyi düzenleyerek;

$$\left(1 - \frac{\Delta\rho}{\rho_2}\right) \frac{dh_1}{dx} + \frac{dh_2}{dx} + \frac{V_2}{g} \frac{dV_2}{dx} + S_{e2} - S_0 = 0 \quad (1.18)$$

bulunur.

Hareket denklemlerindeki S_{e1} , S_{e2} enerji çizgisi eğimleri tabandaki τ_0 ve arayüzeydeki τ_i kayma gerilmeleri ile ilişkilidir :

$$S_{e1} = \frac{\tau_i}{\gamma_1 h_1} \quad (1.19)$$

$$S_{e2} = \frac{\tau_0 - \tau_i}{\gamma_2 h_2} \quad (1.20)$$

Üst ve alt tabaka için süreklilik denklemleri de şöyle yazılabilir:

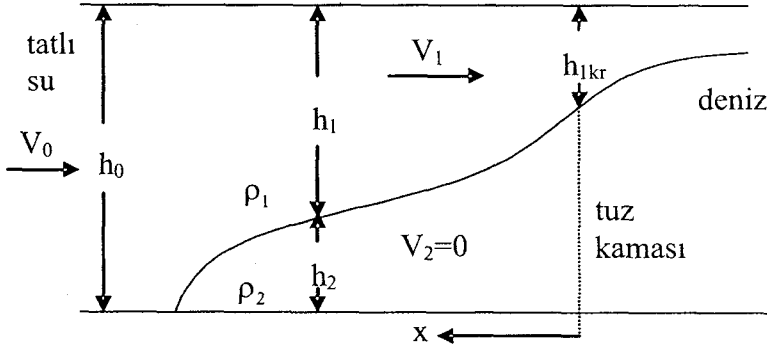
$$\text{Üst tabaka : } \frac{d(h_1 V_1)}{dx} = 0 \quad V_1 \frac{dh_1}{dx} + h_1 \frac{dV_1}{dx} = 0 \quad (1.21)$$

$$\text{Alt tabaka : } \frac{d(h_2 V_2)}{dx} = 0 \quad V_2 \frac{dh_2}{dx} + h_2 \frac{dV_2}{dx} = 0 \quad (1.22)$$

Bu denklemlerde akımın yer aldığı kanalın çok geniş olduğu kabul edilmiştir.

1.2.4 Haliçlerde Tabakalı Akımlar

Yukarıda elde edilen denklemleri bir haliçin girişindeki tuz kaması problemine uygulayalım. Tuzlu deniz suyu tatlı suyun altından bir tuz kaması şeklinde haliçin içine sokulmaktadır (Şekil 1.10).



Şekil 1.10 Haliç akımı

Üst ve alt tabaka için daha önce elde edilmiş olan hareket denklemlerinin farkı yazılırsa;

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_2} \frac{dh_1}{dx} + \frac{V_1}{g} \frac{dV_1}{dx} - \frac{V_2}{g} \frac{dV_2}{dx} + S_{e1} - S_{e2} = 0 \quad (1.23)$$

bulunur. Süreklilik denklemlerinden elde edilen;

$$\frac{dV_1}{dx} = -\frac{V_1}{h_1} \frac{dh_1}{dx} \quad (1.24)$$

$$\frac{dV_2}{dx} = -\frac{V_2}{h_2} \frac{dh_2}{dx} \quad (1.25)$$

ifadeleri yukarıdaki denkleme yerleştirilirse;

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_2} \frac{dh_1}{dx} - \frac{V_1^2}{gh_1} \frac{dh_1}{dx} + \frac{V_2^2}{gh_2} \frac{dh_2}{dx} + S_{e1} - S_{e2} = 0 \quad (1.26)$$

bulunur. $h_1 + h_2 = h_0$ olduğuna göre :

$$\frac{dh_2}{dx} = -\frac{dh_1}{dx} \quad (1.27)$$

ifadesi bu denklemde yerine konursa :

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_2} \frac{dh_1}{dx} - Fr_1^2 \frac{dh_1}{dx} - Fr_2^2 \frac{dh_1}{dx} + S_{e1} - S_{e2} = 0 \quad (1.28)$$

elde edilir. Bu ifade :

$$1 - Fr_1'^2 - Fr_2'^2 + \frac{S_{e1} - S_{e2}}{\frac{\Delta \rho}{\rho_2} \frac{dh_1}{dx}} = 0 \quad (1.29)$$

şeklinde yazılabilir.

Haliç girişinde oluşan kritik kesitte ($x = 0$ kesitinde) $\frac{dh_1}{dh_2}$ sonsuza gideceğinden;

$$Fr_1'^2 + Fr_2'^2 = 1 \quad (1.30)$$

şartı gerçekleşir, burası bir kontrol kesiti olur. Alt tabakanın hareketsiz olduğu düşünülürse ($V_2 = 0$);

$$Fr_1'^2 = 1 \quad (1.31)$$

bulunur. Enerji çizgisi eğimleri için;

$$S_{e1} = \frac{\tau_i}{\gamma_1 h_1} = \frac{\frac{\rho_1}{8} f_i V_1^2}{\gamma_1 h_1} \quad (1.32)$$

$$S_{e2} = \frac{-\tau_i}{\gamma_2 h_2} = \frac{-\frac{\rho_1}{8} f_i V_1^2}{\gamma_2 h_2} \quad (1.33)$$

İfadelerinden;

$$S_{e1} - S_{e2} \cong \frac{f_i V_1^2}{8g} \left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) \quad (1.34)$$

bulunur. Bu ifadenin hareket denkleminde yerine konmasıyla;

$$1 - Fr_1'^2 + \frac{f_i}{8} h_1 Fr_1'^2 \left(\frac{1}{h_1} + \frac{1}{h_2} \right) \frac{dx}{dh_1} = 0 \quad (1.35)$$

bulunur. Giriş kesitindeki densimetrik Froude sayısı;

$$Fr_0'^2 = \frac{V_0^2}{g' h_0} \quad (1.36)$$

olarak tanımlanıp;

$$Fr_1'^2 = Fr_0'^2 \left(\frac{h_0}{h_1}\right)^3 \quad (1.37)$$

olduğu gözönünde tutulur ve $h_2 = h_0 - h_1$ konursa denklem şu şekli alır;

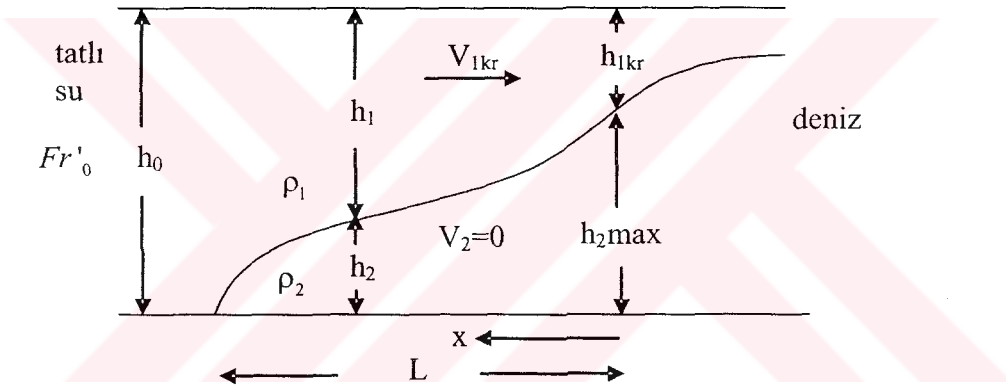
$$\frac{f_i}{8} \frac{dx}{dh_1} = \left[1 - \frac{1}{Fr_0'^2} \left(\frac{h_1}{h_0}\right)^3 \right] \left(1 - \frac{h_1}{h_0}\right) \quad (1.38)$$

Bu denklemin integrasyonu tuz kamasının profilini verir (Parthenaides, 1971);

$$\frac{f_i}{8} \frac{x}{h_0} = \frac{h_1}{h_0} \left[\frac{1}{5Fr_0'^2} \left(\frac{h_1}{h_0}\right)^4 - \frac{1}{4Fr_0'^2} \left(\frac{h_1}{h_0}\right)^3 - \frac{1}{2} \frac{h_1}{h_0} + 1 \right] + 3Fr_0'^{2/3} \left[\frac{1}{10} Fr_0'^{2/3} - \frac{1}{4} \right] \quad (1.39)$$

Tuz kamasının uzunluğu yukarıdaki ifadede $h_1 = h_0$ koyarak bulunur (Şekil 1.11)

$$L = \frac{2h_0}{f_i} \left[\frac{1}{5Fr_0'^2} - 2 + 3Fr_0'^{2/3} - \frac{6}{5} Fr_0'^{4/3} \right] \quad (1.40)$$



Şekil 1.11 Tuz kaması

Yukarıdaki ifade tuz kaması için;

$$\frac{h_2}{h_{2max}} = f\left(\frac{x}{L}, Fr_0'\right) \quad (1.41)$$

yazılabileceğini göstermektedir. Deney sonuçlarına göre Fr_0' ın etkisi önemsizdir. h_{2max} için

ise $h_{2max} = h_0 - h_{1kr}$, $Fr_{1kr}'^2 = 1$, $h_0 \cdot V_0 = h_{1kr} \cdot V_{1kr}$ olduğuna göre;

$$h_{2max} = h_0 [1 - Fr_0'^{2/3}] \quad (1.42)$$

bulunur.

Laboratuvar deneylerinde tuz kamasının uzunluğu için;

$$L = A h_0 (Re_0)^m (Fr'_0)^{-5/2} \quad (1.43)$$

bulunmuştur. Burada;

$$Re'_0 = \frac{\sqrt{g' h_0} h_0}{\nu} \quad (1.44)$$

Doğada ise :

$$L = 1.06 h_0 (Re'_0)^{1/4} (Fr'_0)^{-5/2} \quad (1.45)$$

sonucu elde edilmiştir. Bu ifadeden arayüzeydeki direnç katsayısı için;

$$f_i = (Re'_0)^{-1/4} \cdot f(Fr'_0) \quad (1.46)$$

sonucu bulunur, bu değer cilalı tabanlardaki direnç katsayısının 1 / 4 ü kadardır.

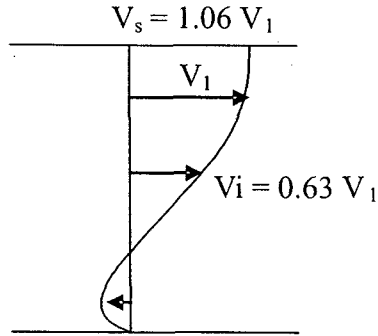
Keulegan haliç akımlarında yaptığı deneylerde Şekil 1.12 de gösterilen hız dağılımını elde etmiştir. Arayüzeydeki direnç katsayısı için laminar akımda;

$$f_i = 140 \left(\frac{V_0 h_0}{\nu} \right)^{-1} \quad (1.47)$$

türbülanslı akımda;

$$f_0 = 0.25 \left(\frac{V_0 h_0}{\nu} \right)^{-1/4} \quad (1.48)$$

ifadeleri bulunmuştur (Keulegan, 1966).

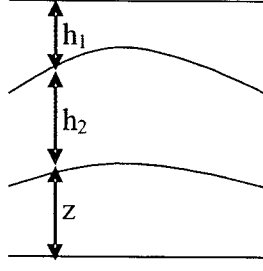


Şekil 1.12 Haliç akımlarında hız dağılımı

1.2.5 İki Tabakalı Akımlarda Kontrol Kesiti

Haliçteki akımlarda haliç girişinde oluşan kritik kesitte denklem (1.30) daki şartın

gerçekleştirdiği gösterilmişti. Aynı şartın daha genel olarak iki tabakalı akımın toplam derinliğinin minimum olduğu kesitte de sağlanacağı gösterilebilir.



Şekil 1.13 İki tabakalı akım

Şekil 1.13'te gösterilen iki tabakalı akımda daha önceden elde edilmiş olan;

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_2} \frac{dh_1}{dx} + \frac{V_1}{g} \frac{dV_1}{dx} - \frac{V_2}{g} \frac{dV_2}{dx} + S_{e1} - S_{e2} = 0 \quad (1.49)$$

denklemini ve üst tabaka için yazılabilen;

$$S_{e1} + \frac{d(V_1^2/2g)}{dx} + \frac{dz}{dx} + \frac{dh_1}{dx} + \frac{dh_2}{dx} = 0 \quad (1.50)$$

denklemini gözönüne alalım. Bu iki denklemden;

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_2} \frac{dh_1}{dx} - \frac{V_1^2}{gh_1} \frac{dh_1}{dx} + \frac{V_2^2}{gh_2} (-S_{e1} - \frac{d(V_1^2/2g)}{dx} - \frac{dz}{dx} - \frac{dh_1}{dx}) + S_{e1} - S_{e2} = 0 \quad (1.51)$$

yazılabilir. Yük kayıplarını ve hız yüksekliğinin değişimini küçük bir bölgede ihmal ederek;

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_2} \frac{dh_1}{dx} - \frac{V_1^2}{gh_1} \frac{dh_1}{dx} - \frac{V_2^2}{gh_2} \frac{dz}{dx} - \frac{V_2^2}{gh_2} \frac{dh_1}{dx} = 0 \quad (1.52)$$

bulunur. Toplam derinliğin minimum olduğu kesitte ($dz/dx = 0$);

$$\frac{\Delta \rho}{\rho_2} \frac{dh_1}{dx} - \frac{V_1^2}{gh_1} \frac{dh_1}{dx} - \frac{V_2^2}{gh_2} \frac{dh_1}{dx} = 0 \quad (1.53)$$

veya :

$$Fr_1'^2 + Fr_2'^2 = 1 \quad (1.54)$$

bulunur.

Kanalın kesit genişliği de değişken ise yukarıdaki şart gerek derinliğin, gerekse genişliğin minimum olduğu kontrol kesitinde gerçekleşir. Haliçlerin girişinde bu şartların var olduğu bir eşik bulunur.

Kritik kesitte gerçekleştiği yukarıda gösterilen şart, yoğunlukları farklı iki akışkanın arayüzeyindeki uzun dalga boylu dalgaların yayılma hızının ifadesi olan;

$$C = \frac{V_1 h_2 + h_2 V_1}{h_1 + h_2} \pm \sqrt{g' \frac{h_1 h_2}{h_1 + h_2} - \frac{(V_2 - V_1)^2 h_1 h_2}{(h_1 + h_2)^2}} \quad (1.55)$$

denkleminde elde edilebilir. Kritik kesitte $C = 0$ şartından yine;

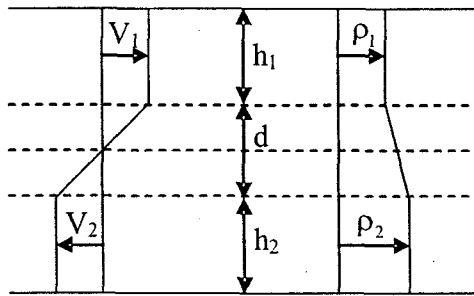
$$Fr_1'^2 + Fr_2'^2 = 1 \quad (1.56)$$

sonucuna varılır.

1.2.6 Arayüzeyin Karakteristikleri

İki tabakalı akımda üst ve alt tabakaları ayıran arayüzey gerçekte tuzluluğun ve hızın ani olarak değiştiği iyi tanımlanmış bir yüzey değildir. Gerçekte gerek tuzluluk, gerekse hız iki tabaka arasında yavaş bir şekilde değişmektedir. Bu durum İstanbul Boğazı'nda ölçülmüş olan tuzluluk profillerinde açık bir şekilde görülmektedir (Bölüm 2).

Buna göre iki tabaka arasında bir arayüzey değil bir aratabaka bulunduğunu kabul etmek gerekir (Abrams, 1979). Şekil 1.14 da ara tabakalı model için hız ve tuzluluk profilleri gösterilmiştir.



Şekil 1.14 Arayüzey

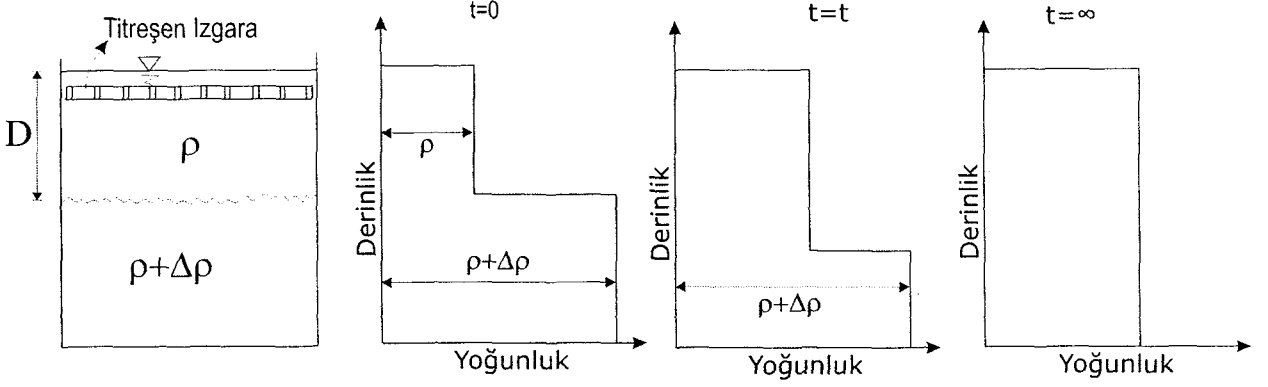
Ara tabakadaki dalgaların stabilitesi düşüncesinden hareket ederek Abrams (1979) ara tabakanın kalınlığının toplam akım derinliğinin 1 / 4 ü kadar olması gerektiğini göstermiştir. Böyle bir ara tabakanın varlığı iç dalgaların kararsızlığından doğan karışıma engel olduğu gibi türbülans dolayısıyla meydana gelen karışımın da şiddetini azaltmaktadır.

1.3 Yoğunluk Arayüzeylerinde Karışım Ve İstanbul Boğazına Uygulaması (Sümer vd. 1981)

1.3.1 Olayın Fiziği

Yoğunlukları farklı üst üste bulunan iki akışkan, kütlelerinin arayüzeyi, yoğunluk arayüzeyi olarak adlandırılır. Yoğunluk arayüzeyinde meydana gelen karışım ve bunun sonucunda yoğunluk yüzeyinin bir tarafından diğer tarafına momentum, ısı, tuzluluk transferi, oşinografi, meteoroloji ve birçok mühendislik dallarının ilgi duyduğu son derece önemli bir konudur. Konu ile ilgili pratikte rastlanan birkaç örnek bu çalışmanın 2. bölümünde ayrıntılı olarak verilmektedir.

Olayın fiziğini aşağıda özetlenen bir deneyle anlatmaya çalışalım. Bir kabı yoğunlukları, ρ ve $\rho + \Delta\rho$ olan iki akışkanla dolduralım (örneğin üst tabakadaki ρ yoğunluklu akışkan tatlı su ve alttaki $\rho + \Delta\rho$ yoğunluklu akışkan da tuzlu su olabilir; bkz. Şekil 1.15) Üstteki akışkan içerisine düşey doğrultuda titreşen, dolayısıyla üstteki tabakada suni olarak türbülans yaratan bir ızgara yerleştirelim. Başlangıç anında ($t = 0$) iki tabaka arasında çok keskin bir yoğunluk arayüzeyi mevcuttur. Zaman ilerledikçe ($t = t$), a) bu arayüzeyin aynı keskinlikte kaldığını, b) üst tabakanın yoğunluğunun sürekli bir şekilde arttığını buna mukabil alt tabakanın yoğunluğunda bir değişme olmadığını ve c) arayüzeyin ızgaradan gittikçe uzaklaştığını göreceğiz (bu proses, bütün, derinlik boyunca yoğunluk aynı oluncaya kadar devam edecektir). Yapılan bu deneyden hemen şu önemli sonuçlara varmak mümkündür: a) Izgaranın titreşimi sayesinde çok iyi karışmış bir tabaka oluşturulmuştur (çok iyi karışmış üst tabaka); b) Yoğunluk arayüzeyi daima keskin kalmış ve türbülans üreticisinden gittikçe uzaklaşmıştır. Ayrıca türbülanslı tabakanın yoğunluğu daima artmıştır. O halde bu son iki özellik, durgun tabakadan türbülanslı tabakaya, proses boyunca sürekli bir akışkan girişi olduğunu göstermektedir. Gerçekten de proses sırasında herhangi bir anda arayüzey yakından ve çok dikkatli olarak incelendiğinde, arayüzey boyunca, durgun tabakadan sökülerek, koparılan küçük akışkan parçacıklarının türbülanslı tabaka içerisine girdiği görülmektedir (Şekil 1.16); c) Durgun tabakanın yoğunluğu hiç değişmediğine göre, türbülanslı tabakadan durgun tabakaya herhangi bir giriş yoktur; d) Yukarıdaki son iki şık bizi şu sonuca götürür; yoğunluk arayüzeyinde, ancak tek yönlü bir karışımdan bahsedilebilmektedir.

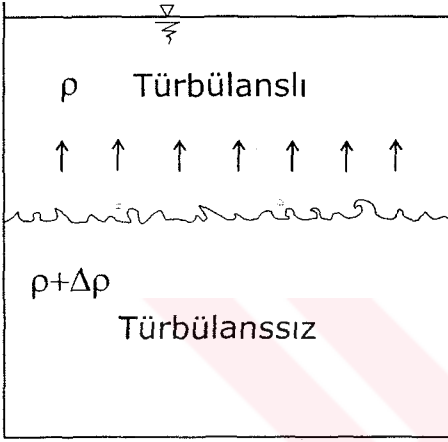


Şekil 1.15 Arayüzey hidrodinamiği

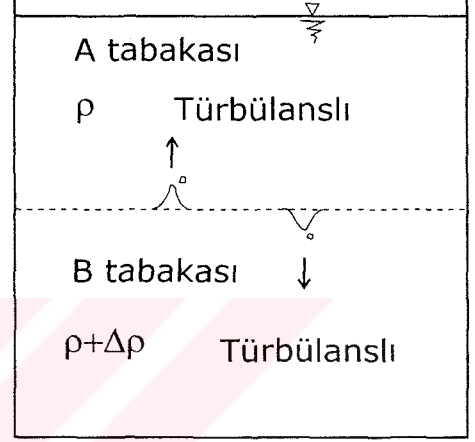
“Her iki tabakada türbülans olması halinde ne olur?” Sorusuna yukarıda anlatılan deneyden su cevap verilebilmektedir. Her iki tabakada birden türbülans yaratıldığı takdirde, esas itibarı ile arayüzeyde yer alan girişim (karışım) olayı karakter olarak değişmez; arayüzey boyunca meydana gelen akışkan girişimi, arayüzeyin diğer tarafındaki tabaka ister türbülanslı olsun, ister durgun olsun fark etmez. Bu hususu Şekil 1.17'e bakılarak biraz daha açıklığa kavuşturulalım. Şekilde, B tabakasından, arayüzey boyunca A tabakasındaki türbülans nedeniyle taşınan akışkan parçacıkları A tabakasına; A tabakasından yine arayüzey boyunca B tabakasındaki türbülans yardımıyla taşınan akışkan parçacıkları B tabakasına taşınmaktadırlar. Buna göre, arayüzey boyunca akışkan parçacıklarının örneğin B tabakasından taşınarak A tabakasına girişi, B tabakasından türbülans ister bulunsun ister bulunmasın fark etmemektedir. Bunun nedenini iki adımda açıklayacağız: a) Arayüzeyin B tarafında bulunan türbülans dolayısıyla ara yüzeye doğru gelen akışkan parçalarının, ara yüzeyi delerek A tabakasının içerisine girmesini, buradaki yoğunluk gradyanının çok büyük olmasını önlemektedir, (Turner , 1968, s.653 ; 1973, s.292); b) Şu durum da düşünülmektedir: A tabakasına girişte B tabakasındaki mevcut türbülansın dolaylı bir etkisi olabilir mi? Şöyle ki, acaba aynı anda ara yüzeyin aynı bir kısmı hem A ve hem de B tabakasındaki türbülansın taşınım etkisi altında kalabilir mi? Eğer böyle ise o mevkide, örneğin A tabakasına giriş, B tabakasındaki türbülans dolayısıyla önlenmiş olacaktır; yani B tabakasındaki türbülans indirekt yoldan A tabakasına girişi etkilemiş olacaktır. Turner 'in (1968, s.653; 1973, s.292) ilgili gözlemleri ara yüzeyin aynı bir kısmının, aynı anda her iki tabakadaki türbülansın taşınım tesiri altında kalma şansının, son derece küçük olduğunu göstermiştir (Dolayısıyla ara yüzeyin her bir tarafı birbirinden istatistiksel olarak bağımsız düşünülebilir). O halde yukarıda sözü edilen böyle bir dolaylı etki de söz konusu olamaz.

Bu açıklamalardan sonra, bu bölümün başında anlatılan deney, her iki tabakada da düşey

doğrultuda titreşen ızgaralar olması (yani her iki tabakada da türbülans yaratılması) halinde tekrarlanacak olursa, şu özellikler gözleneceği belirtilmektedir. Eğer her iki tabakada yaratılan türbülansın şiddeti aynı ise, yoğunluk arayüzeyin olduğu yerde kalacağı; ayrıca, daima yine keskin her ara yüzey gözleneceği belirtilmektedir. Diğer taraftan eğer her iki tabakada yaratılan türbülans arayüzeye göre simetrik değil ise, daha fazla türbülans olan tabakaya giriş daha fazla olacak ve dolayısıyla yoğunluk ara yüzeyi, türbülansın daha fazla olduğu bölgeden uzaklaşacaktır. Bu uzaklaşma, her iki tabakada giriş birbirine eşit oluncaya kadar devam edecektir.



Şekil 1.16 Türbülansın arakesit yüzeyine etkisi

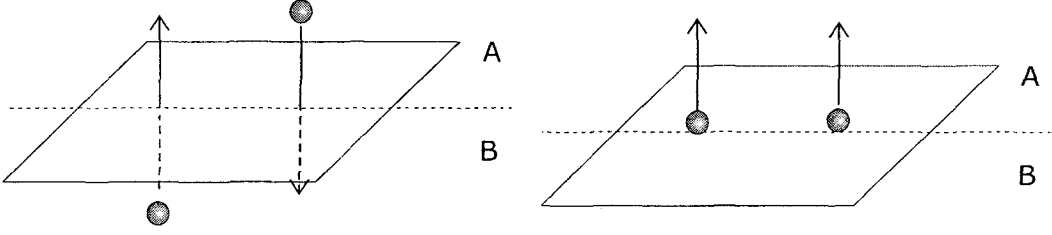


Şekil 1.17

Yoğunluk ara yüzeyindeki karışım olayı bir difüzyon olayı mıdır? Bilindiği gibi homojen bir akışkanın türbülanslı akımında, türbülansın neden olduğu bir difüzyon mekanizması mevcuttur. Buna türbülans difüzyonu denir (örneğin böyle bir ortama bırakılan boya kısa zamanda yayılır). Türbülanslı akımlarda momentumun, ısının, maddenin,... yayılması, türbülans difüzyonu sayesinde mümkün olmaktadır. Türbülans difüzyonu, doğurduğu sonuçlar açısından, tamamen moleküler difüzyona benzetilebilir; ancak etkinliği moleküler difüzyonun yanında oldukça büyüktür. Türbülans difüzyonunu doğuran tek faktör, her akışkan parçasının yaptığı rastgele harekettir (Sümer, 1980; Monin ve Yaglom, 1971) .

Türbülansın yaratılmış olduğu, homojen bir akışkan içerisinde örneğin yatay doğrultuda alınmış bir yüzey düşünelim (Şekil 1.18). Türbülans difüzyonu prosesinde, a) bu yüzeyden, birim zamanda, yüzeyin A tarafından B tarafına ne miktarda akışkan parçası geçiyor ise, B tarafından da A tarafına aynı miktarda akışkan tanesi geçer; b) yüzeyin A tarafına geçen akışkan parçası, yüzeyin B tarafında kalınlığı l olan bir bölge içerisinde gelirler; benzer şekilde yüzeyin B tarafına geçen akışkan parçası da yüzeyin A tarafında kalınlığı l olan bir

bölge içerisinde gelirler (burada $l \cong$ türbülansın o konumdaki uzunluk ölçeğidir); ve c) A tarafına geçen akışkan parçacıklarının sadece A tarafındaki türbülans sayesinde A tarafına geçtiği söylenemez; benzer şekilde B tarafına geçen akışkan parçacıklarının da sadece B tarafındaki türbülans sayesinde B tarafına geçtiği söylenememektedir.



Şekil 1.18 Türbülans Difüzyonu projesi ve Yoğunluk arayüzeyinde giriş projesi

Daha önceki bölümlerde fiziği açıklanmaya çalışılan yoğunluk ara yüzeyindeki karışım (giriş) olayının, bir difüzyon olayı olmadığı açıklanırsa, iki alternatif vardır: a) Tek tabakada türbülans var ve b) her iki tabakada da türbülans var.

a) Tek tabakada türbülans var ise, bu durumda, 1) yoğunluk ara yüzeyinde tek yönlü bir karışım vardır (Şekil 1.18); ancak türbülans difüzyonu işleminde iki yönlü bir karışım olmalıdır, 2) yüzeyin A tarafına giren akışkan parçacıkları hemen yüzeyden taşınmakta, fakat yüzeyin B tarafında yer alan l kalınlığındaki bir bölgeden gelmemektedirler ve 3) A tarafına geçen akışkan parçacıkları sadece A tarafındaki türbülans sayesinde A tarafına çekilmektedirler; ancak türbülans difüzyonu işleminde böyle bir şey söz konusu değildir. O halde yukarıda sayılan sebeplerden dolayı tek tabakada türbülans olması halinde yoğunluk arayüzeyinde meydana gelen karışım olayı, bir difüzyon olayı olarak düşünülemez.

b) İki tabakada da türbülans var ise ve en ekstrem halde ara yüzeyin her iki tarafında türbülans aynı özelliklere sahipse bu durumda şunlar söylenebilir: 1) Ara yüzeyde iki yönlü bir karışım vardır ve ayrıca, türbülans ara yüzeye göre simetrik olduğu için, bir taraftan diğer tarafa geçen, akışkan miktarları aynıdır. Olay bu açıdan türbülans difüzyonunu andırmaktadır. Ancak 2) yüzeyin A tarafına geçen akışkan parçaları hemen yüzeyden taşınmakta, buna mukabil diğer taraftaki l kalınlığındaki bölgeden gelmemektedirler ve 3) A tarafına geçen parçacıklar sadece A tarafındaki türbülans sayesinde A tarafına çekilmektedir; halbuki türbülans difüzyonu işleminde böyle bir şey söz konusu olamamaktadır. O halde iki tabakada türbülans olsa dahi, yoğunluk ara yüzeyinde meydana gelen karışım olayı, yine bir difüzyon olayı olarak düşünülememektedir.

Bu bölümde, yoğunluk ara yüzeylerinde meydana gelen ve esas itibarı ile bir difüzyon olayından farklı olan karışım olayının fiziği anlatılmaya çalışılmıştır. Böyle bir karışım olayı yukarıda da açıklanmaya çalışıldığı gibi, ara yüzeyin iki tarafında bulunan tabakalardan birinde ya da her ikisinde türbülansın olması halinde mümkündür. Dolayısıyla pratikte karşılaşılan hallerde türbülansın nasıl yaratıldığı ve mekanizmasının anlaşılması son derece önemlidir.

1.3.2 Türbülansın Oluşması

Bu bölümde, tabakalı akımlar halinde akım içerisindeki mevcut türbülansın nasıl yaratıldığı, pratikten verilen örneklerle anlatılacaktır.

Önce homojen bir akışkanın, bir boru ya da kanal içerisindeki akımında türbülansın nasıl yaratıldığından bahsedelim. Bu halde türbülansın çok büyük bir kısmı, cidar yakınlarında yaratılır. Bilindiği gibi, birim akışkan hacmi başına birim zamanda üretilen türbülans enerjisi, örneğin Şekil 1.19.a'daki hal için, $\tau \partial u / \partial y$ 'dir. Burada τ =kayma gerilmesi, u =akım hızı ve y =akıma dik doğrultudaki eksendir. Dolayısıyla türbülansın çok büyük kısmının cidar civarında üretileceğini zaten beklemek gerekir; zira bu bölgede hem τ , hem de $\partial u / \partial y$ en büyük değerlerine ulaşmaktadırlar. Cidar yakınlarında yaratılan türbülans kesit içerisine yayılır ve kanal içerisindeki akışkan, cidarda doğal olarak yaratılan türbülans sayesinde, şekilde şematik olarak gösterildiği gibi, iyi karışmış bir ortam meydana getirir. İşte bu halde, türbülansın akımın dışında mevcut bir tesir ile yaratıldığını (örneğin, Şekil 1.19a da bu tesir cidar tesiridir) vurgulamak için, türbülans dıştan etken ile yaratılmıştır denmektedir.

Şimdi de, türbülansı dıştan yaratacak sınırlara, oldukça uzakta bulunan, bir yoğunluk arayüzeyi düşünelim; bu arayüzeyin bir tarafı ile diğer tarafı arasında bir kayma teşekkül etmiş olsun, yani üstteki tabaka ile alttaki tabaka arasında bir hız farkı bulunsun (Şekil 1.19b). Bu halde ise, türbülans, yoğunluk arayüzeyi civarında yaratılır; zira bu bölgede $\partial u / \partial y$ hız değişimi ve τ kayma gerilmesi en büyük değerlerini almaktadır. Bu durumda türbülans, içten yaratılmıştır denir.

Yukarıda açıklanan özellikler, aşağıda verilen bazı örneklerle daha iyi anlaşılacaktır.

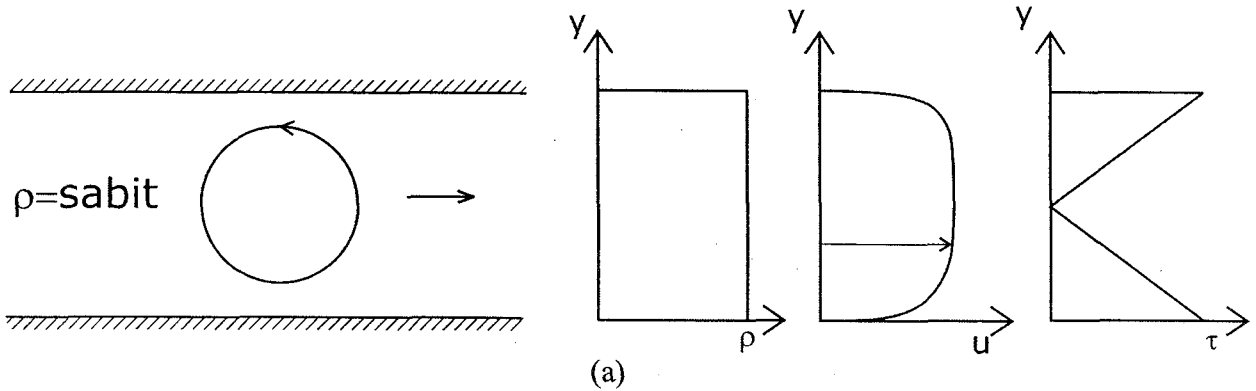
Denizlerde yüzey tabakalarının akımı. Denizlerde mutedil hava şartlarında su yüzeyinden itibaren 20-30 m lik, derinlik boyunca yoğunluk sürekli ve stabil bir dağılım gösterir. Böyle bir bölgede rüzgâr esmeye başlayınca (Şekil 1.20.a), a) rüzgârın bu üst tabaka içerisinde oluşturduğu kayma akımı sayesinde ve ayrıca b) su yüzünde meydana gelen dalgaların kırılması neticesinde, söz konusu üst tabaka içerisinde türbülans yaratılmış olur (Kato&

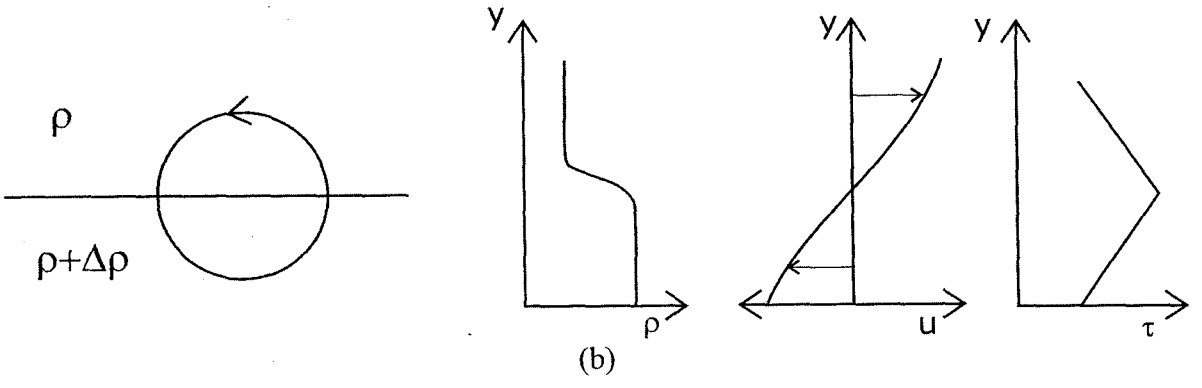
kırılması neticesinde, söz konusu üst tabaka içerisinde türbülans yaratılmış olur (Kato& Phillips, 1969) (dıştan yaratılan türbülans).

Denizlerde bulanıklılık akımları ve barajlarda yoğunluk akımları. Bu tip akımlar, daha az yoğun bir akışkanın altında, hemen hemen yatay bir cidar boyunca çok yoğun bir akışkanın daha derindeki stabil akımlarıdır. Yoğunluk arayüzeyi boyunca karışım ve kayma gerilmesi kâfi derecede küçüktür (Şekil 1.16b). Dolayısıyla, alt tabaka pratik olarak iyi karışmış bir ortam olarak düşünülebilir; bu karışım ise sadece cidarda yaratılan türbülansla sağlanmaktadır (Turner, 1968, s.117) (dıştan yaratılan türbülans).

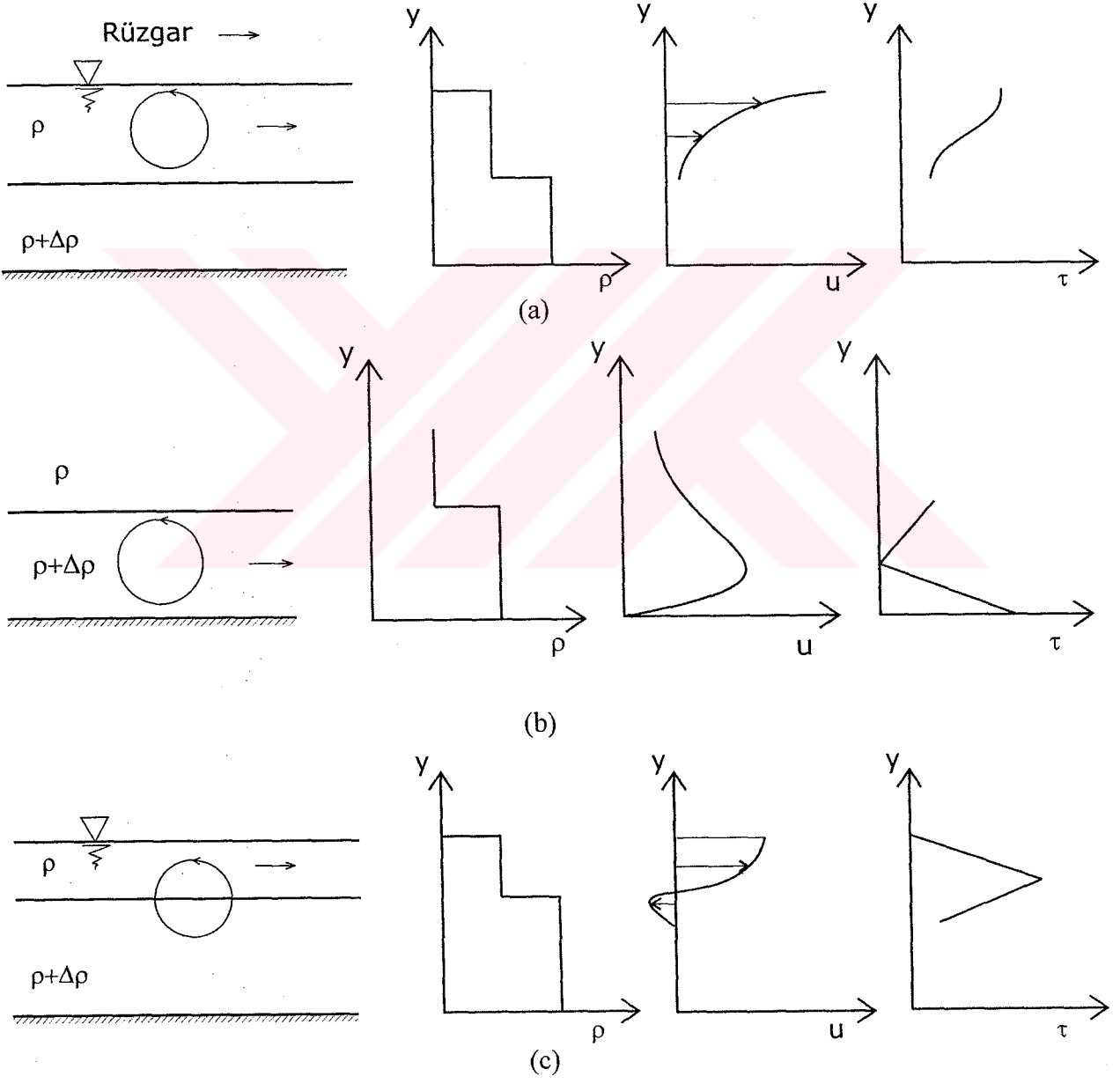
Tabakalaşmanın çok fazla olduğu haliçlerde akımlar (Fiyord akımları). Bu tip akımlarda çok keskin iki tabaka mevcuttur. Su üstteki tabakada denize doğru akmaktadır. Çok derin olan alttaki tabakada ise, ara yüzey civarında üstteki akımın yönüne ters yönde bir akım mevcuttur. Şekil 1.20c den de görüldüğü gibi yoğunluk arayüzeyi yakınlarında $\partial u / \partial y$ hız değişimi ve τ kayma gerilmesi en büyük değerlerine ulaşmaktadır; bu ise, bize türbülansın yoğunluk ara yüzeyi yakınlarında yaratılacağını göstermektedir (içten yaratılan türbülans).

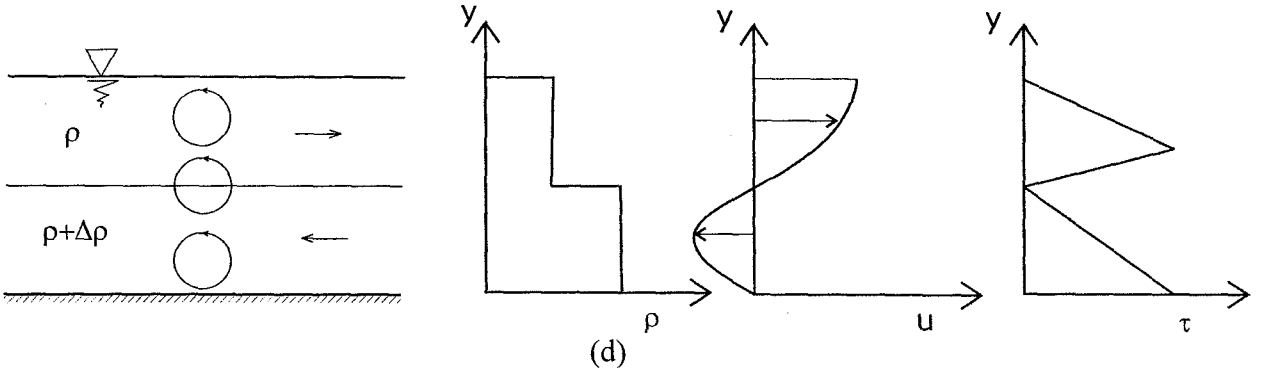
Boğaz akımlarında da iki tabaka mevcuttur. Su, üstteki tabakada, az tuzlu denizden çok tuzlu denize; alttaki tabakada ise çok tuzlu denizden az tuzlu denize akmaktadır. Şekil 1.20d de, bu husus şematik olarak gösterilmiştir. Üst tabakada, türbülansın, $\partial u / \partial y$ hız değişiminin ve τ kayma gerilmesinin en büyük değerlerini aldığı (Şekil 1.20d) ara yüzey civarında yaratılacağını ve bütün üst tabaka derinliği boyunca yayılacağını beklemek gerekir (içten yaratılmış türbülans). Alt tabakada ise türbülansın, a) tıpkı üst tabakadaki gibi içten yaratılacağını ve ayrıca b) cidarda da yaratılacağını ve bu iki bölgede yaratılan türbülansın bütün alt tabaka derinliği boyunca yayılacağını beklemek gerekir (hem içten, hem dıştan yaratılmış türbülans).





Şekil 1.19 a) Cidar Etkisi b) Ara yüzey Etkisi





Şekil 1.20; a) Rüzgar etkisi, b) Askı malzemesi etkisi, c) Haliç akımı, d) Boğaz akımı

1.3.3 Olayın Formülasyonu

Yoğunlukları farklı üst üste bulunan iki akışkan tabakasının mevcudiyeti bu iki tabaka arasında bulunan ve yoğunluk arayüzeyi olarak isimlendirilen ara yüzeyde, fiziği daha önce anlatılan bir karışım olayının doğmasına sebep olacaktır. Bu bölümde bu karışım olayının formülasyonu yapılacaktır. Yapılacak bu formülasyondan amaç, karışım sayesinde bir tabakadan diğer tabaka içerisine giren akışkan miktarını bulmaktır. Birim zamanda, yoğunluk ara yüzeyinin birim alanından geçerek bir tabakadan diğer tabaka içerisine giren akışkan hacmi, "giriş hızı" olarak isimlendirilir.

Olayın fiziği göz önüne alınırsa, giriş hızının, a) türbülansın ara yüzey civarındaki karakteristiklerinin, b) iki tabaka arasındaki $\Delta\rho$ yoğunluk farkının, c) tabakalardan birisinin ρ yoğunluğunun ve d) g yerçekimi ivmesinin fonksiyonu olacağını söylemek mümkündür. Esasında türbülans, iki esas büyüklükle karakterize edilebilir: a) Hız ölçeği ve b) Uzunluk ölçeği. Hız ölçeği, türbülansın şiddetini temsil eden bir büyüklüktür ve örneğin, u hız bileşeni

için bu hız bileşeninin standard sapması olarak tarif edilir; $\sigma u = \left\{ \overline{(u - \bar{u})^2} \right\}^{1/2}$. Diğer taraftan, uzunluk ölçeği, l , öyle bir ortalama uzunluktur ki, bir akışkan parçacığı, bu uzunluğun henüz başında iken sahip olduğu kişiliğini bu uzunluk boyunca aynen korumaktadır. Uzunluk ölçeği aynı zamanda, şu şekilde de yorumlanabilir. Bilindiği gibi, türbülans hareketi, çeşitli büyüklükte türbülans çevrilerinin ("eddy" lerin) hareketi olarak düşünülebilir. Bu çevrilerden belli bir büyüklükte olanlarının, türbülans enerjisine en büyük katkıyı yaptığı gösterilebilir (Tennekes & Lumley, 1972). İşte yukarıda sözü edilen uzunluk ölçeği, l , bu tip çevrilerin karakteristik boyudur.

Yoğunluk arayüzeyindeki karışım olayının, moleküler difüzyonunun da bir fonksiyonu

olacağı akla gelebilir. Moleküler difüzyonun etkisini aşağıdaki şekilde tanımlanan bir boyutsuz büyüklüğün yardımı ile tartışabiliriz:

$$Pe = \frac{\sigma_u \cdot l}{k} \quad (1.57)$$

Burada Pe = Peclet sayısı, k = moleküler difüzyon katsayısıdır $\sigma_u \cdot l$ çarpımı, türbülansın sebep olduğu taşımını karakterize eden bir büyüklük olarak düşünülebilir. (1.57) denklemi büyük Pe sayılarında, moleküler taşınım, türbülansın sebep olduğu taşınım yanında ihmal edilebileceğini; dolayısıyla büyük Pe sayılarında ara yüzeydeki karışım olayı moleküler tesirlerden bağımsız olabileceğini göstermektedir (Long, 1975, Crapper ve Linden, 1974).

Diğer taraftan, ara yüzeydeki karışım olayının, bizzat türbülansın Reynolds sayısının da fonksiyonu olacağı beklenebilir. Re sayısı aşağıdaki gibi tarif edilmektedir:

$$Re = \frac{\sigma_u \cdot l}{\nu} \quad (1.58)$$

Burada ν = kinematik viskozite katsayısıdır. Ancak kayma akımlarında, türbülansın karakteristikleri, yeterince büyük Re sayıları için, asimptotik değerlerine ulaştığı bilinmektedir. O halde, büyük Re sayılarında ara yüzeydeki karışım olayı Re sayısından bağımsızdır sonucuna varılabilir; gerçektende yapılan deneyler, bu son özelliği kanıtlayıcı niteliktedir (Long, 1975, s.308; Dyar, 1973, s.23).

O halde, büyük Pe ve Re sayıları için, u_e giriş hızının sadece bu bölümün ikinci paragrafında ifade edilen büyüklüklerin fonksiyonu olduğunu beklemek mümkündür. Boyutsal düşüncelerle, bu fonksiyonel bağıntı, aşağıdaki şekilde boyutsuz, bir formda yazılabilir:

$$\frac{u_e}{\sigma_u} = f(Ri) \quad (1.59)$$

Burada Ri = toplam (overall) Richardson sayısı veya tabaka Richardson sayısı adı verilen boyutsuz bir büyüklüktür:

$$Ri = \frac{l \Delta \rho g}{\rho \sigma_u^2} \quad (1.60)$$

Daha önce üzerinde durulduğu gibi, laboratuvarında yapılan "titreşen ızgara" deneyleri hariç, türbülans ancak bir kayma akımının varlığı halinde yaratılır ve korunur. Bu durumda, σ_u hız

ölçeği, kayma akımına karşı gelen u_* kayma hızı ile orantılıdır: $\sigma_u \propto u_*$. Yine, bu durumda, l uzunluk ölçeği de, türbülansı yaratan kayma akımının D derinliği ile (yani girişin olduğu tabakanın kalınlığı ile) orantılıdır: $l \propto D$. Bu halde denklem (1.59)'daki, Ri sayısı

$$Ri = \frac{D\Delta\rho g}{\rho u_*^2} \quad (1.61)$$

şeklinde tarif edilmelidir. Ri sayısı şu şekilde yorumlanabilir. Tabakalaşmayı korumaya çalışan (tabakalaşmayı kararlı bir şekilde tutmaya çalışan) kuvvet $\propto \Delta\rho g D$ dir. Buna karşılık bu tabakalaşmayı ortadan kaldırmaya (bozmaya) çalışan kuvvet de $\propto \rho u_*^2$ dir. Dolayısıyla Ri sayısı ne kadar küçük olursa, karışım da (giriş de) o oranda büyük olmalıdır. O halde, u_e/σ_u nun Ri sayısı ile azalacağını beklemek mümkündür. Bir sonraki bölümde verilecek deneysel çalışmalar, bu özelliği çok açık bir şekilde doğrulamaktadır.

1.3.4 Deneysel Çalışmalar

Yoğunluk arayüzeylerinde karışım olayını incelemek için iki tip deneysel araştırma yapılmıştır. Rouse Dodu'nun (1955) öncülüğünü yaptığı birinci tip deneylerde, türbülans, bir kaba doldurulmuş tabakalı akışkanda tabakalardan birinde (ya da her ikisinde birden) yer alan ızgaranın (ya da ızgaraların) titreştirilmesi ile suni olarak arakesit karışımı yaratılmaktadır. Bu tip deneylerde bir ortalama akım ya da kayma bulunmamaktadır. Pratikte karşılaşılan atmosferik ve oşinografik olaylarda ise kaymanın hemen hemen her zaman mevcudiyeti, bu tip deneylerden elde edilen sonuçların bir çok pratik hallere doğrudan doğruya uygulanmasını güçleştirmektedir. Bununla beraber, bu tip deneyler sayesinde son derece değerli bilgiler elde edilmiştir (Turner 1968; 1973; Crapper&Linden, 1974). Yapılan ikinci tip deneylerde türbülans, bir kayma akımı oluşturularak karışım doğal olarak yaratılmaktadır. Kayma çeşitli şekillerde elde edilmektedir: Kato & Phillips (1969) ve Kantha vd. (1977) nin deneylerinde kayma akımı, halka şeklinde bir laboratuvar kanalında, yine halka şeklinde düzlemsel bir plaka ile yaratılan teğetsel doğrultuda kayma gerilmelerinin tabakalı akışkanın serbest yüzeyini süpürmesi ile elde edilmiştir (bir çeşit Couette akımı gibi); Wu'nun (1973) deneylerinde kayma akımı bu defa, bir rüzgâr tünelinden çıkan hava akımının serbest yüzeyi süpürmesi ile elde edilmiştir; Moore&Long'un (1971) deneylerinde ise kayma akımı üstteki tabakanın üst yüzüne ve alttaki tabakanın da alt yüzüne, zıt yönlerde etkiyen bir seri jetin yarattığı momentum akısı ile elde edilmiştir. Burada doğrudan uygulanabilir olduğu için sadece ikinci tip deneylerin sonuçlarını gözönüne alınmıştır. Dikkatli olmak şartı ile, birinci tip deneylerin sonuçlarından da (hatta kantitatif olarak), aynı istikamette kısmen

yararlanılabilmektedir (Long, 1975).

Kantha vd.'nin (1977) çalışmasından önce, yukarıda açıklanan gerek birinci tip, gerek ikinci tip deney sonuçları, u_e/u_* boyutsuz giriş hızının Ri sayısının -1 nci kuvveti ile orantılı olduğunu gösterdiği düşüncesi, hakimdir (Long, 1975).

$$\frac{u_e}{u_*} \propto Ri^{-1} \quad (1.62)$$

Burada, Ri sayısı (1.61) ile tanımlanan Ri sayısıdır. Fakat Kantha vd. nin (1977) çalışması, bu eğilim hiç olmazsa deneylerin yapıldığı $30 < Ri < 10^3$ aralığında, pek destekler görünmemektedir. Dolayısıyla u_e/u_* in Ri sayısına nasıl bir fonksiyonel bağıntı ile bağlı olduğu halâ açıktır.

Bununla beraber, mühendislik hesaplarında kullanılabilecek, yeteri kadar sağlıkta bir bağıntı, yine de şu ana kadar laboratuvar ve tabiatta elde edilmiş verinin işaretlenmesi ile bulunabilmektedir. Şekil 1.21 de, çeşitli laboratuvar deneylerinden ve doğrudan doğruya doğadan elde edilen deneysel veri işaretlenmiştir (Pedersen, 1977).

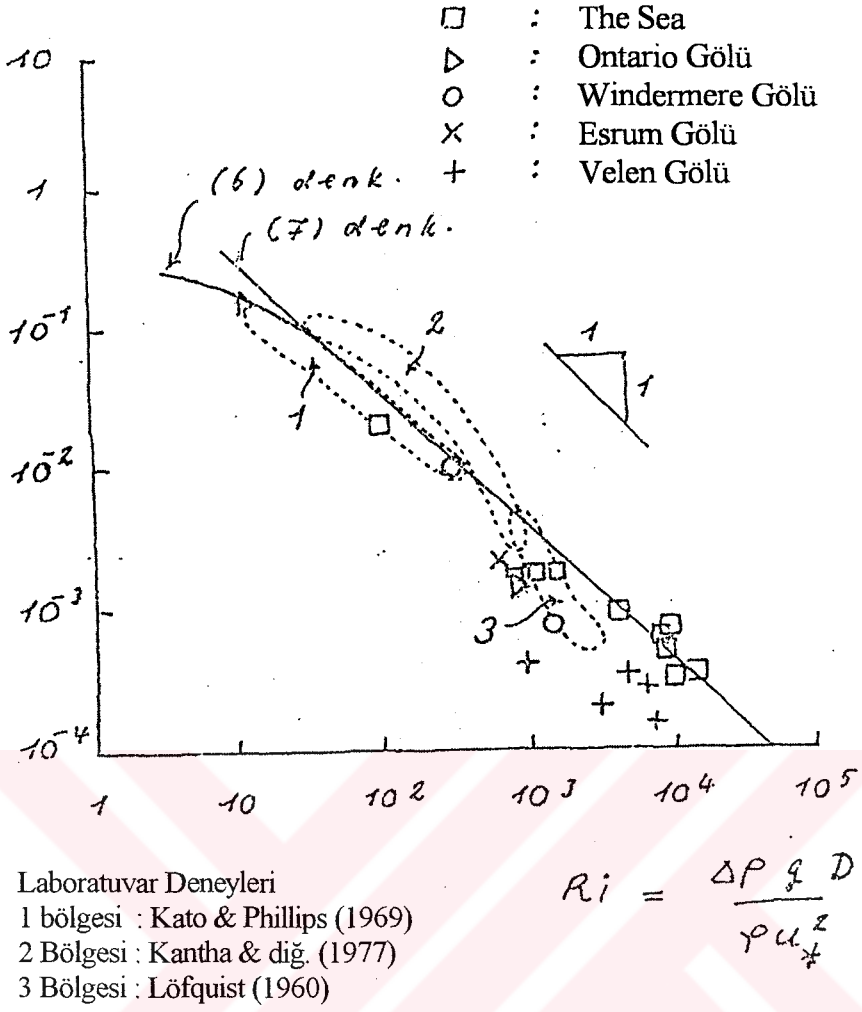
Bu noktada, doğrudan ilgisi olması bakımından, Pedersen'in (1976, 1977) çalışmasında bahsetmek faydalı olacaktır; Pedersen, enerji düşüncelerinden hareketle, giriş hızı için yarı ampirik bir bağıntı teklif etmektedir:

$$\frac{u_e}{u_*} \cong \frac{4}{12 + Ri} \quad (1.63)$$

Burada Ri sayısı, (1.61) ile tanımlanan Ri sayısıdır. Bu bağıntıda şekil üzerine işaret edilmiştir. Büyük ölçüde ayrılmalar olmasına rağmen, bu bağıntının, şekildeki datanın göstermiş olduğu temayülü temsil ettiği kabul edilebilir. Pedersen'in kendisi bizzat işaret etmemiş olmasına rağmen, yukarıdaki bağıntıdan hemen görmek mümkündür ki, büyük Ri sayıları için ($Ri \rightarrow \infty$),

$$\frac{u_e}{u_*} \cong 4Ri^{-1} \quad (1.64)$$

dir. Görüldüğü gibi bu basit bağıntı, Ri sayısının 30-40 tan büyük değerler için ($Ri > 30-40$), pratik hesaplarda rahatlıkla kullanılabilmektedir.



Şekil 1.21 Laboratuvar verileriyle doğa ölçümlerinin karşılaştırılması

1.3.5 İstanbul Boğazı İçin Uygulama

1.3.5.1 Boğaz Boyunca Tuzluluk Değişimi

Şekil 1.22 de alt tabakada dx kalınlığında bir dilim için tuz dengesi yazılır ise:

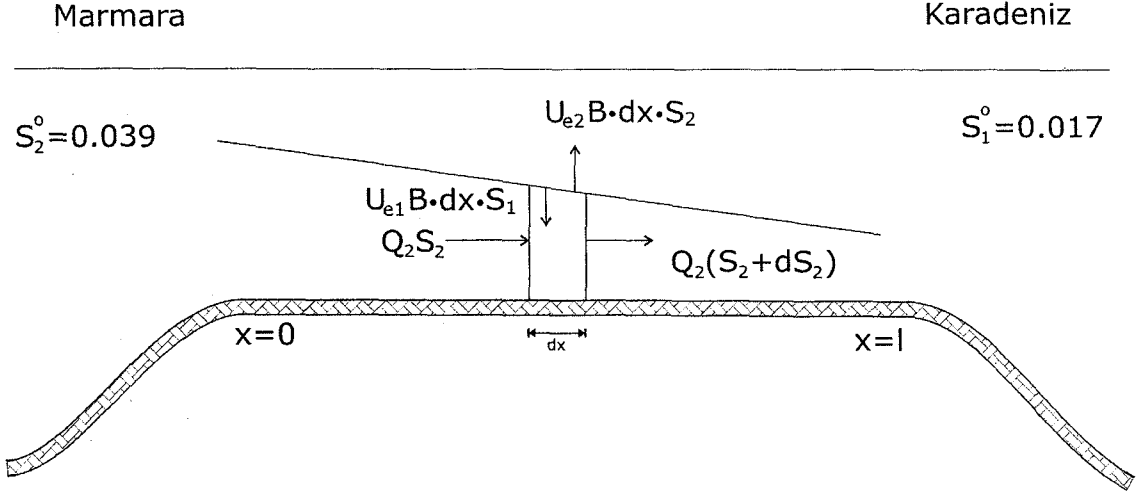
$$u_{e2}S_1 = \frac{Q_2}{B} \frac{dS_2}{dx} + u_{e1}S_2 \quad (1.65)$$

Üst tabaka için benzeri denklem:

$$u_{e1}S_2 = \frac{Q_1}{B} \frac{dS_1}{dx} + u_{e2}S_1 \quad (1.66)$$

Burada, S_1, S_2 =bir x kesitinde sırası ile üst ve alt akımın tuzlulukları, Q_1, Q_2 =üst ve alt akım debileri, u_{e1}, u_{e2} = üst ve alt tabakaya giriş hızları ve B =Boğazın genişliğidir.

(1.65) ve (1.66) denklemlerinden, S_1 ve S_2 nin aşağıdaki diferansiyel denklemleri sağladıkları hemen elde edilebilir: (Üst tabakadan alt tabakaya (aynı şekilde alt tabakadan üst tabakaya) giren su debisi $u_e B dx$, $u_e B dx \ll Q_1, Q_2$, olduğundan, Q ların x boyunca değişmediği kabul edilmiştir.



Şekil 1.22 İstanbul Boğazındaki akımın şematik gösterimi

$$\frac{d^2 S_1}{dx} + \left(\frac{u_{e1}}{q_2} + \frac{u_{e2}}{q_1} \right) \frac{dS_1}{dx} = 0 \quad (1.67)$$

$$\frac{d^2 S_2}{dx} + \left(\frac{u_{e1}}{q_2} + \frac{u_{e2}}{q_1} \right) \frac{dS_2}{dx} = 0 \quad (1.68)$$

Burada q_1, q_2 =birim Boğaz genişliği başına, sırası ile, üst ve alt akım debileridir; yani:

$$q_1 = \frac{Q_1}{B}, \quad q_2 = \frac{Q_2}{B} \quad (1.69)$$

Bu denklemlerin,

$$X = 0: \quad S_2 = S_0^2 \text{ (=Marmara'nın tuzluluğu)}$$

$$X \rightarrow \infty: \quad S_2 \rightarrow S_l^0 \text{ (=Karadeniz'in tuzluluğu)}$$

$$X = L: \quad S_1 = S_1^0$$

$$X \rightarrow -\infty: \quad S_1 \rightarrow S_2^0$$

sınır şartları altında çözümü aşağıdaki gibi bulunur:

$$S_1 = (S_1^0 - S_2^0) \exp \left\{ - \left(\frac{u_{e1}}{q_2} + \frac{u_{e2}}{q_1} \right) (L - x) \right\} + S_2^0 \quad (1.70)$$

$$S_2 = (S_2^0 - S_1^0) \exp \left\{ - \left(\frac{u_{e1}}{q_2} + \frac{u_{e2}}{q_1} \right) x \right\} + S_1^0 \quad (1.71)$$

Bu denklemler bize, üst ve alt tabakada tuzluluğun Boğaz boyunca nasıl değiştiğini verir. Buna göre, üst ve alt tabaka tuzluluklarının, Boğaz'ın toplam boyunda ne kadar değiştiklerini hesaplayabiliriz. Bunun için, ortalama debiler $Q_1=19500 \text{ m}^3/\text{sn}$, $Q_2=7400 \text{ m}^3/\text{sn}$, ortalama tabaka derinlikleri $D_1=36,15 \text{ m}$, $D_2=28,35 \text{ m}$ alınarak ve ortalama Boğaz genişliğinin $B=906,9 \text{ m}$ olduğu gözönünde tutularak $V_1=0,59 \text{ m}$, $V_2=0,29 \text{ m}$ bulunmaktadır. $F_i=0,0056$ alınarak, bu değerlerden arayüzey kayma hızı:

$$u^* i = \sqrt{\frac{f_i}{8}} (V_1 + V_2) = 0.023 \text{ m/sn} \quad (1.72)$$

elde edilmektedir. Buna göre Richardson sayıları, $\Delta\rho/\rho = 0,014$ alınarak

$$Ri = \frac{D_1 \Delta\rho g}{\rho u_{*i}^2} = \frac{36.15 \times 0.014 \times 9.81}{0.023^2} = 9385 \quad (1.73)$$

$$Ri = \frac{D_2 \Delta\rho g}{\rho u_{*i}^2} = \frac{28.35 \times 0.014 \times 9.81}{0.023^2} = 7360 \quad (1.74)$$

olarak elde edilir. $u_e/u_{*i}=4 Ri^{-1}$ formülünden, $u_{e1}= 9.8 \times 10^{-6} \text{ m/sn}$ ve $u_{e2}=1.25 \times 10^{-5} \text{ m/sn}$ bulunur. Diğer taraftan, $q_1= Q_1/B=19500/906.5=21.5 \text{ m}^3/\text{sn.m}$ ve $q_2= Q_2/B=7400/906.5=8.16 \text{ m}^3/\text{sn.m}$ olarak hesaplanır. u_{e1} , u_{e2} , q_1 ve q_2 nin hesaplanan bu değerlerini, $L=31250 \text{ m}$, $S_1^0=0.017$ ve $S_2^0 < 0.039$ ile beraber (1.70) ve (1.71) denklemlerinde yerine koyarak, Karadeniz girişinde 0.017 olan üst tabaka tuzluluğunun Marmara çıkışında $S_1(x = 0) = 0.0182$ ye yükseldiği ve Marmara girişinde 0.039 olan alt tabaka tuzluluğunun Karadeniz çıkışında $S_2(x = L) = 0.0378$ e düştüğü bulunur. Yani üst tabakanın tuzluluğu, arayüzeydeki karışım nedeni ile Boğaz çıkışında %7 kadar artmıştır. Alt tabakanın tuzluluğu ise yine aynı nedenle %3 kadar azalmıştır.

1.3.5.2 Arayüzey Boyunca Bir Tabakadan Diğetine Geçen Debi

Arayüzey boyunca karışım dolayısıyla alt tabakadan üst tabakaya giren su debisini

$$\Delta Q_1 = u_{e1} B l \quad (1.76)$$

ve üst tabakadan alt tabakaya giren su debisini de

$$\Delta Q_2 = u_{e2} B l \quad (1.77)$$

denklemleri ile hesaplanabilmektedir. $u_{e1} = 9,8 \times 10^{-6}$ m/sn, $u_{e2} = 1.25 \times 10^{-5}$ m/sn, $B = 906.9$ m ve $L = 31250$ m alarak, $\Delta Q_1 = 280$ m³/sn ve $\Delta Q_2 = 350$ m³/sn bulunmaktadır. Görüldüğü gibi, bu debiler üst ve alt tabaka debileri yananda ihmal edilebilecek mertebede küçüktür. Diğer taraftan, ΔQ_1 ve ΔQ_2 nin hem çok küçük çıkması, hem de birbirine yakın çıkması dolayısıyla, alt ve üst akım debilerinin Boğaz boyunca değişmediği rahatlıkla söylenebilmektedir.

2. İSTANBUL BOĞAZI'NIN HİDRODİNAMIĞI

2.1 İstanbul Boğazı'nın Hidrolojisi

İstanbul Boğazı iki tabakalı bir sistemdir ve büyük ölçüde Karadeniz'in özelliklerini taşıyan çok fazla su hareketinin olduğu akıntılı bir rejime sahiptir (Özsoy vd., 1996). Hidrolojik şartlarını Karadeniz'e giren net tatlı su kaynakları, barometrik basınç farklılıkları ve rüzgar yapısı belirlemektedir. Bunlar Boğaz akımı üzerinde etkili mekanizmalardır (Özsoy vd., 1996).

Yoğunluk farkından doğan yatay basınç gradyanı (baroclinic kuvvet) az yoğunluklu üst tabaka akımının Marmara denizine daha yoğun olan alt tabaka akımının ise Karadenize doğru meydana gelmesine sebep olmaktadır. Ayrıca Karadeniz ve Marmara denizi arasındaki su seviyesi farkının yarattığı yatay basınç gradyanı (barotropic kuvvet) akımın Karadeniz'den Marmara'ya doğru akmasına sebep olan ikinci etkidir. Barotropic kuvvet derinlikle sabittir ve sadece yerel yüzey eğimine bağlıdır.

Karadeniz kapalı bir havzadır. Yıllık yağış miktarı $300 \text{ km}^3/\text{yıl}$, yüzeysel akış $350 \text{ km}^3/\text{yıl}$ ve buharlaşma da yine $350 \text{ km}^3/\text{yıl}$ civarındadır. Giren akım fazlalığı Boğaz boyunca yıllık 300 km^3 lük net akış şeklinde dengelenmektedir (Ünlüata vd., 1990 ve Özsoy vd., 1996). Karadeniz'in önemli tatlı su kaynakları kuzey batısındaki Tuna, Dinyeper ve Dinyester nehirleridir. Tatlı suyun neredeyse yarısı Tuna nehri tarafından sağlanır (Özsoy vd., 1996). Karadeniz'e yönelik net tatlı su akışı büyük mevsimlik ve yıllık farklılıklar göstermektedir (Sur vd., 1994, Özsoy vd., 1996). Karadeniz'in su seviyesi ile Tuna nehrinin akışı arasında önemli bir ilişki bulunmaktadır. Hatta büyük oranda Boğaz tarafından kontrol edildiği düşünülen yıllık zaman ölçeği üzerinde de bu nehrin akışı etkilidir (Sur vd., 1994, Özsoy vd., 1995, Özsoy vd., 1996).

Tolmazin (1987) Karadeniz'in oşinografik rejiminin öncelikle tatlı su fazlalığı tarafından kontrol edildiğine işaret etmektedir. Akarsuların taşıdığı tatlı su ve yağış, buharlaşmadan kaynaklı tatlı su kaybından çok daha fazladır (Çizelge 2.1). Karadeniz boyunca, yüzeye yakın tabakada akarsuların taşıdığı tatlı su ve buharlaşmadan daha fazla olan yağış nedeniyle tuzluluk düşüktür (Çizelge 2.1). Ancak Çizelge 2.1'deki değerler Karadeniz'e kuzeyden giren Don, Kuban, Dinyeper ve Dinyester nehirleri üzerinde Rusya tarafından büyük su yapıları inşa edilmeden önceki değerlerdir. Birçok hidroelektrik tesis ve rezervuar 1970'lerde tam kapasiteyle işletmeye açılmıştır (Tolmazin 1987). Özellikle yıllık akış miktarlarında bir azalma, böylece tatlı su kayıplarında da bir artış meydana gelmiştir. Tolmazin 1987'deki

öngörülerinden Karadeniz'in su kaynaklarındaki azalmanın 2000 yılı için 50-70 km³/yıl değerleri ile ortalamanın üzerinde gerçekleşeceğini belirtmiştir. Bu miktar bu güne kadar gerçekleşmiş akarsu deşarjının sadece %14-20 sini oluşturmaktadır. Tolmazin (1987) Karadeniz'de meydana gelen su girişindeki bu azalmanın denizin yüzey eğimini, dolayısıyla Boğaz'da üst akıntıya neden olan zorlayıcı kuvveti azaltacağı sonucunu çıkartmaktadır. Ancak bu etkilere dair herhangi bir gözlem gerçekleştirilmemiştir.

Çizelge 2.1 Karadeniz'in su kaynakları (km³/yıl) (Tolmazin, 1987)

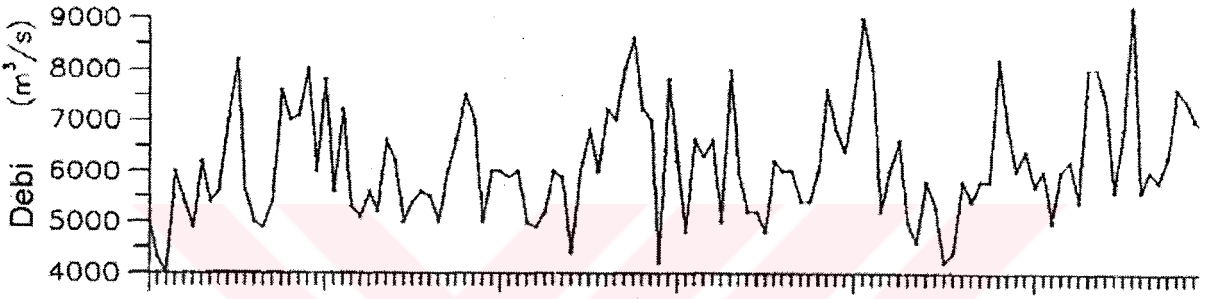
	Möller (1982)	Bruevich (1960)	Solyankin (Alekin'den Alıntı, 1966)	Bogdanova (1969)
Akarsu akışı	328	350	346	-
Yağış	231	225	119	-
Boğaz'dan gelen akıntı	-	-	-	-
Azak Denizi'den gelen akıntı	-	-	-	-
Toplam	752	750	694	-
Fark	-	-	-	-
Buharlaşma	354	350	332	-
Boğaz boyu üst akıntı	398	400	340	357
Azak'a doğru dış akış	-	-	-	-
Toplam	752	750	704	-

Tuna nehri Karadeniz'e yönelik toplam akarsu akımının yaklaşık yarısını karşılayarak en büyük tatlı su kaynağıdır. Dinyester ve Dinyeper akarsularında bu oran Tuna nehrinin yaklaşık üçte biri mertebesinde olmaktadır. Geri kalan akarsuların toplam akışı ise tüm akarsuların akışının 1/5'i kadar küçük oranda olmaktadır (Sur vd., 1994). Sur vd. (1994) akarsu deşarjlarının Boğaz üzerindeki etkilerini yaptıkları araştırma ile yayımlamışlardır:

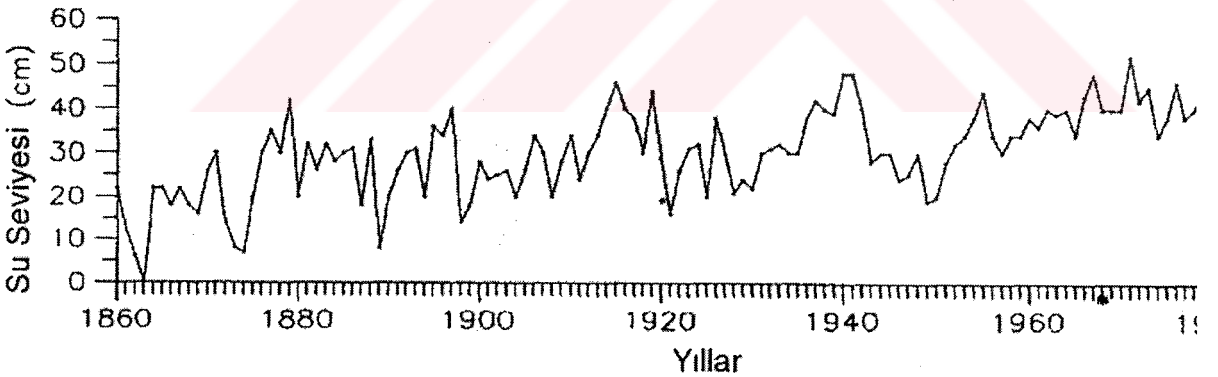
- 1) Tuna nehrinin yıllık ortalama deşarjı 4000-9000 m³/s (Şekil 2.1) arasında büyük salınımlar göstermektedir. Bu yıllık verilere ek olarak, akarsu deşarjındaki mevsimsel ortalama değişim %30 mertebesinde olmaktadır. Bununla beraber maksimum mevsimlik deşarjın minimum mevsimlik deşarjın 3 katı olduğu sonucu çıkartılabilmektedir.
- 2) Tuna'nın Karadeniz'e getirdiği yıllık debi ortalama deniz seviyesinin mevsimlik seviyesi ve yılın değişik zamanlarındaki seviyesi üzerinde etkili olmaktadır (Şekil 2.2). Net tatlı su akışı uzun dönemde Boğaz'ın su seviyesi üzerinde de etkili olmaktadır.
- 3) Aynı zamanda Köstence'de (Tuna'nın mansabında) ölçülen tuzluluktaki düşüş Tuna'nın mevsimlik ve yıllık deşarjı ile yakından ilgilidir (Şekil 2.3 ve 2.4). Sadece kuvvetli güney fırtınalarının suyunu kuzey batı kıyılarına doğru geri dönmesi dışında, Tuna'nın suyu havza yakınlarında çevrintili bir şekilde güneye doğru akmaktadır.
- 4) Anadolu kıyılarındaki tuzluluk değerleri kuzey batı kıyılarındaki tatlı suyun güney batı kıyılarına doğru ulaştığını göstermektedir. İlkbahardan yaza kadar değişik periyotlarla yapılan Boğaz'daki günlük ölçümler tuzluluğun düşük olduğunu göstermektedir (Şekil

2.5). Her nekadardaki minimum tuzluluk Mart-Nisan başında ölçülmüşse de tuzluluktaki minimum değerler esas itibariyle Temmuz'dan Eylül'e kadar olan bir dönem boyunca yazın ölçülmektedir. Çünkü ortalama 10-20 cm/s'lik bir akıntı hızıyla Boğaz ile Tuna arasındaki 500 km'lik bir mesafe 1-2 ayda alınabilmektedir. Anadolu kıyılarında ölçülen minimum tuzluluğun zamanlaması ile ilgili düzensizlik ve gecikmeler kuzey batı yamacından güneye taşınan çevrintili yapıdaki suyun dispersiyon ve karışım etkilerinden kaynaklanabilmektedir.

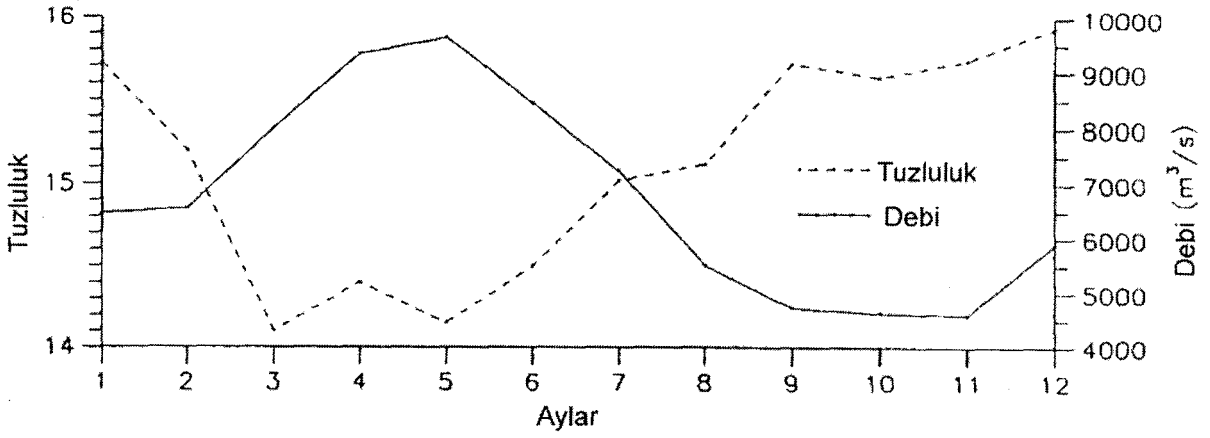
- 5) Şekil 2.6 ve 2.7'de Güney Batı Karadeniz'de (28° - 32° Doğu meridyenleri, 41° - 42° Kuzey paralelleri arası) 1985-1992 yılları boyunca Boğaz'daki istasyonlardan yapılan ve 10 m'lik yüzey tabakası boyunca akarsuların ortalama tuzluluk üzerindeki etkilerine dair ölçümler gösterilmektedir. Değerlerin çoğu Karadeniz'in güney batısındaki ortalama tuzluluğun 18 psu olduğunu göstermektedir. Tuzluluk her yılın Mart'tan Ağustos'a kadar değişik zamanlarında Tuna'nın etkilerinin bölgede hissedildiği istisnai şartlarda 16-17 psu'ya kadar düşmektedir.



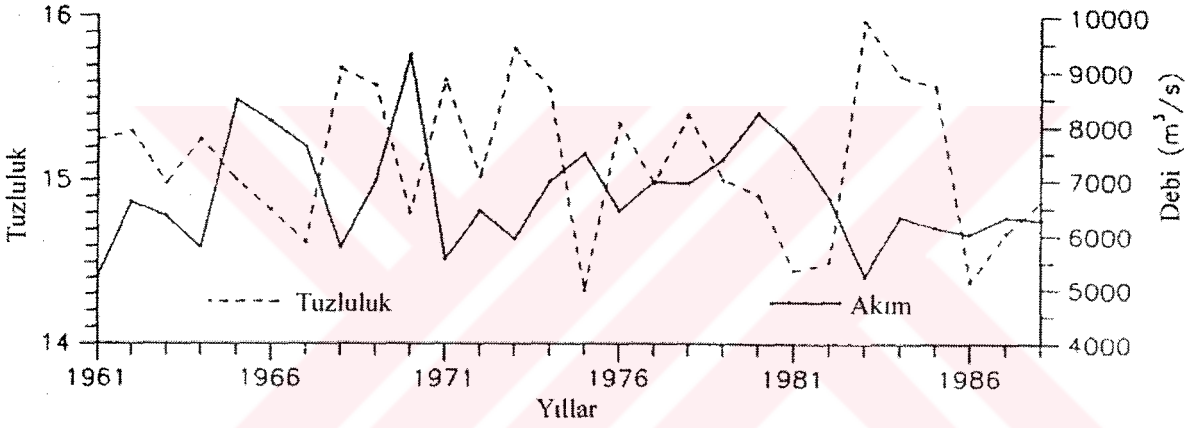
Şekil 2.1 Tuna'nın debi değişim grafiği (Sur vd., 1994)



Şekil 2.2 Romanya kıyısındaki Selune'de su seviyesi (Sur vd., 1994)



Şekil 2.3 Tuna'nın aylık ortalama debisi ve Constanza Romanya'da tuzluluk değişimi (Sur vd., 1994)



Şekil 2.4 Yıllık ortalama Tuna debisi ve Constanza Romanya'daki Tuzluluk değişimi (Sur vd., 1994)

Özsoy vd. (1996) da akarsu deşarjlarının Boğaz üzerindeki etkileri üzerine bir çalışma yayımlamışlardır. Bu çalışma şunu göstermektedir; Uzun dönem tuzluluk ölçümlerine göre Boğaz boyunca gerçekleşen iki tabakalı akım üst tabakada $600 \text{ km}^3/\text{yıl}$ civarında üst akım ve alt tabakada da $300 \text{ km}^3/\text{yıl}$ civarında alt akım şeklinde denge durumunda olmaktadır. Karadeniz'deki kararlı tuzluluk durumu $Q_1/Q_2=S_1/S_2=2$ oranı ile verilmektedir. Burada Q_1S_1 ve Q_2S_2 sırasıyla Karadeniz'in Boğaz girişindeki üst ve alt tabakalardaki debi ve tuzluluk değerleridir. Türbülans nedeniyle alt tabakanın yaklaşık %25'i üst tabakayla, üst tabakanın ise yaklaşık %7'si alt tabakayla girişim yaptığı tahmin edilmiştir. Buna karşın kısa dönem değişimler meteorolojik ve hidrolojik olaylara bağlı olmaktadır.

Özsoy vd. göre (1996), hem tatlı su akışı hem de barometrik basınç farklılıkları Karadeniz'in

su seviyesini aynı oranda kontrol eden etkili mekanizmalardır. Fakat bunlardan hangisinin öncelikli rol oynadığı açık değildir.

Özsoy vd. (1996) aynı zamanda Boğaz boyunca deniz seviyesi farklılıklarının barometrik basınçla ilgili olduğuna işaret etmektedirler. Marmara'da su seviyesindeki değişimlerle ilgili olarak yapılan basınç ölçümleri Şekil 2.8'de görüldüğü gibi yakın bir benzerlik ortaya koymaktadır. Fakat günümüzde bu şekildeki eş zamanlı ölçümlerin sayısı azdır

Yinede her iki yönde de en zayıftan en güçlüye kadar meydana gelen barotropik zorlamalara karşı Boğaz çok çabuk yanıt vermektedir. Normal koşullar altında her iki tarafta da hidrolik kontrol meydana gelmektedir. Karadeniz'den gelen net barotropik akımın artması durumunda veya devamlı meydana gelen kuzey rüzgarlarının etkisiyle, Boğaz'ın alt tabakası bloke edilmektedir. Benzer şekilde güney rüzgarları üst tabakanın hapsedilmesine, Boğaz'a doğru ve hatta Marmara Denizi tarafından Boğaz'a gönderilen suların da daha ileri itilmesine neden olmaktadır. Böylece bloke edilen üst yüzeyin altındaki akış üç tabakalı bir akımın oluşmasına sebep olmaktadır. Üst tabakada bloke edilen bu akım her iki uçtaki su seviyesi farkının azalmasıyla dengelenmektedir.

Sırasıyla Yeşilköy ve Sarıyer için uzun dönem rüzgar istatistiği sonuçları Şekil 2.9 ve Şekil 2.10'da verilmiştir. Rakamlar Boğaz'ın güney ucunda hakim rüzgar yönünün SSW, kuzey ucunda ise NNE olduğunu göstermektedir.

Atmosferdeki ısı farklılıkları nedeniyle, yüzey suyunun sıcaklığı Temmuz'dan Ağustos'a kadar olan zaman diliminde yaklaşık 1°C artmakta iken, Ağustos'tan Eylül'e kadar olan zaman diliminde ise 1°C civarında azalmaktadır (Doğan vd., 2001).

IRTC (1987) Çalışması'nın bir parçası olarak hazırlanan İstanbul Boğazı'ndaki katı madde taşınım analizi bulguları şu sonuçları içermektedir:

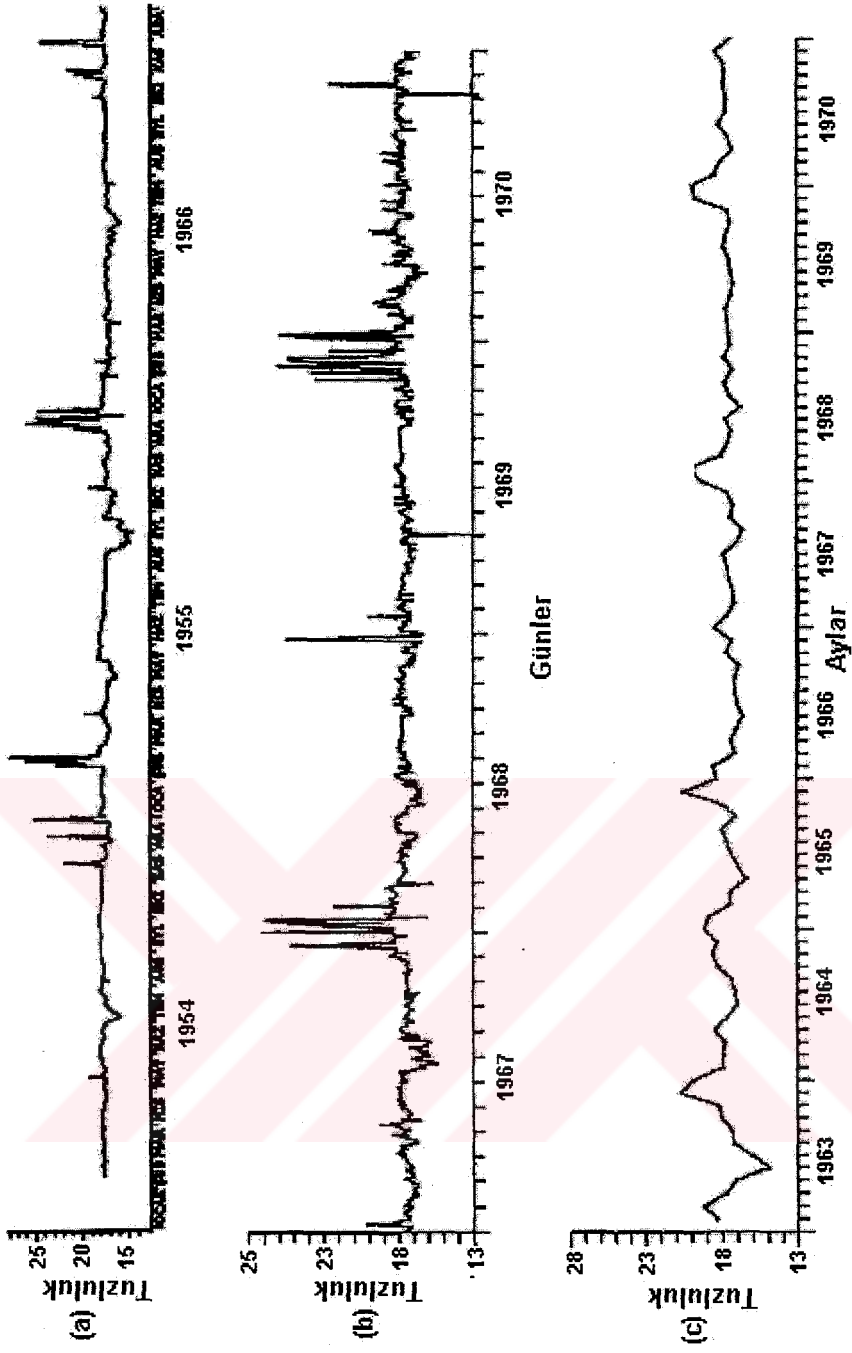
- Karadeniz kıyılarından gelen kıyı akıntısı 5 milyon $\text{m}^3/\text{yıl}$ olarak öngörülmüştür. Kıyı akıntısı tarafından Karadeniz'den taşınan katı madde üst tabaka akıntısı tarafından alt tabaka ile karşılaşacağı kısa mesafe boyunca taşınmış olacaktır. Katı madde alt tabaka akıntısına ulaştıktan sonra sürüntü malzemesi olarak yeniden Karadeniz'e taşınmış olacaktır.
- Marmara Denizi kıyılarından gelen kıyı akıntısı 55000 $\text{m}^3/\text{yıl}$ olarak tahmin edilmiştir. Marmara Denizi'nden gelen kıyı akıntısının taşıdığı katı maddenin bir kısmı üst tabaka akıntısının etkisiyle Marmara Denizi'ne geri taşınıp yığılmaktadır. Geri kalan katı madde

(27500 m³/yıl) alt akıntıya karışıp Boğaz boyunca sürüntü malzemesi olarak taşınmaktadır.

- Yerel katı madde hareketi Sarayburnu,Salacak arasında yıllık 16400 m³'lük bir sürüntü malzemesi oluşumuna sebep olmaktadır. Marmara Denizi'nden kaynaklı kıyı akıntısının taşıdığı katı madde ile yerel katı madde hareketinin toplamı tünelde 44000 m³/yıl'lık sürüntü malzemesi oluşumuna sebep olacağı belirtilmiştir.

Planlanan Tüp geçit inşaaı için yapılacak taramanın 45600 m³'lük katı maddenin yaklaşık %24'ü (14400 m³) askı malzemesi haline gelebilecek ve taban malzemesi olarak yığılabilecektir. Bu 500 m uzunluğunda ve 20 mm yüksekliğinde taban malzemesine karşı geleceğı tahmin edilmektedir.

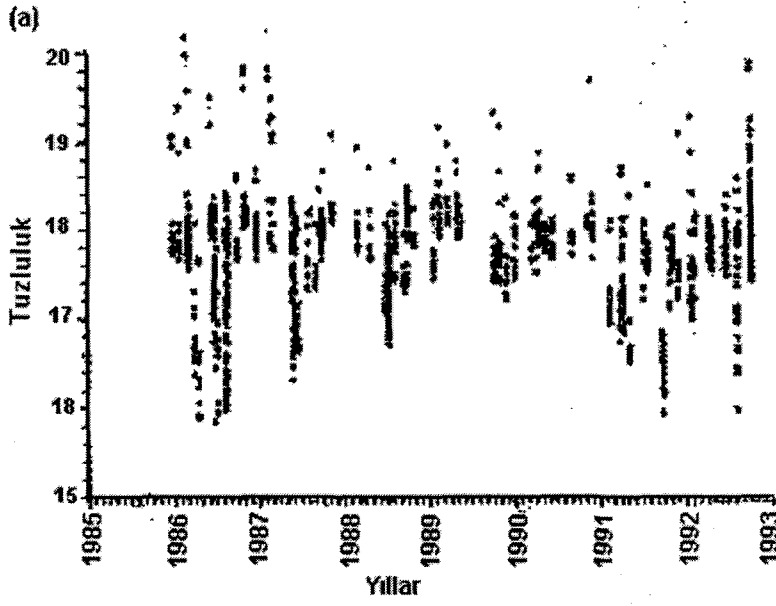
Yüksel vd. (1997 ve 1998a,1998b) Haliç'teki sedimantasyonun 03/1998 ile 08/98 tarihleri arasındaki 4 aylık periyot boyunca 200000 m³ civarında olduğunu göstermişlerdi. Katı madde esas itibariyle Alibeyköy ve Kağıthane derelerinden Haliç'e ve yoğunluk akıntıları vasıtasıyla da Boğaz'a taşınmaktadır. Buna karşın Boğaz'ın tüp geçit kesimindeki katı madde oranı henüz bilinmemektedir.



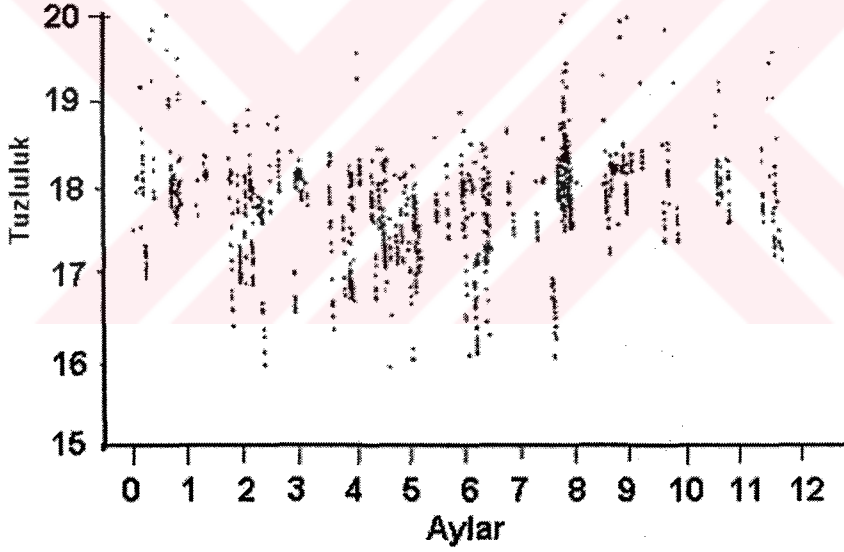
Şekil 2.5 Boğaz'daki tuzluluğun zaman serileri

a) 1954-56 günlük ölçümler

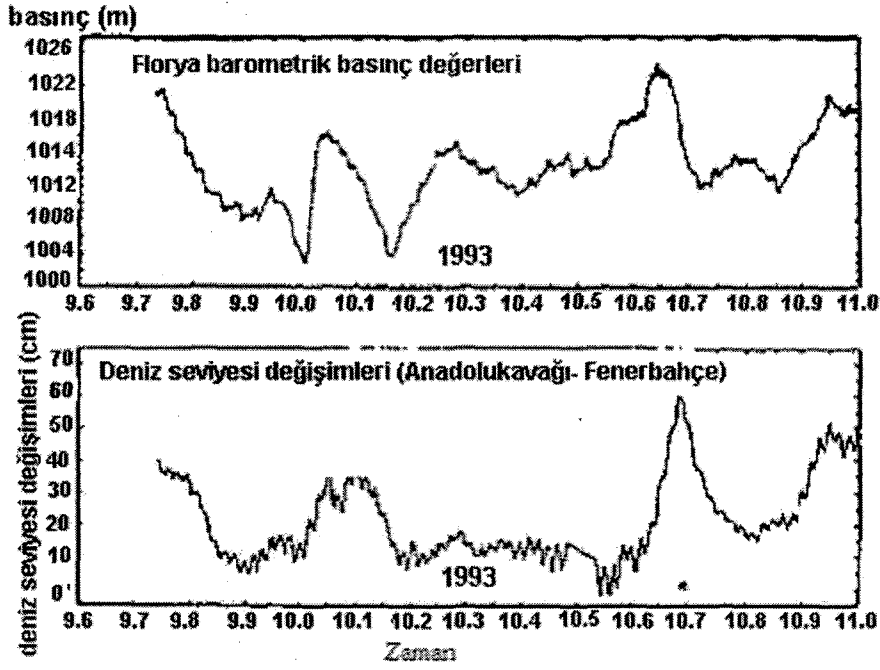
b) 1967-70 günlük ölçümler c) 1963-70 günlük ölçümlerin aylık ortalamaları (Sur vd., 1994).



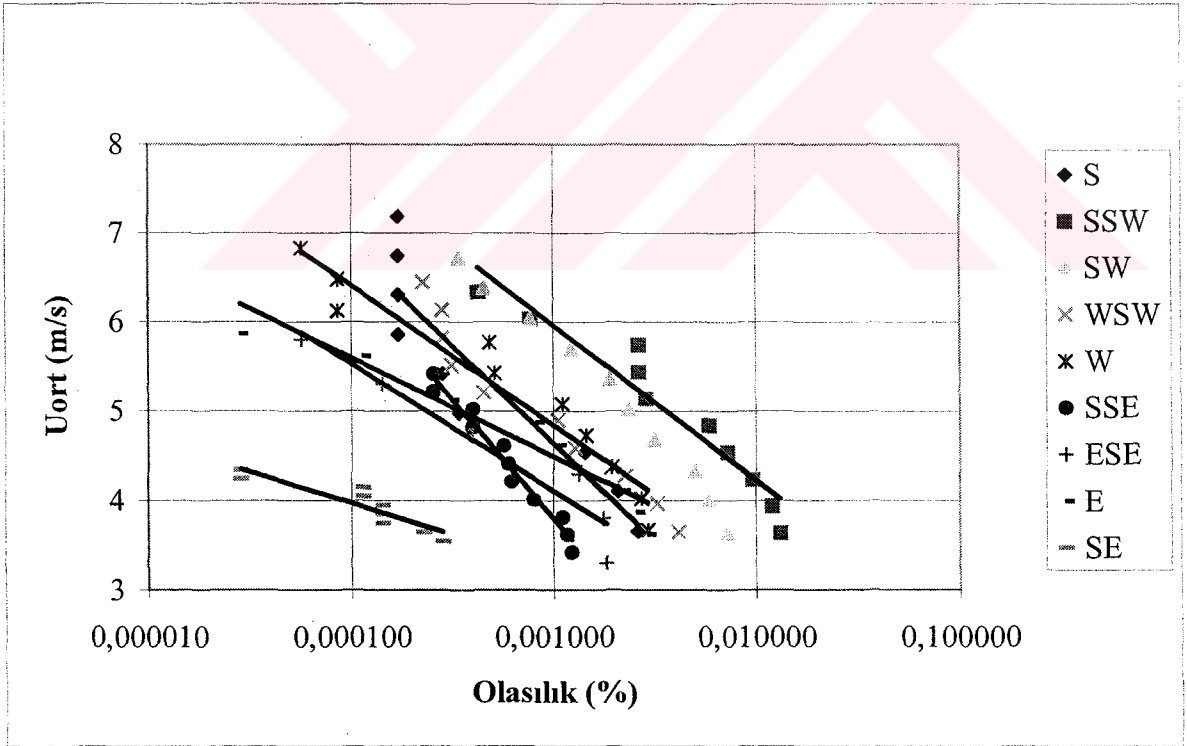
Şekil 2.6 Yüzeyden ilk 10 m’de yıllık Tuzluluk ölçümü (Sur vd., 1994).



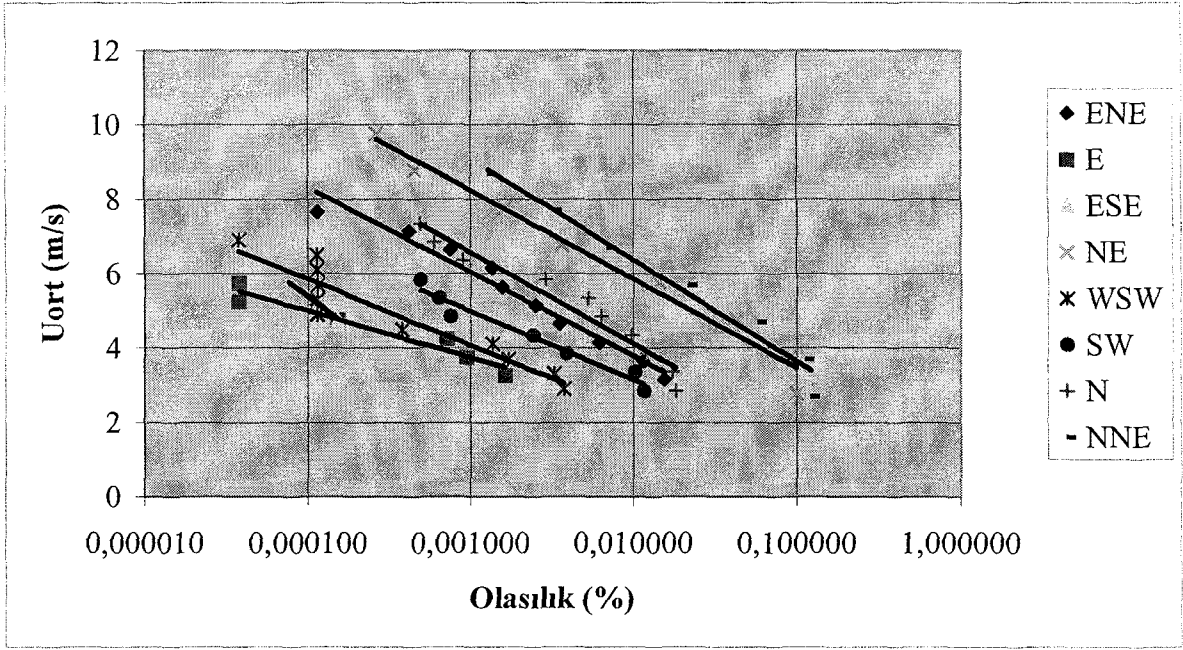
Şekil 2.7 Deniz yüzeyinden ilk 10 m’de ortalama mevsimsel tuzluluk değişimi (Sur vd., 1994).



Şekil 2.8 Barometrik basınç (Florya barometrik basınç ve Anadolukavağı-Fenerbahçe deniz seviyesi değişimleri; Eylül- Ekim, 1993) (Özsoy vd., 1996).



Şekil 2.9 Yeşilköy uzun dönem rüzgar istatistiği (Yüksel vd., 2003)



Şekil 2.10 Sarıyer uzun dönem rüzgar istatistiği (Yüksel vd., 2003)

2.2 İstanbul Boğazı'nın Hidroliği

İstanbul Boğazı Marmara ve Karadeniz'i birbirine bağlayan bir geçiş yoludur. Genişliği 0.7 ile 3.5 km arasında değişmekte olup yüzeydeki ortalama genişliği 1.3 km dir. Boğaz'ın genişliği derinliği boyunca kademe kademe azalmakta olup 50 m derinlikteki genişliği 500 m'ye kadar düşmektedir. Derinliği ise 30 ile 100 m arasında değişmektedir.

Boğaz'daki akıntı esas olarak iki tabakalı bir sistemden oluşmaktadır (1)Karadeniz'den Marmara'ya doğru güney yönündeki üst akıntı ve (2)Marmara'dan Karadeniz'e doğru kuzey yönündeki alt akıntı. Bu tabakalı yapıdaki akıntı büyük oranda iki ana mekanizma tarafından kontrol edilmektedir. Bunlar yoğunluk ve su seviyesi farkıdır. Karadeniz Marmara Denizi'nden daha yüksektir ve bu da üst akıntıyı yaratmaktadır. Karadeniz'e dökülen akarsuların taşıdığı tatlı su, barometrik basınç, buharlaşma ve yağış su seviyesindeki değişimleri etkilemekte olup, bu değişimler Boğaz'da akıntı şeklinde su transferine neden olmaktadır. Alt akıntı Marmara Denizi ile Karadeniz arasındaki tuzluluk farkından dolayı meydana gelmektedir. Türbülanslı arakesit düzlemi iki tabaka akımını birbirinden ayırmaktadır. Arakesit düzleminin kalınlığı Marmara Denizi girişinde 10 m, Karadeniz girişinde ise 2 m civarında olmaktadır.

İstanbul Boğaz'ı uzunluğu boyunca farklı genişlik ve derinlik değerlerine sahiptir. Her iki uç

bölgesinde de iki eşik bulunmaktadır. Eşikler Boğaz'daki akım karakteristiklerini etkilemektedir. Eşiklerden biri Marmara Denizi'nin kuzeyinde hemen Boğaz girişinde minimum ve maksimum 28 ile 34 m derinlikleri arasında bulunmakta olup her iki yanında bir kanal akımı oluşmasına neden olmaktadır. Eşiğin Anadolu tarafında Üsküdar kıyıları boyunca 40 m derinliğindeki kanal, mansabındaki 34 m derinlikteki eşik tarafından bloke edilmektedir. Bu kanal eşiğin ötesinde güneye doğru giderek derinleşerek Marmara Denizi ile Boğaz'ın birleşme bölgesindeki denizaltı kanyonuna eklenmektedir. Diğer eşik Boğaz'ın Karadeniz girişinin 3-4 km kuzeyinde olup 60 m derinlikte bulunmaktadır ve yaklaşık 2 km uzunluğa sahiptir. Bu eşik Boğaz'ın Karadeniz'deki doğal bir uzantısı gibi dar bir kanal şeklinde uzanmaktadır (Özsoy vd.,1988 ve 1999).

Boğaz'ın her iki yakasında da Emirgan-Kanlıca ve Arnavutköy-Vaniköy arasında küçük koylar ve daralma bölgeleri vardır. Her iki tabakadaki akım hızları daralma bölgelerinde artmakta ve yüzey akıntıları Boğaz'ın dar kesimlerinde maksimum 2 m/s'ye kadar çıkabilmektedir (Özsoy vd.,1998). Boğaz'ın kıvrımlı geometrisi, Boğaz akımında rüzgar yapısının kararsız etkileri, komşu havzalardaki değişiklikler, Boğaz boyunca yoğunluk farklılıkları ve tabakalar arası kütle alış verişinden kaynaklı karmaşık yapısı sekonder ve eddy çevrimlerinin oluşmasına neden olmaktadır.

Üst tabakadaki tuzluluk Karadeniz'in bitiminde 18 ppt'dir. Bu değer kademeli olarak artarak güney çıkışında 23 ile 25 ppt değerine ulaşmaktadır. Alt tabakadaki tuzluluk Boğaz'ın güney ucunda Marmara Denizi'nde 38 ppt'dir. Bu değer kuzeydeki eşiğin bulunduğu bölgede 33 ppt değerine düşmektedir (Oğuz vd., 1990).

Doğan vd.,(2001) Marmara girişinde alt tabakadaki tuzluluk (38 psu) aynı tabaka akımında meydana gelen düşey yöndeki karışım ve değişiklikler dolayısıyla Karadeniz çıkışında azalmaktadır (36 psu). Bu değerler alt tabakadaki suyun her ay Karadeniz'e ulaştığını göstermektedir. İstanbul Demiryolu/Tünel Danışmanlığı (IRTC, 1987) tarafından hazırlanan 203 No'lu Boğaz Tüp Geçidi için Fizibilite Çalışmaları ve Ön Tasarımlar isimli çalışma için yapılan Hidrografik İnceleme esnasında Boğaz'ın iki tabakalı akım rejimiyle ilgili detaylı analizlere girilmiştir. Hidrografik İnceleme Boğaz ile ilgili önceki analizlerin sınırlı ölçümlere dayandırıldığını göstermiştir. Akım ölçümleri ve ilgili verileri toplamak için çok sayıda çalışma yapılmıştır. İki tabakalı akım sistemine ait hidrolik ölçümler 1985 yılında ve 1986 yılı başlarında toplanmıştır. Gözlemler iki tabakalı akım rejimini doğrulamaktadır. Uzun dönemli göstergeler tünel geçişinin olacağı bölgedeki akıntı hızlarını ve yönlerini vermektedir. Akıntı ölçümleri Çizelge 2.2'de özetlenmiştir.

IRTC (1987) çalışmasında alt tabakaya yerleştirilen akıntı ölçer hiç bir zaman 1m/s üzerinde hız kaydı yapmamıştır. Ölçümün yapıldığı 5 gün süreyle üst tabakadaki akıntı en fazla 1.66 m/s olarak ölçülmüştür. Akım ölçümleri için geliştirilen bir histogram 10/6/85'ten 20/7/85'e kadar bir süre boyunca 28.5 m derinlikteki noktasal hızları 0.38 ile 0.94 m/s arasında ve ortalamasını da 0.65 m/s olarak okumuştur.

Doğan vd. (2001) Ağustos'ta üst tabaka hızı ve kalınlığının arttığı buna karşın alt tabaka hızı ve kalınlığının ise azaldığını gözlemlemişlerdir. Tabakaların kalınlığı, fiziksel özellikleri ve arakesit düzlemindeki azalış atmosfer koşullarına ve Boğaz'a giren akımlara bağlı olarak değişmektedir.

Kuzey'de Karadeniz'in suyu Boğaz'a Ağustos'ta 50 m kalınlık ve 10-90 cm/s hızla, Temmuz ve Eylül boyunca ise kalınlık 40 m civarında akıntı hızı ise 5-60 cm/s olmaktadır. Marmara'nın suyu Karadeniz'e Ağustos'ta 50 m'nin altında ve 5-80 cm/s hızla akmakta iken Temmuz ve Eylül aylarında ise 40 m'nin altında ve 5-100 cm/s hızla akmaktadır. Boğaz'ın güney girişinde, Marmara'dan Boğaz'a giren alt tabaka akıntısının kalınlığı Temmuz ve Eylül'de 20 m'den fazla gerçekleşmektedir. Alt ve üst tabaka hızları bu kısımda 3 ay boyunca (Temmuz, Ağustos, Eylül) 100 cm/s yi aşmaktadır. Ağustos'ta Marmara'ya ulaşan üst tabaka akıntısının kalınlığı artıp (30 m), hızı 5 ile 150 cm/s arasında değişirken alt tabakanın hızı genelde 110 cm/s den daha az olmaktadır (Doğan vd., 2001).Boğaz'ın kuzey ve güney girişlerindeki debiler Çizelge 2.3'de verilmiştir (Doğan vd., 2001). Bu ölçümler esnasında ADCP kullanıldığı belirtilmiştir.

Çizelge 2.2 Akıntı ölçümleri

Periyot	Su Derinliği	Akıntı Ölçer Derinliği	Ortalama Hız	Akım Tabakası
10/6/85-20/7/85	41 m	28.5 m	0.644 m/s	Alt Tabaka
10/6/85-14/6/85	41 m	37.0 m	0.350 m/s	Alt Tabaka
4/8/85-9/8/85	41 m	28.5 m	0.760 m/s	Alt Tabaka
4/8/85-9/8/85	41 m	37.0 m	0.417 m/s	Alt Tabaka
26/1/86-30/1/86	7 m	5.0 m	0.866 m/s	Üst Tabaka

Çizelge 2.3 Debiler (Doğan vd., 2001)

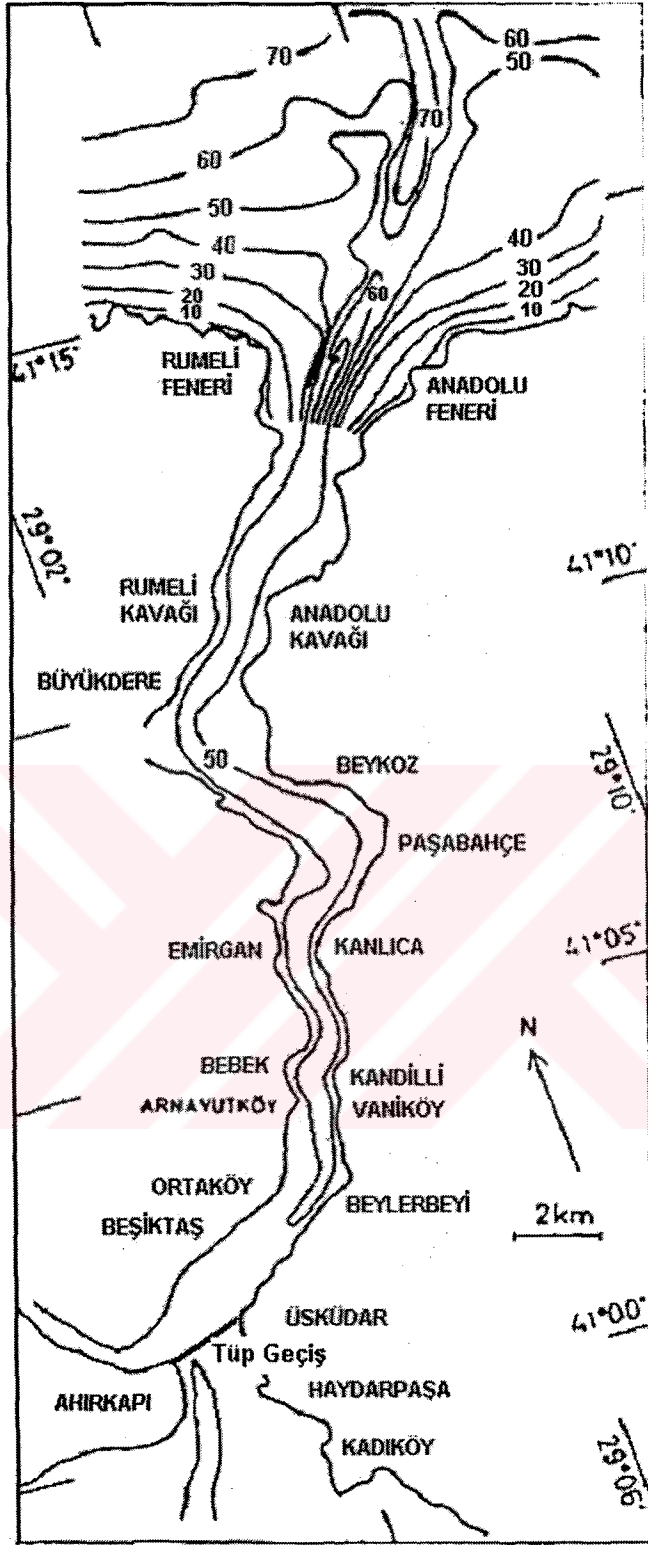
Tabaka	Bölüm	Temmuz	Ağustos	Eylül
Üst (m ³ /s)	Kuzey	12627	14865	9744
Alt (m ³ /s)	Kuzey	7245	3379	7849
Üst (m ³ /s)	Güney	7965	17926	11951
Alt (m ³ /s)	Güney	6007	5656	6337

Oğuz vd. (1990), yıl boyunca değişik zamanlarda bir dizi istasyonda derinliğe bağlı olarak sıcaklık ölçümleri yapmışlardır. Ölçümler iki tabakalı akımın hem mevsimlik hem de kısa dönemli olarak var olduğunu göstermiştir.

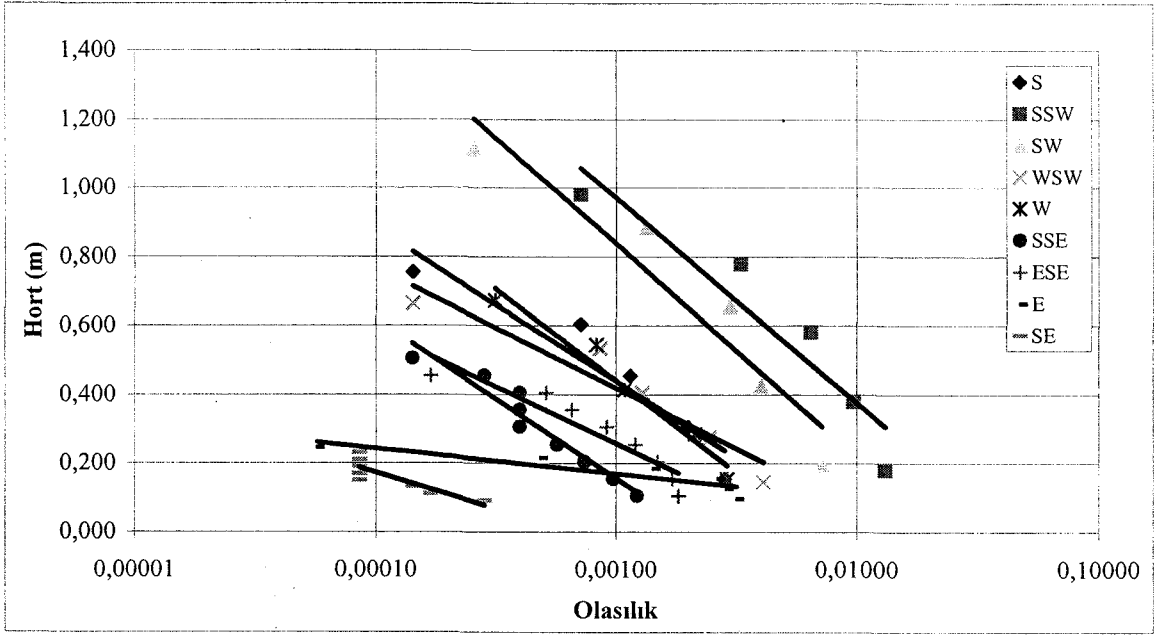
Çalışma dikkatleri özellikle planlanan tüp geçitin hemen kuzeyinde boğazdaki bir daralma bölgesinin yarattığı hidrolik koşullara dikkat çekmektedir (Şekil 2.11). Hem yatayda hem de düşeyde daralma söz konusudur. Güney eşiğindeki hidrolik şartlar tünel hizasındaki akıntı hızlarında, alt ve üst tabaka akımı derinliklerinde büyük farklılıklar yaratmaktadır. Ayrıca daralma tünel hizasında tünel enkesiti boyunca üniform olmayan akım koşulları yaratmaktadır. Oğuz vd., (1990) tünel hizasının batı ucu civarında yüksek bir yüzey akıntısı meydana getiren yoğunlaşmış bir üst tabaka akımı tanımlamaktadırlar.

Marmara Denizi'ndeki dalga iklimi üzerine Akyarlı ve Yalçın (1997) tarafından yapılan çalışmada 1997'de Marmara Ereğlisi'ne yakın özel bir bölge olan LNG terminali (İstanbul'un 30 km batısında) dikkate alınmıştır. Bu çalışmada uzun dönem ve ekstrem dalga istatistikleri sunulmuştur. Rüzgar ve dalgalarla ilgili istatistiksel dağılımlar Özhan ve Abdalla (2000) tarafından Marmara Denizi kıyıları için verilmiştir. Yüksel vd.'nin (2000 ve 2001a,b) 1999'daki Doğu Marmara depreminden sonra İzmit Körfezindeki deniz yapıları ve kıyı alanları için kullanılmak üzere Marmara Denizi için uzun dönem ve ekstrem dalga istatistikleri hazırlanmıştır. Ayrıca İzmit Körfezine atık su deşarjıyla ilgili deprem öncesi ve sonrası projeler için Yüksel vd. (1999 ve 2000a,b) tarafından ve Marmara Denizi'nde Boğaz çıkışının doğusunda yer alan Pendik'te Akarca Irmağı ağzı düzenlemesi için yine Yüksel ve Çevik (2001,c) tarafından dalga istatistiği ile ilgili çalışmalar bulunmaktadır.

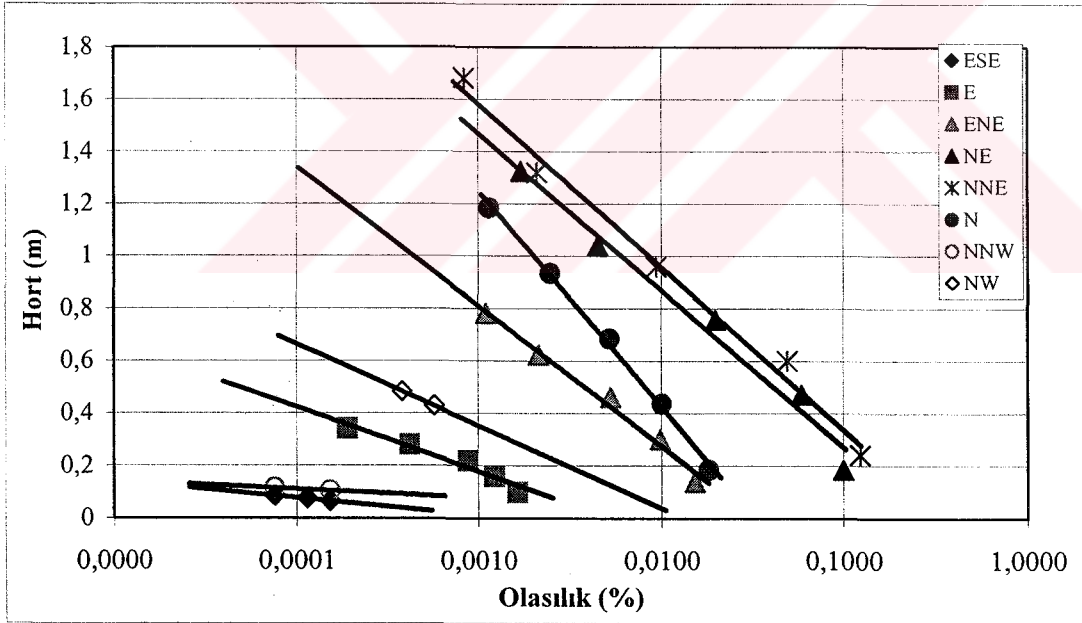
Tünel kesiti Boğaz'ın güney ucunda Marmara Denizi'nin ağzında yer alacaktır. Boğaz'ın girişi güney, güney batı ve güney doğudan esen rüzgarların yarattığı dalga etkilerine açıktır. Yapılan bu çalışmalardan uzun dönem dalga istatistiği için sırasıyla Yeşilköy ve Sarıyer meteoroloji istasyonları verilerine dayanan Şekil 2.12 ve 2.13'de dağılımlar gösterilmiştir. Rakamlar Boğaz'ın güney ucunda hakim dalga yönünün SSW olduğunu göstermektedir. Oysa kuzey ucunda hakim dalga yönü NNE'tir.



Şekil 2.11 İstanbul Boğazı geometrisi ve kontrol kesitleri (Oğuz vd., 1990)



Şekil 2.12 Yeşilköy meteoroloji istasyonunun verilerine göre uzun dönem dalga istatistiği (Yüksel vd., 2003)



Şekil 2.13 Sarıyer meteoroloji istasyonunun verilerine göre uzun dönem dalga istatistiği (Yüksel vd., 2003)

3. İSTANBUL BOĞAZININ HİDRODİNAMĞİNİN MODELLENMESİ

3.1 Giriş

Tabakalı akımlarda yatay basınç gradyanı, akım hidrolik olarak kontrol edilinceye ve/veya sürtünmeden doğan gerilmelerle sınırlandırılıncaya kadar hızlandıracaktır. Akım yapısının hidroliğine ait teori karalı, viskoz olmayan, çevrintisiz ve hidrostatik basınç dağılımı kabulleri yapılarak geliştirilmektedir. Bu amaçla iki tabakalı basit geometrili (düşey duvarlı ve yatay tabanlı) akımlar için akımın hidroliğini tanımlayan kompozit Froude sayısı(G) verilmiştir (Gregg ve Özsoy, 2002).

$$G^2 \equiv Fr_1^2 + Fr_2^2 \equiv \frac{u_1^2}{g'h_1} + \frac{u_2^2}{g'h_2} = 1 \quad (3.1)$$

burada $g' \equiv g(\rho_2 - \rho_1) / \bar{\rho}$ indirgenmiş yerçekimi ; u_1 , h_1 ve ρ_1 üst tabaka için hız, kalınlık ve yoğunlu ; u_2 , h_2 ve ρ_2 alt tabakanın büyüklükleridir. Akım $1 < G^2 > 1$ için kritikaltı (nehir) veya kritiküstü (sel) rejiminde nitelendirilir.

3.2 Sayısal Model

Bu çalışmada, İstanbul Boğazının hidrodinamiği Mike 3 isimli yazılım kullanılarak yapılmıştır. Bu amaçla, öncelikle kullanılan yazılımın esasını oluşturan denklemlerin ve nümerik çözümlerinin kısaca açıklamasına çalışılacaktır.

3.2.1 Temel Denklemler

Mike 3'te kullanılan hidrodinamik modelleme sistemi; haliçler, koylar, okyanuslardaki ve kıyı alanlarındaki akımı bezeştirebilen genel sayısal modelleme sistemidir. Milke 3, üç boyutlu kararsız akımları; yoğunluk farklarını, batimetriyi, meteorolojik koşulları, gelgit etkisi gibi diğer hidrografik koşulların oluşturduğu dış etkenleri hesaba katarak çözebilmektedir.

Newtonian akışkanın 3 boyutlu hidrodinamik akım modelinde aşağıdaki ifadelere ihtiyaç vardır. Bunlar;

- 1) Kütlenin Korunumu
- 2) Momentumun Korunumu
- 3) Tuzluluğun ve Sıcaklığın korunumu
- 4) Tuzluluğa, sıcaklığa ve basınca bağlı yerel yoğunluk ifadesidir.

Böylece, temel denklemler 7 bilinmiyenli 7 denklemden oluşur.

Mike 3'ün matematiksel temeli, türbülans etkisini ve değişken yoğunluğun tuzluluğun ve sıcaklığın korunumunu dikkate alan 3 boyutlu Navier-Stokes Denklemleri, ve kütleinin korunumu denklemi oluşturmaktadır.

$$\frac{1}{\rho c_s^2} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = S_{ss} \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j)}{\partial x_j} + 2\Omega_{ij} u_j = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + g_i + \left(\nu_t \left\{ \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right\} - \frac{2}{3} \delta_{ij} k \right) + u_i S_{ss} \quad (3.2)$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial (S u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(D_s \frac{\partial S}{\partial x_j} \right) + S_{ss} \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (T u_j)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(D_T \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + S_{ss} \quad (3.4)$$

Burada ρ sıvının yerel özgül kütlesi, c_s sesin deniz suyu içinde yayılma hızı, u_i x_i yönündeki hız, Ω_{ij} Coriolis tensörü, P sıvının basıncı, g_i gerçekimi vektörü, ν_t türbülans eddy viskozitesi, δ kroneker delta, k türbülans kinetik enerjisi, S ve T tuzluluk ve sıcaklık, D_s ve D_T ilgili dispersiyon katsayıları ve t de zamanı göstermektedir. S_{ss} sırasıyla kaynak kuyu terimidir ve denklemden denkleme değişmektedir.

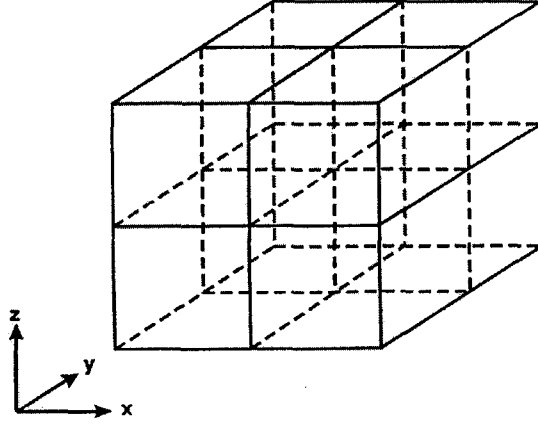
Genellikle üç boyutlu modellerde akışkan sıkışamaz kabul edilmektedir. Bununla birlikte diverjans ifadesi dikkate alınmayan (sıkışamaz) kütleinin korunumu denklemini kullanmak kaçınılmaz olarak matematiksel olarak uygun olmayan bir problem yaratmaktadır. Pek çok modelde bu durum, basıncın su yüzeyi kotu ile değiştirildiği bir hidrostatik basınç kabülü yapılarak çözülür. Düşey yöndeki momentum denkleminin tamamını korumak için Mike 3'te alternatif bir yaklaşım kullanılmıştır. Bu yaklaşım yapay sıkışabilirlik (Chorin 1967, Rasmussen 1993) metodu olarak bilinmektedir. Bu metodla ortaya çıkan yapay sıkışabilirlik terimi sayesinde bahsettiğimiz denklem sistemi matematiksel olarak hiperbolik karakterli olmaktadır.

3.2.2 Sayısal çözüm

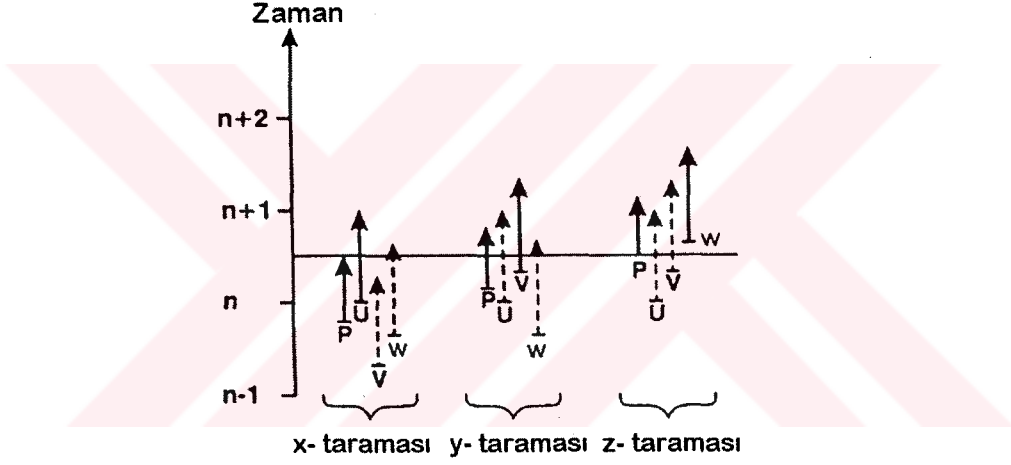
Mike 3'ün hidrodinamik modülü, kütle ve momentum korunumu denklemlerini uzay-zaman alanında integre edebilmek için ADI çözüm tekniğini kullanmaktadır. Her doğrultuda ve ağ çizgisi için denklem matrisleri Çift Taramalı Algoritma ile çözülmektedir.

Fark terimleri her zaman dilimi için x, y, z uzayındaki ağ sistemi üzerinde ifade edilirler. Bu

ızgara sistemi Arakawa C – ızgarası olarak isimlendirilmiştir (Şekil 4.1).



Şekil 3.1 (a) x,y,z uzayında farklar ağı



Şekil 3.1 (b) Zamansal ortalama

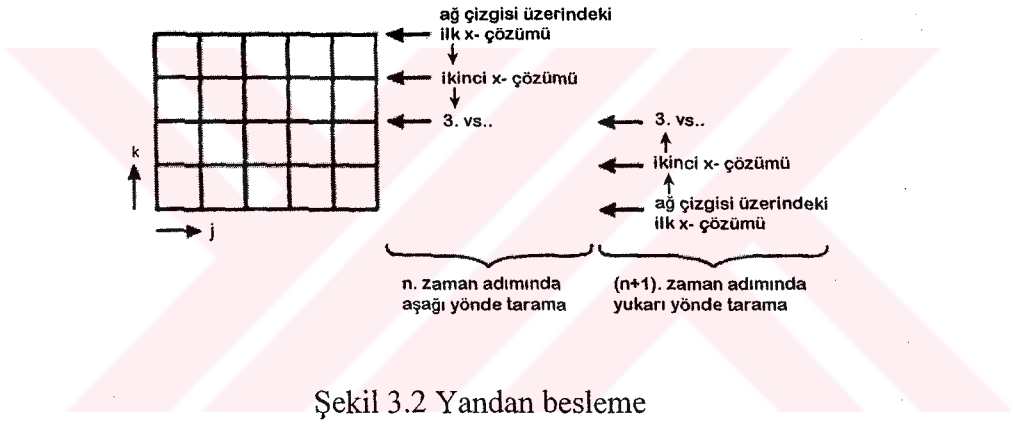
Denklemlerin çözümü tek yönde taramayla ve sürekli x, y, z yönleri arasında geçiş yapılarak yapılır. x yönünde tarama sırasında süreklilik ve x yönündeki momentum denklemi, P yi $n-1/6$ dan $n+1/2$ ye ve u'yu n' den $n+1$ e kadar alarak çözmektedir. v ve w'yi içeren terimler için iki seviyeli daha önceden bilinen değerler kullanılmaktadır. Örneğin v hızı için $n-2/3$ 'ten $n+1/3$ 'e ve w hızı için $n-1/3$ ve $n+2/3$ kullanılmaktadır.

y taraması sırasında süreklilik ve y yönündeki momentum denklemleri; P, $n+1/6$ 'dan $n+5/6$ 'ya kadar, v; $n+1/3$ 'ten $n+4/3$ 'e kadar alınırken u'yu içeren terimler u'nun daha önce x taraması sırasında bulunan n'den $n+1$ 'e kadar olan değerleri kullanılmaktadır ve w'yu içeren terimler için ise 2 zaman seviyesi oncesinde hesaplanan $n-1/3$ ve $n+2/3$ değerleri kullanılmaktadır.

Benzer şekilde z yönündeki tarama sırasında süreklilik ve z yönündeki momentum denklemleri çözülürken; P $n+3/6$ 'dan $n+7/6$ 'ya ve w ; $n+2/3$ 'ten $n+5/3$ 'e kadar alınırken u ve v değerleri en son hesaplanan değerleri alınmaktadır, örneğin; u değeri için n ve $n+1$ v hızı için ise $n+1/3$ ve $n+4/3$ değerleri alınmaktadır.

Bu üç taramayı birbirine eklediğimizde mükemmel denebilecek $n+1/2$ seviyesinde zamansal ortalamalar elde edilmektedir. Zamansal ortalama dengeli bir hesap dizisi sonucunda elde edilmiştir. İterasyona (ki bunun kendi problemleri vardır) başvurmadan kullanılabilir en iyi yaklaşım “yandan besleme” tekniğidir.

Zaman seviyelerinin birinde x yönü taraması sırasında çözümler azalan y ve z yönleri boyunca yapılmaktadır, buna aşağı tarama denilmektedir. Bir sonraki zaman adımında ise artan y ve z yönlerin de hesap yapılmaktadır bu da yukarı tarama olarak isimlendirilmektedir (Şekil 3.2).



Şekil 3.2 Yandan besleme

Aşağı tarama sırasında; $\partial u/\partial y$ ve $\partial u/\partial z$ kısmi diferansiyelleri $u_{j,k+1,l}^{n+1}$ şeklinde yukarı tarafta ve $\partial u/\partial y$ terimi $u_{j,k-1,l}^n$ şeklinde aşağı tarafta ifade edilmektedir. Aynı şekilde $\partial u/\partial z$ terimi de yukarı tarafta $u_{j,k,l+1}^{n+1}$ ve aşağı tarafta $u_{j,k,l-1}^n$ şeklinde ifade edilmektedir. Yukarı tarama sırasında indisler yer değiştirmektedir. Bu şekilde $\partial u/\partial y$ ve $\partial u/\partial z$ nin $n+1/2$ deki yaklaşık zamansal ortalamalar elde edilmektedir.

Bu şemadan çıkartılabileceği gibi bir tarama sırasında bulunan bir basınç değeri iki adım ileride bilinen basınç değeri olarak kullanılmaktadır. Örneğin; x taraması sırasında elde edilen basınç değeri z taraması içinde kullanılmaktadır ve z taramasında elde edilen de aynı şekilde y taraması içinde kullanılmaktadır. Farklı taramalarda elde edilen bilgiyi daha hızlı değiş tokuş edebilmek (kullanabilmek) için Mike3 basınç için zaman filitrelemesi kullanılmaktadır, bu şekilde elde edilen bir basınç değeri hemen bir sonraki adımda kullanılmaktadır.

Kütle ve momentum denklemleri üç diyagonalı matris üzerinde ardışık düğüm noktaları üzerinde çalışan bir boyutlu bir tarama ile açıklanmaktadır.

$$MV^{n+1}=W^n \quad (3.5)$$

$$A_j \cdot u_{j-1}^{n+1} + B_j \cdot P_j^{n+1/2} + C_j \cdot u_j^{n+1} = D_j \Big|_{k,l} \quad (3.6a)$$

$$A_j^* \cdot P_j^{n+1/2} + B_j^* \cdot u_j^{n+1} + C_j^* \cdot P_{j+1}^{n+1/2} = D_j^* \Big|_{k,l} \quad (3.6b)$$

burada A, B, C, D ve A*, B*, C*, D* katsayılarının hepsi bilinen değerlerdir. Buradaki denklemler x yönü için yazılmıştır, ancak benzer denklemler y ve z yönleri için de mevcuttur.

Sistem sonra çift taramalı algoritmayla çözülür. Algoritma geliştirilirken aşağıdaki bağıntıların var olduğu kabulü yapılmıştır.

$$u_j^{n+1} = E_j^* \cdot P_j^{n+1/2} + F_j^* \quad (3.7a)$$

$$P_{j+1}^{n+1/2} = E_j \cdot u_j^{n+1} + F_{j+1} \quad (3.7b)$$

Bu denklemler (3.6) denkleminde yerlerine yazarsak E, F, E*, F* için aşağıdaki ifadeler elde edilmektedir.

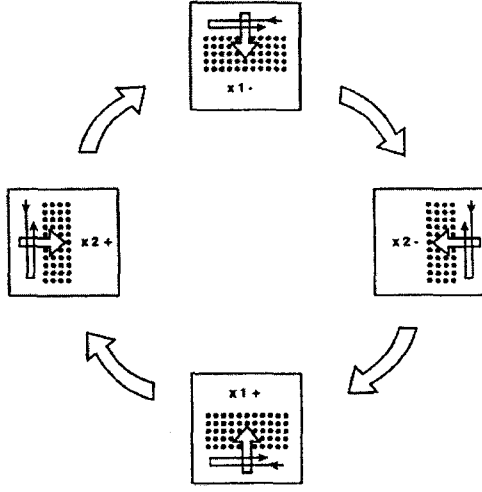
$$E_j^* = \frac{-A_j^*}{B_j^* + C_j^* \cdot E_j} \quad (3.8a)$$

$$F_j^* = \frac{D_j^* - C_j^* \cdot F_j}{B_j^* + C_j^* \cdot E_j} \quad (3.8b)$$

$$E_{j-1} = \frac{-A_j}{B_j + C_j \cdot E_j^*} \quad (3.8c)$$

$$F_{j-1} = \frac{D_j - C_j \cdot F_j^*}{B_j + C_j \cdot E_j^*} \quad (3.8d)$$

Bilindiği gibi E_j, F_j çiftinin değeri bilinse (veya E_{j+1}^{*}, F_{j+1}^{*} çifti) tüm E, F ve E*, F* değerleri azalan j değerleri için hesaplanabilmektedir. (3.6) ifadelerinden birine sağ sınır şartı verildikten sonra (3.8) ifadeleri E, F ve E*, F* değerleri E, F taraması ile bulunmaktadır. (3.7) denklemleri de sol sınır şartı verilerek tamamlayıcı tarama ile P ve u değerleri bulunmaktadır. Daha önceden de ele alındığı üzere, taramalar artan ve azalan koordinat sistemleri üzerinde uygulanmaktadır. Bunun düzenlenmesi şekil 3.3'deki şemada gösterilmiştir.



Şekil 3.3 Hesaplama taramasındaki döngü

3.3 Kıydan Uzaktaki Noktalar için Fark Yaklaşımı

Genel olarak kütle ve momentum denklemleri x- doğrultusu için incelenmektedir. y- ve z- yönündeki kütle denklemi x- yönü kütle denkleminin zamansal ortalamasını etkilediğinden bu denklemlerin fark yaklaşımları da göz önünde bulundurulmaktadır. y- ve z- yönündeki momentum denklemleri x- yönündeki momentum denklemine benzerdir bundan dolayı burada dikate alınmamıştır. Ancak çoğu problemde z- yönündeki momentum denkleminin sınır şartları diğer yönlerdekinden oldukça farklıdır.

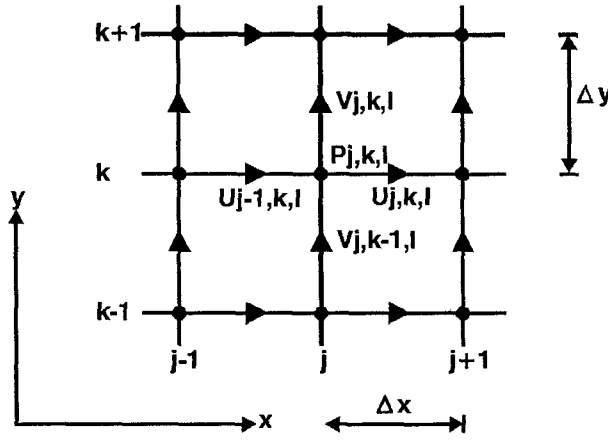
3.3.1 x- yönünde kütle denklemi

Kütle denklemi aşağıdaki gibidir.

$$\frac{1}{\rho c_s^2} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = S_{ss} \quad (3.9)$$

x-, y-, z- taramaları önceki bölümde gösterildiği şekilde özel bir çevirimle yapılmaktadır. Bölüm 3.5'de hesapların zamanla nasıl ilerlediği ve denklemlerin nasıl zamana göre ortalandığı gösterilmiştir.

Farklı taramalarda kullanılan fark yaklaşımları arasındaki dengeyi tam olarak anlayabilmek için Bölüm 3.5 sıradaki bölümlerle bir bütün halinde ele alınmıştır. Buna göre; x- kütle ve x- momentum denklemleri P'yi n-1/6'dan n+1/2'ye alırken u'yu n'den n+1'e alınmaktadır. y ve z kütle denklemleriyle birlikte terimler n+1/2'de ortalananmış olmaktadır.



Şekil 3.4 Kütle denkleminde ağ notasyonu, yataydaki görünüm

Şekil 3.4’de gösterilen düğüm noktası notasyonu yatay düzlem içindir. Benzer bir tanım dikey düzlemde kullanılmaktadır. Bu durumda u ve v hız bileşenleri; u, v ve w’nun uygun kombinasyonları ile değiştirilmiştir. Böylece 3.9 ifadesi aşağıdaki gibi yazılmıştır;

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\rho_{j,k,l} c_s^2} \left(\frac{P^{n+1/2} - P^{n-1/2}}{\frac{3}{2} \Delta t} \right)_{j,k,l} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{u_j - u_{j-1}}{\Delta x} \right)^{n+1} + \left(\frac{u_j - u_{j-1}}{\Delta x} \right)^n \right\}_{k,l} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{v_k - v_{k-1}}{\Delta y} \right)^{n+1} + \left(\frac{v_k - v_{k-1}}{\Delta y} \right)^n \right\}_{j,l} \\ & + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{w_l - w_{l-1}}{\Delta z} \right)^{n+1} + \left(\frac{w_l - w_{l-1}}{\Delta z} \right)^n \right\}_{j,k} = S_{ss} \end{aligned} \quad (3.10)$$

3.3.2 y- yönündeki kütle denklemi

Bir önceki bölümde açıklanan kütle denkleminde x- taramasından hemen sonra gelen y- taramasında; P $n+1/6$ seviyesinden $n+5/6$ seviyesine taşınmaktadır ve x- yönünde kütle ve x- yönünde momentum denklemlerinin ortalananmasına yardımcı olmaktadır. Şekil 3.4’deki ağ notasyonu ile 3.9 denklemi aşağıdaki gibi yazılmıştır.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\rho_{j,k,l} c_s^2} \left(\frac{P^{n+5/6} - P^{n+1/6}}{\frac{3}{2} \Delta t} \right)_{j,k,l} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{u_j - u_{j-1}}{\Delta x} \right)^{n+1} + \left(\frac{u_j - u_{j-1}}{\Delta x} \right)^n \right\}_{k,l} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{v_k - v_{k-1}}{\Delta y} \right)^{n+5/6} + \left(\frac{v_k - v_{k-1}}{\Delta y} \right)^{n+1/6} \right\}_{j,l} \\ & + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{w_l - w_{l-1}}{\Delta z} \right)^{n+5/6} + \left(\frac{w_l - w_{l-1}}{\Delta z} \right)^{n+1/6} \right\}_{j,k} = S_{ss} \end{aligned} \quad (3.11)$$

3.3.3 z- yönündeki kütle denklemi

Benzer şekilde y taramasını takip eden z- taraması P yi $n+3/6$ seviyesinden $n+7/6$ seviyesine taşınmaktadır bu durumda 3.9 denklemi aşağıdaki şekle getirilmiştir.

$$\begin{aligned} & \frac{1}{\rho_{j,k,l} c_s^2} \left(\frac{P^{n+\frac{7}{2}} - P^{n+\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2} \Delta t} \right)_{j,k,l} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{u_j - u_{j-1}}{\Delta x} \right)^{n+1} + \left(\frac{u_j - u_{j-1}}{\Delta x} \right)^n \right\}_{k,l} + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{v_k - v_{k-1}}{\Delta y} \right)^{n+\frac{4}{3}} + \left(\frac{v_k - v_{k-1}}{\Delta y} \right)^{n+\frac{1}{3}} \right\}_{j,l} \\ & + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{w_l - w_{l-1}}{\Delta z} \right)^{n+\frac{5}{3}} + \left(\frac{w_l - w_{l-1}}{\Delta z} \right)^{n+\frac{2}{3}} \right\}_{j,k} = S_{ss} \end{aligned} \quad (3.12)$$

Kesme hataları burada tartışılmamıştır. Yaklaşımlar çok seviyeli fark metoduna dayandığından, terimlerin zamansal ortalaması ve kesme hatalarının değerlendirilmesi başka bir grup denklem ile birlikte yapılmıştır. Bölüm 3.5’de bu durum anlatılmıştır.

3.3.4 x- yönündeki momentum denklemi

3.3.4.1 Genel

Momentum denkleminin x- yönündeki bileşeni aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (u^2) + \frac{\partial}{\partial y} (uv) + \frac{\partial}{\partial z} (uw) + 2\omega (v \sin(\phi) - w \cos(\phi) \sin(\lambda)) + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \\ & - \frac{\partial}{\partial x} \left(2\nu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(\nu_t \left\{ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right\} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_t \left\{ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right\} \right) + \frac{2}{3} \frac{\partial k}{\partial x} - u S_{ss} = 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

burada ω dünyanın açısal hızı, ϕ enlemi ve λ da boylamı göstermektedir. Sonlu fark terimlerini geliştirmek için her bir ifadeyi ayrı ayrı dikkate alınmıştır.

x- momentum denklemi için aşağıda belirtilen temel sonlu farklar yaklaşımı kullanılmaktadır.

3.13 denklemindeki terimler $n+1/2$ ’de zamana göre ortalananmaktadır ve $u_{j,k,l}$ ’de konumsal olarak ortalananmaktadır. Ağ notasyonu 3.3.2 de gösterildiği şekildedir.

3.3.4.2 Zamana göre diferansiyel terim

Açık şema sonlu farklar yaklaşımı zamana göre sonlu fark terimi aşağıdaki gibidir,

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \left(\frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} \right)_{j,k,l} \quad (3.14)$$

bu terimin $n+1/2$ merkezli olarak Taylor serisine açılması sonucunda;

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \left(\frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t} \right)_{j,k,l} - \frac{\Delta t^2}{24} \cdot \frac{\partial^3 u}{\partial t^3} + \text{HOT} \quad (3.15)$$

elde edilir. Merkezi fark yöntemi hem zamana hem konuma göre 2. mertebeden doğruluğa

sahiptir. Hidrodinamik simülasyonlarda sadece birinci terim şemaya katılmaktadır. (Denklem 3.15)

3.3.4.3 Konvektif terimler

x- yönündeki momentum denkleminin konvektif terimleri aşağıdaki gibidir

$$\frac{\partial}{\partial x}(uu) + \frac{\partial}{\partial y}(uv) + \frac{\partial}{\partial z}(uw)$$

Bu terimleri elde etmenin bir yolu da, parantez içindeki terimlerin zamana göre merkezi hallerinin kanuma göre merkezi farklarının alınmasıdır. Örnek olarak ilk terim aşağıdaki gibidir.

$$\left[\left(\frac{(u^{n+1} + u^n) \cdot (u^{n+1} + u^n)}{4} \right)_{j+1,k,l} - \left(\frac{(u^{n+1} + u^n) \cdot (u^{n+1} + u^n)}{4\Delta x} \right)_{j-1,k,l} \right] \frac{1}{2\Delta x} \quad (3.17)$$

Ancak bu şekilde bir yaklaşımın sonucu lineer olmadığından iterasyon gerektirmektedir. Alternatif olarak bu terim aşağıdaki gibi de ifade edilmektedir.

$$\frac{(u^{n+1} \cdot u^n)_{j+1,k,l} - (u^{n+1} \cdot u^n)_{j-1,k,l}}{2\Delta x} \quad (3.18)$$

Bu şekilde terim sonuç cebirsel formülasyon lineerleştirilmiş olur. Denklemdeki kesme hatası denklemi j,k,l ve n+1/2 merkezli olacak şekilde Taylor serisine açarak bulunmuştur. Böylece;

$$\frac{\partial u^2}{\partial x} \approx \text{FDS} - u \left[\frac{\Delta x^2}{3} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \Delta t^2 \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} \right] + \text{HOT} \quad (3.19)$$

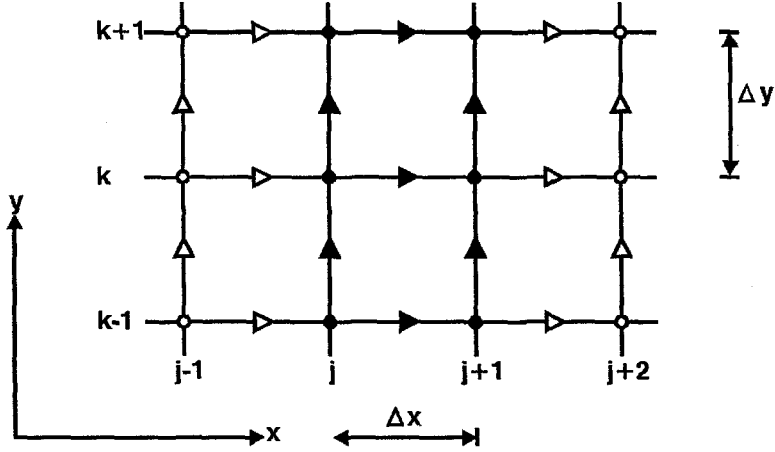
Burada FDS 3.18 denklemidir. Sonuc olarak bu denklem 2. derece doğruluğa sahiptir.

Mike 3 çözümü zamana göre iterasyona dayalı olmayan bir prosedür kullandığından çözümü zamanda ilerletebilmek için tüm lineer olmayan denklemlerin Denklem 3.18 deki şekilde lineerleştirilmesi gerekmektedir.

Burada 3.18 fark denklemleri matrisinin 5 diagonalı vardır, oysa burada üç diagonalı çözüm şeması kullanılmıştır. Bu üç diagonalı algoritmayı beş diagonalı algoritmaya genişletilebilmektedir. Burada 3.18 de gösterilen formu üç diagonalı forma konuma göre olan değişken dönüşümleri vasıtasıyla indirgenmiştir.

3.16 denklemindeki diğer iki fark yaklaşımı terimi yukarı ve aşağı taramalar sırasında farklılık

göstermektedir. Terimleri $(n+1/2)\Delta t$ seviyesinde zamansal ortalamasının yazılabilmesi için yandan besleme tekniğini kullanılmıştır.



Şekil 3.5 x momentum denklemi için ağ notasyonu

Şekil 3.5'deki ağ notasyonuna uygun şekilde aşağıdaki denklemler yazılmıştır.

$$\frac{\partial}{\partial y}(uv) \approx \left[\left(\frac{u_{k+1}^a + u_k^b}{2} \right)_{j,l} \cdot v_{j+1/2,k,l}^{n+1/2} - \left(\frac{u_k^a + u_{k-1}^b}{2} \right)_{j,l} \cdot v_{j+1/2,k-1,l}^{n+1/2} \right] \cdot \frac{1}{\Delta y} \quad (3.20)$$

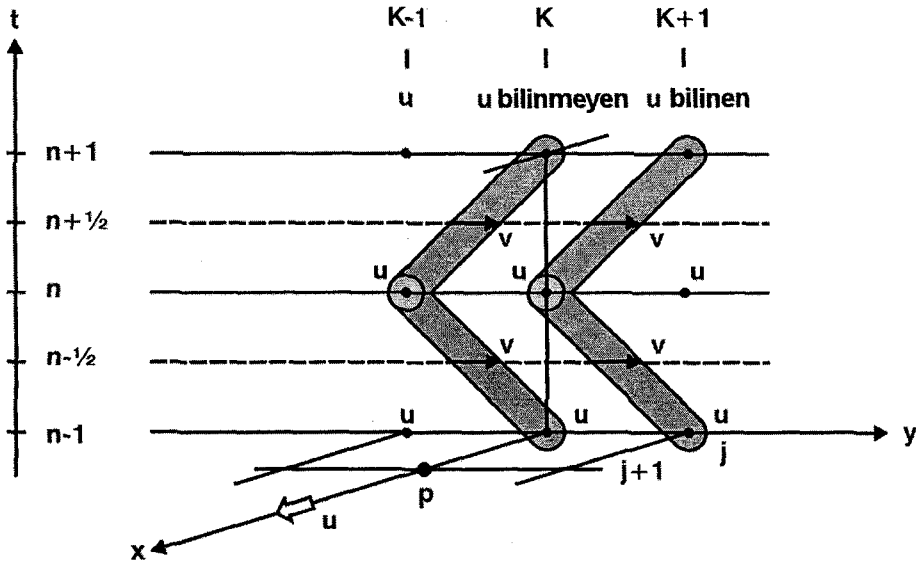
burada $a = n + 1$, $b = n$ (aşağı tarama sırasında)

$a = n$, $b = n + 1$ (yukarı tarama sırasında)

$$v_{j+1/2,k,l}^{n+1/2} = \frac{1}{2} (v_j + v_{j+1})_{k,l}^{n+1/2} \quad (3.21)$$

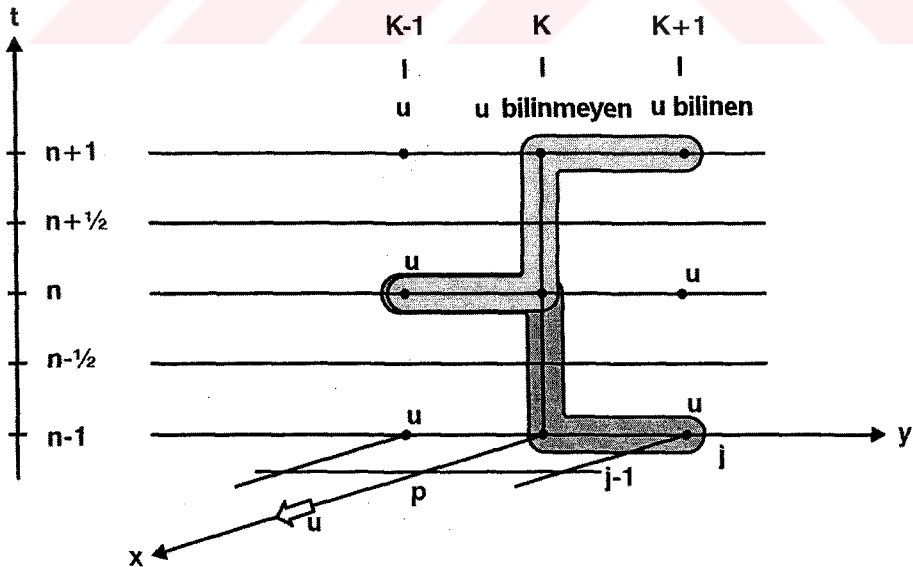
$$v_{j+1/2,k-1,l}^{n+1/2} = \frac{1}{2} (v_j + v_{j+1})_{k-1,l}^{n+1/2}$$

3.6 ve 3.7 şekillerindeki diagramlarda çapraz terimlerin nasıl oluşturulduğu görülmektedir. x-momentum denkleminin yaklaşımında ilgilenilen esas hesap yönü x- yönündedir. Yukarı ve aşağı tarama ile anlatılmak istenilen aslında x yönündeki bir taramanın y ve z'yi azaltarak veya arttırarak yapılmasıdır.



Şekil 3.6 $\frac{\partial u}{\partial y}$ konvektif terimi için “yandan besleme”. Aşağı taramada bilinen $u(n+1,j,k+1,l)$ ve yukarı taramada bilinen $u(n,j,k-1,l)$ zamansal ortalıdır

Ayrıca $v^{n+1/2}$ terimi mükemmel bir şekilde zamansal ortalıdır. Ancak zaman adımının $1/6$ 'sı kadar geride ortalıdır. Aslında bu her bir terim için geçerlidir; x- taraması sırasında bu v – bileşenidir, y- taramasında w- bileşenidir, ve z- taramasında u- bileşenidir. Bununla ilgili kesme hatasının değeri yine Taylor serisi açılımı ile bulunmuştur, bunun sonucunda da aşağıdaki ifade elde edilmiştir.



Şekil 3.7 İkinci mertebeden diferansiyel terim için “yandan besleme”. Aşağı doğru tarama için $\partial^2 u / \partial y^2$ ve yukarı doğru tarama için $\partial^2 u / \partial y^2$

$$\frac{\partial}{\partial y}(uv) \approx \text{FDS} + u \frac{\Delta t}{6} \frac{\partial^2}{\partial y \partial t} \pm \frac{1}{2} \Delta t v \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t} + \text{HOT} \quad (3.22)$$

Burada FDS 3.20 denkleminin sağ tarafıdır. Bu terimin doğruluğu birinci derecedendir. 3.22 denkleminin sağ tarafındaki ikinci terim v nin Δt nin $1/6$ sı kadar geriden ortalanmasıyla oluşmaktadır, 3. terim ise yandan beslemenin bir sonucudur. Bu terimin işareti yukarı taramada +, aşağı tarama sırasında ise – dir. Bu şekilde ortalama bu terim yok edilmektedir ama bu durum 2. terim için geçerli değildir.

Benzer şekilde y - taraması sırasında w - diferansiyelinin ve z - taraması sırasında da u - diferansiyelinin bir miktar geride zamansal ortalaması gerçekleştirilir.

3.16 denkleminin son teriminden,

$$\frac{\partial}{\partial z}(uw) \approx \left[\left(\frac{u_{l+1}^a + u_l^b}{2} \right)_{j,k} \cdot w_{j+\frac{1}{2},k,l}^{n+\frac{1}{2}} - \left(\frac{u_l^a + u_{l-1}^b}{2} \right)_{j,k} \cdot w_{j+\frac{1}{2},k,l-1}^{n+\frac{1}{2}} \right] \cdot \frac{1}{\Delta z} \quad (3.23)$$

elde edilir burada,

$$w_{j+\frac{1}{2},k,l}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{5}{6} \frac{(w_j + w_{j+1})_{k,l}^{n+\frac{2}{3}}}{2} + \frac{1}{6} \frac{(w_j + w_{j+1})_{k,l}^{n-\frac{1}{3}}}{2} \quad (3.24a)$$

$$w_{j+\frac{1}{2},k,l-1}^{n+\frac{1}{2}} = \frac{5}{6} \frac{(w_j + w_{j+1})_{k,l-1}^{n+\frac{2}{3}}}{2} + \frac{1}{6} \frac{(w_j + w_{j+1})_{k,l-1}^{n-\frac{1}{3}}}{2} \quad (3.24b)$$

dır. Burada a ve b yukarı ve aşağı tarama yönlerini ifade etmektedir. (y - diferansiyelinin olduğu gibi.) Bu yaklaşımın kesme hatasını bulmak için taylor sersine açıldığında ise

$$\frac{\partial}{\partial z}(uw) \approx \text{FDS} \pm \frac{1}{2} \Delta t w \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} + \text{HOT} \quad (3.25)$$

elde edilmektedir. Burada FDS 3.23 denklemini ile verilmiştir. Yine bir zaman adımı dikkate alındığında birinci mertebeden doğruluğa ancak zamansal ortalama ikinci mertebeden doğruluğa sahiptir.

3.3.4.4 Coriolis terimi

Koriolis terimi aşağıdaki gibidir.

$$\Omega_{ij}u_i = 2\omega \begin{pmatrix} 0 & \sin(\phi) & \cos(\phi)\cos(\lambda) \\ -\sin(\phi) & 0 & \cos(\phi)\sin(\lambda) \\ \cos(\phi)\cos(\lambda) & -\cos(\phi)\sin(\lambda) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

Coriolis terimi her yön için farklıdır. Sonlu farklar yaklaşımının ilkeleri aynı olduğundan burada sadece x- momentum denkleminin ayrıklaştırılmasından bahsedilmiştir. Hız bileşenlerinin ikisi için yaklaşım aşağıdaki gibidir.

$$v^* = \frac{1}{4} \left(v_{j,k} + v_{j,k-1} + v_{j+1,k} + v_{j+1,k-1} \right)_k^{n+\frac{1}{3}} \quad (3.27a)$$

$$w^* = \frac{1}{4} \frac{5}{6} \left(w_{j,k} + w_{j,k-1} + w_{j+1,k} + w_{j+1,k-1} \right)_k^{n+\frac{2}{3}} + \frac{1}{4} \frac{1}{6} \left(w_{j,k} + w_{j,k-1} + w_{j+1,k} + w_{j+1,k-1} \right)_k^{n-\frac{1}{3}} \quad (3.27b)$$

Bunlara bağlı kesme hataları ise;

$$v \approx \text{FDS} + \frac{\Delta t}{6} \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\Delta x}{2} \right)^2 \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \left(\frac{\Delta y^2}{2} \right)^2 \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \left(\frac{\Delta t}{6} \right)^2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right\} + \text{HOT} \quad (3.28a)$$

$$w \approx \text{FDS} - \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\Delta x}{2} \right)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{\Delta z}{2} \right)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + 5 \left(\frac{\Delta t}{6} \right)^2 \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \right\} + \text{HOT} \quad (3.28b)$$

Konvektif terimlerde olduğu gibi v- hız bileşeni $\Delta t/6$ kadar geride ortalanmaktadır bu da sonucun bir merteye daha az doğrulukta olmasına neden olmaktadır. Geri zamansal ortalamaya sahip hız bileşeni taramadan taramaya değişmektedir.

3.3.4.5 Basınç terimi

Basınç teriminin açık yaklaşımı aşağıdaki gibidir.

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \approx \frac{1}{\frac{1}{2}(\rho_{j+1,k,l} + \rho_{j,k,l})} \left(\frac{P_{j+1,k,l} - P_{j,k,l}}{\Delta x} \right)^{n+\frac{1}{2}} \quad (3.29)$$

Konuma göre merkezi fark yaklaşımının özelliğinden bu yaklaşım ikinci mertebeden doğruluğa sahiptir.

3.3.4.6 Kayma gerilmesi terimleri

3.13 denklemindeki kayma gerilmesi terimlerinin ayrıklaştırılması ile konvektif terimlerin ayrıklaştırılması arasında bir çok benzerlik vardır. Birinci terimin yaklaşımı aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(2v_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) = \left[\frac{(u_{j+1} - u_j)_{k,l}^{n+1} + (u_{j+1} - u_j)_{k,l}^n}{\Delta x} v_{tj+1,k,l} - \frac{(u_j - u_{j-1})_{k,l}^{n+1} + (u_j - u_{j-1})_{k,l}^n}{\Delta x} v_{tj,k,l} \right] \frac{1}{\Delta x} \quad (3.30)$$

Burada a ve b sırasıyla aşağı ve yukarı taramayı ifade etmektedir. Buna bağlı kesme hatası ise aşağıdaki gibidir.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ 2v_t \frac{\partial u}{\partial x} \right\} \approx \text{FDS} - \left(\frac{\Delta x}{2} \right)^2 \frac{\partial^2 v_t}{\partial x^2} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{1}{3} \Delta x^2 \frac{\partial v_t}{\partial x} \frac{\partial^3 u}{\partial x^3} - \left(\frac{\Delta t}{2} \right)^2 \frac{\partial v_t}{\partial x} \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial t^2} - \frac{2}{3} \Delta x^2 \frac{\partial^3 v_t}{\partial x^3} \frac{\partial u}{\partial x} + \text{HOT} \quad (3.31)$$

Sonuç olarak bu terimin doğruluğu 2. mertebededir. Geride kalan iki terimin sonlu farklar açılımı ise aşağıdaki gibidir.

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left(v_t \left\{ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right\} \right) &= \left[\frac{(u_{k+1}^a - u_k^b)_{j,l}}{\Delta y} v_{tj,k+\frac{1}{2},l}^* - \frac{(u_k^a - u_{k-1}^b)_{j,l}}{\Delta y} v_{tj,k-\frac{1}{2},l}^* \right] \frac{1}{\Delta y} \\ &+ \left[\frac{(v_{k+1} - v_k)_{k,l}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta x} v_{tj,k+\frac{1}{2},l}^{**} - \frac{(v_k - v_{k-1})_{k-1,l}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta x} v_{tj,k-\frac{1}{2},l}^{**} \right] \frac{1}{\Delta y} \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \left(v_t \left\{ \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right\} \right) &= \left[\frac{(u_{k+1}^a - u_k^b)_{j,k}}{\Delta z} v_{tj,k,l+\frac{1}{2}}^* - \frac{(u_k^a - u_{k-1}^b)_{j,k}}{\Delta z} v_{tj,k,l-\frac{1}{2}}^* \right] \frac{1}{\Delta z} \\ &+ \left[\frac{\frac{5}{6} (w_{k+1} - w_k)_{k,l}^{n+\frac{2}{3}} + \frac{1}{6} (w_{k+1} - w_k)_{k,l}^{n-\frac{1}{3}}}{\Delta x} v_{tj,k,l+\frac{1}{2}}^{**} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\frac{5}{6} (w_k - w_{k-1})_{k,l-1}^{n+\frac{2}{3}} + \frac{1}{6} (w_k - w_{k-1})_{k,l-1}^{n+\frac{1}{3}}}{\Delta x} v_{tj,k,l-\frac{1}{2}}^{**} \right] \frac{1}{\Delta z} \end{aligned} \quad (3.33)$$

Bu terimlerin kesme hataları burada gösterilen diğer denklemlerinkinden çok daha ayrıntılıdır bu nedenle burada gösterilmemiştir. Bununla birlikte yandan besleme yaklaşımının doğruluğunu bir mertebe azalmaktadır, fakat tarama yönlerini değiştirmek ortalama doğruluğu tekrar arttırmaktadır. $v^{n+1/3}$ zamansal ortalamadan sapma birinci dereceden kesme hatalarının ortaya çıkmasına neden olmaktadır.

3.4 Kıyıya Yakın Bölgelerde Farklı Fark Yaklaşımları

Hidrodinamik denklemlerdeki çarpım halindeki diferansiyeller hesap alanındaki tarama işleminde kara bölgelerinin yakınında problem oluşturmaktadır. Böylece, yandan besleme gibi tekniklerin kullanımı zorlaşmaktadır. Yukarı ve aşağı yöndeki taramalar arasındaki asimetrik

davranış, özellikle köşelerde yanlış sonuçlar elde edilmesine ve stabilite kaybına neden olabilmektedir.

Kara sınır şartı hız noktalarında tanımlanmaktadır ve tanımlanan sınır şartının yakınındaki hız sıfıra eşitlenmektedir. Bu durumu açıklamak için x taramasını örnek olarak alsak, şekil 3.8, 3.9 3.10 da gösterildiği gibi üç farklı durum ortaya çıkmaktadır. Örneklerde kara pozitif yöndedir, diğer bir deyişle kuzeydedir, ancak bunun benzeri negatif yön (güney) için de geçerlidir. Aşağıda gösterilen temel prensipler birleştirilerek daha kompleks durumlar elde edilebilir. Kıyı çizgisi boyunca fark denklemleri kıyı çizgisinin eksenlere belli bir açı yaptığı durumlarda özellikle dikkat gerektirir.

Burada 3.8, 3.9, 3.10 daki şekillerdeki temel örnekler gösterilecektir. Farklı kombinasyonlar için yaklaşımlar aynı ilkelere dayanmaktadır.

Kısmi türevleri içeren terimler; x- yönü taramasını göz önüne alındığında, kütle denkleminde $\partial v / \partial y$ ve $\partial w / \partial z$ terimleri, momentum denkleminde; $\partial(uv) / \partial y$ ve $\partial(uw) / \partial z$ konvektif terimleri, ve $\partial(v_i \{ \partial u / \partial y + \partial v / \partial x \}) / \partial y$ ve $\partial(v_i \{ \partial u / \partial z + \partial w / \partial x \}) / \partial z$ kayma terimleridir. Kütle denklemindeki $\partial v / \partial y$ ve $\partial w / \partial z$ terimleri kıyı sınır şartlarında çok net tanımlanmış olduklarından herhangi bir probleme neden olmazlar. Diğer terimler tek tek ele alınmıştır.

3.4.1 Konvektif Terim

Denklem 3.20'deki genel formu aşağı doğru tarama için göz önüne aldığımızda;

$$\frac{\partial}{\partial y}(uv) \left[\left(\frac{u_{k+1}^{n+1} + u_k^n}{2} \right)_{j,l} \bullet v_{j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2},l}^{n+\frac{1}{2}} - \left(\frac{u_k^{n+1} + u_{k-1}^n}{2} \right)_{j,l} \bullet v_{j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2},l}^{n+\frac{1}{2}} \right] \frac{1}{\Delta y} \quad (3.34)$$

ile

$$\begin{aligned} v_{j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2},l}^{n+\frac{1}{2}} &= \left(v_j + v_{j+1} \right)_{k,l}^{n+\frac{1}{2}} \\ v_{j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2},l}^{n+\frac{1}{2}} &= \left(v_j + v_{j+1} \right)_{k-1,l}^{n+\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (3.35)$$

3.4.1.1 Durum 1: Kara Kuzeyde

Genelde u hızı için basit bir yasama durumu kabulü uygundur. Bu durumda u_{k+1} , u_k 'ya eşit olmaktadır. Burada Şekil 3.13'deki (a) durumundaki gibi bir akım göz önüne alınmaktadır.

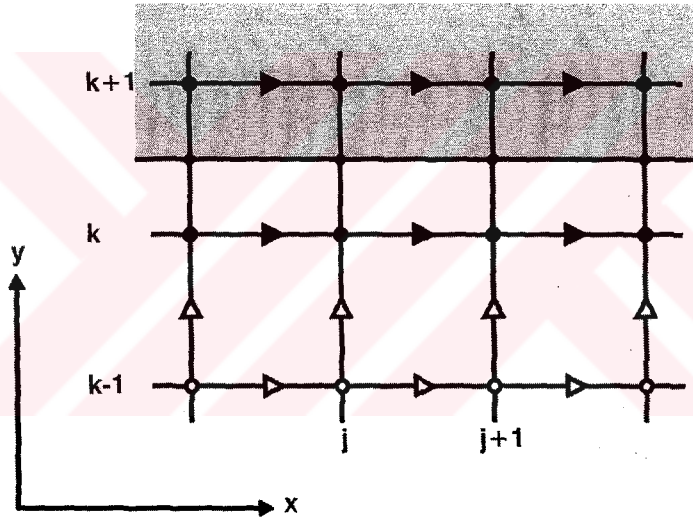
Aslında bu kabulün şekil 3.13'deki (b) durumunda hız dağılımından daha doğru olduğunu gösteren belli bir neden bulunmamaktadır. Bununla birlikte şekil 3.13'deki (b) durumunda hız

dağılımı daha büyük bir eğim verir, bu yüzden daha düşük bir değer veren şekil 3.13'deki (a) durumundaki dağılım tercih edilmektedir. Daha genel bir formülasyon için kayma faktörü aşağıdaki gibi uygulanabilir.

$$u_{k+1} = (\text{kayma faktörü}) \cdot u_k$$

kayma faktörünün aldığı değerler -1 ile +1 arasında olabilmektedir. -1 kayma faktörü sınır boyunca kayma olmaması durumunu, +1 değeri ise tam kaymanın olduğu durumu göstermektedir. Bu yaklaşımlar $\partial u / \partial y$ 'nin kara sınırı boyunca önemli olduğu durumlarda kullanılmalıdır. Δx ve Δy nin metre cinsinden onlu ve yüzölçü mertebeleri için pek çok uygulamada tam kayma koşulu (kayma faktörü = 1) iyi bir yaklaşım sayılmaktadır.

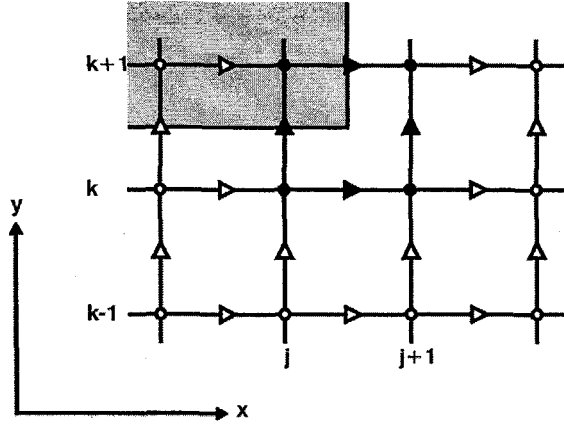
Bununla birlikte 1. durum için yansıma koşulu önemli değildir. Denklem 3.34 deki genel form daha makul bir kabule dönüşmektedir çünkü $v_{j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2},l} = 0$ olmaktadır.



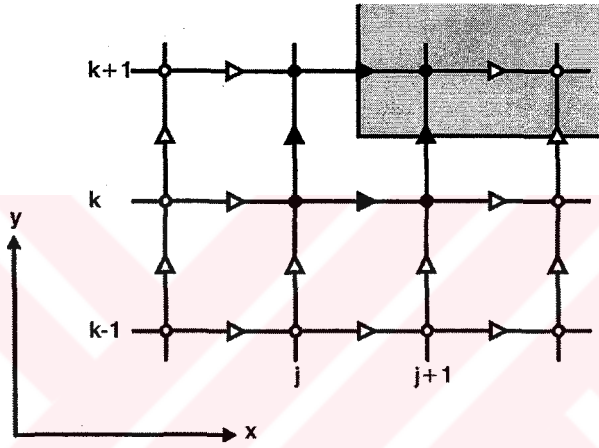
Şekil 3.8 Kıyıya yakın bölgelerdeki özel durumlar. Durum 1: Karanın kuzeyde olması durumu

3.4.1.2 Durum 2: Köşeden Çıkış

u için yansıma koşulu kullanılmaktadır. $v_{j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2},l}$ için yaklaşım ise daha zordur. Bunun için belli bir kabul yoktur. Düzgün ağ sistemlerinde elde edilmiş tecrübeler $v_{j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2},l} \approx 0$ 'ın iyi sonuç verdiğini ortaya koymaktadır. Bu kabulle $v_{j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2},l}$ terimi 3.35 denklemi ile açıklanabilir.



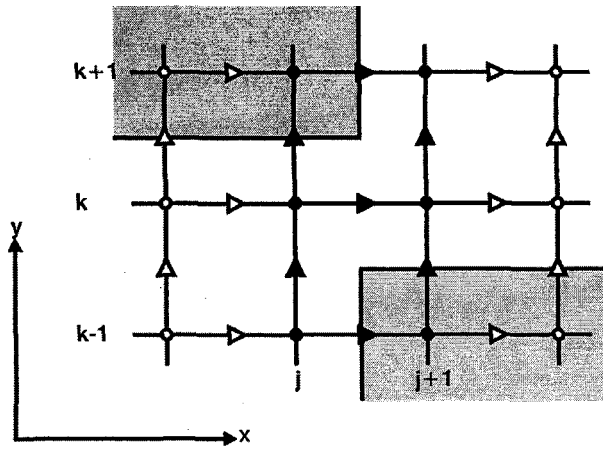
Şekil 3.9 Kırıya yakın bölgelerdeki özel durumlar, durum 2: Köşeden çıkış



Şekil 3.10 Kırıya yakın bölgelerdeki özel durumlar, durum 3: Köşeye varış

3.4.1.3 Durum 3: Köşeye Varış

2. durumdakine benzer yaklaşımlar makul sonuçlar vermektedir.



Şekil 3.11 Kaçınılması gereken olası bir köşe kombinasyonu

3.4.2 Kayma terimleri

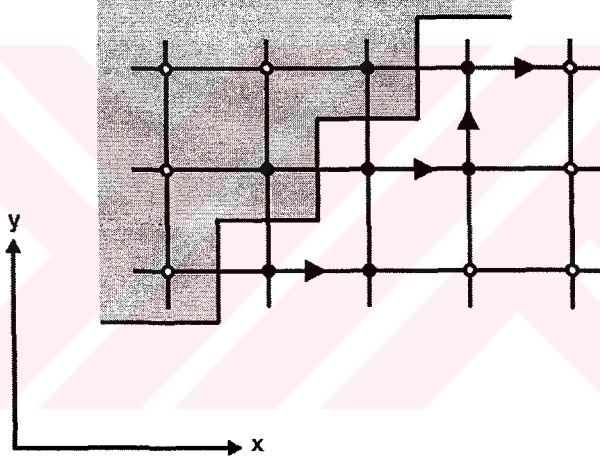
Kayma terimleri $\partial(v_t \partial u / \partial y) / \partial y$ gibi diferansiyel terimleri için yaklaşım gerektirir. Bu terimin denklem 3.32'deki genel hali dikkate alındığında.

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(v_t \frac{\partial u}{\partial y} \right) \approx \left[\frac{(u_{k+1}^{n+1} - u_k^n)_{j,l}}{\Delta y} \cdot v_{tj,k+1/2,l}^* - \frac{(u_k^{n+1} - u_{k-1}^n)_{j,l}}{\Delta y} \cdot v_{tj,k-1/2,l}^{n+1/2} \right] \cdot \frac{1}{\Delta y} \quad (3.37)$$

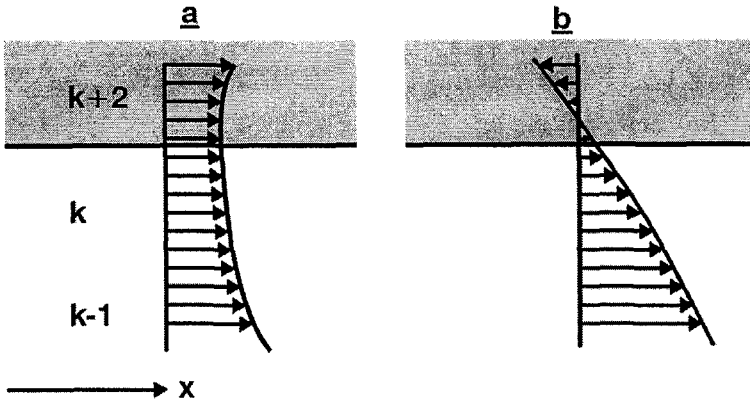
ve burada

$$v_{tj,k+1/2,l}^* = \frac{1}{4} (v_{tj,k,l} + v_{tj+1,k,l} + v_{tj,k+1,l} + v_{tj+1,k+1,l}) \quad (3.38a)$$

$$v_{tj,k-1/2,l}^{n+1/2} = \frac{1}{4} (v_{tj,k,l} + v_{tj+1,k,l} + v_{tj,k-1,l} + v_{tj+1,k-1,l}) \quad (3.38b)$$



Sekil 3.12 45° lik bir kıyı çizgisi



Sekil 3.13 Olası hız dağılımları

u_{k+1} ve u_{k-1} terimleri yansıma koşulu ile hesaplanırlar. 1. durum için $v_{t\ k+1}$ 'ler yaklaşım gerektirmektedir. Tecrübeler göstermektedir ki $v_{t\ k+1} \approx v_{t\ k}$ genelde iyi sonuç vermektedir. 2. durum için v_t^* 1. durumdaki gibi bir yaklaşımla bulunabilir. 3. durum içinde benzer bir yaklaşım uygulanabilmektedir.

3.5 Fark şemasının Yapısı, Stabilitesi ve Doğruluğu

3.5.1 Zamansal ortalama, Doğruluk

Bir önceki bölümde geliştirilen fark şemaları hesap çevrimi içerisinde tek bir bileşen olarak görülmelidir. Sadece diğer denklem bileşenleriyle birlikte bir çevrim içinde zamansal ortalama mümkün olmaktadır. Örnek olarak bir hesap çevrimi aşağıdaki gibidir.

- x-: azalan y ve z ile x taraması
- y-: azalan x ve z ile y taraması
- z-: azalan x ve y ile z taraması
- x+: artan y ve z ile x taraması
- y+: artan x ve z ile y taraması
- z+: artan x ve y ile z taraması

Bir hesap çevrimini göz önünde bulundurarak çevrimin çeşitli bileşen denklemlerinin ortalamalarının alınması tartışılmaktadır. x- taramasını göz önüne alınsın. Denklemin merkezi $n+1/2$ 'de dir. Bu kütle denklemindeki u terimlerinde ve momentum denkleminde zaman diferansiyelinde açıktır. P'nin zaman diferansiyelinde ise merkezleme açık değildir. x- taraması tek başına $n+1/2$ 'de bir merkez vermiyecektir. Kütle denklemindeki y- ve z- taramalarından sonra ancak $n+1/2$ 'de bir merkezleme meydana gelecektir.

x- yönü momentum denkleminde basınç terimi doğru bir şekilde $n+1/2$ 'de ortalananmıştır. Kütle denklemindeki v ve w'nun uzamsal diferansiyelleri ilk bakışta garip görünmektedir. Mesela "x- yönü taramasının merkezi $n+1/2$ 'de ise neden w'yu da $n+1/2$ 'de merkezlemeyelim?" sorusu doğmaktadır. Bunun nedeni bir sonraki y- ve z- taramalarındadır. y- taramasının merkezi $n+5/6$ 'da dır. Bu nedenle kütle denkleminde v, $n+4/3$ 'te ve $n+1/3$ 'te dir. Benzer şekilde z- taramasının merkezi $n+7/6$ 'da iken w'nun merkezi $n+5/3$ ve $n+2/3$ 'te dir. x- yönü kütle denklemindeki y- ve z- taramaları ancak x- taramasıyla birlikte ele alındığında, x- yönü kütle denklemindeki v ve w terimleri, y- ve z- yönü kütle denklemlerindeki v ve w ile birlikte doğru olarak merkezlenebilmektedir.

Yukarıdaki (x-) taraması için yapılmış olan açıklamalar (x+), (y-), (y+), (z-) ve (z+) taramaları

için de benzer şekilde tekrarlanabilmektedir. Herhangi bir hesap döngüsünde; örnek olarak yukarıda gösterilen x-y-z döngüsünde, y-z-x veya z-x-y'ler mükemmel bir biçimde sırasıyla $n+3/6$, $n+5/6$ veya $n+7/6$ da merkezlenmektedir.

Hesap döngüsü Mike21'in hidrodinamik modülünde de kullanılan hesap döngüsüyle çok benzeşmektedir. Bu döngü Mike21'in "User Guide and Reference Manual" adlı kitabında anlatılmaktadır. Diğer açık fark şemaları örnek olarak Leendertse 1967, genelde benzer formun kapalı döngü biçimiyle çalışmaktadır.

Fark şeması, merkezi fark yönteminin doğası gereği genelde 2. mertebededir. 2. mertebeden olması Taylor serisine açılımından veya algoritmanın yapısından ileri gelmektedir. Bu son kavram algoritmanın doğru olduğu en büyük polinomun derecesine göre tanımlanmaktadır. Bu iki tanım genelde birbiriyle karıştırılmaktadır fakat ikisinin de her zaman aynı mertebeden doğruluğu vermesi gerekmez. Örnek olarak Laplace denklemi için bizim genel merkezi fark yöntemimiz hatası bakımından 2. mertebededir ancak algoritma 3. mertebededir (Leonard 1979)

3.5.2 Amplifikasyon ve faz hataları

3.5.2.1 Genel

Sonlu farklar metodu esasen ele aldığımız kısmi diferansiyel denklemindeki her bir terimin Taylor serisine açılmasıdır. Böyle bir açılımın sonucunda sonsuz sayıda fonksiyon oluşmaktadır ve esas denklemlerle tamamen aynı sonucu verecek olan bu denklemler sayısal olarak çözülemez. Bu denklemler belli bir mertebeden sonraki sonsuz sayıdaki terimi ihmal ederek sonlu sayıda elemanlı çözülebilir bir denkleme haline getirilebilmektedir.

Bu şekilde kısmi diferansiyel denklemler ile ifade edilen bir problemin çözümü bir yaklaşım yöntemiyle çözülmüş olur ve gerçek sonuç ile elde ettiğimiz yaklaşık sonuç arasındaki fark kesme hatası olarak isimlendirilmektedir. Sonlu farklar yaklaşımıyla elde edilen sonuçlar azalan Δx ve Δt değerleri için gerçek sonuca yaklaşmaktadır. Bu nedenle sonlu farklar yöntemi yaklaşımlı (converjant) kabul edilmektedir. Eğer şema stabil ise aynı zamanda şema yaklaşımlıdır. Bu nedenle şemanın stabilitesi şemanın doğru sonuç vermesi için gerekli ve yeter şarttır.

Şemanın stabilitesini sağlamak için gerekli olan Δx ve Δt arasındaki bağıntı stabilite analizleriyle bulunabilmektedir.

Şemanın stabilitesinin kontrolünde pek çok farklı yöntem kullanılabilmektedir. Bunlardan

bazırları; faz hatası analizi, yükseltme hatası analizi, sayısal votisite oluşumu analizi, veya sayısal zigzaglanmaya yönelim analizi sayılabilir. Burada ele alınacak olanlar ise yükseltme hataları ve faz hataları analizleridir.

3.5.2.2 Teorik Temel

Sonlu farklar şeması aşağıdaki gibi ifade edildiği durumlarda 2 seviyeli bir şema olmaktadır.

$$\underline{\underline{\xi}}^{n+1} = \underline{\underline{G}} \underline{\underline{\xi}}^n \quad (3.39)$$

Pek çok sonlu fark semasi denklem 3.39'da verilen şekilde ifade edilebilmektedir. Bu şekildeki şemaların faz hatalarına ilişkin genel ifade Abbott (1979) tarafından verilmiştir. Fakat Mike 3'ün sonlu fark şeması 3 seviyelidir ve bu şemaya uygun bir faz hatasını veren ifade bulunmamaktaydı bu yüzden bir ifade geliştirilmesi gerekmiştir. Elde edilen ifade iki seviyeli şemaninkine oldukça benzemektedir.

Bu nedenle aşağıdaki formda üç seviyeli bir şemayı ele aldığımızda;

$$\underline{\underline{\xi}}^{n+1} = \underline{\underline{A}} \underline{\underline{\xi}}^n + \underline{\underline{B}} \underline{\underline{\xi}}^{n-1} \quad (3.40)$$

Burada A ve B keyfi matrisler olup, $\underline{\underline{\xi}}$ da prognostik değişkenleri içeren bir vektördür. Üstel değer burada zaman seviyesini göstermektedir.

Genel olarak bir büyütme matrisi $\underline{\underline{G}}$, n'ninci zaman seviyesindeki $\underline{\underline{\xi}}$ ile çarpımıyla, n+1. zaman seviyesinde bir $\underline{\underline{\xi}}$ elde edilebilir.

$$\underline{\underline{\xi}}^n = \underline{\underline{G}}_0 \underline{\underline{\xi}}^{n-1} \quad (3.41)$$

$$\underline{\underline{\xi}}^{n+1} = \underline{\underline{G}}_1 \underline{\underline{\xi}}^n \quad (3.42)$$

3.41 ve 3.42 denklemlerini 3.40'da yerine koyulduğunda aşağıdaki bağıntı elde edilmektedir.

$$\underline{\underline{G}}_1 = \underline{\underline{A}} + \underline{\underline{B}} \underline{\underline{G}}_0^{-1} \quad (3.43)$$

$$\underline{\underline{G}} = \underline{\underline{G}}_0 = \underline{\underline{G}}_1 \quad (3.44)$$

Kabulü ile,

3.41 ve 3.42 denklemlerinden,

$$\underline{\xi}^{n+1} = (\underline{G})^2 \underline{\xi}^{n-1} \quad (3.45)$$

elde edilir.

3.45 denklemini 3.43 denklemi ile karşılaştırdığımızda G genel genişleme matrisinin aşağıdaki denklemin çözümüyle elde edilebileceği anlaşılmaktadır.

$$(\underline{G})^2 - AG - B = 0 \quad (3.46)$$

Üç seviyeli stabil tüm şemalar için 3.44 denklemi sağlanmalıdır. Aksi takdirde denklem 3.40 ile açılan herhangi bir sabit seri veri G_i ile çarpılarak büyütülmektedir. Bunun sonucunda (3.45) denklemi (3.40)'a denk olmaktadır. Burada G denklem (3.46) ile verilmiştir. Bununla birlikte denklem (3.44) nın sağlanması stabilite için gereklidir fakat yeterli olmamaktadır. Bu sebeple problem bundan sonra ξ 'nin büyütülmesi veya büyümenin G ile çarpım sonucunda azalmasıyla stabilitenin sağlanması olmaktadır.

G yönündeki eigen-vektörleri G ile çarpım ile değişmediği bilinmektedir. Böylece sonuçta elde edilen eigen-değerleri ξ 'nin büyütülme miktarına ilişkin mükemmel sonuçlar vermektedirler. Eğer X , G 'nin bir eigen-vektörü ise bunlara bağlı eigen-değeri aşağıdaki denklemin sonucu olmaktadır.

$$\underline{GX} = g\underline{IX} \quad (3.47)$$

Burada I özdeşlik matrisidir. Tüm 0'a eşit olmayan eigen vektörleri için denklem (3.47) aşağıdaki sonucu vermektedir.

$$\text{Det}[\underline{G} - g\underline{I}] = 0 \quad (3.48)$$

3.40 denkleminde verilen tahmini vektör ξ 'nin zamandaki Fourier serisine açılımdan ise aşağıdaki ifade çıkmaktadır.

$$\underline{\xi}^n = \sum_k \underline{\xi}_k^* e^{-i2\pi k \delta n \Delta t / l} \quad (3.49)$$

Burada k boyutsuz dalga numarasını, δ diferansiyel denklemden gelen dalga yayılma hızını, n zaman seviyesini, Δt zaman artımını, l dalga uzunluğunu, i ise sanal katsayısını göstermektedir. ξ^* ise uzmadaki uygun Fourier dönüşümüdür.

Böylece, denklem 3.49'un herhangi bir terimini ele aldığımızda ve bunu denklem 3.40'ta yerine koyduğumuzda denklem 3.44'teki kabulleri göz önünde bulundurduğumuzda ve

terimleri tekrar düzneyeceğimizde aşağıdaki denklem elde edilmektedir.

$$\left| \left(\underline{G} \right)^2 - e^{-i4\pi k \delta \Delta t / l} \cdot \underline{I} \right|_{\underline{z}_k}^* = 0 \quad (3.50)$$

Bu denklemden de,

$$\left(\underline{g} \right)^2 = e^{-i4\pi k \delta \Delta t / l} \quad (3.51)$$

Genel durumda hem $\underline{g}$ hem de δ kompleks olabilir. Bu nedenle denklem (3.51) aşağıdaki şekilde de ifade edilebilmektedir.

$$\left\{ \text{Re}(\underline{g}) + i \text{Im}(\underline{g}) \right\}^2 = \exp \left\{ -i4\pi k \left\{ \text{Re}(\delta) + i \text{Im}(\delta) \right\} \Delta t / l \right\} \quad (3.52)$$

$$\begin{aligned} \text{Re}^2(\underline{g}) - \text{Im}^2(\underline{g}) + 2i \text{Re}(\underline{g}) \text{Im}(\underline{g}) = \\ \exp \left\{ 4\pi k \text{Im}(\delta) \Delta t / l \left\{ \cos(4\pi k \text{Re}(\delta) \Delta t / l) - i \sin(4\pi k \text{Re}(\delta) \Delta t / l) \right\} \right\} \end{aligned} \quad (3.53)$$

veya gerçel ve sanal terimleri ayırırsak;

$$\text{Re}^2(\underline{g}) - \text{Im}^2(\underline{g}) = \exp \left\{ 4\pi k \text{Im}(\delta) \Delta t / l \right\} \cdot \cos \left\{ 4\pi k \text{Re}(\delta) \Delta t / l \right\} \quad (3.54)$$

$$2 \text{Re}(\underline{g}) \text{Im}(\underline{g}) = -\exp \left\{ 4\pi k \text{Im}(\delta) \Delta t / l \right\} \cdot \sin \left\{ 4\pi k \text{Re}(\delta) \Delta t / l \right\} \quad (3.55)$$

Leendertse 1967 ve Vliengerthart 1968' in çalışmalarının ardından dalga bumarası terimlerini ile hesap yapan complex bir yayılım faktörü tanımlanmıştır.

$$P = P(k) = \frac{e^{i2\pi k(x-\delta t)/l}}{e^{i2\pi k(x-\lambda t)/l}} \quad (3.56)$$

Burada λ Fd denkleminde verilen dalga yayılma hızıdır. P'yi k numaralı dalganın bir özelliğinin dalga boyunca yayıldığı süre boyunca incelendiğinde;

$$P = e^{-2\pi(\delta/\lambda-1)} \quad (3.57)$$

P' argümanı ise faz hatasını vermektedir bunun değeri ise aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\text{Arg } P = 2\pi \left\{ 1 - \frac{\text{Re}(\delta)}{\ddot{e}} \right\} \quad (3.58)$$

Daha anlaşılır olması bakımından faz hatası, aşağıda denklemini verilen dalga hızı oranı cinsinden tanımlanmaktadır.

$$Q = \frac{\text{Re}(\delta)}{\ddot{e}} \quad (3.59)$$

Denklem (3.54 – 3.55)'teki δ teriminin sanal kısmını ortadan kaldırıldığında ve bunu denklem (3.59) da yerine koyduğumuzda denklemin düzenlenmiş şekli aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$Q = \frac{1}{4\pi k \lambda \Delta t / l} \cdot \text{Arc tan} \left\{ \frac{2 \text{Re}(g) \text{Im}(g)}{\text{Re}^2(g) - \text{Im}^2(g)} \right\} \quad (3.60)$$

Courant sayısı ise aşağıdaki gibi elde edilmektedir,

$$\text{Cr}_s = \lambda \frac{\Delta t}{\Delta s} \quad (3.61)$$

Burada Δs s-yönündeki ağ noktaları arasındaki mesafedir. Denklem (3.60) aşağıdaki şekilde tekrar düzenlenebilir,

$$Q = -\frac{N_s}{4\pi \text{Cr}_s} \cdot \text{Arc tan} \left\{ \frac{2 \text{Re}(g) \text{Im}(g)}{\text{Re}^2(g) - \text{Im}^2(g)} \right\} \quad (3.62)$$

Burada N_s bir dalga boyundaki hesap noktası sayısıdır.

Denklem (3.62) Abbott (1979)'un iki seviyeli şemanın denklemine daha çok benzemektedir.

Bu sebeple üç seviyeli herhangi bir şemanın faz hatası denklem 3.62 ile açıklanabilmektedir. Burada genlik hatası bir seri eigen vektörü modülü ile açıklanmaktadır. Stabil olmayan herhangi bir şema için modül, birden büyük, buna karşın saçılımı bir şemanın eigen değerleri, birden küçük olmaktadır. Bu durumda $g \leq 1$ şartı stabilite için yeter bir şart oluşturmaktadır. (Abbott 1979)

3.5.2.3 Mike3'ün Karakteristikleri

Mike 3 şemasının faz ve genlik özelliklerinin karakteristikleri en basit durumları esas almaktadır. Bunlar taşınım, vizkozite, tabakalanma vb. gibi etkilerin ihmal edildiği durumlardır. Bu şekilde temel denklemler aşağıdaki şekile indirgenmektedir.

$$\frac{1}{\rho c_s^2} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (3.63)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} = 0 \quad (3.64)$$

Yerçekimi kuvveti terimi denklem 3.64'e dahil edilmemiştir. Bu konuya daha ileride bölüm 3.8 de geri dönecektir. Üç kütle denklemi (3.10 – 3.12) denklemlerinde verilmiştir. Momentum denkleminin sonlu farklar yaklaşımları aşağıdaki gibidir.

$$\frac{u_{j,k,l}^{n+1} - u_{j,k,l}^n}{\Delta t} + \frac{1}{\rho} \frac{P_{j,k,l}^{n+\%0} + P_{j-1,k,l}^{n+\%0}}{\Delta x} = 0 \quad (3.65)$$

$$\frac{v_{j,k,l}^{n+4/3} - v_{j,k,l}^{n+1/3}}{\Delta t} + \frac{1}{\rho} \frac{P_{j,k,l}^{n+5/6} + P_{j-1,k-1,l}^{n+5/6}}{\Delta y} = 0 \quad (3.66)$$

$$\frac{w_{j,k,l}^{n+5/3} - w_{j,k,l}^{2/3}}{\Delta t} + \frac{1}{\rho} \frac{P_{j,k,l}^{n+7/6} + P_{j-1,k,l-1}^{n+7/6}}{\Delta z} = 0 \quad (3.67)$$

Her bir tahmini değişken için uzmansal Fourier dönüşümleri aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\xi_{j,k,l}^n = \sum_m \xi_m^n \cdot \exp(im2\pi j\Delta x/l_{\text{wave}}) \cdot \exp(im2\pi k\Delta y/l_{\text{wave}}) \cdot \exp(im2\pi l\Delta z/l_{\text{wave}}) \quad (3.68)$$

Bu şekilde (3.65 – 3.67) denklemleri Fourier dönüşümleri şeklinde yazılabilmektedir. Denklem (3.68)'in herhangi bir terimini göz önüne aldığımızda;

$$\{e^{i\Psi} - e^{-i\Psi}\} = 2i \sin(\Psi) \quad (3.69)$$

Uygunluk için aşağıdaki üç boyutsuz terim türetilmiştir;

$$\alpha = \frac{2}{3} \frac{c_s \Delta t}{\Delta x} \sin\left(\frac{\pi}{N_x}\right) \quad (3.70a)$$

$$\beta = \frac{2}{3} \frac{c_s \Delta t}{\Delta y} \sin\left(\frac{\pi}{N_y}\right) \quad (3.70b)$$

$$\gamma = \frac{2}{3} \frac{c_s \Delta t}{\Delta z} \sin\left(\frac{\pi}{N_z}\right) \quad (3.70c)$$

(3.68 – 3.70) denklemlerinin (3.65 – 3.67) denklemlerinde yerine konulduğunda ve basınç terimleri yok edilip, işlemler yapıldığında aşağıdaki üç denklem elde edilmektedir.

$$(1 + \alpha^2) u_*^{n+1} = -(1 - \alpha^2) u_*^n - \alpha^2 \left(\beta - \frac{1}{\beta} \right) v_*^{n+1/3} + \alpha \gamma w_*^{n+2/3} - \alpha \left(\beta - \frac{1}{\beta} \right) v_*^{n-2/3} - \alpha \gamma w_*^{n-1/3} \quad (3.71)$$

$$(1+\beta^2)v_*^{n+4/3} + \alpha\beta u_*^{n+1} = -\alpha\beta u_*^n - (1-\beta^2)u_*^{n+1/3} + \beta\left(\gamma - \frac{1}{\gamma}\right)w_*^{n+2/3} + \beta\left(\gamma - \frac{1}{\gamma}\right)w_*^{n-1/3} \quad (3.72)$$

$$(1+\gamma^2)w_*^{n+5/6} + \gamma\beta v_*^{n+4/3} + \gamma\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)u_*^{n+1} = -\gamma\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right)u_*^n - \beta\gamma v_*^{n+1/3} - (1-\gamma^2)w_*^{n+2/3} \quad (3.73)$$

Matrix formunda, (3.71 – 3.73) denklemleri aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$\begin{bmatrix} 1+\alpha^2 & 0 & 0 \\ \alpha\beta & 1+\beta^2 & 0 \\ \gamma\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right) & \gamma\beta & 1+\gamma^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_*^{n+1} \\ v_*^{n+4/3} \\ w_*^{n+5/3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1-\alpha^2 & -\alpha\left(\beta - \frac{1}{\beta}\right) & -\alpha\beta \\ -\alpha\beta & 1-\beta^2 & -\beta\left(\gamma - \frac{1}{\gamma}\right) \\ -\gamma\left(\alpha - \frac{1}{\alpha}\right) & -\gamma\beta & 1-\gamma^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_*^{n-1} \\ v_*^{n+1/3} \\ w_*^{n-1/3} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} 0 & -\alpha\left(\beta + \frac{1}{\beta}\right) & -\alpha\beta \\ 0 & 0 & -\beta\left(\gamma + \frac{1}{\gamma}\right) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_*^{n-1} \\ v_*^{n-2/3} \\ w_*^{n-1/3} \end{bmatrix} \quad (3.74)$$

Denklem (3.74) ile denklem (3.40) karşılaştırıldığında denklem (3.40) ile verilen üç seviyeli bir şema formundaki MIKE3 FDS görülecektir. Burada;

$$\underline{\xi}^n = [u_*^n, v_*^{n+1/3}, w_*^{n+2/3}] \quad (3.75)$$

Fourrier katsayısı ξ_*^n zaman ekseninde da açıldığında;

$$\xi_*^n = \xi_* \cdot e^{i\omega\Delta t} = \xi_* \cdot \phi \quad (3.76)$$

Elde edilmektedir. Burada ϕ , Δt için bir genlik faktörüdür. Denklem (3.76) denklem (3.74)'de yerine konulduğunda bir kaç işlemten sonra aşağıdaki denklem çıkmaktadır.

$$\begin{bmatrix} \phi^2 \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right) + \phi \left(\alpha - \frac{1}{\alpha} \right) & \phi \left(\beta - \frac{1}{\beta} \right) + \left(\beta + \frac{1}{\beta} \right) & \phi \gamma + \gamma \\ \phi^2 \alpha + \phi \alpha & \phi^2 \left(\beta + \frac{1}{\beta} \right) + \phi \left(\beta - \frac{1}{\beta} \right) & \phi \left(\gamma - \frac{1}{\gamma} \right) + \left(\gamma + \frac{1}{\gamma} \right) \\ \phi^2 \left(\alpha - \frac{1}{\alpha} \right) + \phi \left(\alpha + \frac{1}{\alpha} \right) & \phi^2 \beta + \phi \beta & \phi^2 \left(\gamma + \frac{1}{\gamma} \right) + \phi \left(\gamma - \frac{1}{\gamma} \right) \end{bmatrix} \cdot \xi_* = 0 \quad (3.77)$$

Bu denklemi ϕ 'ye bağılı olarak çözdüğümüzde ise aşağıdaki dördüncü dereceden denklem çıkmaktadır.

$$A\phi^4 + B\phi^3 + B\phi - A = 0 \quad (3.78)$$

Burada;

$$\begin{aligned} A &= (1 + \alpha^2)(1 + \beta^2)(1 + \gamma^2) \\ B &= 2(1 + \alpha^2)(1 + \beta^2)(1 + \gamma^2) - (1 + \alpha^2) - (1 + \beta^2) - (1 + \gamma^2) - 1 \end{aligned} \quad (3.79)$$

Denklem (3.78) aşağıdaki şekilde ayrıştırılabilir,

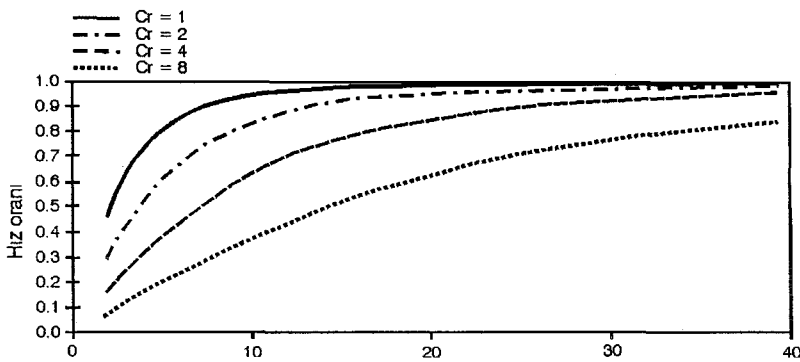
$$(\phi + 1)(\phi - 1)(A\phi^2 + B\phi + A) = 0 \quad (3.80)$$

Burada son parantez içindeki terim sonucu vermektedir.

$$\phi = -\frac{B}{2A} \pm i \frac{D}{2A} \quad (3.81)$$

Burada;

$$D^2 = 4A^2 - B^2, D \in \mathbb{R}_+ \quad (3.82)$$



Şekil (3.14) Ağ boyunca akımın ilerlemesi sırasında fan

Denklem (3.80) ve denklem (3.81) denklemlerinden genlik faktörü her ϕ için bir olmaktadır. Bu nedenle (3.63) - (3.64) denklemlerinde verilen sonlu fark şeması (FDS) şartsız stabildir. İki gerçek çözüm denklem (3.62)'de konulduğunda dalga hızı sıfır olmakta veya faz hatası ortadan kalkmaktadır.

Her iki kompleks çözüm için değişik courant sayıları ve akım yönleri için faz durumları yerleştirilebilir. Şekil 3.14'te bir ağ çizgisi boyunca yayılan akıma ait tipik bir faz durumu görülmektedir. Courant sayısı bir olduğu durumda akım için doğru hızını bulabilmek için yaklaşık olarak dalga boyu başına 20 nokta gerekmektedir ve bu sayı courant sayısı arttıkça artmaktadır.

3.6 Yanal Sınır Şartları

3.6.1 Genel

Mike3'ün hidrodinamik modülünün asıl görevi üç boyutlu akımdaki temel kısmi diferansiyel denklemleri çözmektir. Diğer tüm diferansiyel denklemlerde olduğu gibi bunlar için de sınır şartlarına ihtiyaç vardır.

Genel olarak aşağıdaki sınır verilerine ihtiyaç vardır.

- Açık sınırlarda basınç (veya su seviyesi) değerleri ve sınıra paralel hız değerleri veya açık sınıra paralel ve dik hızlar
- Batimetri (su derinliği ve kara sınırları)
- Taban sürtünmesi
- Rüzgar hızı, yönü, ve direnç katsayısı
- Barometrik basınç. (eğimi)

Mike 3'ün başarılı bir şekilde uygulanması açık sınırların uygun şekilde seçilmesine diğer birçok şeye olduğundan daha çok bağlıdır. Açık sınır şartlarının seçimini etkileyen şartlar kabaca iki guruba ayrılabilir.

- Ağ yapısı
- Fiziksel eseslar

Fiziksel özellikler modellenecek bölgeyle ilgilidir ve verileri en uygun şekilde girilebilmesi için ağ yapısının uygun şekilde çevrilmesini ve konumlandırılmasını gerektirir.

Ağ yapısı ise açık sınırın eksenlerden birine paralel olarak yerleştirilmesini gerektirmektedir. (Bu gereklilik sonlu farkların ilkelerinden biri olmamasına rağmen Mike 3 kullanırken bu bir

gerekliliktir.)

Ayrıca, en iyi sonuçlar akım açık sınıra yaklaşık olarak dik olduğu durumlarda elde edilmektedir. Bu gereksinim yukarıda açıklanan ağ seçimi ile ters düşebilmektedir. Ayrıca açık sınırdaki oldukça değişken akım yönlerinin olabileceğini düşündüğümüzde, örneğin 360 farklı yön olabildiği bir durumda bu açık sınır en şanssız seçim olmaktadır.

3.6.2 Birincil Açık Sınır Şartları

Birincil sınır şartları; lineerleştirilmiş denklemleri çözmek için gerekli ve yeterli sınır şartları olarak tanımlanabilirler. Lineerleştirilmiş x yönü momentum denklemi aşağıdaki gibidir:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \quad (3.83)$$

Mike 3'ün x yönündeki momentum denklemindeki terimler ise aşağıda verilmiştir;

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \dots + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \dots = 0 \quad (3.84)$$

“Dinamik durum” aşağıdaki gibi tanımlanmıştır;

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \quad (3.85)$$

Yani x yönündeki momentum denkleminde ki diğer tüm terimler bu iki terim yanında çok küçük kalmaktadır.

Dinamik durumda, birincil sınır şartları Mike 3'ün hidrodinamik modülü için gerekli sınır verilerinin neredeyse tamamını karşılamaktadır. Aynı sınır şartları baskın etki için de geçerli olmaktadır (ancak yeterli değildir); öyle ki dinamik durumun tersi bir durumda bile, yani kararlı durumda, lineerleştirilmiş denklemlerin bir anlamı olmasa bile kullanılabilir. Bu nedenle bu sınır şartlarına birincil sınır şartları denilmektedir.

Mike 3 iki farklı temel tipte birincil sınır şartı kabul etmektedir.

- Basınç (veya su yüzü kotu)
- Hızlar

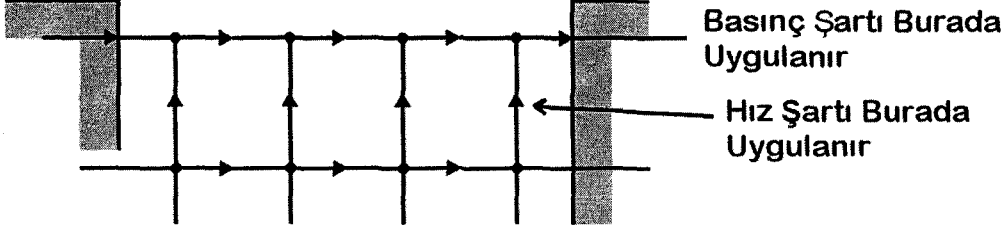
Bu değerler tüm sınır şartları için ve tüm zaman adımları için verilmelidir.

Uzamsal ayrıştırılmış şema nedeniyle sınırdaki hız değerleri topografik sınırdan yarım ağ uzaklığında tanımlanmaktadır. Şekil (3.15)

3.6.3 İkincil Açık Sınır Şartları

3.6.3.1 Genel

Lineerleştirilmemiş denklemler kullanıldığında, açık sınırlarda denklem kapanmadığından ikincil sınır şartlarına ihtiyaç oluşmuştur. Bunun için ek bilgi girilmektedir ve bu bilgiyi girmek için bir kaç yol vardır. Mike 3'ün hidrodinamik modülü bilgi eksikliği olabilecek açık sınırlardaki sınırı paralel hızların ve düşey hızların ihmal edilebileceği kabulünü kullanmaktadır.



Şekil 3.15: Sınır şartlarının kuzey sınırına uygulanması

Bu kabulün seçilme nedeni, kabulün basitleştirilmiş Mike 3 hidrodinamik modeliyle (yatayda 1 boyutludur), modelin ikincil sınır şartları istememesi nedeniyle tamamen uyuşmaktadır. (sınırı paralel hızlar 0 kabul edilir).

Konvektif terimlerin taşınım karakterinin sonucu olarak, çıkış noktasında “zararsız” bir şekilde algoritmayı kapatabilmek için akım başlangıç yerinde “doğru” bir ikincil şarta ihtiyaç vardır. Bu kapama sınırda akımı tanımlayarak veya iç noktalardan ekstrapolasyon ile sınırda hızları belirleyerek elde edilebilmektedir. Ayrıca sınır dışındaki hız değerlerinin bilinmesi gereklidir. (Konvektif ve kayma gerilmelerini bulabilmek için)

3.6.4 Rüzgar Sürtünmesi

Rüzgar sürtünmesi düşey kayma gerilmesi yaratmaktadır. Rüzgar kayma gerilmesi ile su yüzeyindeki kayma gerilmesi arasında bir denge olduğu kabul edilmektedir.

$$\frac{\tau_{xz}}{\rho} = \nu_t \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\rho_{air}}{\rho} C_w W W_x \quad (3.86)$$

Burada ρ_{air} havanın özgül kütlesi, W rüzgar hızı, C_w ise rüzgar sürtünme katsayısıdır. Bu yüzden rüzgar sürtünmesi, düşey kayma gerilmesi için bir sınır şartıdır. Rüzgar sürtünme katsayısı Smith & Banke'ye (1975) uygun şekilde hesaplanmaktadır. (Şekil (3.16))

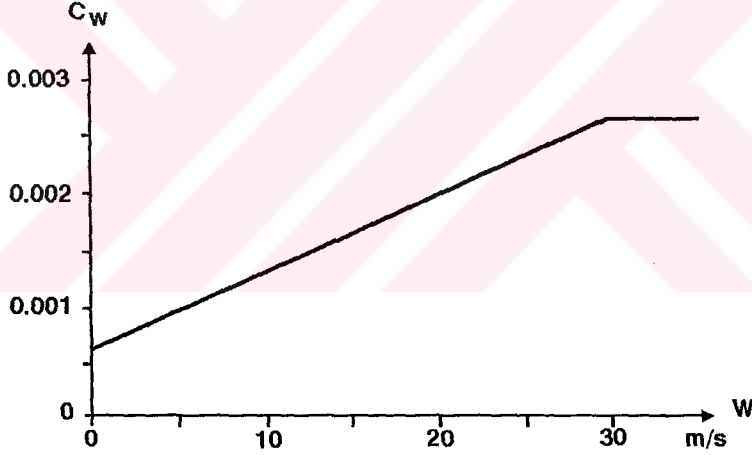
$$C_w = \begin{cases} C_{w0} & W < W_0 \\ C_{w0} + \frac{W - W_0}{W_1 - W_0} \cdot (C_{w1} - C_{w0}) & W_0 \leq W \leq W_1 \\ C_{w1} & W > W_1 \end{cases} \quad (3.87)$$

burada;

$$\begin{aligned} C_{w0} &= 0.0013, & W_0 &= 0 \text{ m/s} \\ C_{w1} &= 0.0026, & W_1 &= 24 \text{ m/s} \end{aligned} \quad (3.88)$$

3.6.5 Taban Sürtünmesi

Rüzgar sürtünmesine benzer şekilde taban sürtünmesi de düşey kayma gerilmesi değişimi yaratmaktadır. Mike 3'te deniz tabanından deniz tabanına en yakın 1. hesap noktasına kadar olan bölgede logaritmik hız dağılımı olduğu kabulüne göre hesap yapılmaktadır (Smagorinski eddy vizkozitesinin secilmediği durumlarda).



Şekil 3.16 Rüzgar sürtünme Faktörü

$$\frac{\tau_{xz}}{\rho} = \nu_t \frac{\partial u}{\partial z} = \left[\frac{1}{\kappa} \log \left(\frac{z_b}{k_s/30} \right) \right]^{-2} \cdot U(z_b) \cdot u(z_b) \quad (3.89)$$

Burada κ von kármán katsayısı, k_s , taban pürüzlülüğü, U akıntı hızını, z_b ' ise deniz tabanından yüksekliği göstermektedir.

Smagorinsky eddy vizkozitesinin uygulandığı durumlarda ise biraz farklı bir formülasyon uygulanmaktadır. Bu durumda direnç faktörü trübülans kapama modeline uygun hale getirilmektedir. Bu şekilde kayma gerilmesi aşağıdaki ifadeyle verilmektedir.

$$\frac{\tau_{xz}}{\rho} = v_t \frac{\partial u}{\partial z} = \left[\frac{2\sqrt{2}}{3} \frac{D}{l} \left\{ \left(1 - \frac{z_m}{D}\right)^{\frac{2}{3}} - \left(1 - \frac{z_b}{D}\right)^{\frac{2}{3}} \right\} + \frac{1}{\kappa} \log \left(\frac{z_m}{k_s/30} \right) \right]^{-2} \cdot U(z_b) \cdot u(z_b) \quad (3.90)$$

Burada z_m deniz tabanından yukarı doğru Smagorinsky profilinin logaritmik profile eşlediği düşey mesafe, l smagorinsky uzunluk ölçeği ve D ise su dergınlığidir.

3.7 Düşey Tarama için Sınır Şartları

Mike 3 dizayn edilirken esas hedef serbest yüzeyli akış problemleri olmuştı, ancak Mike 3 sabit yüzeyli akımları da çözebilmektedir. Fakat bu tür modellerle uğraşırken sanal sıkışabilirlik metodu sebebiyle dikkatli olmak gerekmektedir. Bu gibi durumlarda z taraması sırasında yüzeydeki sınır şartı yatay taramadaki kara sınır şartı gibidir, yani; kara yönüne göre dik doğrultudaki hız sıfır kabul edilmektedir. Bu sınır şartı aynı zamanda z taraması sırasında deniz tabanı sınırında da kullanılmaktadır. Burada sadece serbest yüzeyli akış durumu gözönüne alınacaktır.

Serbest yüzey sınırın hareketli sınır olarak sayılabileceği özel bir durum meydana getirmektedir. Mike 3 te aşığıdaki kinematik sınır şartı kullanılmaktadır;

$$w_\eta = \frac{G_\eta}{D_\eta} \quad (3.91)$$

Burada η referans seviyesine rölative su yüzü yüksekliğidir. Denklem (3.7) ile verilen ilişki; yüzeydeki ilk hesap noktasından aşığı doğru kinematik sınır şartı ile sıvı basıncı arasında bir ilişki gerektirmektedir. En basit ilişki hidrostatik basınç kabüldür, bu durumda η ile P arasında aşığıdaki gibi bir bağlantı vardır;

$$P(z) = \rho g(\eta + z) \quad (3.92)$$

Bunun sonucunda Mike 3 gerçek su seviyesi ile ilk hesap noktası arasında hidrostatik basınç dağılımı uygulanmaktadır. Konvektif terim $\partial w / \partial z$ ve kayma terimi $\partial(2v_t \partial w / \partial z) / \partial z$ su yüzeyinde düşey hız terimine gereksinim duymaktadır. Bu terimi belirlemek için yansıma sınır şartı kullanılmaktadır,

$$\left. \frac{\partial w_\eta}{\partial z} \right|_\eta = 0 \quad (3.93)$$

Sonlu farklarda kullanılacak terim $w_{j,k,l+1/2}$ olduğundan, denklem (3.93)'teki w_η , $w_{j,k,l+1/2}$ ye 2.

meritebe ekstrapolasyon veya interpolasyon kullanılarak dönüştürülür.

$$w_{\eta} = \Lambda w_{1+\frac{1}{2}} + (1 - \Lambda) w_{1-\frac{1}{2}} \quad (3.94a)$$

$$\Lambda = \frac{\left(\eta + \frac{3}{2} \Delta z\right)^2}{2\Delta z(\eta + \Delta z)} \quad (3.94b)$$

Bu şekilde denklem (3.6) deki katsayılar bulunabilmekte ve z taraması (normal bir şekilde) çözümlenebilmektedir.

3.8 Aşırı Basıncın Tanımı

Denklem (3.3) doğrudan uygulandığında hidrostatik basınç sebebiyle yüksek sıvı basınçları meydana gelmektedir. Derinliğin yüksek olduğu simülasyonlarda yuvarlama hatalarından kaynaklı akımların oluşmasını engellemek amacıyla, ek basınç terimi P^* tanımlanmıştır.

$$P^* = P - \rho g z \quad (3.95)$$

Ayrıca denklem (3.95) özgül kütlede meydana gelebilecek değişimlerin açık bir şekilde ifade edilmesini hidrodinamik ve taşınım – yayılım denklemlerindeki prognostik değişkenlerin ayrıştırılmasıyla uyumu bir biçimde yapılmasını sağlamaktadır. Burada vurgulanması gereken ki denklem (3.95) deki ρ yerel özgül kütleyi ifade etmektedir ve bu referans özgül kütlesi değildir aksi taktirde denklem (3.95) ifadesi Boussinesq yaklaşımına eşit olurdu.

Denklem (3.95)'i (3.3) denklemiindeki basınç diferansiyelinde yerine yerleştirildiğinde;

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial P^*}{\partial x_i} + \frac{g z}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + g \frac{\partial z}{\partial x_i} \quad (3.96)$$

Burada görünmektedir ki yerçekimi terimi bu tanımla birlikte ortadan kalkmıştır. Bunun yerine yeni bir ρ ya bağımlı bir uzamsal terim denkleme katılmıştır. Homojen akışkan durumunda bu terim de ortadan kalkmaktadır.

Benzer bir işlem (3.2)'de verilen kütle denklemine de uygulanabilmektedir. Bu durumda ρ 'nun zamana olan diferansiyelini, basıncın zamana olan diferansiyeline dönüştürmek için durum denklemi kullanılmaktadır. Bunun sonucunda sıkışabilirlikte ufak bir değişim olmaktadır. Bununla birlikte Mike 3 te her zaman sanal sıkışabilirlik kullanıldığından bu durumu göz önünde bulundurmaya gerek yoktur. Bu durumu sanal sıkışabilirliğin içine dahil edilmiş gibi düşünmek uygun olmaktadır.

Homojen olmayan sıvılar için ek basınç tanımının kabul edilebilmesi için özel bir başlangıç durumu aşırı basınç dağılımı gerekmektedir. Başlangıç durumu için; aşırı basınç ile özgül kütle arasında bir denge olduğu varsayımı yapılmaktadır.

$$P^*(z) = -\rho g z + g \int_z \rho dz \quad (3.97)$$

Homojen sıvılar için denklem (3.97) sifıra eşit olmaktadır.

Aşırı basınç teriminin tanımı sadece burada işlenmiştir, bunun nedeni burada bahsedilen terimler dışındaki terimler üzerinde bir etkisi bulunmamaktadır. Bununla birlikte tabakalı akımlarda, yoğunluğa bağımlılığı nedeniyle basıncı klasik anlamda tanımlamak oldukça güçtür.

3.9 Üç Boyutlu Modellemenin Temel Prensipleri

3.9.1 Genel

Bölüm 3.2.1 de deyinildiği gibi, diverjans içermeyen bir kütle denklemi momentum denklemiyle birlikte kullanıldığında matematiksel olarak “ill-conditioned” (sorunlu) bir durum oluşturmaktadır, bunun nedeni ise diverjans içermeyen bir kütle denkleminde basınçla ilgili bir terim bulunmaması ve bunun sonucunda da basınç ve hızlar arasında zayıf bir eşleşmenin oluşmasıdır. Bu üç boyutlu modellerde esas noktadır. Sistem, yavaş ve hızlı algoritmaları bir arada içerdiğinden nümerik olarak algoritmalarda güçlük çıkarmaktadır. Matematiksel olarak bu durum denklem (3.5) de M 'nin birincil köşegeninde sıfırlara yol açmaktadır. Denklem (3.5)'in çözümü iterasyon gerektirmektedir ve bu iterasyon doğası gereği yavaş dengeye ulaşmaktadır. Neyse ki bu güçlüğü yenmenin pek çok yolu bulunmuştur. Bütün bunlar üç temel sınıfta gruplanabilmektedir (Rsmussen, 1993).

- Basınç eliminasyon methodu.
- Basınç düzeltme metodu
- Yapay sıkışabilirlik metodu

Bu üç metod takip eden bölümlerde kısaca açıklanacaktır.

3.9.2 Basınç Eliminasyon Metodu

İlk method basınç terimini momentum denkleminde çıkarmaya yönelik tekniklerden oluşmaktadır. Bu sınıfta en çok kullanılan teknik hidrostatik basınç kabulü yapmak ve basınç terimleri yerine su yüzü kotunu içeren ifadeler kullanmaktır. Bu iyi bilinen bir teknik

olduğundan burada daha fazla açıklanmayacaktır. İki boyutlu modellemede vortisite tanımı genellikle basınç terimininden kurtulmak için kullanılmaktadır. Bu tekniği üç boyutlu modellemede de kullanmak mümkündür. Ancak oluşan denklemler iki boyutlu benzer denklemlere göre çok daha karmaşık olmaktadır, bunun nedeni ise iki boyutlu modellemede sadece bir adet vortisite gerekirken üç boyutlu modelde üç adet vortisite gerekmektedir. Bu yüzden üç boyutlu modellemede çok nadiren kullanılmaktadır.

3.9.3 Basınç Düzeltme Methodları

İkinci grup, diverjans içermeyen bir kütle denklemi elde edebilmek amacıyla basınç terimini düzelten metodlardan oluşmaktadır. Birinci gruptan temel olarak farkı elde edilen denklemler basınç değişkeninin de diğer tahmini değişkenlerle birlikte bulunmasıdır. Diverjans içermeyen bir süreklilik denklemi Poisson denkleminin çözülmesi sonucu elde edilmektedir. (Ferziger 1987, Patankar 1980). Poisson denklemi Momentum denkleminin diverjansının alınıp diverjanssız kütle denklemi uygulanarak türetilmektedir. Bununla birlikte bu tekniğin uygulandığı çoğu modelde vizkozite sabit kabul edilmektedir. Bu kabul yapılmadığı taktide ifade basit olmamakla birlikte değişken yoğunluk göz önüne alındığında çok daha karmaşık bir hale gelmektedir. Poisson denkleminin çözümünün nümerik bakış açısından kolay bir iş olmamasına rağmen basınç terimini prognostik değişken olarak bırakan yöntemler çok popülerdir hatta en çok kullanılan yöntemlerdir.

3.9.4 Yapay Sıkışabilirlik Metodu

Serbest yüzeyli akımlarda sadece yavaş süreçler önem kazanmaktadır ve hızlı süreçlerin (şok dalgaları gibi) yavaş süreçlerin (yüzey dalgaları gibi) yanında önemli bir rolü olmamaktadır. Bu durumda hızlı süreçler herhangi bir kayba neden olmaksızın kaldırılabilir. Hızlı süreçlerin eliminasyonu oldukça basittir. Bunun için kütle korunumu denkleminde özgül kütle zamana göre olan türevini durum denklemindeki basınç terimleri ile değiştirerek yapılabilir, bunun sonucunda ise sıvının sıkışabilirliği ortaya çıkmaktadır. Hızlı süreçler sonradan ortaya çıkan bir yapay sıkışabilirlik sayesinde ortadan kalkmaktadır ve denklem matematiksel olarak hiperbolik bir denklem haline gelmektedir. Bu durum verimli çözüm yollarının bulunmasına olanak sağlamaktadır. Bu yaklaşım yapay sıkışabilirlik yaklaşımı olarak bilinmekte ve ilk kez Chorin (1967) tarafından önerilmiştir.

Teorik olarak kütle denklemini fiziksel olarak doğru olması için deniz suyunun fiziksel sıkışabilirliği kullanılabilir. Ancak bu durum her tür pratik uygulamayı dışlayacak

sıkışabilirliği kullanılabilir. Ancak bu durum her tür pratik uygulamayı dışlayacak şekilde zaman adımıyla elverişli olmayan bir kısıtlama meydana getirmektedir.

3.9.5 Mike 3'te Sıkışabilirlik

Mike 3'te kullanılan yapay sıkışabilirlik metodudur. Bu metodun seçilmesinin sebebi bu metodun diğer metodlara nazaran daha iyi sonuç verdiğinin düşünülmesi değildir. Bu metodun kullanılmasının sebebi DHI'nin Mike 21 i de içeren diğer programlarıyla aynı teknikte çözüme ulaşmasına olanak sağlamasıdır.

Yapay sıkışabilirlik kararlı akımlarda çok hızlı şekilde denklemin dengeye ulaşmasını sağlamaktadır. Diğer taraftan, aynı tekniğin dinamik etkilerin çok yoğun olduğu durumlarda işe yarayacağı açık değildir. Buan rağmen pek çok deney ve uygulama durumun böyle olduğunu göstermiştir ve yapay sıkışabilirlik dikkatle seçilmiştir. Örnek olarak sıkışabilirlik yüzey dalga hızından daha küçük olmamalıdır. Mike 3'te sıkışabilirlik ağ aralığının, maksimum derinliğin ve zaman adımının bir fonksiyonudur.

$$c_s = \pi^4 \sqrt{gh_{\max} \left(\frac{\Delta x}{\Delta t} \right)^2} \quad (3.98)$$

Burada $h_{\max}$ model alanındaki en büyük su derinliği değeridir. Denklem (3.98) ile ilgili olarak şu ana kadar doğru sonuçları verdiğinin düşünülmesi haricinde herhangi bir bilimsel tartışma yapılmamıştır. Deneyler dalga yayılımının fizikini doğru şekilde ifade edebilen c_s değer aralığı oldukça geniş olduğunu göstermiştir. Eğer sıkışabilirlik değeri çok yüksek olursa sistem katı olacak (basınç değerleri çok hızlı taşınacak) ki bu şekilde modelin özellikleri konvektif ve kayma gerilmeleri ile çevreye iletmesinde zorluklar çıkacaktır. Sonuç seçilmiş olan iterasyonsuz ADI algoritmasının karakteristiklerini göstermeye meyilli olmaktadır. Diğer taraftan, sıkışabilirlik çok düşük olduğu durumda, sistem jöle gibi davranır, ve akım doğru fiziksel dalga hızını yaymamaktadır. Temel düşünce bu iki duruma da düşmeden doğru bir sıkışabilirlik seçmek olmaktadır.

Ayrıca serbest yüzeyli akımlarda z taraması, x ve y taraması sırasında biriktirilen tüm basıncı serbest bırakıp su yüzeyini ayarlamaktadır. Tecrübeler, Mike 3'ün sınırlı büyüklükteki kapak altı akımlarına örnek olarak; yüzen dalga kıranlar, gemiler gibi altlarındaki basınç alanının çevredeki basınç alanına göre değişim gösterdiği akımları iyi çözdüğünü göstermiştir. Eğer hiç bir serbest yüzey yok ise Mike 3 kararlı durum için çalıştırılmalıdır veya zaman adımı yeteri kadar düşürülmelidir.

3.10 Taban Sabitleme Yaklaşımı

3.10.1 Genel

Taban Sabit koordinatlar gerçek su derinliğinin hesaba katıldığı koordinatlar olarak tanımlanmaktadır. Bu koordinat tanımlaması sadece en alt tabaka için uygulanmaktadır. Yani bununla kastedilen en alttaki hesabi yapılacak noktalar hariç yine “standart koordinat tanımlamasının” geçerli olmakta olduğudur. Bu yaklaşım, kendisi de bir taban sabitleme yaklaşımı olan σ koordinat sisteminden farklılık göstermektedir. σ koordinat sisteminde tüm tabakaların kalınlıkları üzerinde batimetri etkili olmaktadır. Mike 3’te düşeyde ağ aralıkları belirlenirken, en alttaki hesap noktasından başlamak üzere ardışık düğüm noktaları arasındaki mesafe sabit ve Δz olarak alınmaktadır (yüzeydeki tabaka hariç). Oysa en alt hesap noktasındaki kontrol hacim gerçek su derinliği ile uyum sağlayacak şekilde değişim göstermektedir.

3.10.2 Temel Matematiksel İfadeler

3.10.2.1 Kütlenin Korunumu

Deniz tabanından başlayarak ilk hesap noktasının $\frac{1}{2}\Delta z$ kadar üzerindeki mesafe boyunca kütlenin korunumu denkleminin (denk (A.2-1)) ortalamasından aşağıdaki sonuç elde edilmektedir:

$$\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2}\Delta z} \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2}\Delta z} \left(\frac{1}{\rho c_s^2} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = S_{ss} \right) dz \quad (3.99)$$

Burada γ deniz tabanı ile ilk hesap noktası arasındaki mesafeyi göstermektedir. Yukarıdaki denklemin yeniden düzenlenmesiyle aşağıdaki sonuç elde edilmektedir:

$$\frac{1}{\rho c_s^2} \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{1}{\gamma + \frac{1}{2}\Delta z} \left(\frac{\partial \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2}\Delta z} u dz}{\partial x} + \frac{\partial \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2}\Delta z} v dz}{\partial y} + w \Big|_{\frac{1}{2}\Delta z} \right) = S_{ss} \quad (3.100)$$

(3.100) denklemini düşey terim hariç ortalamanın herhangi bir etkisinin olmayacağı Eulerian form yerine kütlenin korunumu (diğer bileşenlerin de etkili olduğu) formunda tutmak önemlidir.

3.10.2.2 Momentumun Korunumu

Kütlenin korunumu denklemine uygulanan ortalama alma tekniğinin aynısı momentumun

korunumu denklemlerine de uygulanacak olursa aşağıdaki sonuçlar elde edilmektedir:

$$1 \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{1}{\gamma + \frac{1}{2} \Delta z} \frac{\partial \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} (u_i u_j) dz}{\partial x_j} + 2 \Omega_{ij} u_j = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} - \frac{g z}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \frac{1}{\gamma + \frac{1}{2} \Delta z} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(v_i \left(\frac{\partial \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} u_i dz}{\partial x_j} + \frac{\partial \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} u_j dz}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} k dz \right) + u_i S_{ss} \quad (3.101)$$

Yukarıdaki ifade hem dinamik basınç hem de yoğunluk terimlerinin ortalamadan etkilendikleri vurgulanmaktadır. Kütle denklemiyle benzer şekilde (3.101) denklemi de bir Eulerian formülün mü yoksa bir korunum formülünün mü uygulanıp uygulanmadığına bağlı olarak değişim gösterecektir.

3.10.2.3 Skaler Büyüklüklerin Korunumu

Tabakalı akım alanı veya su kalitesi (Water Quality-WQ) veya ötrifikasyon ile ilgili simülasyonlarda kütle ve momentum denklemlerine ek olarak bir genel taşınım denklemi de çözülür. Bir skaler büyüklüğün genel taşınım denklemi aşağıdaki gibi ifade edilmektedir:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial (u_j C)}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(D_j \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) + S_{ss} \quad (3.102)$$

Burada C skaler büyüklüğü D_j ise dispersiyon katsayısını göstermektedir. Bu denklemin ortalamasının alınmasıyla (3.103) denklemi elde edilmektedir:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{1}{\gamma + \frac{1}{2} \Delta z} \left(\frac{\partial \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} (u C) dz}{\partial x} + \frac{\partial \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} (v C) dz}{\partial y} + (w C) \Big|_{\frac{1}{2} \Delta z} \right) = \frac{1}{\gamma + \frac{1}{2} \Delta z} \left(\frac{\partial}{\partial x} \left(D_x \frac{\partial \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} C dz}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(D_y \frac{\partial \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} C dz}{\partial y} \right) + D_z \frac{\partial C}{\partial z} \Big|_{\frac{1}{2} \Delta z} \right) + S_{ss} \quad (3.103)$$

3.10.3 Sayısal Uygulama

3.10.3.1 Kütlenin Korunumu

Taban sabit koordinatlar ile ilgili sayısal uygulamalar orjinal Mike 3 uygulamaları referans alınarak yapılmaktadır. Bu nedenle Mike 3'teki standart sonlu farklar metodu kullanılarak (3.100) denkleminin uzamsal olarak ayrıklaştırılması aşağıdaki şekilde yapılmıştır:

$$\frac{1}{\rho c_s^2} \frac{\Delta P_{j,k,l}}{\Delta t} + \frac{u_{j,k,l} \bar{\gamma}_{j,k,l}^* - u_{j-1,k,l} \bar{\gamma}_{j-1,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^* \Delta x} + \frac{v_{j,k,l} \bar{\gamma}_{j,k,l}^* - v_{j,k-1,l} \bar{\gamma}_{j,k-1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^* \Delta y} + \frac{w_{j,k,l}}{\gamma_{j,k,l}^*} = S_{ss} \quad (3.104)$$

Burada γ^* gerçek deniz tabanından itibaren birinci hesap noktasının $\frac{1}{2}\Delta z$ yukarısına kadar olan mesafeyi göstermektedir. Üst çizgi sembolü gerçek uzamsal merkezin değerini simgelemektedir. (6) denklemi daha düzenli hale getirilirse:

$$\frac{1}{\rho c_s^2} \frac{\Delta P_{j,k,l}}{\Delta t} + \frac{u_{j,k,l} \frac{\bar{\gamma}_{j,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} - u_{j-1,k,l} \frac{\bar{\gamma}_{j-1,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*}}{\Delta x} + \frac{v_{j,k,l} \frac{\bar{\gamma}_{j,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} - v_{j,k-1,l} \frac{\bar{\gamma}_{j,k-1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*}}{\Delta y} + \frac{w_{j,k,l} \frac{\Delta z}{\gamma_{j,k,l}^*} - w_{\gamma}(\equiv 0) \frac{\Delta z}{\gamma_{j,k,l}^*}}{\Delta z} = S_{ss} \quad (3.105)$$

Böylece tabana yakın hızlar kontrol hacimin yüksekliklere göre ayarlanmaktadır. $\bar{\gamma}^*$ 1 terimi, hız değerlerinin uzamsal merkezlenmelerinin farklı olmasından dolayı x ve y yönlerinde farklı değerlere sahip olmaktadır. Aslında prensipte sadece bir tane iki boyutlu dizi çözüm için yeterli olmaktadır. Ancak $\bar{\gamma}^*$ 2 terimi simülasyon süresince sabit olduğu için bu nicelikleri bir sefere mahsus hesaplamak, ihtiyaç duyulabilecek ekstra hafıza için avantaj olabilmektedir.

3.10.3.2 Momentumun Korunumu

Mike 3'te kullanılan ayrıklaştırma ile uyumlu kalabilmek için korunum formu buna uygun olarak seçilmektedir. Genellikle ortalama alma teknikleri kaçınılmaz olarak ayrıklaştırmada bir açılmaya (yayılmaya) işaret etmektedirler ve C-grid üzerine zorla yerleştirildikleri zaman eddy terimleri merkezden uzaklaşmış olacaklardır. Bu sayısal olarak bu terimlerdeki kesme hatasının 2. mertebeden 1. mertebeye inmesi ve hassasiyetin azalması anlamına gelmektedir. Buna karşın doğruluğun artırılması için düzeltme terimleri uygulanabilmektedir. Bir ilk yaklaşım olarak 1. mertebeden hassasiyet yeterli kabul edilmektedir.

Her üç momentum denkleminde de etkili terimler sırasıyla elde edilmektedir. Momentumun

x doğrultusundaki ortalaması aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$\begin{aligned}
 FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2} \Delta z} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} (uu) dz \right] &= \frac{\frac{\gamma_{j+1,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} (u_{j+1,k,l} + u_{j,k,l})^2 - \frac{\gamma_{j,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} (u_{j,k,l} + u_{j-1,k,l})^2}{4 \Delta x} \\
 &\quad - \frac{1}{4} \left[\frac{\gamma_{j,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} + \frac{\gamma_{j+1,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} + \frac{\gamma_{j,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} + \frac{\gamma_{j+1,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} \right] \overline{uv}_{j,k,l} \\
 FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2} \Delta z} \frac{\partial}{\partial y} \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} (uv) dz \right] &= \frac{-\frac{1}{4} \left[\frac{\gamma_{j,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} + \frac{\gamma_{j+1,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} + \frac{\gamma_{j,k-1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} + \frac{\gamma_{j+1,k-1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} \right] \overline{uv}_{j,k-1,l}}{\Delta y} \\
 FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2} \Delta z} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} (uw) dz \right] &= \frac{\frac{\Delta z}{\gamma_{j,k,l}^*} uw \Big|_{\frac{1}{2} \Delta z} - \frac{\Delta z}{\gamma_{j,k,l}^*} (uw) \Big|_{-\gamma}}{\Delta z} (\equiv 0)
 \end{aligned} \tag{3.106}$$

$$\begin{aligned}
 FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2} \Delta z} \frac{\partial}{\partial x} v_t \left[\frac{\int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} u dz}{\partial x} + \frac{\int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} v dz}{\partial x} \right] \right] &= \frac{\frac{\gamma_{j+1,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} (u_{j+1,k,l} - u_{j,k,l}) v_{t,j+1,k,l} - \frac{\gamma_{j,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} (u_{j,k,l} - u_{j-1,k,l}) v_{t,j,k,l}}{(\Delta x)^2} \\
 &\tag{3.107}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2} \Delta z} \frac{\partial}{\partial x} v_t \left[\frac{\int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} u dz}{\partial x} + \frac{\int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} v dz}{\partial x} \right] \right] &= \\
 \frac{\left[\frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_{j,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} + \frac{\gamma_{j+1,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} \right] u_{j,k+1,l} - \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_{j,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} + \frac{\gamma_{j+1,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} \right] u_{j,k,l} \right] \overline{v}_{t,j,k,l} - \left[\frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_{j,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} + \frac{\gamma_{j+1,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} \right] u_{j,k,l} - \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_{j,k-1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} + \frac{\gamma_{j+1,k-1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} \right] u_{j,k-1,l} \right] \overline{v}_{t,j,k-1,l}}{(\Delta v)^2} \\
 + \frac{\left[\frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_{j+1,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} + \frac{\gamma_{j+1,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} \right] v_{j+1,k,l} - \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_{j,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} + \frac{\gamma_{j+1,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} \right] v_{j,k,l} \right] \overline{v}_{t,j,k,l} - \left[\frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_{j+1,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} + \frac{\gamma_{j+1,k-1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} \right] v_{j+1,k-1,l} - \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_{j,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} + \frac{\gamma_{j,k-1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}^*} \right] v_{j,k-1,l} \right] \overline{v}_{t,j,k-1,l}}{(\Delta x \Delta y)}
 \end{aligned}$$

(3.108)

$$FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2} \Delta z} \frac{\partial}{\partial x} v_t \left[\frac{\frac{1}{2} \Delta z}{-\gamma} \frac{\int u dz}{\partial x} + \frac{\frac{1}{2} \Delta z}{-\gamma} \frac{\int w dz}{\partial x} \right] \right] = \frac{\frac{\Delta z}{\gamma_{j,k,l}^*} (u_{j,k,l+1} - u_{j,k,l}) \bar{v}_{t,j,k,l} - \frac{\Delta z}{\gamma_{j,k,l}^*} [(u_{j,k,l} - u_{j,k,l-1}) \bar{v}_{t,j,k,l-1}]}{(\Delta x)^2} +$$

$$\frac{\frac{\Delta z}{\gamma_{j,k,l}^*} (w_{j+1,k,l} - w_{j,k,l}) \bar{v}_{t,j,k,l} - \frac{\Delta z}{\gamma_{j,k,l}^*} [(w_{j+1,k,l-1} - w_{j,k,l-1}) \bar{v}_{t,j,k,l-1}]}{(\Delta x \Delta y)} (\equiv 0) \quad (3.109)$$

y yönündeki momentum denklemi:

$$FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2} \Delta z} \frac{\partial}{\partial x} \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} (uv) dz \right] =$$

$$\frac{1}{4} \left[\frac{\gamma_{j,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} + \frac{\gamma_{j,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} + \frac{\gamma_{j+1,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} + \frac{\gamma_{j+1,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} \right] uv_{j,k,l} - \frac{1}{4} \left[\frac{\gamma_{j,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} + \frac{\gamma_{j,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} + \frac{\gamma_{j-1,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} + \frac{\gamma_{j-1,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} \right] uv_{j-1,k,l}$$

Δx

$$FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2} \Delta z} \frac{\partial}{\partial y} \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} (vv) dz \right] = \frac{\frac{\gamma_{j,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} (v_{j,k+1,l} + v_{j,k,l})^2 - \frac{\gamma_{j,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} (u_{j,k,l} + u_{j,k-1,l})^2}{4 \Delta y}$$

$$FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2} \Delta z} \frac{\partial}{\partial z} \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} (vw) dz \right] = \frac{\frac{\Delta z}{\gamma_{j,k,l}} vw \Big|_{\frac{1}{2} \Delta z} - \frac{\Delta z}{\gamma_{j,k,l}} (uw) \Big|_{-\gamma}}{\Delta z} (\equiv 0) \quad (3.110)$$

$$FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2} \Delta z} \frac{\partial}{\partial x} v_t \left[\frac{\frac{1}{2} \Delta z}{-\gamma} \frac{\int v dz}{\partial x} + \frac{\frac{1}{2} \Delta z}{-\gamma} \frac{\int u dz}{\partial y} \right] \right] =$$

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_{j+1,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} + \frac{\gamma_{j+1,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} \right] v_{j+1,k,l} - \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_{j,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} + \frac{\gamma_{j,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} \right] v_{j,k,l} \right] \bar{v}_{t,j,k,l} - \left[\frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_{j,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} + \frac{\gamma_{j,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} \right] v_{t,j,k,l} - \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_{j-1,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} + \frac{\gamma_{j-1,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} \right] v_{j-1,k,l} \right] \bar{v}_{t,j-1,k,l} \\
& \quad \quad \quad (\Delta x)^2 \\
& + \left[\frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_{j,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} + \frac{\gamma_{j+1,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} \right] u_{j,k+1,l} - \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_{j,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} + \frac{\gamma_{j+1,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} \right] u_{j,k,l} \right] \bar{v}_{t,j,k,l} - \left[\frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_{j-1,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} + \frac{\gamma_{j,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} \right] u_{j-1,k+1,l} - \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_{j-1,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} + \frac{\gamma_{j,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} \right] u_{j-1,k,l} \right] \bar{v}_{t,j-1,k,l} \\
& \quad \quad \quad (\Delta x \Delta y)
\end{aligned} \tag{3.111}$$

$$FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2} \Delta z} \frac{\partial}{\partial y} \left[v_t \left[\frac{\int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} v dz}{\partial y} + \frac{\int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} v dz}{\partial y} \right] \right] \right] = \frac{\frac{\gamma_{j,k+1,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} (v_{j,k+1,l} - v_{j,k,l}) v_{t,j,k+1,l} - \frac{\gamma_{j,k,l}^*}{\gamma_{j,k,l}} (v_{j,k,l} - v_{j,k-1,l}) v_{t,j,k,l}}{(\Delta y)^2} \tag{3.112}$$

$$\begin{aligned}
& FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2} \Delta z} \frac{\partial}{\partial z} \left[v_t \left[\frac{\int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} v dz}{\partial z} + \frac{\int_{-\gamma}^{\frac{1}{2} \Delta z} w dz}{\partial y} \right] \right] \right] = \frac{\frac{\Delta z}{\gamma_{j,k,l}^*} (v_{j,k,l+1} - v_{j,k,l}) \bar{v}_{t,j,k,l} - \frac{\Delta z}{\gamma_{j,k,l}^*} [(v_{j,k,l} - v_{j,k,l-1}) \bar{v}_{t,j,k,l-1}] (\equiv \tau_b)}{(\Delta x)^2} \\
& + \frac{\frac{\Delta z}{\gamma_{j,k,l}^*} (w_{j,k+1,l} - w_{j,k,l}) \bar{v}_{t,j,k,l} - \frac{\Delta z}{\gamma_{j,k,l}^*} [(w_{j,k+1,l-1} - w_{j,k,l-1}) \bar{v}_{t,j,k,l-1}] (\equiv 0)}{(\Delta x \Delta y)} \tag{3.113}
\end{aligned}$$

Mike 3'te düşey yönde tarama kütle denklemiyle başlamaktadır. En alt hesap noktasının altındaki bölgede düşey hız ihmal edilebileceğinden (bu γ 'nın $\frac{1}{2} \Delta z$ değerinden küçük olduğu her durumda geçerli) taramaya ancak kütle denklemi kurularak başlanabilmektedir. Böylece z yönündeki momentum göz önüne alınırken x ve y yönündeki momentum denklemleriyle benzer şekilde değerlendirilmesi gerekmektedir.

Dolayısıyla , tabana uyumlu koordinatlar kavramıyla denklemdeki hız bileşenlerinin belli katsayılarla çarpıldığı kastedilmektedir. Bu durum Mike 3'te kullanılan porozite modellemesiyle büyük benzerlik göstermektedir ve herhangi bir sayısal sorun yaşanmamaktadır.

(3.106), (3.108), (1.110) ve (3.111) denklemlerindeki yatay yönlü çapraz terimler hariç, söz konusu katsayılar Mike 3'ün şu anda geçerli olan kodlama yapısına kolayca uyum sağlamaktadır. Bazı terimlerin bu duruma uymamasının nedeni bu terimlerin kendilerine komşu yataydaki iki hat boyunca deniz tabanının pozisyonuyla ilgili ihtiyaç duydukları

bilgilerin önceden tarama yapılan hat boyunca zaten mevcut olmalarıdır. Ayrıca (3.106) ve (3.110) denklemlerindeki birinci ve ikinci mertebe terimlerindeki bazı γ oranlarının tanım gereği iki kat birleşme sağlanması için toplandıklarına dikkat edilmelidir.

Kolaylaştırma sağlamak için aşağıdaki bir dizi yeni değişken tanımlanmaktadır.

$$\begin{aligned}\gamma'_{j,k,l} &\equiv \frac{\gamma^*_{j,k,l}}{\Delta z} \\ \overline{\gamma_x}_{j,k,l} &\equiv \frac{1}{2\Delta z}(\gamma^*_{j,k,l} + \gamma^*_{j+1,k,l}) \\ \overline{\gamma_y}_{j,k,l} &\equiv \frac{1}{2\Delta z}(\gamma^*_{j,k,l} + \gamma^*_{j,k+1,l})\end{aligned}\quad (3.114)$$

Yukarıdaki sonlu fark terimleri dizisini biraz farklı bir formda yeniden yazılacak olursa

$$\begin{aligned}\frac{1}{\rho c_s^2} \frac{\Delta p_{j,k,l}}{\Delta t} + \frac{u_{j,k,l} \frac{\overline{\gamma_x}_{j,k,l}}{\gamma'_{j,k,l}} - u_{j-1,k,l} \frac{\overline{\gamma_x}_{j-1,k,l}}{\gamma'_{j,k,l}}}{\Delta x} \\ + \frac{v_{j,k,l} \frac{\overline{\gamma_y}_{j,k,l}}{\gamma'_{j,k,l}} - v_{j,k-1,l} \frac{\overline{\gamma_y}_{j,k-1,l}}{\gamma'_{j,k,l}}}{\Delta y} + \frac{w_{j,k,l} \frac{1}{\gamma'_{j,k,l}} - w_y(\equiv 0) \frac{1}{\gamma'_{j,k,l}}}{\Delta z} = S_{ss}\end{aligned}\quad (3.115)$$

Buna göre x doğrultusundaki momentum terimleri ise aşağıdaki şekilde ifade edilirler:

$$\begin{aligned}FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2}\Delta z} \frac{\partial \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2}\Delta z} (uu) dz}{\partial x} \right] &= \frac{\frac{\gamma'_{j+1,k,l}}{\overline{\gamma_x}_{j,k,l}} (u_{j+1,k,l} + u_{j,k,l})^2 - \frac{\gamma'_{j,k,l}}{\overline{\gamma_x}_{j,k,l}} (u_{j,k,l} + u_{j-1,k,l})^2}{4\Delta x} \\ FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2}\Delta z} \frac{\partial \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2}\Delta z} (uv) dz}{\partial y} \right] &= \frac{\frac{1}{2} \left[1 + \frac{\overline{\gamma_x}_{j,k+1,l}}{\gamma'_{j,k,l}} \right] \overline{uv}_{j,k,l} - \frac{1}{2} \left[1 + \frac{\overline{\gamma_x}_{j,k-1,l}}{\gamma'_{j,k,l}} \right] \overline{uv}_{j,k-1,l}}{\Delta y}\end{aligned}$$

$$FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2}\Delta z} \frac{\frac{1}{2}\Delta z}{\partial \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2}\Delta z} (uw) dz} \frac{\partial}{\partial z} \right] = \frac{\frac{1}{\gamma_{xj,k,l}} uw \Big|_{\frac{1}{2}\Delta z} - \frac{1}{\gamma_{xj,k,l}} (uw) \Big|_{-\gamma} (\equiv 0)}{\Delta z} \quad (3.116)$$

$$FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2}\Delta z} \frac{\partial}{\partial x} v_t \left[\frac{\frac{1}{2}\Delta z}{\int_{-\gamma}^{\frac{1}{2}\Delta z} u dz} \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\frac{1}{2}\Delta z}{\int_{-\gamma}^{\frac{1}{2}\Delta z} u dz} \frac{\partial}{\partial x} \right] \right] = \quad (3.117)$$

$$\frac{\frac{\gamma_{j+1,k,l}}{\gamma_{xj,k,l}} (u_{j+1,k,l} - u_{j,k,l}) v_{tj+1,k,l} - \frac{\gamma_{j,k,l}}{\gamma_{xj,k,l}} (u_{j,k,l} - u_{j-1,k,l}) v_{tj,k,l}}{(\Delta x)^2}$$

$$FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2}\Delta z} \frac{\partial}{\partial x} v_t \left[\frac{\frac{1}{2}\Delta z}{\int_{-\gamma}^{\frac{1}{2}\Delta z} u dz} \frac{\partial}{\partial y} + \frac{\frac{1}{2}\Delta z}{\int_{-\gamma}^{\frac{1}{2}\Delta z} v dz} \frac{\partial}{\partial x} \right] \right] =$$

$$\frac{\left[\frac{\gamma_{xj,k+1,l}}{\gamma_{xj,k,l}} u_{j,k+1,l} - u_{j,k,l} \right] \bar{v}_{tj,k,l} - \left[u_{j,k,l} - \frac{\gamma_{xj,k+1,l}}{\gamma_{xj,k,l}} u_{j,k-1,l} \right] \bar{v}_{tj,k-1,l}}{(\Delta y)^2}$$

$$+ \frac{\left[\frac{\gamma_{xj+1,k,l}}{\gamma_{xj,k,l}} v_{j+1,k,l} - \frac{\gamma_{yj,k,l}}{\gamma_{xj,k,l}} v_{j,k,l} \right] \bar{v}_{tj,k,l} - \left[\frac{\gamma_{yj+1,k-1,l}}{\gamma_{xj,k,l}} v_{j+1,k-1,l} - \frac{\gamma_{yj,k-1,l}}{\gamma_{xj,k,l}} v_{j,k-1,l} \right] \bar{v}_{tj,k-1,l}}{(\Delta x \Delta y)} \quad (3.118)$$

$$FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2}\Delta z} \frac{\partial}{\partial z} v_t \left[\frac{\frac{1}{2}\Delta z}{\int_{-\gamma}^{\frac{1}{2}\Delta z} u dz} \frac{\partial}{\partial z} + \frac{\frac{1}{2}\Delta z}{\int_{-\gamma}^{\frac{1}{2}\Delta z} w dz} \frac{\partial}{\partial x} \right] \right] =$$

$$\frac{\frac{1}{\gamma_{xj,k,l}} (u_{j,k,l+1} - u_{j,k,l}) \bar{v}_{tj,k,l} - \frac{1}{\gamma_{xj,k,l}} (u_{j,k,l} - u_{j,k,l-1}) (\equiv \tau_b)}{(\Delta z)^2}$$

$$+ \frac{\frac{1}{\gamma_{xj,k,l}}(w_{j+1,k,l} - w_{j,k,l})\bar{v}_{tj,k,l} - \frac{1}{\gamma_{xj,k,l}}[(w_{j+1,k,l-1} - w_{j,k,l-1})\bar{v}_{tj,k,l-1}]}{(\Delta x \Delta z)} (\equiv 0)$$

(3.119)

Benzer şekilde y doğrultusundaki momentum terimleri yeniden düzenlenirse

$$FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2}\Delta z} \frac{\partial \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2}\Delta z} (uv) dz}{\partial x} \right] = \frac{\frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_{y,j+1,k,l}}{1 + \frac{\gamma_{y,j+1,k,l}}{\gamma_{y,j,k,l}}} \bar{u}v_{j,k,l} - \frac{1}{2} \left[\frac{\gamma_{y,j-1,k,l}}{1 + \frac{\gamma_{y,j-1,k,l}}{\gamma_{y,j,k,l}}} \bar{u}v_{j-1,k,l} \right]}{\Delta x}$$

$$FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2}\Delta z} \frac{\partial \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2}\Delta z} (vv) dz}{\partial y} \right] = \frac{\frac{\gamma_{j,k+1,l}}{\gamma_{j,k,l}} (v_{j,k+1,l} + v_{j,k,l})^2 - \frac{\gamma_{j,k,l}}{\gamma_{j,k,l}} (v_{j,k,l} + v_{j,k-1,l})^2}{4\Delta y}$$

$$FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2}\Delta z} \frac{\partial \int_{-\gamma}^{\frac{1}{2}\Delta z} (vw) dz}{\partial z} \right] = \frac{\frac{1}{\gamma_{y,j,k,l}} vw \Big|_{\frac{1}{2}\Delta z} - \frac{1}{\gamma_{y,j,k,l}} (uw) \Big|_{-\gamma}}{\Delta z} (\equiv 0) \quad (3.120)$$

$$FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2}\Delta z} \frac{\partial}{\partial x} \left[v_t \left[\frac{\int_{-\gamma}^{\frac{1}{2}\Delta z} v dz}{\partial x} + \frac{\int_{-\gamma}^{\frac{1}{2}\Delta z} u dz}{\partial y} \right] \right] \right] =$$

$$\frac{\left[\frac{\gamma_{y,j+1,k,l}}{\gamma_{y,j,k,l}} v_{j+1,k,l} - v_{j,k,l} \right] \bar{v}_{tj,k,l} - \left[v_{j,k,l} - \frac{\gamma_{y,j-1,k,l}}{\gamma_{y,j,k,l}} v_{j-1,k,l} \right] \bar{v}_{tj-1,k,l}}{(\Delta x)^2}$$

$$+ \frac{\left[\frac{\gamma_{xj,k+1,l}}{\gamma_{y,j,k,l}} u_{j,k+1,l} - \frac{\gamma_{xj,k,l}}{\gamma_{y,j,k,l}} u_{j,k,l} \right] \bar{v}_{tj,k,l} - \left[\frac{\gamma_{xj-1,k+1,l}}{\gamma_{y,j,k,l}} u_{j-1,k+1,l} - \frac{\gamma_{xj-1,k,l}}{\gamma_{y,j,k,l}} u_{j-1,k,l} \right] \bar{v}_{tj-1,k,l}}{(\Delta x \Delta y)} \quad (3.121)$$

$$FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2}\Delta z} \frac{\partial}{\partial y} v_t \left[\frac{\frac{1}{2}\Delta z}{-\gamma} \frac{\int v dz}{\partial y} + \frac{\frac{1}{2}\Delta z}{-\gamma} \frac{\int v dz}{\partial y} \right] \right] = \quad (3.122)$$

$$\frac{\frac{\gamma'_{j,k+1,l}}{\gamma'_{y,j,k,l}} (v_{j,k+1,l} - v_{j,k,l}) v_{j,k+1,l} - \frac{\gamma'_{j,k,l}}{\gamma'_{y,j,k,l}} (v_{j,k,l} - v_{j,k-1,l}) v_{j,k,l}}{(\Delta y)^2}$$

$$FDS \left[\frac{1}{\gamma + \frac{1}{2}\Delta z} \frac{\partial}{\partial z} v_t \left[\frac{\frac{1}{2}\Delta z}{-\gamma} \frac{\int v dz}{\partial z} + \frac{\frac{1}{2}\Delta z}{-\gamma} \frac{\int w dz}{\partial y} \right] \right] =$$

$$\frac{\frac{1}{\gamma'_{y,j,k,l}} (v_{j,k,l+1} - v_{j,k,l}) \bar{v}_{t,j,k,l} - \frac{1}{\gamma'_{y,j,k,l}} [(v_{j,k,l} - v_{j,k,l-1}) \bar{v}_{t,j,k,l-1}]}{(\Delta z)^2} (\equiv \tau_b)$$

$$+ \frac{\frac{1}{\gamma'_{y,j,k,l}} (w_{j,k+1,l} - w_{j,k,l}) \bar{v}_{t,j,k,l} - \frac{1}{\gamma'_{y,j,k,l}} [(w_{j,k+1,l-1} - w_{j,k,l-1}) \bar{v}_{t,j,k,l-1}]}{(\Delta y \Delta z)} (\equiv 0) \quad (3.123)$$

3.10.3.3 Skaler Büyüklüğün Korunumu için Sayısal Yaklaşım

Taşınım denkleminin sonlu farklar cinsinden açılımı (11.103) ifadesindeki gibi olmaktadır.

$$\frac{\Delta C}{\Delta t} = - \frac{\frac{\gamma'_{x,j,k,l}}{\gamma'_{j,k,l}} T_{x,j,k,l} - \frac{\gamma'_{x,j-1,k,l}}{\gamma'_{j,k,l}} T_{x,j-1,k,l}}{\Delta x}$$

$$- \frac{\frac{\gamma'_{y,j,k,l}}{\gamma'_{j,k,l}} T_{y,j,k,l} - \frac{\gamma'_{y,j,k-1,l}}{\gamma'_{j,k,l}} T_{y,j,k-1,l}}{\Delta y} - \frac{\frac{1}{\gamma'_{j,k,l}} T_{z,j,k,l} - \frac{1}{\gamma'_{j,k,l}} T_{z,j,k,l-1}}{\Delta z} (\equiv 0) + S_{ss} \quad (3.124)$$

Burada T_x , T_y ve T_z sırasıyla her üç doğrultudaki taşınımı ifade etmektedir.

3.11 Adveksiyon-Dispersiyon

Mike 3'te tuzluluk ve sıcaklık gibi skaler büyüklüklerin taşınımı genel bir adveksiyon-dispersiyon modülü kullanılarak elde edilmektedir. Adveksiyon-dispersiyonun genel denklemi aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_i \frac{\partial C}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_i \frac{\partial C}{\partial x_i} \right) + S_c \quad (3.125)$$

Burada C skaler değişken, D_i dispersiyon katsayısı ve S_c bir kuyu kaynak terimidir.

Sayısal algoritma ve çözüm tekniği 3.2.1 de tanımlanmaktadır. Herbir zaman adımındaki u_i hızı ile ilgili bilgi hidrodinamik modül tarafından sağlanmaktadır ve adveksiyon-dispersiyon denkleminin zamana bağlı integrasyonu boyunca sabit olduğu kabul edilmektedir.

Aksi belirtilmediği sürece advksiyon-dispersiyon denkleminin herbir zaman adımındaki çözümü, hidrodinamik denklemlerin zamana bağlı integrasyonları ile gerçekleştirilmektedir.



4. SAYISAL MODELLEME

4.1 Mike 3 ile Hidrodinamik Modelleme

Mike 3 üç boyutlu akım yapısını modelleyebilen genel bir modelleme sistemidir. Mike 3 hidrolik ve hidrolikle bağlantılı bir çok olayın tanımlanması ve modellenmesine olanak veren çok geniş bir kullanım alanına sahiptir. Mike 3'ün uygulama alanlarını üç ana başlık altında toplamak mümkündür. Bunlar:

- **Haliçler ve kıyılarda etkili hidrolik olaylar ve oşinografi:** Bu ana başlık yoğunluk akımları, dalga hidroliği ve rüzgarın neden olduğu akıntıların modellenmesini içermektedir. Bunlara örnek olarak enerji santallerinin soğutma suyu sistemlerinin tasarımı, kıyı koruma çalışmaları ve denizaltı boru hatlarının tasarımı örnek verilebilir. Tüm bu yapı ve sistemlerin modellenmesinde Mike 3'ün Hidrodinamik Modülü kullanılmaktadır.
- **Çevre hidroliği:** Bu ana başlık kirleticilerin klasik advectif-dispersiv yayılımı simülasyonlarından kompleks kimyasal reaksiyonları da içeren su kalitesi simülasyonlarına kadar çevresel süreçlerle ilgili oldukça geniş bir yelpazeyi kapsamaktadır. Bunlarla kastedilen yağmur suyu, atık su soğutma suyu deşarjlarının deniz yaşamı üzerinde yarattığı etkilerin (bakteri konsantrasyonları, ötrifikasyon, bakteriyel oksijen ihtiyacı-çözülmemiş oksijen konsantrasyonu vs..) modellenmesidir. Modelleme sırasında Mike 3'ün Hidrodinamik Modül (HD) veya Adveksiyon-Dispersiyon Modüllerinden en az birinin kullanılması gerekmektedir. Bu iki modüle ek olarak Su Kalitesi (WQ), Ötrifikasyon (EU) ve Ağır Metal (PA) Modülleri de kullanılabilir.
- **Sediment Prosesi:** Arazi ıslahı veya atık madde deşarjı sonucu ulaşım kanalları, liman ağzları, kıyılar ve akarsu üzerine kurulu limanlarda çamur gibi kohezif maddelerin taşınımı ve sedimentasyon problemlerinin modellenmesinde kullanılmaktadır. Bu tür uygulamalar için Mike 3 HD ve Kohezif Taşınım Modülü veya Partikül Modülü kullanılması uygun olmaktadır.

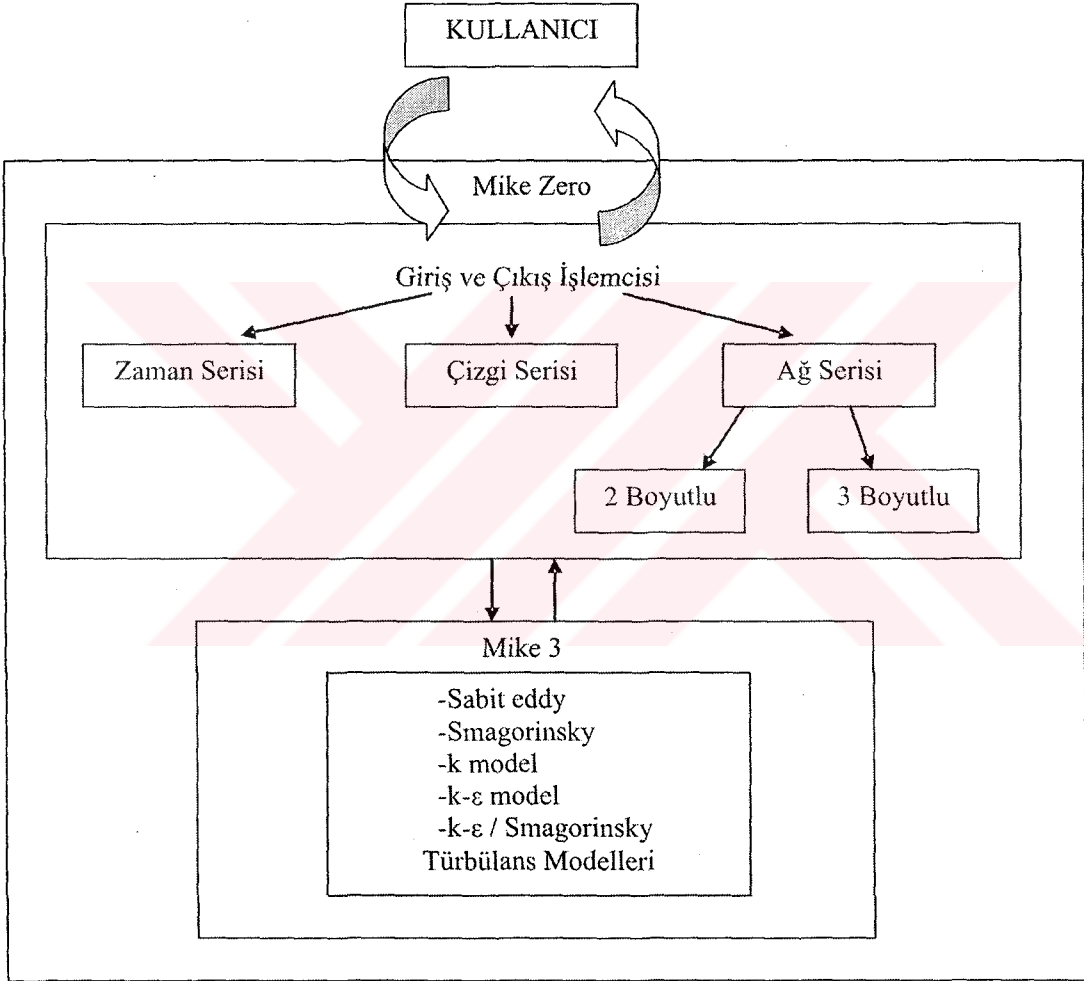
4.1.1 Hidrodinamik Modül

Mike 3 Hidrodinamik Modül (HD) aşağıdaki özelliklere sahiptir:

- Lineer olmayan üç boyutlu süreklilik ve momentumun korunumu denklemlerini çözmektedir.
- Yukarıdaki iki ana denkleme ikinci mertebe hassasiyette Alternatif Doğrultulu Kapalı (ADI) sonlu farklar çözümü uygular.
- Smagorinsky eddy formülasyonu

- Smagorinsky eddy formülasyonu
- Bir denklem türbülans kapama problemi (k model)
- İki denklem türbülans kapama problemi (k- ϵ model)
- Düşeyde Bir Boyutlu Karışık k- ϵ , yatayda İki Boyutlu Smagorinsky formülasyonu
- Tuzluluk ve sıcaklığın taşınımında üçüncü mertebeden hassasiyete sahip açık sonlu farklar çözümü

Mike 3, Mike Zero Modülü'nde hazırlanan girdi verileri ile çalıştırılır, girdi verileri Şekil 4.1'de görüldüğü gibi farklı işlemciler yardımıyla hazırlanabilmektedir.



Şekil 4.1 Mike 3 kullanıcı arayüzü

4.2 Dikdörtgen Kanal

Boğaz hidrodinamiğinin modellenmesinden önce İstanbul Boğazı'nın boyutlarına benzer bir dikdörtgen kesitli kanal tanımlanarak iki tabakalı akım bu kanal boyunca oluşturulmuştur. Bu amaçla öncelikle İstanbul Boğazı için tanımlanacak sınır şartlarının benzerleri bu kanal içinde

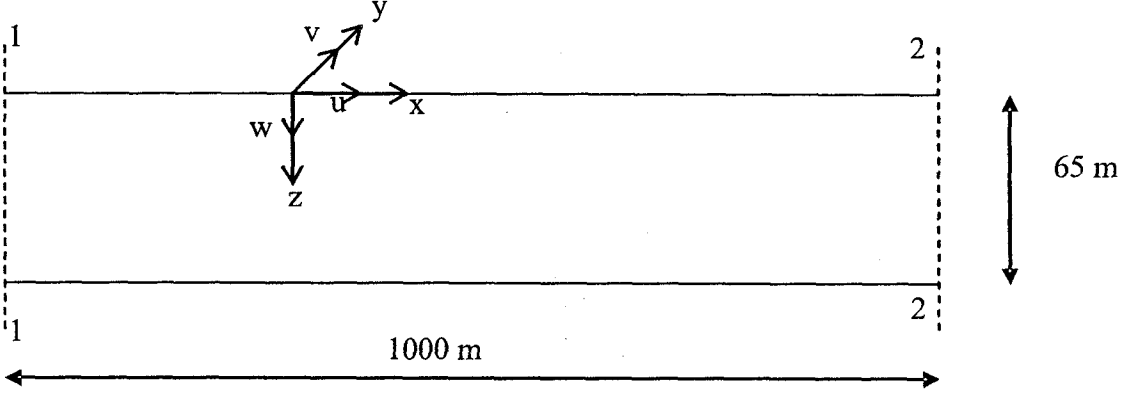
incelenmiştir. İkinci aşamada tüp geçit kazısının boğaz hidrodinamiğine etkisini benzeştirmek amacıyla tabana enine bir hendek yerleştirilmiştir.

4.2.1 Dikdörtgen Kanal Geometrisi ve Hidrodinamik Parametrelerin Tanımı

Şekil 4.2’de seçilen dikdörtgen kanalın boyutları ve koordinat sistemi gösterilmiştir. Kanalın tüm boyutları ile sayısal yöntem için seçilen ağ aralıkları Çizelge 4.1’de verilmiştir. Çizelge 4.2’de dikdörtgen kanala ait sınır şartları tuzluluk ve su seviyesi değişimleri olmak üzere Mike Zero işlemci dosyalarına uygun biçimde girdi değerleri tanımlanmıştır. Şekil 4.3’den görüldüğü gibi kanalın 1-1 kesitinde zamana bağlı olarak değişim göstermektedir. Su seviyesi değişimi 30 cm ye ulaştığında sabit kalmaktadır. Bu sınır şartı Mike Zero’da zaman serisi olarak tanımlanmaktadır. 2-2 kesitinde ise su seviyesi sabit tutulmuş ve değişimin olmadığı kabul edilmiştir. Böylece modellemenin başlangıcından 5.5 saat sonra iki kesit arasındaki su seviyesi farkı 30 cm ye ulaşmaktadır. Şekil 4.4’te ise gerek 1-1 kesiti ve gereksede 2-2 kesitindeki başlangıç tuzluluk değişimleri gösterilmiştir. Şekil 4.4 Mike Zero’nun ağ serisi giriş dosyasını göstermektedir. Bu şekil 1-1 ve 2-2 kesitlerindeki tuzluluğun modellemenin başlangıç şartı olarak bütün ağ noktalarında 18 psu olduğunu göstermektedir. Başlangıç şartı olarak verilen 18 psu tüm kanal boyunca tanımlanmıştır. Ancak tabakalı akımın kararlı olarak oluşabilmesi amacıyla 2-2 kesitinde 5 saat süresince $\Delta t=10$ dakika zaman aralıkları boyunca tuzluluk değerleri 0.7 psu artışla tabandan itibaren 50 m’de 35 psu olacak şekilde artırılmaya başlanmıştır. Daha yoğun olan alt tabakanın 1-1 kesitine bir tuzlu su kaması olarak ulaştığı zaman ön modelleme çalışmalarıyla tahmin edilerek 1-1 kesitinde de bu zaman periyodundan sonra tabandan itibaren 18 m derinlikte $\Delta t = 10$ dakika zaman aralıklarında tuzluluk değerleri 0.7 psu miktarlarında artırılmaya başlanmıştır. Bu sınır şartlarına ait $T = 30 \Delta t$ (300 dakika) zamanındaki değişimler Şekil 4.5 ve Şekil 4.6’de gösterilmiştir. Bu sınır şartlarının yukarıda belirtilen biçimde tanımlanmasının nedeni modelin stabil olarak çalışmasının istenmesinden kaynaklanmıştır. Eğer her iki sınırdaki tuzluluk değerlerinin zamansal değişimleri tanımlanmadan sabit verilmesi söz konusu olsaydı tuzlu su kamaları bloke olmaktadır ve model stabil olmayan çözüme sebep olmaktadır.

Modelleme Mike 3’ün sabit eddy türbülans seçeneği kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Mike 3’te tüm modellerin hidrostatik ve hidrostatik olmayan seçenekleri mevcuttur. Bu aşamada modelleme için hidrostatik olmayan seçenek kullanılmıştır. Bu seçenek modelleme sırasında sıkışabilirlik etkilerini dikkate almaktadır. Çizelge 4.3’te modelleme sırasında dikkate alınan sayısal parametreler özetlenmiştir. Çizelgeden görüldüğü gibi x-y düzleminde 10’ar m’lik ağlar oluşturulurken düşeyde 1 m’lik ağ oluşturulmuştur. Simülasyon zamanı 96000 sn’dir.

Çünkü simülasyonda tabakalı akımın tamamıyla gelişmesi ve bir süre kararlı halde oluştuğunun gözlemlenmesi istenmiştir. Bu amaçla simülasyon 96000 sn sonunda sona erdirilmiştir. Simülasyonda modelin stabilitesi için zaman aralığı 4 sn olarak, sabit eddy katsayısı ise Mike 3'ün verdiği sabit değer olan $0.5 \text{ m}^2/\text{s}$ olarak alınmıştır. Modellemede 64000 düğüm noktasında çözümleme gerçekleştirilmiştir.



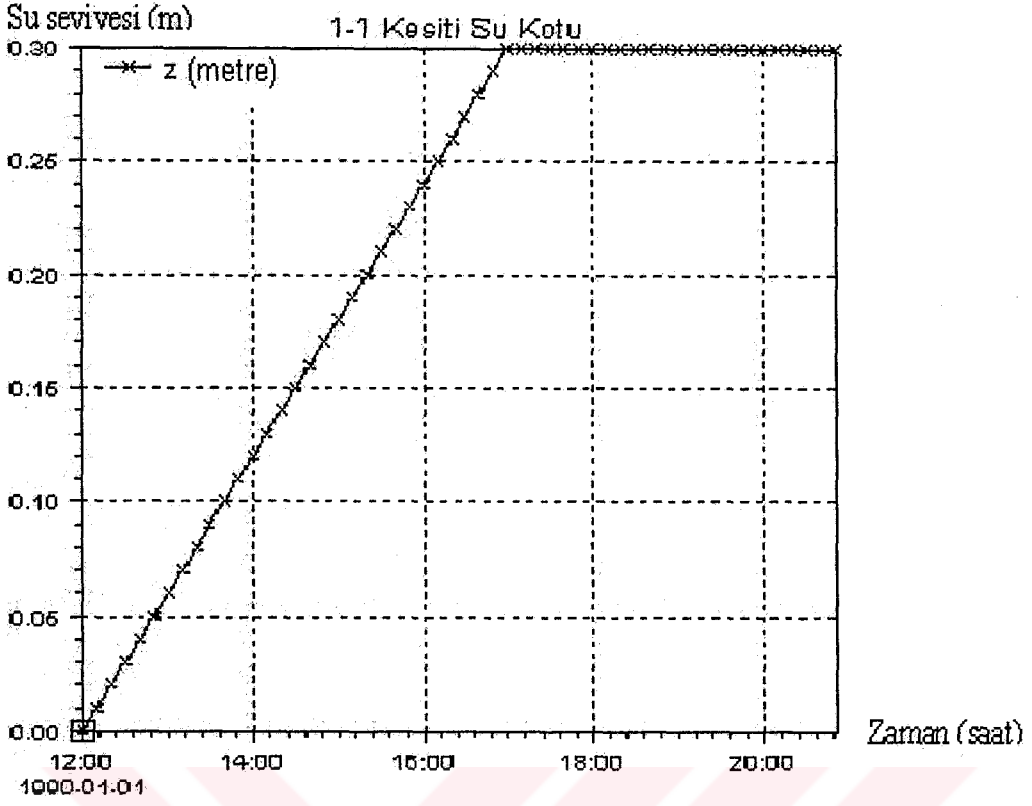
Şekil 4.2 Dikdörtgen kanal (boykesit)

Çizelge 4.1 Dikdörtgen kanalın geometrik özellikleri

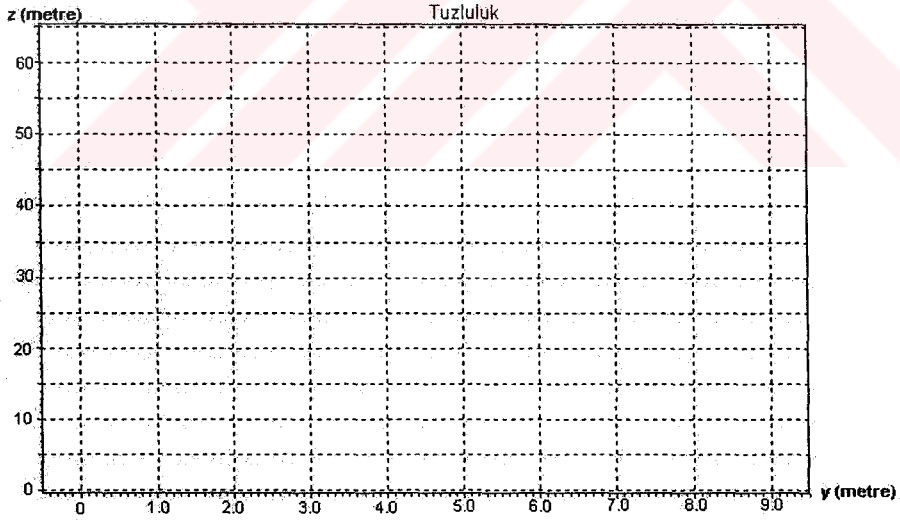
Uzunluk	1000 m
Genişlik	100 m
Derinlik	65 m
Ağ aralıkları	Yatay 10 m
	Düşey 10 m

Çizelge 4.2 Dikdörtgen kanal için tanımlanan sınır şartları

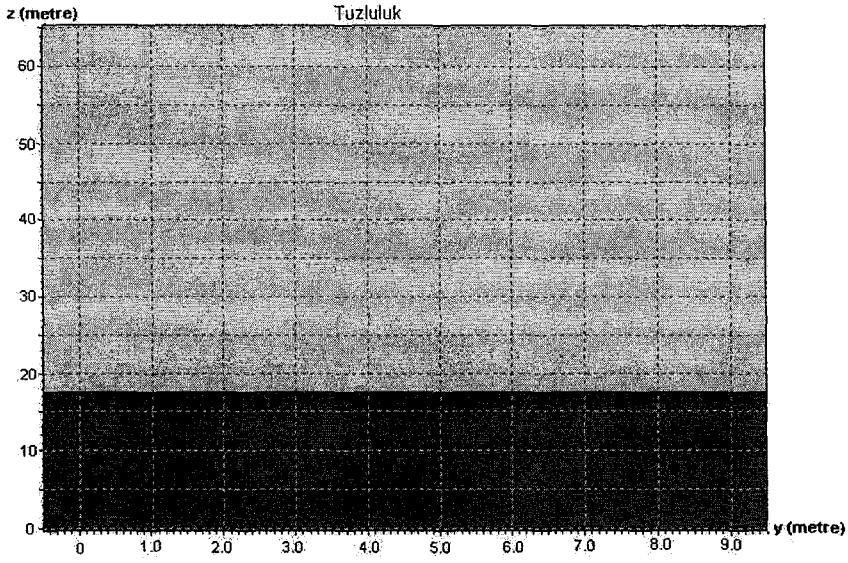
Özellik	Kesit	Değeri	Açıklama
Tuzluluk (psu)	1-1 Kesiti	18-35.5	Derinlik ve zamana bağlı değişen (grid serisi)
	2-2 Kesiti	18-35.5	
Su seviyesi (m)	1-1 Kesiti	0-0.3	Zaman serisi
	2-2 Kesiti	0	(sabit)



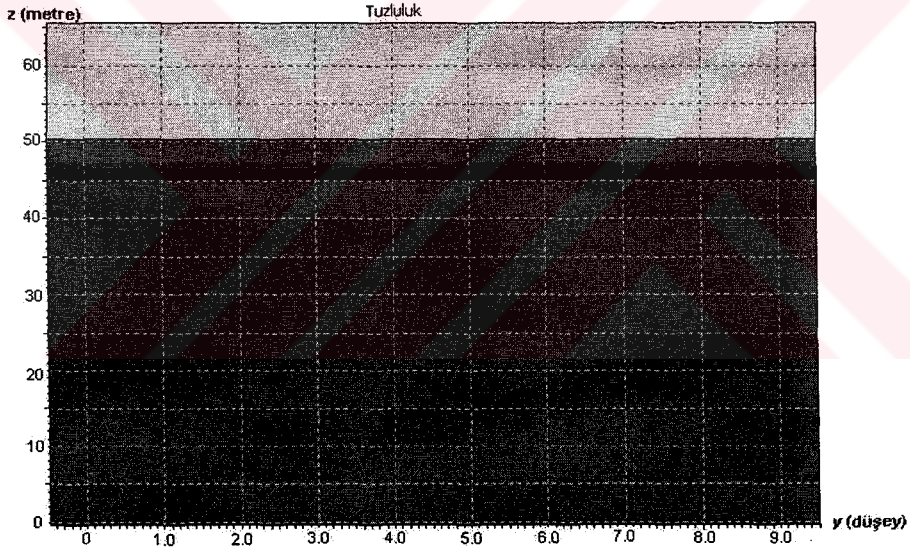
Şekil 4.3 1-1 Kesiti su seviyesi değişim grafiği



Şekil 4.4 1-1 ve 2-2 kesiti için başlangıçta tanımlanan tuzluluk
(grid serisi olarak tanımlanmakta olup bütün noktalarda sabit 18 psu değerini almaktadır;
yatay ve dikey ağ aralıkları 1 m ye karşılık gelmektedir)



Şekil 4.5 1-1 Kesiti için son zaman adımında tanımlanan tuzluluk
(koyu bölgedeki değerler 35 psu, gri bölgedeki değerler 18 psu ya karşılık gelmektedir; yatay
ve düşey ağ aralıkları 1 m ye karşı gelmektedir)

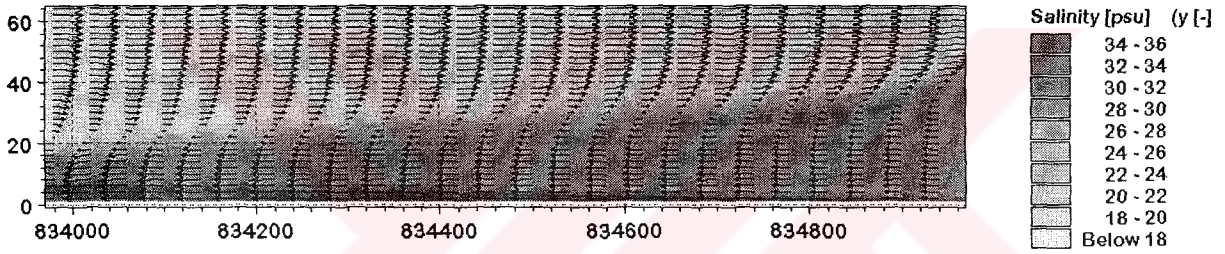


Şekil 4.6 2-2 kesitinde son zaman adımında tanımlanan tuzlulukdeğeri (grid serisi: alttaki
koyu bant 35 psu, üstteki gri bant 18 psu değerini göstermektedir.)

Çizelge 4.3 Sayısal Parametreler

Modül seçimi	Non-Hidrostatik		Değişken yoğunluk		
Batimetri	Üniform dikdörtgen kanal (1000×500×65 m)		$\Delta X(m)$	$\Delta Y(m)$	$\Delta Z(m)$
			10	10	1
Simülasyon periyodu	Başlangıç	01.01.1990	Zaman adımı		
		12:00:00	sayısı		
	Son	02.01.1990	Herbir zaman		
		14:40:00	adımı aralığı		
Türbülans modeli	Sabit Eddy		$0.5 \text{ m}^2/\text{s}$		

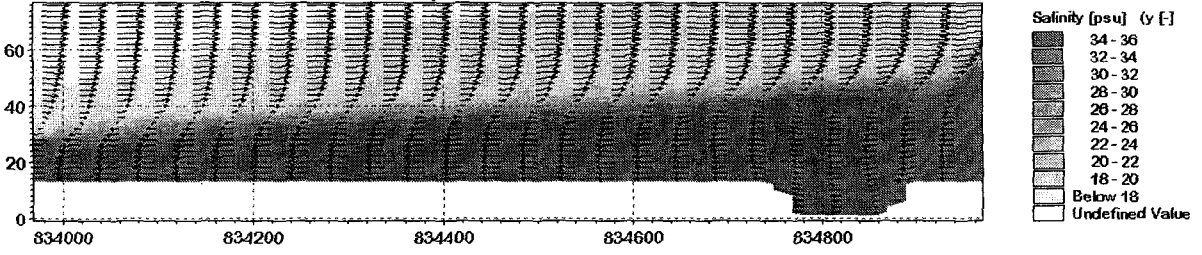
Şekil 4.7’de simülasyonun kararlı hale ulaşmasından sonra kanalın eksenindeki derinlik boyunca tuzluluğun değişimi gösterilmiştir. Bu şekilden alt ve üst akımların oluşturduğu tuzlu su kamaları açık olarak görülmektedir. Bu şekilden gerek tabakalı akımın oluşumu gerekse arakesit düzlemindeki yoğunluk ve eğimin değişimi görülebilmektedir.



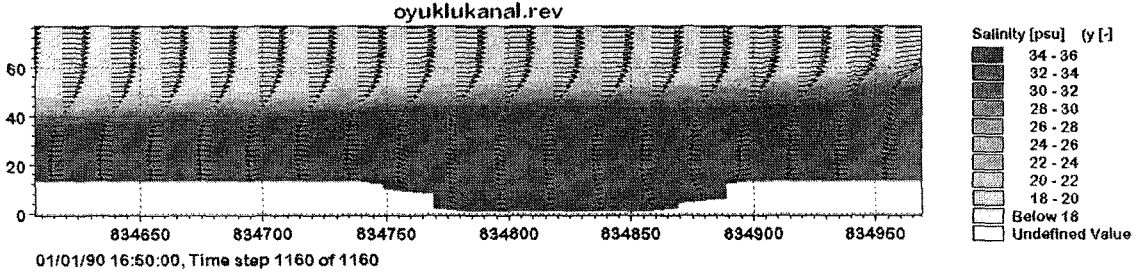
Şekil 4.7 Dikdörtgen kesitli kanalda denge durumu (boykesit)

4.2.2 Tabanına Hendek Yerleştirilmiş Dikdörtgen Kanal Geometrisi ve Hidrodinamik Parametrelerin Tanımı

Şekil 4.8’de görülen dikdörtgen kesitli kanalın boyutları Şekil 4.7’nin aynısıdır ancak tabanına taban uzunluğu 100m, derinliği 12m ve şev eğimi 0,6 olan kanal açılmıştır. Şekil 4.9’da kanal yakınındaki hız alanı gösterilmiştir. Kanaldan yeterince uzaktaki akım alanının bu değişimden etkilenmemesine karşın Şekil 4.9’dan görüldüğü gibi kanalın hemen başladığı bölgede alt akım şevin hemen üstünde hızlanmaktadır. Ayrıca kanalsız ve kanallı akım alanları karşılaştırıldığında alt akımın kalınlığı kanalın bulunduğu kesitte artmaktadır. Böylece arakesit düzlemi değişmektedir. Ancak bu değişim kanal boyunca yerel olarak meydana gelmektedir. Bu artışın nedeni alt akıma ait Fr sayısı birden küçük ve nehir rejimindedir alt akımın hızlanması durumunda hidrodinamik koşullar değişecektir. Ancak bu koşullarda kanal herhangi bir şekilde rejim değişikliğine neden olmayacaktır.



Şekil 4.8 Dikdörtgen kesitli kanalda hendekli hald denge durumu (boy kesit)



Şekil 4.9 Dikdörtgen kesitli kanalda hendekli hald denge durumu (hendek bölgesi detayı)

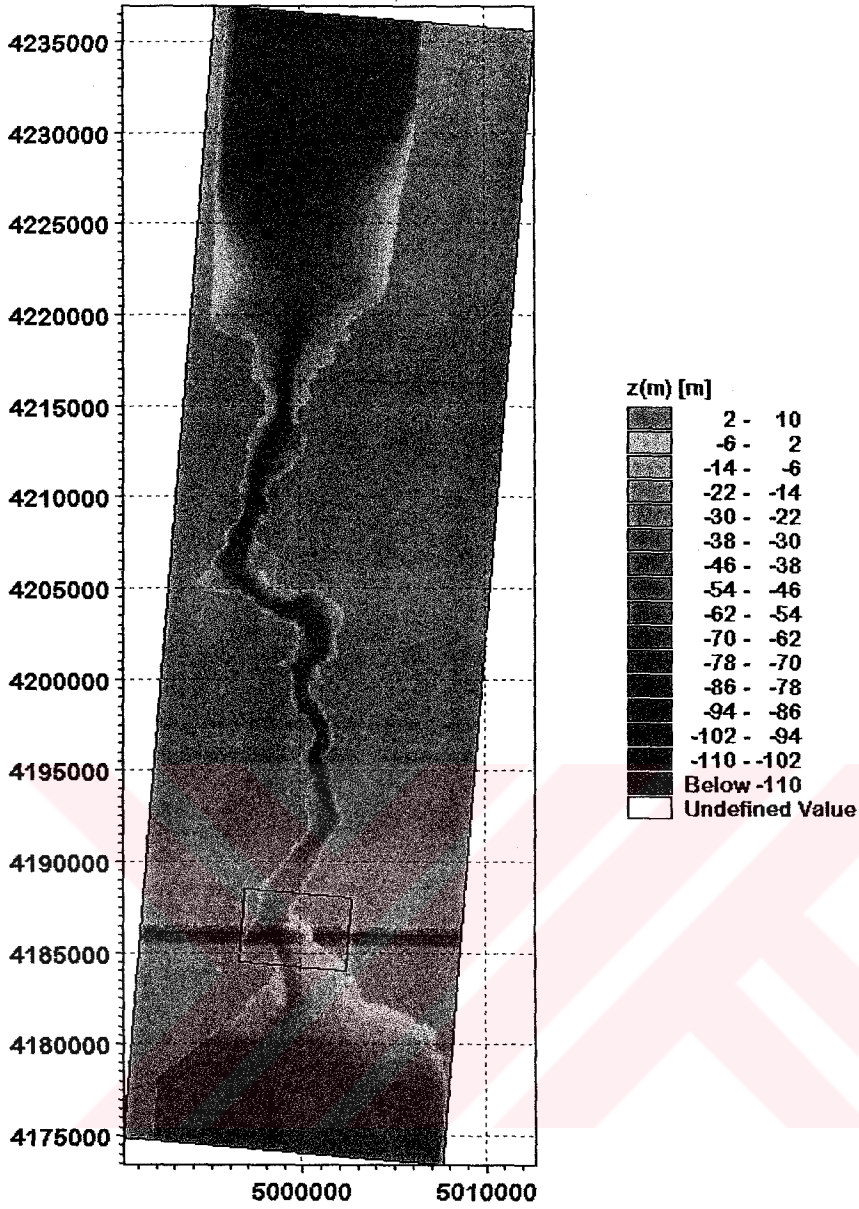
4.3 İstanbul Boğazı Tüp Geçiş Kanal Kazısının Hidrodinamik Yapıya Etkisinin Modellenmesi

4.3.1 Modelde Kullanılan İstanbul Boğazı Batimetrisi ve Hidrodinamik Parametreler

Öztürk (2004) tarafından İstanbul boğazının tabakalı akımının sayısal modellemesi MIKE 3 HD yazılımı yardımıyla gerçekleştirilmiştir. Çözüm k-ε türbülans modelleme tekniği kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Burada tüp geçiş kazısının tamamlanmasından sonra bu hendeğin boğaz hidrodinamiğine etkisi yine MIKE 3 HD yazılımı kullanılarak modellenecektir.

İkinci bölümde anlatıldığı gibi İstanbul Boğazı, Karadeniz ve Marmara Denizi'ni birleştiren oldukça dar ve değişken geometriye sahip bir akım yoludur. Bu nedenle İstanbul Boğazı'nın geometri ve batimetrisinin çok iyi tanımlanması gerekmektedir. İstanbul Boğazı'na ait batimetri için Deniz Kuvvetleri Komutanlığı'na bağlı Seyir Hidrografi Oşinografi Dairesi'nin hazırlamış olduğu sayısal batimetri haritaları kullanılmıştır. ASCII file formatındaki xyz koordinatları Mike Zero'ya okutularak Şekil 4.10'deki İstanbul Boğazı batimetrisi elde edilmiştir. Çizelge 4.4'te İstanbul Boğazı'nın geometrik özellikleri tanımlanmıştır. Çizelgede model alanının uzunluğu belirlenirken, Mike Zero'da tanımlanan stabilite problemi ile karşılaşılmasın için İstanbul Boğazı uzunluğuna ilaveten iki uçtaki açık sınırlar gerçek

konumlarına göre bir miktar uzatılmıştır. Model alanı genişliği olarak dikkate alınan model uzunluğunun yerleştirildiği dikdörtgen ağ sisteminin genişliğidir. Bu genişlik Şekil 4.10'da görülmektedir. İstanbul Boğazı'nın en derin noktası 106.7 m olarak belirlenmiş ve model tanımlanmıştır. Modelin ağ aralıkları yatayda 100 m düşeyde ise 1 m olarak belirlenmiştir. Modelin sınır şartları ise Çizelge 4.5'te özetlenmiştir. Çizelgeden görüldüğü gibi Boğaz'ın Marmara ve Karadeniz kesitlerindeki tuzluluk, sıcaklık ve su seviyesi parametreleri tanımlanmıştır. Tuzluluk Karadeniz girişinde 19 psu olarak tüm kesit ve zamanda sabit kabul edilmiştir. Marmara girişindeki tuzluluk ise zaman serisi olarak 19 psu'dan 35 psu'ya kadar 8 saat 20 dakikalık zaman periyodu boyunca değişim göstermektedir (Şekil 4.11). Su seviyesi değişimi zaman serisi olarak Karadeniz girişinde 0 ile 30 cm arasında 16 saatlik zaman aralığında değişim gösterirken, Marmara girişinde ise su seviyesi değiştirilmeksizin, sabit ve sifıra eşit kabul edilmiştir (Şekil 4.12). Gerek Karadeniz gerekse Marmara girişlerinde su sıcaklıkları sırasıyla 7 ve 10 °C değerleri olarak sabit olarak tanımlanmışlardır. Şekil 4.10'da ayrıca tüp geçiş kazısının bulunduğu alan gösterilmiştir.



şekil 4.10 İstanbul Boğazının batimetrisi ve t p geçiş bölgesi

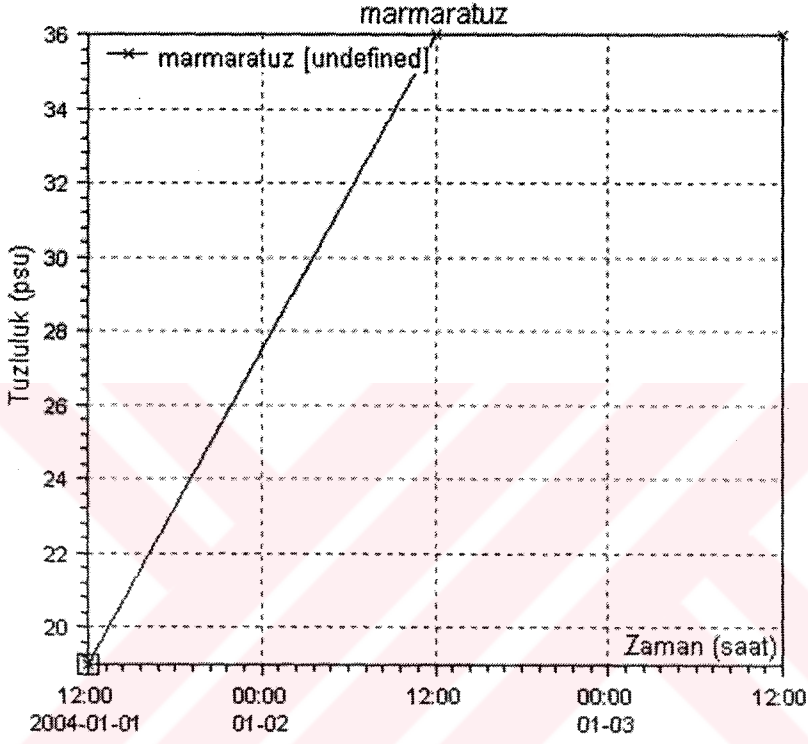
Çizelge 4.4 Modelin geometrik  zellikleri

Model alanının uzunluğu (x)		13900 m
Model alanının genişliği (y)		49900 m
Maksimum derinlik		-102.20 m
Ađ aralığı Model alanının uzunluğu (x)	Duřey	Ađ aralığı
	Yatay	
	13900 m	Model alanının uzunluğu (x)

Çizelge 4.5 Modelle ilgili tanımlanan sınır şartları

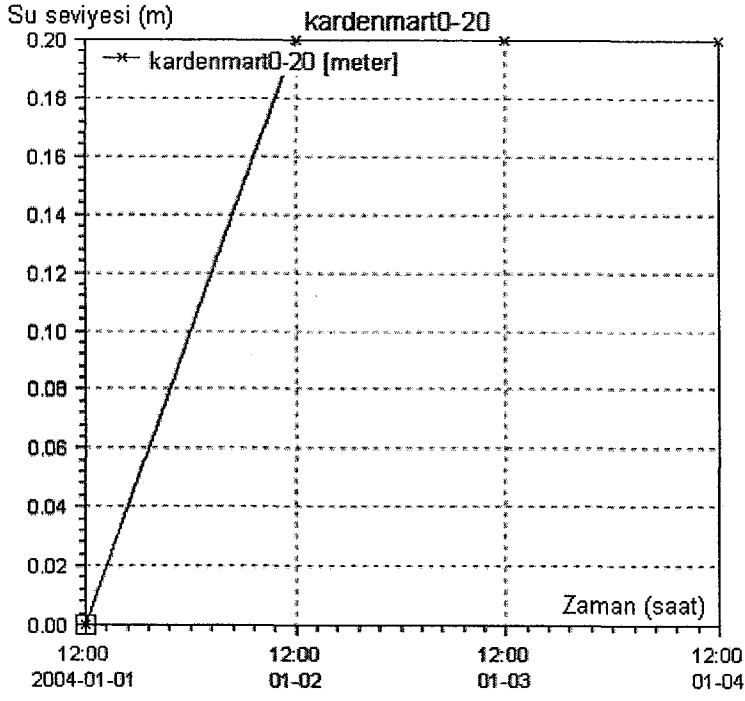
Çizelge 4.5 Modelle ilgili tanımlanan sınır şartları

Tuzluluk (PSU)	Karadeniz	19	Sabit
	Marmara	19-36	Zaman serisi
Su Seviyesi (m)	Karadeniz	0.00-0.20	Zaman serisi
	Marmara	0.00	Sabit



Şekil 4.11 Modele sınır şartı olarak verilen Marmara girişindeki tuzluluk grafiği

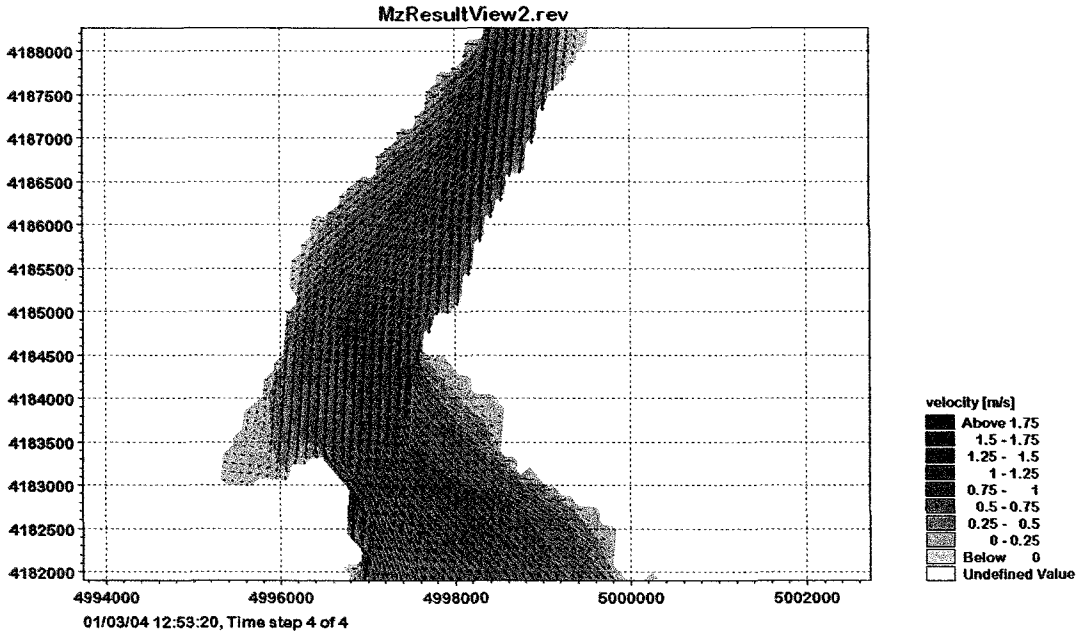
Öztürk (2004) tarafından gerçekleştirilen k-ε türbülans modeline ait sayısal parametreler Çizelge 4.6’da özetlenmiştir. Simülasyon zamanı ise 188.000 sn olarak dikkate alınmıştır. Sayısal modelin Courant sayısı 0.63’tür. Bu modelde derinlik boyunca da açık şema yaklaşımı dikkate alınmıştır. Dikkate alınan tüm bu model parametreleri yapılan ön çalışmalar sonucunda modelin stabil olarak çalışmasını sağlayacak uygun girdiler olarak belirlenmiştir. Modelleme 1.136.814 düğüm noktasında yapılmıştır. Şekil 4.13, 4.14 ve 4.15’de İstanbul Boğazının güney bölgesinde modelleme sonucunda hız alanındaki değişimler görülmektedir.



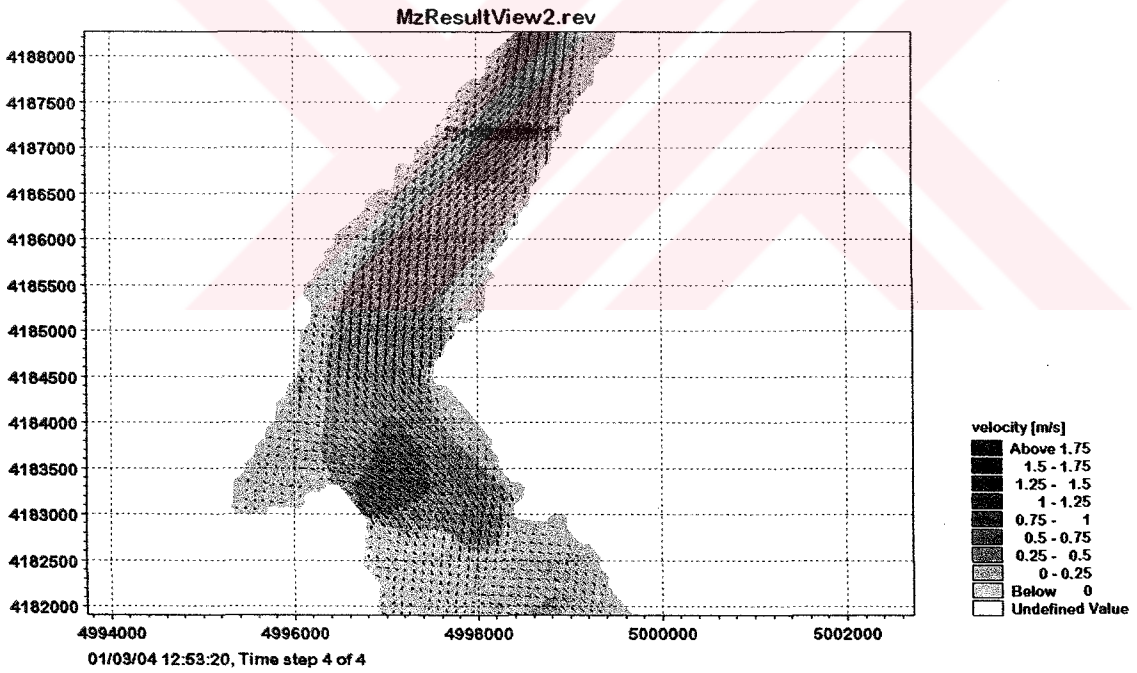
Şekil 4.12 Modele sınır şartı olarak verilen Karadeniz girişindeki su seviyesinin değişim grafiği

Çizelge 4.6 Modelle ilgili sayısal parametreler

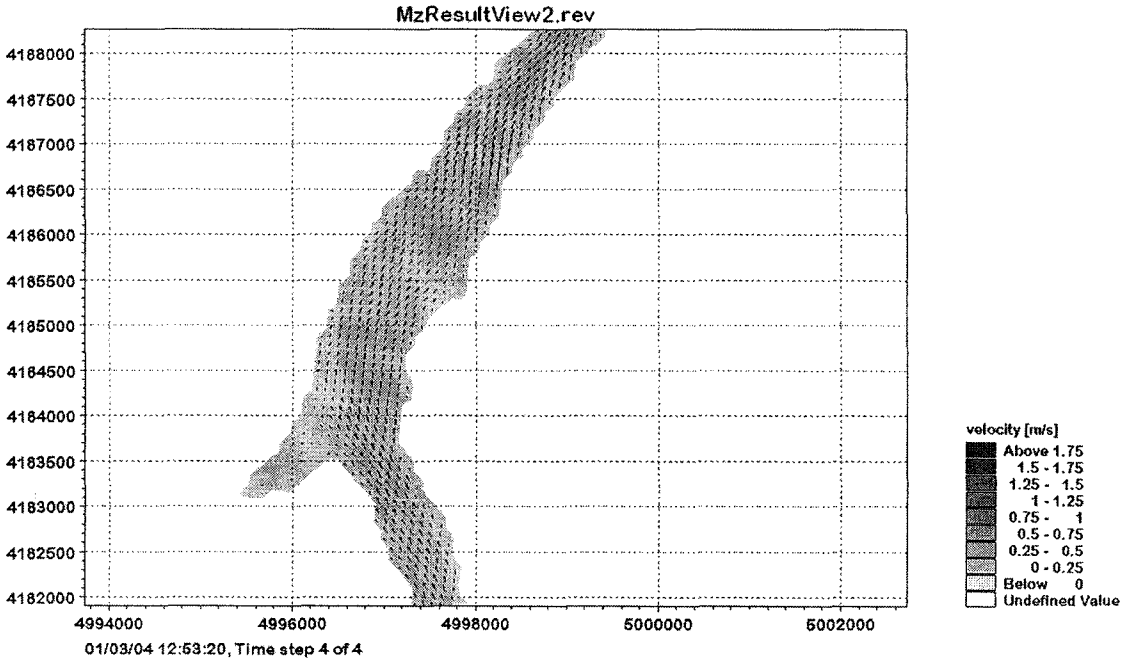
Modüll Seçimi	Hidrostatik		Değişken yoğunluk (değişken sıcaklıkve tuzluluk)		
Batimetri	İstanbul Boğazı Batimetrisi (Şekil 4.30- 13900 m×49900 m)		$\Delta X(m)$	$\Delta Y(m)$	$\Delta Z(m)$
			100	100	1
Simülasyon	Başlangıç	01.01.2004 12:00:00	Zaman adımı sayısı		94000
	Son	03.01.2004 16:13:20	Herbir zaman adımı aralığı		$\Delta t=2$ sn
	Max. Courant Number		0.633601		
Türbülans modeli	$k-\varepsilon$				
Taban pürüzlülüğü (m)	Sabit		0.30		
Tuzluluk Hesabı	Formül tercihi		Eddy visozitesi ile orantılı		
	Dispersiyon şeması		Derinlik boyunca açık		



Şekil 4.13 Dolmabahçe bölgesinde yüzeyden 1 m derinlikte bileşke hız vektörlerinin dağılımı



Şekil 4.14 Dolmabahçe bölgesinde yüzeyden 6 m derinlikte bileşke hız vektörlerinin dağılımı

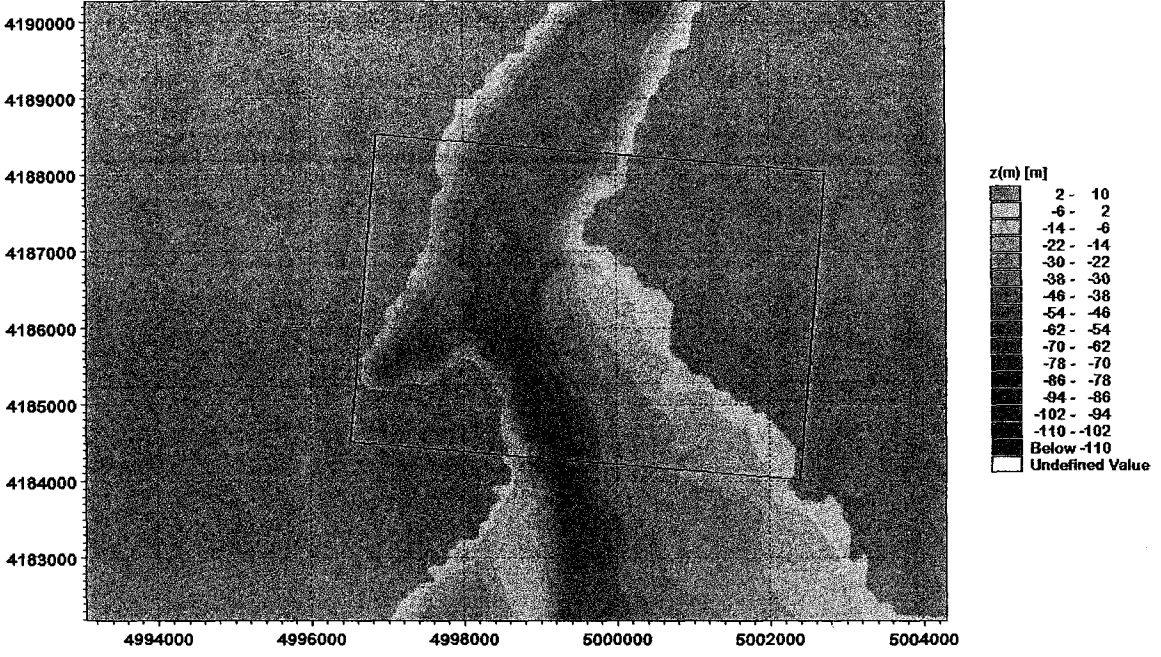


Şekil 4.15 Dolmabahçe bölgesinde yüzeyden 31 m derinlikte bileşke hız vektörlerinin dağılımı

4.3.2 Tüp Geçiş Kazısının Gerçekleşmesi Sonrası Modelde Kullanılan İstanbul Boğazı Batimetrisi ve Hidrodinamik Parametreler

Şekil 4.16'dan İstanbul Boğazı Tüp Geçiş İnşaatı için kazı alanına ait batimetri görülmektedir. Batimetrideki bu değişim ile birlikte Öztürk (2004)'ün gerçekleştirdiği İstanbul Boğazı modelleme koşullarında hidrodinamik yapının değişimi modellenecektir. Model sınır şartları olarak her iki açık sınırda Öztürk (2004) tarafından elde edilen hız, sıcaklık, tuzluluk ve su seviyesi değişimleri Şekil 4.16'da görülen kanalın hemen kuzeyinde ve güneyinde tanımlanacaktır.

Simulasyonda kullanılan boğaz kesitinin uzunluğu 3.5 km, toplam hesap kesiti uzunluğu ise 4.5km olarak alınıştır, çünkü kuzey ve güney sınırlarındaki boğaz geometrisi ile batimetrisindeki değişkenlikten dolayı her iki sınıra 500'er metrelik ilave alanlar hesap alanına dahil edilmiştir.



Şekil 4.16 Tüp geçiş kazısına ait batimetri

Çizelge 4.7’de modellenen alana ait boyutlar ve ağ aralıkları gösterilmiştir. Çizelge 4.8’de modelde dikkate alınan sınır şartı tipleri özetlenmiştir. Şekil 4.17’de tüm hesaplama alanında 3 boyutlu olarak tanımlanan başlangıç tuzluluk değişimi şartı gösterilmiştir. Şekil 4.18 ve 4.19’da ise sırası ile kuzey ve güney sınır şartları olarak tanımlanan 2 boyutlu hız alanları görülmektedir. Yine şekil 4.20 ve 4.21 de kuzey ve güney sınır şartları olarak tanımlanan 2 boyutlu tuzluluk değişimleri verilmiştir. Böylece modelin çalışması için kuzey ve güneyde tuzluluk ve hız sınır şartları ile tüm hesaplama alanında tuzluluk başlangıç şartı tanımlanmıştır. Çizelge 4.9’da Mike3 HD yazılımına ait k-ε modeli için gerekli olan parametreler verilmiştir. Burada etkisi dikkate alınan hendeğin derinliği 10 m taban genişliği 33 m ve şev eğimi 0.33 tür. Hendeğin uzunluğu 1650m dir. Modellede sıkılaştırılmış ağ kullanılmıştır. Bu ağın aralıkları 33 m dir. Modellemede dikkate alınan hesap ağ noktası 236423 tür. Simülasyon süresi 7000sn dir.

Çizelge 4.7 Modelin geometrik özellikleri

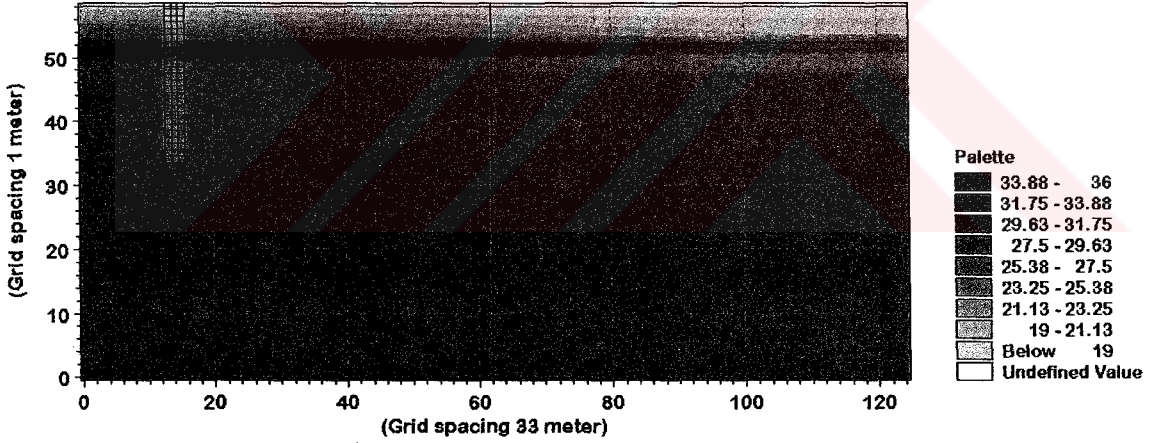
Model alanının uzunluğu (y)		4125 m
Model alanının genişliği (x)		4686 m
Maksimum derinlik		-58.26 m
Ağ aralığı	Düşey	33 m
	Yatay	33 m

Çizelge 4.8 Modelle ilgili tanımlanan sınır şartları

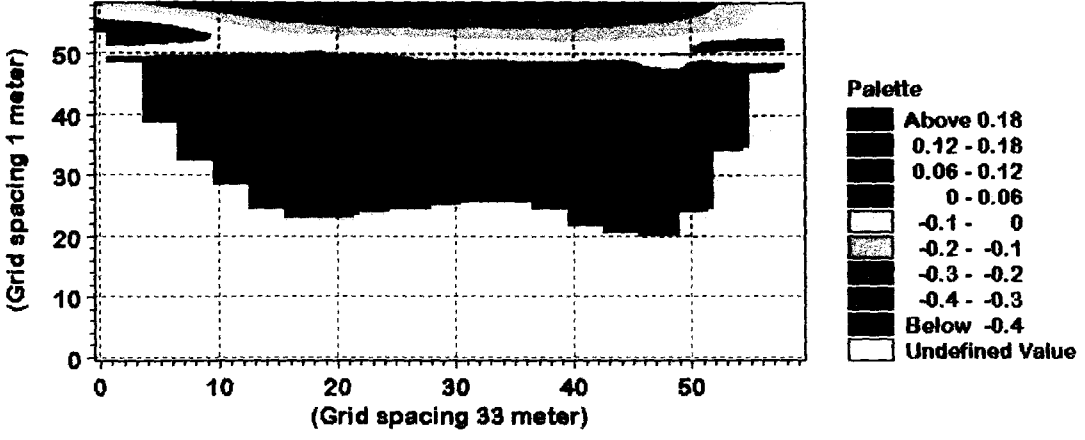
Tuzluluk (PSU)	Kuzey Sınırı	Ağ serisi	Sabit
	Güney Sınırı	Ağ serisi	Sabit
hızlar (m)	Kuzey Sınırı	Ağ serisi	Sabit
	Güney Sınırı	Ağ serisi	Sabit

Çizelge 4.9 Modelle ilgili sayısal parametreler

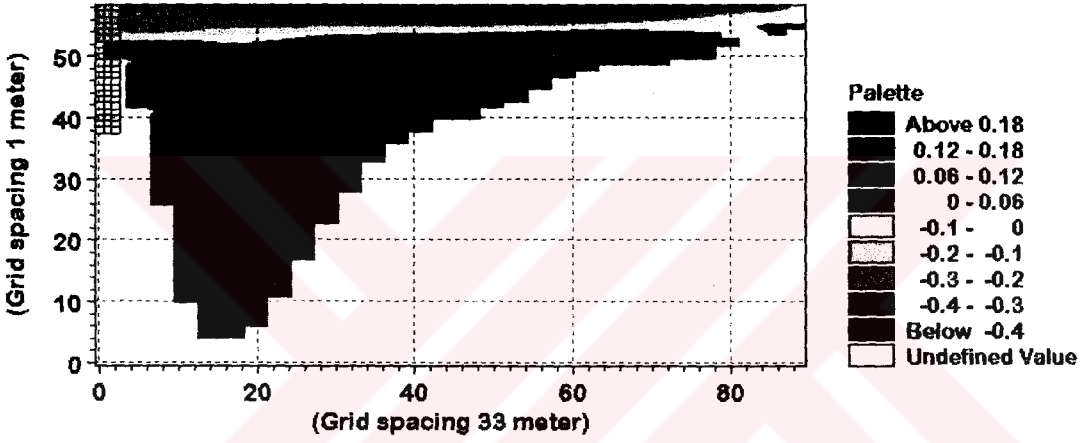
Modül Seçimi	Hidrostatik		Değişken yoğunluk (değişken sıcaklıkve tuzluluk)		
Batimetri	İstanbul Boğazı Batimetrisi üzerinde tüp gecit eklenmiş bolum		$\Delta X(m)$	$\Delta Y(m)$	$\Delta Z(m)$
			33	33	1
Simülasyon	Başlangıç	01.01.1990 12:00:00	Zaman adımı sayısı		10000
	Son	01.01.1990 13:56:40	Herbir zaman adımı aralığı		$\Delta t=0.7$ sn
	Max. Courant Number		0.507		
Türbülans modeli	$k-\varepsilon$				
Taban pürüzlülüğü (m)	Sabit		0.10		
Tuzluluk Hesabı	Formül tercihi		Eddy visozitesi ile orantılı		
	Dispersiyon şeması		Derinlik boyunca kapalı		



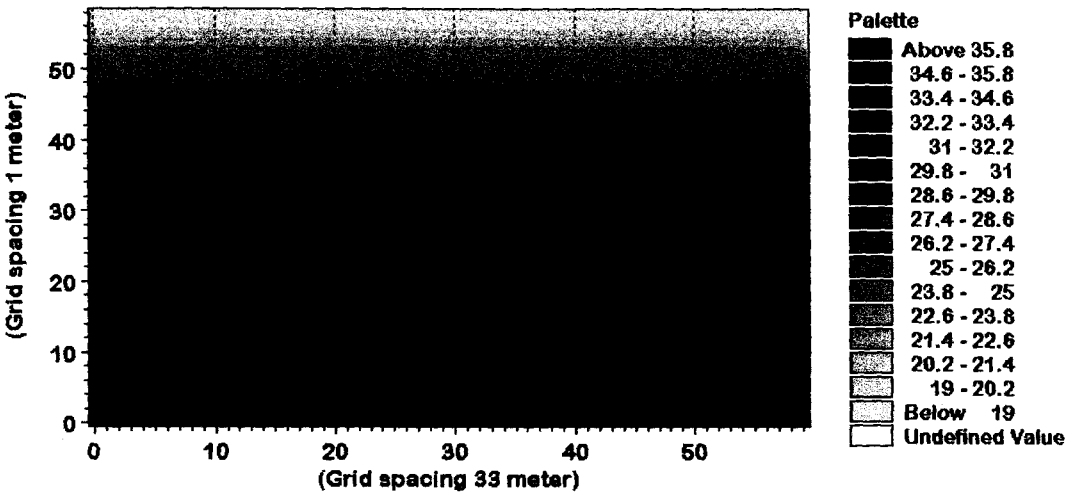
Şekil 4.17 3 boyutlu baslangic tuzluluk degerleri boy kesiti (guneyden kuzeye)



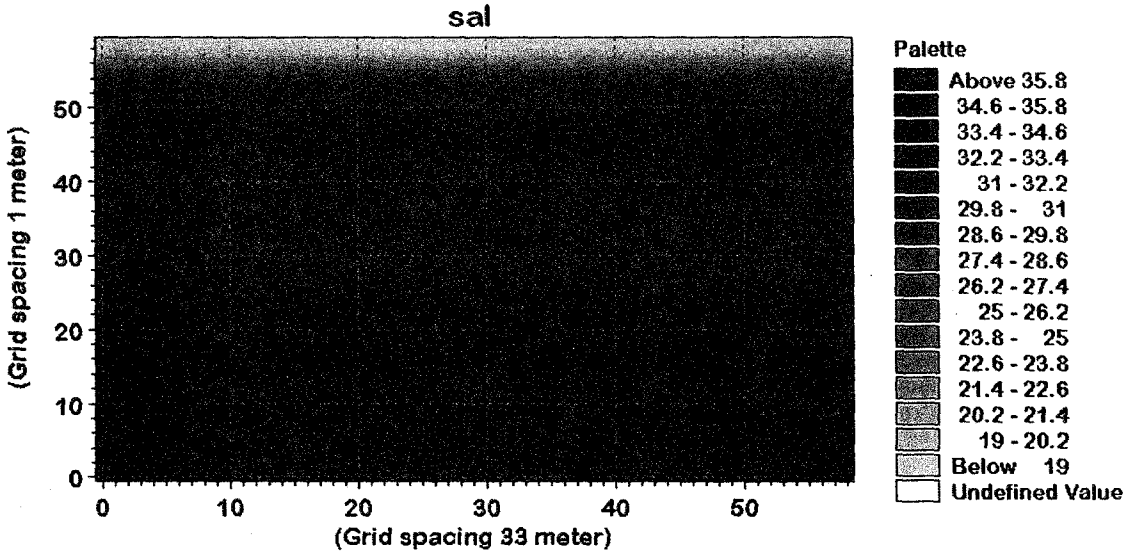
Şekil 4.18 Sınıra dik hız sınır şartı kuzey



Şekil 4.19 Sınıra dik hız sınır şartı guney



Şekil 4.20 Kuzay tuzluluk sınır sarti



Şekil 4.21 Guney tuzluluk sınır şartı

4.3.3 Tüp Geçiş Kazısının Boğaz Hidrodinamiğine Etkisinin Değerlendirilmesi

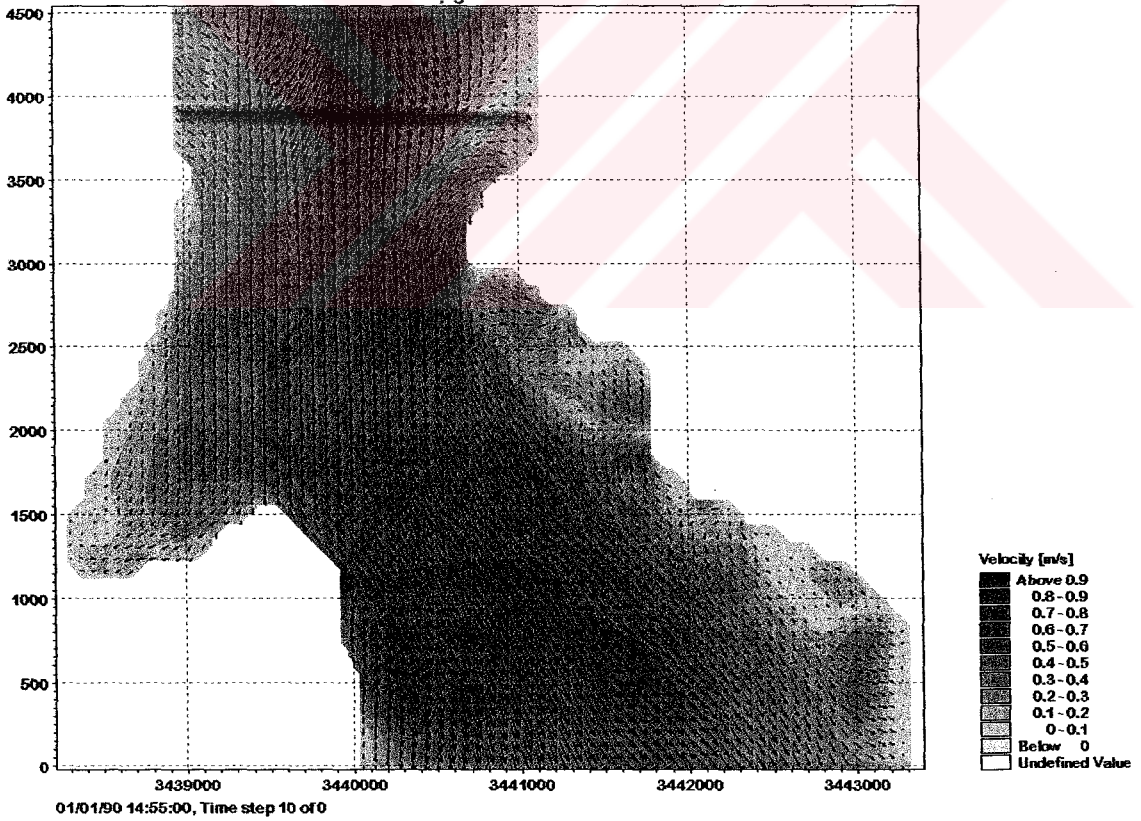
Şekil 4.22 – 4.32 İstanbul Boğazında Sarayburnu ile Üsküdar arasında tüp geçit elemanlarının yerleştirilmesi amacıyla açılacak olan hendeğin farklı derinlikler için hız alanına etkisini göstermektedir. Bu şekiller yüzeyden itibaren 5'er metre azalan derinliklerdeki hız alanlarını göstermektedir. Hendeğin hız alanına etkisi –30 m derinlikte doğu yamacında hendeğin boğaz planını değiştirmesi ile başlamaktadır. Bu ilk etki Şekil 4.28'de görülmektedir. –30 m derinlikten itibaren hızla değişen boğaz planı ile birlikte alt akım hendek içerisinde doğuya dönerek hendeğin ucuna doğru ilerlemektedir.

Akım alanındaki bu değişimin daha detaylı gözlenebilmesi amacıyla –30 m'den hendek tabanına kadar olan değişimler 2'şer metre aralıklarla Şekil 4.33 – 4.44'de gösterilmiştir. Derinliklerin 2 şer metre değişmesi ile hız alanları incelendiğinde İstanbul Boğazı alt akımının hendeğin Üsküdar tarafına doğru belirgin şekilde yönlendiği görülmektedir. Buna karşın Sarayburnu tarafında batimetrisinin daha derin olması dolayısı ile bu bölgede boğaz planının daha az değişmesi ve alt akımın ana doğrultusunun boğazın doğu kıyısına doğru olması nedeniyle hendeğin batı tarafında çevrintili bir akım yapısı ortaya çıkmaktadır. Hendeğin batı ucundaki çevrintili akım yapısı Şekil 4.43 ve 4.44'te görülmektedir. Sonuç olarak İstanbul boğazına açılacak hendek üst akım yapısını etkilememesine karşın özellikle batimetredaki değişimden kaynaklanan İstanbul Boğazı planında meydana gelen değişim alt akım hız alanını etkilemektedir.

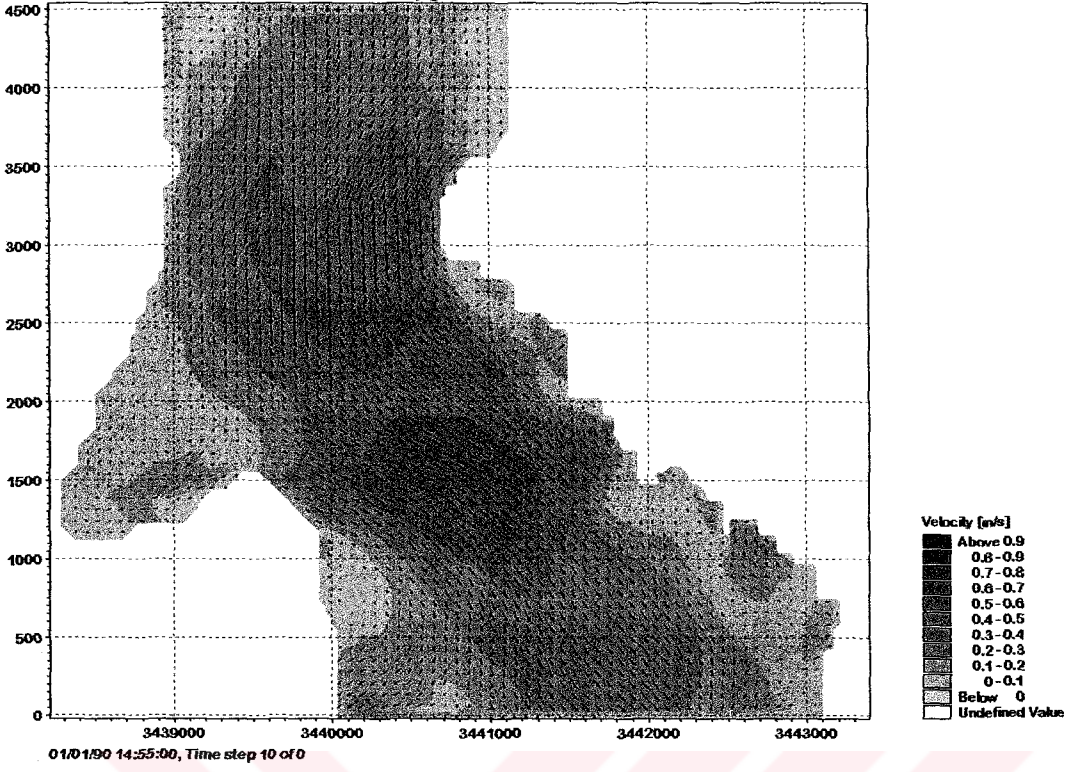
Şekil 4.45 ve 4.46 y eksenı boyunca sırasıyla hendek kesitinin bulunduğu bölgedeki u ve v hız

bileşenlerinin değişimini göstermektedir. Şekil 4.47 ve 4.48 ise x eksenini boyunca sırasıyla hendek kesitinin bulunduğu bölgedeki u ve v hız bileşenlerinin değişimini göstermektedir. Ancak boğaz geometrisinin kartezyen koordinat sistemine uymaması nedeniyle hendek kazısının hız alanı üzerindeki etkisi bu şekillerden tam olarak anlaşılamamaktadır.

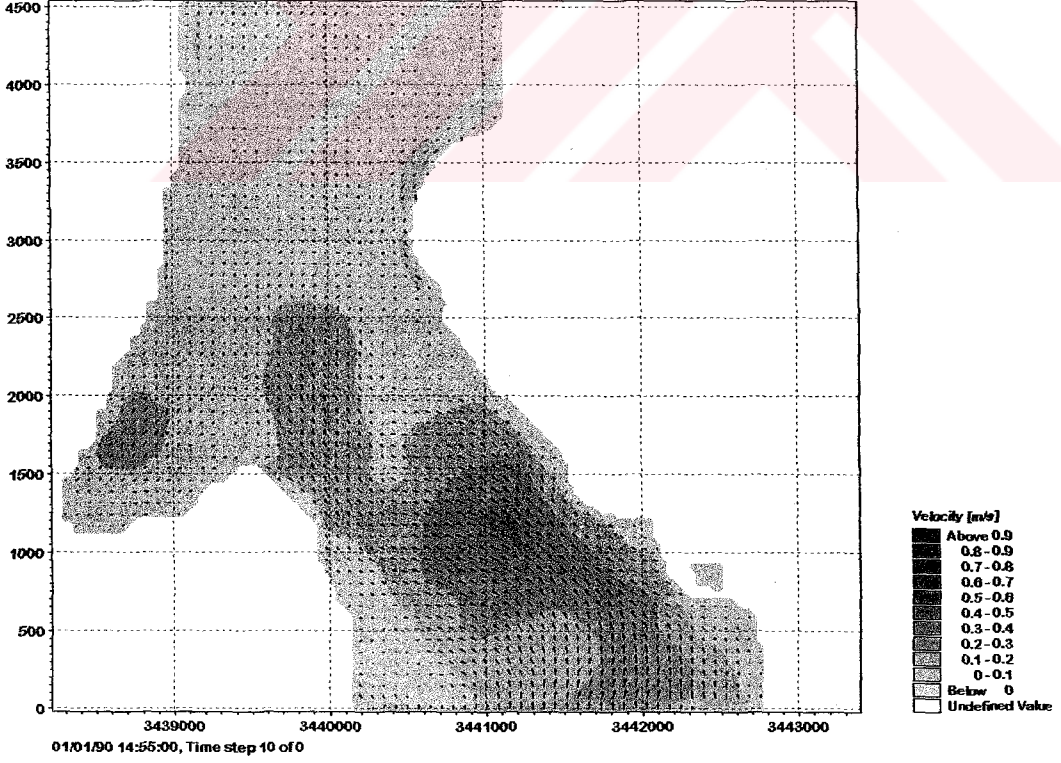
Yapılan simülasyon sonucunda hendek kazısının İstanbul Boğazı alt akımının hız alanını taban yakınında etkilediği ve alt akımın hendek içerisinde dönerek hendek boyunca doğruya doğru yöneldiği ayrıca hendeğin başladığı şev üst kotlarında akıntı hızlarının daha şiddetlendiği belirlenmiştir. Her ne kadar üst akımın hendek kazısından etkilenmediği belirlenmiş olsada bu durumun mevcut simülasyon koşullarında meydana gelmiş olacağı düşünülebilir. Çünkü, bir önceki bölümde gerçekleştirilmiş olan dikdörtgen kesitli kanaldaki simülasyonun hendeğin ara kesit akımını değiştirmesine yani alt akımın kalınlığını değiştirerek üst akımı etkilediğini göstermiştir. O halde hendek kazısının etkisi farklı akım koşullarında (farklı yoğunluk Fr sayılarında) incelenerek üst ve alt akım üzerindeki etkileri görülebilecektir.



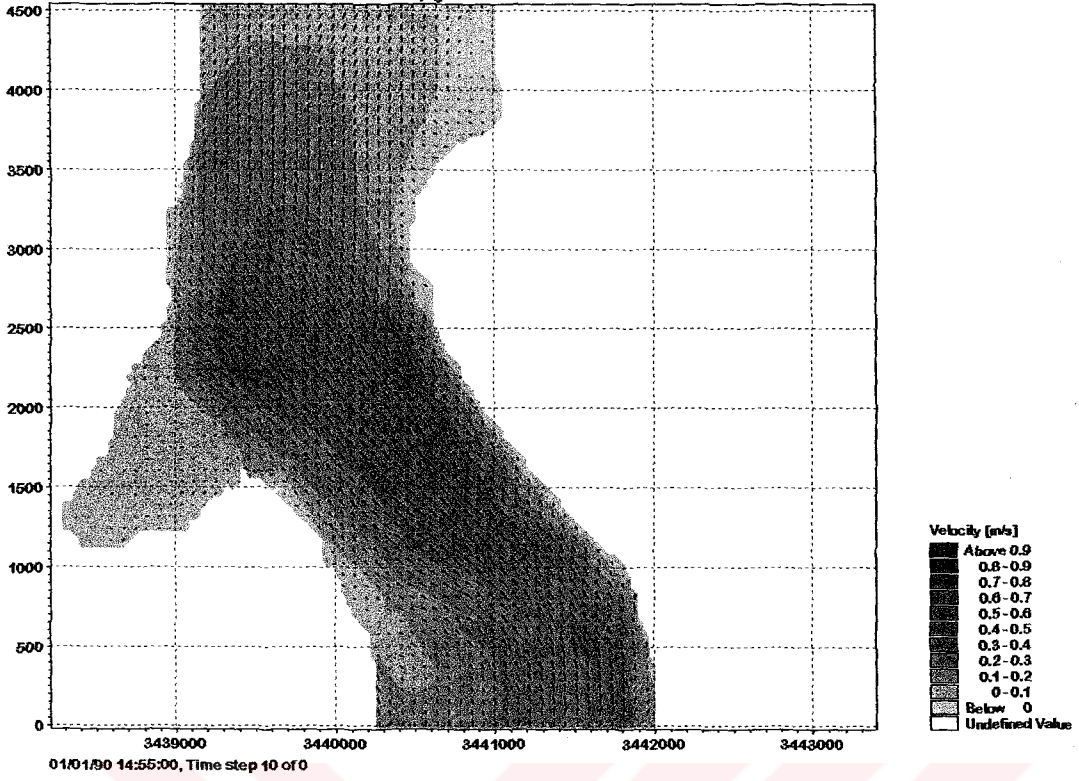
Şekil 4.22 Yüzey hızları (hendekli hal)



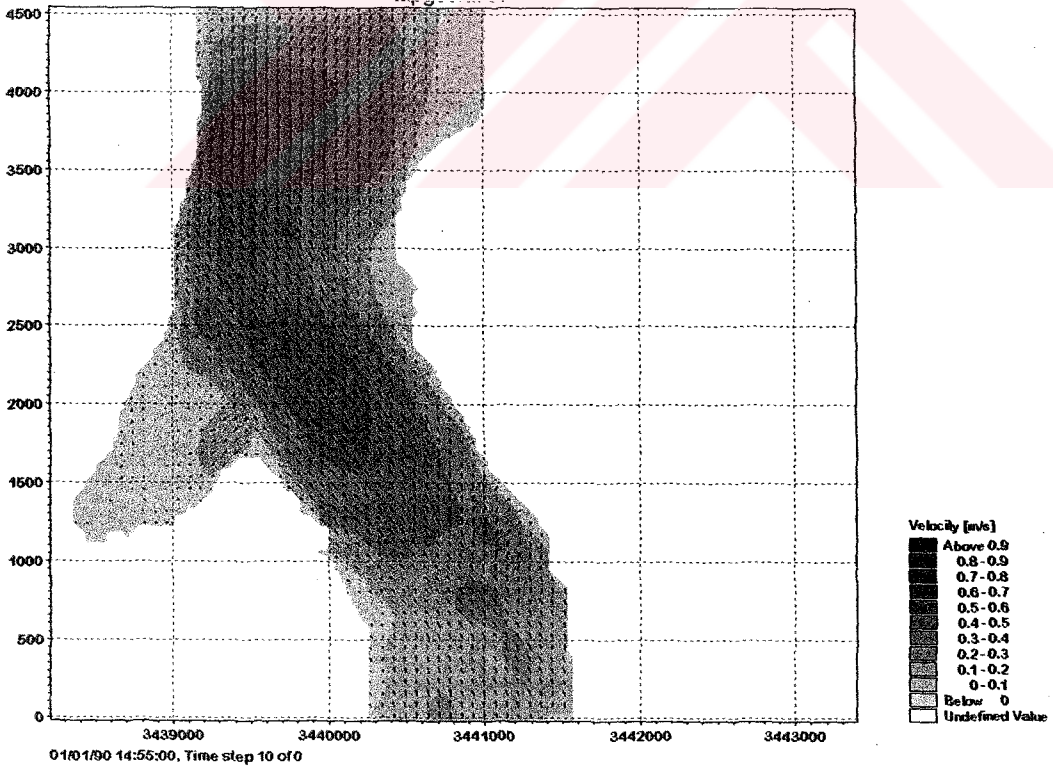
Şekil 4.23 -5 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)



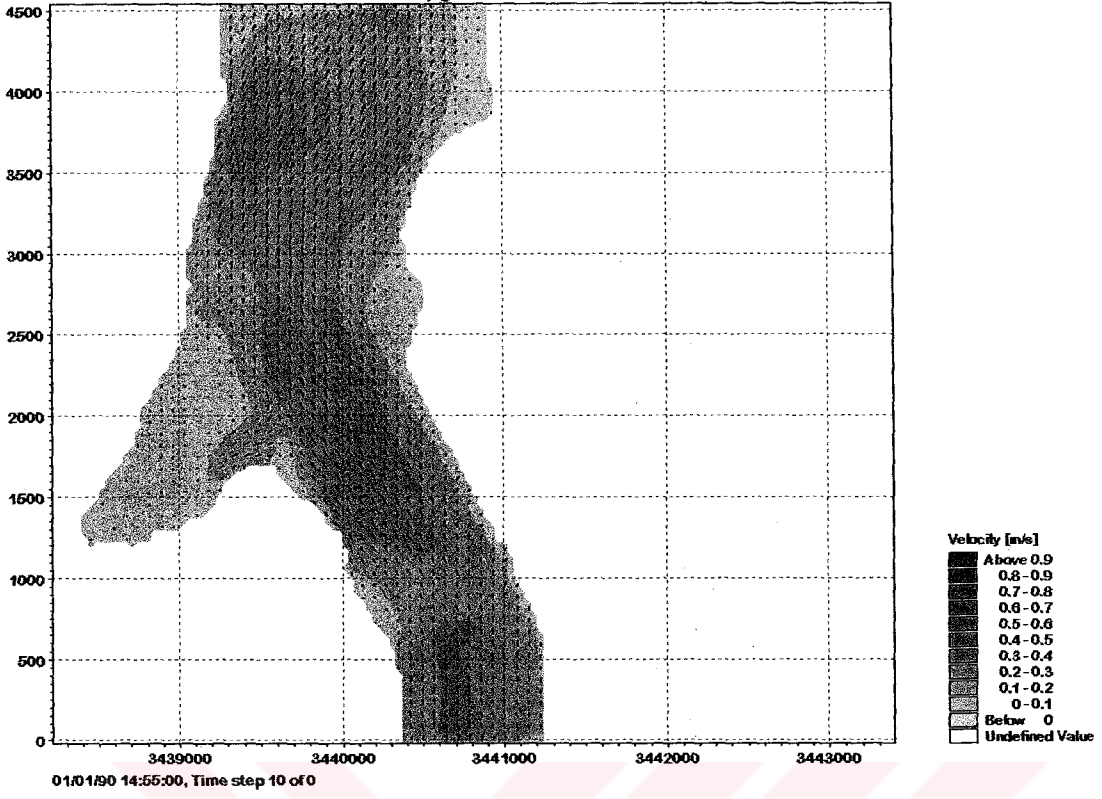
Şekil 4.24 -10 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)



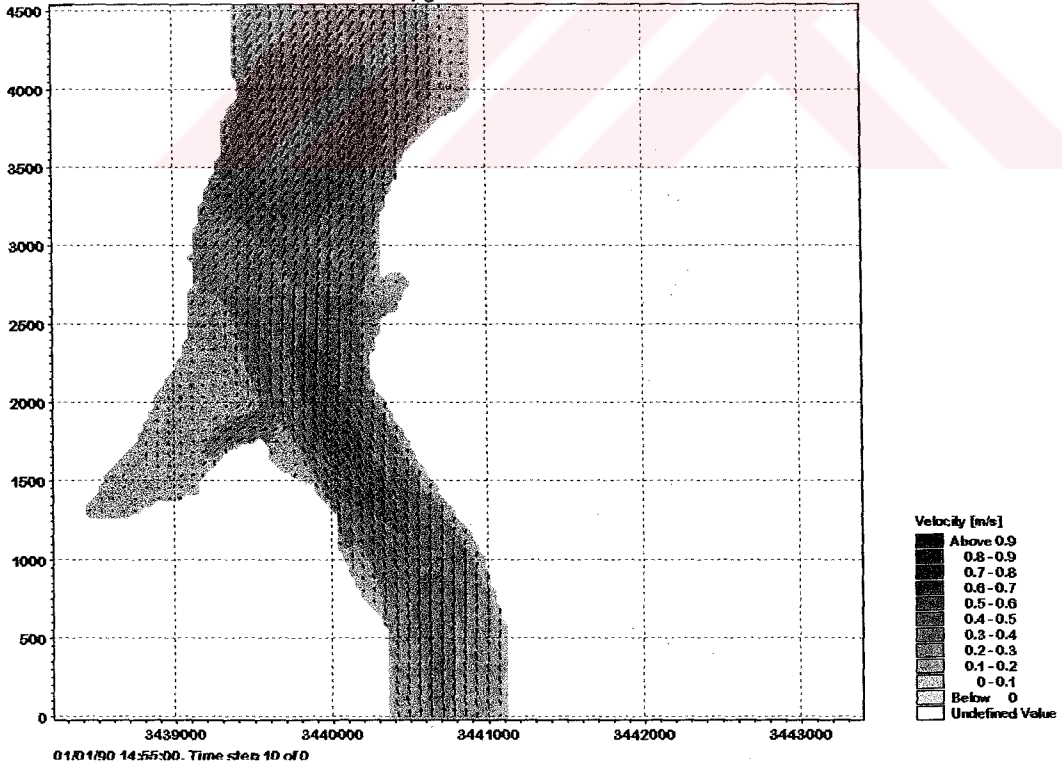
Şekil 4.25 -15 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)



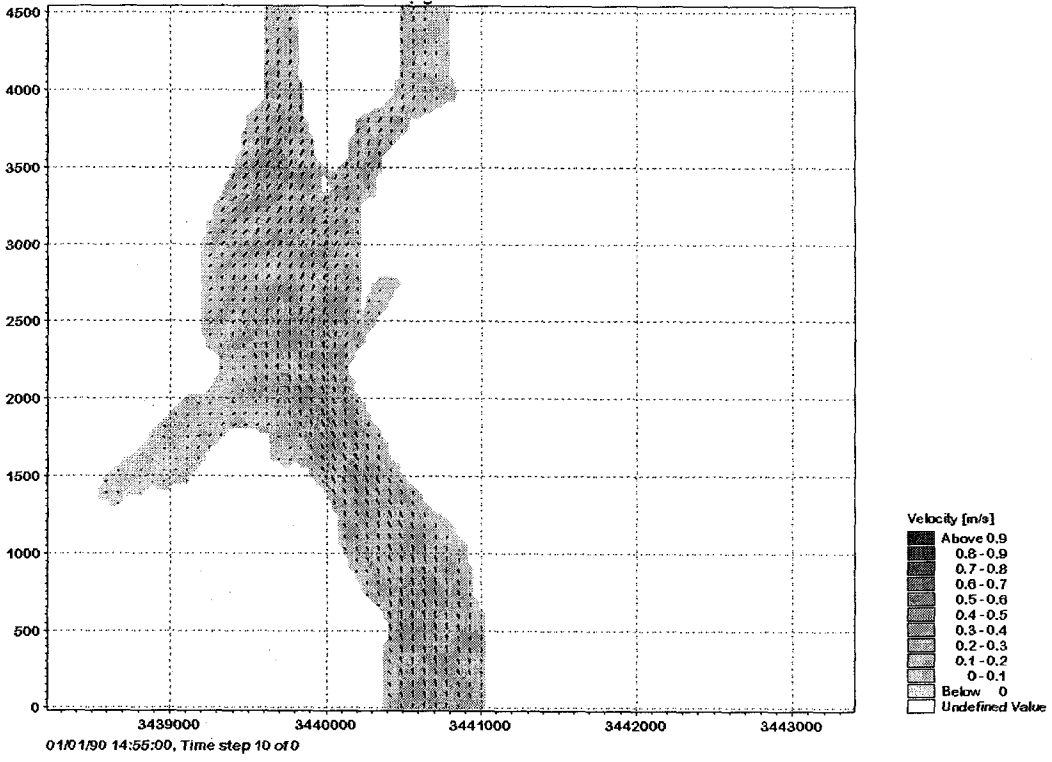
Şekil 4.26 -20 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)



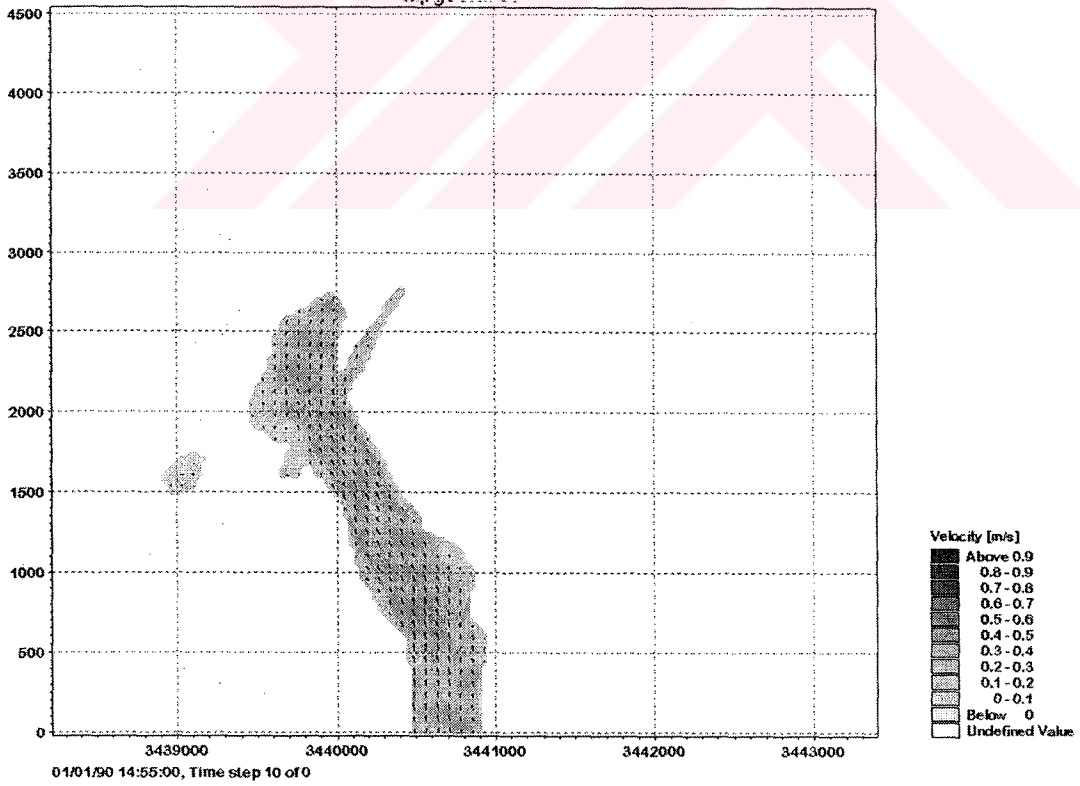
Şekil 4.27 -25 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)



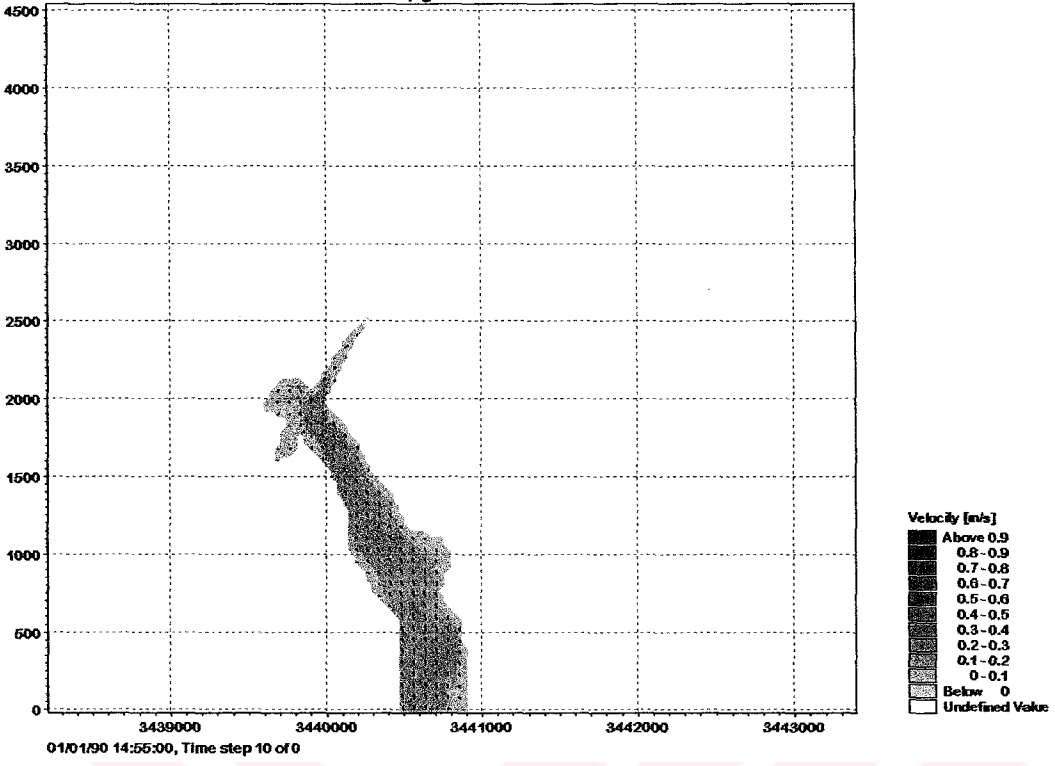
Şekil 4.28 -30 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)



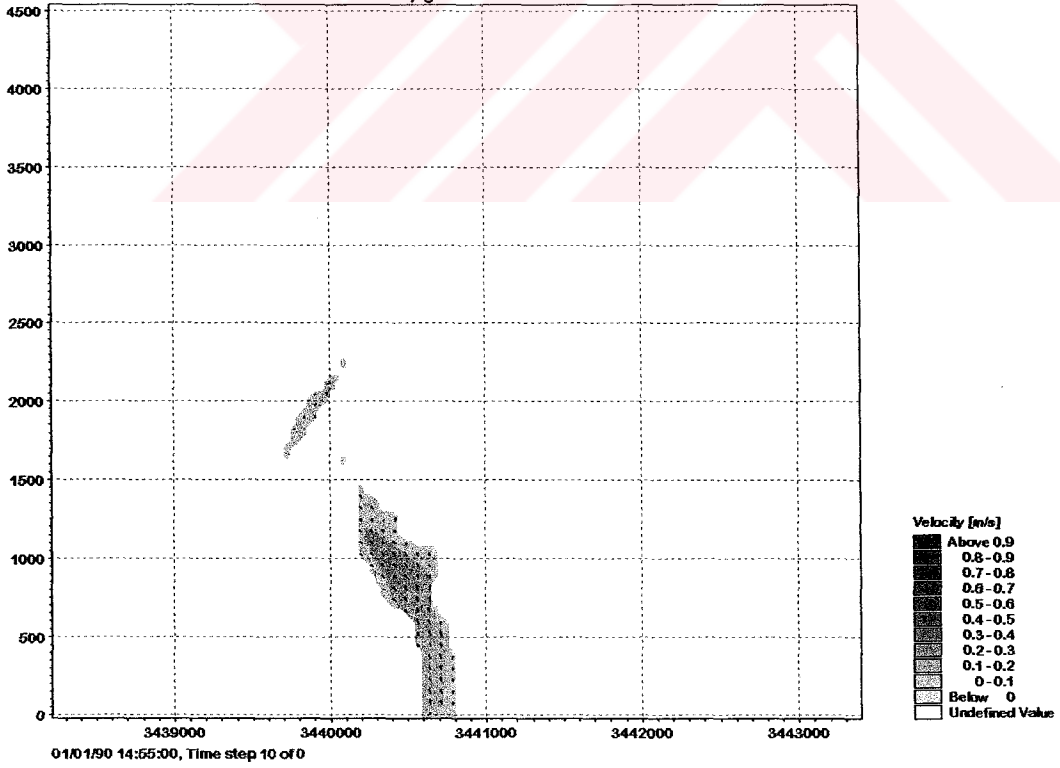
Şekil 4.29 –35 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)



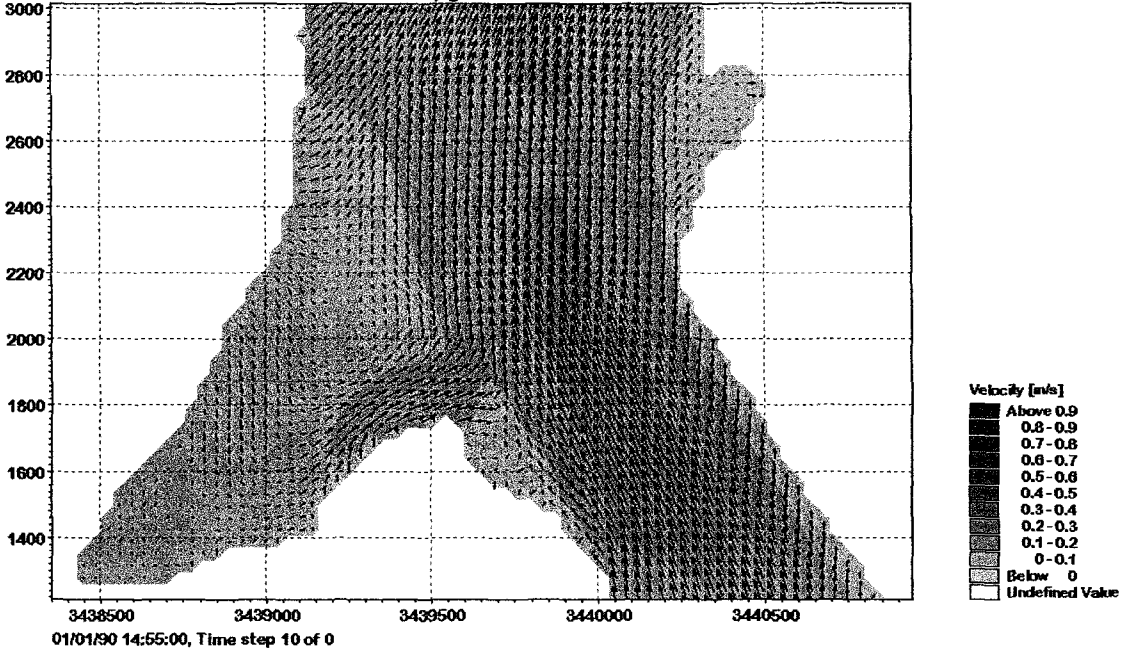
Şekil 4.30 –40 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)



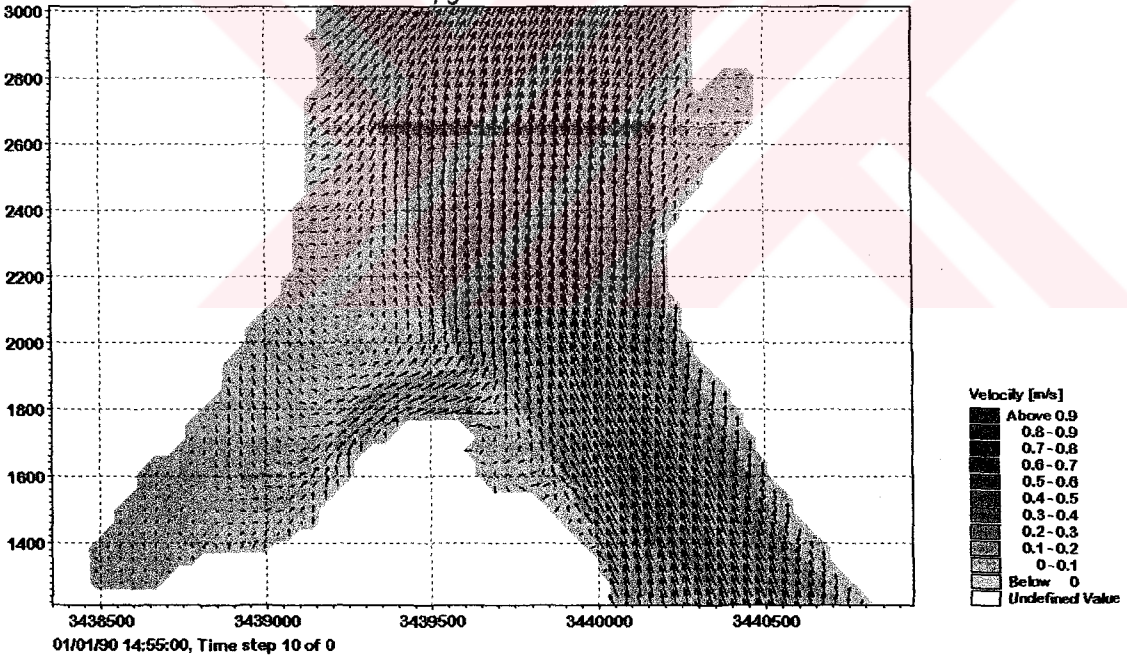
Şekil 4.31 -45 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)



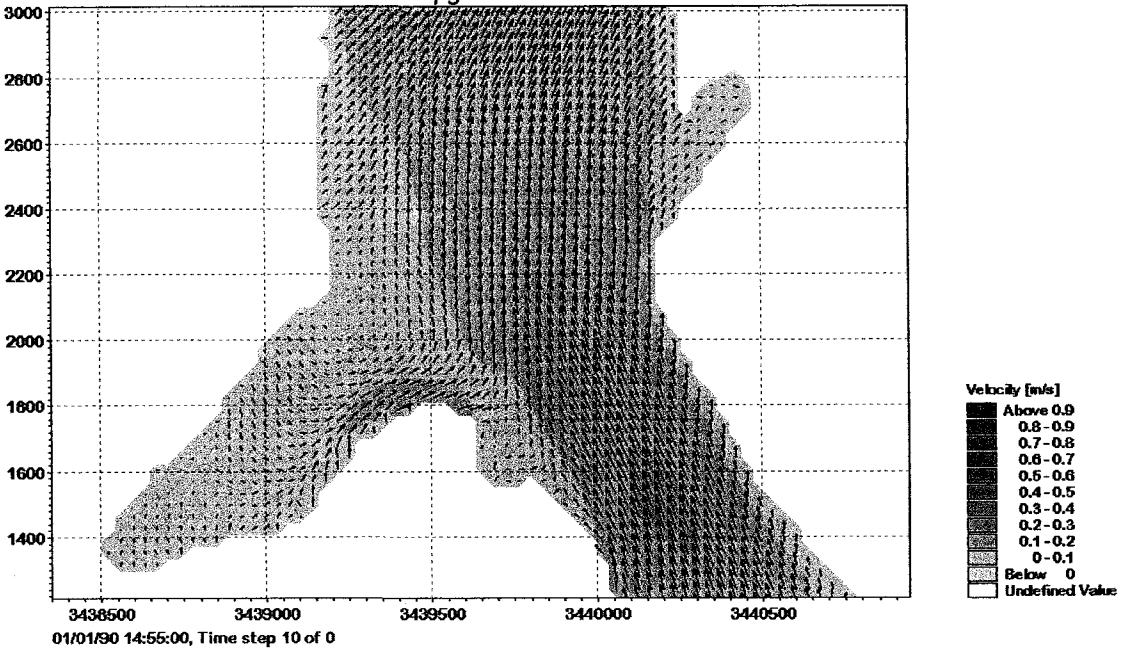
Şekil 4.32 -50 m derinlikteki hız dağılımı (hendekli hal)



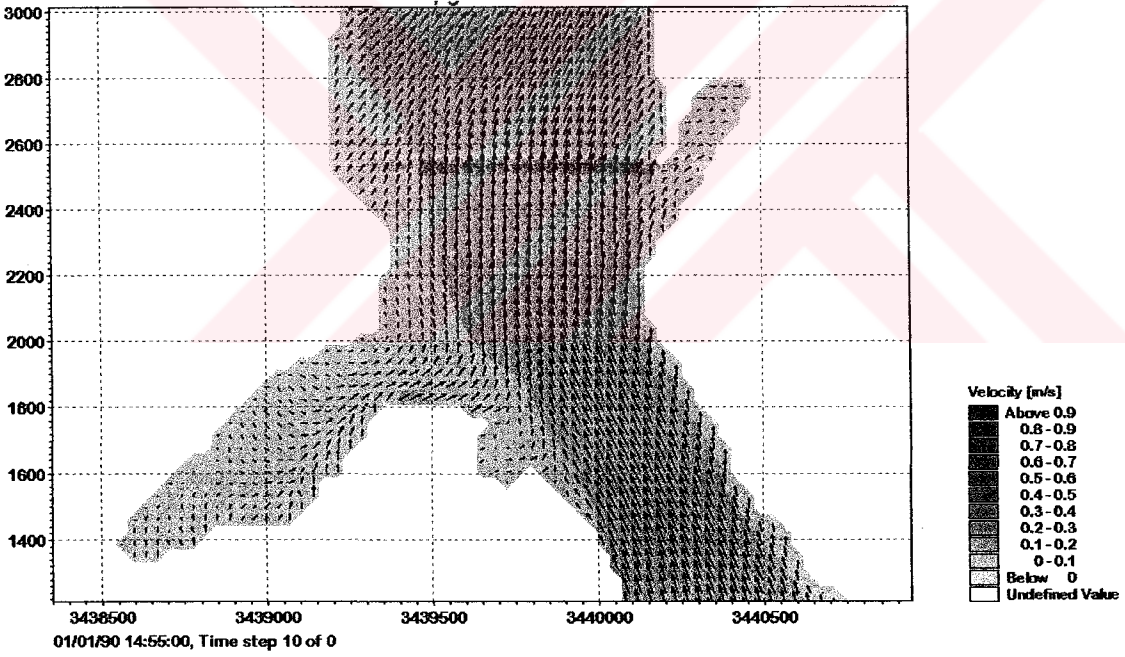
Şekil 4.33 -30 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal)



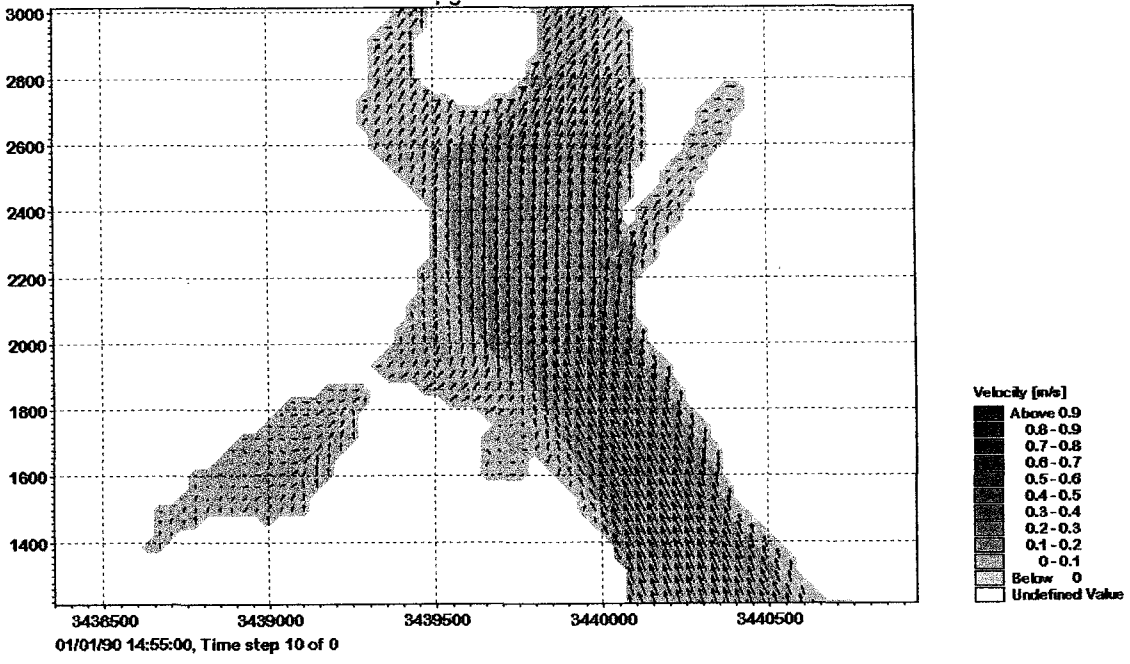
Şekil 4.34 -32 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal)



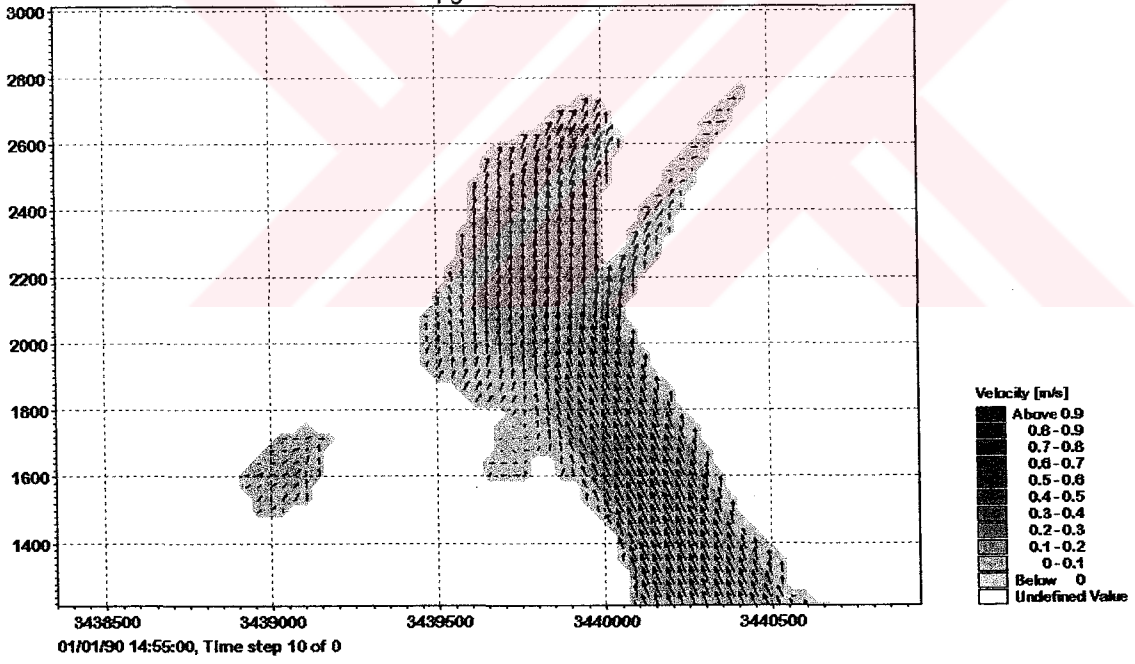
Şekil 4.35 –34 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal)



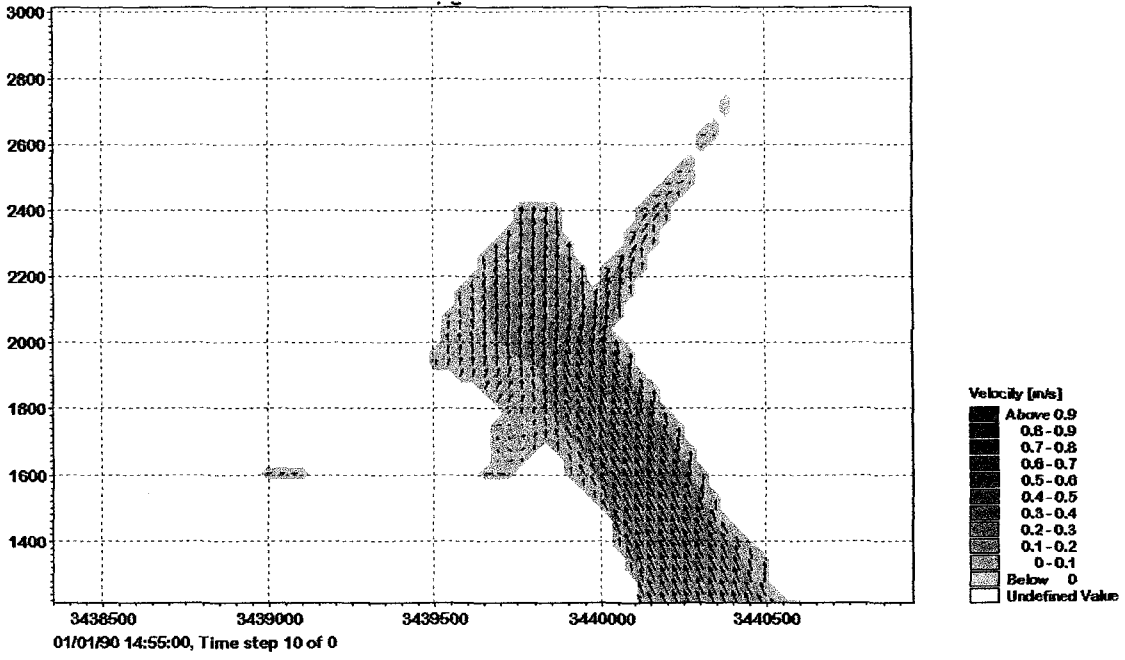
Şekil 4.36 –36 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal)



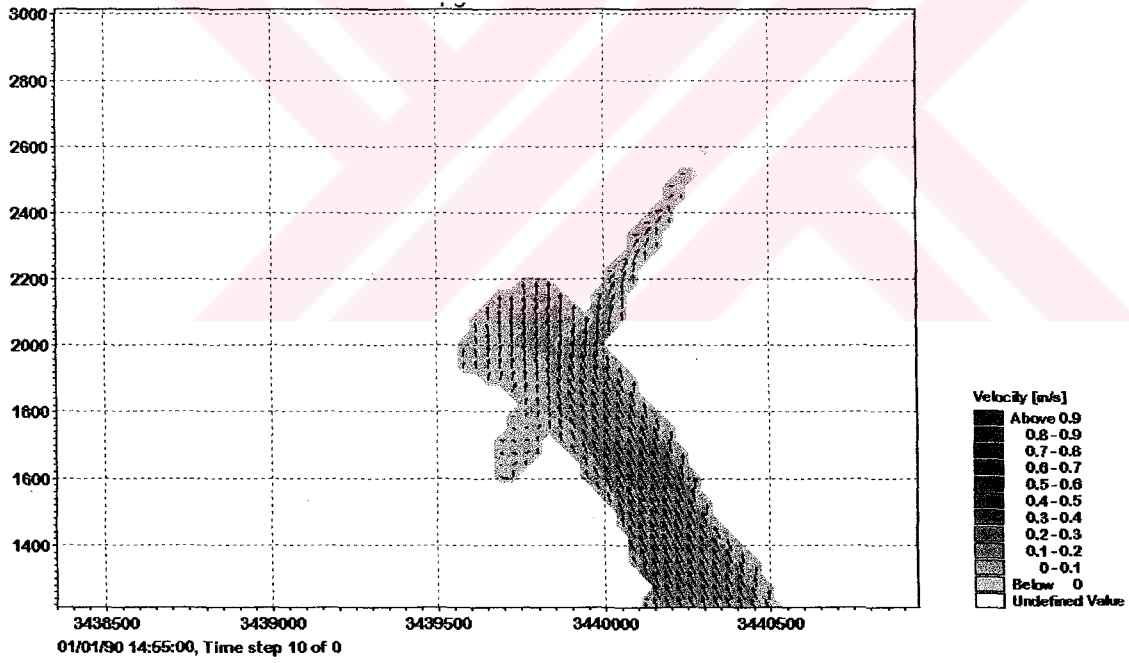
Şekil 4.37 –38 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal)



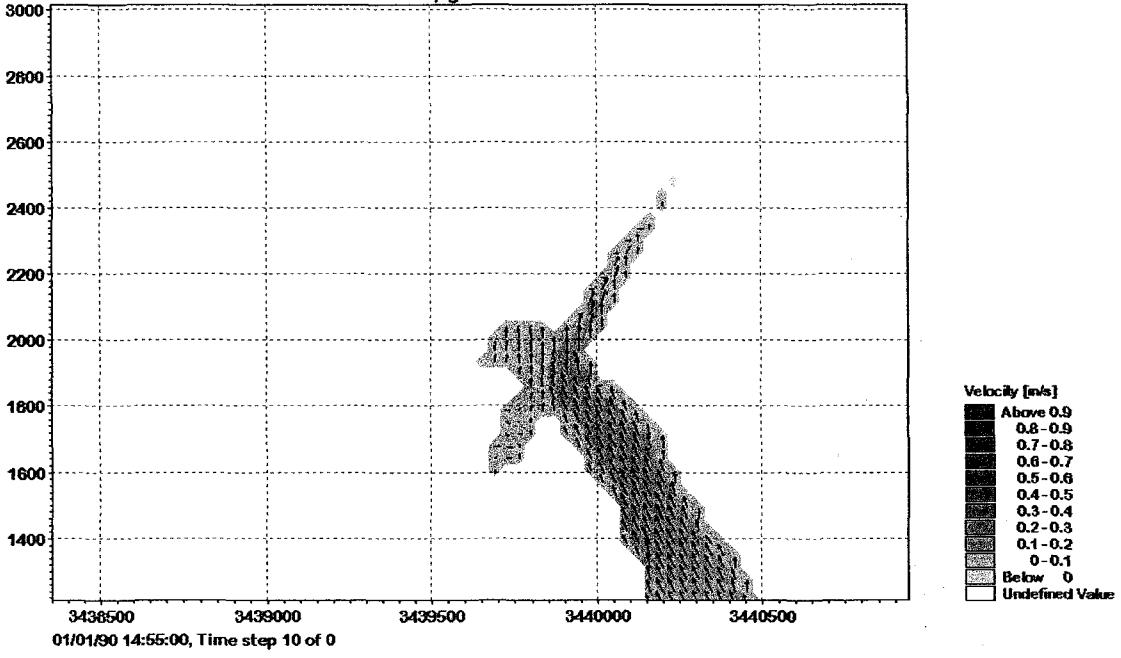
Şekil 4.38 –40 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal)i



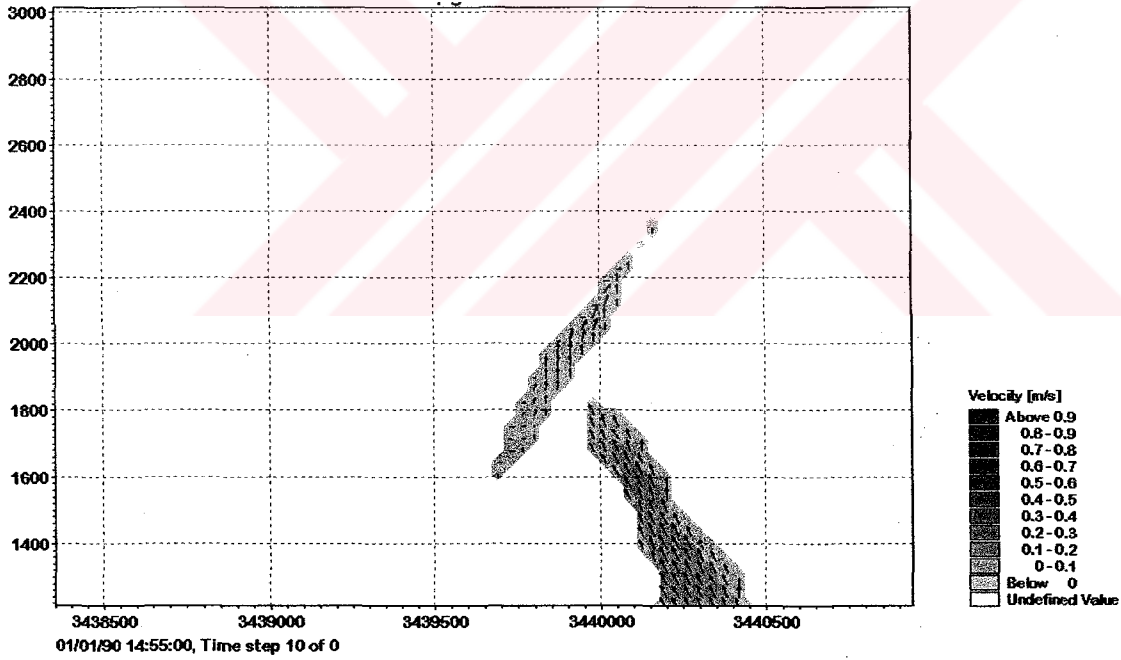
Şekil 4.39 –42 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal)



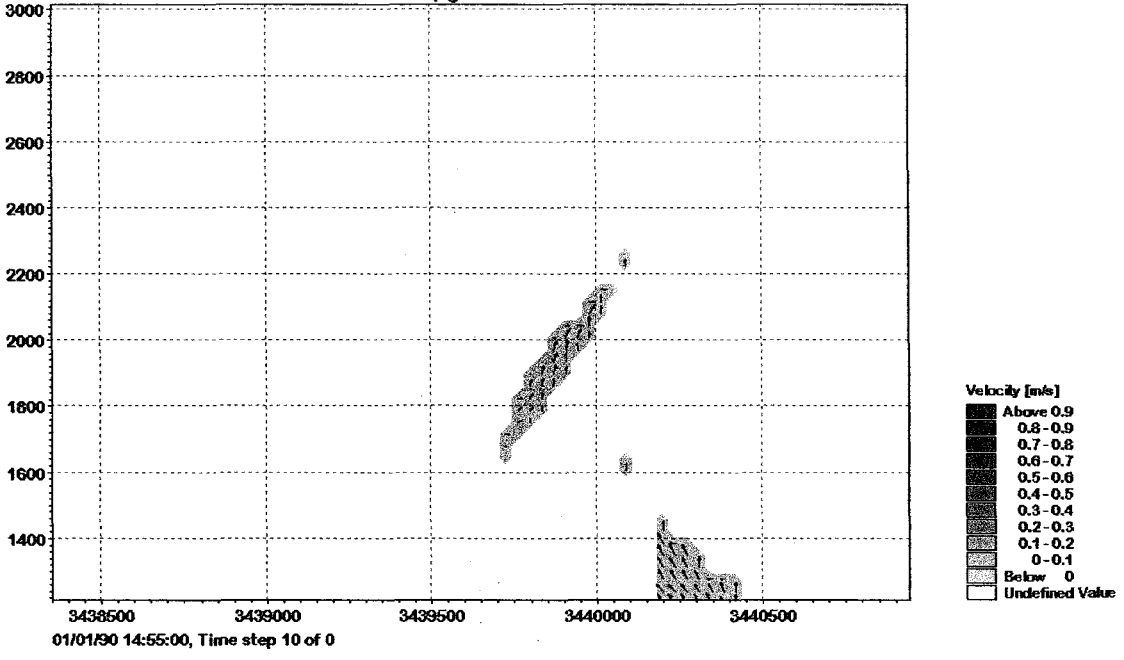
Şekil 4.40 –44 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal)



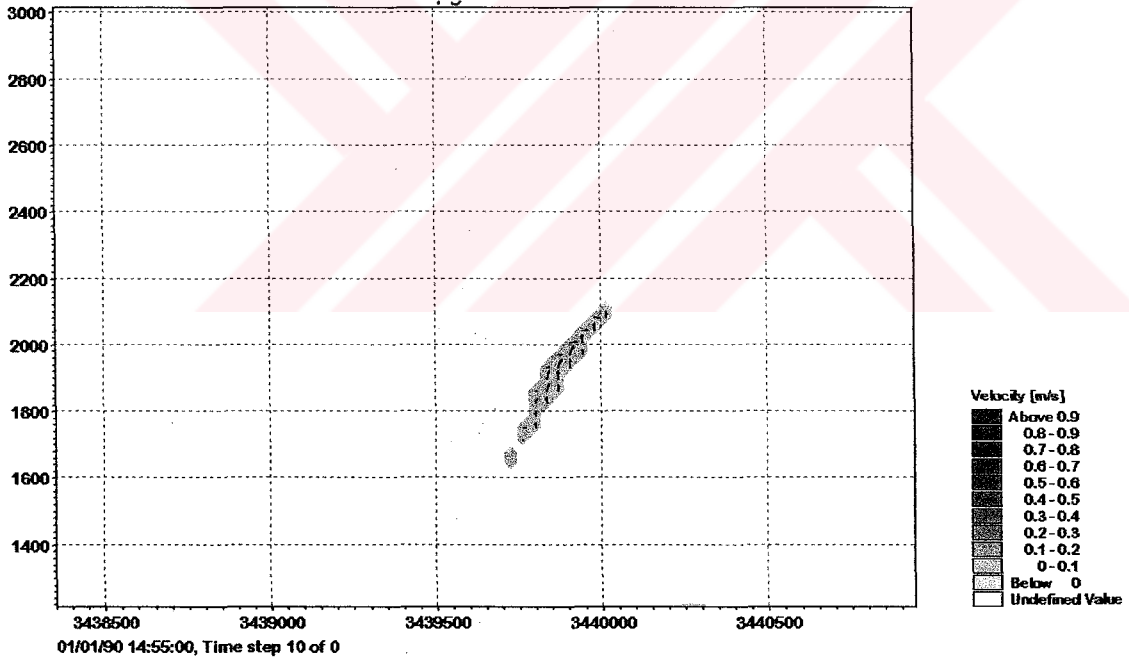
Şekil 4.41 -46 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal)



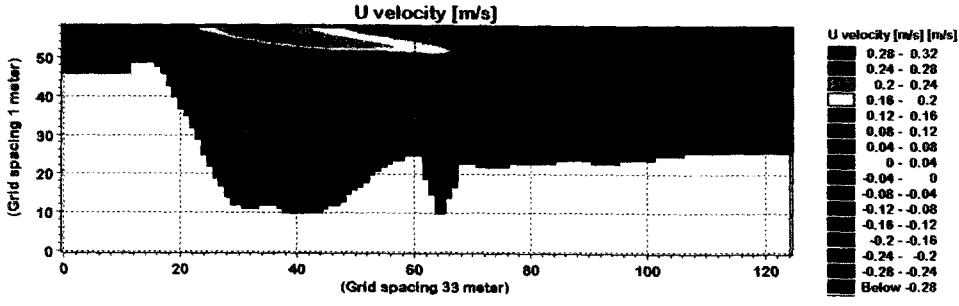
Şekil 4.42 -48 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal)



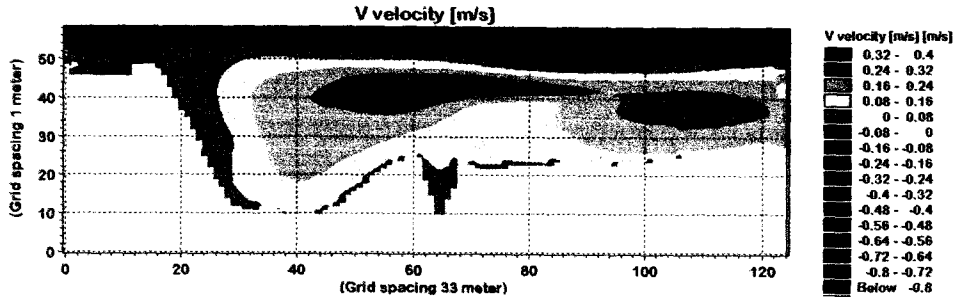
Şekil 4.43 -50 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal)



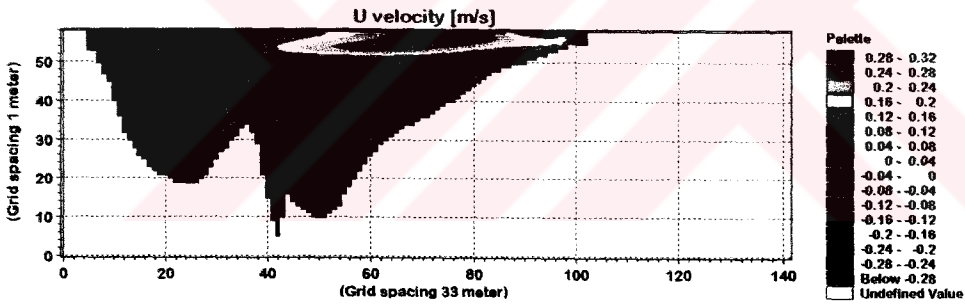
Şekil 4.44 -52 m derinlikteki detaylı hız dağılımı (hendekli hal)



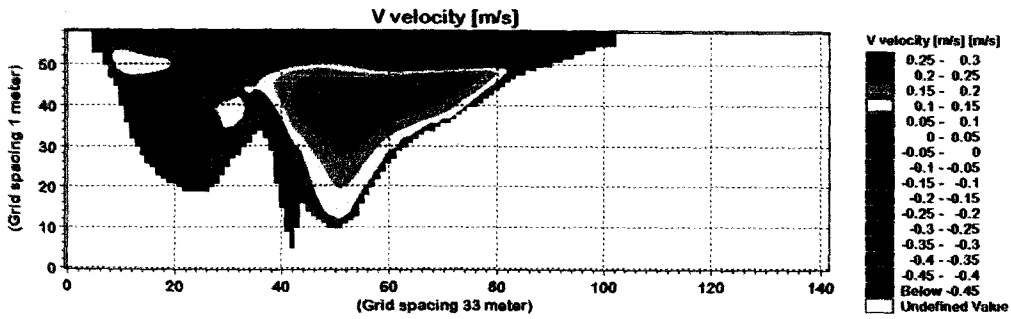
Şekil 4.45 y eksenli boyunca u hız bileşeni (hendekli hal)



Şekil 4.46 y eksenli boyunca v hız bileşeni (hendekli hal)



Şekil 4.47 x eksenli boyunca u hız bileşeni (hendekli hal)



Şekil 4.48 x eksenli boyunca v hız bileşeni (hendekli hal)

5. SONUÇLAR

5.1 Simülasyon Sonuçları

Çalışmada üç boyutlu hidrodinamik modelleme yapabilen ve tabakalı akımları çözebilen Mike3 yazılımı kullanılmıştır. Çalışmada kurulan modellerin verdiği sonuçların verilen başlangıç şartlarından ve sınır şartlarından etkilendiği ve hesap alanı seçilirken özen gösterilmesi gerektiği yapılan simülasyonlar sırasında görülmüştür. İlk simülasyon olan hendekli dikdörtgen kesitli kanal Mike3 yazılımının kullandığı kartezyen koordinatlara oturtulmuş dikdörtgen ağ yapısı ile çok iyi uyuşmasından ötürü simülasyonlar büyük bir başarıyla gerçekleşmiş, çift tabakalı akım net bir şekilde belirlenmiş hendeğin hızlar ve tabakalaşma üzerindeki etkisi net bir şekilde görülmüştür. Burada ağ için seçilen boyutlarında ($\Delta x = \Delta y = 10\text{m}$) gerek hendeğin içerisindeki akımın modellenmesi gerekse hendeğin akım üzerindeki etkisinin görülmesinde etken rol oynadığı düşünülmektedir. Hendekli dikdörtgen kesitli kanal modelinden iki önemli sonuç elde edilmiştir. Birincisi alt tabaka akım yönüne göre giriş tarafında akım hızındaki artışın gözlenmesidir. Bu hız artışı hedeğin giriş tarafında oyulmaya ve hızın çok azaldığı hendek tabanında birikmeye sebep olabileceği düşünülmüştür. Gözlemlenen ikinci sonuç ise hendeğin bulunduğu bölgede tabakalaşmanın etkilendiğidir. Alt tabakanın hedeğin bulunduğu bölgede yüksekliğinin arttığı gözlemlenmiştir.

İkinci aşamada İstanbul Boğazı simülasyonundan alınan sonuçlardan sınır şartları ve başlangıç şartları elde edilmiş batimetri ağ aralığı $\Delta x = \Delta y = 33\text{m}$ olacak şekilde yeniden oluşturulmuş ve tüp geçit kazısının geçirileceği bölgeye uygun boyutlardaki hendek yerleştirilmiştir. İlk çalıştırılan simülasyon başarısız olunca İstanbul Boğazı simülasyonunda yapılmış olduğu gibi sınır şartları yeterli miktarda (500 m) ileri taşınarak bu bölge düz kanal olarak tanımlanmıştır. Bu düzenlemeden sonra yapılan simülasyonlar başarıyla sonuçlanmıştır. Yapılan simülasyon sonuçları 10000 zaman adımıdaki sonuçlar esas alınarak oluşturulmuştur. Akım planında hendeğin belirgin olduğu kesitlerde (30m'den daha derindeki kesitlerde) hendeğin akım ile dik olmayan bir açı ile kesişmesi dolayısı ile hendek içerisinde hendek boyunca akım gözlenmiştir. Akımın hendeğin en derin yerinden hendek boyunca Üsküdar istikametinde olduğu, ancak hendeğin batı tarafında (Sarayburnu istikametinde) belirgin bir akım olmadığı gözlenmiştir. Bu gözlemlerden hendek boyunca Üsküdar istikametinde katı madde taşınımı beklenebileceği ve kazıya hendeğin batı tarafından başlanmasının uygun olacağı sonucuna varılabilir.

5.2 Öneriler

Yapılan simülasyon sadece bir sınır şartı kombinasyonu için çalıştırılmıştır daha detaylı sonuçlar için farklı sınır şartlarında simülasyonların tekrar edilmesi uygun olacaktır. Ayrıca batimetrimin ağ boyutlarının küçültülmesi ve kalibrasyonunun gerçekleştirilmesi sonuçların doğruluğu açısından önemlidir. Ayrıca bu simülasyon İstanbul Boğazı simülasyonunun içerisine entegre edildiği takdirde Karadeniz'deki veya Marmara Denizindeki değişikliklerin ayrıca meteorolojik etkilerinin sonuçlarının modele yansması sağlanabilir. Mike3 yazılımına dahil olan “Mud transport” modülü sayesinde hendek içine ve hendek içindeki katı madde hareketi incelenebilecektir.



KAYNAKLAR

- Abbott, M.B., (1979), Computational Hydraulics - Elements of the Theory of Free Surface Flows, Pitman, London, .
- Abraham, G., (1983), Reference notes on Density Currents and Transport Processes, IHE, Delft.
- Akyarlı, A., Yalçın, A.C., (1997), "A Wave Climate Study for an LNG Terminal near Marmara Ereğlisi, Turkey", Proceedings of 7th International Offshore and Polar Engineering Conference, Honolulu, Hawaii, USA, May, 25-30, 1997, Vol:3, pp:272-291.
- Chorin, A.J., (1967), "A Numerical Method for Solving Incompressible Viscous Flow Problems", J. Comp. Physics, 2, 12-26, .
- Doğan, E. vd., 2001.
- Ferziger, J.H., (1987), "Simulation of Incompressible Turbulent Flows, J. Comp. Physics", 69, 1-48,
- IRTC, (1987), "Hydrographic Research", Vol 1 and 2.
- İSKİ, (2001), "Water Quality Monitoring Third Progress Report", İstanbul.
- Leendertse, J.J., (1967), Aspects of a Computational Model for Long Water Wave Propagation, Rand. Corp., RH-5299-RR, Santa Monica, California,
- Leonard, B.P., (1979), A Survey of Finite Difference of Opinion on Numerical Muddling of the Incomprehensible Defective Confusion Equation, Proc. Am. Soc. Mech. Eng., Winter Annual Meeting, Publ. No. AMD-34,
- Oğuz, T., Özsoy, E., Latif, M.A., Sur, H.İ. ve Ünlüata, Ü.C., (1990), "Modelling of Hydraulically Controlled Exchange flow in the Bosphorus Strait", Journal of Physical Oceanography, Vol 20, No 7, July
- Özhan, E. ve Abdalla, S., (2000), "NATO TU Waves Project", Middle East Technical University, Ocean Engineering Research Center.
- Özsoy, E., Latif, M.A., Beşiktepe, Ş., Çetin, N., Gregg, M., Belekopytov, V., Goryachkin, Y., ve Vasile, D., (1988), "The Bosphorus Strait: Exchange Fluxes, Currents and Sea Level Changes", in Ecosystem Modelling as a Management Tool for Black Sea, NATO Science Series 2: environmental Security 1, pp: 367, Ivanov, L.I. ve Oğuz T., Kluwer Academic Pub., Dordrecht.
- Özsoy, E., Latif, M.A., Sur, H.I. ve Goryachkin, Y., (1996), "A Review of the Exchange Flow Regime and Mixing in the Bosphorus Strait", Bulletin de l' Institut Oceanographique, Monaco, n^o Special, CIESM Science Series n^o2, pp 187-204
- Özsoy, E., Oğuz, T., Latif, M.A., Ünlüata, Ü., Sur, H.İ. ve Beşiktepe, Ş., (1988), "Oceanography of the the Turkish Straits, Institute of Marine Science, METU, Erdemli
- Özsoy, E., Latif, M.A., Tuğru, S., Ünlüata, Ü., (1995), "Exchanges with the Mediterranean, Fluxes and Boundary Mixing Processes in the Black Sea"-In; Les mers tributaries de Mediterranee, F. Briand ed., Bulletin de l' institut Oceanographique, Monaco, n^o special 15, CIESM Science Series 1: 1-25.

- Patankar, S.V., (1980) Numerical Heat Transfer and Fluid Flow, McGraw-Hill, New York,
- Rasmussen, E.B., (1993) Three Dimensional Hydrodynamic Models, In Abbott, M.B. and Price, N.A. (eds), Coastal, Estuarial and Harbour Engineer's Reference Book, Chapman and Hall, London,
- Richtmeyer, R.D. and Morton, K.W., (1967), Difference Methods for Initial Value Problems, 2nd Ed., Interscience, New York,
- Smith, S.D. and Banke, E.G., (1975), "Variation of the sea drag coefficient with wind speed", Quart. J.R. Met.Soc., 101, pp. 665-673
- Sur, H.İ., Özsoy, E. ve Ünlüata, Ü., (1994), "Boundary Current Instabilities, Upwelling, Shelf Mixing and Eutrophication Processes in the Black Sea", Prog. Oceanography, Vol. 33, pp:249-302.
- Sümer, M., Çeçen, K., Bayazıt, M., Güçlüer, Ş., Doğrusal, M. ve Yüce, H.,(1981), "İstanbul Boğazı'nın Oşinografik ve Hidrolik Etüdü-I", Tübitak Sualma Tesisleri Ünitesi Kesin Rapor No:24, İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi Hidrolik Ve Su Kuvvetleri Kürsüsü.
- Tolmazin, D., (1987), "Relative Effects on the Oceanography and Eology of the Black Sea due to Ongoing Soviet River Flow Modifications and Bosphorus Tunnel Project", Preliminary Report, Parsons Brinckerhoff Int. Inc.
- UNESCO, (1981), The practical salinity scale 1978 and the international equation of state of seawater 1980, Unesco technical papers in marine science, 36,
- Ünlüata, Ü., Oğuz, T., Latif, M.A., Özsoy, E., (1990), "On the Physical Oceanography of Turkish Straits", -In; The Physical Oceanography of Sea Straits., Pratt L.J ed, NATO/ASI Series, Kluwer, Dordrecht, 25-60.
- Yüksel vd., (1997), "The Report for Hydrographic Measurement and Examination in Kağıthane, Alibeyköy and Küçükköy Rivers", YTÜ Civil Eng. Faculty.
- Yüksel vd., (1998b), "The Report for Determination of the Sedimentation in the North Part of Golden Horn", YTÜ Civil Eng. Faculty.
- Yüksel vd., (1998a), "The Report for Sedimentation and Sediment Rates in Kağıthane, Alibeyköy and Küçükköy Rivers", YTÜ Civil Eng. Faculty.
- Yüksel vd. (1999a), "Report form marine Research of Sea Outfall in Altınova and Karamürsel", YTÜ, Civil Eng. Faculty.
- Yüksel, Y., Alpar, B.,Çevik, E., Özçoban, Ş., (2000a), "Evaluation Report of Marine Research for Altınova and Karamürsel Sea Outfalls after the Earthquake on 17.08.1999", YTÜ, Civil Eng. Faculty.
- Yüksel, Y., Çevik, E., Çelikoğlu, Y., Özçoban, Ş., Bostan, T., (2000b), "The Redesign and Projects for Altınova and Karamürsel Sea Outfalls after the Earthquake in 1999", YTÜ, Civil Eng. Faculty.
- Yüksel, Y.,Çevik, E.,(2001), "The Investigation on the Jetty of Akarca River Mouth in Pendik", YTÜ Vakfı.
- Yüksel, Y., Kapdaşlı, S.,Kapdaşlı, I., Çevik, I., (1999b), "Design Report and projects for Altınova and Karamürsel Sea Outfall", YTÜ, Civil Eng. Faculty.

Yüksel, Y., Yalçiner, A.C., Çevik, E., Güler, I., Öztürk, M.N, Aydoğan, B., Arı, A., (2003), “İstanbul Boğazı için Bir Hidrodinamik Model Araştırması”, YTÜ, Bilimsel Araş. Proj. Koordinatörlüğü.

ÖztürkM.N.,(2004), “Tabakalı akımlar ve İstanbul Boğazı Hidrodinamiğinin Sayısal Modellenmesi”,YTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü



ÖZGEÇMİŞ

Doğum Tarihi : 08.06.1978

Doğum yeri: İstanbul

Lise: 1993-1996 İstek Vakfı Belde Lisesi

Lisans: 1996-2002 Yıldız Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi
İnşaat Mühendisliği Bölümü

Yüksek Lisans 2002- Yıldız Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü
İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Hidrolik Programı

Çalıştığı kurum(lar)

2002- YTÜ İnşaat Fakültesi Araştırma Görevlisi

