

754583

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

Necla Kadioğlu
J. Kadioğlu

N. Yehniçli
Yehniçli

Faruk Yükseler
F. Yükseler

ÇEMBERSEL STATİK YÜK ETKİSİNDEKİ KÜRESEL KABUKLARIN DOĞRUSAL OLMAYAN DAVRANIŞI

İnşaat Müh. Esra Eylem Karataş

F.B.E İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Mekanik Programında
Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Prof. Dr. R. Faruk YÜKSELER

İSTANBUL 2004

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iii
ŞEKİL LİSTESİ	iv
ÖNSÖZ	vi
ÖZET	vii
ABSTRACT	viii
1. GİRİŞ	1
2. İNCE DÖNEL KABUKLARIN DOĞRUSAL OLAN VE DOĞRUSAL OLMAYAN TEORİLERİ	5
2.1 Tanım ve Varsayımlar	5
2.1 Dönel Kabuklara Ait Temel Denklemler	5
2.1.1 Küçük Yer Değiştirmeler için Doğrusal Denklemler	6
2.1.1.1 Dönel Kabukların Geometrisi	6
2.1.1.2 Denge Denklemleri	8
2.1.1.3 Kinematik Denklemler	8
2.1.1.4 Uygunluk Denklemleri	9
2.1.1.5 Bünye Denklemleri	10
2.1.1.6 Matris Diferansiyel Denklemler	11
2.1.2 Doğrusal Olmayan Denklemler	12
3. ÇEMBERSSEL STATİK KUVVET ETKİSİ ALTINDAKİ KÜRESEL KABUKLARA AİT DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN SONLU FARKLAR YÖNTEMİYLE CEBİRSEL DENKLEMLER HALİNE GETİRİLMESİ	14
3.1 Sonlu Farklar Yöntemi	14
3.2 Uygulanması	14
4. NEWTON-RAPHSON YÖNTEMİNİN ELDE EDİLMİŞ OLAN CEBİRSEL DENKLEMLERE UYGULANMASI	23
4.2 Newton-Raphson yönteminin uygulanması	23
5. SAYISAL UYGULAMALAR	33
6. GENEL DEĞERLENDİRME	50
KAYNAKLAR	51
EKLER	52
Ek 1 Bilgisayar programı	52
EK 1 Bilgisayar Programı	53
ÖZGEÇMİŞ	63

SİMGE LİSTESİ

$[A]$	A Katsayılar matrisi
E	Elastisite modülü
$\epsilon_\phi, \epsilon_\theta$	Şekil değiştirme bileşenleri
ϕ	Dönme eksenini ile meridyen normali arasındaki açı
H	Yatay kesit kuvveti
h	Yatay yer değiştirme
i	Herhangi bir n. nokta
χ	Dönme
M	Eğilme Momenti
n	nokta sayısı
nn	bilinmeyen sayısı
$N(y)$	Doğrusal olmayan terimleri içeren vektör
ν	Poisson Oranı
P	Çembersel yayılı yükün bileşkesi
p	Birim boydaki çembersel yayılı yük
r	Radyal koordinat
$\frac{1}{r_1}, \frac{1}{r_2}$	Eğrilik
r_0	Çembersel yayılı yükün uygulandığı paralel çemberin yarıçapı
R	Küre ortalama yarıçapı
Δs	Adım aralığı
σ	Normal gerilme
t	Kabuk kalınlığı
v	Düşey yer değiştirme
V	Düşey kesit kuvveti
$\{\Delta y\}$	Düzeltilme vektörü
$\{y\}$	Çözüm vektörü
z	Düşey koordinat

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil (1.a) Vurgu tipi burkulma	1
Şekil (1.b) Yerel burkulma.....	1
Şekil 1.2 İki elastik basınç çubuğu.....	2
Şekil 1.3 Vurgu stabilitesi problemine ait kuvvet-çökme eğrisi	2
Şekil 2.1 Kabuk Geometrisi	6
Şekil 2.2 Kesit Tesirleri ve Dış Yükler	7
Şekil 3.1 Sonlu parçalara ayrılmış kabuk.....	15
Şekil 4.1 Newton-Raphson Yönteminin Oluşumu.....	23
Şekil 5.1 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnetli kabuk için karşılaştırmalı boyutsuz kuvvet- boyutsuz çökme ($R/t = 12,9$; $r_o = 7,5$ mm).....	33
Şekil 5.2 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_o = 1,25$ mm).....	34
Şekil 5.3 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_o = 3,75$ mm).....	34
Şekil 5.4 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_o = 7,5$ mm).....	35
Şekil 5.5 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_o = 10$ mm).....	35
Şekil 5.6 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_o = 12,7$ mm).....	36
Şekil 5.7 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_o = 1,25$ mm).....	36
Şekil 5.8 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_o = 3,75$ mm).....	37
Şekil 5.9 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_o = 7,5$ mm).....	37
Şekil 5.10 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_o = 10$ mm).....	38
Şekil 5.11 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_o = 12,7$ mm).....	38
Şekil 5.12 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 12,9$; $r_o = 1,25$ mm).....	39
Şekil 5.13 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 12,9$; $r_o = 3,75$ mm).....	39
Şekil 5.14 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 12,9$; $r_o = 7,5$ mm).....	40
Şekil 5.15 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 12,9$; $r_o = 10$ mm).....	40
Şekil 5.16 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 12,9$; $r_o = 12,7$ mm).....	41
Şekil 5.17 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_o = 1,25$ mm).....	41
Şekil 5.18 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_o = 3,75$ mm).....	42

Şekil 5.19 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_o = 7,5$ mm).....	42
Şekil 5.20 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_o = 10$ mm).....	43
Şekil 5.21 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_o = 12,7$ mm).....	43
Şekil 5.22 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_o = 1,25$ mm).....	44
Şekil 5.23 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_o = 3,75$ mm).....	44
Şekil 5.24 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_o = 7,5$ mm).....	45
Şekil 5.25 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_o = 10$ mm).....	45
Şekil 5.26 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_o = 12,7$ mm).....	46
Şekil 5.27 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 12,9$; $r_o = 1,25$ mm).....	46
Şekil 5.28 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 12,9$; $r_o = 3,75$ mm).....	47
Şekil 5.29 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 12,9$; $r_o = 7,5$ mm).....	47
Şekil 5.30 Şekil Değişimi Öncesi Kabuk Geometrisi	48
Şekil 5.31 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ($R/t = 12,9$; $\Delta/R = 0,1$; 3; 6)	49

ÖNSÖZ

Bu çalışmanın hazırlanma sürecinde bilimsel ve insani katkılarından dolayı birlikte çalışmaktan büyük onur duyduğum değerli Hocam Sayın Prof.Dr.R. Faruk YÜKSELER'e en derin şükranlarımı sunmayı bir borç bilirim.

Çalışmalarım esnasında manevi desteklerini hiçbir zaman esirgemeyen aileme ve dostlarıma en derin şükranlarımı sunarım.



ÖZET

Bu çalışmada, çembersel statik yük etkisi altındaki küresel kabukların doğrusal olmayan davranışı incelenmiştir. Denge denklemleri, bünye denklemleri ve kinematik denklemlerden meydana gelen diferansiyel denklemler, sonlu farklar yöntemiyle doğrusal olmayan cebirsel denklemlere dönüştürülmüştür. İlgili doğrusal olmayan cebirsel denklemlerin Newton–Raphson Yöntemiyle sayısal çözümü yapılmıştır. Uygulanan çembersel kuvvetin kabuğun tepe noktası ve uygulama noktasındaki çökme değerlerine karşı gelen değişim eğrileri, çeşitli R/t ve r_0 paralel çember yarıçapları için çizilmiş ve karşılaştırılmıştır.

Anahtar kelimeler: Küresel kabuk, Doğrusal olmayan davranış, Büyük yer değiştirmeler, Çembersel yük, Vurgu tipi stabilite.



ABSTRACT

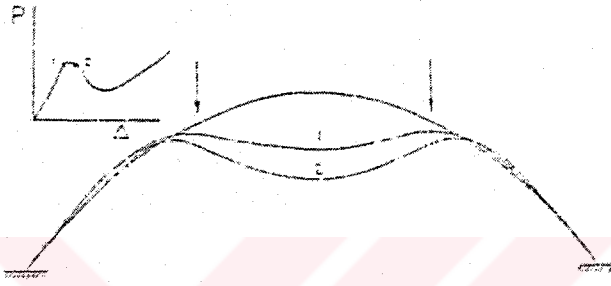
In this study, nonlinear behaviour of spherical shells subject to ring loads is investigated. The differential equations consisting of equilibrium equations, constitutive equations and the kinematic equations are converted into nonlinear algebraical equations by using the method of finite differences. The mentioned nonlinear algebraical equations are solved numerically by using Newton–Raphson Method. The corresponding load–deflection curves at the apex and point of application pertaining to the ring load for shells of various R/t and r_0 values are drawn and compared.

Key words: Spherical shell, Nonlinear behaviour, Large displacements, Ring load, Snap-through stability.

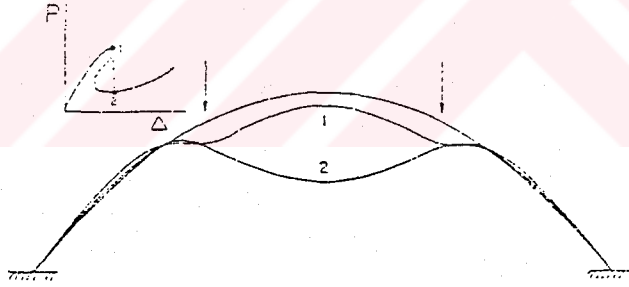


1. GİRİŞ

Çembersel statik yük etkisindeki küresel kabukların şekil değiştirmesine ait olan önceki çalışmalar sınırlıdır. Bu tarz yükleme altındaki ince, sık küresel kabukların burkulması Evan-Iwanowski (1963) tarafından araştırılmış olup aynı zamanda deneysel çalışmada yapılmıştır. Bu çalışmalar sonucunda, çember çapının bazı minimum değerlerden daha küçük olması durumunda kabuğun burkulmadığı görülmüştür (Evan-Iwanowski, 1963). Göreceli olarak büyük çaplar için iki tip burkulma görülmektedir. Çembersel yük etkisindeki küresel kabuğa ait iki burkulma tipi Şekil (1a-1b)'de gösterilmektedir.



Şekil (1.a) Vurgu tipi burkulma

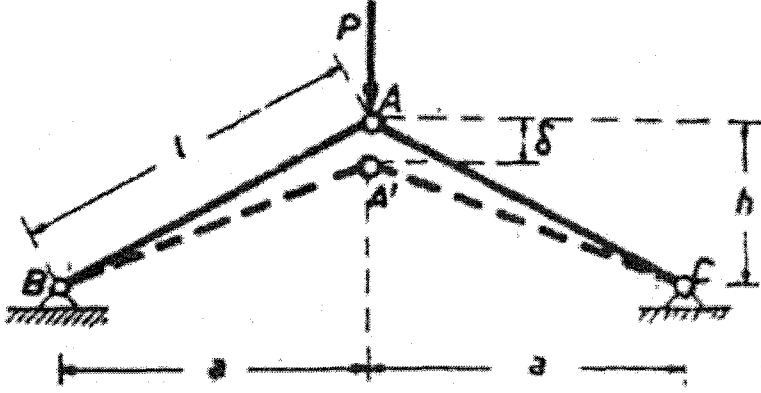


Şekil (1.b) Yerel burkulma

Burada P , çembersel yükün bileşkesini; Δ ise çemberin düşey yer değiştirmesini göstermektedir. Şekil 1a'da görülen burkulma tipi şunu ifade etmektedir: Yük-yer değiştirme eğrisinin kritik bir noktadan geçişi düzgün ve sürekli bir geçiş şeklinde ve yavaş yavaş olmaktadır (Evan-Iwanowski, 1963). Şekil 1b'de gösterilen burkulma tipinde ise kritik bir noktada yükün aniden daha küçük bir değere vurgu yaparak düştüğü ve meridyen eğriliğinin işaretinin değiştiği gözlenmektedir.

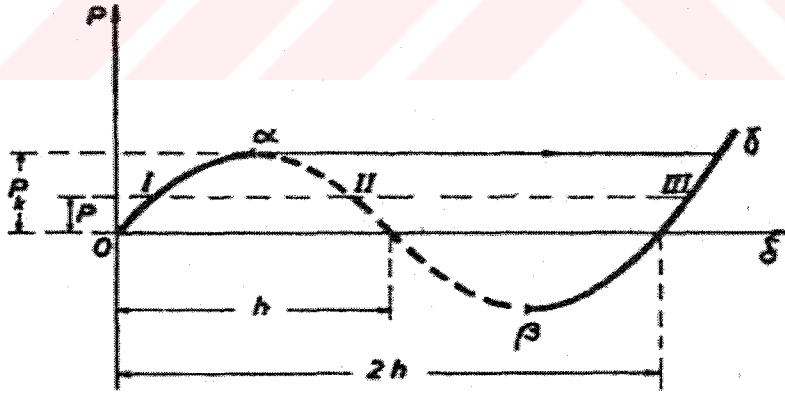
Vurgu stabilitesi problemi grafiksel olarak aşağıda açıklanmıştır:

Bu tip problemi açıklamak için; iki elastik basınç çubuğunun durumu incelenmiştir.



Şekil 1.2 İki elastik basınç çubuğu

$P=0$ ' da konum BAC iken sistem yüklendiğinde, denge formu BA'C olsun. Denge denklemleri; sistemin şekil değiştirmiş hali üzerinden elde edildiği için P ile δ çökmesi arasındaki bağıntı lineer değildir. Bu fonksiyon (P, δ) düzleminde grafik olarak gösterilirse aşağıdaki eğri elde edilir.



Şekil 1.3 Vurgu stabilitesi problemine ait kuvvet-çökme eğrisi

Bu eğri, α ve β noktalarında maksimum ve minimumdan geçmekle beraber δ eksenini de $\delta=0$, $\delta=h$ ve $\delta=2h$ gibi üç noktada keser. $P=0$, $\delta=0$ sistemin gerilmesiz durumudur. $P=0$, $\delta=h$ durumunda iki basınç çubuğu da aynı bir doğru üzerinde bulunur. $\delta>h$ çökmeleri için $P<0$ olmakta yani dengeyi sağlamak için yükün yukarı doğru etkimesi gerekmektedir. $P=0$, $\delta=2h$ 'da sistem yine gerilmesiz hale ulaşmaktadır. Bu noktadan itibaren yük arttıkça monoton

bir şekilde çökmenin de artışı devam etmektedir.

Eğer eğrinin çeşitli noktalarına karşı gelen denge konumlarının kararlılığı incelenecek olursa, $0-\alpha$ arasındaki konumlarda denge kararlı; $\alpha-\beta$ arasında kararsız; ekstrem noktalarda ise denge farksızdır. Pratik olarak eğrinin $\alpha-\beta$ kararsız kolu üzerinde bir denge konumu sağlaması mümkün değildir. Bu yüzden durum α ya ulaştıktan sonra sistem ani bir şekilde vurgu yaparak γ konumuna geçer. Vurgunun başladığı anda sistemin taşıma mukavemetine bitmiş gözüyle bakıldığı için α noktasına karşılık gelen yüke, P_k kritik yükü denir ve bu tip stabilite problemine de VURGU STABİLİTESİ adı verilir.

Sistem $P=P_k$ yüküne ulaştığında, ani bir vurgu yapıyor ve taşıma mukavemeti de bitiyor. Vurgu stabilitesi probleminde kuvvetle yer değiştirme arasındaki bağıntılarda çok değerliliğin sebebi; yük-yerdeğiştirme eğrisindeki dallanma değil, eğrinin ekstrem noktaları kapsamı sebebi ile, aynı bir yüke karşılık çeşitli denge konumlarının bulunmasıdır ve bunlardan bazıları kararlı, bazıları ise kararsızdır. Yük yer değiştirme eğrisinde görüleceği üzere $P < P_k$ için, 3 tane ayrı denge konumu söz konusudur. Bunlardan I ve III kararlı olduğu halde, II kararsızdır. $P=P_k$ kritik yükü civarındaki büyük sapmalardan dolayı sistem harap olacağı için P_k değeri sistemin taşıyabileceği sınır yüküdür (İnan,1967).

Taber (1983), bir akışkanla dolu veya boş çembersel yük etkisindeki yarım kürelerle ilgili bir deneysel çalışma yapmıştır. Bu çalışma sonucunda; kuvvet-çökme eğrisinin, çembersel yükün yarıçapına bağlı olarak bir tepe noktasına sahip olmasının gerekmediğini ifade etmiştir. Evan-Iwanowski (1963)'de bir çembersel yük yarıçapından daha küçük yarıçaplara karşı gelen kuvvet-çökme eğrilerinde bir tepe noktası gözlememiştir. Chien ve Hu (1956)'da bir enerji metodu kullanarak, çembersel yük etkisindeki ince bir küresel kabuğun vurgu tipi burkulmasında kritik yük hesabını yapmışlardır. Parnell (1984), integral matrisleri ve Newton-Raphson yöntemi ile Reissner (1950)'in orta büyüklükteki dönme açılarını göz önüne alan doğrusal olmayan kabuk eşitliklerini sayısal olarak çözmüştür. Çembersel yük etkisindeki sığ, küresel kabuklara ait sınırlı uygulamalar sadece Şekil 1a tipindeki burkulmanın olduğunu göstermiştir. Bir diğer çalışma ise; çembersel yüklü veya benzer tarzdaki yüklemelere maruz kalmış küresel kabukların davranışı Wan (1984) tarafından asimtotik çözüm ile incelenmiştir. Uptike ve Kalnins (1970, 1972)'de rijit plaklar arasında sıkıştırılmış küresel bir kabuğa ait ilgili problemi ele almışlardır. Erdölen (1998)'de iki farklı kabuk teorisini kullanarak, ilgili problem için sayısal sonuçlar elde etmiştir.

Bu çalışmada, çembersel statik yük etkisi altındaki küresel kabukların doğrusal olmayan

davranışı incelenmiştir. İkinci bölümde; dönel kabukların doğrusal ve doğrusal olmayan teorisinden söz edilmiş, ilgili denge denklemleri, bünye denklemleri ve kinematik bağıntılar yazılmıştır. Üçüncü bölümde; küresel kabuklara ait diferansiyel denklemler sonlu farklar yöntemi kullanılarak doğrusal olmayan cebirsel denklemlere dönüştürülmüştür. Dördüncü bölümde; ilgili cebirsel denklemlerin Newton-Raphson yöntemiyle sayısal çözümü yapılmıştır. Beşinci bölümde; Fortran 90 yazılım dilinde hazırlanan bir bilgisayar programı yardımıyla kabuğun herhangi bir yüksekliğinde etki eden çembersel yük altında küresel kabuğun tepe noktasındaki ve çembersel yükün uygulama noktasındaki çökme-kuvvet eğrileri çeşitli paralel çember yarıçapları (çembersel yükün etkime yüksekliğindeki) için çizilmiştir. Altıncı bölümde; bu çalışmanın genel bir değerlendirilmesi yapılmıştır.



2. İNCE DÖNEL KABUKLARIN DOĞRUSAL OLAN VE DOĞRUSAL OLMAYAN TEORİLERİ

2.1 Tanım ve Varsayımlar

İki yüzey tarafından sınırlanmak koşulu ile meydana gelen ve h kalınlığı, onun plandaki boyutları ve eğrilik yarıçapları yanında çok küçük olan ve her noktada h kalınlığının orta noktalarının geometrik yeri bir yüzey olan uzay taşıyıcı sistemlere kabuk adı verilir (Özden, 1972). Değişken de olabilen h kalınlıklarını ortalayan yüzeye kısaca orta yüzey denir. Kabuğu belirtmek için, orta yüzeyin denklemini ve kalınlığını vermek yeterlidir.

Varsayımlar

- Kabuk kalınlığı, kabuğun diğer boyutlarına göre küçüktür.
- Yer değiştirmeler, kabuk kalınlığı yanında küçük değerlere sahiptir.
- Şekil değişiminden önce ortalama yüzeye dik bir doğru üzerinde bulunan noktalar, şekil değişiminden sonra da şekil değiştirmiş kabuğun ortalama yüzeyine dik olan doğru üzerinde kalırlar (Kirchoff – Love) .
- Ortalama yüzeye dik doğrultuda etki eden normal gerilmeler, ihmal edilebilecek kadar küçüktür.

2.1 Dönel Kabuklara Ait Temel Denklemler

Bu bölüm, dönel kabuklar için temel bağıntıları içerir. Diferansiyel denklemler “hybrid – durum vektörü denklemi” olarak bilinen, birinci mertebeden bir denklem takımına indirgenmektedir (Parnell, 1984) :

$$\left\{ \frac{dy}{ds} \right\} = [A]\{y\} + \{N(y)\} + \{a\} \quad (2.1)$$

(2.1) denkleminde,

$N(y)$: Doğrusal olmayan terimleri içeren vektör.

$\{y\}$: Bilinmeyen kesit etkilerini (kesit tesirleri ve yer değiştimeler) içeren vektör.

$\{a\}$: Doğrusal terimleri içeren vektör.

$[A]$: Katsayılar matrisi.

2.1.1 Küçük Yer Değiştirmeler için Doğrusal Denklemler

Bu kısımda dönel kabukların küçük yer değiştirmeleri için doğrusal diferansiyel denklemler sunulmaktadır. Bu denklemler; değişken kalınlıklı, izotrop ve elastik kabuklar için geçerlidir.

2.1.1.1 Dönel Kabukların Geometrisi

Dönel kabukların geometrisi, Şekil 2.1'de gösterilmiştir. İki temel eğrilik ($1/r_1$ ve $1/r_2$) tanımlanmaktadır. Bu eğrilikler sırasıyla meridyenlere ve paralel çemberlere karşılık gelirler. Kabuğun kalınlığı “t” ile gösterilmektedir. Yüzey üzerindeki bir noktanın radyal ve düşey koordinatları “r” ve “z” ile gösterilmiştir. Dönme eksenini ile meridyen normali arasındaki açı “ ϕ ” dir.

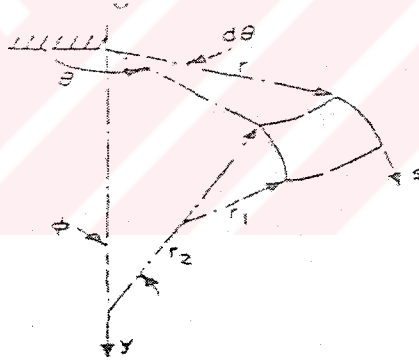
$$ds = r_1 d\phi$$

$$ds^2 = dr^2 + dz^2$$

$$r_2 = \frac{r}{\sin \phi}$$

(2.2)

$$\frac{dz}{dr} = \tan \phi$$



Şekil 2.1 Kabuk Geometrisi

Kesit Tesirleri ve Dış Yükler

Orta yüzeyin birim uzunluğuna gelen bileşke kuvvet ve bileşke momentin bileşenleri kesit tesirleridirler. ϕ : sabit ve θ : sabit kenarlarına etkiyen kesit tesirleri

$$N_{\phi} = \int_{-t/2}^{+t/2} \sigma_{\phi\phi} \left(1 + \frac{z}{r_2}\right) dz$$

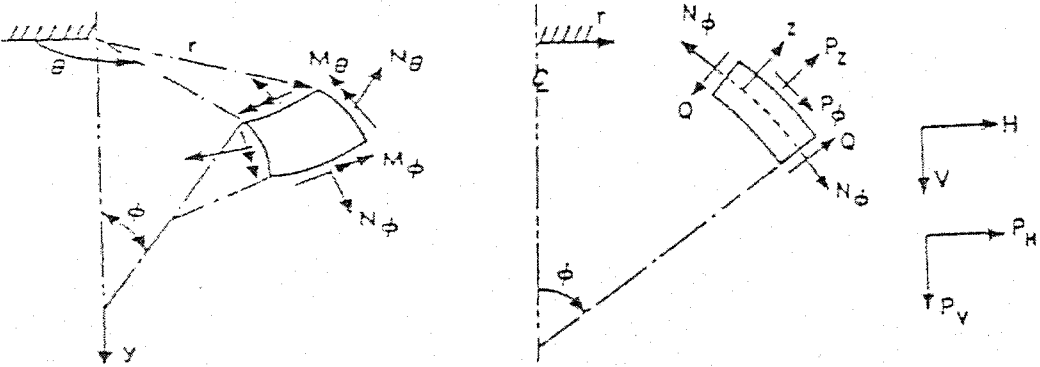
$$N_{\theta} = \int_{-t/2}^{+t/2} \sigma_{\theta\theta} \left(1 + \frac{z}{r_1}\right) dz$$

$$M_{\phi} = \int_{-t/2}^{+t/2} \sigma_{\phi\phi} \left(1 + \frac{z}{r_2}\right) z dz \quad (2.3)$$

$$M_{\theta} = \int_{-t/2}^{+t/2} \sigma_{\theta\theta} \left(1 + \frac{z}{r_1}\right) z dz$$

$$Q = \int_{-t/2}^{+t/2} \sigma_{\phi z} \left(1 + \frac{z}{r_2}\right) dz$$

şeklinde tanımlanmaktadır (Parnell, 1984). Burada $\sigma_{\phi\phi}$, $\sigma_{\theta\theta}$, $\sigma_{\phi z}$, $\sigma_{\theta z}$; orta yüzeye z uzaklığındaki bir kabuk elemanındaki normal gerilmeleri göstermektedir. Kesit tesirleri ve dış yükler Şekil 2.2'de gösterilmektedir.



Şekil 2.2 Kesit Tesirleri ve Dış Yükler

Yatay ve düşey kesit kuvvetleriyle çalışmak genellikle daha kullanışlıdır (Parnell, 1984). İki kesit tesiri sistemi arasındaki bağıntılar şöyledir :

$$\begin{aligned} V &= N_{\phi} \sin \phi - Q \cos \phi \\ H &= N_{\phi} \cos \phi + Q \sin \phi \end{aligned} \quad (2.4)$$

Benzer biçimde, her iki koordinat sistemindeki yüzey kuvvetleri arasındaki bağıntılar

$$\begin{aligned} P_V &= P_{\phi} \sin \phi - P_z \cos \phi \\ P_H &= P_{\phi} \cos \phi + P_z \sin \phi \end{aligned} \quad (2.5)$$

şeklindedir.

2.1.1.2 Denge Denklemleri

Dönel kabuğun dönel simetrik yükler altındaki denge denklemleri

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds}(rV) &= -rP_V \\ \frac{d}{ds}(rH) &= N_{\theta} - rP_H \\ \frac{d}{ds}(rM_{\phi}) &= rM_{\theta} \cos \phi + rH \sin \phi - rV \cos \phi \end{aligned} \quad (2.6)$$

şeklindedir (Parnell, 1984).

2.1.1.3 Kinematik Denklemler

Kabuğun orta yüzeyindeki bir noktada meydana gelen yer değiştirmeler; radyal doğrultudaki yer değiştirme (h) ve düşey yer değiştime (v) ile tanımlanabilir.

Şekil değişimi öncesi, ortalama yüzeye dik bir doğru üzerinde bulunan noktalar, şekil değişiminden sonra da şekil değiştirmiş kabuğun ortalama yüzeyine dik olan doğru üzerinde kalırlar (Kirchhoff – Love). Orta yüzeyden z uzaklığındaki bir noktadaki meridyenel ve çembersel şekil değiştirmeler e_{ϕ} ve e_{θ} orta yüzey üzerindeki şekil değiştirme bileşenleri ε_{ϕ} , κ_{ϕ} , ε_{θ} , κ_{θ} cinsinden

$$e_{\phi} = \frac{\varepsilon_{\phi} + z\kappa_{\phi}}{1 + \frac{z}{r_1}} \quad (2.7)$$

$$e_{\theta} = \frac{\varepsilon_{\theta} + z\kappa_{\theta}}{1 + \frac{z}{r_2}}$$

şeklinde yazılabilir ve küçük şekil değiştirmeler için geçerlidir. Bu denklemlerde kullanılan orta yüzey üzerinde tanımlanmış olan şekil değiştirme ölçülerine ait kinematik ifadeler

$$\begin{aligned}\varepsilon_{\phi} &= \frac{dh}{ds} \cos \phi + \frac{dv}{ds} \sin \phi \\ \varepsilon_{\theta} &= \frac{h}{r} \\ \kappa_{\phi} &= \frac{d\chi}{ds} \\ \kappa_{\theta} &= \frac{\chi \cos \phi}{r}\end{aligned}\tag{2.8}$$

şeklindedir (Parnell, 1984). Burada küçük açı değişimleri için, orta yüzeyin dönmesi

$$\chi = -\frac{dh}{ds} \sin \phi + \frac{dv}{ds} \cos \phi\tag{2.9}$$

şeklindedir. Orta yüzeyin normalinin dönmesi, enine kayma şekil değiştirmesi ihmal edildiğinde χ 'ya eşittir. Düşey yer değiştirmeye ait kinematik denklem (Parnell, 1984) :

$$v = -h \cot \phi + \int \frac{\varepsilon_{\phi} - \frac{r_2}{r_1}}{\sin \phi} ds\tag{2.10}$$

2.1.1.4 Uygunluk Denklemleri

Dört adet şekil değiştirme ölçüsü (ε_{ϕ} , ε_{θ} , κ_{ϕ} , κ_{θ}), iki adet yer değiştirme bileşenine (h, v) bağlı olması sebebiyle, bu ölçülerle bağıntılı iki diferansiyel denklem gereklidir. Bu diferansiyel bağıntılar veya uygunluk koşulları şekil değiştirmenin uygun olması için gerekli koşullardır ve uygunluk denklemlerine uyan yer değiştirmeler sürekli ve tek değerli fonksiyonlardır. Uygunluk denklemleri şu şekildedir (Parnell, 1984):

$$\begin{aligned}\frac{d}{ds}(r\varepsilon_{\theta}) &= -r\kappa_{\theta} \tan \phi + \varepsilon_{\phi} \cos \phi \\ \frac{d}{ds}\left(\frac{r\kappa_{\theta}}{\cos \phi}\right) &= \kappa_{\phi}\end{aligned}\tag{2.11}$$

2.1.1.5 Bünye Denklemleri

İzotrop, elastik bir cisim için bünye denklemleri şu şekildedir (İnan, 1967) :

$$Ee_{\phi} = \sigma_{\phi} - \nu\sigma_{\theta} - \nu\sigma_z$$

$$Ee_{\theta} = \sigma_{\theta} - \nu\sigma_{\phi} - \nu\sigma_z \quad (2.12)$$

$$Ee_z = \sigma_z - \nu\sigma_{\phi} - \nu\sigma_{\theta}$$

burada, E : Elastisite Modülü, ν : Poisson Oranı.

Orta yüzeyin normali doğrultusundaki normal gerilmeler göreceli olarak çok küçüktür ($\sigma_z \ll \sigma_{\phi}, \sigma_{\theta}$) ve ihmal edilmektedir.

$$Ee_z = -\nu(\sigma_{\phi} + \sigma_{\theta})$$

$$\sigma_{\phi} = \frac{E}{1-\nu^2}(e_{\phi} + \nu e_{\theta}) \quad (2.13)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{E}{1-\nu^2}(e_{\theta} + \nu e_{\phi})$$

Kabuk inceyse ($t/r_1 \ll 1$, $t/r_2 \ll 1$), bünye denklemleri

$$N_{\phi} = \frac{Et}{1-\nu^2}(\varepsilon_{\phi} + \nu\varepsilon_{\theta})$$

$$N_{\theta} = \frac{Et}{1-\nu^2}(\varepsilon_{\theta} + \nu\varepsilon_{\phi})$$

$$M_{\phi} = Etc^2(\kappa_{\phi} + \nu\kappa_{\theta}) \quad (2.14)$$

$M_{\theta} = Etc^2(\kappa_{\theta} + \nu\kappa_{\phi})$ şeklindedir. Burada, $c^2 = t^2/12(1-\nu^2)$ şeklindedir. Normal gerilmeler kesit tesirlerine

$$\sigma_{\phi} = \frac{N_{\phi}}{t} + \frac{2z}{t} \frac{6M_{\phi}}{t^2} = \sigma_{\phi_D} + \frac{2z}{t} \sigma_{\phi_B} \quad (2.15)$$

$\sigma_{\theta} = \frac{N_{\theta}}{t} + \frac{2z}{t} \frac{6M_{\theta}}{t^2} = \sigma_{\theta_D} + \frac{2z}{t} \sigma_{\theta_B}$ denklemleriyle bağlıdır (Parnell, 1984). Burada, D ve B indisleri

D : Mambran gerilmesi

B : Eğilme gerilmesi

anlamındadır.

2.1.1.6 Matris Diferansiyel Denklemler

Bahsedilen diferansiyel denklemler, birinci mertebeden bir diferansiyel denklem takımına indirgenebilir ve matris formunda (2.1) denklemine uygun olarak, P_H orta yüzeyin birim alanına gelen yatay dış kuvvet ve P_v orta yüzeyin birim alanına gelen düşey dış kuvvet olmak üzere

$$N(y) = 0 \quad , \quad y^T = [rM_\phi \quad rH \quad \chi \quad h] \quad (2.16)$$

$$A = \begin{bmatrix} \nu \cos \phi & \sin \phi & \frac{Et^3 \cos^2 \phi}{12r} & 0 \\ 0 & \frac{\nu \cos \phi}{r} & 0 & \frac{Et}{r} \\ (rEt c^2)^{-1} & 0 & \frac{-\nu \cos \phi}{r} & 0 \\ 0 & \frac{1-\nu^2}{rEt} \cos^2 \phi & -\sin \phi & \frac{-\nu \cos \phi}{r} \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

$$a = \begin{bmatrix} -rV \cos \phi \\ \nu V \sin \phi - rP_H \\ 0 \\ \frac{1-\nu^2}{Et} V \cos \phi \sin \phi \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

şeklinde yazılabilir (Parnell, 1984). Düşey yer değiştirme (2.10) denkleminde bulunabileceği gibi, (2.8-a) ve (2.9) birleştirilerek de bulunabilir. İki denklemin birleştirilmesiyle elde edilen sonuç

$$\begin{aligned} \frac{dv}{ds} &= \chi \cos \phi + \varepsilon_\phi \sin \phi \\ &= \frac{1-\nu^2}{rEt} \sin \phi (rH \cos \phi + rV \sin \phi) + \chi \cos \phi - h \frac{\nu \sin \phi}{r} \end{aligned} \quad (2.19)$$

şeklindedir.

2.1.2 Doğrusal Olmayan Denklemler

Dönel kabuklar için sonlu yer değiştirme ifadeleri, Reissner (1950) tarafından ortaya atılmıştır. Aynı denklemler küçük şekil değiştirmeler ve küçük sonlu dönmeler için de özelleştirilmiştir. Bu ifadeler, $\chi^2 \ll 1,0$ kabulüne dayandırılmıştır. χ , ϕ ile karşılaştırıldığında ihmal edilebilir. Bu denklemler, Steele (1980)'in varyasyonel formülasyonu kullanılarak, doğrudan bir ifadeyle şöyle bir değişiklikle ortaya çıkarılmıştır

$$\varepsilon_{\phi} = \varepsilon_{\phi_{linear}} + \frac{1}{2}\chi^2 \quad (2.20)$$

(2.20) denklemi; ilgili varyasyon hesabında kullanılınca (Parnell, 1984), aşağıdaki $\{y\}$, $[A]$, $\{N(y)\}$ ve $\{a\}$ elde edilebilmektedir:

$$y^T = [rM_{\phi} \quad rH \quad rV \quad \chi \quad h \quad v], \quad (2.21)$$

$$A = \begin{bmatrix} \frac{\nu \cos \phi}{r} & \sin \phi & -\cos \phi & \frac{Et^3 \cos^3 \phi}{12r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\nu \cos \phi}{r} & \frac{\nu \sin \phi}{r} & 0 & \frac{Et}{r} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (rEt c^2)^{-1} & 0 & 0 & \frac{-\nu \cos \phi}{r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1-\nu^2}{rEt} \cos^2 \phi & \frac{1-\nu^2}{rEt} \cos \phi \sin \phi & -\sin \phi & \frac{-\nu \cos \phi}{r} & 0 \\ 0 & \frac{1-\nu^2}{rEt} \cos \phi \sin \phi & \frac{1-\nu^2}{rEt} \sin^2 \phi & -\cos \phi & \frac{-\nu \sin \phi}{r} & 0 \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

$$N(y) = \begin{bmatrix} \chi(rH \cos \phi + rV \sin \phi) \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\chi^2 \cos \phi / 2 \\ -\chi^2 \sin \phi / 2 \end{bmatrix}, \quad (2.23)$$

$$a^T = [0 \quad -rP_H \quad -rP_V \quad 0 \quad 0 \quad 0] \quad (2.24)$$

Burada (2.21), (2.22), (2.23) ve (2.24) ifadeleri açık olarak yazıldığında,

$$(rM_{\phi})_s = -\frac{\cos \phi}{r} M_{\phi} + \frac{1}{r} \left\{ \frac{\nu \cos \phi}{r} rM_{\phi} + \sin \phi rH - \cos \phi rV + \frac{Et^3 \cos^2 \phi}{12r} \chi \right\} + \chi(rH \cos \phi + rV \sin \phi) \quad (2.25)$$

$$(rH)_{,s} = v \cos \phi rH + v \sin \phi rV + Eth_i, \quad (2.26)$$

$$(rV)_{,s} = 0, \quad (2.27)$$

$$\chi_{,s} = \frac{M}{Et c^2} - \frac{v}{r} \cos \phi \chi, \quad (2.28)$$

$$h_{,s} = \frac{1-v^2}{rEt} \cos^2 \phi rH + \frac{1-v^2}{rEt} \sin \phi \cos \phi rV - \sin \phi \chi - \frac{v}{r} \cos \phi h - (\chi^2 \cos \phi)/2, \quad (2.29)$$

$$v_{,s} = \frac{1-v^2}{rEt} \sin \phi \cos \phi rH + \frac{1-v^2}{rEt} \sin^2 \phi rV + \cos \phi \chi_i - \frac{v}{r} \sin \phi h - \frac{\chi^2 \sin \phi}{2} \quad (2.30)$$

denklemleri elde edilir (Taber, 1986).

3. ÇEMBERSSEL STATİK KUVVET ETKİSİ ALTINDAKİ KÜRESEL KABUKLARA AİT DİFERANSİYEL DENKLEMLERİN SONLU FARKLAR YÖNTEMİYLE CEBİRSEL DENKLEMLER HALİNE GETİRİLMESİ

3.1 Sonlu Farklar Yöntemi

Sonlu farklar yöntemi, diferansiyel denklemleri cebirsel denklemler haline getirmek için kullanılmaktadır. Tek değişkenli bir $u(x)$ fonksiyonu ele alınmakta ve adım aralığı Δx olarak seçilmektedir. $x = j\Delta x$ için $u(j\Delta x)$ değeri yaklaşık olarak,

$$u_j \approx u(j\Delta x) \quad (3.1)$$

şeklindedir. İlk türev $\frac{\partial u}{\partial x}(j\Delta x)$ için standart yaklaşık ifadeler,

$$\text{Geri fark} \quad \frac{u_j - u_{j-1}}{\Delta x} \quad (3.2)$$

$$\text{İleri fark} \quad \frac{u_{j+1} - u_j}{\Delta x} \quad (3.3)$$

$$\text{Merkez fark} \quad \frac{u_{j+1} - u_{j-1}}{2\Delta x} \quad (3.4)$$

şeklindedir. Bu çalışmada kullanılacak olan ileri fark ifadesi (3.3), Taylor açılımından elde edilebilmektedir:

$$u(x + \Delta x) = u(x) + u'(x)\Delta x + O(\Delta x)^2 \quad (3.5)$$

Burada “O” kesme hatası mertebesini göstermektedir. (3.5) denkleminde $u'(x)$ çekilirse,

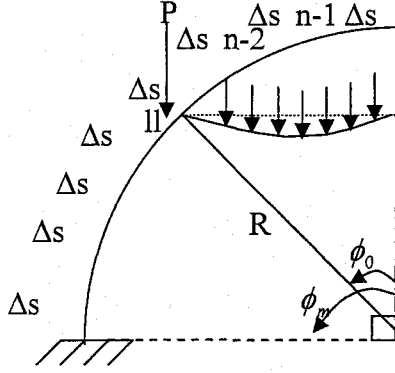
$$u'(x) = \frac{u(x + \Delta x) - u(x)}{\Delta x} - O(\Delta x) \quad (3.6)$$

elde edilebilir.

3.2 Uygulanması

Bu alt bölümde; sonlu farklar yöntemi, çembersel statik kuvvet etkisindeki küresel kabuklara uygulanmaktadır. Yarıçapı R olan küresel kabuk, $(n-1)$ sayıda sonlu parçaya ayrılmış olup,

adım uzunluğu Δs olarak tanımlanmıştır (Şekil 3.1). Kabuğun II noktasında bileşkesi P olan düzgün yayılı bir kuvvet vardır.



Şekil 3.1 Sonlu parçalara ayrılmış kabuk

İkinci bölümde verilmiş olan (2.25-2.30) numaralı denklemlerde sonlu farklar yöntemi uygulaması aşağıdaki şekilde olacaktır:

$(rM_\phi)'$ nin yay uzunluğu s 'ye göre türevi,

$$(rM_\phi)_{,s} = r_{,s} M_\phi + r M_{\phi,s} \quad (3.7)$$

şeklindedir. (3.7) denkleminde, kabuk geometrisinden elde edilebilen

$$\frac{dr}{ds} = \cos \phi \quad (3.8)$$

ifadesi kullanıldığında,

$$(rM_\phi)_{,s} = M_\phi \cos \phi + r M_{\phi,s} \quad (3.9)$$

elde edilir. (2.25) denklemini (3.9)'da yerine konulduğunda

$$M_{\phi,s} = -\frac{\cos \phi}{r} M_\phi + \frac{1}{r} \{v \cos \phi M_\phi + \sin \phi r H - \cos \phi r V \} \quad (3.10)$$

$$+ \frac{Et^3 \cos^2 \phi}{12r} \chi + \chi (r H \cos \phi + r V \sin \phi) \}$$

eşitliği elde edilir. (3.10) denklemi, sonlu farklar yönteminin ileri fark formülüyle yazıldığında,

$$\begin{aligned} \frac{M_{i+1} - M_{i-1}}{\Delta} = & -\frac{\cos \phi_i}{r_i} M_i + \frac{1}{r_i} \nu \cos \phi_i M_i + \sin \phi_i H_i - \cos \phi_i V_i \\ & + \frac{Et^3 \cos^2 \phi_i}{12r_i^2} \chi_i + \chi_i (H_i \cos \phi_i + V_i \sin \phi_i) \end{aligned} \quad (3.11)$$

elde edilir. 1. durum denklemi $f_1 = 0$ için,

$$\begin{aligned} f_1 = & -M_{i+1} + M_i \left(-\frac{\Delta \cos \phi_i}{r_i} + 1 + \frac{\Delta \nu \cos \phi_i}{r_i} \right) + \Delta \sin \phi_i H_i - \Delta V_i \cos \phi_i \\ & + \Delta \frac{Et^3 \cos^2 \phi_i}{12r_i^2} \chi_i + \Delta \chi_i (H_i \cos \phi_i + V_i \sin \phi_i) = 0 \end{aligned} \quad (3.12)$$

olarak elde edilir.

(rH)'m yay uzunluğu s'ye göre türevi,

$$(r H)_{,s} = r_{,s} H + r H_{,s} \text{ dir.} \quad (3.13)$$

(3.8) trigonometrik ifadesi, (3.13)'de yerine konulduğunda,

$$(r H)_{,s} = \cos \phi H + r H_{,s} \quad (3.14)$$

elde edilir. (2.26) denklemi (3.14)'de yerine konulduğunda,

$$r H_{,s} = -\frac{\cos \phi}{r} H + \frac{1}{r} \left\{ \frac{\nu \cos \phi}{r} r H + \frac{\nu \sin \phi}{r} r V + \frac{Et}{r} h_i \right\} \quad (3.15)$$

eşitliği elde edilir. (3.15) denklemi sonlu ileri fark formülüyle yazıldığında,

$$\frac{H_{i+1} - H_i}{\Delta} = -\frac{\cos \phi_i}{r_i} H_i + \frac{\nu \cos \phi_i}{r_i} H_i + \frac{\nu \sin \phi_i}{r_i} V_i + \frac{Et}{r_i^2} h_i \quad (3.16)$$

elde edilir. 2. durum denklemi $f_2 = 0$,

$$f_2 = -H_{i+1} + H_i \left(-\frac{\Delta \cos \phi_i}{r_i} + 1 + \frac{\Delta v \cos \phi_i}{r_i} \right) + \frac{\Delta v \sin \phi_i}{r_i} V_i + \frac{\Delta E t h_i}{r_i^2} \quad (3.17)$$

olarak elde edilir.

(rV)'nin yay uzunluğu s'ye göre türevi,

$$(rV)_{,s} = r_{,s} V + r V_{,s} \quad (3.18)$$

dir. (3.8) denklemi, (3.17)'de yerine konulduğunda,

$$(rV)_{,s} = \cos \phi V + r V_{,s} = 0 \quad (3.19)$$

elde edilir. (2.27) denklemi (3.19)'da yerine konulduğunda,

$$r V_{,s} = -\cos \phi V \quad (3.20)$$

eşitliği bulunur. (3.20) denklemi sonlu farklar yöntemi ile yazıldığında,

$$\frac{V_{i+1} - V_i}{\Delta} = -\frac{\cos \phi_i}{r_i} V_i \quad (3.21)$$

elde edilir. 3. durum denklemi $f_3 = 0$

$$f_3 = -V_{i+1} + V_i \left(1 - \frac{\Delta \cos \phi_i}{r_i} \right) \quad (3.22)$$

elde edilir.

(χ)'nin yay uzunluğu s'ye göre türevi,

(2.28) denklemi, sonlu farklar yöntemiyle yazıldığında,

$$\frac{\chi_{i+1} - \chi_i}{\Delta} = \frac{1}{r_i} \left(\frac{1}{r_i E t c^2} r_i M_i - \frac{v}{r_i} \cos \phi \chi_i \right) \quad (3.23)$$

elde edilir. 4. durum denklemi $f_4 = 0$,

$$f_4 = -\chi_{i+1} + \chi_i \left(-\frac{\Delta v \cos \phi_i}{r_i^2} + 1 \right) + \frac{\Delta M_i}{r_i E t c^2} \quad (3.24)$$

şeklinde elde edilir.

(h)'ın yay uzunluğu s'ye göre türevi,

(2.29) denklemi, sonlu farklar yöntemiyle yazıldığında,

$$\frac{h_{i+1} - h_i}{\Delta} = \frac{1}{r_i} \left(\frac{1-v^2}{r_i E t} \cos^2 \phi_i H_i + \frac{1-v^2}{r_i E t} \sin \phi_i \cos \phi_i V_i - \sin \phi_i \right. \\ \left. - \frac{v}{r_i} \cos \phi_i h_i - \frac{\chi_i^2 \cos \phi_i}{2} \right) \quad (3.25)$$

elde edilir. 5.durum denklemi $f_5 = 0$

$$f_5 = \frac{\Delta (1-v^2) \cos^2 \phi_i H_i}{E t} + \frac{\Delta (1-v^2) \sin \phi_i \cos \phi_i V_i}{E t} - \Delta \sin \phi_i \chi_i \\ + h_i \left(\frac{-\Delta v \cos \phi_i}{r_i} + 1 \right) - h_{i+1} - \Delta \frac{\chi_i^2 \cos \phi_i}{2} \quad (3.26)$$

olur.

(v)'nin yay uzunluğu s'ye göre türevi,

(2.30) denklemi sonlu farklar yöntemiyle yazıldığında,

$$\frac{v_{i+1} - v_i}{\Delta} = \frac{1}{r_i} v_{,s} = \frac{1}{r_i} \left(\frac{1-v^2}{E t} \sin \phi_i \cos \phi_i H_i + \frac{1-v^2}{E t} \sin^2 \phi_i V_i + \cos \phi_i \chi_i \right. \\ \left. - \frac{v}{r_i} \sin \phi_i h_i - \frac{\chi_i^2 \sin \phi_i}{2} \right) \quad (3.27)$$

elde edilir. 6. durum denklemi $f_6 = 0$,

$$f_6 = \frac{\Delta (1-v^2) \sin \phi_i \cos \phi_i H_i}{E t} + \frac{\Delta (1-v^2) \sin^2 \phi_i V_i}{E t} + \Delta \cos \phi_i \chi_i \\ - \frac{v}{r_i} \sin \phi_i h_i - \Delta \frac{\chi_i^2 \sin \phi_i}{2} - v_{i+1} + v_i \quad (3.28)$$

elde edilir.

(3.12), (3.17), (3.22), (3.24), (3.26) ve (3.28) denklemleri kabuğun (II-2) inci noktasına kadar kullanılmaktadır. Kabuğun (II-1) inci noktasında ise, düşey kesit kuvvetine ait olan denklem, P'yi bilinmeyen listesi içine almamak için iptal edilmiştir. Bu nedenle bu nokta için 5 adet durum denklemi yazılmaktadır.

$m=6*II-9$ ise;

birinci durum denklemi

$$\begin{aligned}
 f_{(m+1)} = & -M_{II} + M_{II-1} - \frac{\Delta \cos \phi_{II-1} M_{II-1}}{r_{II-1}} + \frac{\Delta v \cos \phi_{II-1} M_{II-1}}{r_{II-1}} \\
 & + \Delta \sin \phi_{II-1} H_{II-1} - \cos \phi_{II-1} V_{II-1} \Delta + \frac{\Delta E t^3 \cos^2 \phi_{II-1}}{12 r_{II-1}^2} \chi_{II-1} \\
 & + \Delta \chi_{II-1} (H_{II-1} \cos \phi_{II-1} + V_{II-1} \sin \phi_{II-1}) = 0 \quad ,
 \end{aligned} \tag{3.29}$$

ikinci durum denklemi

$$\begin{aligned}
 f_{(m+2)} = & -H_{II} + H_{II-1} - \frac{\Delta \cos \phi_{II-1} H_{II-1}}{r_{II-1}} + \frac{\Delta v \cos \phi_{II-1} H_{II-1}}{r_{II-1}} \\
 & + \frac{\Delta v \sin \phi_{II-1}}{r_{II-1}} V_{II-1} + \frac{\Delta E t h_{II-1}}{r_{II-1}^2} = 0 \quad ,
 \end{aligned}$$

üçüncü durum denklemi

$$f_{(m+3)} = -\chi_{II-1} + \chi_{II} + \frac{\Delta M_{II-1}}{E t c^2} - \frac{\Delta v \cos \phi_{II-1} \chi_{II-1}}{r_{II-1}} = 0 \quad , \tag{3.31}$$

dördüncü durum denklemi

$$\begin{aligned}
 f_{(m+4)} = & h_{II-1} - h_{II} + \frac{\Delta (1-v^2)}{E t} \cos^2 \phi_{II-1} H_{II-1} + \frac{\Delta (1-v^2) \cos \phi_{II-1} \sin \phi_{II-1} V_{II-1}}{E t} \\
 & - \Delta \sin \phi_{II-1} \chi_{II-1} - \frac{\Delta v \cos \phi_{II-1} h_{II-1}}{r_{II-1}} - \frac{\Delta \chi_{II-1}^2 \cos \phi_{II-1}}{2} = 0
 \end{aligned} \tag{3.32}$$

beşinci durum denklemi

$$f_{(m+5)} = v_{ll-1} - v_{ll} + \frac{\Delta (1-v^2)}{E t} \sin \phi_{ll-1} \cos \phi_{ll-1} H_{ll-1} + \frac{\Delta (1-v^2) \sin^2 \phi_{ll-1} V_{ll-1}}{E t} + \Delta \cos \phi_{ll-1} \chi_{ll-1} \quad (3.33)$$

$$- \frac{\Delta v \sin \phi_{ll-1} h_{ll-1}}{r_{ll-1}} - \frac{\Delta \chi_{ll-1}^2 \sin \phi_{ll-1}}{2} = 0 \quad .$$

Kabuğun $i = ll$, $n-2$ noktaları arasında düşey kesit kuvvetinin sıfır olmasından dolayı 5 adet durum denklemi yazılacaktır.

$lm = 5*i + (ll-3)$ tanımı ile;

birinci durum denklemi

$$f_{(lm)} = -M_{i+1} + M_i - \frac{\Delta \cos \phi_i M_i}{r_i} + \frac{\Delta V_i \cos \phi_i M_i}{r_i} + \Delta \sin \phi_i H_i \quad (3.34)$$

$$+ \frac{\Delta E t^2 \cos^2 \phi_i \chi_i}{12 r_i^2} + \Delta \chi_i H_i \cos \phi_i = 0 \quad ,$$

ikinci durum denklemi

$$f_{(lm+1)} = H_i - H_{i+1} - \frac{\Delta \cos \phi_i M_i}{r_i} + \frac{\Delta V_i \cos \phi_i H_i}{r_i} + \frac{\Delta E t h_i}{r_i^2} = 0 \quad , \quad (3.35)$$

üçüncü durum denklemi

$$f_{(lm+2)} = \chi_i - \chi_{i+1} + \frac{\Delta M_i}{E t c^2} - \frac{\Delta V_i \cos \phi_i \chi_i}{r_i} = 0 ,$$

dördüncü durum denklemi

$$f_{(lm+3)} = h_i - h_{i+1} + \frac{\Delta (1-v^2) \cos^2 \phi_i H_i}{E t} - \Delta \sin \phi_i \chi_i$$

$$- \frac{\Delta V_i \cos \phi_i h_i}{r_i} - \frac{\Delta \chi_i^2 \cos \phi_i}{2} = 0 ,$$

beşinci durum denklemi

$$f_{(lm+4)} = v_i - v_{i+1} + \frac{\Delta (1-v^2) \sin \phi_i \cos \phi_i H_i}{E t} + \Delta \cos \phi_i \chi_i$$

(3.38)

$$- \frac{\Delta V_i \sin \phi_i h_i}{r_i} - \frac{\Delta \chi_i^2 \sin \phi_i}{2} = 0 .$$

Kabuğun tepe noktasında (n inci noktasında) sınır koşulları

$$\chi_n = 0, h_n = 0, V_n = 0$$

kullanılınca, (n-1) inci noktadaki durum denklemleri,

$$f_{6(n-2)+1} = -M_n + M_{n-1} - \frac{\Delta \cos \phi_{n-1} M_{n-1}}{r_{n-1}} + \frac{\Delta v \cos \phi_{n-1} M_{n-1}}{r_{n-1}} \\ + \Delta \sin \phi_{n-1} H_{n-1} + \frac{\Delta E t^3 \cos^2 \phi_{n-1}}{12 r_{n-1}^2} \chi_{n-1} + \Delta \chi_{n-1} H_{n-1} \cos \phi_{n-1} = 0 , \quad (3.40)$$

$$f_{6(n-2)+2} = H_{n-1} - H_n - \frac{\Delta \cos \phi_{n-1} H_{n-1}}{r_{n-1}} + \frac{\Delta v \cos \phi_{n-1} H_{n-1}}{r_{n-1}} \\ + \frac{\Delta E t h_{n-1}}{r_{n-1}^2} = 0 ,$$

$$f_{6(n-2)+3} = \chi_{n-1} + \frac{\Delta M_{n-1}}{E t c^2} - \frac{\Delta v \cos \phi_{n-1} \chi_{n-1}}{r_{n-1}} = 0 ,$$

$$f_{6(n-2)+4} = h_{n-1} + \frac{\Delta (1-v^2) \cos^2 \phi_{n-1} H_{n-1}}{E t} - \Delta \sin \phi_{n-1} \chi_{n-1}$$

$$-\frac{\Delta v \cos \phi_{n-1} h_{n-1}}{r_{n-1}} - \frac{\Delta \chi_{n-1}^2 \cos \phi_{n-1}}{2} = 0 \quad ,$$

$$f_{6(n-2)+5} = v_{n-1} - v_n + \frac{\Delta (1-v^2) \sin \phi_{n-1} \cos \phi_{n-1} H_{n-1}}{E t}$$

$$+ \Delta \cos \phi_{n-1} \chi_{n-1} - \frac{\Delta v \sin \phi_{n-1} h_{n-1}}{r_{n-1}} - \frac{\Delta \chi_{n-1}^2 \sin \phi_{n-1}}{2} = 0 \quad ,$$

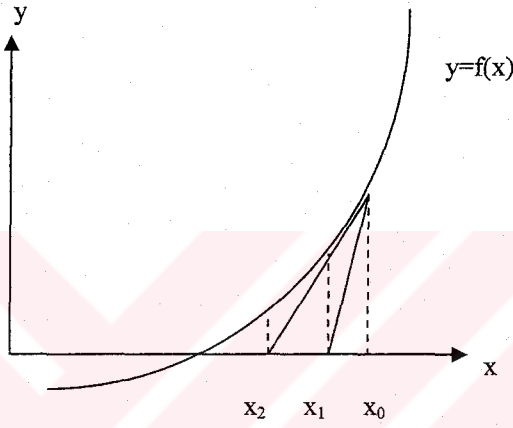
elde edilir.



4. NEWTON-RAPHSON YÖNTEMİNİN ELDE EDİLMİŞ OLAN CEBİRSEL DENKLEMLERE UYGULANMASI

4.1 Newton-Raphson Yöntemi

Newton –Raphson yöntemi doğrusal olmayan cebirsel denklemlerin ardışık yaklaşımlarla sayısal çözümünde kullanılmaktadır. $f(x)=0$ denkleminin kökünün bulunması için kullanılan ikinci mertebeden bir iterasyon yöntemidir.



Şekil 4.1 Newton-Raphson Yönteminin Oluşumu

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)} \quad (4.1)$$

şeklinde bir ifade önerilmektedir (Çağal, 1989). Burada; x_i , i' ninci ardışık yaklaşımdır. $f'(x_i)$ ise

$$f'(x_i) = \frac{\partial f}{\partial x} \text{ olarak tanımlanmaktadır.} \quad (4.2)$$

4.2 Newton-Raphson yönteminin uygulanması

Bölüm 3' de elde edilmiş olan (3.12), (3.17), (3.22), (3.24), (3.26), (3.28), (3.29), (3.30), (3.31), (3.32), (3.33), (3.34), (3.35), (3.36), (3.37) ve (3.38) numaralı denklemlerde Newton-Raphson yöntemi uygulandığında,

$$[B]\{\Delta y\} = \{b\} \quad (4.3)$$

elde edilebilir. (4.9) denklemindeki,

$$[B] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & . & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & . & . & . \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & . & . \\ \frac{\partial f_1}{\partial y_1} & \frac{\partial f_1}{\partial y} & & & & & & & \\ \frac{\partial f_2}{\partial y_1} & & & & & & & & \\ . & & & & & & & & \\ . & & & & & & & & \\ . & & & & & & & & \\ . & & & & & & & & \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

şeklindedir. $\{\Delta y\}$ düzeltme vektörü,

$$\{y\}^T = [y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad . \quad . \quad y_n] \quad (4.5)$$

çözüm vektörünün sayısal hesabındaki düzeltmelere karşı gelmektedir. Çözüm vektöründe,

$$\begin{aligned} y_1 &= M_1, \quad y_2 = H_1, \quad y_3 = V_1, \quad y_4 = \chi_1, \quad y_5 = h_1, \quad y_6 = v_1, \quad y_7 = M_2, & y_8 &= H_2, \dots, \\ y_{(6ll-11)} &= M_{ll-1}, \quad y_{(6ll-10)} = H_{ll-1}, \quad y_{(6ll-9)} = V_{ll-1}, \quad y_{(6ll-8)} = \chi_{(ll-1)}, \quad y_{(6ll-7)} = h_{ll-1}, & y_{(6ll-6)} &= v_{ll-1}, \dots, \\ y_{(5i+ll-5)} &= M_b, \quad y_{(5i+ll-4)} = H_b, \quad y_{(5i+ll-3)} = \chi_b, \quad y_{(5i+ll-2)} = h_b, \quad y_{(5i+ll-1)} = v_i \\ y_{n-2} &= v_{n-1}, \quad y_{n-1} = M_n, \quad y_n = H_n \end{aligned} \quad (4.6)$$

olarak tanımlanmaktadır. (4.6) ifadelerindeki 'i' indisi, kabuğun (ll, n-2) noktalarında geçerlidir. $[A]$ matrisinde ilk üç satır, kabuğun mesnet sınır koşullarına göre yazılmaktadır.

Ankastre mesnet için sınır koşulları,

$$\chi_1 = 0, \quad h_1 = 0, \quad v_1 = 0 \quad (4.7)$$

olarak belirtilir. $\{b\}$ 'nin ilk üç değeri sınır koşulları dolayısıyla sıfıra, diğer değerleri $-f_i$ 'lere eşittir, sayısal değerleri dolayısıyla (3.12), (3.17), (3.22), (3.24), (3.26), (3.28), (3.29), (3.30), (3.31), (3.32), (3.33), (3.34), (3.35), (3.36), (3.37) ve (3.38) numaralı denklemlerdeki hataları göstermektedir.

$(5n+ll-4) \times (5n+ll-4)$ boyutlu $[A]$ matrisi elemanlarının genelleştirilmiş hali, aşağıdaki denklemlerde ifade edilmektedir:

$(6(i-1) + 4)$ nci satır elemanları $(i = 1, 2, \dots)$

$$\begin{aligned}
 A_{[6(i-1)+4],[6(i-1)+1]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+4]}}{\partial y_{[6(i-1)+1]}} = -\frac{\Delta \cos \phi_i}{r_i} + 1 + \frac{\Delta v \cos \phi_i}{r_i} \\
 A_{[6(i-1)+4],[6(i-1)+2]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+4]}}{\partial y_{[6(i-1)+2]}} = \Delta \sin \phi_i + \Delta \chi_i \cos \phi_i \\
 A_{[6(i-1)+4],[6(i-1)+3]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+4]}}{\partial y_{[6(i-1)+3]}} = -\Delta \cos \phi_i + \Delta \chi_i \sin \phi_i \\
 A_{[6(i-1)+4],[6(i-1)+4]} &= \frac{\partial f_{[6(i-1)+4]}}{\partial y_{[6(i-1)+4]}} = \frac{\Delta E t^3 \cos^2 \phi_i}{12 r_i} + \Delta (H_i \cos \phi_i + V_i \sin \phi_i) \quad (4.8)
 \end{aligned}$$

$$A_{[6(i-1)+4],[6(i-1)+5]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+4]}}{\partial y_{[6(i-1)+5]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+4],[6(i-1)+6]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+4]}}{\partial y_{[6(i-1)+6]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+4],[6(i-1)+7]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+4]}}{\partial y_{[6(i-1)+7]}} = -1$$

$(6(i-1) + 5)$ nci satır elemanları $(i = 1, 2, \dots)$

$$A_{[6(i-1)+5],[6(i-1)+1]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+5]}}{\partial y_{[6(i-1)+1]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+5],[6(i-1)+2]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+5]}}{\partial y_{[6(i-1)+2]}} = -\frac{\Delta \cos \phi_i}{r_i} + 1 + \frac{\Delta v \cos \phi_i}{r_i}$$

$$A_{[6(i-1)+5],[6(i-1)+3]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+5]}}{\partial y_{[6(i-1)+3]}} = \frac{\Delta v \sin \phi_i}{r_i} V_i$$

$$A_{[6(i-1)+5],[6(i-1)+4]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+5]}}{\partial y_{[6(i-1)+4]}} = 0 \quad (4.9)$$

$$A_{[6(i-1)+5],[6(i-1)+5]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+5]}}{\partial y_{[6(i-1)+5]}} = \frac{\Delta E t}{r_i^2}$$

$$A_{[6(i-1)+5],[6(i-1)+6]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+5]}}{\partial y_{[6(i-1)+6]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+5],[6(i-1)+7]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+5]}}{\partial y_{[6(i-1)+7]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+5],[6(i-1)+8]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+5]}}{\partial y_{[6(i-1)+8]}} = -1$$

$(6(i-1) + 6)$ nci satır elemanları $(i = 1, 2, \dots)$

$$A_{[6(i-1)+6],[6(i-1)+1]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+6]}}{\partial y_{[6(i-1)+1]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+6],[6(i-1)+2]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+6]}}{\partial y_{[6(i-1)+2]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+6],[6(i-1)+3]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+6]}}{\partial y_{[6(i-1)+3]}} = 1 - \frac{\Delta \cos \phi_i}{r_i} \quad (4.10)$$

$$A_{[6(i-1)+6],[6(i-1)+4]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+6]}}{\partial y_{[6(i-1)+4]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+6],[6(i-1)+5]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+6]}}{\partial y_{[6(i-1)+5]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+6],[6(i-1)+6]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+6]}}{\partial y_{[6(i-1)+6]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+6],[6(i-1)+7]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+6]}}{\partial y_{[6(i-1)+7]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+6],[6(i-1)+8]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+6]}}{\partial y_{[6(i-1)+8]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+6],[6(i-1)+9]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+6]}}{\partial y_{[6(i-1)+9]}} = -1$$

$(6(i-1) + 7)$ nci satır elemanları $(i = 1, 2, \dots)$

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+1]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+1]}} = \frac{\Delta}{r_i E t c^2}$$

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+2]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+2]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+3]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+3]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+4]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+4]}} = -\frac{\Delta v \cos \phi_i}{r_i^2} + 1$$

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+5]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+5]}} = 0$$

(4.11)

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+6]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+6]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+7]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+7]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+8]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+8]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+9]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+9]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+7],[6(i-1)+10]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+7]}}{\partial y_{[6(i-1)+10]}} = -1$$

$(6(i-1)+8)$ nci satır elemanları ($i = 1, 2, \dots$)

$$A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+1]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+1]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+2]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+2]}} = \frac{\Delta (1 - v^2) \cos^2 \phi_i}{r_i E t}$$

$$A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+3]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+3]}} = \frac{\Delta (1 - v^2) \sin \phi_i \cos \phi_i}{r_i E t}$$

$$A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+4]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+4]}} = -\frac{\Delta \sin \phi_i}{r_i} - \frac{\chi_i \cos \phi_i}{r_i}$$

$$A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+5]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+5]}} = \frac{\Delta v \cos \phi_i}{r_i^2} + 1$$

$$A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+6]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+6]}} = 0 \quad (4.12)$$

$$A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+7]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+7]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+8]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+8]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+9]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+9]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+10]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+10]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+8],[6(i-1)+11]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+8]}}{\partial y_{[6(i-1)+11]}} = -1$$

$(6(i-1)+9)$ nci satır elemanları $(i=1,2,...)$

$$A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+1]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+1]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+2]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+2]}} = \frac{\Delta (1-v^2) \sin \phi_i \cos \phi_i}{r_i E t} \quad (4.13)$$

$$A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+3]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+3]}} = \frac{\Delta (1-v^2) \sin^2 \phi_i}{r_i E t}$$

$$A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+4]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+4]}} = \frac{\Delta \cos \phi_i}{r_i} - \frac{\chi_i \sin \phi_i}{r_i}$$

$$A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+5]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+5]}} = -\frac{v}{r_i^2} \sin \phi_i$$

$$A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+6]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+6]}} = 1$$

$$A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+7]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+7]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+8]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+8]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+9]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+9]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+10]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+10]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+11]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+11]}} = 0$$

$$A_{[6(i-1)+9],[6(i-1)+12]} = \frac{\partial f_{[6(i-1)+9]}}{\partial y_{[6(i-1)+12]}} = -1$$

$m=6*ll-9$ denilirse; $i=(ll-1)$ inci nokta için aşağıdaki denklemler kullanılır:

$$A_{(m+1,m+2)} = 1 - \frac{\Delta \cos \phi_{ll-1}}{r_{ll-1}} + \frac{\Delta \cos \phi_{ll-1} V_{ll-1}}{r_{ll-1}}$$

$$A_{(m+1,m-1)} = \Delta \cos \phi_{ll-1} + \Delta \cos \phi_{ll-1} \chi_{ll-1}$$

$$A_{(m+1,m)} = -\Delta \cos \phi_{ll-1} + \Delta \sin \phi_{ll-1} \chi_{ll-1}$$

$$A_{(m+1,m+1)} = \Delta \left(\frac{E t^2 \cos^2 \phi_{ll-1}}{12 r_{ll-1}^2} + H_{ll-1} \cos \phi_{ll-1} + V_{ll-1} \sin \phi_{ll-1} \right)$$

$$A_{(m+1,m+4)} = -1$$

$$A_{(m+2,m-1)} = 1 - \frac{\Delta \cos \phi_{ll-1}}{r_{ll-1}} + \frac{\Delta v \cos \phi_{ll-1}}{r_{ll-1}}$$

$$A_{(m+2,m)} = \frac{\Delta v \sin \phi_{\parallel-1}}{r_{\parallel-1}}$$

$$A_{(m+2,m+2)} = \frac{\Delta E t}{r_{\parallel-1}^2}$$

$$A_{(m+2,m+5)} = -1$$

$$A_{(m+3,m-2)} = \frac{\Delta}{E t c^2}$$

$$A_{(m+3,m+1)} = 1 - \frac{\Delta v \cos \phi_{\parallel-1}}{r_{\parallel-1}}$$

$$A_{(m+3,m+6)} = -1$$

$$A_{(m+4,m-1)} = \frac{\Delta (1-v^2) \cos^2 \phi_{\parallel-1}}{E t}$$

$$A_{(m+4,m)} = \frac{\Delta (1-v^2) \sin \phi_{\parallel-1} \cos \phi_{\parallel-1}}{E t}$$

$$A_{(m+4,m+2)} = -\Delta \sin \phi_{\parallel-1} - \Delta \chi_{\parallel-1} \cos \phi_{\parallel-1}$$

$$A_{(m+4,m+2)} = 1 - \frac{\Delta v \cos \phi_{\parallel-1}}{r_{\parallel-1}}$$

$$A_{(m+4,m+7)} = -1$$

$$A_{(m+5,m-1)} = \frac{\Delta (1-v^2) \sin \phi_{\parallel-1} \cos \phi_{\parallel-1}}{E t}$$

$$A_{(m+5,m)} = \frac{\Delta (1-v^2) \sin \phi_{\parallel-1}}{E t}$$

$$A_{(m+5,m+1)} = -\Delta \sin \phi_{\parallel-1} - \Delta \chi_{\parallel-1} \sin \phi_{\parallel-1}$$

$$A_{(m+5,m+2)} = -\frac{\Delta v \sin \phi_{\parallel-1}}{r_{\parallel-1}}$$

$$A_{(m+5,m+3)} = 1$$

$$A_{(m+5,m+8)} = -1$$

$i = 11$, $n-2$ aralığı için $[A]$ matrisinin elemanları $lm=5i+(11-3)$ denilirse;

$$A_{(lm,lm-2)} = 1 - \frac{\Delta \cos \phi_i}{r_i} + \frac{\Delta v \cos \phi_i}{r_i}$$

$$A_{(lm,lm-1)} = \Delta \sin \phi_i + \chi_{11} \Delta \cos \phi_i$$

$$A_{(lm,lm)} = \frac{\Delta E t^3 \cos^2 \phi_i}{12 r_i^2} + \Delta \cos \phi_i H_{11}$$

$$A_{(lm,lm+3)} = -1$$

$$A_{(lm+1,lm-1)} = 1 - \frac{\Delta \cos \phi_i}{r_i} + \frac{\Delta v \cos \phi_i}{r_i}$$

$$A_{(lm+1,lm+1)} = \frac{\Delta E t}{r_i^2}$$

$$A_{(lm+1,lm+4)} = -1$$

$$A_{(lm+2,lm-2)} = \frac{\Delta}{E t c^2}$$

$$A_{(lm+2,lm)} = 1 - \frac{\Delta \cos \phi_i v}{r_i}$$

$$A_{(lm+2,lm+5)} = -1$$

$$A_{(lm+3,lm-1)} = \frac{\Delta \cos^2 \phi_i (1-v^2)}{E t}$$

$$A_{(lm+3,lm)} = -\Delta \sin \phi_i - \Delta \cos \phi_i \chi_{11}$$

$$A_{(lm+3,lm+1)} = 1 - \frac{\Delta \cos \phi_i v}{r_i}$$

$$A_{(lm+3,lm+6)} = -1$$

$$A_{(lm+4,lm-1)} = \frac{\Delta \sin \phi_i \cos \phi_i (1 - v^2)}{E t}$$

$$A_{(lm+4,lm)} = \Delta \cos \phi_i - \Delta \sin \phi_i \chi_{ll}$$

$$A_{(lm+4,lm+1)} = -\frac{\Delta \sin \phi_i v}{r_i}$$

$$A_{(lm+4,lm+2)} = 1$$

$$A_{(lm+4,lm+7)} = -1$$

Uygulanan çembersel yayılı kuvvetinin şişdetinin verilip, kesit etkilerinin bulunmaya çalışılması durumunda, $P-v_n$ eğrisinin türevinin sıfır olduğu yerde yakınsama problemi yaşandığından, tepe noktasındaki çökme v_n 'nin verilip diğer kesit etkilerinin ve P 'nin hesaplanması yoluna gidilmiştir. v_n 'nin sıfır olması durumunda bütün kesit etkileri ve dış kuvvet P sıfır olmaktadır. v_n 'ye küçük bir artım verildiğinde v_n 'nin bir önceki değerine karşı gelen çözüm vektörü $\{y\} = 0$ 'ın ilk tahmin olarak kullanılabileceği görülmüştür. Bu şekilde Newton-Raphson yöntemi ile ardışık yaklaşım yapılarak, v_n 'nin ilgili değerine karşı gelen çözüm vektörüne yakınsama sağlanabilmiştir. Benzer şekilde, v_n 'nin sonraki artımlarına karşı gelen çözümlerin elde edilmesi sırasında, v_n 'nin bir önceki değerine karşı gelen çözüm vektörü ilk tahmin olarak kullanılmıştır. Bu yaklaşım v_n 'nin istenen bütün değerleri için tekrarlanabilmektedir. Çözüm vektöründe yer almayan dış kuvvet P , tüm kabuğun düşey denge denklemi,

$$P 2\pi r_o + V_l 2\pi r_m = 0$$

$$r_m = R \sin \phi_m$$

$$r_o = R \sin \phi_o \quad (4.16)$$

$$P = -V_l \frac{\sin \phi_m}{\sin \phi_o}$$

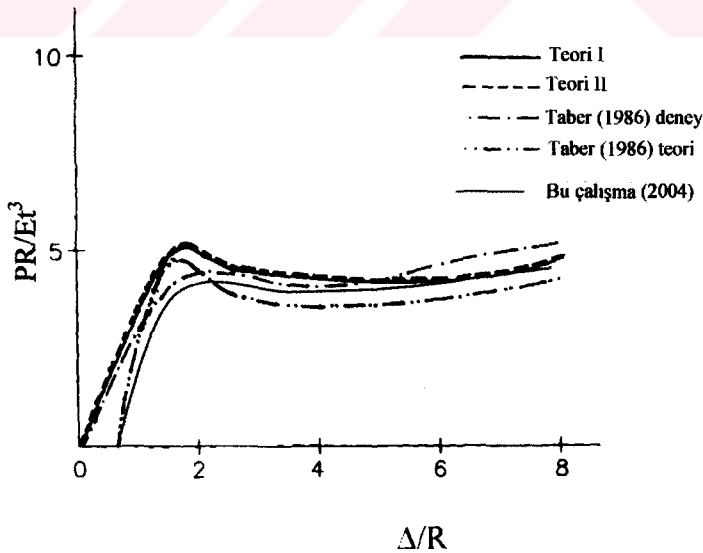
hesaplanabilmektedir. Burada R küresel kabuğun yarıçapını, ϕ_m mesnetteki meridyenel açığı (Şekil 3.1'e bakınız.), r_o çembersel yayılı yükün uygulandığı paralel çemberin yarıçapını göstermektedir.

5. SAYISAL UYGULAMALAR

Çembersel statik yük etkisindeki küresel kabuklarda; uygulanan çembersel yayılı kuvvetin, hem tepe noktasındaki hem de kuvvetin uygulama noktasındaki çökmeye göre değişimi, ankastre mesnet ve çeşitli kabuk yarıçapı/kalınlık oranları ($R/t=6,0; 9,6; 12,9$) için sayısal olarak hesaplanmıştır. İlgili sayısal hesap, Fortran 90 yazılım diliyle yapılmıştır.

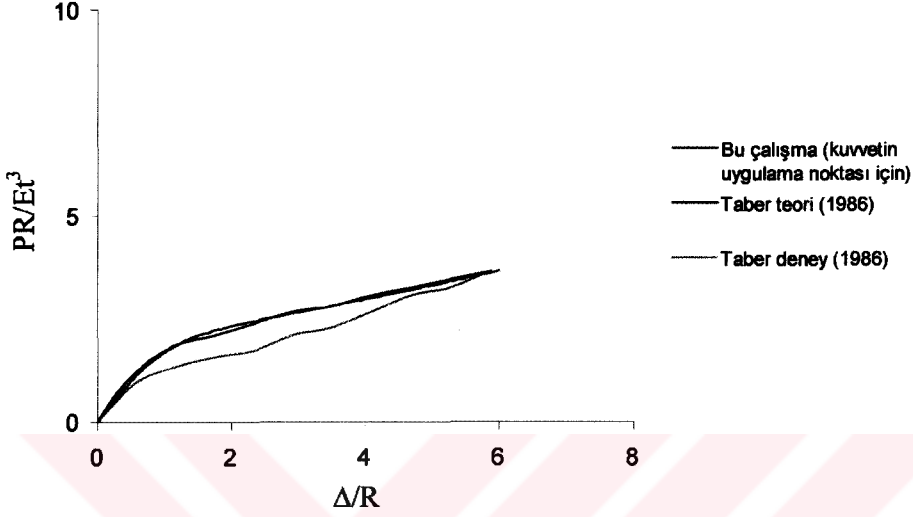
Taber (1986)'da ilgili problem malzemenin lineer olduğu varsayımıyla, orta büyüklükteki dönmelerin göz önüne alındığı, enine kayma şekil değiştirmelerinin ihmal edildiği bir teoriyle ve integrasyon matrisleriyle sayısal olarak çözülmüştür. İlgili çalışmada $E = 4.0N/mm^2$, $\nu = 0.5$, $R=25mm$ alınmıştır. Burada; E kullanılan malzemenin elastisite modülünü, ν kullanılan malzemenin Poisson oranını göstermektedir.

$\phi_m = \frac{\pi}{2}$, ankastre mesnetli küresel kabuk için tepe noktasındaki çökme değerine göre elde edilen eğri, Erdölen (1998)'in iki farklı kabuk teorisine (Teori I ve Teori II) göre bulduğu sonuçlar, Taber (1986)'da sunulan küçük şekil değiştirme ve orta büyüklükteki dönmelerin göz önüne alındığı, enine kayma şekil değiştirmelerinin ihmal edildiği integrasyon matrisleriyle çözüme karşı gelen sonuçlar, Taber (1986)'nın ilgili deneysel çalışmasına karşı gelen sonuçlarla karşılaştırılmıştır (Şekil 5.1).

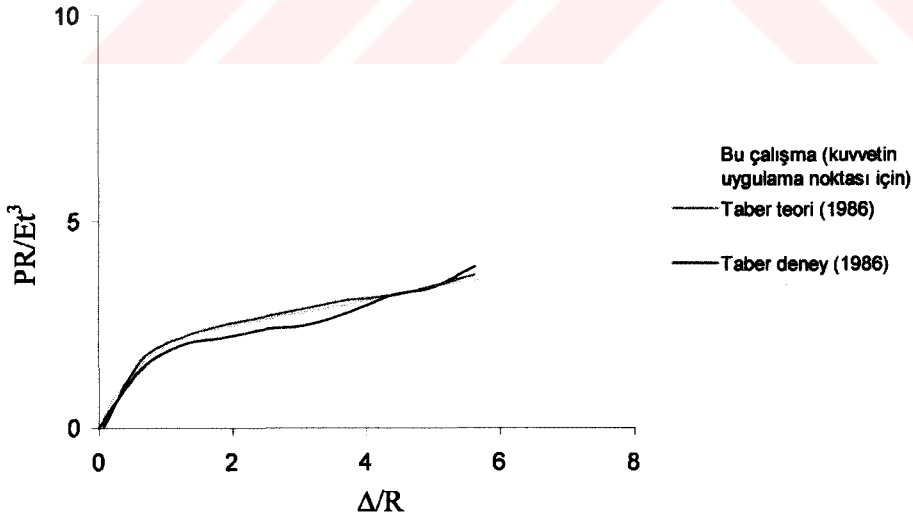


Şekil 5.1 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnetli kabuk için karşılaştırmalı boyutsuz kuvvet- boyutsuz çökme ($R/t = 12,9; r_0 = 7,5 \text{ mm}$)

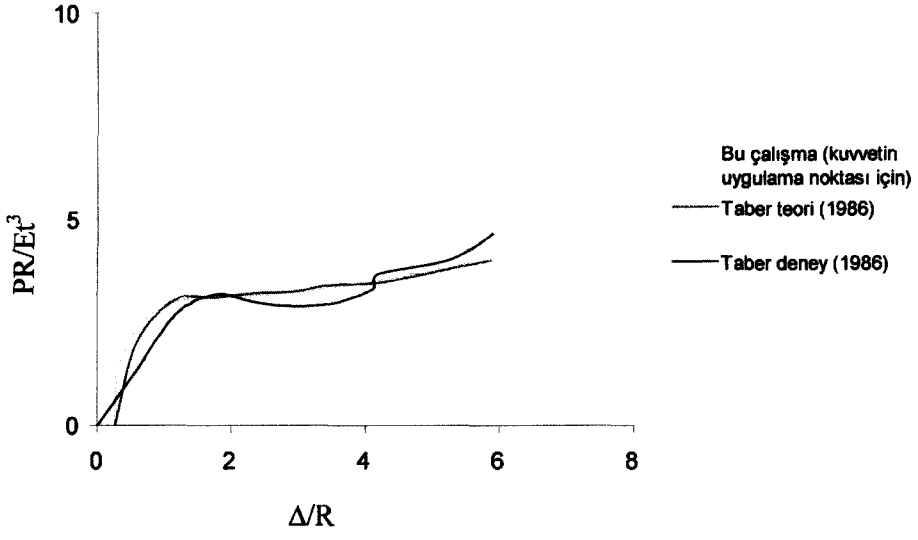
$\phi_m = \frac{\pi}{2}$ için çeşitli R/t ve r_o paralel çember yarıçapları için ankastre mesnete sahip küresel kabuğa ait olan hesaplamalara karşı gelen boyutsuz kuvvet - çembersel yayılı yükün uygulama noktasındaki boyutsuz çökme eğrileri aşağıda görülmektedir.



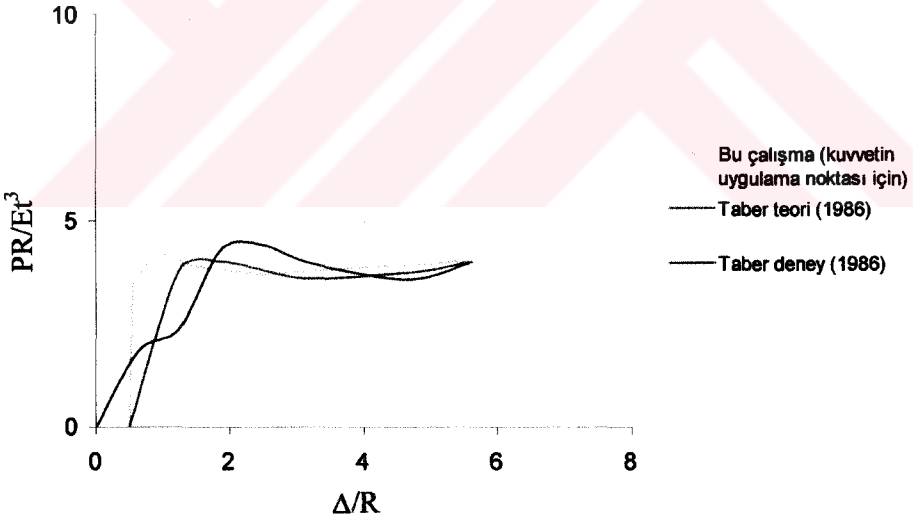
Şekil 5.2 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_o = 1,25$ mm)



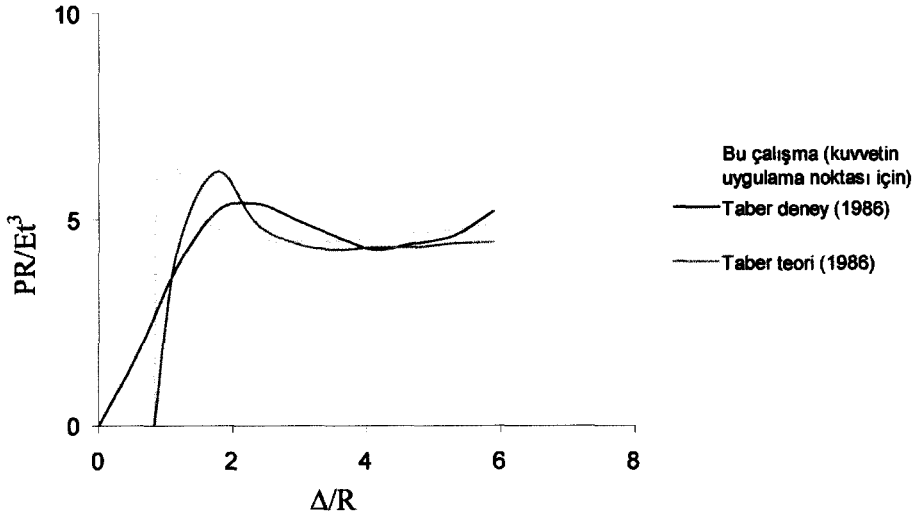
Şekil 5.3 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_o = 3,75$ mm)



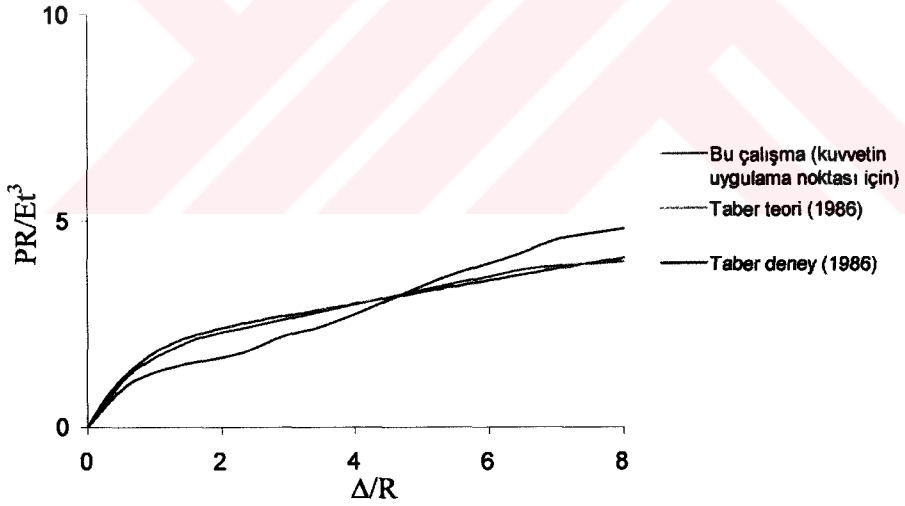
Şekil 5.4 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_o = 7.5$ mm)



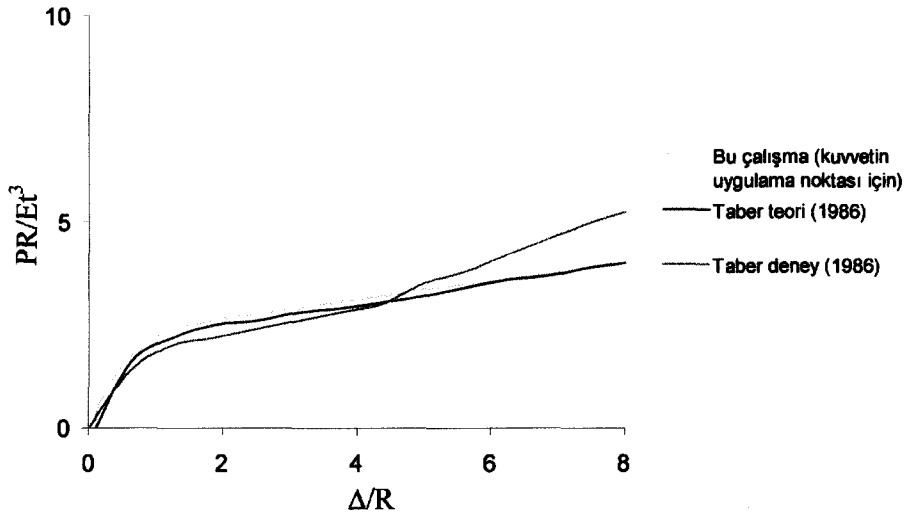
Şekil 5.5 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_o = 10$ mm)



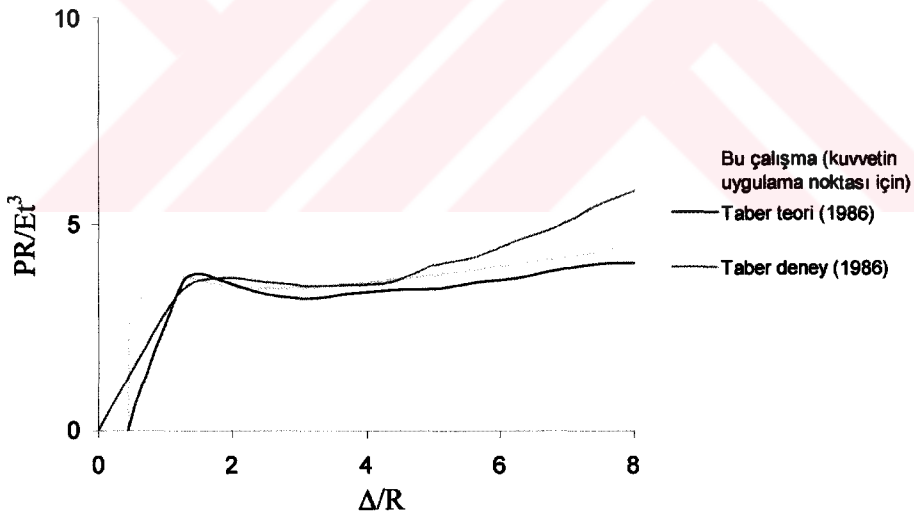
Şekil 5.6 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_o = 12,7$ mm)



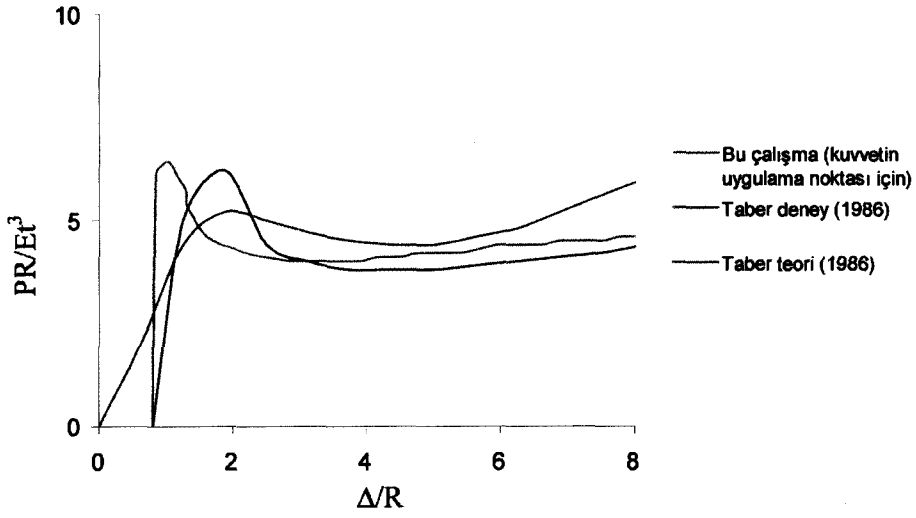
Şekil 5.7 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_o = 1,25$ mm)



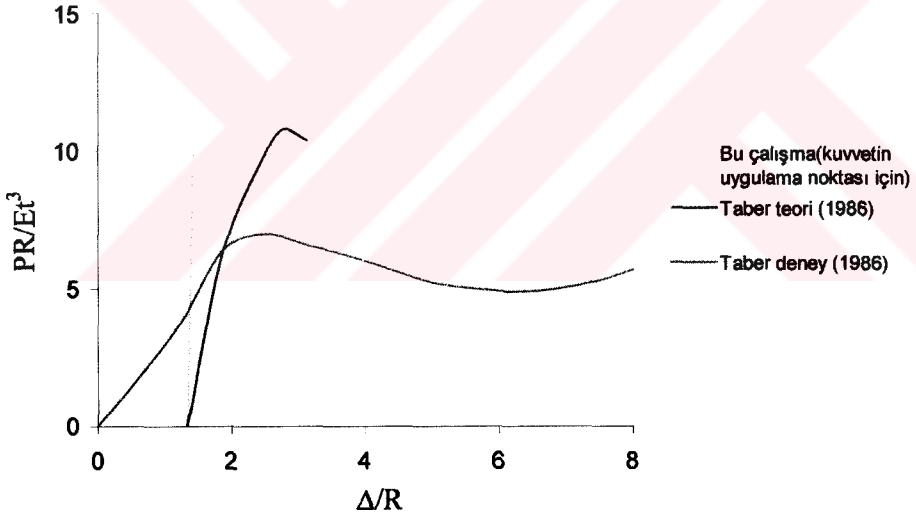
Şekil 5.8 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_o = 3,75$ mm)



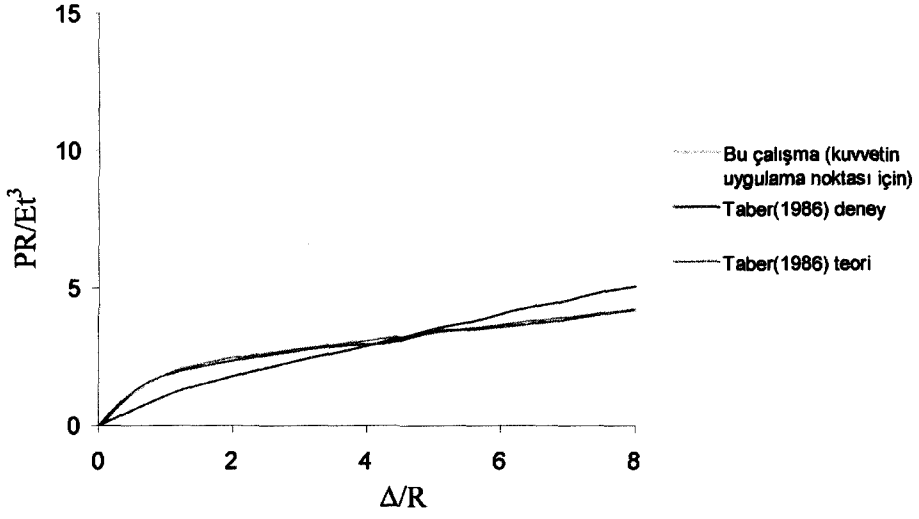
Şekil 5.9 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_o = 7,5$ mm)



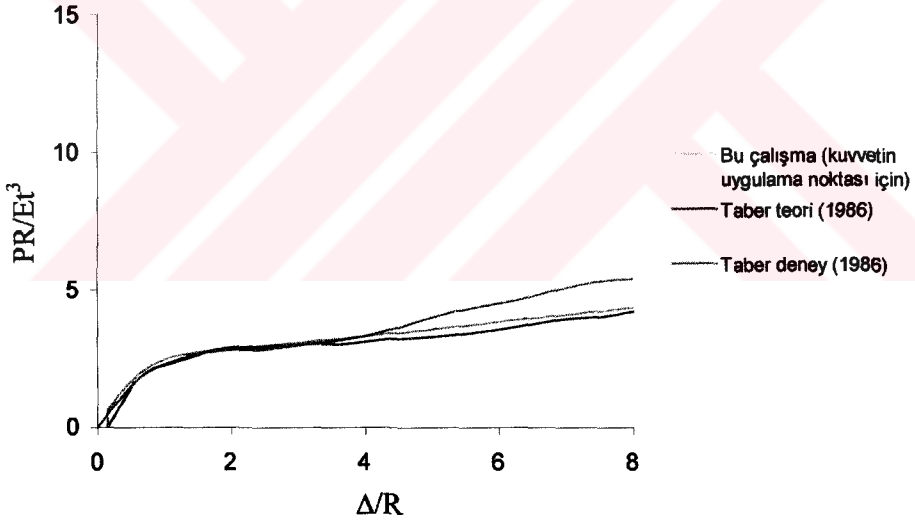
Şekil 5.10 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_o = 10$ mm)



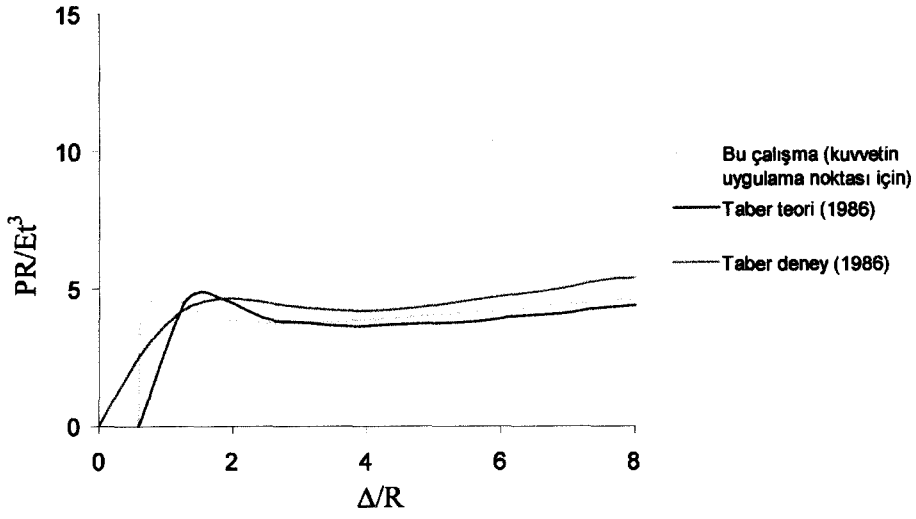
Şekil 5.11 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_o = 12,7$ mm)



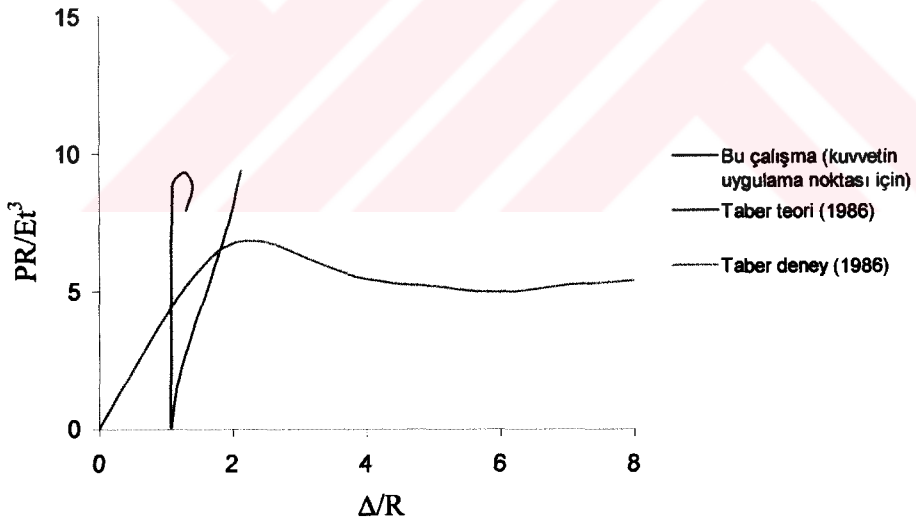
Şekil 5.12 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 12,9$; $r_o \approx 1,25$ mm)



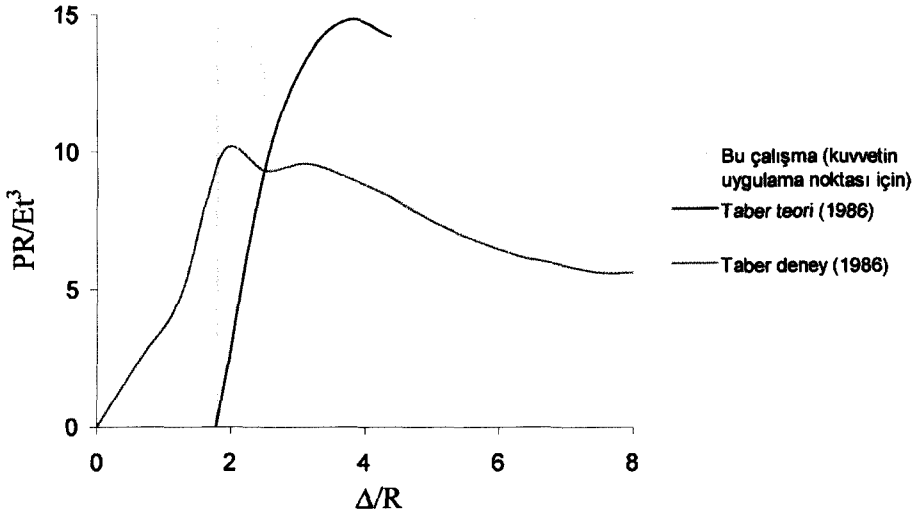
Şekil 5.13 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 12,9$; $r_o \approx 3,75$ mm)



Şekil 5.14 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 12,9$; $r_o = 7,5$ mm)



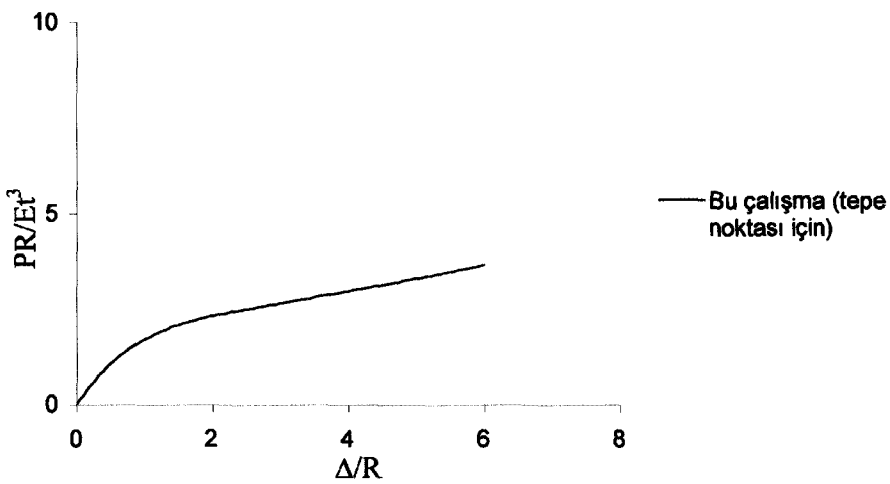
Şekil 5.15 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 12,9$; $r_o = 10$ mm)



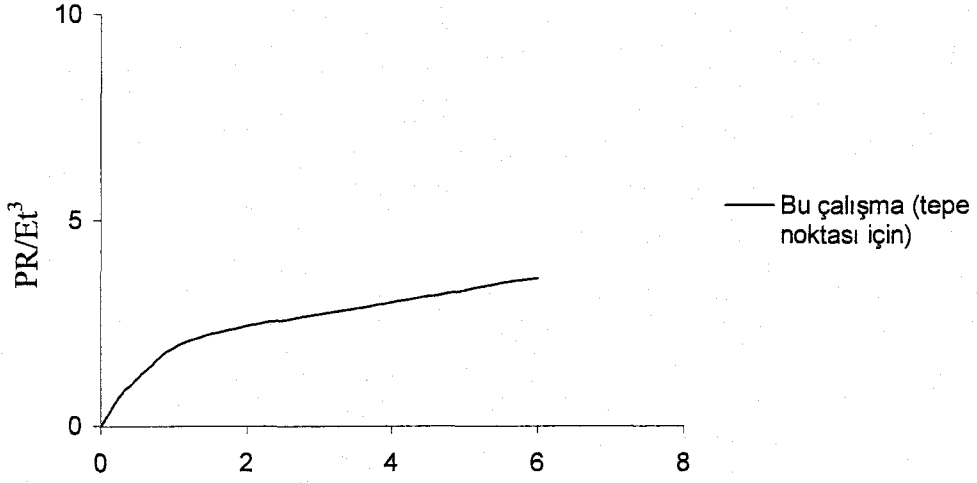
Şekil 5.16 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 12,9$; $r_o = 12,7$ mm)

Hesaplanan çözümlerin, orijin noktasından başlamadığına dikkat etmek gerekir; başlangıç sehim noktası $\Delta = R (1 - \cos\phi_o)$ değerinde görülür (Taber, 1986).

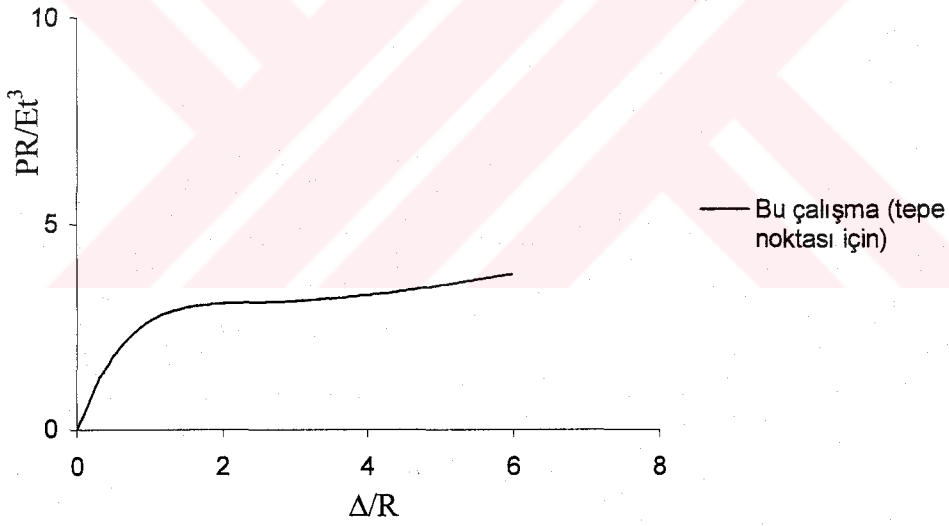
$\phi_m = \frac{\pi}{2}$ için çeşitli R/t ve r_o paralel çember yarıçapları için ankastre mesnete sahip küresel kabuğa ait olan hesaplamalara karşı gelen boyutsuz kuvvet – tepe noktasındaki boyutsuz çökme eğrileri aşağıda görülmektedir.



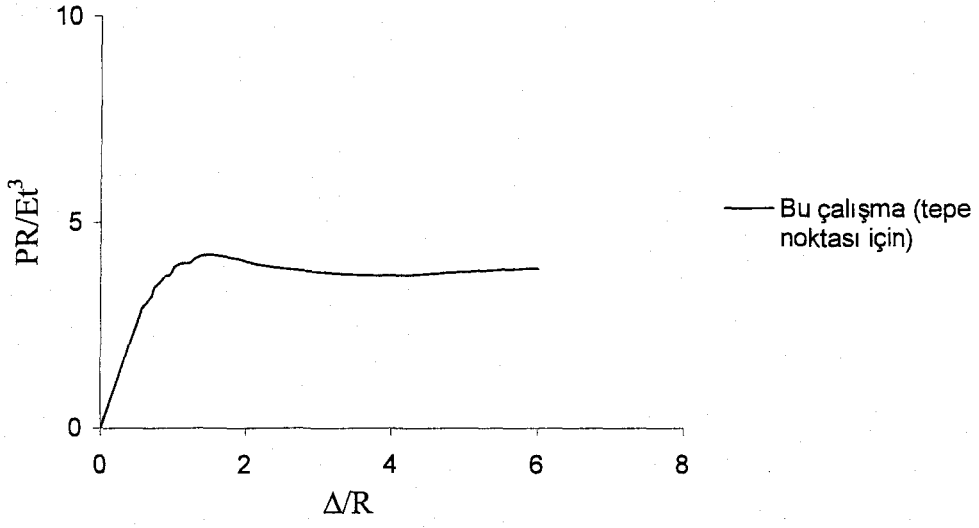
Şekil 5.17 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_o = 1,25$ mm)



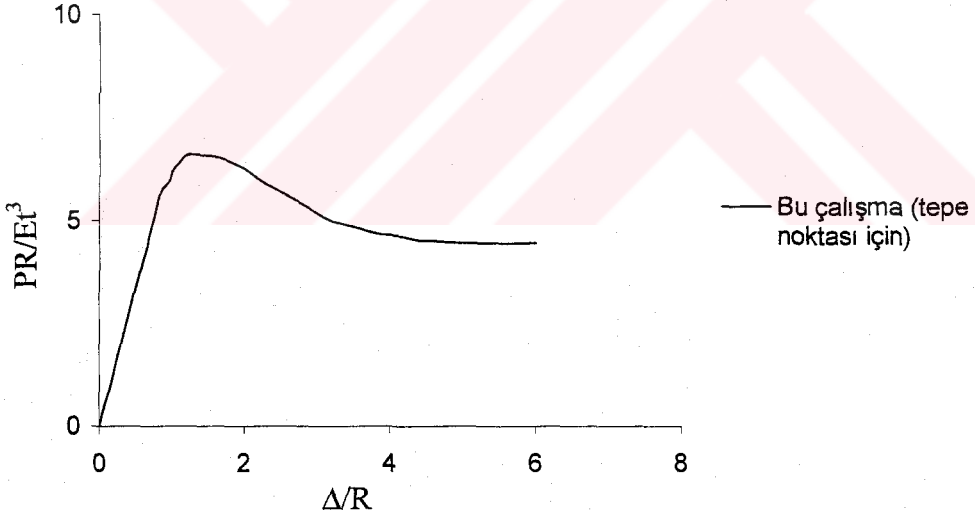
Şekil 5.18 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_0 = 3,75$ mm)



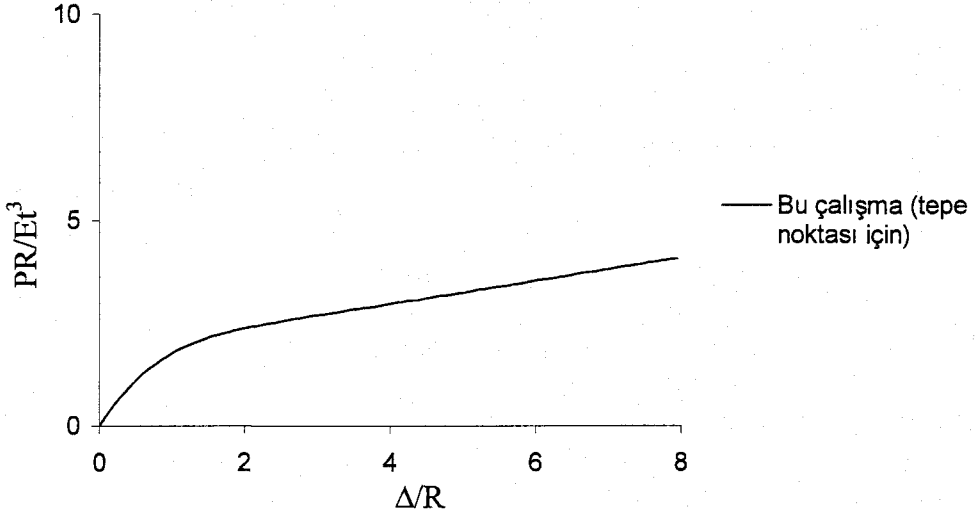
Şekil 5.19 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_0 = 7,5$ mm)



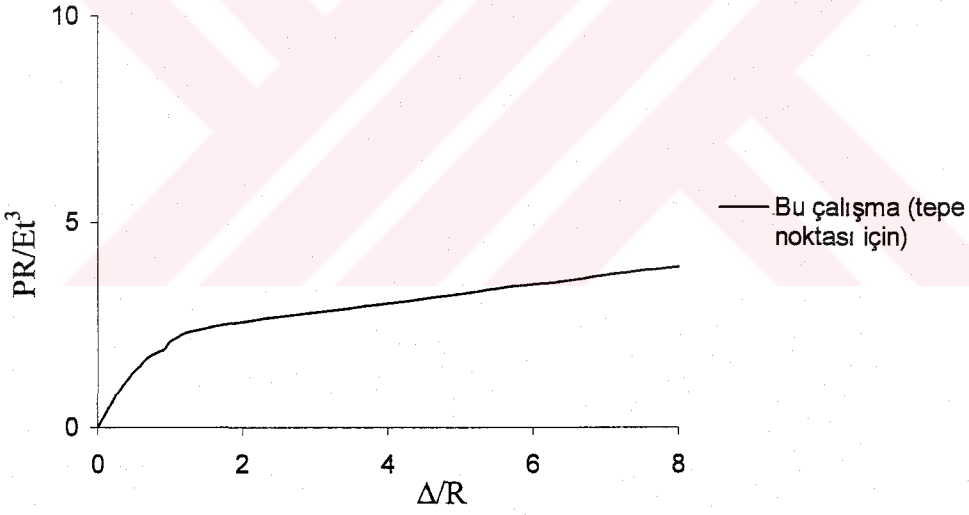
Şekil 5.20 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_o = 10$ mm)



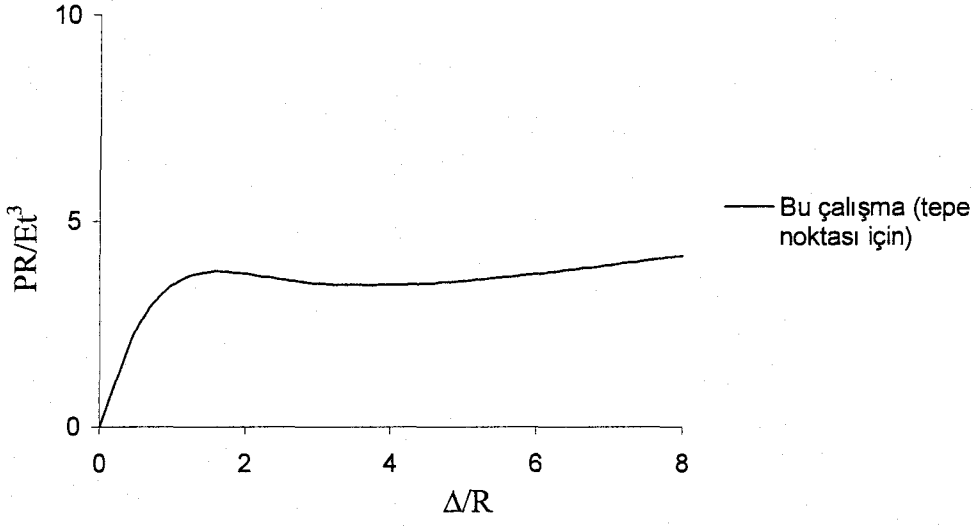
Şekil 5.21 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 6$; $r_o = 12.7$ mm)



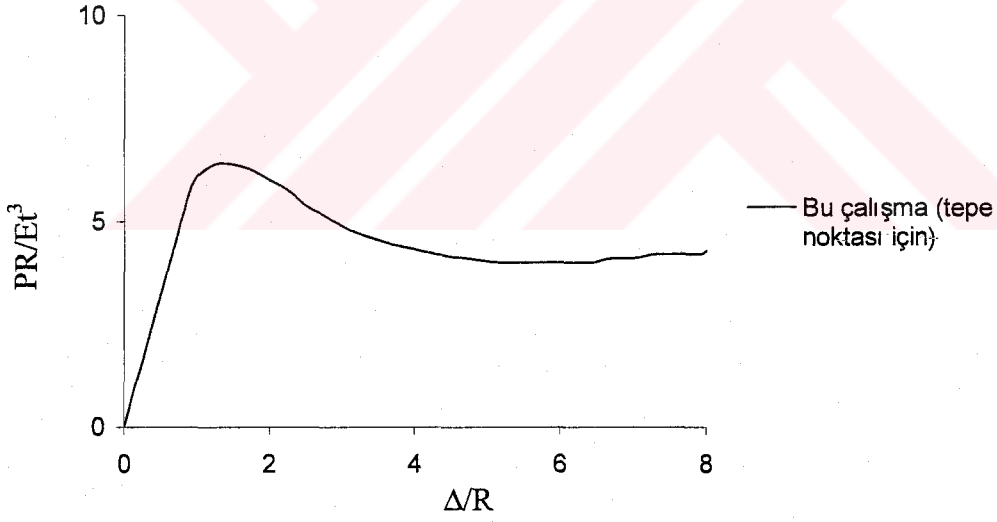
Şekil 5.22 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_o = 1,25$ mm)



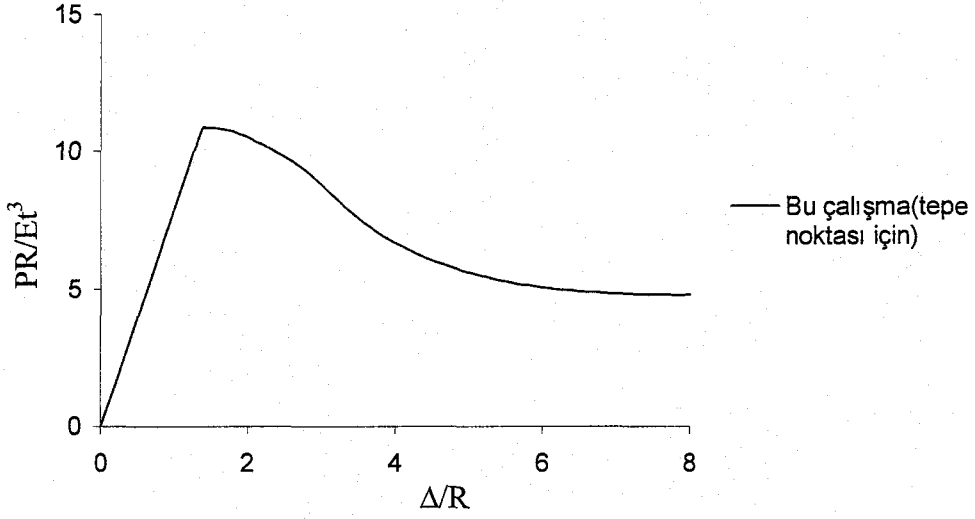
Şekil 5.23 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_o = 3,75$ mm)



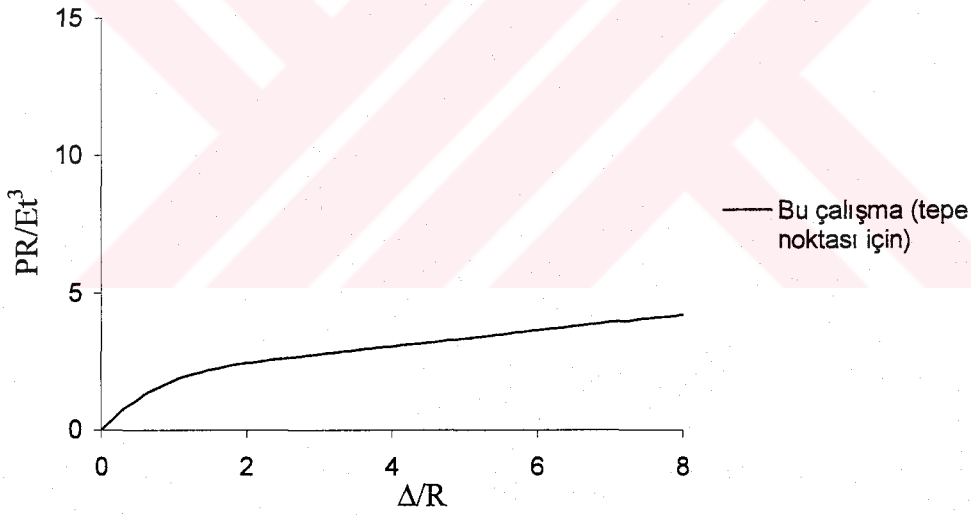
Şekil 5.24 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_0 = 7,5$ mm)



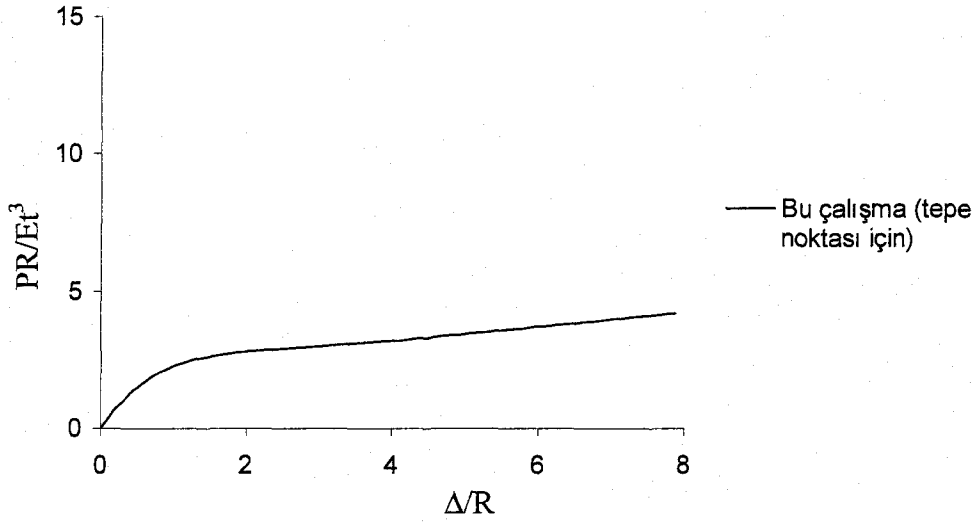
Şekil 5.25 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9,6$; $r_0 = 10$ mm)



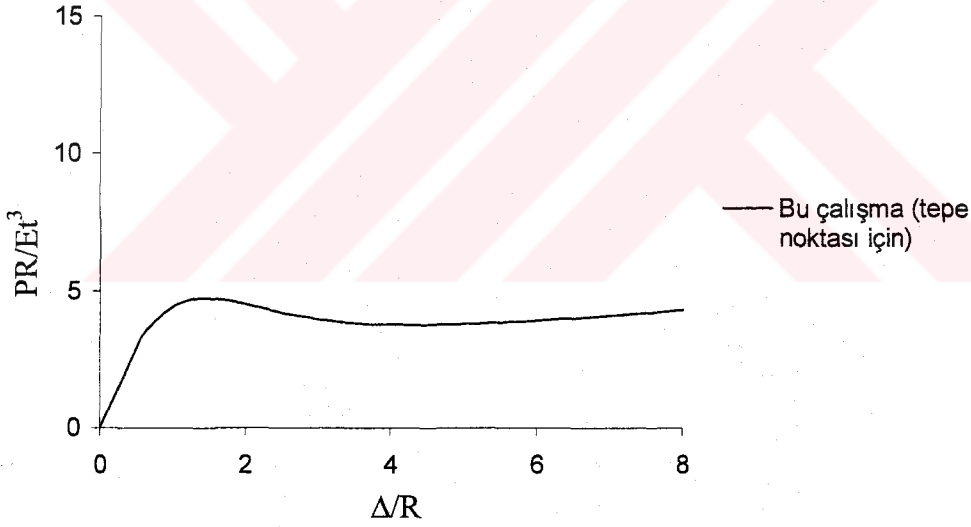
Şekil 5.26 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 9.6$; $r_o = 12.7$ mm)



Şekil 5.27 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 12.9$; $r_o = 1.25$ mm)

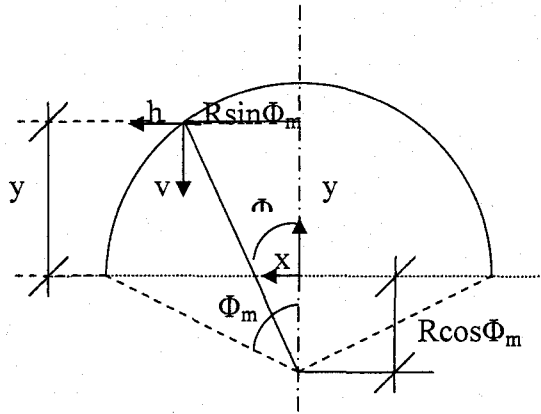


Şekil 5.28 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 12,9$; $r_o = 3,75$ mm)



Şekil 5.29 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnet için kuvvet çökme eğrisi ($R/t = 12,9$; $r_o = 7,5$ mm)

Şekil değişimi öncesi ve sonrası için kabuk geometrileri Şekil 5.30 yardımıyla elde edilebilmektedir.



Şekil 5.30 Şekil Değişimi Öncesi Kabuk Geometrisi

Şekil değişimi öncesi kabuk orta yüzeyinin koordinatları,

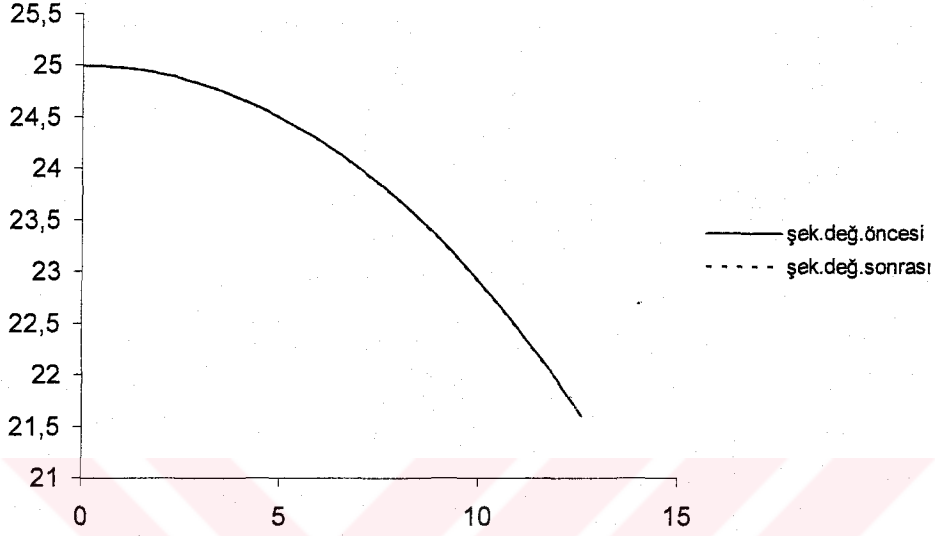
$$\begin{aligned} x &= R \sin \phi \\ y &= R \cos \phi - R \cos \phi_m = R(\cos \phi - \cos \phi_m) \end{aligned} \quad (5.1)$$

denklemleri ile ifade edilebilmektedir. Şekil değişimi sonrası kabuk geometrisi için de,

$$\begin{aligned} x &= R \sin \phi + h \\ y &= R(\cos \phi - \cos \phi_m) - v \end{aligned} \quad (5.2)$$

denklemleri yazılabilir.

Şekil 5.31’de , $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ankastre mesnetli kabuk için, şekil değiştirmemiş kabuk geometrisi ve şekil değiştirmiş kabuk geometrileri gösterilmektedir.



Şekil 5.31 $\phi_m = \frac{\pi}{2}$ ($R/t = 12,9$; $\Delta/R = 0,1$; 3; 6)

Şekil değişimi sonrasında kabuk geometrisinde çok küçük değişiklikler olduğu görülmüştür.

6. GENEL DEĞERLENDİRME

Çeşitli R/t oranlarına ($R/t=6,0$; $9,6$; $12,9$) ve ankastre mesnete sahip küresel kabuklara uygulanan yayılı çembersel kuvvet dolayısı ile, tepe noktasındaki ve çembersel kuvvetin uygulama noktasındaki çökmenin, uygulanan yayılı çembersel kuvvete göre değişimi sayısal olarak hesaplanmış ve aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir:

- (i) $\phi_m = \frac{\pi}{2}$, ankastre mesnet için bu çalışmada elde edilen boyutsuz kuvvet-tepe noktasındaki ve çembersel yayılı kuvvetin uygulama noktasındaki boyutsuz çökme eğrisinin, Taber (1986)'nın integrasyon matrisi yöntemiyle bulduğu sonuçlara, Erdölen (1998)'in iki farklı kabuk teorisine (Teori I ve Teori II) göre bulduğu sonuçlara ve Evan-Iwanowski (1963)'nin deneysel sonuçlarına yakın sonuçlar verdiği görülmüştür.
- (ii) Çembersel yayılı kuvvetin etkidiği yükseklikteki paralel çemberin yarıçapı arttıkça ($r_0=1,25$; $3,75$; $7,5$; 10 ; $12,7\text{mm}$), vurgu tipi stabilite probleminin ortaya çıktığı görülmüştür.
- (iii) $R/t=9,6$ ve $R/t=12,9$ değerlerine ait daha ince kabukların teorik sonuçları göreceli olarak büyük paralel çember yarıçapları için vurgu tipi stabilite probleminin meydana gelmediğini göstermektedir. Ancak en kalın kabuk ($R/t = 6,0$) için, vurgu tipi stabilite problemi büyük paralel çember yarıçapları ($r_0 = 7,5$; 10 ; $12,7\text{mm}$) için de meydana gelmektedir.

KAYNAKLAR

- Brodland, G. W. ve Cohen, H., (1987), "Deflection and Snapping of Spherical Shells", Journal of Solid Structures, Vol.23, No.10, 10, pp.1341-1356, Great Britain
- Cagan, J. ve Taber, L. A., (1986), "Large Deflection Stability of Spherical Shells with Ring Loads", Journal of Applied Mechanics, Vol. 53 / 897, Rochester, NY
- Chien, W. Z., ve Hu, H.C., 1956, "On the Snapping of a Thin Spherical Cap, " Proceedings of the 9th International Congress of Applied Mechanics, Brussels, Belgium
- Çağal, B., (1989), "Sayısal Analiz", Birsen Yayınevi, İstanbul
- Işık, Z., (2004), "Tekil Yük Etkisindeki Küresel Kabukların Doğrusal Olmayan Davranışı", Y.T.Ü.Yüksek Lisans Tezi, İstanbul
- Evan-Iwanowski, R. M., Loo, T. C., ve Tierney, D. W., 1963, "Local Buckling of Shells, " Developments in Mechanics, Vol. 2, Ostrach, S., ve Scanlan, R.H., eds., Pergamon, New York
- Elam,K., (1999), "İnce Dönel Kabukların Sonlu Farklar Yöntemi ile Statik Analizi", Y.T.Ü. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul
- Erdölen, A., (1998), "Sonlu Şekil Değiştirme ve Sonlu Dönme Yapan Yüzeysel Taşıyıcı Sistemlerin Teorik ve Sayısal Analizi", Y.T.Ü. Doktora Tezi, İstanbul
- Girkmann, K., (1965), "Yüzeysel Taşıyıcı Sistemler – Levhaların, Plakların, Kabukların ve Düzlem Elemanlı Kabukların Elastostatığına Giriş", İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, İstanbul
- Özden, K., (1972), "Dönel Simetrik Kabukların Mambran Hesabı ve Dönel Silindirin Eğilme Hesabı", İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi Matbaası, İstanbul
- İnan, M., (1967), "Cisimlerin Mukavemeti", İ.T.Ü. Vakfı Yayınları, İstanbul
- Özden, K. ve Bilge, M., (1966), "Küresel Kabuğa ait Umumi Münasebetler ve Betonarme bir Kubbenin Teşkil ve Hesabı", İstanbul Teknik Üniversitesi Matbaası, İstanbul
- Parnell, T.K., (1984), "Numerical Improvement of Asymptotic Solutions and Nonlinear Shell Analysis", Stanford University
- Reissner, E., 1950, "On Axisymmetrical Deformations of Thin Shells of Revolution, "Proceedings of the Third Symposium in Applied Mathematics, McGraw-Hill, New York
- Strauss, W.A., (1992), "Partial Differential Equations", Jon Wiley & Sons, New York
- Taber, L. A., (1983), "Compression of Fluid-Filled Spherical by Rigid Indenters", University of Rochester, New York
- Uptike, D. P., ve Kalnins, A., 1972, "Axisymmetric Postbuckling and Nonsymmetric Buckling of a Spherical Shell Compressed Between Rigid Plates, " ASME JOURNAL OF APPLIED MECHANICS
- Wan, F. Y.M., 1984, "Shallow Caps with a Localized Pressure Distribution Centered at the Apex, " Flexible Shells, Theory and Applications, Axelrad, E. L., and Emmerling, F. A., eds., Springer-Verlag, New York

EKLER**Ek 1** Bilgisayar programı

EK 1 Bilgisayar Programı

```

dimension a(868,868),b(868),y(868)
double precision a,b,y,vn,dvn,po,r,e,t,c,p2,po2,ri,f,t3,ep1,ep,epp
&,dc2,ds2,d,pi,dl,dc,ds,rk,rn,eps,p,hvn,hhn,hmn,hm,hh,hv,bc,ft,rl
%,ep2,bcl
c double precision a,b,y,vn,dvn,po,r,e,t,c,p2,po2,ri,f,t3,ep1,lm
c &,dc2,ds2,d,pi,dl,dc,ds,rk,rn,eps,p,hvn,hhn,hmn,hm,hh,hv,bc,ft,rl,m
data nn,vn,dvn,po,r,e,t,c,ll/150,0.d0,0.01d0,0.5d0,25d0,4.d0,
&2.6041d0,0.8680d0,122/
open (6,file='yeniyorumson15')
ke=0
po2=1.d0-po*po
n=5*nn+ll-4
rn=nn
rl=ll
pi=4.d0*datan(1.d0)
ft=pi/2.d0
d=-ft*r/(rn-1.d0)
dl=ft/(rn-1.d0)
write(6,348)nn,n
348 format(2x,'nokta sayısı=',i3,1x,'Bilinmeyen sayısı=',i4)
ep1=0.d0
p2=pi+pi
t3=t*t*t
do 12 i=1,n
12y(i)=0.d0
15 vn=vn+dvn
111kk=0
10 kk=kk+1
if(kk.ge.20)go to 16
do 122 i=1,n
b(i)=0.d0
do 122 j=1,n
122 a(i,j)=0.d0

```

```

a(1,4)=1.d0
a(2,5)=1.d0
a(3,6)=1.d0
do 13 i=1,ll-2
ri=i-1
f=ft-ri*d1
ds=dsin(f)
dc=dcos(f)
rk=r*ds
dc2=dc*dc
ds2=ds*ds
k=6*(i-1)+3
b(k+1)=-(d*po*dc/rk+1.d0-d*dc/rk)*(y(k-2))+(y(k+4))-d*ds*(y(k-1))+
&d*dc*(y(k))-d*e*t3*dc2*(y(k+1))/(12.d0*rk*rk)-d*(y(k+1))*(dc*y(k-1
&)+ds*(y(k)))
b(k+2)=-(d*po*dc/rk+1.d0-d*dc/rk)*(y(k-1))+(y(k+5))-d*po*ds*(y(k))
&/rk-e*d*t*(y(k+2))/(rk*rk)
b(k+3)=y(k+6)-(1.d0-d*dc/rk)*(y(k))
b(k+4)=-d*(y(k-2))/(e*t*c*c)+(y(k+1))*((po*d*dc/rk)-1.d0)+
&(y(k+7))
b(k+5)=-po2*d*dc2*(y(k-1))/(e*t)-po2*ds*dc*(y(k))*d/(e*t)
&+ds*d*(y(k+1))+(y(k+2))*((po*dc*d/rk)-1.d0)+(y(k+8))+(y(k+1))
&*(y(k+1))*dc*d/2.d0
b(k+6)=-po2*ds*dc*d*(y(k-1))/(e*t)-po2*ds2*d*(y(k))/(e*t)
&-dc*(y(k+1))*d+po*ds*d*(y(k+2))/rk+(y(k+1))*(y(k+1))*ds*d/2.d0-
&(y(k+3))+(y(k+9))
a(k+1,k-2)=d*dc*(po-1.d0)/rk+1.d0
a(k+1,k-1)=d*ds+d*dc*(y(k+1))
a(k+1,k)=-d*dc+d*ds*(y(k+1))
a(k+1,k+1)=d*e*t3*dc2/(12.d0*rk*rk)+d*dc*(y(k-1))+d*ds*(y(k))
a(k+1,k+4)=-1.d0
a(k+2,k-1)=d*dc*(po-1.d0)/rk+1.d0
a(k+2,k)=d*po*ds/rk
a(k+2,k+2)=d*e*t/(rk*rk)

```

```

a(k+2,k+5)=-1.d0
a(k+3,k)=1.d0-d*dc/rk
a(k+3,k+6)=-1.d0
a(k+4,k-2)=d/(e*t*c*c)
a(k+4,k+1)=1.d0-(po*dc*d)/rk
a(k+4,k+7)=-1.d0
a(k+5,k-1)=po2*d*dc2/(e*t)
a(k+5,k)=d*po2*ds*dc/(e*t)
a(k+5,k+1)=-ds*d-(y(k+1))*dc*d
a(k+5,k+2)=-((po*dc*d)/rk)+1.d0
a(k+5,k+8)=-1.d0
a(k+6,k-1)=po2*ds*dc*d/(e*t)
a(k+6,k)=d*po2*ds2/(e*t)
a(k+6,k+1)=dc*d-(y(k+1))*ds*d
a(k+6,k+2)=-po*ds*d/rk
a(k+6,k+3)=1.d0
13 a(k+6,k+9)=-1.d0
m=6*ll-9
f=ft-dl*(rl-2.d0)
ds=dsin(f)
ds2=ds*ds
dc=dcos(f)
rk=r*ds
dc2=dc*dc
b(m+1)=y(m+4)-y(m-2)*(1.d0-((dc*d)/rk))-(d/rk)*((po*dc*y(m-2))+ds
&*rk*y(m-1)-dc*rk*y(m)+(e*t3*dc2*y(m+1)))/(12.d0*rk)+y(m+1)*(rk*
&y(m-1)*dc+rk*y(m)*ds))
b(m+2)=y(m+5)-y(m-1)*(1.d0-(d*dc/rk))-(d/rk)*((po*dc*y(m-1))+(po
&*ds*y(m)))+(e*t*y(m+2)/rk))
b(m+3)=y(m+6)-y(m+1)-d*((y(m-2)/(e*t*c*c))-(po*dc*y(m+1)/rk))
b(m+4)=y(m+7)-y(m+2)-d*((po2*dc2*y(m-1))/(e*t))+(po2*ds*dc*y(m))
&/(e*t)-ds*y(m+1)-(po*dc*y(m+2))/rk-(y(m+1)*y(m+1)*dc)/(2.d0)
b(m+5)=y(m+8)-y(m+3)-d*(((po2*ds*dc*y(m-1))/(e*t))+(dc*y(m+1))+((
&po2*ds2*y(m))/(e*t))-((po*ds*y(m+2))/rk)-((y(m+1)*y(m+1)*ds)/(2.d0&)))

```

```

a(m+1,m-2)=(1.d0-((d*dc)/rk))+(d*dc*po)/rk
a(m+1,m-1)=(d*ds)+(d*dc*y(m+1))
a(m+1,m)=(-d*dc)+(d*ds*y(m+1))
a(m+1,m+1)=d*((e*t3*dc2)/(12.d0*rk*rk)+(y(m-1)*dc)+(y(m)*ds))
a(m+1,m+4)=-1.d0
a(m+2,m-1)=(1.d0-((d*dc)/rk))+(d*po*dc)/rk
a(m+2,m)=(d*po*ds)/rk
a(m+2,m+2)=(d*e*t)/(rk*rk)
a(m+2,m+5)=-1.d0
a(m+3,m-2)=d/(e*t*c*c)
a(m+3,m+1)=(1.d0-((d*po*dc)/rk))
a(m+3,m+6)=-1.d0
a(m+4,m-1)=(d*po2*dc2)/(e*t)
a(m+4,m)=(d*po2*ds*dc)/(e*t)
a(m+4,m+1)=((-d*ds)-(d*y(m+1)*dc))
a(m+4,m+2)=(1.d0-((d*po*dc)/rk))
a(m+4,m+7)=-1.d0
a(m+5,m-1)=(d*po2*ds*dc)/(e*t)
a(m+5,m)=(d*po2*ds2)/(e*t)
a(m+5,m+1)=((d*dc)-(d*y(m+1)*ds))
a(m+5,m+2)=(-d*po*ds)/rk
a(m+5,m+3)=1.d0
a(m+5,m+8)=-1.d0
do 30 i=11,nm-2
ri=i-1
f=ft-ri*dl
ds=dsin(f)
dc=dcos(f)
rk=r*ds
dc2=dc*dc
ds2=ds*ds
lm=5*i+(11-3)
b(lm)=y(lm+3)-(y(lm-2)*(1.d0-((d*dc)/rk)))-((d*po*dc*y(lm-2))/(rk)
&)-(d*ds*y(lm-1))-((e*t3*dc2*d*y(lm))/(12.d0*rk*rk))-(d*y(lm)

```


$$\&*y(lm-1)*dc)$$

$$b(lm+1)=y(lm+4)-(y(lm-1)*(1.d0-((d*dc)/rk)))-((d*po*dc*y(lm-1))/($$

$$\&rk))-((d*e*t*y(lm+1))/(rk*rk))$$

$$b(lm+2)=y(lm+5)-y(lm)-((d*y(lm-2))/(e*t*c*c))+((d*po*dc*y(lm))/(rk$$

$$\&))$$

$$b(lm+3)=y(lm+6)-y(lm+1)-((d*po2*dc2*y(lm-1))/(e*t))+ (d*ds*y(lm))$$

$$\&+((d*po*dc*y(lm+1))/(rk))+((d*dc*y(lm)*y(lm))/(2.d0))$$

$$b(lm+4)=y(lm+7)-y(lm+2)-d*po2*ds*dc*y(lm-1)/(e*t)-d*dc*y(lm)+$$

$$\&d*po*ds*y(lm+1)/(rk)+(y(lm)*y(lm)*ds*d)/(2.d0)$$

$$a(lm,lm-2)=1.d0-((d*dc)/(rk))+((d*po*dc)/(rk))$$

$$a(lm,lm-1)=d*ds+y(lm)*d*dc$$

$$a(lm,lm)=((d*e*t3*dc2)/(12.d0*rk*rk))+ (d*dc*y(lm-1))$$

$$a(lm,lm+3)=-1.d0$$

$$a(lm+1,lm-1)=(1.d0-((d*dc)/(rk))+((d*po*dc)/(rk))$$

$$a(lm+1,lm+1)=((d*e*t)/(rk*rk))$$

$$a(lm+1,lm+4)=-1.d0$$

$$a(lm+2,lm-2)=d/(e*t*c*c)$$

$$a(lm+2,lm)=1.d0-((d*dc*po)/(rk))$$

$$a(lm+2,lm+5)=-1.d0$$

$$a(lm+3,lm-1)=((d*dc2*po2)/(e*t))$$

$$a(lm+3,lm)=- (d*ds)-(d*dc*y(lm))$$

$$a(lm+3,lm+1)=1.d0-((d*dc*po)/(rk))$$

$$a(lm+3,lm+6)=-1.d0$$

$$a(lm+4,lm-1)=((d*ds*dc*po2)/(e*t))$$

$$a(lm+4,lm)=(d*dc)-(d*ds*y(lm))$$

$$a(lm+4,lm+1)=-((d*ds*po)/(rk))$$

$$a(lm+4,lm+2)=1.d0$$

$$30 a(lm+4,lm+7)=-1.d0$$

$$f=ft-dl*(rn-2.d0)$$

$$ds=dsin(f)$$

$$ds2=ds*ds$$

$$dc=dcos(f)$$

$$rk=r*ds$$

$$dc2=dc*dc$$

```

b(n-4)=y(n-1)-(y(n-6)*(1.d0-(d*dc)/(rk)))-((d*dc*po*y(n-6))/(rk))
&-(d*ds*y(n-5))-((d*e*t3*dc2*y(n-4))/(12.d0*rk*rk))-(d*dc*y(n-5)
&*y(n-4))
(n-3)=y(n)-(y(n-5)*(1.d0-((d*dc)/(rk)))-((d*dc*po*y(n-5))/(rk))-
&((d*e*t*y(n-3))/(rk*rk))
b(n-2)=-y(n-4)-((d*y(n-6))/(e*t*c*c))+((d*dc*po*y(n-4))/(rk))
b(n-1)=-y(n-3)-((d*po2*dc2*y(n-5))/(e*t))+(d*ds*y(n-4))+((d*dc*po
&*y(n-3))/(rk))+((d*dc*y(n-4)*y(n-4))/(2.d0))
b(n)=vn-y(n-2)-((d*ds*dc*po2*y(n-5))/(e*t))-(d*dc*y(n-4))+((d*ds*
&po*y(n-3))/(rk))+((d*ds*y(n-4)*y(n-4))/(2.d0))
a(n-4,n-6)=(1.d0-((d*dc)/(rk)))+(d*dc*po)/rk
a(n-4,n-5)=(d*ds)+y(n-4)*d*dc
a(n-4,n-4)=((d*dc2*e*t3)/(12.d0*rk*rk))+(d*dc*y(n-5))
a(n-4,n-1)=-1.d0
a(n-3,n-5)=(1.d0-((d*dc)/(rk)))+(d*dc*po)/rk
a(n-3,n-3)=((d*e*t)/(rk*rk))
a(n-3,n)=-1.d0
a(n-2,n-6)=d/(e*t*c*c)
a(n-2,n-4)=1.d0-((d*dc*po)/(rk))
a(n-1,n-5)=(d*dc2*po2)/(e*t)
a(n-1,n-4)=(-d*ds)-(d*dc*y(n-4))
a(n-1,n-3)=1.d0-((d*dc*po)/(rk))
a(n,n-5)=((d*ds*dc*po2)/(e*t))
a(n,n-4)=(d*dc)-(d*ds*y(n-4))
a(n,n-3)=(-d*ds*po)/rk
a(n,n-2)=1.d0
call dgelg(b,a,n,1,0.0001d0,ier)
do 25 i=1,n
25 y(i)=y(i)+b(i)
p=-p2*r*r*(dsin(ft))*(y(3))/(e*t3)
bc=vn/t
ln=6*ll-1
bcl=y(ln)/t
c if(kk-11)100,101,100

```

```

ke=ke+1
if(ke-5)100,101,100
101 write (6,14)bc,p,bcl,kk
14 format(1x,'b.çökme=',d15.7,1x,'bp=',d15.5,1x,'bcl=',d15.7,1x,'kk='
&,i2)
ke=0
100 l=6*(ll-1)
hvn=0.d0
hhn=0.d0
hmn=0.d0
do 26 i=1,l-5,6
hm=(y(i))*(y(i+3))
hmn=hmn+hm
hh=(y(i+1))*(y(i+4))
hhn=hhn+hh
hv=(y(i+2))*(y(i+5))
26 hvn=hvn+hv
ep=dabs(hmn)+dabs(hhn)+dabs(hvn)
hhn=0.d0
hmn=0.d0
do 27 i=1+l,n-6,5
hm=(y(i))*(y(i+2))
hmn=hmn+hm
hh=(y(i+1))*(y(i+3))
27 hhn=hhn+hh
epp=dabs(hmn)+dabs(hhn)
ep=ep+epp
if(kk-1)41,41,42
41 ep1=ep
go to 10
42 ep2=dabs((ep1-ep)/ep)
ep1=ep
if(ep2-0.0001d0)11,11,10
c 11if(vn-5.3d0)15,16,16

```

```

11 if(bcl-8.d0)15,16,16
16 stop
end
subroutine dgelg(r,a,m,n,eps,ier)
dimension a(1),r(1)
double precision r,a,piv,tb,tol,pivi,eps
if(m)23,23,1
1 ier=0
piv=0.d0
mm=m*m
nm=n*m
do 3 l=1,mm
tb=dabs(a(l))
if(tb-piv)3,3,2
2 piv=tb
i=l
3 continue
tol=eps*piv
lst=1
do 17 k=1,m
if(piv)23,23,4
4 if(ier)7,5,7
5 if(piv-tol)6,6,7
6 ier=k-1
7 pivi=1.d0/a(i)
j=(i-1)/m
i=i-j*m-k
j=j+1-k
do 8 l=k,nm,m
ll=l+i
tb=pivi*r(ll)
r(ll)=r(l)
8 r(l)=tb
if(k-m)9,18,18

```

```

9 lend=lst+m-k
if(j)12,12,10
10 ii=j*m
do 11 l=lst,lend
  tb=a(l)
  ll=l+ii
  a(l)=a(ll)
11 a(ll)=tb
12 do 13 l=lst,mm,m
  ll=l+i
  tb=pivi*a(ll)
  a(ll)=a(l)
13 a(l)=tb
a(lst)=j
piv=0.d0
lst=lst+1
j=0
do 16 ii=lst,lend
  piv=-a(ii)
  ist=ii+m
  j=j+1
do 15 l=ist,mm,m
  ll=l-j
  a(l)=a(l)+pivi*a(ll)
  tb=dabs(a(l))
  if(tb-piv)15,15,14
14 piv=tb
  i=l
15 continue
do 16 l=k,nm,m
  ll=l+j
16 r(ll)=r(ll)+pivi*r(l)
17 lst=lst+m
18 if(m-1)23,22,19

```

```
19 ist=mm+m
lst=m+1
do 21 i=2,m
ii=lst-i
ist=ist-lst
l=ist-m
l=a(l)+.5d0
do 21 j=ii,nm,m
tb=r(j)
ll=j
do 20 k=ist,mm,m
ll=ll+1
20 tb=tb-a(k)*r(ll)
k=j+1
r(j)=r(k)
21 r(k)=tb
22 return
23 ier=-1
return
end
```

ÖZGEÇMİŞ

Doğum tarihi	08.02.1978	
Doğum yeri	Ankara/Polatlı	
Lise	1993 – 1995	Mustafa Kemal Lisesi
Lisans	1997 – 2002	Y.T.Ü – İnşaat Fakültesi İnşaat Mühendisliği Bölümü
Yüksek Lisans	2002 -	Y.T.Ü - Fen Bilimleri Enstitüsü İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı, Mekanik Programı

