

YILDIZ TEKNİK ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

BETONARME KOLONLARDA KUŞATMA ETKİSİ İÇİN SONLU ELEMAN MODELİ

İnşaat Müh. Fatih SÖYLEMEZ

FBE İnşaat Mühendisliği Anabilim Dalı Yapı Programında
Hazırlanan

YÜKSEK LİSANS TEZİ

Tez Danışmanı : Doç. Dr. H. Orhun KÖKSAL (YTÜ)

İSTANBUL, 2006

İÇİNDEKİLER

	Sayfa
SİMGE LİSTESİ	iv
KISALTMA LİSTESİ	vi
ŞEKİL LİSTESİ	vii
ÇİZELGE LİSTESİ	ix
ÖNSÖZ.....	x
ÖZET	xi
ABSTRACT	xii
1. GİRİŞ	1
2. KUŞATMA ETKİSİ.....	2
2.1 Gerilme – Birim şekil değiştirme ilişkisi.....	3
2.2 Etkin kuşatılmış beton alanı.....	8
2.3 Kuşatma basıncı.....	12
3. BETON VE ÇELİK İÇİN KIRILMA YÜZEYLERİ VE KRİTERLERİ	15
3.1 Gerilme	15
3.1.1 Cauchy gerilme kavramı.....	18
3.1.2 Haigh-Westergaard gerilme uzayı	20
3.2 Hidrostatik Basıncıdan Bağımsız Akma Kriterleri.....	21
3.2.1 Genel.....	21
3.2.2 Tresca Akma Kriteri	22
3.2.3 von Mises Akma Kriteri	26
3.3 Basıncı Bağımlı Malzemeler İçin Akma Kriterleri.....	27
3.3.1 Mohr-Coulomb Kriteri.....	28
3.3.2 Drucker-Prager Kriteri.....	30
3.4 İzotropik Hasar Teorisi	31
4. SONLU ELEMENLAR METODU	36
4.1 Genel bağıntılar	37
4.1.1 Doğrudan çözümleme.....	37
4.1.2 Virtüel iş teoremi	39
4.1.3 Rayleigh – Ritz Metodu.....	41
4.1.3.1 Potansiyel Enerjinin Kararlı Olması Prensibi.....	41
4.2 Doğrusal olmayan hesap yöntemleri	42
4.2.1 Newton Raphson Yöntemi.....	43
4.2.2 Değiştirilmiş Newton Raphson Yöntemi.....	46

5.	NÜMERİK MODELLEME.....	47
5.1	Konuya Esas Olan Çalışmalar ve Deney Düzenekleri	47
5.1.1	Kullanılan Kolon Numuneleri	47
5.1.2	Fiktif Kolonlar	48
5.1.3	Deneyisel Bulgular	49
5.1.3.1	Etriye aralığının ve konfigürasyonunun etkileri	49
5.1.3.2	Etriye mukavemetinin etkileri	49
5.1.3.3	Beton mukavemetinin etkileri.....	49
5.1.3.4	Etkin kuşatılmış mesafe oranı.....	50
5.1.3.5	Mukavemet artış faktörü.....	50
5.2	Kolonların Modellenmesi	51
5.2.1	Geometrik Şeklin LUSAS programına girilmesi.....	51
5.2.2	Etriyenin modellenmesi ve kuşatma etkisi	52
5.2.3	Malzeme özelliklerinin girilmesi.....	54
5.2.4	Yükleme.....	56
5.3	Göçme yükü hesabı.....	58
5.4	Kuşatma basıncı hesabı.....	60
6.	ANALİZ SONUÇLARI VE TABLOLAR.....	63
6.1	Kuşatma etkisi	64
6.1.1	Beton mukavemetinin etkisi	68
6.1.2	Boyuna donatının kuşatmaya etkisi	70
6.1.2.1	Boyuna donatı çapının etkisi	70
6.1.2.2	Boyuna donatı sayısının etkisi	72
6.1.3	Etriye aralığının etkisi.....	75
6.2	Kuşatma Basıncı	76
6.2.1	Beton mukavemeti ile kuşatma basıncı ilişkisi.....	76
6.2.2	Boyuna donatı ile kuşatma basıncı ilişkisi.....	77
6.2.2.1	Boyuna donatı çapının etkisi	77
6.2.2.2	Boyuna donatı sayısının etkisi	78
6.2.3	Etriye aralığının kuşatma basıncına etkisi	79
6.3	Analiz sonuçlarının Mander vd. modeli ve deney sonuçlarıyla karşılaştırılması..	81
7.	SONUÇLAR.....	83
	KAYNAKLAR.....	85
	EKLER	87
	ÖZGEÇMİŞ.....	94

SİMGE LİSTESİ

A_{co}	En dış kuşatma donatısının kapadığı beton çekirdek alanı
A_d	Hasarlı alan
A_{et}	Etkin kuşatılmış beton alanı
A_{sh}	Kuşatma donatısı kesit alanı
A_0	Hasarsız alan
ΔA	Sonsuz küçük alan
$\underline{a}^{(e)}$	e elemanına ait nodal yer değiştirme vektörü
B	Kütle (ağırlık) kuvveti
$\underline{\underline{B}}^{(e)}$	e elemanına ait şekil değiştirme matrisi
b'_{co}	Kesit genişliği doğrultusunda en dış kuşatma donatısı dıştan dışa mesafe
$\underline{\underline{C}}$	Sönüm matrisi
c	Kohezyon katsayısı
C_i	En dış kuşatma donatısı merkezleri arasındaki mesafe
d	Hasar oranı
D	Kolon genişliği
D'	Çekirdek betonun genişliği
$\underline{\underline{D}}^{(e)}$	e elemanına ait elastisite matrisi
$\underline{D}_0$	Hasarın olmadığı durumdaki tansördür
E_0	Başlangıç elastisite modülü
$\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$	Birim vektörler
ΔF	İç kuvvet
ΔF_n	İç kuvvetin ayırma yüzeyine dik olan bileşeni
ΔF_s	İç kuvvetin ayırma yüzeyine paralel olan bileşeni
f_{hcc}	Maksimum yükteki etriye gerilmesi
f_c	Beton gerilmesi
f_{cc}	Kuşatılmış betonun 3 eksenli dayanımı
f'_c	Silindirik beton basınç dayanımı
f_{yh}	Yanal donatı akma dayanımı
h'_{co}	Kesit yüksekliği doğrultusunda en dış kuşatma donatısı dıştan dışa mesafe
I_1	Gerilme tansörünün ilk invariantı
J_2	Deviatorik gerilme tansörünün ikinci invariantı
J_3	Deviatorik gerilme tansörünün üçüncü invariantı
$\underline{\underline{K}}$	Yapı rijitlik matrisi
K_s	Mukavemet artış faktörü
ΔK_s	Mukavemetteki artışın şiddeti
k_e	Kuşatma etkinlik katsayısı
k_1	Poisson oranına bağlı kuşatma gerilmesi katsayısı
k_2	Malzeme sabiti
l	Karakteristik uzunluk
$\underline{\underline{M}}$	Kütle matrisi
$M(\tau)$	Hasar değişim fonksiyonu
$\underline{N}^{(e)}$	e elemanının şekil fonksiyonu
$\underline{R}$	Yapı yük vektörü
$\underline{R}_b$	Kütlesel yüklerden gelen kuvvet vektörü
$\underline{R}_s$	Yüzeyel yüklerden gelen kuvvet vektörü

$\underline{R}_0$	Başlangıç gerilme ve birim şekil değiştirmelerinden kaynaklanan kuvvet vektörü
$\underline{R}_c$	Konsantre yüklerden gelen kuvvet vektörü
r^t	t zamanındaki hasar eşiği
r^*	Başlangıç anındaki hasar eşiği
s	Etriye aralığı (donatı merkezlerinden)
s'	Etriye aralığı (temiz açıklık)
T	Gerilme tansörü
$t(\vec{e}_1)$	1 yönündeki gerilme vektörü
$t(\vec{e}_2)$	2 yönündeki gerilme vektörü
$t(\vec{e}_3)$	3 yönündeki gerilme vektörü
$\underline{u}^{(e)}$	e elemanının yer değiştirmesi
α	Toplam gerilme çarpanı
$\underline{\varepsilon}$	Birim şekil değiştirme tansörü
ε_{co}	Betonda maksimum gerilmeye karşılık gelen birim kısalma
ε_{cu}	Betonun en büyük birim kısalması
λ	Etkin kuşatılmış mesafe oranı
ζ, ρ, θ	Haigh-Westergaard uzayındaki gerilme invariantları
ρ_s	Yanal donatı hacimsel oranı
σ	Gerilme
$\underline{\sigma}$	Gerilme tansörü
σ_n	Normal gerilme
σ_s	Kayma gerilmesi
σ_1	1 eksenî doğrultusundaki gerilme
σ_2	2 eksenî doğrultusundaki gerilme
σ_3	3 eksenî doğrultusundaki gerilme
τ	Kayma gerilmesi
ϕ	İçsel sürtünme açısı
ϕ_y	Kuşatma donatısının çapı

KISALTMA LİSTESİ

KB	Kuşatma Basıncı
OY	Ortalama Yük
YK	Yay katsayısı

ŞEKİL LİSTESİ

Şekil 2.1 Yanal kuşatma gerilmesi (Whittaker A., 2000).....	2
Şekil 2.2 Hognestad beton modeli (1951)	4
Şekil 2.3 Kent ve Park beton modeli (1971)	4
Şekil 2.4 Geliştirilmiş Kent ve Park modeli (Ersoy ve Özcebe, 2001)	5
Şekil 2.5 Sheikh S. A. ve Uzumeri S. M modeli (1983)	7
Şekil 2.6 Kuşatılmamış beton alan elde edilişi (Sheikh S. A. ve Uzumeri S. M., 1983)	9
Şekil 2.7 Fretli donatılı kesitlerde etkin olarak kuşatılmış çekirdek (Mander vd., 1988)	10
Şekil 2.8 Etkin kuşatılmış beton çekirdek alanı (Mander vd., 1988)	11
Şekil 2.9 Gerçek kolonun eşdeğer dairesel kolona dönüştürülmesi (Paultre vd. 2003)	12
Şekil 3.1 Dış ve iç kuvvetler.....	15
Şekil 3.2 P noktasındaki gerilme vektörü	16
Şekil 3.3 Birbirine dik üç düzlem üzerinde bir noktadaki gerilme vektörleri ve bileşenleri....	17
Şekil 3.4 Herhangi bir noktadaki gerilme vektörleri	18
Şekil 3.5 Haigh-Westergaard gerilme uzayı.....	20
Şekil 3.6 Çekme durumunda $\sigma_3=0$ düzleminde akma kriteri	23
Şekil 3.7 Deviatorik düzlemde çekme durumu için Tresca ve von Mises akma kriteri	24
Şekil 3.8 Asal gerilme uzayında Tresca ve von Mises akma yüzeyleri	25
Şekil 3.9 $\sigma_x - \tau_{xy}$ düzleminin akma yüzeyi ile kesişimi	25
Şekil 3.10 İzotropik bir malzeme için akma yüzeyinin en genel şekli	27
Şekil 3.11 Deviatorik düzlemde basınç durumu akma kriterleri	29
Şekil 3.12 Asal gerilmeler uzayında basınç durumu için akma kriterleri	29
Şekil 3.13 (a) Meridyenler ($\theta=0^\circ$) (b) π düzlemi.....	30
Şekil 3.14 Hasar sonucu kesitte oluşan boşluklar (Kachanov, 1986).....	32
Şekil 3.15 Tek eksenli gerilme-birim şekil değiştirme eğrisi (Oliver vd., 1990).....	33
Şekil 3.16 Oliver modelinde farklı eleman boyutları için hasar fonksiyonu (Köksal,1998)....	34
Şekil 3.17 Hasar oranını belirlemek için kullanılan M fonksiyonu (H.O.Köksal,1998).....	35
Şekil 4.1 Mühendislik problemi – Sonlu elemanlar modeli – Sonlu eleman (LUSAS Mnl.) ..	36
Şekil 4.2 Eleman rijitlik matrisinin oluşturulması.....	37
Şekil 4.3 Düzgün yayılı yük taşıyan giriş elaman	38
Şekil 4.4 Doğrusal olmayan analizde artımlar.....	43
Şekil 4.5 Newton Raphson yönteminde ilk yük artımının hesaplanması	45
Şekil 4.6 Newton Raphson yöntemi	45
Şekil 4.7 Değiştirilmiş Newton Raphson yöntemi	46
Şekil 5.1 Kolon donatı konfigürasyonları (Chung vd., 2002)	47
Şekil 5.2 Kolon donatı konfigürasyonları (Claeson)	48
Şekil 5.3 Modelde kullanılan Mesh özellikleri.....	51
Şekil 5.4 Kolonların $\frac{1}{4}$ simetri şartına göre modellenmesi	52
Şekil 5.5 Etriyenin modellenmesi.....	53
Şekil 5.6 Yay özellikleri	53
Şekil 5.7 Donatı özellikleri	54
Şekil 5.8 Beton özellikleri	55
Şekil 5.9 LUSAS yükleme penceresi	56
Şekil 5.10 İteratif ivmelendirme	57
Şekil 5.11 Adım azaltma	58
Şekil 5.12 L8S5.5S10 modeli için Yük – Yay Sabiti grafiği	59
Şekil 5.13 Euler burkulma modları.....	59
Şekil 5.14 Kolon yüzeyindeki reaksiyon kuvveti	61
Şekil 5.15 Kolon yüzeyindeki sabit yayılı yük ve bir etriyenin kontrol ettiği alan.....	61
Şekil 6.1 Dört donatılı kolonlarda farklı beton mukavemetleri için YK değişimi	65

Şekil 6.2 Sekiz donatılı kolonlarda farklı beton mukavemetleri için YK değişimi.....	66
Şekil 6.3 On iki donatılı kolonlarda farklı beton mukavemetleri için YK değişimi	67
Şekil 6.4 Gerçek kolonlar için beton mukavemetinin göçme yüküne etkisi	68
Şekil 6.5 Beton mukavemetinin kuşatmaya etkisi	69
Şekil 6.6 Boyuna donatı çapının göçme yüküne etkisi.....	70
Şekil 6.7 Boyuna donatı çapının kuşatmaya etkisi	71
Şekil 6.8 Boyuna donatı sayısının göçme yüküne etkisi (donatı çapı 129mm ²)	72
Şekil 6.9 Boyuna donatı sayısının göçme yüküne etkisi (donatı çapı 69mm ²)	73
Şekil 6.10 Boyuna donatı sayısının kuşatmaya etkisi	74
Şekil 6.11 Etriye aralığının göçme yüküne etkisi.....	75
Şekil 6.12 Beton mukavemeti ile kuşatma basıncı ilişkisi	76
Şekil 6.13 Boyuna donatı çapı ile kuşatma basıncı ilişkisi	77
Şekil 6.14 Boyuna donatı sayısı ile kuşatma basıncı ilişkisi	78
Şekil 6.15 Etriye aralığının kuşatma basıncına etkisi (8 donatılı).....	79
Şekil 6.16 Etriye aralığının kuşatma basıncına etkisi (12 donatılı).....	80
Şekil 6.17 Yük değerlerinin karşılaştırılması	81
Şekil 6.18 Fiktif kolonlarda yük değerlerinin karşılaştırılması	81
Şekil 6.19 Kuşatma basıncının karşılaştırılması.....	82
Şekil 6.20 Fiktif kolonlarda kuşatma basıncının karşılaştırılması.....	82

ÇİZELGE LİSTESİ

Çizelge 6.1 Numune özellikleri	63
Çizelge 6.2 Genel sonuç tablosu	64
Çizelge 6.3 Dört donatılı kolonlarda farklı beton mukavemetleri için YK değişimi	65
Çizelge 6.4 Sekiz donatılı kolonlarda farklı beton mukavemetleri için YK değişimi.....	66
Çizelge 6.5 On iki donatılı kolonlarda farklı beton mukavemetleri için YK değişimi	67
Çizelge 6.6 Gerçek kolonlar için beton mukavemetinin göçme yüküne etkisi	68
Çizelge 6.7 Beton mukavemetinin kuşatmaya etkisi.....	69
Çizelge 6.8 Boyuna donatı çapının göçme yüküne etkisi.....	70
Çizelge 6.9 Boyuna donatı çapının kuşatmaya etkisi	71
Çizelge 6.10 Boyuna donatı sayısının göçme yüküne etkisi (donatı çapı 129mm^2)	72
Çizelge 6.11 Boyuna donatı sayısının göçme yüküne etkisi (donatı çapı 69mm^2)	73
Çizelge 6.12 Boyuna donatı sayısının kuşatmaya etkisi	74
Çizelge 6.13 Etriye aralığının göçme yüküne etkisi.....	75
Çizelge 6.14 Beton mukavemeti ile kuşatma basıncı ilişkisi	76
Çizelge 6.15 Boyuna donatı çapı ile kuşatma basıncı ilişkisi	77
Çizelge 6.16 Boyuna donatı sayısı ile kuşatma basıncı ilişkisi	78
Çizelge 6.17 Etriye aralığının kuşatma basıncına etkisi (8 donatılı).....	79
Çizelge 6.18 Etriye aralığının kuşatma basıncına etkisi (12 donatılı).....	80

ÖNSÖZ

Literatürde önerilmiş bazı analitik yöntemlerin, yaklaşık analitik yöntemlerle dikkate alınamayacak kadar hassas olan kuşatma etkisini hesaplamada yetersiz kaldığı bilinmektedir.

Bu tez kapsamında, betonarme kolonların, eksenel yük etkisindeki davranışlarında, yanal donatıların beton çekirdek üzerine uyguladıkları kuşatma etkisi araştırılmıştır.

Çalışmanın her bölümünde büyük emeği olan, ilk kısımda gerilme kavramı konusundaki ders notlarının kullanımına izin veren ve bana diğer tüm konularda yardımcı olan tez danışmanım Doç. Dr. H. Orhun KÖKSAL'a, YTU öğretim görevlileri Yrd. Doç. Dr. Bilge DORAN ile Yrd. Doç. Dr. Sema NOYAN'a, araştırmaların birçok aşamasında beraber çalıştığımız arkadaşım Volkan BOY'a, kuşatma modelleri konusunda bana yardımcı olan arkadaşım Şirzat AKGÜN'e ve son olarak da desteklerini sürekli yanımda hissettiğim tüm arkadaşlarımla, saygıdeğer aileme teşekkürlerimi sunarım.

ÖZET

Özellikle Türkiye gibi mevcut yapı stoğunun değerlendirilmesi ve güçlendirilmesinde etkin bir şekilde kullanılan performans dayalı tasarım yöntemlerinin kullanımındaki hızlı gelişme, betonarme elemanların eğilme davranışlarının basit ve gerçekçi bir şekilde modellenmesine duyulan ihtiyacı arttırmıştır. Literatürde mevcut deneylerin bir kısmını temel alarak türetilen ampirik modellerde (Kent ve Park 1971, Sheikh ve Üzümeri, 1983, Mander vd. 1988, vb.) kuşatma basıncının hesaplanmasında kullanılan pek çok genelleştirici varsayım bulunmaktadır. Bu konu üzerine yapılan çalışmalarda kullanılan yaklaşımların yetersiz kaldığı durumların bulunması ve genel bir modelin önerilememesindeki başlıca neden, yanal donatıların çekirdek betona uyguladıkları kuşatma basıncının hesaplanmasında kullanılan varsayımların gerçekten uzak kalmasıdır.

Bu çalışmada, betonarme kolonların, eksenel yük etkisindeki davranışlarında, yanal donatıların beton çekirdek üzerine uyguladıkları kuşatma etkisi araştırılmıştır.

Günümüz betonarme yönetmeliklerinde, kolonlar için halihazırda kuşatma basıncı hesaplarında kullanılacak bir bağıntı bulunmadığından literatürde önerilmiş bazı analitik yöntemlerin kullanılması kaçınılmaz olmaktadır. Bunun sonucunda ise güvenli tarafta kalabilmek adına gereğinden fazla donatı kullanımı maliyeti artırabileceği gibi yanal donatının hatalı kullanımı veya seçimi sonucunda oluşabilecek durumların araştırılması uygun olacaktır.

Bu tez kapsamında; çekirdek beton etrafındaki donatı etkisi bir yay sistemiyle tanımlanmaya çalışılmış, boyuna donatı yüzdesi, boyuna donatı sayısı ile çapı, etriye aralıkları, beton mukavemeti gibi parametreler göz önüne alınarak, öncelikle kuşatma basıncı ve yay katsayısı olmak üzere tüm değerlerdeki değişimlerin kolonların gerçek davranışına uygun olup olmadığı araştırılmıştır (kolon düktilitesinin değişimi incelenmemiştir).

LUSAS programında Sonlu Elemanlar yöntemiyle 3D olarak modellenen kolonlarda, izotropik hasar modeli kullanılarak, doğrusal olmayan analiz yapılmış ve yukarıda bahsedilen parametrelerin değişimleri incelenmiştir. Taşıma gücünü doğru olarak hesaplamada en önemli kriter olan kuşatma basıncının belirlenmesinde, bu parametrelerin değişimlerinin dikkate alınması gerekliliği vurgulanmıştır.

Anahtar kelimeler: Kuşatılmış betonarme kolonlar, kuşatma etkisi, kuşatma basıncı, yanal donatı, doğrusal olmayan analiz, sonlu elemanlar yöntemi..

ABSTRACT

Necessity of easy and realistic modelling of the behaviour of reinforced concrete columns in bending has increased by the rapid development in performance based design methods which are important for evaluation of existing buildings. There are a lot of assumptions to calculate confinement pressure in empirical models (Kent and Park 1971, Sheikh and Uzumeri, 1983, Mander et al. 1988, etc.) which are based on existing experiments.

Although lateral confinement in reinforced concrete components has been observed before by many researchers, there are some indefinite issues of fact and a general model can not be offered because the assumptions in calculation of the confinement pressure applied by lateral reinforcements are not realistic.

Confinement that lateral reinforcement applies to the core concrete in reinforced concrete columns under axial load has been searched in this thesis.

Because of not having a formula to calculate the confinement pressure in present reinforced concrete regulations using proposed analytical methods in literature is a necessity. In this consequences, superfluous reinforcement used for safety may cause an increase in cost, and it would be convenient to search situations like incorrect usage or selection of lateral reinforcement.

In this study, lateral confinement around the core concrete has modelled with a spring system and some parameters like volumetric ratio of longitudinal reinforcement, number and diameter of longitudinal reinforcement, space between lateral reinforcements and concrete strength studied to find if the changes in lateral confinement pressure and spring coefficient are suitable with realistic column behaviour (change in column ductility is neglected).

3D column models were analysed with LUSAS that uses finite elements method and alteration of parameters mentioned above have been studied by nonlinear analysis with an isotropic damage model. It is emphasized that the changes in these parameters are very important for computing lateral confinement pressure which is a key variable to determine the maximum load carried by columns.

Keywords: Reinforced concrete columns, lateral confinement, confinement pressure, lateral reinforcement, nonlinear analysis, finite elements method.

1. GİRİŞ

Etriye, fret, FRP sargı, çelik levha sargı gibi çeşitli kuşatma mekanizmalarının beton davranışı üzerindeki etkileri uzun yıllardan beri yapı mühendisliğinin önemli bir araştırma konusu olmuştur. Daha yirminci yüzyılın ilk çeyreğinde, yanal kuşatma basıncının betonarme elemanlar üzerindeki etkisini araştırmak suretiyle başlayan çalışmalar, yirmi birinci yüzyılın ilk yıllarında depreme karşı yapı tasarımı kapsamında FRP ile betonarme elemanların sarılması konusunda yoğunlaşarak devam etmektedir.

Literatürde mevcut deneylerin bir kısmını temel alarak türetilen birçok ampirik model mevcuttur (Kent ve Park 1971, Sheikh ve Üzümeri, 1983, Mander vd. 1988). Bu modellerde kuşatma basıncının hesaplanmasında kullanılan pek çok genelleştirici varsayım bulunmaktadır.

Kuşatma basıncı, basınç elemanlarında kapasiteyi ve sünekliği artıran temel etkidir. Taşıma gücünü doğru belirleyebilmek, öncelikle kuşatma basıncı değerinin gerçekçi olarak bulunması ile malzemelerin akma ve kırılma durumlarındaki davranışlarının uygun bir şekilde tanımlanabilmesine bağlıdır.

Bu tez çalışmasının temel amacı, betonarme kolon elemanlarda etriyelerin uyguladığı yanal kuşatma basıncı ve kolonların eksenel davranışlarının 3D modeller üzerinde doğrusal olmayan sonlu elemanlar yöntemiyle incelenmesidir.

Çalışmanın ilk aşamasında, mevcut analitik modeller ve kuşatma basıncının hesaplanması için önerilen yöntemler incelenmiştir. İkinci aşama olarak, kolonların sonlu eleman modellerinde beton ve çelik için kullanılacak malzeme modelleri irdelenerek seçilmiştir. Kırılma yüzeyi ve hasar modeli kavramları açıklanmıştır. Sonraki bölümde ise sonlu elemanlar yönteminin genel prensipleri üzerinde durulmuştur.

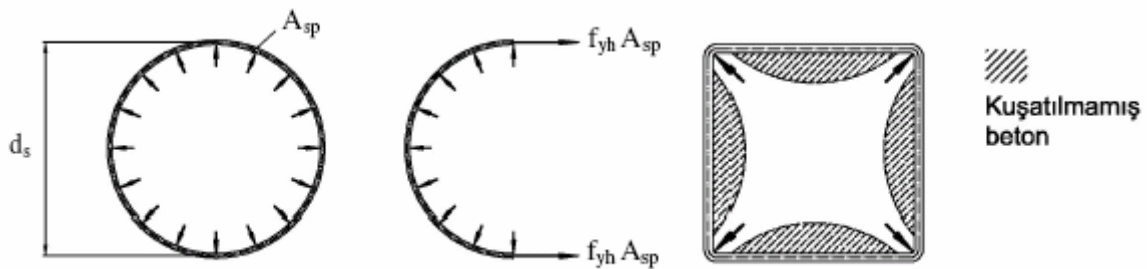
Nümerik modelleme bölümünde, LUSAS programıyla iki farklı deney çalışması içerisinden seçilen, geometrik olarak modellemeye uygun kolon numuneleri analiz edilerek sonuçlar irdelenmiştir. Modellerde kuşatma etkisi için yüzeysel yay sistemi kullanılmıştır. Hesaplanan kuşatma basıncı değerleri, analitik modellerce önerilen bağıntılarla karşılaştırılmıştır. Analiz sonuçları son bölümde ele alınarak farklı değişkenlerin (beton dayanımı, boyuna donatı sayısı ve çapı, etriye aralığı) kuşatma basıncı üzerindeki etkileri incelenmiştir.

2. KUŞATMA ETKİSİ

Betonarme elemanların birçoğunda boyuna donatıyı çepeçevre saran enine donatı bulunmaktadır. Enine donatı, helezon şeklinde fretlerden veya donatı kafesinin biçimine uymak üzere dikdörtgen şeklinde bireysel etriyelerden oluşur (Ersoy ve Özcebe, 2001). Her iki durumda da, enine donatı, içinde kalan betonu sardığından, çekirdek beton olarak da adlandırılan bu bölge “kuşatılmış alan”; enine donatının yarattığı etkiye de “kuşatma etkisi” denilmektedir.

Uzun zamandır bilinmektedir ki kuşatma, basınç altındaki kolonun taşıma kapasitesini artırmaktadır (Richart vd 1928). Bu etkiyi rahatça görebilmek için dairesel bir kolon eleman ele alalım. Eksenel basınç altında, fretle sarılmış dairesel bir kolon eleman, kullanılan betonun maksimum gerilmeye karşı gelen birim kısalma (ϵ_{co}) değerine kadar eksenel basınç altındaki beton ile aynı davranışı sergileyecektir. Bu değerden sonra ise kabuk olarak adlandırılan ve çekirdeğin dışında kalan beton alanı ezilerek dökülecektir. Fretle çevrilmiş olan çekirdek alanındaki beton ise, artan Poisson etkisi ile yana doğru genişlemeye çalışırken mikro çatlaklar oluşacaktır.

Böylece dairesel fret, çekirdekteki betona çepeçevre basınç gerilmeleri uygularken, çekirdek beton da dairesel fret donatısına eşit ve ters yönde kuvvetler uygulayacaktır. Çepeçevre yanal basınç altında bulunan çekirdek alanındaki betonun yanal basınç nedeniyle hem dayanımı hem de sünekliği artacaktır. Donatı, ideal elastik - plastik bir malzeme olarak düşünüldüğünde kuşatma basıncı maksimum değerini, donatı aktığında alacaktır.



Şekil 2.1 Yanal kuşatma gerilmesi (Whittaker, 2000)

Etriyelerle kuşatılmış beton davranışı için çeşitli analitik modeller önerilmiştir. Fretli kolonların etriyeli kolonlardan daha anlaşılır ve güvenilir davranış göstermelerine karşın uygulamadaki sıklığı nedeniyle etriyeli kolonlar kullanımda tercih edilmektedir.

Araştırmacılar analitik modellerini geliştirirken betonun çok eksenli basınç gerilmeleri altındaki davranışını inceleyen az sayıdaki deneysel çalışma sonuçlarını temel almışlardır. Bu deneylerde iki eksenli sıvı basınç silindirik beton numunelere uygulanmıştır (Richart vd., 1928, Balmer vd., 1949). Ancak dikdörtgen kesitli kolonlarda oluşan yön bağımlı (Ortogonal yöndeki iki farklı kuşatma gerilmesi) yanal kuşatma etkisini dikkate almak için dikdörtgen ve kare kesitli betonarme kolonların eksenel yük altındaki davranışları da analitik model geliştiren araştırmacılar tarafından deneysel olarak incelenmiştir (Sheikh ve Üzümeri 1983, Mander vd., 1988, Saatçioğlu ve Razvi 1992).

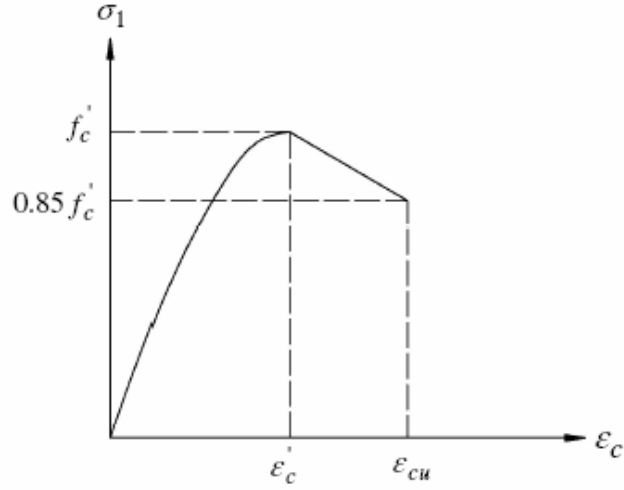
Çevrimsel yükler altındaki betonarme kesitler büyük şekil değiştirmelere maruz kaldıklarında yük taşıma kapasitelerini çekirdek içerisinde kalan kuşatılmış betonun davranışı belirler. Etriyelerle kuşatılmış kolonların davranışını açıklamak için geliştirilmiş literatürde bulunan analitik modellerden bazıları betonun gerilme–birim şekil değiştirme eğrisinin sadece maksimum gerilmeye ulaşılan kadar olan kısmını modellerken bazıları da maksimum yükten sonraki yumuşama kısmını da tanımlamaktadır. Bu modellerde genel olarak dikkate alınan faktörler sırasıyla yatay donatı miktarı, beton ve çelik mukavemeti, boyuna ve enine donatının kesitteki dağılımı, etriye aralığı ve kesit boyutlarıdır. Bu modellerin en önemlileri:

- Hognestad Modeli (1951)
- Kent ve Park Modeli (1971)
- Geliştirilmiş Kent ve Park Modeli (1982)
- Sheikh ve Üzümeri Modeli (1983)
- Saatçioğlu ve Razvi Modeli (1992)
- Mander, Priestley ve Park Modeli (1988)

dir. Tüm bu analitik modeller çoğunlukla ufak ölçekli ve basit donatı yerleşimli kolon deneyleri temel alınarak geliştirilmiştir.

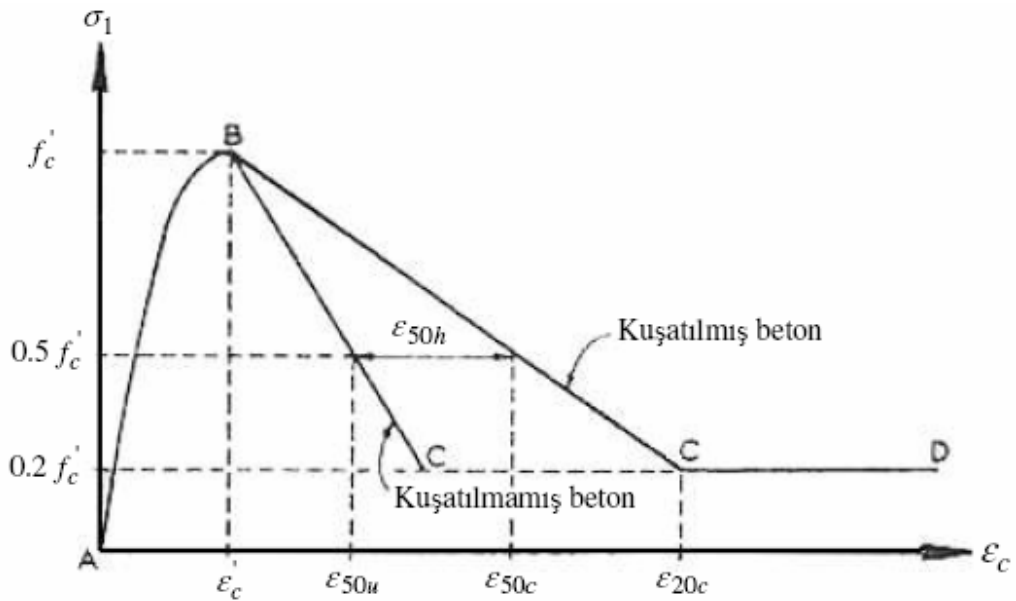
2.1 Gerilme – Birim şekil değiştirme ilişkisi

Hognestad (1951) tarafından kuşatılmamış beton için önerilen ve Şekil 2.2’de gösterilen gerilme – birim deformasyon grafiğiyle özetlenmiş bu geliştirilmiş model, Kent ve Park (1971), Sheikh ve Üzümeri (1983) Saatçioğlu ve Razvi (1992) gibi araştırmacıların da önerdikleri beton modellerinin temeli olmuştur.



Şekil 2.2 Hognestad beton modeli (1951)

Kuşatılmamış betonun davranışı için Kent ve Park (1971) beton modelinde, Hognestad (1951) tarafında önerilen ve yaygın olarak kullanılan eksantrik olarak yüklenmiş kısa kolonların deneysel sonuçlarından elde edilmiş gerilme-birim şekil değiştirme ilişkisi kullanılmıştır. Hognestad (1951), deneysel sonuçlarına dayanarak, kuşatılmamış betonun en büyük gerilme değerini $f'_c = 0.85 f'_c$ olarak önerse de Kent ve Park beton modelinde 0.85 değerini 1.0 olarak kabul etmiştir. Kuşatılmamış beton için en büyük birim şekil değiştirme değeri ϵ_{50u} olarak alınabilir (Ersoy ve Özcebe, 2001).



Şekil 2.3 Kent ve Park beton modeli (1971)

Şekil 2.4 Geliştirilmiş Kent ve Park modeli (Ersoy ve Özcebe, 2001)

Şekil 2.4'teki gerilme – birim şekil değiştirme yaklaşımı Saatçioğlu – Razvi ile Mander modellerinde de kullanılmıştır ancak eğrileri ve betondaki maksimum birim kısalma değerini elde etmek için kullanılan denklemlerde farklılıklar bulunmaktadır. Örneğin Mander vd. Popovics tarafından 1971'de önerilen bağıntıyı temel almıştır.

Kuşatılmış beton kesitlerde, sargılı beton eksenel basınç gerilmesinin küçük değerlerinde kuşatma donatısında çok küçük gerilmeler oluşur ve böylece kuşatılmamış olarak davranış gösterir. Betondaki gerilmeler betonun eksenel basınç dayanım değerine yaklaştığı zaman, kesit içinde meydana gelen boyuna çatlaklar nedeni ile, yanal kuşatma donatısında gerilmelere neden olacak şekilde, hacminde büyüme oluşur. Böylece kesitteki kuşatma donatısı betonda kuşatma etkisi meydana getirerek betonun gerilme-birim şekil değiştirme davranışında dikkate değer bir gelişmeye neden olur (Kent ve Park, 1971).

Richart vd.'nin 1928 yılında yaptığı üç eksenli beton deneyleri temel alınarak elde edilen Denklem 2.1 çok eksenli yük taşıma gücünü tanımlamaktadır. Mander vd ile Saatçioğlu-Razvi çalışmalarında kuşatılmış ve kuşatılmamış beton arasındaki ilişki aşağıdaki bağıntıyla açıklamıştır.

$$f_{cc} = f'_c + k_1 \cdot \sigma_3 \quad (2.1)$$

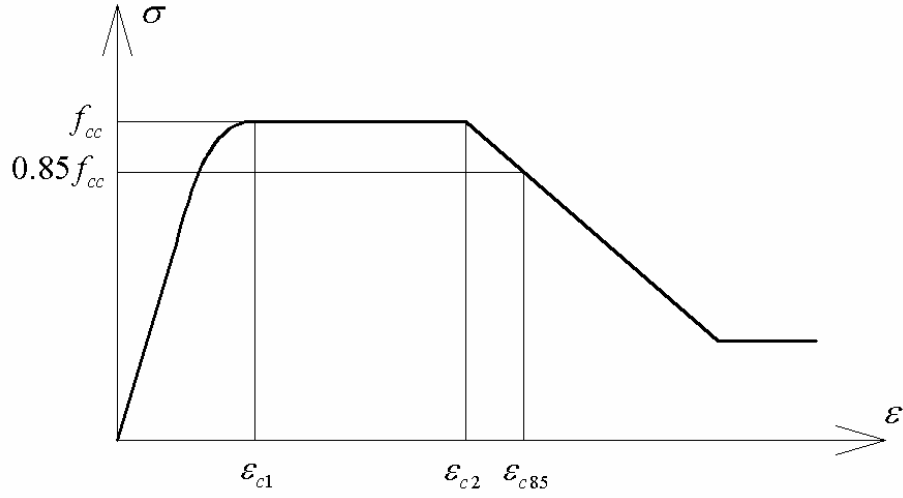
Burada f_{cc} kuşatılmış betonun 3 eksenli dayanımını, f'_c eksenel yük altındaki kuşatılmamış beton dayanımını, σ_3 yanal kuşatma basıncını ifade etmektedir. k_1 ise Poisson oranına bağlı bir fonksiyon olarak kabul edilebilir. k_1 katsayısının σ_3 değerine bağlı olarak değişimi en iyi deneysel verilere dayanılarak elde edilebilir. Aşağıda verilen eşitlik deneysel verilerin istatistiksel değerlendirilmesi sonucunda elde edilmiş olup k_1 değerinin düzgün yayılı bir σ_3 yanal kuşatması ile değişimini göstermektedir (Saatçioğlu ve Razvi, 1992).

$$k_1 = 6.70 \times (\sigma_3)^{-0.17} \quad (2.2)$$

Denklem (2.2) ile verilen ifade düzgün yayılı kuşatma basıncının mevcut olduğu durum için geçerlidir. Sık adımlarla yerleştirilmiş spiral kuşatma donatısının ve kolon boyuna donatısının mevcudiyeti ile de beton çekirdek etrafında sağlanacak kuşatma basıncı düzgün yayılı olarak kabul edilebilir (Saatçioğlu ve Razvi, 1992).

Sheikh ve Uzumeri (1983) önerdikleri modelde mukavemetteki artışı bir katsayıya

bağlayarak Şekil 2.5 ile gösterilen gerilme – birim şekil değiştirme eğrisini önermişlerdir.



Şekil 2.5 Sheikh ve Uzumeri modeli (1983)

Kuşatılmış kolonun ulaştığı maksimum gerilme değeri olan f_{cc} ile buna karşılık gelen birim şekil değiştirme aşağıdaki formüllerle hesaplanabilir;

$$f_{cc} = 0.85 f_c \times K_s \quad (2.3)$$

$$\varepsilon_{c1} = 80 K_s f_c \times 10^{-6} \quad (2.4)$$

Burada K_s mukavemet artış faktörü olarak adlandırılır ve kuşatmaya bağlı olarak betonda oluşan mukavemet artışı ile kuşatılmamış betonun mukavemeti arasındaki oranla ifade edilir;

$$K_s = 1 + \frac{P_{add}}{P_{occ}} \quad (2.5)$$

Kuşatma basıncı ile kuşatılmış betondaki mukavemet artışı arasında $(\rho_s \cdot f'_s)^\gamma$ gibi bir oran olduğunu belirtilmiştir. Burada f'_s kuşatılmış beton taşıma gücü maksimum olduğu anda yanal donatıda oluşan gerilmeyi ifade etmektedir. γ ise değeri 1'den az olan bir sabittir. Buna göre kuşatılmış betondaki mukavemet artışı, β bir sabit olmak üzere $\beta(\rho_s \cdot f'_s)^\gamma$ şeklinde ifade edilmiştir.

Kuşatmaya bağlı olarak betondaki mukavemet artışı;

$$P_{add} = A_{et} \beta (\rho_s \cdot f'_s)^\gamma \quad (2.6)$$

ve kuşatılmamış betonun mukavemeti,

$$P_{occ} = 0.85 f_c (A_{co} - A_s) \quad (2.7)$$

burada A_{co} beton çekirdek alanı, A_s toplam boyuna donatı alanı olduğuna göre; K_s değeri aşağıda verilmiştir;

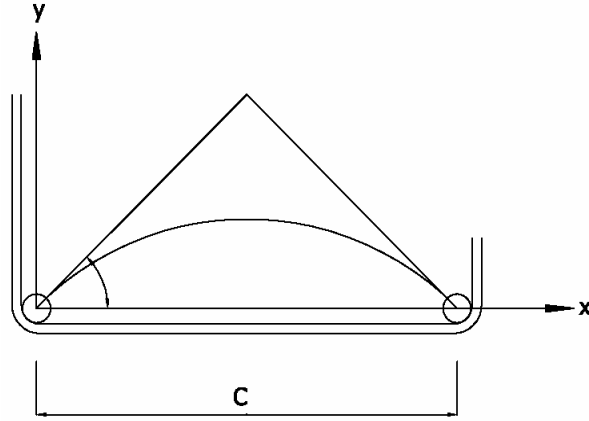
$$K_s = 1.0 + \frac{A_{et}}{A_{co} - A_s} \frac{\beta(\rho_s \cdot f'_s)^\gamma}{0.85 f_c} \quad (2.8)$$

Etkin kuşatılmış beton alanı kolon geometrisine ve donatı konfigürasyonları ile ara mesafelerine bağlı olarak değişmektedir. Farklı kolonlar için bu alanın nasıl hesaplanacağı Bölüm 2.2 altında açıklanmıştır.

2.2 Etkin kuşatılmış beton alanı

Dikdörtgen veya kare kuşatma donatısı ile kuşatılmış kesitler, hidrolik basınç altındaki ya da dairesel kesitlerdeki spiral kuşatma donatısı kadar etkin kuşatma etkisi meydana getirememektedir. Bunun sebebi, dikdörtgensel kuşatma donatısının köşeler arasında kalan kollarının eğilmeye karşı zayıf olması nedeni ile genişleyen beton çekirdeği etkin olarak kuşatamaması ve kesitin sadece köşe noktalarında etkin kuşatma kuvvetlerinin kuşatma donatısı tarafından meydana getirilebilmesidir. Buna karşın, yeterli miktardaki dikdörtgensel kuşatma donatısı betonarme kesitin sünekliğinde önemli ölçüde gelişmeye neden olmaktadır. Kent ve Park (1971) tarafından önerilen kuşatılmış beton modeli, dikdörtgensel kuşatma donatısına sahip ve sadece kesitteki boyuna donatıları içine alacak şekilde kuşatılmış kesitlerin beton davranışını tanımlamaktadır. Ayrıca önceden de ifade edildiği gibi dikdörtgensel kuşatma donatısının etkin bir şekilde beton çekirdek üzerinde kuşatma etkisi oluşturamaması nedeni ile betonun basınç dayanımı üzerinde bir etkisinin olmadığı, Kent ve Park (1971) tarafından kabul edilmiştir.

Etriye seviyesinde, yanal donatı düzenine ve boyuna donatılar arasındaki mesafeye bağlı olarak çekirdek betonun belirli bir kesimi kuşatılmamış beton davranışı sergilemektedir. Şekil 2.6'da da görüldüğü gibi, efektif kuşatılmış ve kuşatılmamış beton donatılar arasına çizilen bir yay ile tanımlanmıştır (Sheikh ve Uzumeri, 1983)



Şekil 2.6 Kuşatılmamış beton alan elde edilişi (Sheikh ve Uzumeri, 1983)

Kuşatma donatı seviyesinde etkin olarak kuşatılmış beton çekirdek alanı, α katsayısını üçgen kabulü ve parabol kabulü için sırası ile 4 veya 6'ya eşit alınarak hesaplanabilir (Sheikh ve Uzumeri, 1983).

$$A_{et} = A_{co} - \sum_{i=1}^n \frac{C_i^2}{\alpha} \quad (2.9)$$

Burada A_{co} en dış kuşatma donatısının kapadığı beton çekirdek alanı, n parabol veya üçgen sayısı ve C_i ise en dış kuşatma donatısı merkezleri arasındaki mesafedir (Mander vd modelinde bu mesafe iki donatı arasındaki temiz açıklık olarak alınmıştır).

Eğer λ , etkin olarak kuşatılmış beton alanı A_{et} 'nin çekirdek beton alanı A_{co} 'ya oranı olarak tanımlanırsa ise bu katsayı

$$\lambda = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n C_i^2}{\alpha A_{co}} \quad (2.10)$$

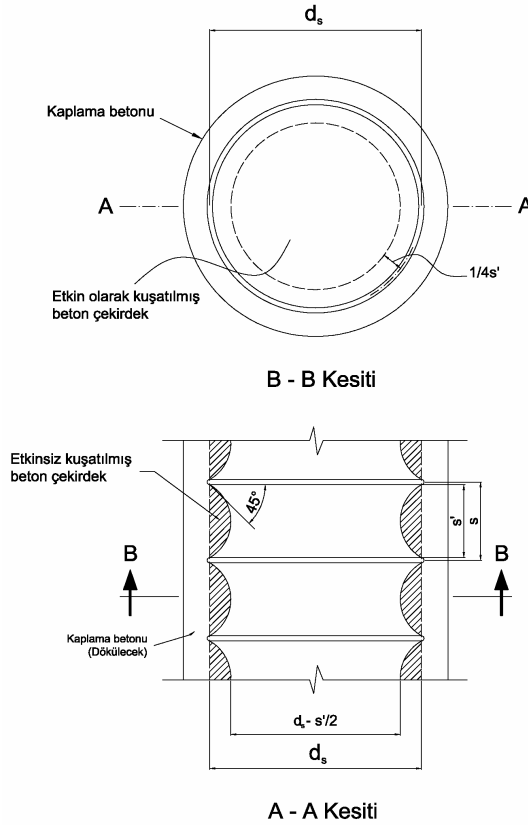
olarak yazılır.

Ayrıca kolon eleman boyunca yanal kuşatma donatısı aralığının artması ile birlikte bu doğrultuda etkin kuşatma gerilmesinde azalma meydana gelir. Şekil 2.7'deki taralı alanlar düşey kolon kesiti boyunca etkin olarak kuşatılmamış beton alanlarını temsil etmektedir. Kolon eleman boyunca hem düşey hem de yatay doğrultuda etkin olarak kuşatılmış ve kuşatılmamış beton alanlarının ikinci derece eğri ile birbirlerinden ayrıldığı kabul edilmiştir. Bu kabul için, seçilen eğrinin şeklinin pek bir önemi yoktur. Bir kolonun taşıma gücünü iki kuşatma donatısı arasında kalan en küçük beton kesit alanı belirlemektedir. Kolon yüksekliği

boyunca yerleştirilen yanal donatılar arası mesafenin artması daha küçük etkin beton kesit anlamına gelir. Ancak etkin olarak kuşatılmış beton kesit alanını kesin olarak hesaplamanın çok zor olduğu açıktır. Buna rağmen bu alan aşağıdaki basit alan bağıntısı ile dikkate alınabilir:

$$A_{co} = BH \quad (2.11)$$

$$A_{et} = \lambda A_{co} \quad (2.12)$$



Şekil 2.7 Fretli donatılı kesitlerde etkin olarak kuşatılmış çekirdek (Mander vd., 1988)

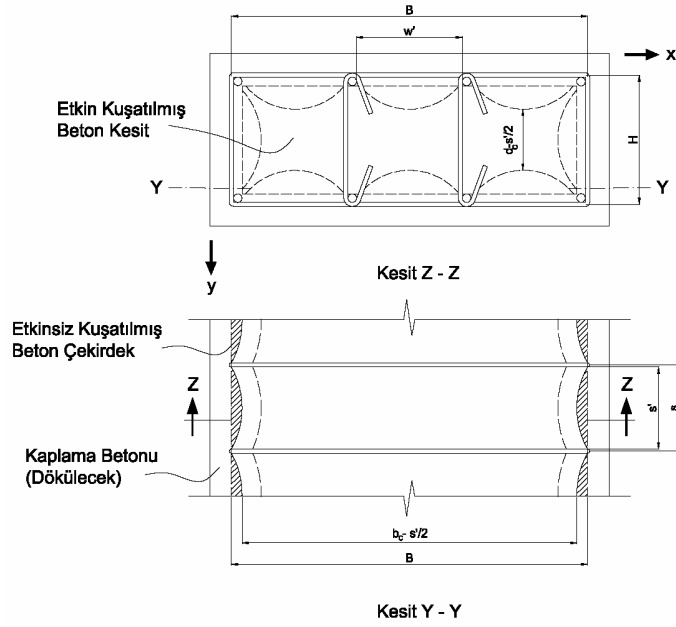
Şekil 2.7’de B ve H değerleri, dikdörtgen kesitli kolonlarda birbirine dik iki doğrultudaki en dış kuşatma donatısı merkezleri arasında kalan mesafeler olarak dikkate alınacağı gösterilmiştir. Kuşatma donatı seviyesindeki çekirdek alanı A_{co} ’da yapılacak azaltma ihmal edilerek iki kuşatma donatısı arasındaki etkin olarak kuşatılmış alan

$$(B - 2y_m)(H - 2y_m) \quad (2.13)$$

olarak ifade edilir ise sonuç olarak etkin kuşatılmış alan

$$A_{et} = \lambda(B - 2y_m)(H - 2y_m) \quad (2.14)$$

olarak bulunur. y_m kuşatma donatı sıraları arasındaki düşey mesafenin yarısı y 'nin en büyük değeri olarak $y_m = 0.25s \tan \theta$ 'dır.



Şekil 2.8 Etkin kuşatılmış beton çekirdek alanı (Mander vd., 1988)

Böylece etkin kuşatılmış beton kesit alanı, çekirdek alanına bağlı olarak

$$A_{et} = \lambda(B - 0.5s \tan \theta)(H - 0.5s \tan \theta) \quad (2.15)$$

elde edilir. Denklem (2.10), denklem (2.15)'de yerine yazılır ise;

$$A_{et} = \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^n C_i^2}{\alpha A_{co}}\right) (B - 0.5s \tan \theta) (H - 0.5s \tan \theta) \quad (2.16)$$

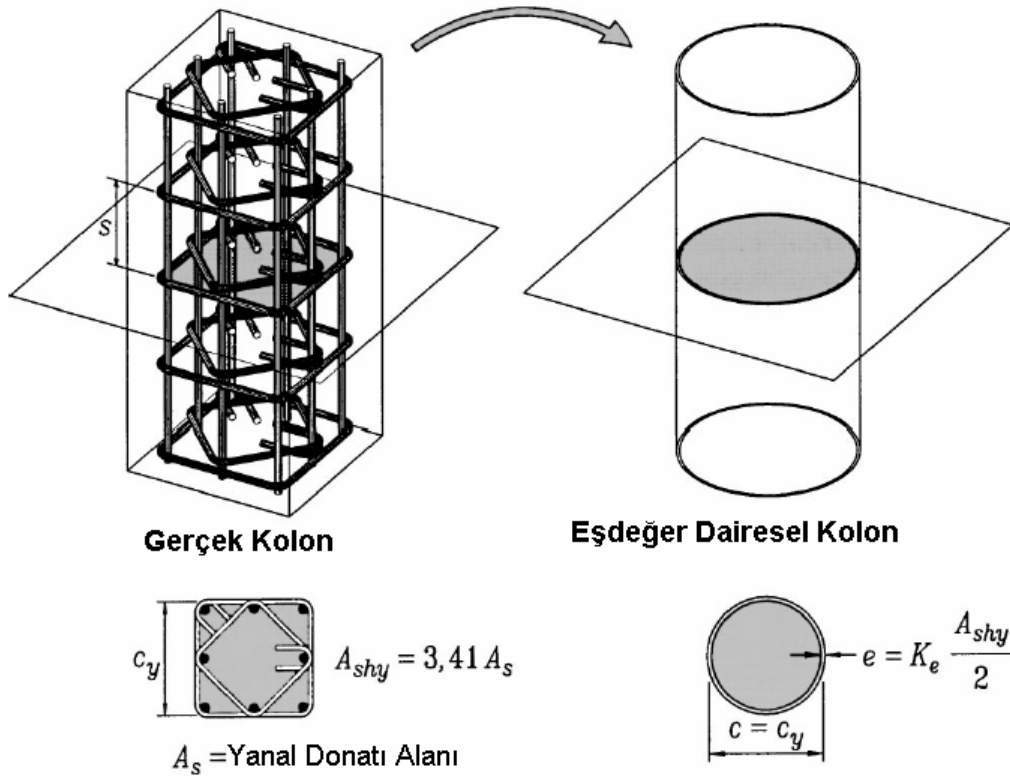
olarak bulunur (Sheikh ve Uzumeri, 1983). Boyuna donatı yerleşiminin her iki yönde de eşit olarak dağıtıldığı bir kesitte bir önceki eşitlik

$$A_{et} = \left(1 - \frac{\sum_{i=1}^n C_i^2}{\alpha A_{co}}\right) (B - 0.5s \tan \theta)^2 \quad (2.17)$$

haline gelir.

Frédéric Légeron ve Patrick Paultre'nin önerdiği modelde ise kare kolon yerine eşdeğer bir dairesel kolon oluşturulması fikri öne sürülmüştür;

Betondaki yanal deformasyonların belirli noktalarda yoğunlaşması sebebiyle etriye ve çirozlarla sarılmış kolonlarda kuşatma gerilmesi karmaşık bir dağılıma sahiptir. Kuşatma üzerine yapılmış olan sonlu elemanlar analizleri betondaki kuşatma gerilmesinin değişimini göstermektedir. Pallewatta vd. 1996 yılında, kare kolonlarda kuşatma gerilmesinin boyuna ve yanal doğrultuda nasıl bir yol izlediği üzerine çalışmıştır. Bu çalışmada kuşatma basıncının etriye seviyesinde maksimum iken etriye aralarında minimuma doğru değiştiğini göstermişlerdir. Basitleştirmek için gerçek kolon, sürekli kuşatılmış “eşdeğer” dairesel bir kolonla değiştirilmiştir (Paultre vd, 2003). (Şekil 2.9)



Şekil 2.9 Gerçek kolonun eşdeğer dairesel kolona dönüştürülmesi (Paultre vd. 2003)

2.3 Kuşatma basıncı

İki kuşatma donatısının orta kısımlarına gidildikçe etkinsiz kuşatılmış beton alanları gittikçe artacak ve böylece orta seviyedeki etkin kuşatılmış beton alanı, A_{et} giderek küçülecektir. Bu gerçeğin yansıtılabilmesi için kuşatma basıncı (Mander vd. 1988),

$$\sigma_3' = \sigma_3 k_e \quad (2.18)$$

olarak dikkate alınmıştır. Burada σ_3 kuşatılmış beton çekirdeğe etkiyen düzgün doğrusal olarak yayılı kuşatma gerilmesi,

$$\sigma_3 = \frac{1}{2} \rho_s f_{yh} \quad (2.19)$$

k_e kuşatma etkinlik katsayısı,

$$k_e = \frac{A_{et}}{A_{co}'} \quad (2.20)$$

A_{et} etkin kuşatılmış beton kesit alanı ve

$$A_{co}' = A_{co} (1 - \rho_{co}) \quad (2.21)$$

olarak tanımlanmıştır, ρ_{co} boyuna donatı alanının beton çekirdek alanına oranıdır.

Fret kullanılan kesitler için kuşatma etkinlik katsayısı;

$$k_e = \frac{\left(d_s - \frac{s'}{2d_s}\right)^2}{1 - \rho_{co}} \quad (2.22)$$

spiral donatılı kesitler için;

$$k_e = \frac{1 - \frac{s'}{2d_s}}{1 - \rho_{co}} \quad (2.23)$$

Dikdörtgensel kuşatma donatılı kesitler için kuşatma etkinlik katsayısı;

$$k_e = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{C_i^2}{6BH}\right) (B - 0.5s') (H - 0.5s')}{(1 - \rho_{co})} \quad (2.24)$$

ve benzer şekilde kare kolonlar için ise;

$$k_e = \frac{\left(1 - \sum_{i=1}^n \frac{C_i^2}{6A_{co}}\right) (B - 0.5s')^2}{(1 - \rho_{co})} \quad (2.25)$$

şeklinde hesaplarda kullanılacaktır.

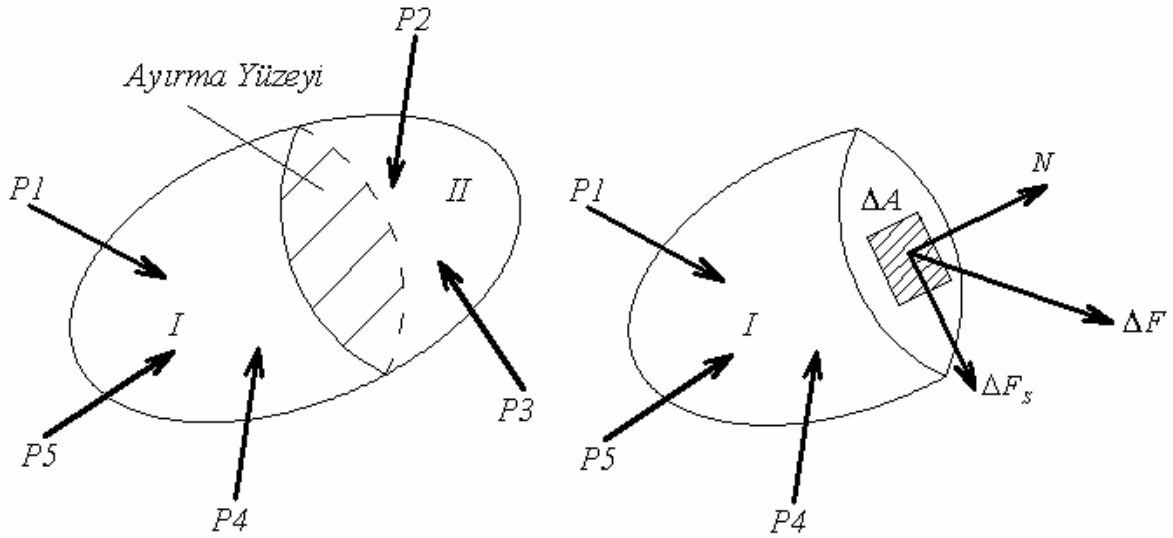
Tüm modellerin içinde Mander vd.'nin önerdiği modelin öne çıkmasındaki bir diğer önemli sebep, kuşatılmış beton basınç dayanımı σ_1 'i hesaplayabilmek için, üç eksenli deney verileri ile iyi uyum sağlaması nedeni ile, William ve Warnke (1975) tarafından tanımlanmış beş değişkenli, çoklu eksenli kırılma yüzeyi modeli kullanılmasıdır. Ancak bunun yanında eğilmeye çalışan betonarme elemanlarda meydana gelecek plastik mafsalların en büyük dönme kapasitelerini hesap edebilmek için, betonun en büyük birim kısalması ϵ_{cu} değeri için bir tahminde bulunmak gereklidir. Sonuç olarak Mander vd. (1988) ϵ_{cu} değerinin hesabı için, ilk yanal kuşatma donatısının kopma anını tahmin edecek, enerji dengelemesine dayalı oransal bir yöntem önermiştir. Bu yaklaşımda, betonarme elemanlardaki kuşatma etkisi nedeni ile meydana gelecek süneklik artışı yanal kuşatma donatısında depolanacak enerji sayesinde oluşabilmektedir (Mander vd., 1988).

3. BETON VE ÇELİK İÇİN KIRILMA YÜZEYLERİ VE KRİTERLERİ

3.1 Gerilme

Bir cismin mukavemet yönünden durumunu incelemek için, zihnen de olsa onu küçük parçalara ayırarak, analiz etmek gerekir. Ayrılan her küçük parçayı bağımsız bir cisim saymak ve buna mekaniğin ilgili teoremlerini uygulamayı kabul etmek, mekaniğin ayırma prensibinin esasını teşkil eder. Bu bağımsız cisim parçalarından bir diğerine geçen tesirin hesaba katılması, iç kuvvet fikrini doğurmuştur.

İç kuvvet, cismin parçalarını belirten ayırma yüzeyi veya kesit kavramından ayrı olarak düşünülemez. Şekil 3.1’de görülen cisim, üzerine etkiyen dış kuvvetlerle dengededir. Cismi bir ayırma yüzeyi kullanarak iki parçaya ayırdığımızı kabul edelim.



Şekil 3.1 Dış ve iç kuvvetler

Yüzeye dağılmış iç kuvvetin herhangi bir noktada dağılma şiddetini belirlemek için o civarda, birim alana etkiyen değerine gerilme adı verilir. Gerilme, iç kuvvetin bir ölçüsüdür.

$$\sigma = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} \quad (3.1)$$

Ayırma yüzeyinin normal vektörü aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$\vec{N} = n_1 \vec{e}_1 + n_2 \vec{e}_2 + n_3 \vec{e}_3 = n_1 i + n_2 j + n_3 k \quad (3.2)$$

İç kuvvet, şekilde görüldüğü üzere, ayırma yüzeyine dik ve paralel bileşenlerine ayrılır ve gerilme bu iki bileşen için tanımlanırsa “Normal Gerilme” ve “Kayma Gerilmesi” kavramları elde edilmiş olur. Normal gerilme ve kayma gerilmesi, sırasıyla denklem 3.3 ve 3.4’te gösterilmiştir;

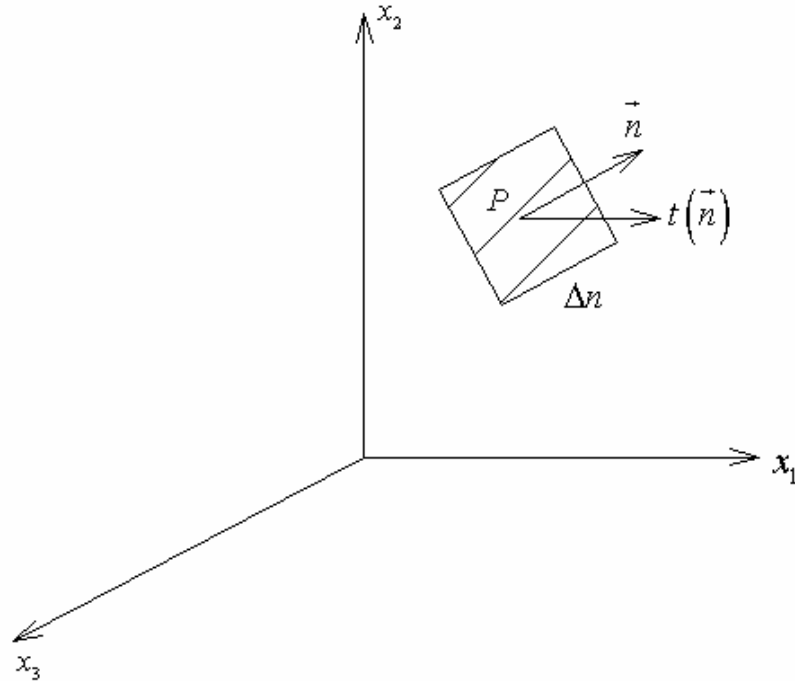
$$\sigma_n = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_n}{\Delta A} \quad (3.3)$$

$$\sigma_s = \tau = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_s}{\Delta A} \quad (3.4)$$

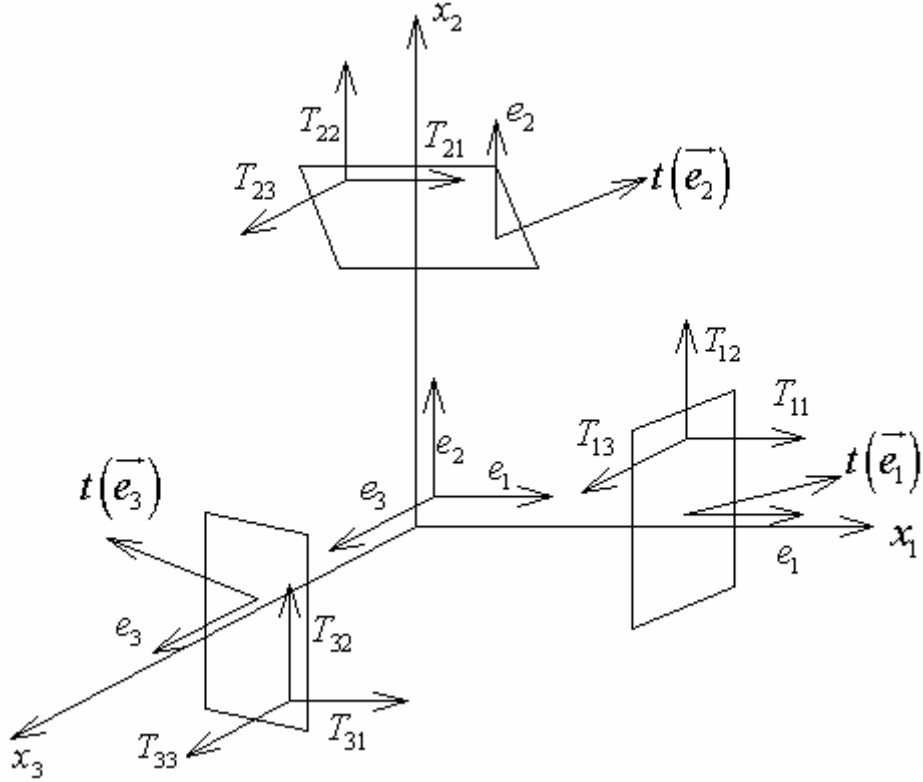
Bir noktadaki gerilme hali; o noktadaki bütün gerilme vektörlerinin toplamı olarak ifade edilir. Bunun için denklem 3.5 ile tanımlanan “Gerilme Tansörü” kullanılmaktadır.

$$\sigma = T = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Şekil 3.2’de P noktasından geçen bir ΔA alanı gösterilmiştir. Bu noktadaki gerilme durumunu tanımlayabilmek için, ikişer olarak birbirine dik üç tane gerilme düzlemi üzerindeki gerilme vektörlerinin $(t(\vec{e}_1), t(\vec{e}_2), t(\vec{e}_3))$ bilinmesi yeterli olacaktır.



Şekil 3.2 P noktasındaki gerilme vektörü



Şekil 3.3 Birbirine dik üç düzlem üzerinde bir noktadaki gerilme vektörleri ve bileşenleri

σ_{ij} 'nin bir noktadaki sonsuz küçük alanda, $t(\vec{e}_i)$ gerilme vektörünün j. bileşenini ifade ettiği düşünüldüğünde,

$$\sigma_{ij} = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

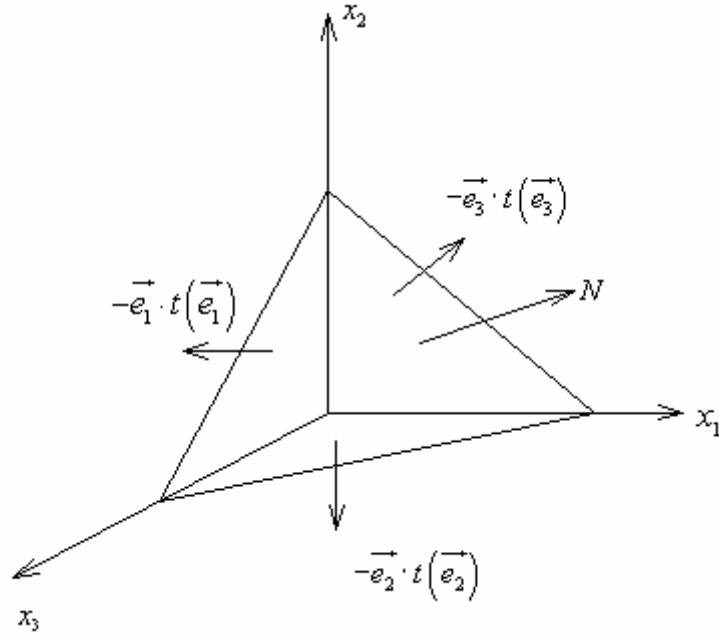
$$t(\vec{e}_1) = \sigma_{11}\vec{e}_1 + \sigma_{12}\vec{e}_2 + \sigma_{13}\vec{e}_3$$

$$t(\vec{e}_2) = \sigma_{21}\vec{e}_1 + \sigma_{22}\vec{e}_2 + \sigma_{23}\vec{e}_3 \quad (3.7)$$

$$t(\vec{e}_3) = \sigma_{31}\vec{e}_1 + \sigma_{32}\vec{e}_2 + \sigma_{33}\vec{e}_3$$

olarak bulunur.

3.1.1 Cauchy gerilme kavramı



Şekil 3.4 Herhangi bir noktadaki gerilme vektörleri

Kütlesel yüklerin etkisinde olan, ρ öz kütlesine sahip bir cisim ele alındığında, Cauchy'nin ilk yasası olan lineer momentumun korunması ilkesi gereğince aşağıdaki eşitlik yazılabilir;

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho \vec{V} dV = \int_V \rho B dV + \int_A t(\vec{n}) dA \quad (3.8)$$

Burada, B, kütle (ağırlık) kuvveti, $t(\vec{n})$ ise gerilmeleri göstermektedir. Yüzeyin normali aşağıdaki şekilde ifade edildiğine göre;

$$N = l\vec{e}_1 + m\vec{e}_2 + n\vec{e}_3 \quad (3.9)$$

Denklem 3.8 sadeleştirildiğinde;

$$\frac{d\vec{V}}{dt} - \vec{B} = \frac{\Delta A}{\rho \Delta V} \{ t(\vec{n}) - t(\vec{e}_1)l - t(\vec{e}_2)m - t(\vec{e}_3)n \} \quad \left(\frac{\Delta A}{\Delta V} \rightarrow \frac{1}{L} \right) \quad (3.10)$$

elde edilir ve burada eşitliğin sağlanabilmesi için;

$$\vec{t}(\vec{n}) - \vec{t}(\vec{e}_1)l - \vec{t}(\vec{e}_2)m - \vec{t}(\vec{e}_3)n = 0 \quad (3.11)$$

olmalıdır. Denklem 3.11 birbirine dik üç tane düzey gerilme vektörlerinin lineer

kombinasyonu olarak yazılabilir;

$$\begin{aligned} t(\vec{e}_1) &= T_{11}\vec{e}_1 + T_{12}\vec{e}_2 + T_{13}\vec{e}_3 \\ t(\vec{e}_2) &= T_{21}\vec{e}_1 + T_{22}\vec{e}_2 + T_{23}\vec{e}_3 \\ t(\vec{e}_3) &= T_{31}\vec{e}_1 + T_{32}\vec{e}_2 + T_{33}\vec{e}_3 \end{aligned} \quad (3.12)$$

Denklem 3.12 aşağıdaki şekillerde gösterilebilir;

$$\vec{t}(\vec{n}) = \vec{n} \cdot T \quad (3.13)$$

ya da

$$\vec{t}(\vec{n}) = \vec{t}(\vec{e}_1)n_1 + \vec{t}(\vec{e}_2)n_2 + \vec{t}(\vec{e}_3)n_3 \quad (3.14)$$

Denklem 3.14 ile gösterilen “Cauchy Gerilme Kavramı” herhangi bir P noktasındaki gerilmeyi bulmak için uygulanırsa;

$$\sigma_p = \sigma_{px}\vec{i} + \sigma_{py}\vec{j} + \sigma_{pz}\vec{k} \quad (3.15)$$

$$\sigma_{px} = l \cdot \sigma_{xx} + m \cdot \sigma_{yx} + n \cdot \sigma_{zx}$$

$$\sigma_{py} = l \cdot \sigma_{xy} + m \cdot \sigma_{yy} + n \cdot \sigma_{zy} \quad (3.16)$$

$$\sigma_{pz} = l \cdot \sigma_{xz} + m \cdot \sigma_{yz} + n \cdot \sigma_{zz}$$

Denklem 3.11’deki şekilde yazıldığında;

$$\vec{\sigma}_p = l \cdot \vec{\sigma}_x + m \cdot \vec{\sigma}_y + n \cdot \vec{\sigma}_z \quad (3.17)$$

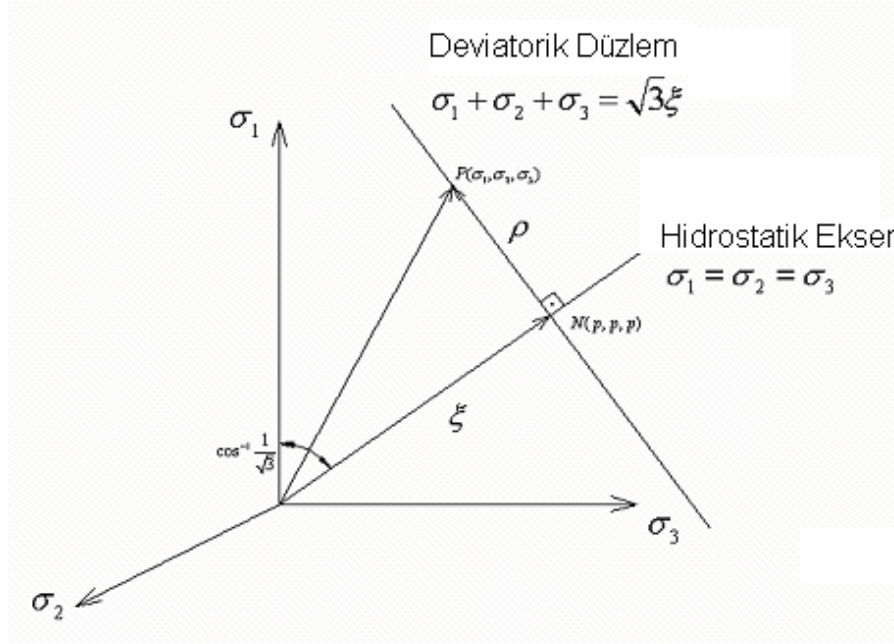
$$l \cdot \vec{\sigma}_x = \sigma_{xx}\vec{i} + \sigma_{xy}\vec{j} + \sigma_{xz}\vec{k}$$

$$m \cdot \vec{\sigma}_y = \sigma_{xy}\vec{i} + \sigma_{yy}\vec{j} + \sigma_{yz}\vec{k} \quad (3.18)$$

$$n \cdot \vec{\sigma}_z = \sigma_{xz}\vec{i} + \sigma_{yz}\vec{j} + \sigma_{zz}\vec{k}$$

3.1.2 Haigh-Westergaard gerilme uzayı

Kırılma kriterleri açıklanmaya çalışılırken bir noktadaki gerilmenin geometrik olarak gösterilmesi yararlı olmaktadır. Gerilme tansörünün birbirinden bağımsız altı bileşeni olmasına rağmen bu bileşenlerle çalışmak çok zor olduğundan gerilme sadece asal gerilme bileşenleri ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) ile tanımlanabilir. Bir noktadaki gerilmenin üç asal gerilme ile tanımlanabileceği uzaya Haigh-Westergaard gerilme uzayı adı verilmiştir.



Şekil 3.5 Haigh-Westergaard gerilme uzayı

Tüm eksenlerle aynı açığı yapan bir ON doğrusu üzerindeki her noktada $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ eşitliği sağlanmaktadır bu doğrudan geçen eksen ise Hidrostatik eksen olarak adlandırılmıştır. Bu doğruya dik düzlemler de Deviatorik düzlemdir ve aşağıdaki eşitlikle ifade edilebilir.

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sqrt{3}\xi$$

ξ değerinin sıfır olduğu orijin noktasından geçen deviatorik düzleme ise π düzlemi denilmektedir.

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$$

Herhangi bir P noktasında ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$) koordinatlarına sahip gerilme değerini tanımlayabilmek için ON (ξ) ve NP (ρ) doğrularının değerleri bilinmelidir.

$$|\overrightarrow{ON}| = \overrightarrow{OP} \cdot \vec{n} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}} \right)$$

$$|\overrightarrow{ON}| = \frac{1}{\sqrt{3}} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{I_1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}p = \xi$$

$$\overrightarrow{NP} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{ON} = (\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) - (p, p, p)$$

$$\overrightarrow{NP} = [(\sigma_1 - p), (\sigma_2 - p), (\sigma_3 - p)]$$

$\overrightarrow{NP}$ doğrusu aşağıdaki şekilde sadeleştirilirse;

$$\overrightarrow{NP} = (s_1, s_2, s_3)$$

$$\rho = |\overrightarrow{NP}| = \sqrt{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2} = \sqrt{2J_2} = \sqrt{3}\tau_{oct}$$

3.2 Hidrostatik Basınçtan Bağımsız Akma Kriterleri

3.2.1 Genel

Akma kriteri, herhangi bir malzemenin bileşik gerilme durumlarındaki elastik sınırlarını tanımlar. Basit çekme durumunda elastik limit, akma gerilmesi (σ_0) iken basit kayma durumunda sınır, kayma gerilmesi (τ_0) değerine eşit olacaktır. Genel anlamda akma durumu aşağıdaki şekilde gösterilebilir;

$$f(\sigma_{ij}, k_1, k_2, \dots) = 0 \quad (3.19)$$

burada k_1 ve k_2 malzeme sabitleridir ve deney sonuçlarına göre belirlenirler.

İzotropik malzemelerde gerilmeyi asal gerilmeler cinsinden tanımlamak yeterli olacağından akma kriteri aşağıdaki şekli alır;

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, k_1, k_2, \dots) = 0 \quad (3.20)$$

Bunun yanında asal gerilmeler, gerilme invariantları I_1 , J_2 ve J_3 'ün kombinasyonları şeklinde de gösterilebileceğinden;

$$f(I_1, J_2, J_3, k_1, k_2, \dots) = 0 \quad (3.21)$$

olarak da gösterilirken burada I_1 gerilme tansörünün (σ_{ij}) ilk invariantı, J_2 ve J_3 ise deviatorik

gerilme tansörünün (S_{ij}) ikinci ve üçüncü invariantlarıdır. Bu invariantlar Haigh-Westergaard koordinatlarıyla da gösterilebilir ve akma kriteri şu şekilde de yazılabilir;

$$f(\xi, \rho, \theta, k_1, k_2, \dots) = 0 \quad (3.22)$$

Metaller için yapılan deneyler sonucunda hidrostatik basıncın akma üzerindeki etkisinin göz ardı edilebileceği kanıtlanmıştır. Böylelikle akma fonksiyonu;

$$f(J_2, J_3, k_1, k_2, \dots) = 0 \quad (3.23)$$

Basit çekmedeki gerilme - birim deformasyon eğrisi bileşik gerilme durumu hakkında bir fikir vermesi açısından tek başına yeterli olmamaktadır. Akma yüzeyini belirleyebilmek için birden fazla bileşik gerilme deneyi yapmak gerekmektedir.

Yukarıda genel olarak akma fonksiyonunun nelere bağlı olduğu açıklanmıştır. Bir sonraki bölümde metaller için Tresca ve von Mises kriterleri anlatılacaktır.

3.2.2 Tresca Akma Kriteri

Metaller için bileşik gerilme durumundaki ilk akma kriteri Tresca tarafından 1864 yılında öne sürülmüştür. En genel haliyle akmanın, bir noktadaki maksimum kayma gerilmesi değerinin kritik bir k değerine ulaşmasıyla olacağı esasına dayanmaktadır (Denklem 3.24).

$$\text{Max}\left(\frac{1}{2}|\sigma_1 - \sigma_2|, \frac{1}{2}|\sigma_2 - \sigma_3|, \frac{1}{2}|\sigma_3 - \sigma_1|\right) = k \quad (3.24)$$

Bu denklemdeki k bir malzeme sabitidir ve basit çekme halinde ($\sigma_1 = \sigma_0$ ve $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$) aşağıdaki gibi hesaplanabilir;

$$k = \frac{\sigma_0}{2} \quad (3.25)$$

$\sigma_1 - \sigma_2$ düzlemindeki farklı bölgeler için maksimum kayma gerilmelerini yazdığımızda Şekil 3.6'daki akma yüzeyi elde edilecektir. (+,+) bölgesinde σ_1 eksenini ile ortagonal arasında kalan kısımda;

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1}{2} \quad (3.26)$$

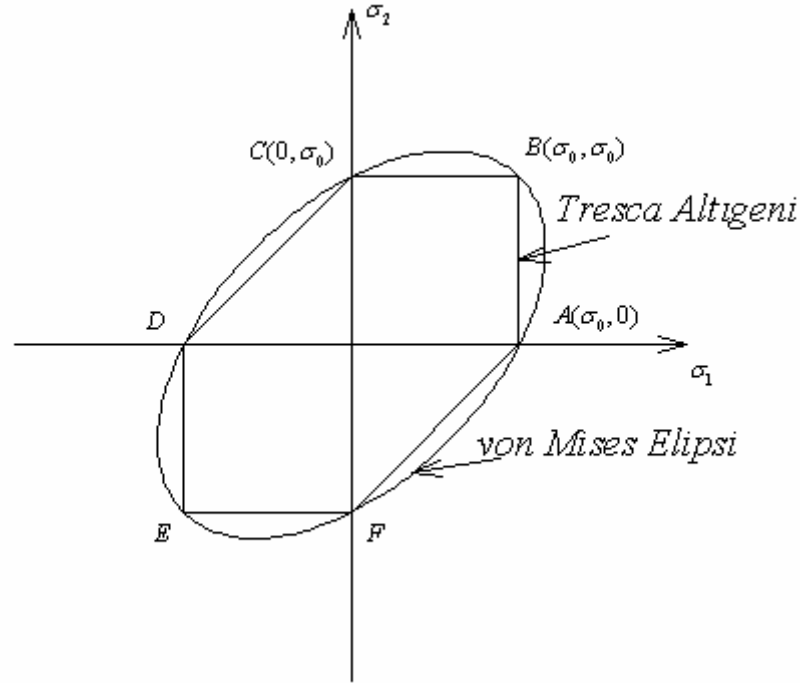
şeklinde yazılacağı için $\sigma_1 = \sigma_0$ olacaktır ve bu eşitlik bize AB doğrusunu vermektedir. Yine (+,+) bölgesinde, σ_2 ile ortagonal arasında kalan noktalarda maksimum kayma gerilmesi;

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_2}{2} \quad (3.27)$$

olacağından bu sefer $\sigma_2 = \sigma_0$ olarak yazılacak ve bu şekilde BC doğrusu elde edilecektir. (-,+) bölgesinde ise;

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} \quad (3.28)$$

şeklindedir, dolayısıyla akma kriteri $\sigma_1 - \sigma_2 = \sigma_0$ olarak karşımıza çıkar ve CD doğrusu elde edilir. Aynı işlemler her bölgede uygulandığında akma yüzeyi ABCDEF altıgeni olarak karşımıza çıkacaktır.



Şekil 3.6 Çekme durumunda $\sigma_3 = 0$ düzleminde akma kriteri

Asal gerilmeler uzayında akma yüzeyini tanımlamak için $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$ kabulü yapılır ise;

$$\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{J_2} \left[\cos \theta - \cos \left(\theta + \frac{2}{3} \pi \right) \right] = k \quad (0 \leq \theta \leq 60^\circ) \quad (3.29)$$

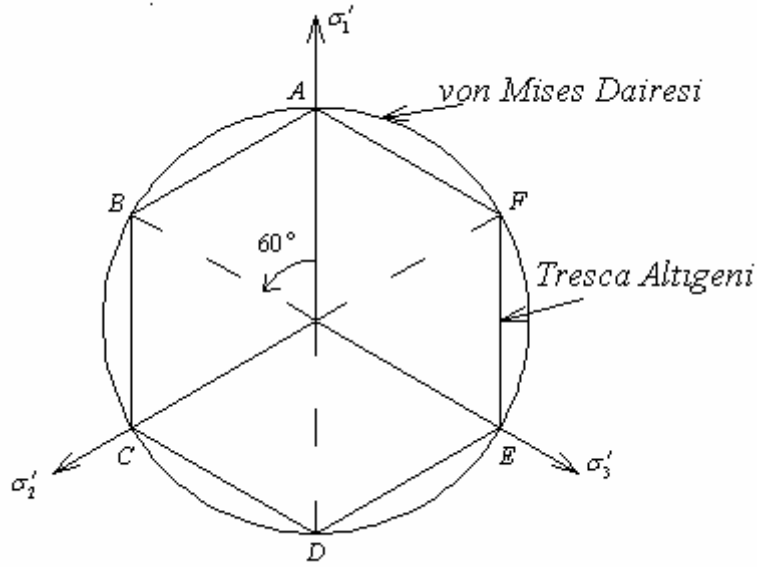
denklemini elde edilir. Aynı denklem gerilme invariantları ve ξ , ρ , θ cinsinden yazmak istenirse;

$$f(J_2, \theta) = 2\sqrt{J_2} \sin\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right) - \sigma_0 = 0 \quad (0 \leq \theta \leq 60^\circ) \quad (3.30)$$

$$f(\rho, \theta) = \sqrt{2}\rho \sin\left(\theta + \frac{1}{3}\pi\right) - \sigma_0 = 0 \quad (3.31)$$

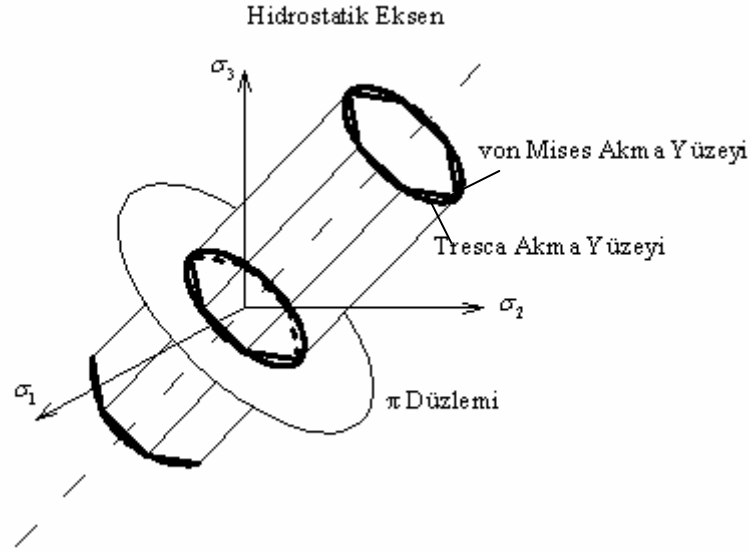
denklemleri yazılabilir.

Hidrostatik basıncın akma yüzeyine etkisi olmadığından yukarıdaki iki denklem I_1 veya ζ den bağımsız olarak, hidrostatik eksene paralel, silindirik bir yüzey oluşturur.



Şekil 3.7 Deviatorik düzlemde çekme durumu için Tresca ve von Mises akma kriteri

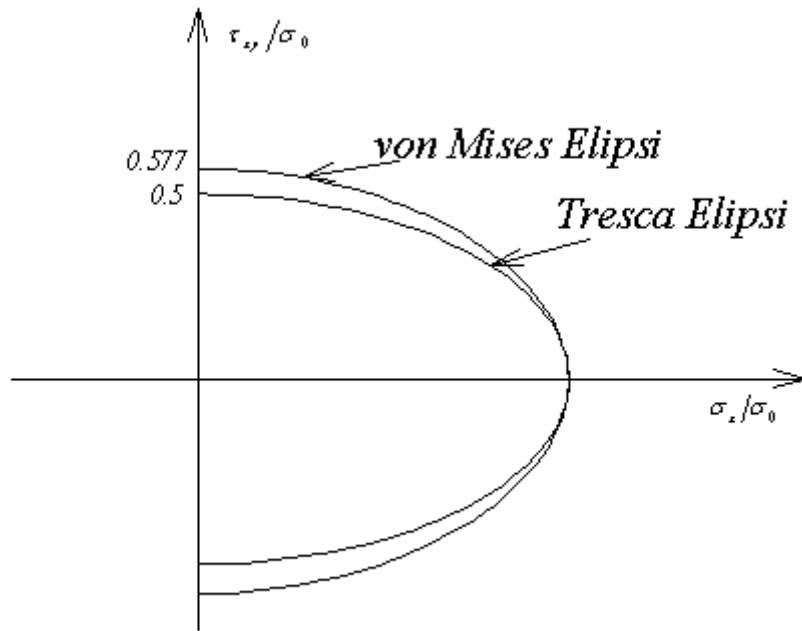
Deviatorik düzlemde ise söz konusu denklemler A ($\theta=0$, $\rho = \sqrt{2/3}\sigma_0$) ve B ($\theta=60^\circ$, $\rho = \sqrt{2/3}\sigma_0$) noktalarından geçen doğrularla gösterilir (Şekil 3.7). Bu şekilde beş farklı doğru daha elde edilerek deviatorik düzlemde, düzgün bir altıgen elde edilebilir. Asal gerilme uzayında akma yüzeyinin altıgenler prizması olduğu Şekil 3.8’de gösterilmiştir. Şekil 3.6’da gösterilen iki eksenli gerilme durumunun geometrik yeri $\sigma_3=0$ olduğu nokta ile silindirin kesiştiği düzlemdir.



Şekil 3.8 Asal gerilme uzayında Tresca ve von Mises akma yüzeyleri

İzotropik malzemeler için düşünüldüğünden bu modelde akma yüzeyini genel bir gerilme uzayında göstermeye gerek yoktur. Ancak bazı durumlarda birbirine dik düzlemlerin genel gerilme uzayında kesişmesi önem kazanmaktadır. Örneğin normal gerilme ve kayma için akmanın geometrik yeri, bir elips denklemi vermektedir;

$$\sigma_x^2 + 4\tau_{xy}^2 = \sigma_0^2 \quad (3.32)$$



Şekil 3.9 $\sigma_x - \tau_{xy}$ düzleminin akma yüzeyi ile kesişimi

3.2.3 von Mises Akma Kriteri

Tresca'nın önerdiği maksimum kayma gerilmesi kriteri basit olmasının yanında ara asal gerilmelerin etkisini yansıtmamaktadır. Oktahedral kayma gerilmesi veya deformasyonun birim şekil değiştirme enerjisi basınçtan bağımsız malzemeler için önemli birer değişken olacaktır. von Mises kriteri bu alternatif düşünceye dayanmaktadır. Buna göre akma, oktahedral kayma gerilmesi kritik bir k değerine ulaştığında başlamaktadır.

$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3} J_2} = \sqrt{\frac{2}{3}} k \quad (3.33)$$

daha basit haliyle;

$$f(J_2) = J_2 - k^2 = 0 \quad (3.34)$$

ya da asal gerilmeler cinsinden;

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 6k^2 \quad (3.35)$$

burada k basit kayma durumundaki akma gerilmesidir ve tek eksenli gerilme testi için bulunursa ($\sigma_1 = \sigma_0$, $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$);

$$k = \frac{\sigma_0}{\sqrt{3}} \quad (3.36)$$

Basınçtan bağımsız izotropik malzemeler için akma kriterini denklem 3.23'teki forma sokmak için elimizdeki en uygun denklem 3.34; deviatorik düzlemle kesişimi dairesel bir silindiri temsil etmektedir. Bu dairenin yarıçapı;

$$\rho = \sqrt{2} k \quad (3.37)$$

İki eksenli gerilme durumunda von Mises kriteri, $\sigma_3 = 0$ düzlemi ile dairesel silindirin kesişimiyle temsil edilir.

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1 \sigma_2 = \sigma_0^2 \quad (3.38)$$

yukarıdaki elips denklemi Şekil 3.7'de gösterilmiştir. von Mises yüzeyinin genel gerilme uzayında $\sigma_x - \tau_{xy}$ düzlemi ile kesişimi de yine bir elips oluşturmakta ve Şekil 3.9'da gösterilmektedir;

$$\sigma_x^2 + 3\tau_{xy}^2 = \sigma_0^2 \quad (3.39)$$

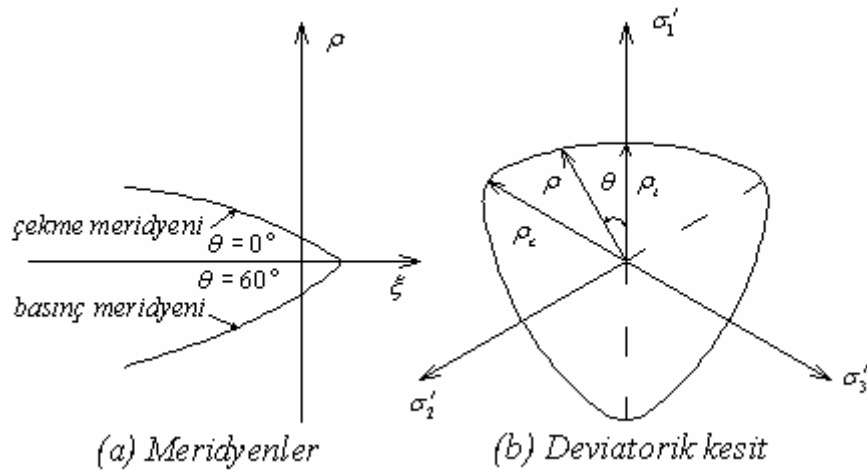
3.3 Basınç Bağımlı Malzemeler İçin Akma Kriterleri

Bir malzemenin kırılması genellikle yük taşıma kapasitesiyle tanımlanmaktadır. Ancak, ideal plastik malzemeler için akma anı aynı zamanda kırılma anlamına da geldiğinden mukavemeti akma gerilmesi değerine göre belirlenmektedir.

Bilindiği üzere çoğu duktıl metalin akması, hidrostatik basınçtan bağımsız olarak gerçekleşmektedir. Bunun yanında toprak, kaya ve beton gibi bazı metal olmayan malzemeler, hidrostatik basınç altındaki davranışlarına bağlı olarak karakterize edilmektedir. Dolayısıyla denklem 3.21 ve 3.22'deki gerilme invaryantı I_1 veya ξ değerleri yok sayılamazlar.

Akma yüzeyinin genel şekli, üç boyutlu bir gerilme uzayında, deviatorik düzlemle meridyen düzlemindeki meridyenlerinin kesiştiği noktada tanımlanabilir. Akma yüzeyinin kesiti bu yüzey ile hidrostatik eksene dik olan deviatorik düzlemin ($\xi=\text{sabit}$) kesişimiyle oluşmaktadır. Akma yüzeyinin meridyenleri ise bu yüzey ile hidrostatik eksenin geçtiği bir düzlemin (meridyen düzlemi) ($\theta=\text{sabit}$) kesişimidir.

İzotropik bir malzeme için Şekil 3.10'da gösterilen koordinat eksenleri keyfi olarak yerleştirilebilir.



Şekil 3.10 İzotropik bir malzeme için akma yüzeyinin en genel şekli

Şekildeki asal gerilmeler arasında $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ ilişkisi olduğu varsayılırsa. Aşağıdaki iki özel durum için Haigh-Westergaard gerilme uzayındaki θ tanımlamaları kullanılarak basınç ve çekme meridyenleri gösterilebilir.

$\theta_1=60^\circ$ basınç meridyenini göstermektedir;

$$\cos \theta_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{s_1}{\sqrt{J_2}} = \frac{2\sigma_1 - \sigma_1 - \sigma_3}{2\sqrt{3}\sqrt{\frac{2}{6}(\sigma_1 - \sigma_3)^2}} = \frac{1}{2} \quad \sigma_1 = \sigma_2 > \sigma_3 \quad (3.40)$$

$\theta_2=0^\circ$ çekme meridyenini göstermektedir;

$$\cos \theta_2 = \frac{2\sigma_1 - \sigma_3 - \sigma_3}{2\sqrt{3}\sqrt{\frac{2}{6}(\sigma_1 - \sigma_3)^2}} = 1 \quad \sigma_1 > \sigma_2 = \sigma_3 \quad (3.41)$$

Bu koşullara dayanarak, izotropik malzemeler için akma yüzeyinin genel hali Haigh-Westergaard gerilme uzayında, Şekil 3.10'da gösterilmiştir.

3.3.1 Mohr-Coulomb Kriteri

Mohr-Coulomb kriteri 3.41 denkleminde tanımlanan Coulomb sürtünme kanunlarının genelleştirilmiş halidir.

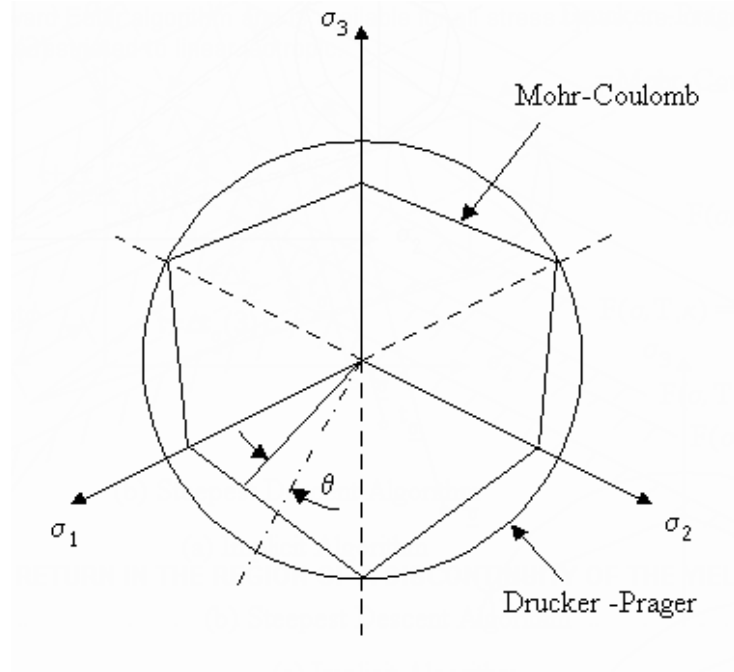
$$F(\sigma, k) = \tau - (c - \sigma_n \tan \phi) = 0 \quad (3.42)$$

denklemden görülen τ kayma gerilmesinin büyüklüğünü, σ_n normal gerilmeyi, c kohezyonu ve ϕ ise içsel sürtünme açısını temsil etmektedir. Mohr-Coulomb kriteri gerilmenin sabit olduğu durumlar için şöyle yazılabilir,

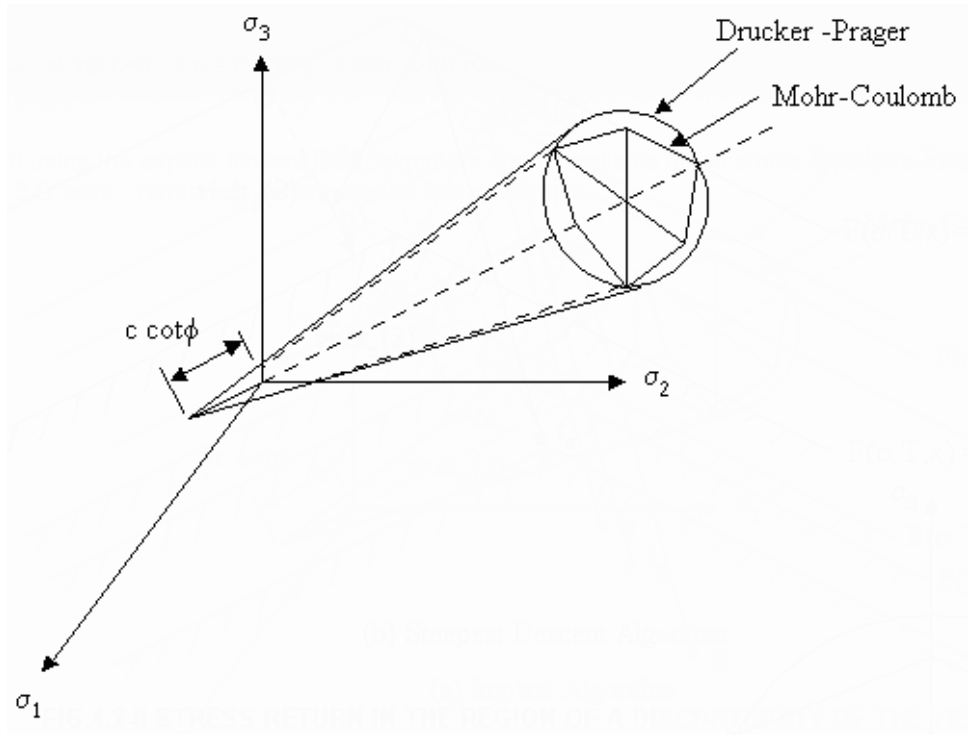
$$F(\sigma, k) = \sigma_n \sin \phi + \sqrt{J_2} \left[\cos \theta - \frac{1}{\sqrt{3}} \sin \theta \cos \phi \right] - c \cdot \cos \phi \quad (3.43)$$

Denklemden kohezyonu simgeleyen “ c ” ve içsel sürtünme açısını simgeleyen ϕ parametreleri, birim şekil değiştirme pekleşmesine bağlıdır.

Model gerilme durumları için doğrudan ileten Euler algoritmasını kullanarak tamamlanır. Pekleşme lineer izotropik durumla sınırlanmıştır.



Şekil 3.11 Deviatorik düzlemde basınç durumu akma kriterleri



Şekil 3.12 Asal gerilmeler uzayında basınç durumu için akma kriterleri

3.3.2 Drucker-Prager Kriteri

1952 yılında formüle edilen Drucker-Prager kriteri, von Mises kriterine hidrostatik gerilme bileşeninin eklenmesiyle elde edilmiştir. En genel haliyle;

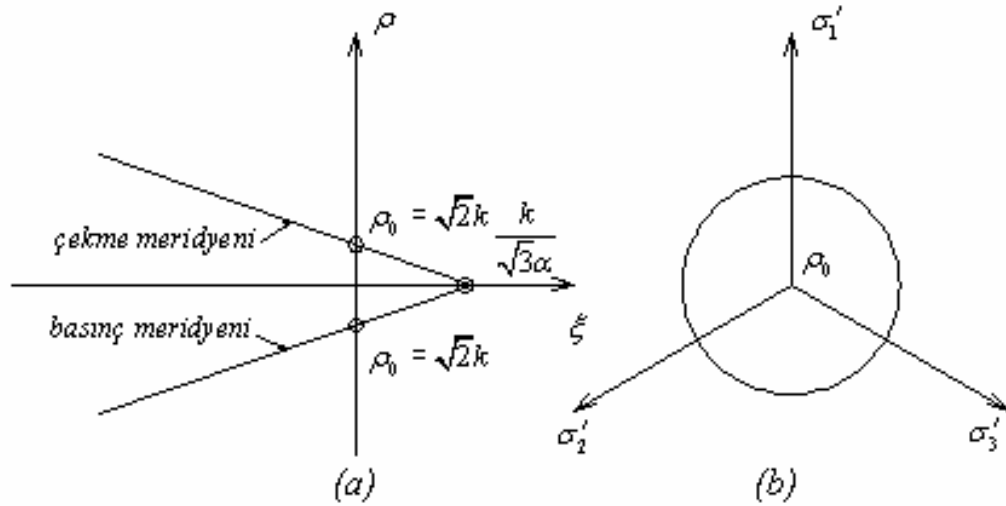
$$f(I_1, J_2) = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - k = 0 \quad (3.44)$$

ya da

$$f(\xi, \rho) = \sqrt{6}\alpha\xi + \rho - \sqrt{2}k = 0 \quad (3.45)$$

burada α ve k malzeme sabitleri olarak tanımlıdır. α sıfır olduğunda denklem 3.45 von Mises kriteri halini alacaktır.

Denklem 3.45, asal gerilme uzayında düzgün dairesel bir koni oluşturmaktadır. Meridyenleri ve kesit alanı Şekil 3.13'te gösterilmiştir.



Şekil 3.13 (a) Meridyenler ($\theta=0^\circ$) (b) π düzlemi

Mohr-Coulomb kriterindeki altıgen şekil nümerik çözümlemelerde sorun olabileceğinden Drucker-Prager kriterinde bu altıgen uygun bir daireye dönüştürülerek bir koni elde edilmiştir. Örneğin, söz konusu daire, altıgenin dış sınırından geçirildiğinde iki yüzey basınç meridyeninde çıkarışır ve malzeme sabitleri aşağıdaki şekilde bulunur;

$$\alpha = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad (3.46)$$

$$k = \frac{6 \cdot c \cdot \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad (3.47)$$

Bu durumda akma fonksiyonu aşağıdaki şekilde yazılabilir;

$$f(I_1, J_2) = \frac{2 \sin \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} I_1 + \sqrt{J_2} - \frac{6 \cdot c \cdot \cos \phi}{\sqrt{3}(3 - \sin \phi)} \quad (3.48)$$

3.4 İzotropik Hasar Teorisi

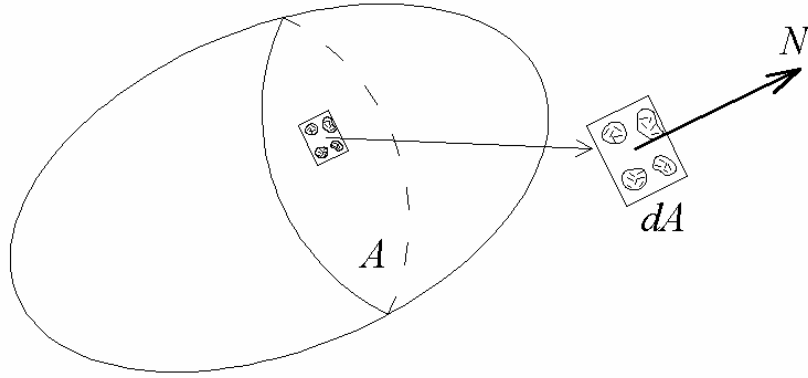
İstenmeyen mekanik ve çevresel durumlara maruz kalan malzemede mikro-yapısal değişikliklere bağlı olarak mukavemet azalışı görülmektedir. Oluşacak hasarın tasarım aşamasında gerçekçi olarak hesaplanabilmesi için hasar olgusu uygun mekanik formüllerle açıklanmalıdır. Genel anlamda, hasarın teorik tanımı çok karışık olabilmektedir. Özellikle çok eksenli gerilme ve düzgün olmayan yükleme yapılan deneylerde hasarı hesaplayabilmek kolay olmamaktadır. Teorinin oluşturulmasında büyük önem taşıyan fonksiyon ve sabitlerin bulunması da deneysel datanın azlığına bağlı olarak giderek zorlaşmaktadır.

Hasarın oluşumu sırasında malzemenin mekanik yapısının değişimi (sünme, mikro çatlakların oluşumuyla meydana gelen plastik hasar, yorulma, çelikte pekleşme, kimyasal değişikliklerin yol açtığı hasar, yük altındaki betonda oluşan çatlaklar) genel olarak geri döndürülemede ve bu durum düzensizliğin artmasıyla sonuçlanmaktadır (Kachanov, 1986).

Hasarı tanımlamak için kullanılan değişken, skaler bir sayı, bir vektör, ikinci ya da dördüncü dereceden bir tansör olabilir. Skaler hasar değişkeni malzemede oluşan mikro çatlakların hacimsel değişimine bağlı olduğundan ve basitliğinden dolayı izotropik hasarı tanımlamada yaygın şekilde kullanılmaktadır (Köksal ve Karakoç, 1999).

İzotropik hasar modellerinde, doğrusal olmayan davranış, tek bir d değişkeniyle tanımlanmıştır. Bu değişken, hasarı malzemenin sekant rijitliğindeki kayıp olarak ölçer ve 0 ile 1 arasında bir değere sahiptir, $0 \leq d \leq 1$. Şekil 3.14'te normal N olan A alanlı bir kesit gösterilmiştir. Hasar sonucu kesitin belli bir kesimi kırılacak (kaybolacaktır) bu alan kaybını A_d , ve hasarsız durumu da A_0 ile gösterdiğimizde hasar şu şekilde tanımlanabilir;

$$d = \frac{A_d}{A_0} \quad (3.49)$$



Şekil 3.14 Hasar sonucu kesitte oluşan boşluklar (Kachanov, 1986)

Malzemedeki rijitlik değişimi şekil 3.15'teki $\sigma - \varepsilon$ düzleminde gösterilmiştir. İzotropik hasar modelleri için bünye denklemi aşağıda verilmiştir.

$$\underline{\sigma} = (1 - d) \underline{D}_0 \underline{\varepsilon} \quad (3.50)$$

Burada $\underline{\sigma}$ ve $\underline{\varepsilon}$ sırasıyla gerilme ve birim şekil değiştirme tansörleri, $\underline{D}_0$ ise hasarın olmadığı durumdaki tansördür (Kachanov, 1986). Modelde malzeme rijitliği sadece skaler bir faktörle değiştiğinden izotropi korunmaktadır. Ayrıca denklem elastik ve elastik olmayan parçalara ayrılarak aşağıdaki şekilde de yazılabilir;

$$\underline{\sigma} = (1 - d) \underline{D}_0 \underline{\varepsilon} = \underline{D}_0 \underline{\varepsilon} - d \underline{D}_0 \underline{\varepsilon} = \underline{\sigma}_0 - \underline{\sigma}_i$$

$$\underline{\sigma}_0 = \underline{D}_0 \underline{\varepsilon} \quad (3.51)$$

$$\underline{\sigma}_i = d \underline{\sigma}_0 = d \underline{D}_0 \underline{\varepsilon}$$

Denklem 3.50 ile tanımlanan model, d değeri deformasyonun her aşamasında hesaplanabilirse tamamen kararlıdır. Bu bağlamda aşağıdaki tanımlamalar yapılmalıdır (Oliver vd., 1990);

(a) Birim şekil değiştirme tansörünün ($\underline{\varepsilon}$) ya da alternatif olarak hasarın sıfır olduğu durumdaki gerilme tansörüne ($\underline{\sigma}_0$) ait uygun bir norm olan τ , eşdeğer birim şekil değiştirme olarak adlandırılır ve deformasyonun farklı durumlarını karşılaştırmak için kullanılır. Böylece yükleme, geri yükleme ve yeniden yükleme gibi kavramları tanımlamak uygun olmaktadır. τ normu, skaler bir fonksiyondur (pozitif değerler alır ve hasarsız durum için sıfır olmalıdır).

(b) Hasar kriteri, $F(\tau, r) \leq 0$ 'ın en genel hali aşağıda verilmiştir;

$$F(\tau^t, r^t) = \tau^t - r^t \leq 0 \quad \forall t \geq 0 \quad (3.52)$$

burada τ^t , (a) maddesinde tanımlanmış norm, r^t , t zamanındaki hasar eşiğidir. r^* başlangıç anındaki değer olarak tanımlanırsa $r^t \geq r^0 = r^*$ olmalıdır. Hasar, τ normu, t zamanındaki hasar eşiği değerine ulaştığı anda meydana gelmektedir. G fonksiyonu uygun bir monotonik skaler fonksiyon olarak alındığında, denklem 3.52'yi aşağıdaki şekilde yazmak daha doğru olacaktır;

$$\bar{F}(\tau^t, r^t) = G(\tau^t) - G(r^t) \leq 0 \quad \forall t \geq 0 \quad (3.53)$$

(c) Hasar eşiği, hasar değişkeni ve iç değişkenlerin değişimi aşağıdaki şekilde gösterilebilir;

$$r^t = \max(r^0, \max \tau^s) \quad 0 \leq s \leq t \quad (3.54)$$

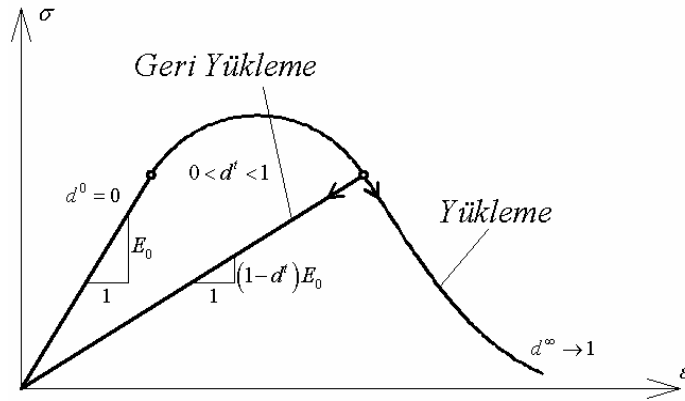
$$d^t = G(r^t) \quad (3.55)$$

Hasar değişimini tanımlayan $M(\tau)$ skaler fonksiyonu monotonik olmalı ve 0 ile 1 arasında değerler almalıdır. Oliver vd. hasar için aşağıdaki fonksiyonu önermişlerdir;

$$M(\tau^t) = 1 - \frac{\tau^*}{\tau^t} \exp \left\{ A \left(1 - \frac{\tau^*}{\tau^t} \right) \right\}; 0 < \tau^* \leq \tau^t \quad (3.56)$$

burada τ^* başlangıç hasar eşiği değeridir. $\tau(\varepsilon)$ fonksiyonu seçildikten sonra bu değer tek eksenli çekme deneyinden elde edilen sonuçlarla kolaylıkla hesaplanabilmektedir (Oliver vd., 1990);

$$\tau^* = \frac{f_t}{\sqrt{E_0}} \quad (3.57)$$

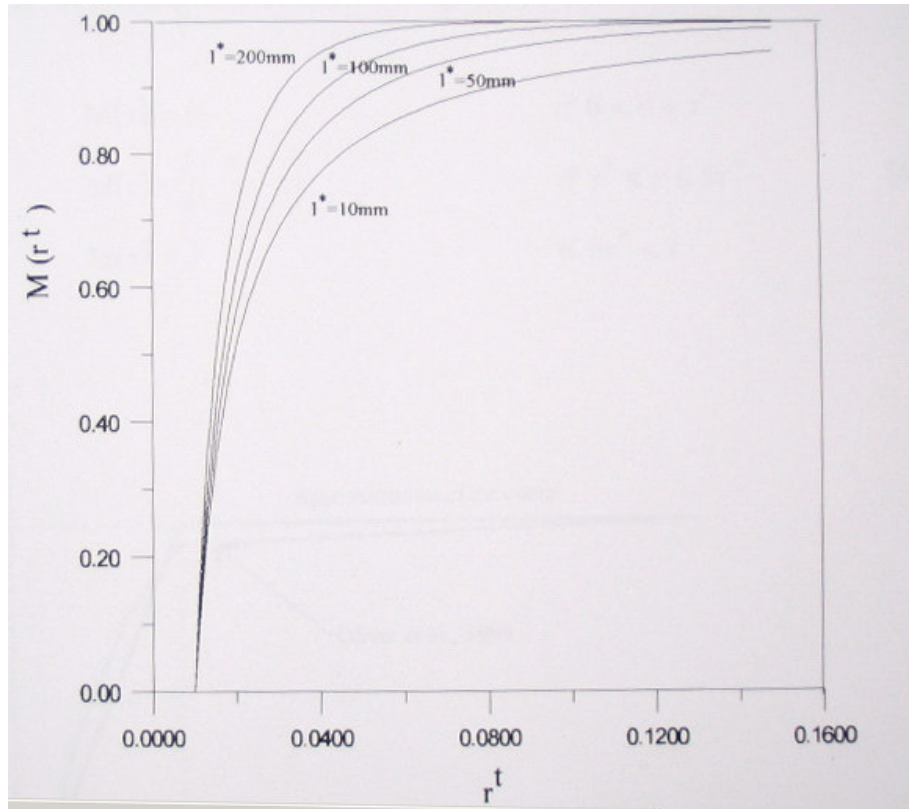


Şekil 3.15 Tek eksenli gerilme-birim şekil değiştirme eğrisi (Oliver vd., 1990)

Denklem 3.56'daki A parametresi, sonlu elemanlar ağında kullanılan elemanın maksimum boyutunu dolaylı olarak sınırlayan bir faktördür;

$$A = \left(\frac{G_f E_0}{l^* (f_1)^2} - \frac{1}{2} \right)^{-1} \geq 0 \quad (3.58)$$

burada l^* , sonlu elemanın karakteristik uzunluğudur ve h_x, h_y, h_z eleman boyutları olmak üzere $l^* = \sqrt[3]{h_x h_y h_z}$ formülüyle hesaplanır.



Şekil 3.16 Oliver modelinde farklı eleman boyutları için hasar fonksiyonu (Köksal,1998)

Şekil 3.16'da görüldüğü üzere hasarın eleman boyutlarındaki değişimle büyük değişiklikler göstermediği görülmektedir. Bu düşünceden yola çıkarak Köksal, 1998 yılındaki doktora çalışmasında A değerini doğrusal olmayan sonlu elemanlar analizinde gerçekçi sonucu verecek optimum bir eleman boyutu için daha basit bir hale getirmiştir (Denklem 3.62). Bunu yaparken kırılma enerjisi olarak tanımlanabilecek G_f için aşağıdaki bağıntıyı kullanmıştır (Phillips ve Binsheng, 1993);

$$G_f = 30.5 + 6.64 f_t^2 \quad (3.59)$$

3.58 denkleminde yer alan başlangıç elastisite modülü, E_0 ;

$$E_0 = \frac{2f_c}{\varepsilon_0} \approx 1000f_c \approx 100000f_t \quad (3.60)$$

kabulüyle A parametresi yeniden düzenlenirse;

$$A = \left(\frac{371.4}{l^*} - \frac{1}{2} \right)^{-1} \quad (3.61)$$

Son olarak karakteristik uzunluk olan l^* değeri, 10 ile 100mm arasında olduğu durumlarda denklemdeki $\frac{1}{2}$ değeri ihmal edilebileceğinden, A yaklaşık olarak aşağıdaki şekilde bulunur (Köksal, 1998);

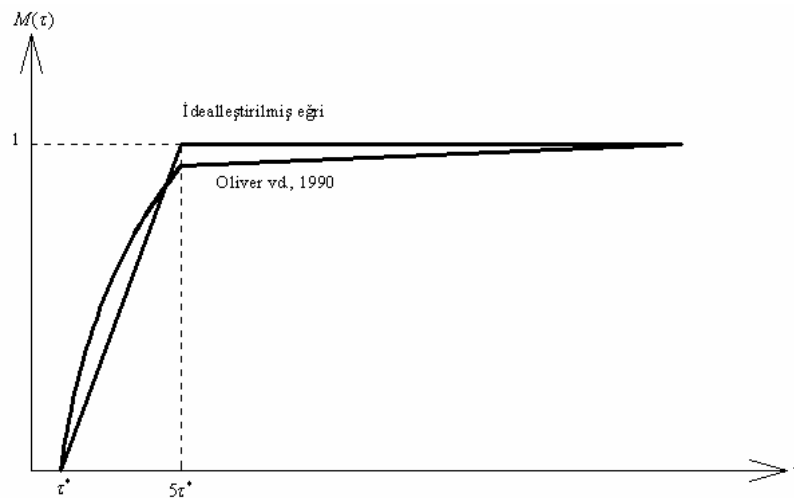
$$A \cong \frac{l^*}{371.4} \quad (3.62)$$

Aynı doktora tezinde optimum boyuta sahip beton elemanlar için 3.56 denklemiyle tanımlanmış hasar fonksiyonunun, τ 'nın farklı aralıkları için aşağıdaki değerleri aldığı belirtilmiştir (Köksal,1998);

$$M(\tau) = 0 \quad 0 < \tau < \tau^*$$

$$M(\tau) = \frac{1}{4} \left(\frac{\tau}{\tau^*} - 1 \right) \quad \tau^* \leq \tau \leq 5\tau^* \quad (3.63)$$

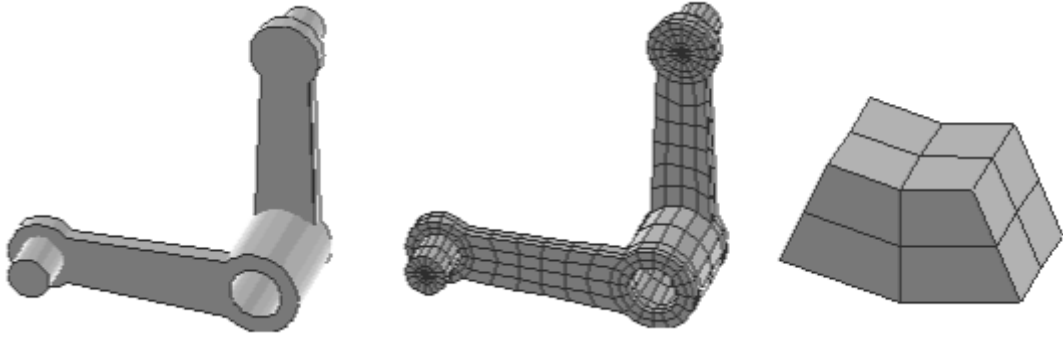
$$M(\tau) = 1 \quad 5\tau^* < \tau$$



Şekil 3.17 Hasar oranını belirlemek için kullanılan M fonksiyonu (Köksal,1998)

4. SONLU ELEMENLAR METODU

Bilgisayarın icadı ve gelişimiyle birlikte mühendislik problemlerindeki sorunları aşmak için modeller yapılmaya başlanmış, bu modeller üzerinde gerekli testler uygulanarak çözümler aranmıştır. Her ne kadar bugün bilgisayarlar sayesinde tasarımlar çok daha kolay ve hızlı yapılsa da kompleks bir şeklin dış yükler altındaki tepkisini hesaplayabilmek için, karmaşık yapıyı daha küçük birçok basit şekle bölmek bir zorunluluk halini almıştır. Metoda adını veren bu basit küçük elemanlara “Sonlu elemanlar” denilmektedir. Her sonlu elemanın şekli “node” adı verilen noktaların koordinatlarıyla belirlenmektedir. Elemanları bu noktalardan birleştirerek birbirleriyle etkileşimde olmaları sağlanmaktadır.



Şekil 4.1 Mühendislik problemi – Sonlu elemanlar modeli – Sonlu eleman (LUSAS Mnl.)

Şekil 4.1’de mühendislik problemi olarak gösterilen şekil dış yükler altında sonsuz sayıda tepkiye sahiptir. Sonlu elemanlar yöntemi ise her noktadaki (node) “serbestlik dereceleri” ile hesap yapar. Tek bir sonlu eleman için tepkileri, elimizdeki basit tanımlamaları kullanarak hesaplayabiliyorsak, noktalardaki serbestlik derecelerini bilinmeyen olarak kabul ederek bunu modelin tamamına yayabiliriz. Elde ettiğimiz denklemler serisi matrisler yardımıyla çözülebilir.

Yapı mühendisliğinde sonlu elemanlar yöntemi zamana bağlı değişimlerin hesaplanmasında büyük önem taşımaktadır. Çubuk, plak, levha ve kabuk elemanlar bu yöntem kullanılarak çözümlenebilmektedir.

Sonlu elemanlar metodu geometrik ve malzeme olarak doğrusal ve doğrusal olmayan sistemlere uygulanabilmektedir. Ayrıca sınır şartlarının ve yükün doğrusal olmadığı durumlar için de uygundur. Bunun yanında eğriler doğru parçalarla idealleştirilmektedir, seçilen eleman boyutu ne kadar küçük olursa elde edilecek sonuç o kadar gerçeğe yaklaşacaktır. Ayrıca

seçilecek elemanların düzgün ve simetrik olması da çözümü hızlandıran bir başka etkindir.

4.1 Genel bağıntılar

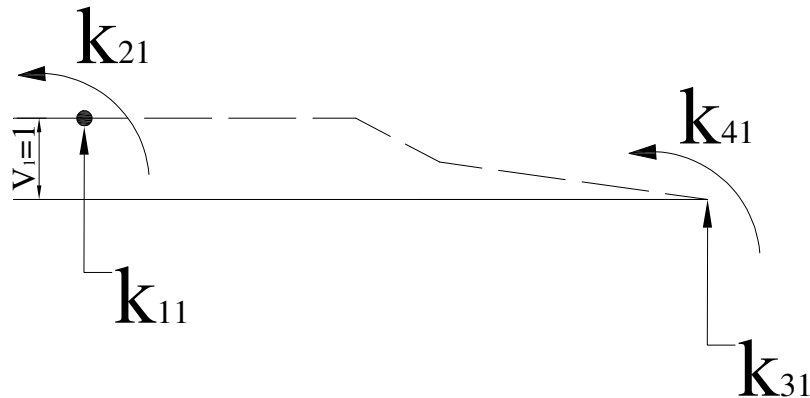
Sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak gerçekleştirilen yapısal analizlerdeki genel bağıntıların elde edilmesi için başlıca üç yaklaşım vardır. Bunlar sırasıyla; basit yapısal sistemler için önceden belirlenmiş eleman rijitlik matrislerinin kullanıldığı doğrudan çözümleme; dengedeki bir sisteme çok küçük bir deplasmanın uygulanmasıyla yazılan virtüel iş bağıntıları ile sistemin potansiyel enerjisi için yazılan fonksiyonelin minimize edilmesi yöntemleridir.

4.1.1 Doğrudan özümleme

Basit yapısal problemler ve eleman tipleri için uygulanır. Bu yöntemde eleman rijitlik matrisleri $[k]$, basit fiziksel yaklaşımlardan yararlanılarak türetilir. $[k]$ matrisinin bir sütunu, bir serbestlik derecesini, diğer tüm serbestlik dereceleri için “0” ve ilgili sütun numarasıyla belirlenen serbestlik derecesinde “1” birimlik deformasyon vermek suretiyle tüm serbestlik derecelerinde elde edilen kuvvetlerin vektörünü gösterir.

$$k = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

$$k_{11} = \frac{12EI}{l^3} \quad k_{21} = \frac{6EI}{l^2} \quad k_{31} = -\frac{12EI}{l^3} \quad k_{41} = \frac{6EI}{l^2} \quad (4.2)$$



Şekil 4.2 Eleman rijitlik matrisinin oluşturulması

Şekil 4.2’de 1 numaralı serbestlik derecesinde 1 birimlik deplasman ve diğer tüm serbestlik derecelerinin tutulması durumunda, eleman rijitlik matrisinin 1 numaralı sütununu oluşturan kuvvet vektörleri gösterilmiştir. Bir elemana ait denge denklemi aşağıdaki biçimde yazılabilir:

$$[k]\{d\} = -\{r\} \quad (4.3)$$

Bu bağıntıdaki

$\{d\}$ = Elemanın bağlı olduğu düğüm noktalarına uyguladığı yükleri,

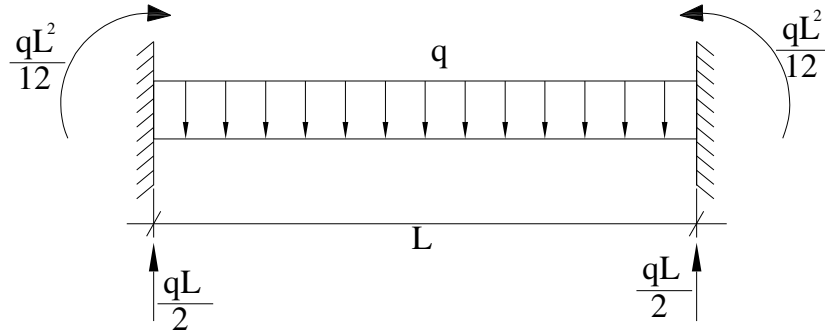
$-\{r\}$ = Düğüm noktalarından elemana aktarılan yükleri

göstermektedir.

Aynı denklem aşağıdaki daha çok bilinen şekliyle de ifade edilebilir:

$$[k]\{d\} + \{r\} = 0 \quad (4.4)$$

Düzgün yayılı yük taşıyan bir kiriş için $\{r_e\}$, elemana gelen yük vektörü aşağıdaki gibi bulunur.



Şekil 4.3 Düzgün yayılı yük taşıyan kiriş eleman

$$[R_e] = \begin{Bmatrix} -\frac{ql}{2} \\ -\frac{ql^2}{12} \\ -\frac{ql}{2} \\ \frac{ql^2}{12} \end{Bmatrix} \quad \sum_{i=1}^{Ne=1} \{r\}_i + \sum_{i=1}^{Ne=1} \{r_e\}_i + \{P\} = 0 \quad (4.5)$$

Bu bağıntıda:

$\{P\}$: Düğüm noktalarına doğrudan uygulanan dış yükleri;

$\{r_e\}$: Bir elemanın tüm serbestlik dereceleri tutulduğu zaman uyguladığı yükleri,

$\{r\} = -[k]\{d\}$: Yapının deformasyondan dolayı düğüm noktalarına uygulanan yükleri

göstermektedir.

4.1.2 Virtüel iş teoremi

Yapısal sistemler için yer değiştirme hesaplamalarında kullanılabilecek en kolay ve uygun yöntem virtüel iş yöntemidir. Bir virtüel deplasman hayali ve sistemin konfigürasyonunda yapılabilen çok küçük bir değişikliktir. Bu değişiklik, denge durumundaki bir sistemde geometrik sınır şartları ile deformasyonların uygunluğu şartlarına uyumlu bir şekilde etki etmelidir. Virtüel iç ve dış işlerin eşitliği yazıldığında;

$$\int_V \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dV = \int_V \{\delta u\}^T \{F\} dV + \int_S \{\delta u\}^T \{t\} dS \quad (4.6)$$

Bu bağıntıda:

$$\{u\} = [N]\{d\} \quad (4.7)$$

$\{u\}$: Şekil değiştirmeleri,

$[N]$: Şekil fonksiyonunu ve

$\{d\}$: Düğüm noktalarındaki deplasmanları

göstermektedir.

Birim şekil değiştirme ve deplasman bağıntıları yazılırsa:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{d\} \quad (4.8)$$

$$\{B\} = [\partial]\{N\} \quad (4.9)$$

ifadeleri elde edilir.

Bu bağıntılardaki 3D birim şekil değiştirme-deplasman ilişkileri daha genel olarak

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_z \\ \gamma_x \\ \gamma_y \\ \gamma_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial/\partial_x & 0 & 0 \\ 0 & \partial/\partial_y & 0 \\ 0 & 0 & \partial/\partial_z \\ \partial/\partial_y & \partial/\partial_x & 0 \\ 0 & \partial/\partial_z & 0 \\ \partial/\partial_z & 0 & \partial/\partial_x \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} \quad (4.10)$$

şeklinde yazılabilir.

Yukarıdaki (4.8), (4.9) ve (4.10) bağıntılarını, denklem (4.6)'daki yerlerine taşırsak

$$\{\delta u\}^T = \{\delta d\}^T [N]^T \quad (4.11)$$

$$\{\delta \epsilon\}^T = \{\delta d\}^T [B]^T \quad (4.12)$$

$$\int_V \{\delta \epsilon\}^T \{\sigma\} dV = \int_V \{\delta u\}^T \{F\} dV + \int_S \{\delta u\}^T \{t\} dS \quad (4.13)$$

$$\{\delta d\}^T \left(\int_V [B]^T [E] [B] dV \{d\} - \int_V [N]^T \{F\} dV + \int_S [N]^T \{t\} dS \right) = 0 \quad (4.14)$$

elde edilir. Bağıntı (4.14)'ü tekrar düzenlersek çok bilinen

$$[k]\{d\} = \{r_e\} \quad (4.15)$$

bağıntısı yazılmış olur. Bu bağıntıdaki $[k]$, eleman rijitlik matrisi

$$[k] = \int_V [B]^T [E] [B] dV \quad (4.16)$$

biçiminde ifade edilir.

Elemanlar tarafından yapının düğüm noktalarına uygulanan yüklerin vektörü ise

$$\{r_e\} = \int_V [N]^T \{F\} dV + \int_S [N]^T \{t\} dS \quad (4.17)$$

şeklinde yazılabilir.

4.1.3 Rayleigh – Ritz Metodu

Klasik anlamda tanımlandığı tüm bölge için yaklaşık bir alan fonksiyonu geliştirmekte kullanılan bir yöntemdir. Sonlu eleman formunda ise alt bölgeler için tanımlanır ve sistemin tümü için birleştirilen yaklaşık alandır. Her iki durumda da yaklaşık alan, uygunluk şartları ve yapısal/geometrik sınır şartlarını sağlayacak şekilde bağımsız serbestlik dereceleri cinsinden ifade edilir.

İki farklı yaklaşım vardır:

1. Kuvvetli form: İlgili diferansiyel denklemler ve sınır şartları aynı anda sağlanır.
2. Zayıf form: Bir fonksiyonel (integral ifadesi içeren fonksiyonlar) kapalı bir biçimde ilgili diferansiyel denklemi içermektedir.

Kuvvetli form malzemenin her bir noktasında sağlanır. Zayıf form malzemenin içinde ortalama ya da toplamda sağlanır.

$\prod_p^e$ problemin bütün tanımlı bölgesinde sağlanacak sınır şartları ikiye ayrılır.

- a) Yapısal şartlar : Geometrik, kinematik veya deplasman ait olan sınır şartları
- b) Doğal şartlar : Momentlerin, kesme kuvvetlerin “0” olmasından kaynaklanan sınır şartları

4.1.3.1 Potansiyel Enerjinin Kararlı Olması Prensibi

Sistemin izin verilebilen uygun tüm konfigürasyonları arasından sadece denge denklemlerini sağlayanlar, deplasmanın uygun olan küçük değişimleri altında potansiyel enerjiyi kararlı yapar.

Birim hacimdeki malzemenin şekil değiştirmesini sağlamak amacıyla gerekli enerji:

$$U_0 = \int \{\sigma\}^T \{d\epsilon\} \quad (4.18)$$

$$U_0 = \int \sigma_x d\epsilon_x + \int \sigma_y d\epsilon_y + \int \sigma_z d\epsilon_z + \int \tau_{xy} d\gamma_{xy} + \int \tau_{yz} d\gamma_{yz} + \int \tau_{zx} d\gamma_{zx} \quad (4.19)$$

U_0 , birim hacimdeki şekil değiştirme enerjisi ya da şekil değiştirme enerjisi yoğunluğu olarak tanımlanır. Malzeme elastik ise, U_0 elastik şekil değiştirme enerjisi olarak adlandırılır.

Doğrusal elastik bir malzeme için:

$$U_0 = \frac{1}{2} \{\sigma\}^T \{\epsilon\} = \frac{1}{2} \{\epsilon\}^T [E] \{\epsilon\} \quad (4.20)$$

Toplam potansiyel enerji ise:

$$\Pi = \{d\}^T \left(\frac{1}{2} \int_V ([B]^T [E] [B]) dV \{d\} - \int_V [N]^T \{F\} dV - \int_S [N]^T \{t\} dS \right) \quad (4.21)$$

Potansiyel enerjinin minimize edilmesi durumunda;

$$[k] \{d\} = \{r_e\} \quad (4.22)$$

elde edilir. Bu bağıntıda

$$[k] = \int_V [B]^T [E] [B] dV \quad (4.23)$$

$$\{r_e\} = \int_V [N]^T \{F\} dV + \int_S [N]^T \{t\} dS \quad (4.24)$$

4.2 Doğrusal olmayan hesap yöntemleri

Elemana ait yük-deplasman ilişkisini gösteren denge denklemi aşağıdadır.

$$[K] \{D\} = \{R\} \quad (4.25)$$

Burada $\{D\}$ deplasman, $\{R\}$ yük ve $[K]$ rijitlik matrisini göstermektedir. Rijitlik ve yük matrislerinin deplasmana bağlı olmadığı durumlarda (Denklem 4.26) lineer çözüm yapılabilir,

$$\begin{aligned} [K] &= [K(\{D\})] \\ [R] &= [R(\{D\})] \end{aligned} \quad (4.26)$$

Rijitlik ve yük matrislerinin deplasmanla değiştiği durumlarda (Denklem 4.27) doğrusal olmayan analiz yapmak bir zorunluluk halini almaktadır;

$$\begin{aligned} [K] &= [K(\{D\})] \\ [R] &= [R(\{D\})] \end{aligned} \quad (4.27)$$

Doğrusal olmayan yöntemlerin çözüm sürelerini azaltmak için lineer metotlarla yakınsama sağlanarak çözüme gidilmektedir. Doğrusal olmayan analizde, verilen yük değerleri için gerilme dağılımını doğrudan elde etmek mümkün olmadığından istenilen yüke bir dizi artımlar (increment) yaparak ulaşılmaktadır. Her artımda doğrusal olmayan cevap, doğrusal tahminler ve ardından iteratif düzeltmeler yapılarak elde edilmektedir. LUSAS programı iteratif düzeltmeler için Newton Raphson yöntemini kullanmaktadır.

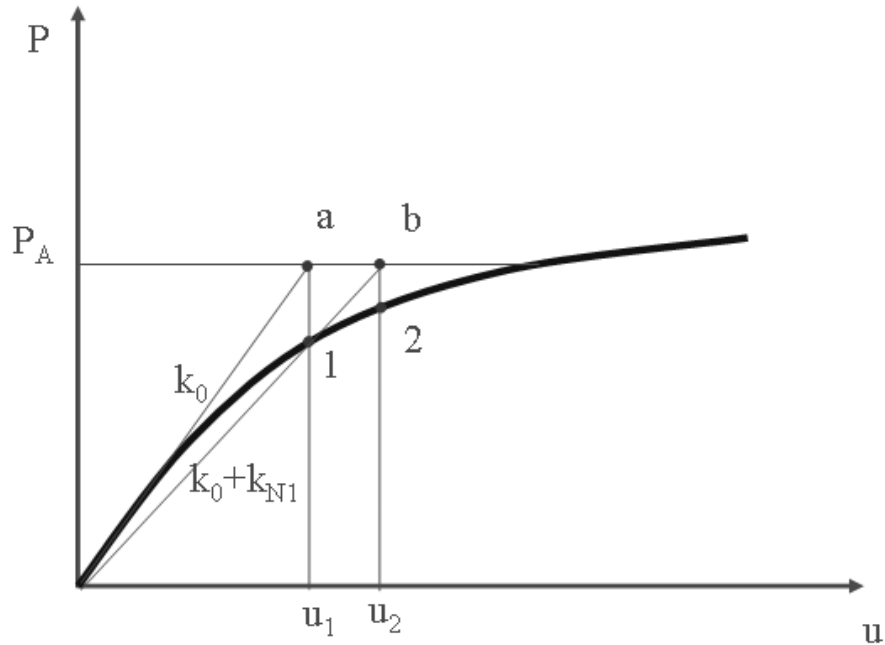
4.2.1 Newton Raphson Yöntemi

Newton Raphson yönteminde her iterasyon için o anki tanjant rijitliği hesaplanmaktadır. Sonlu eleman analizi için, iterasyon başlangıcında tanjant rijitlik matrisinin yapısı oluşturulmaktadır. Aşağıdaki denklemde A noktasındaki yük değerinin (P_A) ve başlangıç rijitliği (k_0) ile A noktasındaki deplasmana bağlı olan k_{NA} değeri bilinmektedir. Böylelikle A noktasındaki deplasman kolaylıkla hesaplanabilecektir.

$$k_A u_A = P_A \quad (4.28)$$

$$(k_0 + k_{NA}) u_A = P_A \quad (4.29)$$

$$k_{NA} = f(u_A) \quad (4.30)$$



Şekil 4.4 Doğrusal olmayan analizde artımlar

B noktasındaki deplasman değerini bulmak doğrusal olmayan bir problemde hemen mümkün olmadığından ufak artımlar ve lineer çözümlerle B noktasındaki deplasman değeri elde edilmelidir. Taylor Serisine göre;

$$f(u_A + \Delta u_1) = f(u_A) + \left(\frac{dP}{du} \right)_A \Delta u_1 \quad (4.31)$$

$$f(u_A + \Delta u_1) = f(u_A) + \left(\frac{dP}{du} \right)_A \Delta u_1 \quad (4.32)$$

$$\frac{dP}{du} = \frac{d}{du} (k_0 u + k_N u) = k_0 + \frac{d(k_N u)}{du} \quad (4.33)$$

böylece yükün deplasmana göre türevinin tanjant rijitliğine eşit olduğu görülmektedir;

$$\frac{dP}{du} = k_t \quad (4.34)$$

aşağıdaki eşitliği sağlayan bir Δu_1 değeri araştırılır,

$$f(u_A + \Delta u_1) = P_B \quad (4.35)$$

B noktasındaki yük değeri;

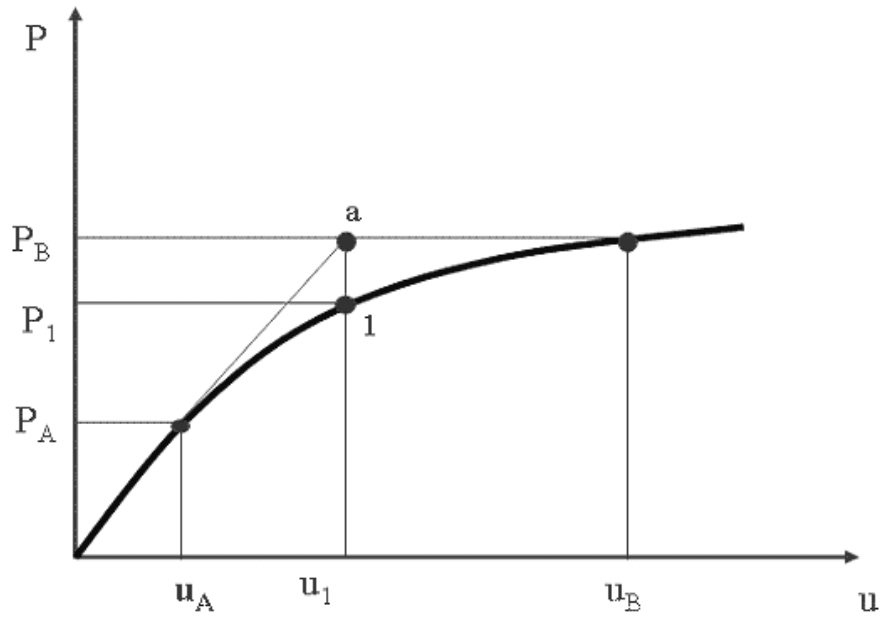
$$P_B = P_A + (k_{tA}) \Delta u_1 \quad (4.36)$$

$$(k_{tA}) \Delta u_1 = P_B - P_A \quad (4.37)$$

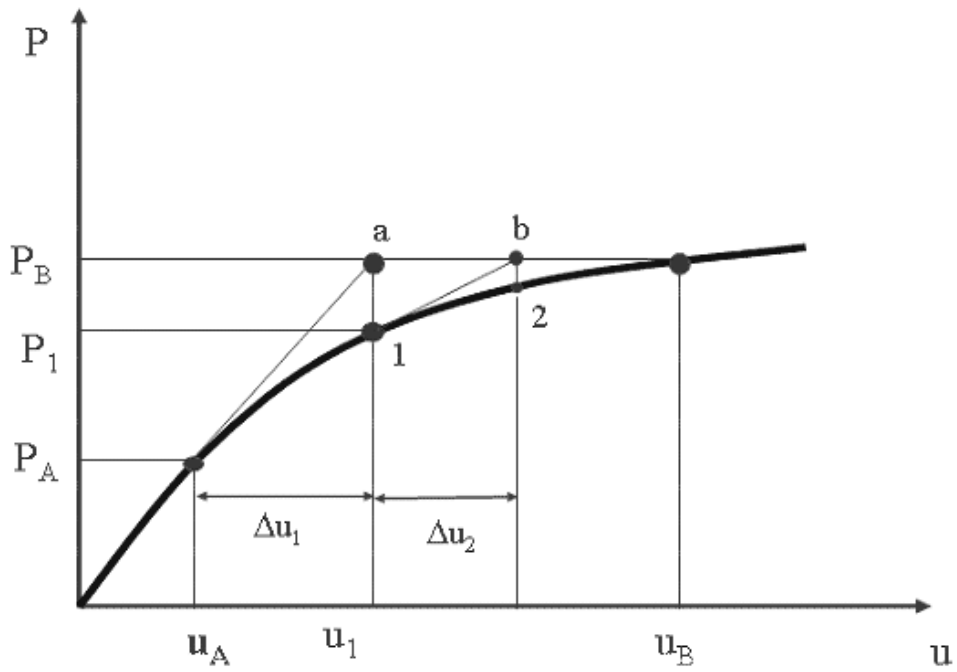
Yukarıdaki denklem sayesinde deplasman değerleri bulunarak B noktasındaki deplasman değerine yakınsanır. Bu noktadan sonra istenilen her nokta için işlem aynı şekilde tekrarlanabilir;

$$(k_t)_i \Delta u_i = P_B - P_i \quad (4.38)$$

$$u_{i+1} = u_i + \Delta u_i \quad (4.39)$$



Şekil 4.5 Newton Raphson yönteminde ilk yük artımının hesaplanması



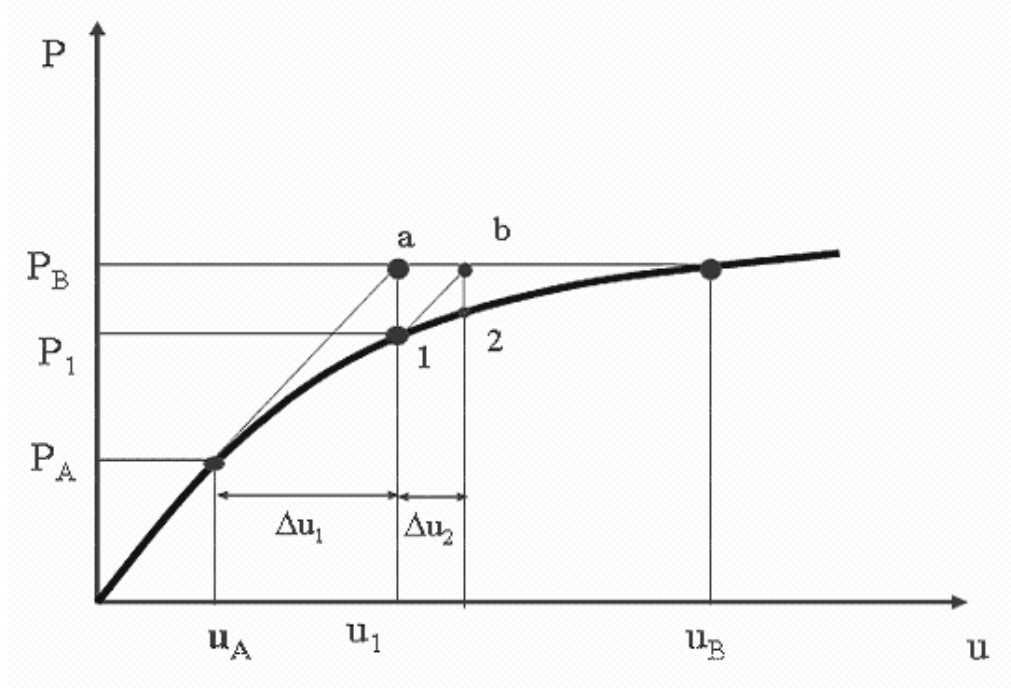
Şekil 4.6 Newton Raphson yöntemi

4.2.2 Değiştirilmiş Newton Raphson Yöntemi

Bu yöntemin Newton-Raphson yönteminden farkı her adımda yeniden tanjant rijitliği hesaplamadan sabit bir değeri kullanmaktır.

$$\left(k_{t(old)}\right) \Delta u_i = P_B - P_i \quad (4.40)$$

$$u_{i+1} = u_i + \Delta u \quad (4.41)$$



Şekil 4.7 Değiştirilmiş Newton Raphson yöntemi

Değiştirilmiş Newton-Raphson yönteminde her iterasyon için daha az işlem yapılmasına rağmen iterasyon sayısı artmaktadır.

5. NÜMERİK MODELLEME

5.1 Konuya Esas Olan Çalışmalar ve Deney Düzenekleri

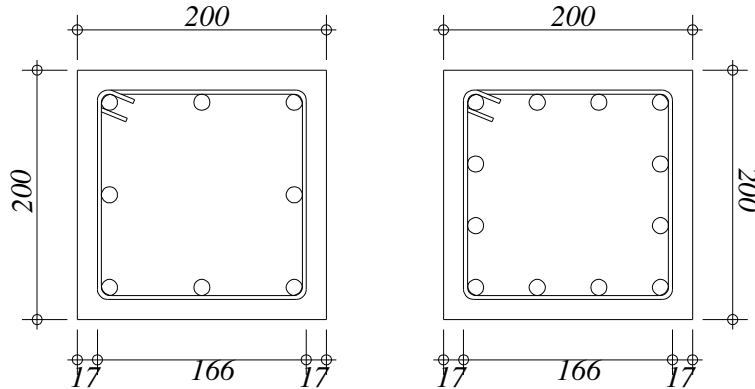
Bu tezde, sonuçların karşılaştırılmasına imkan sağlamak amacıyla daha önce yapılan deneylerden faydalanılmış, gerektiği durumlarda ise farklı parametrelerin değiştirilmesiyle ilave kolonlar yaratılmıştır.

Kolon modellerinin büyük bölümü 2002 yılında Heon-Soo Chung vd. tarafından yapılan deneylerden oluşmaktadır. Bunların yanında farklı boyuna donatı konfigürasyonlarını artırmak amacıyla daha basit olan Claeson'un deneylerinde kullanılan kolonlar da modellenmiştir.

5.1.1 Kullanılan Kolon Numuneleri

Chung vd. deneylerde 60 cm boyunda kolon numuneleri kullanmıştır. Bu tezde, yine karşılaştırılmaların kolaylıkla yapılabilmesi amacıyla, kolonlar, söz konusu makaledeki gibi isimlendirilmiştir.

Numune isimlendirmelerinde ilk harf beton kalitesini belli etmektedir. L (low), M (medium) ve H (high) sırasıyla basınç dayanımları 20, 39 ve 54 MPa olan beton sınıflarını gösterir. Bu harfin ardından gelen 4, 8 veya 12 ise boyuna donatı miktar ve çaplarını belirtmektedir. 4 ve 8 boyuna donatı kullanılmış numunelerde boyuna donatı çapları yaklaşık 129 mm^2 iken 12 donatılı kolonlarda boyuna donatı çapı 69 mm^2 'dir. Ardından gelen S, C, D ve R harfleri ise yanal donatı konfigürasyonunu belirtmektedir. S (simple), basit tip yanal donatıyı ifade ederken, C, D ve R (complex) karmaşık tip yanal donatı konfigürasyonları için kullanılmıştır. Bu çalışmada sadece S (simple) donatı düzenine sahip kolonlar incelenmiştir (Şekil 5.1).

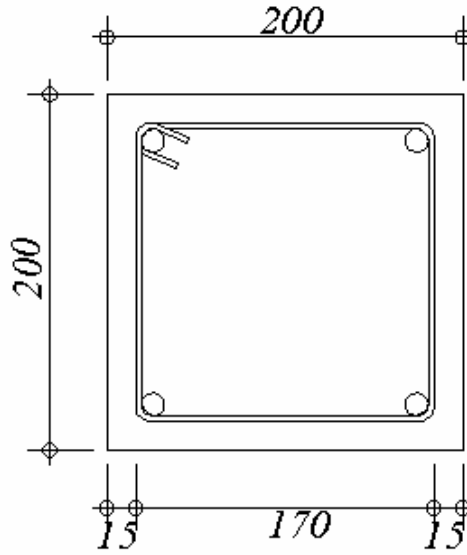


Şekil 5.1 Kolon donatı konfigürasyonları (Chung vd., 2002)

Yanal donatı şeklini belirten harflerden sonra gelen 5.5, 7, 9 ve 13; yanal donatı akma mukavemetini belirtmektedir (sırasıyla 550, 700, 900 ve 1300 MPa). F (five), S (six) ve E (eight) harfleri sırasıyla 5, 6 ve 8 mm olarak yanal donatı çapını göstermektedir. Son olarak etriyeler arası mesafeyi gösteren 3, 4, 5, 5.5, 7 ve 10 sayıları santimetre cinsinden tanımlıdır.

Deneyler boyunca tüm numunelerde kullanılan boyuna donatıların akma mukavemeti 420 MPa'dır.

Claeson deneylerinden alınan iki model ise Model A33 ve Model A91 olarak adlandırılmıştır. Bu iki kolon numunesi de 80 cm boyundadır ve bilinen en basit donatı konfigürasyonuna sahip olacak şekilde düzenlenmiştir (Şekil 5.2).



Şekil 5.2 Kolon donatı konfigürasyonları (Claeson)

Bu kolonlarda boyuna donatı çapı 16mm, yanal donatı çapı 8mm, etriye aralığı ise 130mm'dir. A harfinden sonra gelen 33 ve 91 beton mukavemetini göstermektedir (sırasıyla 33MPa ve 91MPa). Donatı dayanımları 420MPa alınmıştır.

5.1.2 Fiktif Kolonlar

Deney verilerinin yetersiz kaldığının düşünüldüğü bazı durumlar için farklı parametreler değiştirilerek fiktif kolonlar elde edilmiştir. Bu kolonlarda boyuna donatı çapları değiştirilerek çözüm yapılmıştır. 8 donatılı kolonlarda donatı çapı 129mm^2 iken fiktif 8 donatılı kolonlarda donatı çapı 69mm^2 , bunun tam tersi olarak da 12 donatılı kolonlarda donatı çapı 69mm^2 değil 129mm^2 alınmıştır. Sonuç tablolarında numune isimleri "F-L8S55S10" şeklinde

gösterilmiştir.

5.1.3 Deneysel Bulgular

Chung vd. yaptıkları deneylerde her değişken için kuşatma etkilerini, mukavemet ile düktilite artışlarını ve yanal beton basıncının yol açtığı etriye gerilmelerini analiz etmişlerdir. Çalışmada yapılan kabullere göre, çekirdek betonun yük taşıma kapasitesi, boyuna donatı ve örtü betonun toplam eksenel yükten çıkartılmasıyla elde edilmiştir. Örtü betonun taşıdığı yük Muto tarafından 1974'te önerilen yöntemle hesaplanmış, boyuna donatı ise ideal elastik-plastik malzeme olarak kabul edilmiştir. Çeşitli değişkenlerin kuşatmaya etkisi ise çekirdek betonun taşıdığı yükün hesaplanmasına ve karşılaştırılmasına dayanmaktadır (Chung vd., 2002).

5.1.3.1 Etriye aralığının ve konfigürasyonunun etkileri

Genel anlamda etriye sıklaştırılması ve düzenin kompleks hale getirilmesi taşıma gücünde ve düktilitede artışa sebep olmaktadır. D' 'yi kolon genişliği olarak tanımlarsak etriye aralığının $D/2$ 'den daha düşük olması uygun mukavemet ve düktilite değerlerine ulaşılmasını sağlamaktadır. Etriye aralığının 30mm ($D/6,7$) olduğu durumlarda yüksek mukavemetli beton kullanılan numunelerinde maksimum yüke ulaşıldıktan sonra burkulma sebebiyle mukavemet ve düktilite değerlerinin kötüye gittiği gözlemlense de sıklaştırmanın gevrek kırılmayı engellediği görülmüştür. Ancak çalışmada yüksek mukavemetli beton için etriye düzeninin etkilerinin incelenmesi gerektiği de belirtilmiştir.

5.1.3.2 Etriye mukavemetinin etkileri

Yanal basınca gösterilen direnç düşünüldüğünde, etriyelere iletilen gerilme, kuşatma derecesini ve yük taşıma kapasitesini hesaplamada önemli bir kriterdir. Maksimum yükten sonra etriyede oluşan akma, düktilitede bir artışın gözlenmesine sebep olurken, maksimum eksenel yükten önce veya ona ulaşıldığı sırada oluşan akma düktiliteyi azaltır. Bunun yanında kolonun mukavemeti ve düktilitesi açısından etriye hacimsel oranlarının, etriye mukavemetinden daha önemli olduğu gözlemlenmiştir.

5.1.3.3 Beton mukavemetinin etkileri

Eksenel yükün artışıyla birlikte betonda, boyuna doğrultuda kısılma ve yüke dik doğrultuda genişleme etkisiyle oluşan mikro çatlaklar görülmektedir. Bu esnada etriyeler bu genleşme etkisine ve beton basıncına karşı koyacaklar, eğer düzgün kuşatılmış bir numune ise yük taşıma kapasitesinin artmasını sağlayacaklardır. Yüksek mukavemetli betonlar, normal

mukavemetli olanlara göre daha az yanal deplasman yaparlar ve maksimum yüke ulaştıktan sonra boyuna donatıların burkulmasıyla düktilite azalır ve bir kayma düzlemi boyunca gevrek kırılma meydana gelir. Beton mukavemetindeki artış daha gevrek bir davranışa sebep olmasına rağmen düktilite ve mukavemette küçük bir artış sağlamaktadır. Yüksek mukavemetli betonlarda yanal donatı hacimsel oranının etkisi normal mukavemetli betonlardakiyle karşılaştırıldığında daha azdır bu da kuşatma etkilerinin normal mukavemetli betonlarda daha etkili olduğunu göstermektedir.

5.1.3.4 Etkin kuşatılmış mesafe oranı

Eksenel yükün artmasıyla çekirdek beton kuşatılmış ve kuşatılmamış alan olarak bölünür. Çekirdek betonun etkin bir şekilde kuşatılması, kuşatılmış alanın artmasını sağlar bu da kolon mukavemet ve düktilitesinde yüksek bir artışa sebep olur. Kuşatılmış boyuna donatıların arasında kalan ve yaylarla tanımlanan kuşatılmamış alanlar bu çalışmada sadece uzaklıkla tanımlanmıştır. *Etkin kuşatılmış mesafe*; farklı kenarlardaki zıt yayların aralarındaki en küçük aralık olarak gösterilmiştir. *Etkin kuşatılmış mesafe oranı* ise, *etkin kuşatılmış mesafenin* çekirdek betonun genişliğine oranı olarak tanımlanmıştır. Bu oran iki etriyenin tam ortasında kalan kritik kesimdeki minimum değeri ve etriye seviyesindeki maksimum değeri alır.

5.1.3.5 Mukavemet artış faktörü

Kuşatma etkileri etriyelerin yanal beton basıncına olan direnciyle alakalıdır ve bu yanal basınç etriyelerin hacimsel oranı ile etriye düzenine bağlıdır. Şekil 5.3 yük – deformasyon eğrilerini göstermektedir. Maksimum yük sırasında veya sonrasında, etriyede görülen akma etkin kuşatmanın ve mukavemet artışının bir göstergesidir. Normal dayanımlı beton kullanımı ve etriye aralığının sıklaştırılması yanal basınca olan dirence karşı daha etkili bir yanal kuşatma sağlamaktadır. Maksimum yüke ulaşıldığında, etriyenin, düşük yanal basınca direnç gösterdiği ve akmadığı durumlarda nadiren de olsa mukavemetin arttığı gözlemlenmiştir. Bu sonuca bağlı olarak etriye gerilme değerinin mukavemet artışını hesaplamada önemli bir faktör olduğu –deneysel sonuçlara da bağlı olarak– söylenebilmektedir.

Mukavemet artışının şiddeti bahsi geçen çeşitli parametrelere bağlı olarak aşağıdaki gibi yazılabilir;

$$K_s = 1 + \Delta K_s (\rho_s, f_{hcc}, f'_c, \lambda) \quad (5.1)$$

burada $\rho_s = 4A_{sp} / D's'$ yanal donatı hacimsel oranı, A_{sp} yanal donatı kesit alanı, D' çekirdek

betonun genişliği, s' iki etriye arası temiz açıklık, f_{hec} maksimum yükteki etriye gerilmesi, λ etkin kuşatılmış mesafe oranı olarak tanımlıdır.

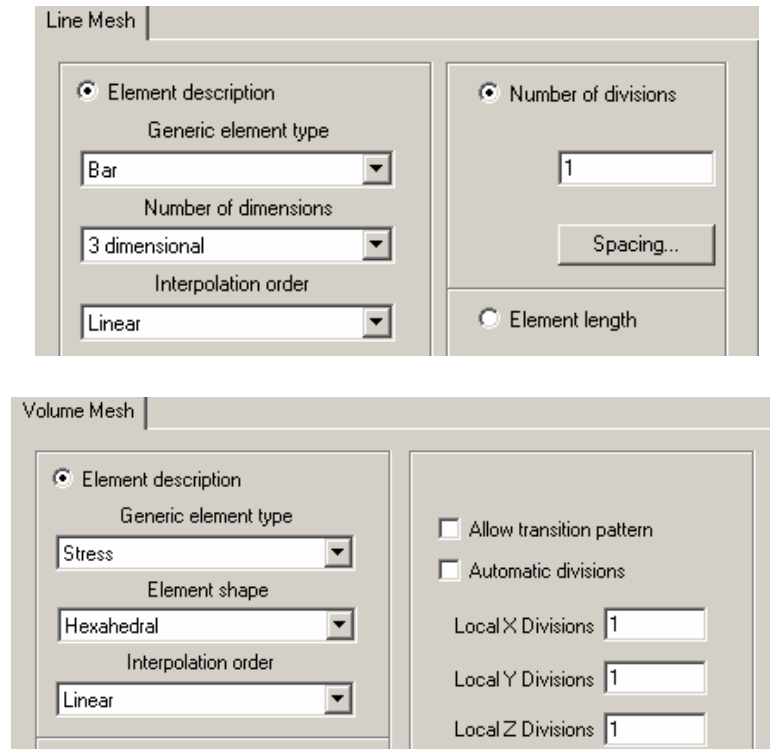
Bu çalışmada numunelerin K_s değerleri hesaplanmış ve deneysel verilerle karşılaştırılmıştır.

Yukarıdaki açıklamalardan da görülebileceği gibi bu deneysel çalışma yanal donatılarla kuşatılmış kolonlardaki kuşatma etkilerini incelemiş ve bu kuşatmadan dolayı oluşan mukavemet artışı için bir formül önerisinde bulunmuştur. Etkin kuşatılmış mesafe oranının tanımından sonra doğrusal olmayan regresyon analizleri ve deneysel bulgularla yanal donatıya gelen gerilme, kuşatılmış betonun mukavemet ve düktilitesine bağlı olan çeşitli parametrelerle tanımlanmıştır.

5.2 Kolonların Modellenmesi

5.2.1 Geometrik Şeklin LUSAS programına girilmesi

LUSAS programında modelleme öncelikle geometrik özelliklerin belirlenmesiyle başlamaktadır. Çözümleme için modelin uygun sonlu elemanlara bölünmesi gerekmektedir. Bu bölme işlemi “meshing” olarak adlandırılır. Donatılar “Line Mesh” ile tanımlanırken, beton kesim “Volume Mesh” atanarak programa girilmiştir (Şekil 5.3).

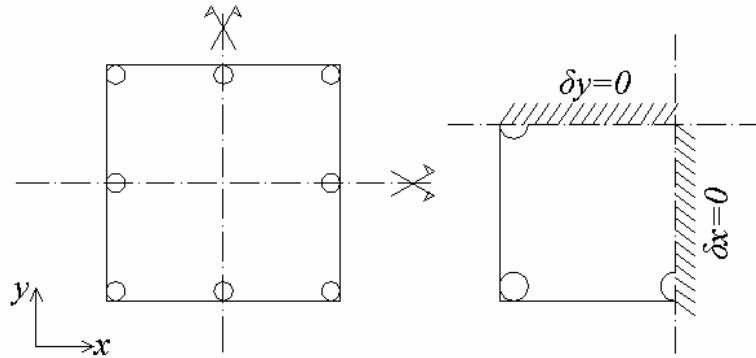


Şekil 5.3 Modelde kullanılan Mesh özellikleri

LUSAS, modellemede donatıların sadece aksenal yük taşıyan “bar eleman” olarak tanımlanmasının uygun olacağını belirtmektedir. Elemanlar 2 ve 3 boyutlu olarak tanımlanabilir, gerektiğinde eğik elemanlar tanımlayabilmek amacıyla çalışmanın tümünde 3 boyutlu bar elemanlar kullanılmıştır. Donatıların kesit alanları LUSAS’ta “Attributes → Geometric → Line” ile ulaşılabilen bölümden mm^2 olarak tanımlanır.

Beton kesim için 8 noktayla tanımlanabilecek “Hexahedral Stress Element” (HX8) kullanılmıştır. Bu şekilde istenilen malzeme özellikleri kolaylıkla modele aktarılmıştır.

Program tüm elemanlar için, istenilen sayıda, eşit veya eşit olmayan sonlu elemanlar oluşturabilir ancak otomatik olarak bölme yerine, kolon kesiti 4 eşit parçaya bölünmüş, simetri şartlarından yararlanarak çözümlemeye gidilmiştir.



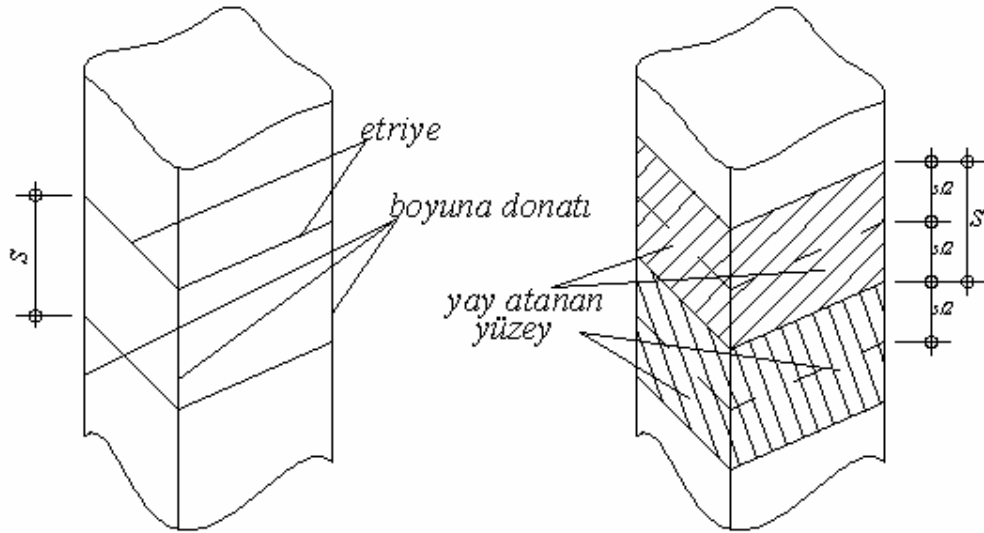
Şekil 5.4 Kolonların 1/4 simetri şartına göre modellenmesi

Çekirdek betonu saran örtü beton yükleme başladıktan kısa bir süre sonra döküldüğünden bu kesimin taşıma gücüne etkisi olmadığı kabulüyle, modelleme sadece etriyelerle kuşatılmış alanı kapsamaktadır.

Geometrik koşulların son aşaması mesnetlerin belirlenmesidir. Kolonun en alt ucu sabitlendiğinden ankastre olarak tanımlanmıştır. Deneylerde yükün üniform olarak yüzeye uygulanabilmesi için konulan metal plakanın, yatay doğrultuda hareketi önlediği düşünülerek, kolonun tepe noktası x ve y doğrultusunda tutulmuştur.

5.2.2 Etriyenin modellenmesi ve kuşatma etkisi

Etriyelerin, boyuna donatılar gibi “Line Mesh” atanarak modellenmesi uygun sonuçlar vermediğinden farklı bir bakış açısı geliştirilmiştir. Bu tezde kuşatma etkisi kolon yüzeyini tamamen kaplayan bir yay sistemiyle sağlanmaktadır (Şekil 5.5).



Şekil 5.5 Etriyenin modellenmesi

Modelin geometrik özellikleri girildikten sonra etriyenin olduğu yüzeylere x ve y doğrultusunda çalışan yaylar atandı. Yay katsayısı değerinin 0 olarak belirlenmesi kuşatma etkisinin olmadığı ya da bir başka deyişle etriye kullanılmadığı anlamına gelmektedir (Şekil 5.6). Yay katsayısının değeri artırıldıkça kuşatma etkinleşecek ve kolon taşıma gücü giderek artacaktır. Kolon taşıma gücünün maksimuma ulaştığı noktadaki yay sabiti değeri, ideal etriye çapını ve akma mukavemetini belirlemede yardımcı olabilir.

Structural Supports		Free	Fixed	Spring stiffness
Translation in	X	☐	☐	☒ 0
	Y	☒	☐	☐
	Z	☒	☐	☐
Rotation about	X	☒	☐	☐
	Y	☒	☐	☐
	Z	☒	☐	☐
Hinge rotation		☒	☐	☐
Pore pressure		☒	☐	☐
Spring stiffness distribution				
☐ Stiffness ☐ Stiffness/unit length ☒ Stiffness/unit area				

Şekil 5.6 Yay özellikleri

Yapılan çözümlemelerde görüldü ki; yay katsayısı beton ve boyuna donatı özelliklerine bağlı olarak değişmektedir ve gerekli birçok parametre böylelikle hesaplarda kullanılabilir, ancak aynı koşullar altında farklı çapta etriye kullanımı söz konusu olduğunda bu etki sadece yay katsayısının artışı olarak modele aktarılabilmiştir.

5.2.3 Malzeme özelliklerinin girilmesi

Deneylerde kullanılan malzemelerin LUSAS'a girilmesi işlemi büyük dikkatle yapılması gereken önemli bir konudur. Beton ve donatı için izotrop bir malzeme modeli uygun görülmüştür. Bunun için öncelikle menüden “Attributes → Material → Isotropic” ile malzeme özellikleri kısmına girilmelidir. Şekil 5.7 ve 5.8 sırasıyla donatı ve beton malzeme özelliklerini göstermektedir.

	Value
Young's modulus	200E3
Poisson's ratio	0,3
Mass density	0

☐ Thermal expansion
☐ Dynamic properties

(a) Donatı elastik özellikleri

Model: Stress potential Stress potential type: von Mises Section shape: Circular hollow section

	Value
Initial uniaxial yield stress	365

☐ Heat fraction [Advanced...](#)

(b) Donatı plastik özellikleri

Şekil 5.7 Donatı özellikleri

Bu örnekte donatı elastisite modülü yaklaşık olarak $2 \times 10^5 \text{ MPa}$, poisson oranı 0.3 , akma gerilmesi ise 420 MPa alınmış, malzeme güvenlik katsayısı olan $1,15$ 'e bölünmüştür. Tüm modeller “von Mises Stress potential” model esaslarına dayanarak hesaplanacak şekilde çözümlenmiştir. Pekleşme hesaplarında dikkate alınmamıştır.

	Value
Young's modulus	34,9052E3
Poisson's ratio	0,2
Mass density	0

☐ Thermal expansion
☐ Dynamic properties

(a) Beton elastik özellikleri

Law: Oliver

Model type: 0

	Value
Initial damage threshold	0,0157
Material parameter A	0,233
Damage ratio	18,37

(b) Beton hasar modeli özellikleri

Şekil 5.8 Beton özellikleri

Betonlarda dayanıma bağlı olan elastisite modülü aşağıdaki küçük formülle hesaplanmıştır.

$$E_0 = 4750\sqrt{f_c} \quad (5.2)$$

Burada f_c betonun basınç dayanımıdır MPa olarak girilir. Tüm modellerde beton için poisson oranı 0.2 kabul edilmiştir. Oliver hasar modeli kullanılarak yapılan tüm analizler için gerekli parametrelerin nasıl hesaplanacağı daha önce 3. bölümde ayrıntılı olarak verilmiştir.

$$idt = \frac{f_t}{\sqrt{E_0}} \quad (5.3)$$

$$f_t = 0,35\sqrt{f_c} \quad (5.4)$$

$$E_0 = 4750\sqrt{f_c} \quad (5.5)$$

$$A = \frac{l}{310} \quad (5.6)$$

$$HasarOranı = \frac{f_c}{f_t} \quad (5.7)$$

5.2.4 Yükleme

Yükleme kolonun tepe noktasına düzgün yayılı olarak yapılmaktadır. Şekil 5.9 yüklemenin nasıl yapılacağına dair parametreleri göstermektedir.

Nonlinear & Transient

Incrementation

☒ Nonlinear

Incrementation: Automatic

Starting load factor: 0,1

Max change in load factor: 0,1

Max total load factor: 1E3

☒ Adjust load based on convergence history

Iterations per increment: 4

Options... Advanced...

Solution strategy

☐ Same as previous loadcase

Max number of iterations: 12

Residual force norm: 0,1

Incremental displacement norm: 1

Advanced...

Incremental LUSAS file output

☐ Same as previous loadcase

Output file: 1

Plot file: 1

Restart file: 0

Max number of saved restarts: 0

Log file: 1

History file: 1

Time domain

☐ Time domain: Thermal

Initial time step: 0

Total response time: 100E6

☐ Automatic time stepping

Advanced...

Max time steps or increments: 0

OK Cancel Help

Şekil 5.9 LUSAS yükleme penceresi

Automatic Incrementation : Sabit ya da değişken artımlar kullanılarak belirli bir yük durumu oluşturulmaktadır. Değişken artımlar çözümün iteratif performansına göre yük faktörü otomatik olarak değiştirilmektedir. Eğer gerekli iterasyon sayısı istenen iterasyon sayısından fazlaysa yük faktörünün değeri azalacaktır.

Starting load factor : Buraya bir sonraki yük artışının ilk iterasyonu için referans yük seviyesi ile çarpılacak değer girilir. Eğer sabit bir yük seviyesi kullanılırsa yük seviyesi sabit olarak

devam edecektir. İlk iterasyonda sıfırdan farklı olmalı ancak gereken durumlarda, ilerleyen adımlarda sıfır olarak tanımlanabilir.

Maximum change in load factor : Bir artıştaki yük değişim oranını sınırlayan değerdir. Sıfır girildiğinde limit uygulanmaz.

Starting load factor : Bir önceki artım sonundaki toplam yük çarpanıdır.

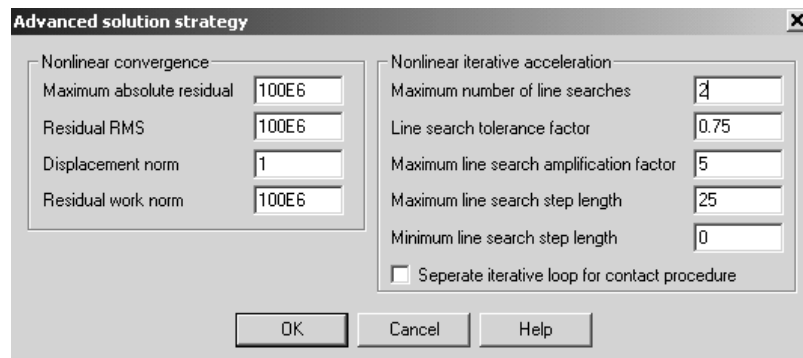
Maximum total load factor : Belirlenen değer için işlemin kesilmesini sağlamaktadır. Eğer birden fazla şart tanımlanırsa işlem ilk kriter sağlandığında kesilecektir.

Adjust load based on convergence history : Eğer bir değişiklik yapılmazsa artımlar üniform olarak yapılmaktadır. Bu demek oluyor ki her artış için başlangıç yük çarpanı belirlenmiş yük bileşenleriyle çarpılır ve bir önceki seviyeye eklenir. Alternatif olarak çeşitli artımlar istenebilmektedir. Bu durumda başlangıç yük çarpanı çözümün iteratif performansına göre otomatik olarak değişecektir. Değişim, istenilen iterasyon sayısına ve belirlenmiş iteratif performansın bir fonksiyonu olacaktır.

Iterations per increment : Yük değişkeni bir önceki adımda sonuca ulaşan iterasyon sayısına göre değişir. Eğer buraya girilen değer eğer bir önceki adımda sonuca ulaşan iterasyon sayısından daha azsa yük değişkeni azaltılır, tam tersi durumda ise adım uzunluğu artırılır. Bu alana sıfır girilmesi durumunda yük değişkeni sabit kalacaktır.

Maximum of time steps or increments : Sıfır girildiğinde işlemin durdurulması için farklı bir kriter olmadığını belirtmektedir.

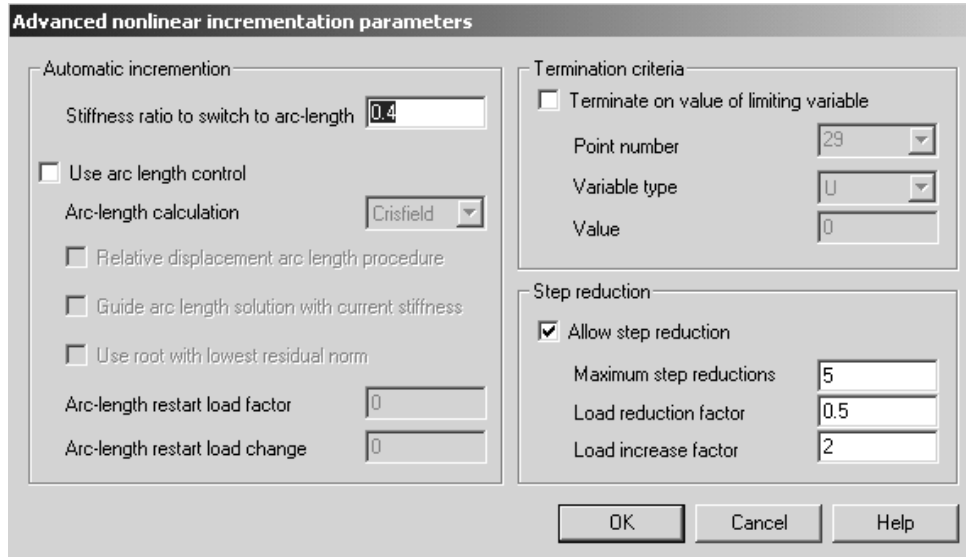
LUSAS programı “doğru arama” yöntemini kullanarak yakınsama hızını artırmayı amaçlamıştır. Bu yöntemde her iterasyondaki bazı ekstra optimizasyonlar minimize edilmektedir.



Şekil 5.10 İteratif ivmelendirme

Doğru arama parametreleri probleme bağlı olarak değişiklik göstermektedir. Genellikle 0.3 – 0.8 arasında bir toleransla maksimum 3 ila 5 doğru arama iterasyonu yeterli görülmektedir. Bu tez kapsamında ise tüm modellerde 0.75 toleransla en fazla 2 doğru arama iterasyonuna izin verilmiştir.

Newton Raphson yönteminde, her iterasyonda, verilen her yük artımı için bir deplasman çözümü bulunduğu varsayılmaktadır. Bu gibi metotlar genellikle “sabit yük seviyeli” artımı ortak adıyla anılırlar. Yapısal tepkide sınır noktalarının oluşması durumunda sabit yük seviyeli metotlar, limit noktasından önce bir yakınsama sağlanamamasıyla sonuçlanabilmektedir. Sınır noktalarından kaynaklanan problemlerin çözümü, alternatif yöntemlerin (deplasman artımı vb) geliştirilmesine yol açmaktadır.



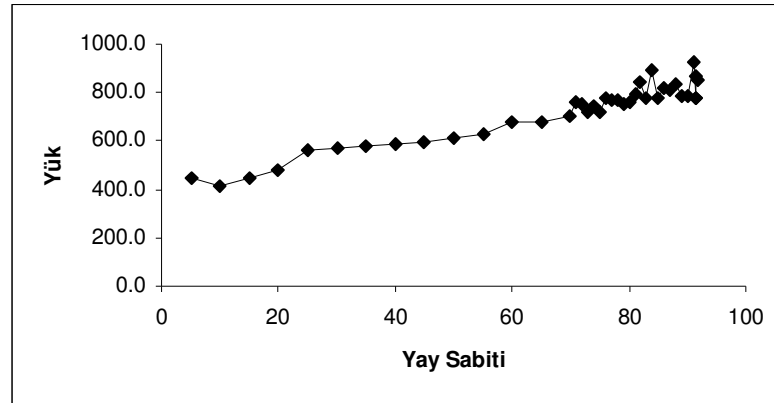
Şekil 5.11 Adım azaltma

Maksimum iterasyon sayısına ulaşılmasına rağmen yakınsamanın sağlanamadığı durumlarda Şekil 5.11’de görülen üç farklı parametre değerine göre otomatik olarak artım (increment) azaltılır ve yeniden uygulanır.

5.3 Göçme yükü hesabı

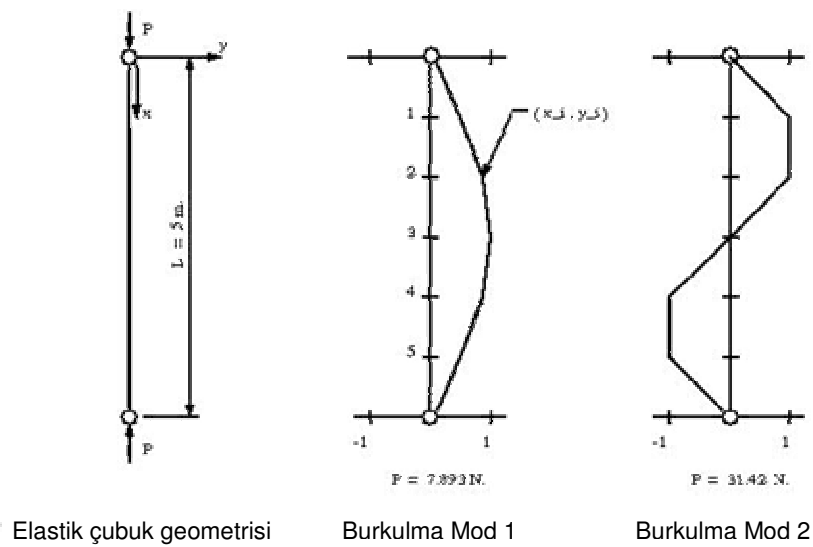
Uygulanacak çözüm yönteminin deney sonuçlarıyla örtüşüp örtüşmediğini kontrol edebilmek amacıyla ilk aşamada modellerin göçme yükleri hesaplanmıştır. LUSAS programına modelin geometrisi, malzeme özellikleri ve yükleme şekli girildikten sonra, çözüm için gerekli tüm şartlar sağlanmış olmaktadır. Böylelikle göçme yükü hesabına başlanır. Bunun için öncelikle kuşatma etkisi olmadan (yay katsayısı = 0) ve sonrasında kuşatma değeri ya da bir başka

değişle yay katsayısı değeri artırılarak programdan göçme yüklerini hesaplaması istenir. Aşağıdaki grafik L8S5.5S10 modeli için Yük – Yay Sabiti grafiğini göstermektedir.



Şekil 5.12 L8S5.5S10 modeli için Yük – Yay Sabiti grafiği

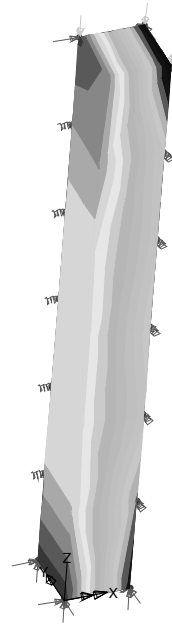
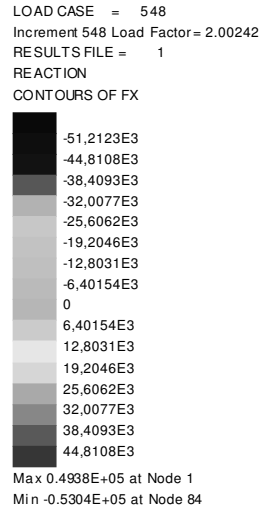
Bir noktaya kadar kolon taşıma gücü, kuşatma etkisi arttıkça artmaktadır, kuşatma etkisi artırılmaya devam edildiğinde süreksizlikler görülmekte, yük bu arada maksimum değerini almaktadır. Bu noktadan sonra ise yük değerleri gerçeklikten uzak, çok büyük değerler almakta olduğundan göz ardı edilmişlerdir. Buradaki davranışı açıklamak için Euler burkulma modları ile analogi yapılmıştır. Yay atanan yüzeylerde düğüm noktalarında oluşan mesnetlenmenin burkulma modunu değiştirdiği ve yükte bir atlamaya sebep olduğu düşünülmektedir (Şekil 5.13). Deney sonuçlarıyla karşılaştırıldığında yükün ulaştığı maksimum değerin gerçeğe yakın olduğu görülmüştür.



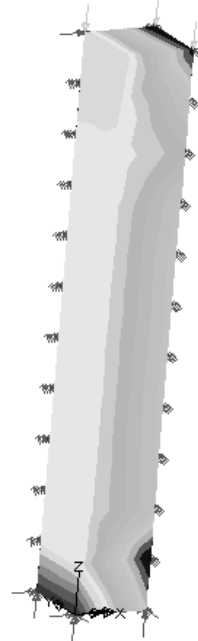
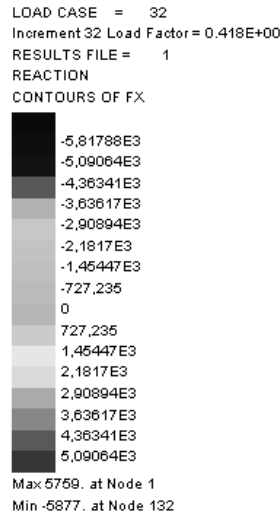
Şekil 5.13 Euler burkulma modları

5.4 Kuşatma basıncı hesabı

Kuşatma basıncı, yük altındaki bir kolonda etriyelerin ne kadar zorlandığını belirten değerdir. Bunu hesaplayabilmek için kolon yüzeyinde, x ve y yönündeki reaksiyon kuvvetleri hesaplanmıştır. Şekil 5.11 de farklı modeller için görüldüğü gibi kolonun büyük bir kesiminde hakim olan ortalama bir reaksiyon kuvveti bulunmaktadır.

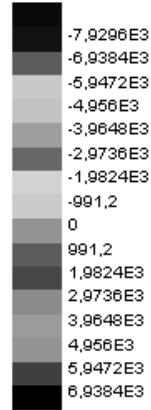


(a) Model A91

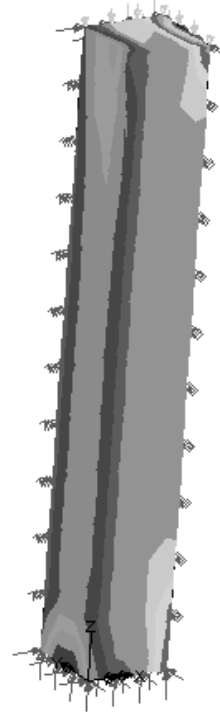


(b) L8S55S55

LOAD CASE = 6
 Increment 6 Load Factor = 0.101E+00
 RESULTS FILE = 1
 REACTION
 CONTOURS OF FX

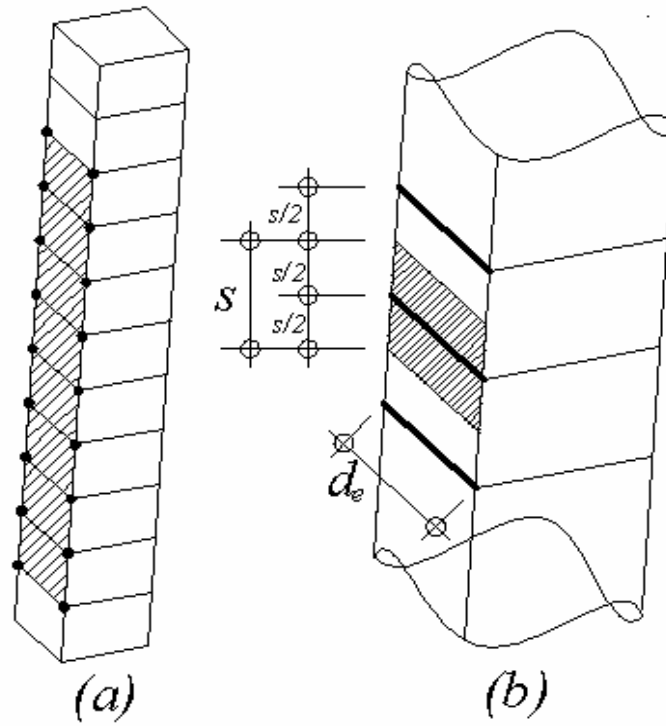


Max 7044. at Node 46
 Min -8815. at Node 40



(c) H12S55E55

Şekil 5.14 Kolon yüzeyindeki reaksiyon kuvveti



Şekil 5.15 Kolon yüzeyindeki sabit yayılı yük ve bir etriyenin kontrol ettiği alan

Şekil 5.14'te gösterilen LUSAS sonuçları daha iyi incelenmesi için yeniden çizilmiş ve yük değerlerinin birbirine çok yakın olduğu noktalar işaretlenmiştir (Şekil 5.15). Bir etriyenin ne kadar zorlandığını gerilme cinsinden hesaplayabilmek için Şekil 5.15(a)'da gösterilen noktalarda yük değeri ölçülmüş ve bu değerler birbirine çok yakın olduğu için ortalaması alınarak yükün, üniform yayılı olduğu kabul edilmiştir. Şekil 5.15(b)'de ise bir etriyenin kontrol ettiği alan taralı olarak gösterilmiştir. Ortalama yük değeri (OY), etriyenin kontrol ettiği alana ($s \times d_e$) bölünürse kuşatma basıncı bulunmuş olacaktır.

$$KB = \frac{OY}{s \times d_e} \quad (5.8)$$

6. ANALİZ SONUÇLARI VE TABLOLAR

Tüm bu açıklamalar altında yapılan analizler neticesinde Çizelge 6.2 deki sonuçlar elde edilmiştir. Bu tablo doğrultusunda çeşitli karşılaştırmalar aşağıda ayrıntılı bir biçimde anlatılmıştır.

Çizelge 6.1 Numune özellikleri

Numune	f _c (MPa)	Etriye Aralığı (mm)	Boyuna Donatı		
			Sayısı	Alanı (mm ²)	Oranı
Model A33	33	130	4	200	0,0201
Model A91	91	130	4	200	0,0201
L8S5.5S10	20	100	8	129	0,0258
M8S5.5S10	39	100	8	129	0,0258
H8S5.5S10	54	100	8	129	0,0258
F - L8S5.5S10	20	100	8	69	0,0138
F - M8S5.5S10	39	100	8	69	0,0138
F - H8S5.5S10	54	100	8	69	0,0138
L12S5.5E10	20	100	12	69	0,0207
M12S5.5E10	39	100	12	69	0,0207
H12S5.5E10	54	100	12	69	0,0207
F - L12S5.5E10	20	100	12	129	0,0387
F - M12S5.5E10	39	100	12	129	0,0387
F - H12S5.5E10	54	100	12	129	0,0387
L8S5.5S5.5	20	55	8	129	0,0258
M8S5.5S5.5	39	55	8	129	0,0258
H8S5.5S5.5	54	55	8	129	0,0258
F - L8S5.5S5.5	20	55	8	69	0,0138
F - M8S5.5S5.5	39	55	8	69	0,0138
F - H8S5.5S5.5	54	55	8	69	0,0138
L12S5.5E5.5	20	55	12	69	0,0207
M12S5.5E5.5	39	55	12	69	0,0207
H12S5.5E5.5	54	55	12	69	0,0207
F - L12S5.5E5.5	20	55	12	129	0,0387
F - M12S5.5E5.5	39	55	12	129	0,0387
F - H12S5.5E5.5	54	55	12	129	0,0387

Çizelge 6.2 Genel sonuç tablosu

Numune	YK	Yük [kN]			Kuşatma Basıncı [MPa]	
		Mander*	Deney	Model	Mander	Model
Model A33	87	1165	1650	1552,4	0,65	0,63
Model A91	113	2462	3920	3561,6	0,65	1,27
L8S5.5S10	86	1117	1154,2	1012	0,83	1,7
M8S5.5S10	95	1536	1839	1440	0,83	1,82
H8S5.5S10	110	1864	2140,9	1904	0,83	2,34
F - L8S5.5S10	65	847	-	788	0,79	1,19
F - M8S5.5S10	70	1265	-	1292	0,79	1,4
F - H8S5.5S10	80	1593	-	1720	0,79	1,78
L12S5.5E10	82	928	1048,2	755,2	1,61	1,17
M12S5.5E10	104	1347	1846,1	1700	1,61	2,94
H12S5.5E10	105	1671	2275,6	2055,2	1,61	3,04
F - L12S5.5E10	135	1203	-	856	1,71	1,61
F - M12S5.5E10	134	1623	-	1840,8	1,71	3,2
F - H12S5.5E10	139	1948	-	2277,2	1,71	3,62
L8S5.5S5.5	108	1267	1290,2	862,4	2,18	0,39
M8S5.5S5.5	106	1707	2090,9	1777,2	2,18	0,73
H8S5.5S5.5	107	2043	2379,6	2342,0	2,18	0,94
F - L8S5.5S5.5	60	990	-	853,6	2,06	0,30
F - M8S5.5S5.5	63	1428	-	1717,2	2,06	0,58
F - H8S5.5S5.5	64	1763	-	2110,0	2,06	0,59
L12S5.5E5.5	85	1158	1333,8	760,0	4,23	1,16
M12S5.5E5.5	70	1631	2084,8	1600,0	4,23	2,07
H12S5.5E5.5	145	1977	2569,3	1912,0	4,23	3,29
F - L12S5.5E5.5	110	1440	-	896,0	4,49	1,39
F - M12S5.5E5.5	101	1920	-	1852,0	4,49	2,70
F - H12S5.5E5.5	145	2268	-	2168,0	4,49	3,41

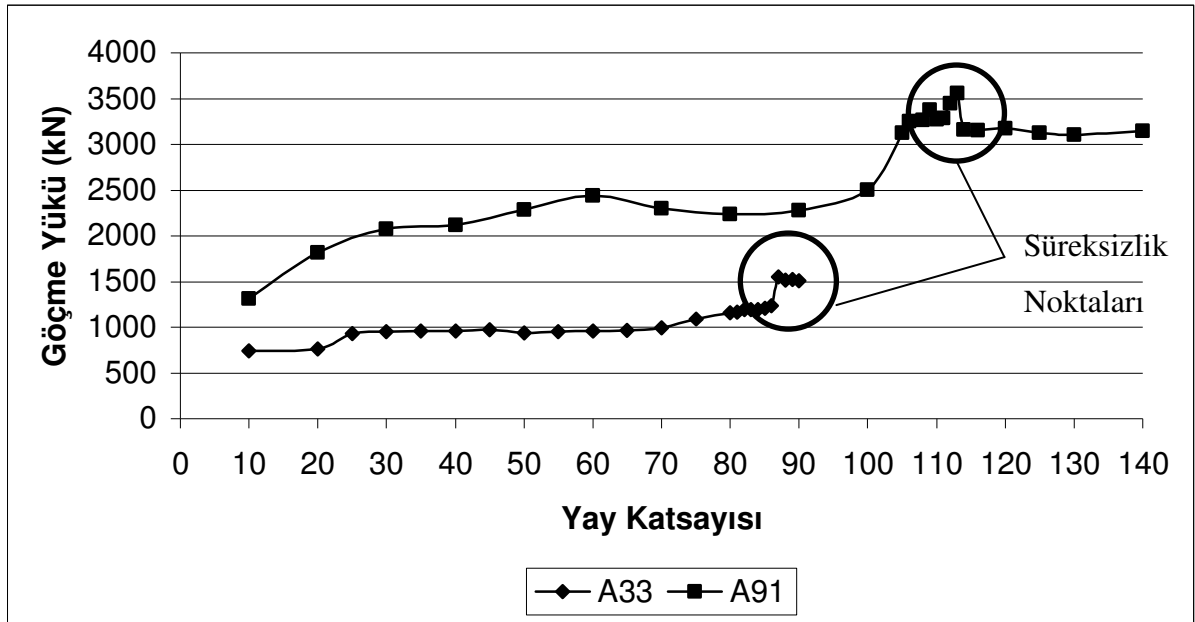
6.1 Kuşatma etkisi

Daha önce de belirtildiği gibi modelde yay katsayısı kuşatma etkisini tanımlamaktadır. Yay katsayısının dolayısıyla kuşatma etkisinin farklı dereceleri için elde edilen sonuçlar aşağıdaki çizelge ve şekillerle gösterilmiştir. Kolon taşıma gücünün maksimuma ulaştığı noktalardaki ani artışlar grafikler üzerinde işaretlenmiştir.

* Sonuçlar Şirzat Akgün'ün halen sürmekte olan çalışmasından alınmıştır.

Çizelge 6.3 Dört donatılı kolonlarda farklı beton mukavemetleri için YK değişimi

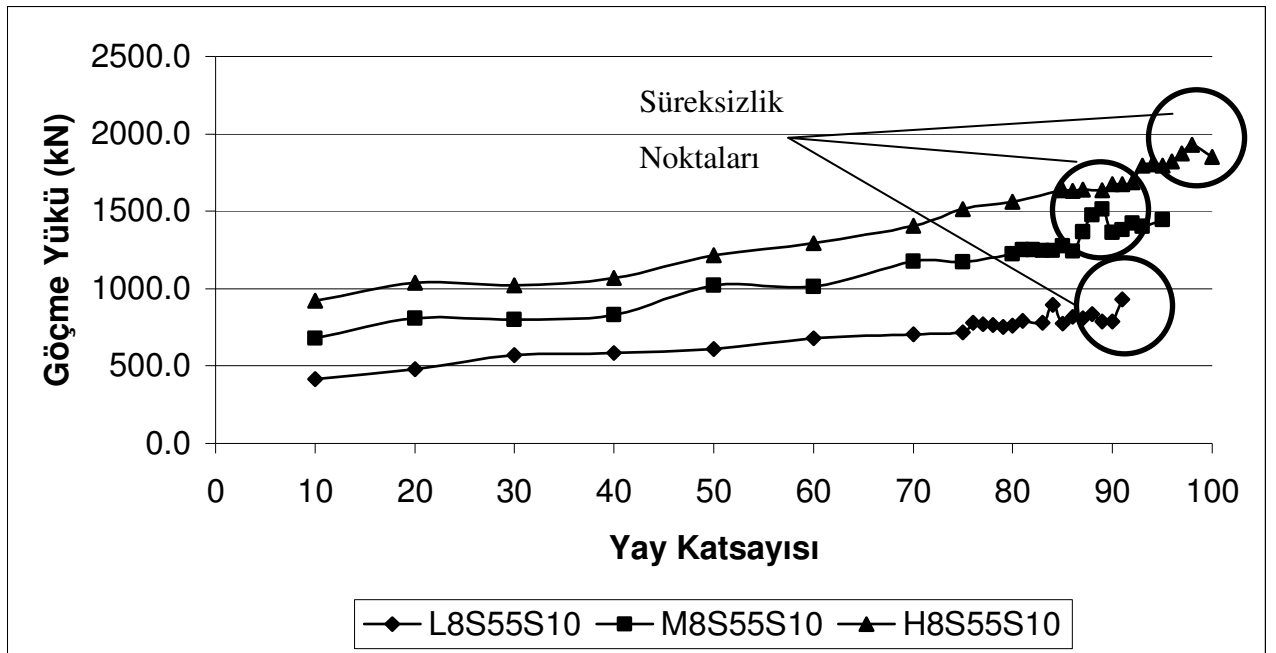
Model A33		Model A91	
YK	Göçme Yüğü (kN)	YK	Göçme Yüğü (kN)
10	744,0	10	1312,0
20	764,4	20	1815,2
25	932,8	30	2080,0
30	951,6	40	2121,6
35	960,0	50	2290,0
40	960,0	60	2443,2
45	975,2	70	2302,4
50	939,2	80	2240,0
55	948,4	90	2281,2
60	956,4	100	2503,6
65	962,4	105	3128,4
70	991,6	106	3254,0
75	1092,4	108	3267,6
80	1162,8	109	3376,0
81	1166,4	110	3274,0
82	1193,2	111	3288,8
83	1198,8	112	3450,0
84	1197,2	113	3561,6
85	1207,6	114	3162,8
86	1238,8	116	3155,6
87	1552,4	120	3172,0
88	1514,4	125	3124,4
89	1525,2	130	3103,2
90	1509,2	140	3148,0



Şekil 6.1 Dört donatılı kolonlarda farklı beton mukavemetleri için YK değişimi

Çizelge 6.4 Sekiz donatılı kolonlarda farklı beton mukavemetleri için YK değişimi

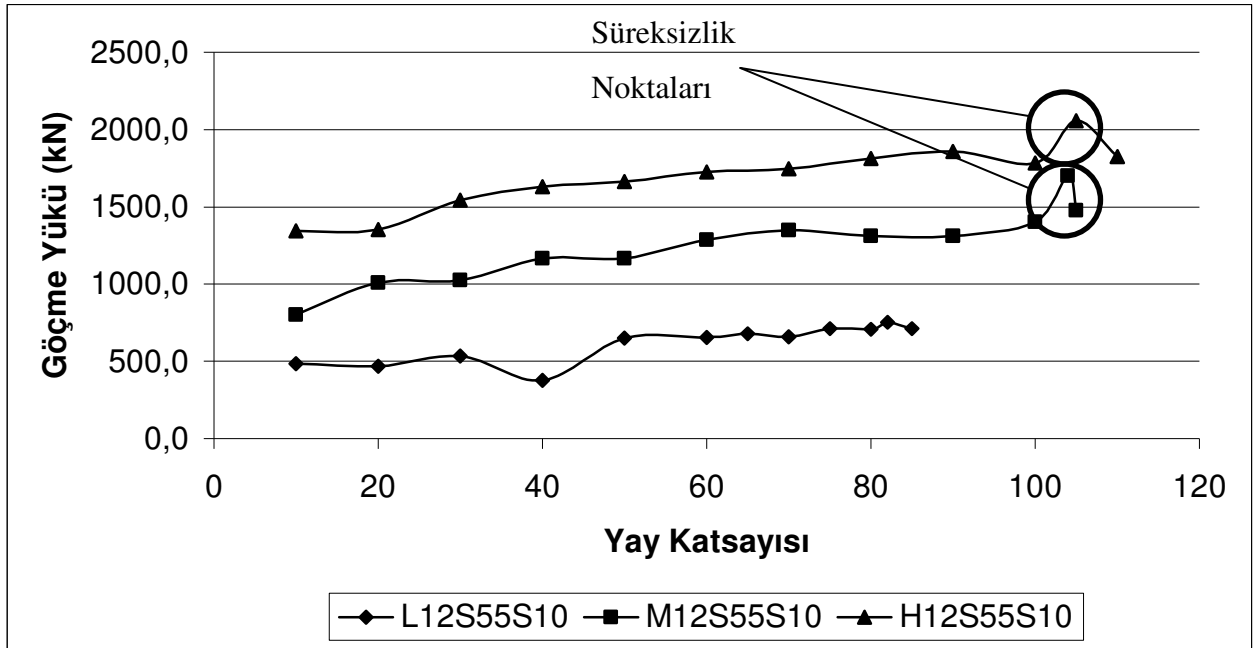
L8S55S10		M8S55S10		H8S55S10	
YK	Göçme Yüğü (kN)	YK	Göçme Yüğü (kN)	YK	Göçme Yüğü (kN)
10	416,8	10	680,0	10	919,2
20	482,0	20	808,8	20	1040,0
30	570,0	30	801,2	30	1020,0
40	585,6	40	828,8	40	1070,0
50	610,4	50	1020,0	50	1214,0
60	680,0	60	1010,0	60	1293,2
70	704,4	70	1176,4	70	1404,4
75	718,0	75	1170,4	75	1515,2
76	779,2	80	1224,4	80	1560,8
77	771,6	81	1252,0	85	1634,0
78	766,4	82	1248,4	86	1630,0
79	753,6	83	1244,0	87	1638,8
80	759,6	84	1246,8	89	1632,8
81	790,4	85	1277,2	90	1672,0
83	776,4	86	1242,4	91	1673,6
84	893,2	87	1367,6	92	1685,2
85	775,6	88	1476,8	93	1795,6
86	818,8	89	1512,0	94	1804,0
87	809,6	90	1362,4	95	1795,6
88	836,8	91	1378,4	96	1821,6
89	785,2	92	1424,4	97	1873,6
90	785,2	93	1402,0	98	1929,6
91	929,6	95	1446,4	100	1849,2



Şekil 6.2 Sekiz donatılı kolonlarda farklı beton mukavemetleri için YK değişimi

Çizelge 6.5 On iki donatılı kolonlarda farklı beton mukavemetleri için YK değişimi

L12S55S10		M12S55S10		H12S55S10	
YK	Göçme Yüğü (kN)	YK	Göçme Yüğü (kN)	YK	Göçme Yüğü (kN)
10	484,4	10	803,6	10	1345,2
20	467,2	20	1010,4	20	1355,2
30	534,0	30	1027,2	30	1544,0
40	376,8	40	1166,4	40	1630,0
50	651,6	50	1168,0	50	1665,6
60	655,2	60	1288,0	60	1726,4
65	679,2	70	1349,6	70	1745,6
70	656,8	80	1310,4	80	1814,4
75	711,6	90	1314,0	90	1859,6
80	706,8	100	1404,8	100	1783,6
82	755,2	104	1700,0	105	2055,2
85	711,6	105	1478,8	110	1824,0



Şekil 6.3 On iki donatılı kolonlarda farklı beton mukavemetleri için YK değişimi

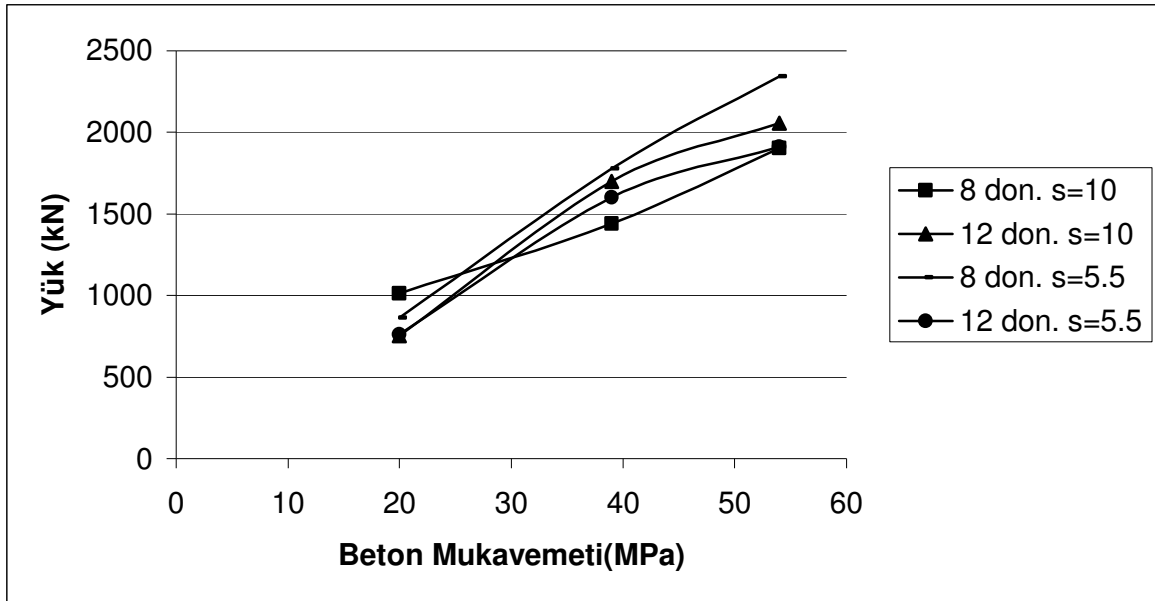
Her üç şekilden ve çizelgeden de anlaşılabileceği gibi, beton mukavemeti arttığında kolon taşıma gücü de artacaktır ancak kolonun taşıma gücüne ulaşması için daha etkin bir kuşatma gerekmektedir. Bu etki etriye çapını artırarak veya sargı donatısını sıklaştırarak elde edilebilir.

6.1.1 Beton mukavemetinin etkisi

Beton mukavemeti kuşatmayı etkileyen en önemli faktörlerden biridir. Beton mukavemetinin artması kolon taşıma gücünü büyük ölçüde artırmaktadır. Modellenen tüm gerçek ve fiktif kolonlarda bu etki görülmektedir.

Çizelge 6.6 Gerçek kolonlar için beton mukavemetinin göçme yüküne etkisi

Numune	Beton Mukavemeti (MPa)	Göçme Yüğü (kN)
L8S5.5S10	20	1012
M8S5.5S10	39	1440
H8S5.5S10	54	1904
L12S5.5E10	20	755,2
M12S5.5E10	39	1700,0
H12S5.5E10	54	2055,2
L8S5.5S5.5	20	862,4
M8S5.5S5.5	39	1777,2
H8S5.5S5.5	54	2342,0
L12S5.5E5.5	20	760,0
M12S5.5E5.5	39	1600,0
H12S5.5E5.5	54	1912,0

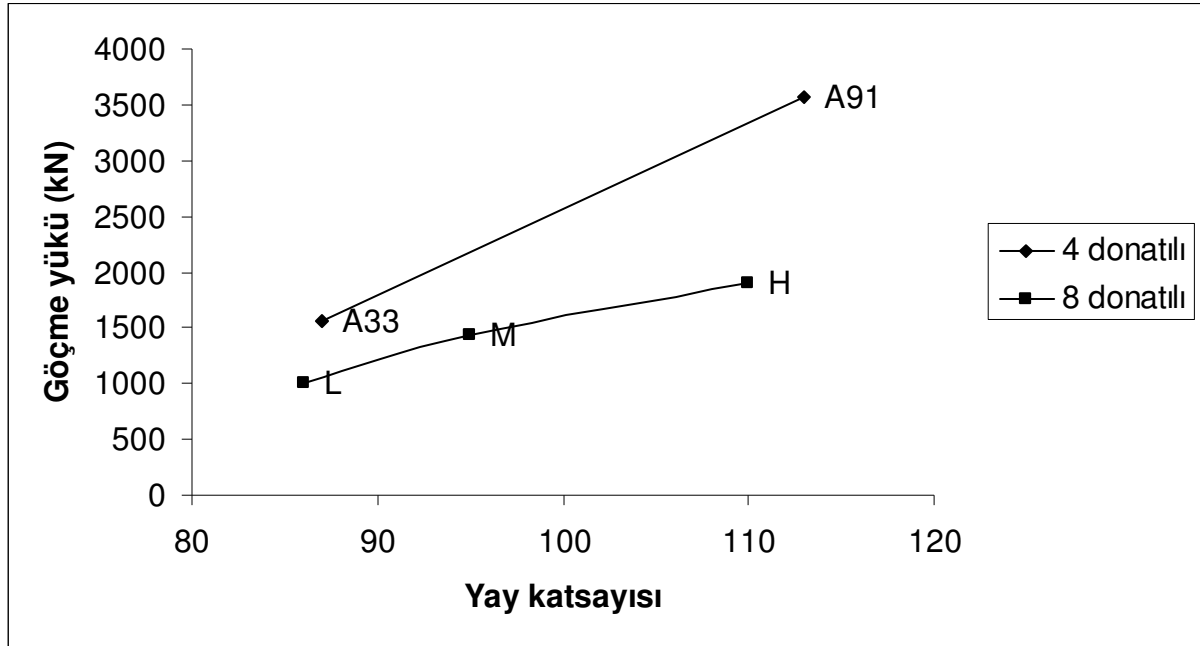


Şekil 6.4 Gerçek kolonlar için beton mukavemetinin göçme yüküne etkisi

Genellikle beton dayanımı arttıkça etriyeler daha çok zorlanmaktadır, bu etki yay katsayısının artışı olarak karşımıza çıkmaktadır. Aşağıda iki farklı model için beton mukavemeti arttığı zaman hem göçme yükünün hem de yay katsayısının arttığı görülebilir.

Çizelge 6.7 Beton mukavemetinin kuşatmaya etkisi

Donatı Sayısı	Numune	YK	Göçme Yüğü (kN)
4	Model A33	87	1552
	Model A91	113	3562
8	L8S55S10	86	1012
	M8S55S10	95	1440
	H8S55S10	110	1904



Şekil 6.5 Beton mukavemetinin kuşatmaya etkisi

6.1.2 Boyuna donatının kuşatmaya etkisi

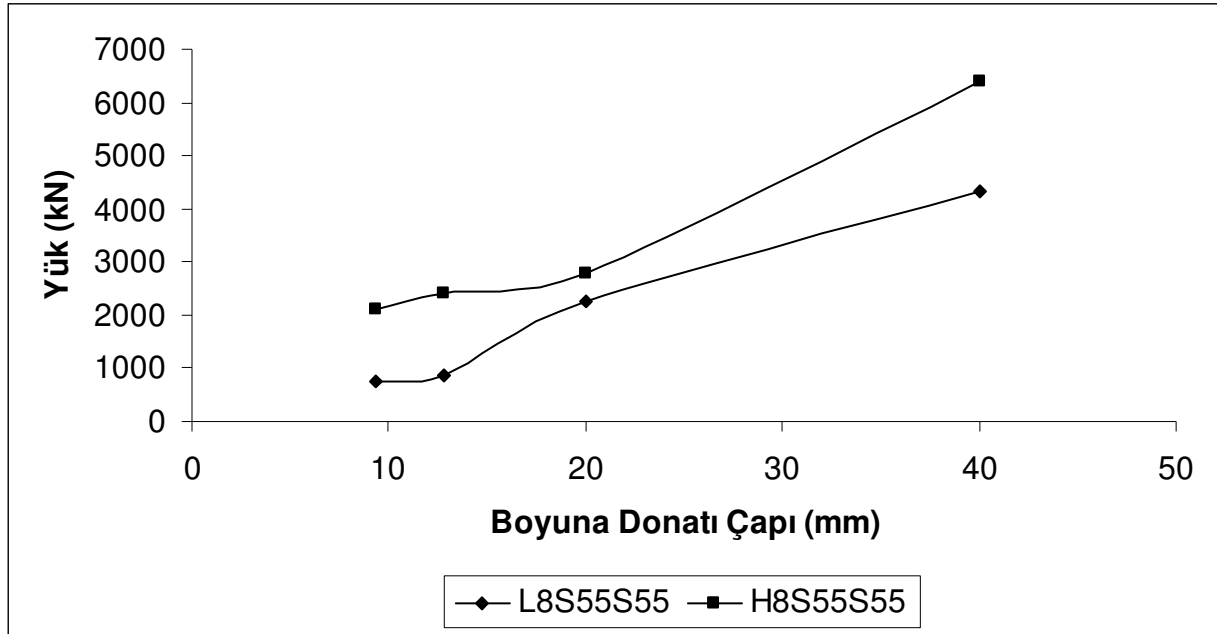
Modellerde kullanılan boyuna donatı akma dayanımları sabit olsa da farklı çap ve sayıda donatı kullanımının kuşatmayı nasıl etkilediği ayrı ayrı incelenmiştir.

6.1.2.1 Boyuna donatı çapının etkisi

Chung deneylerinde kullanılan boyuna donatılar daha önce de bahsedildiği gibi iki çeşittir, No4 ve No3 olarak tanımlanmış donatı kesit alanları sırasıyla 129mm^2 ve 69mm^2 'dir. Boyuna donatı çapının etkisini daha rahat görebilmek için fiktif kolonlar kullanılmıştır. Aşağıdaki sonuçlardan rahatça görülebileceği üzere boyuna donatı çapı arttırıldığında kolon taşıma gücü de artmaktadır.

Çizelge 6.8 Boyuna donatı çapının göçme yüküne etkisi

	Boyuna Donatı Çapı (mm)	Göçme Yüğü (kN)		Boyuna Donatı Çapı (mm)	Göçme Yüğü (kN)
L8S55S55	9,4	764	H8S55S55	9,4	2110
	12,8	864		12,8	2400
	20	2268		20	2780
	40	4344		40	6388

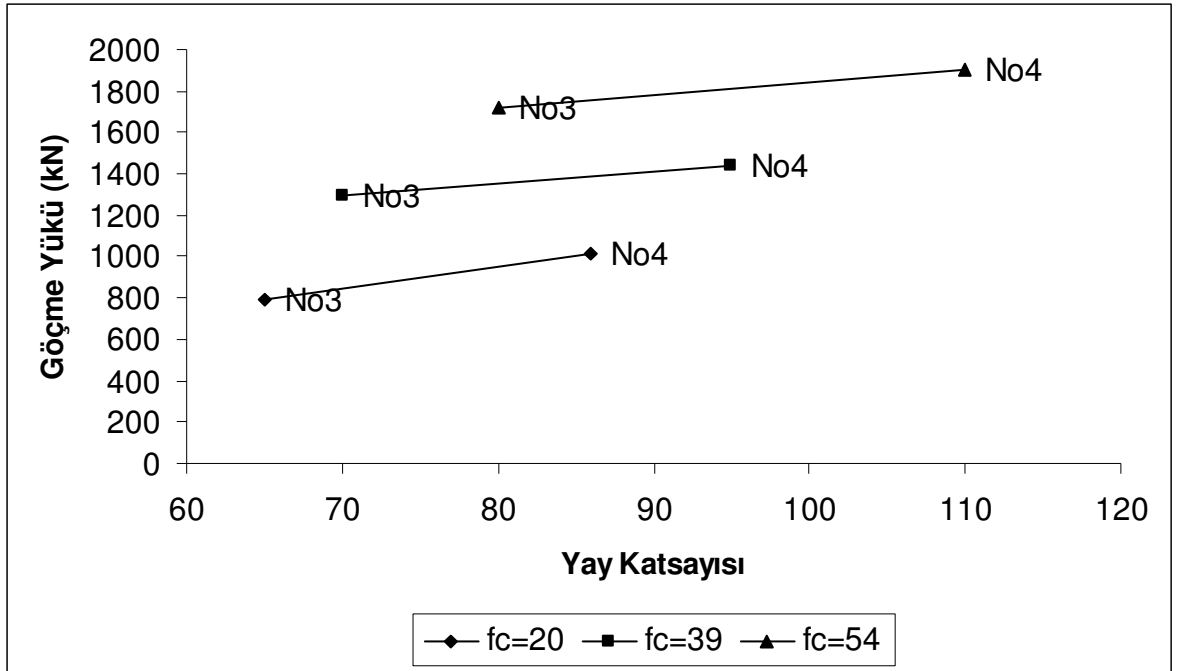


Şekil 6.6 Boyuna donatı çapının göçme yüküne etkisi

Bununla birlikte, beton mukavemeti artışında olduğu üzere daha güçlü etriyeler kullanmak gerekebilmektedir.

Çizelge 6.9 Boyuna donatı çapının kuşatmaya etkisi

Numune	YK	Göçme Yüğü (kN)
L8S55S10	86	1012
F - L8S55S10	65	788
M8S55S10	95	1440
F - M8S55S10	70	1292
H8S55S10	110	1904
F - H8S55S10	80	1720



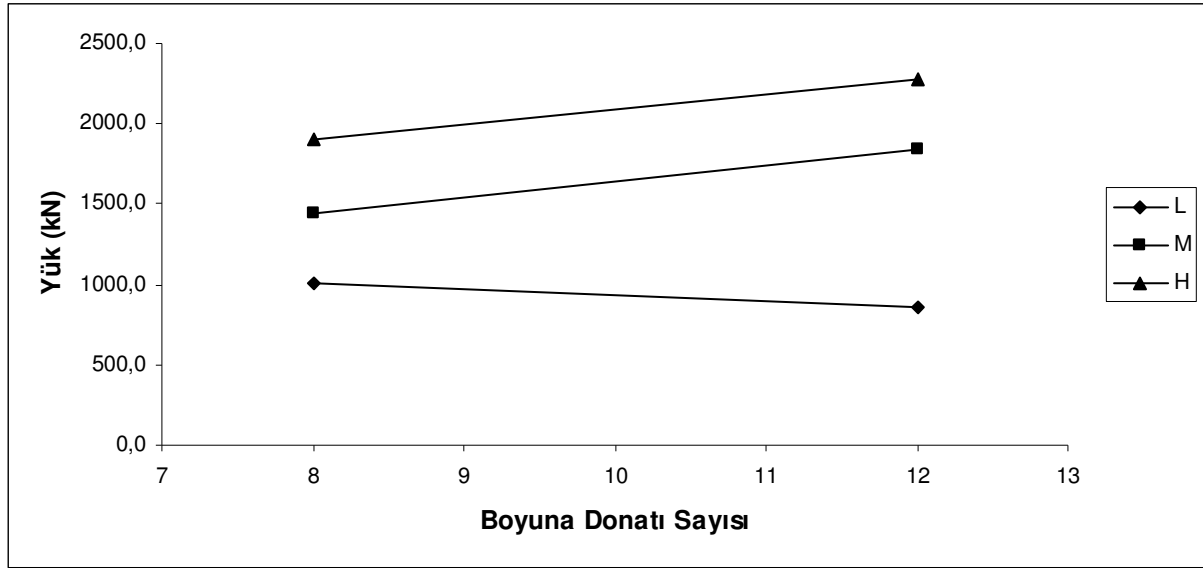
Şekil 6.7 Boyuna donatı çapının kuşatmaya etkisi

6.1.2.2 Boyuna donatı sayısının etkisi

Donatı sayısı veya donatı çapının artırılmasının aynı etkiyi yaratması beklenmelidir, dolayısıyla donatı sayısı artırıldığında da kolon taşıma gücü artması olağandır. Aşağıdaki sonuçlardan da görülebileceği gibi donatı sayısı artırıldığında göçme yükü artmaktadır.

Çizelge 6.10 Boyuna donatı sayısının göçme yüküne etkisi (donatı çapı 129mm^2)

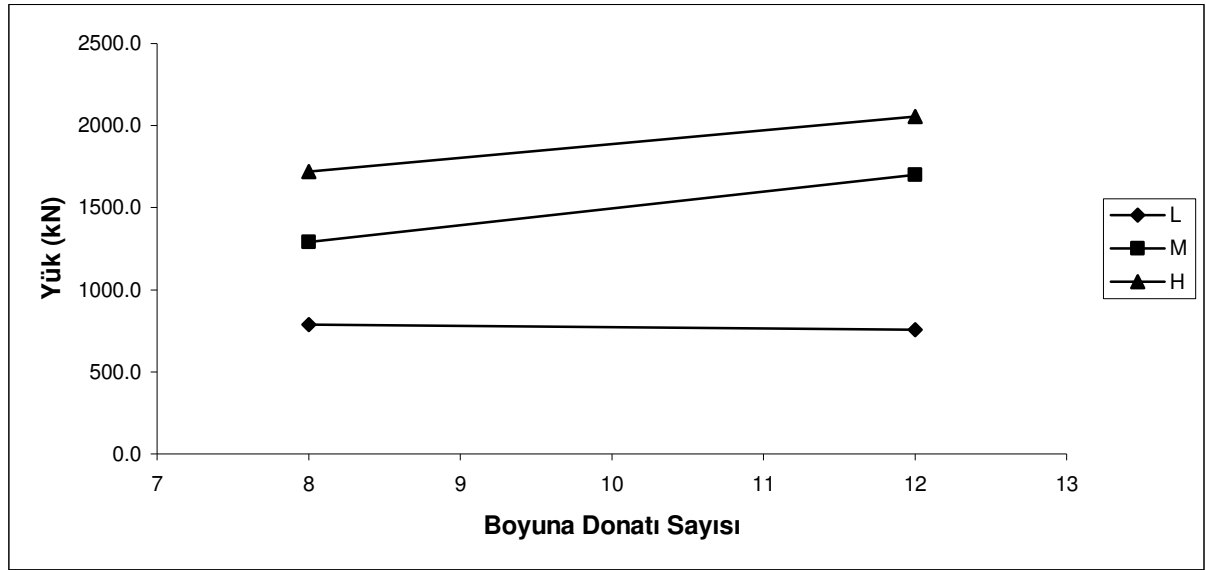
Numune	Donatı Sayısı	Göçme Yükü (kN)
L8S5.5S10	8	1012,0
F - L12S5.5E10	12	856,0
M8S5.5S10	8	1440,0
F - M12S5.5E10	12	1840,8
H8S5.5S10	8	1904,0
F - H12S5.5E10	12	2277,2



Şekil 6.8 Boyuna donatı sayısının göçme yüküne etkisi (donatı çapı 129mm^2)

Çizelge 6.11 Boyuna donatı sayısının göçme yüküne etkisi (donatı çapı 69mm^2)

Numune	Donatı Sayısı	Göçme Yükü (kN)
F - L8S5.5S10	8	788,0
L12S5.5E10	12	755,2
F - M8S5.5S10	8	1292,0
M12S5.5E10	12	1700,0
F - H8S5.5S10	8	1720,0
H12S5.5E10	12	2055,2

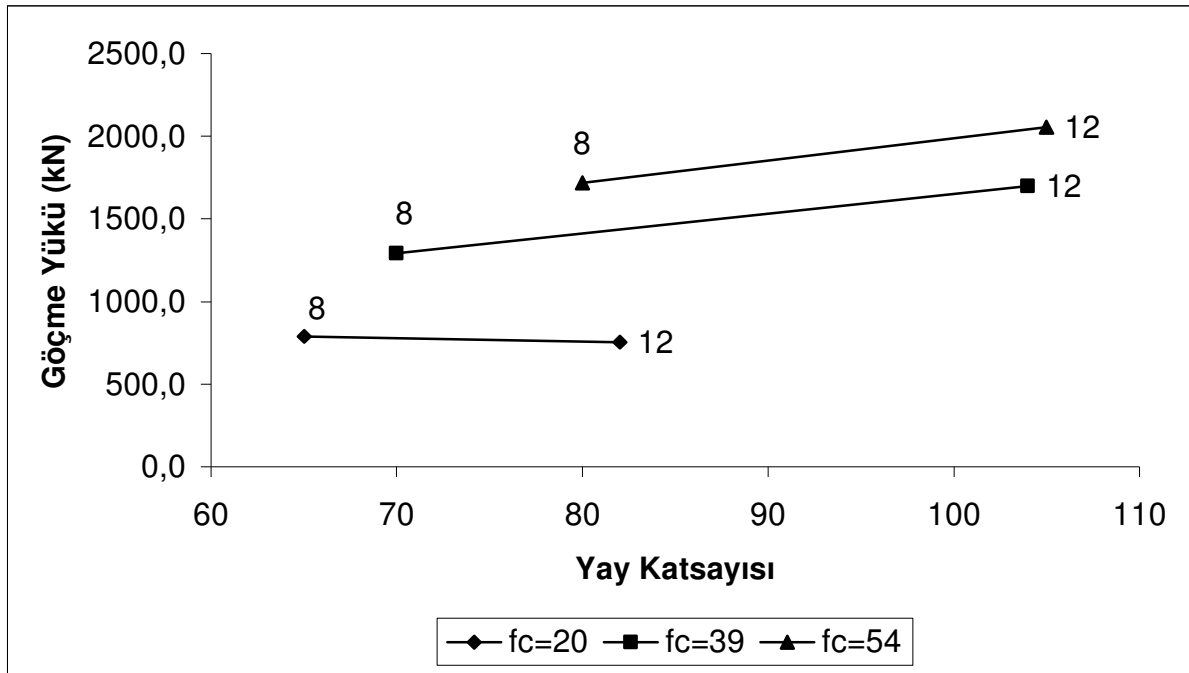


Şekil 6.9 Boyuna donatı sayısının göçme yüküne etkisi (donatı çapı 69mm^2)

Her ne kadar beton mukavemetinin düşük olduğu modellerde donatı sayısının artırılması kolon taşıma gücünde bir azalmaya sebep olsa da bu azalma ihmal edilebilecek düzeydedir. Aşağıda boyuna donatı sayısının kuşatmaya etkilerini görebilmek için yay katsayısıyla göçme yükü değişimi incelenmiştir.

Çizelge 6.12 Boyuna donatı sayısının kuşatmaya etkisi

Numune	YK	Göçme Yüğü (kN)
F - L8S5.5S10	65	788,0
L12S5.5E10	82	755,2
F - M8S5.5S10	70	1292,0
M12S5.5E10	104	1700,0
F - H8S5.5S10	80	1720,0
H12S5.5E10	105	2055,2



Şekil 6.10 Boyuna donatı sayısının kuşatmaya etkisi

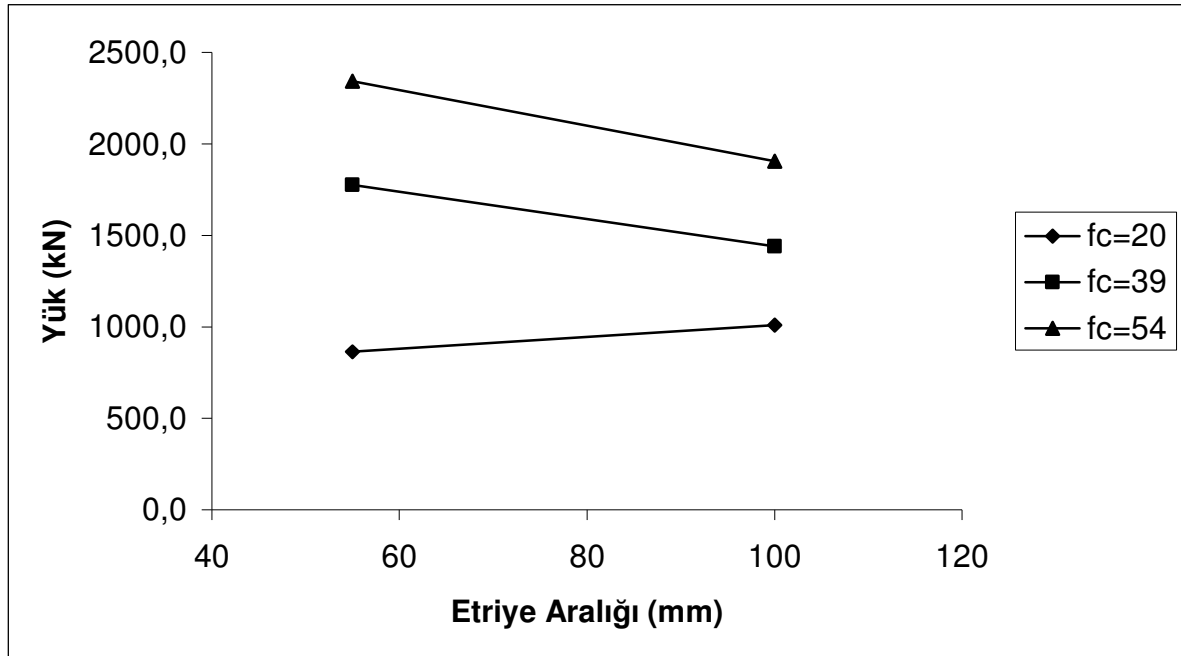
Yukarıdaki grafikten de görülebileceği gibi boyuna donatı sayısı arttıkça göçme yükü artarken, yay katsayısı da artmakta olduğundan etriyenin giderek zorlandığını söylemek mümkün olabilmektedir.

6.1.3 Etriye aralığının etkisi

Her ne kadar modellerde etriye kullanılsa da sonlu elemanlar seçilirken etriye aralıkları göz önünde bulundurulduğundan, etriye aralığının göçme yüküne etkileri çizelge 6.13'te gösterilmiştir.

Çizelge 6.13 Etriye aralığının göçme yüküne etkisi

Numune Adı	Etriye Aralığı (mm)	Göçme Yüğü (kN)
L8S5.5S5.5	55	862,4
M8S5.5S10	100	1440,0
M8S5.5S5.5	55	1777,2
H8S5.5S10	100	1904,0
H8S5.5S5.5	55	2342,0



Şekil 6.11 Etriye aralığının göçme yüküne etkisi

Grafikten de görülebileceği gibi etriye aralığının azalması beklenildiği gibi kolon taşıma gücünü olumlu yönde etkilemektedir.

6.2 Kuşatma Basıncı

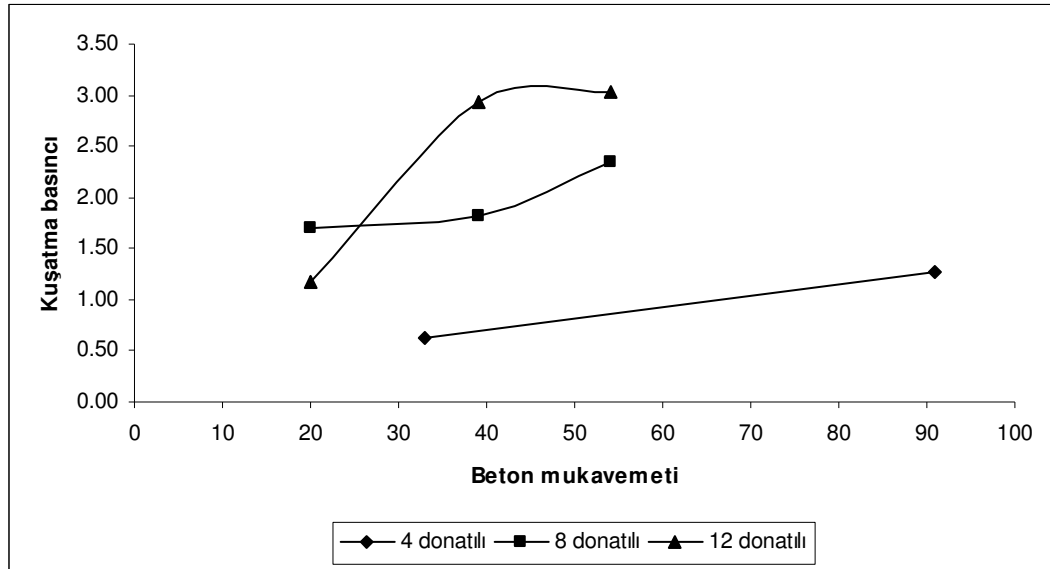
Bölüm 5'in son kısmında anlatıldığı üzere LUSAS ile hesaplanan kuşatma basınçlarının değerlendirilmesi aşağıdaki şekilde yapılmıştır.

6.2.1 Beton mukavemeti ile kuşatma basıncı ilişkisi

Beton mukavemetinin artması kolon taşıma gücünü olumlu şekilde etkilerken, oluşan kuşatma basıncı artış göstermektedir. Bir başka deyişle kuşatma basıncının artması kolon taşıma gücünü artırmaktadır.

Çizelge 6.14 Beton mukavemeti ile kuşatma basıncı ilişkisi

Numune	Beton Mukavemeti [MPa]	Kuşatma Basıncı [MPa]
Model A33	33	0,63
Model A91	91	1,27
L8S5.5S10	20	1,70
M8S5.5S10	39	1,82
H8S5.5S10	54	2,34
L12S5.5E10	20	1,17
M12S5.5E10	39	2,94
H12S5.5E10	54	3,04



Şekil 6.12 Beton mukavemeti ile kuşatma basıncı ilişkisi

Şekil 6.12’de görülebildiği üzere beton mukavemeti ile kuşatma basıncı doğru orantılı olarak değişmektedir.

6.2.2 Boyuna donatı ile kuşatma basıncı ilişkisi

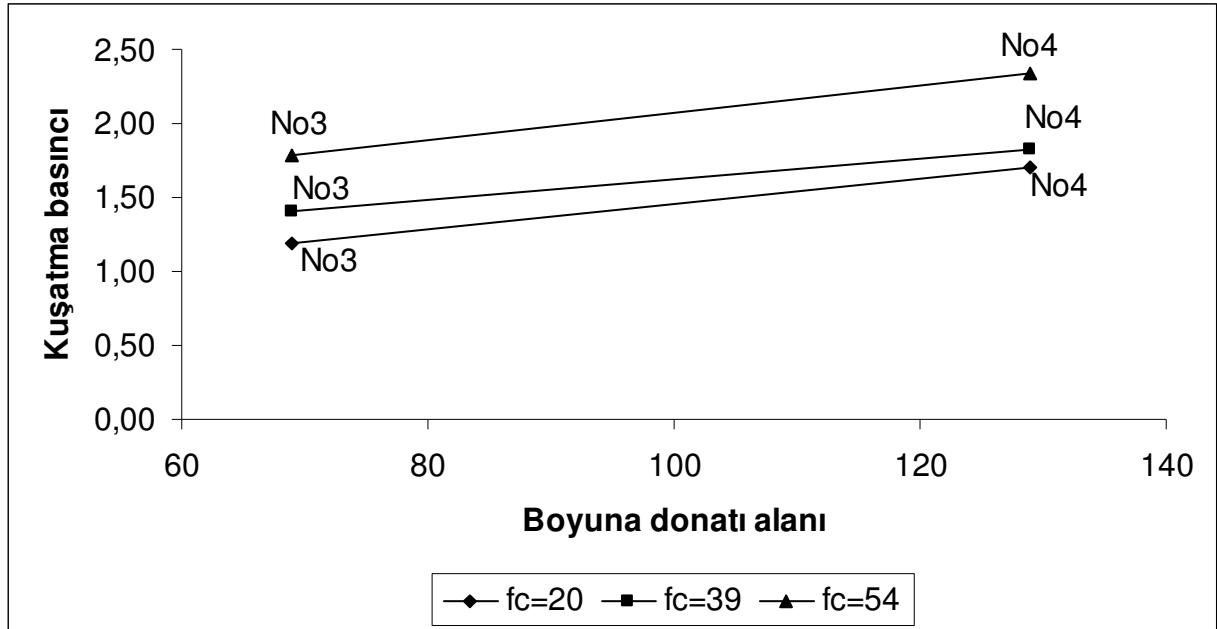
Göçme yükünde olduğu gibi kuşatma basınçlarının değişimi de donatı çapı ve sayısı için ayrı ayrı hesaplanmış ve aşağıda sonuçlar verilmiştir.

6.2.2.1 Boyuna donatı çapının etkisi

Boyuna donatı çapı ile kuşatma basıncı doğru orantılı olarak değişmektedir, aşağıdaki çizelge ve şekilde bu değişimin oranları görülebilmektedir.

Çizelge 6.15 Boyuna donatı çapı ile kuşatma basıncı ilişkisi

Numune	Boyuna Donatı Alanı [mm ²]	Kuşatma Basıncı [MPa]
L8S5.5S10	129	1,70
F - L8S5.5S10	69	1,19
M8S5.5S10	129	1,82
F - M8S5.5S10	69	1,40
H8S5.5S10	129	2,34
F - H8S5.5S10	69	1,78



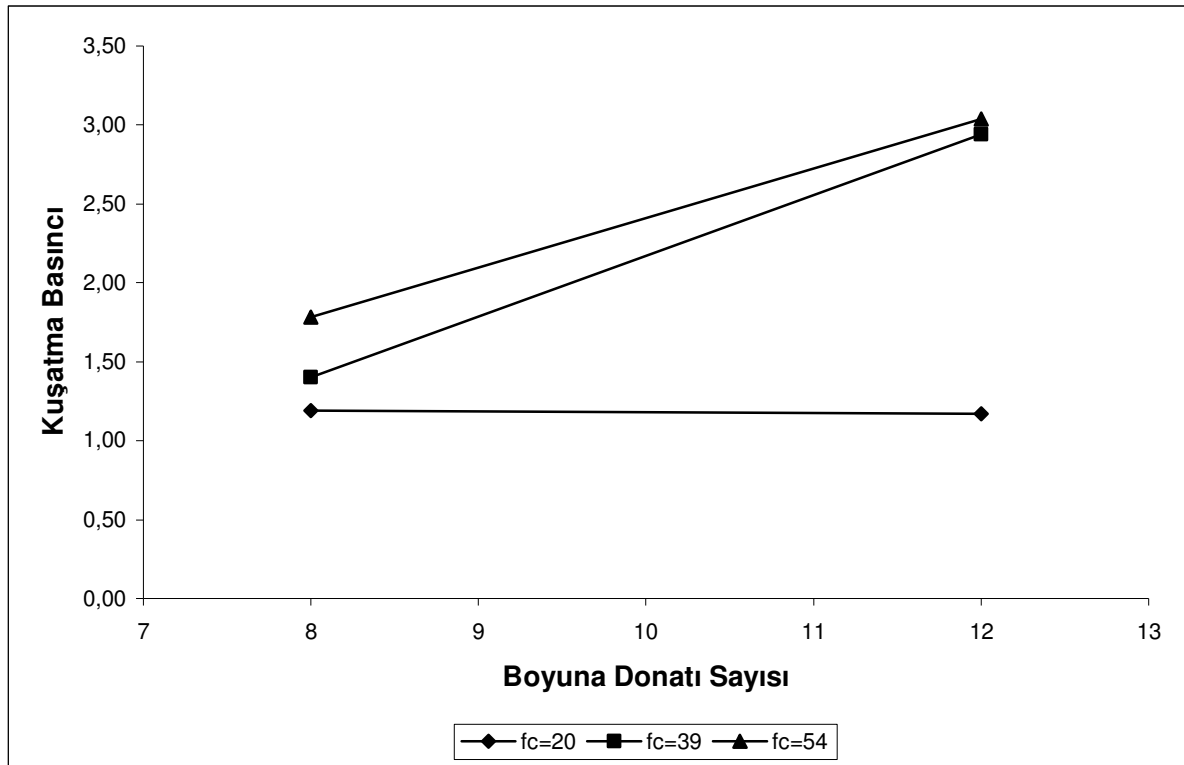
Şekil 6.13 Boyuna donatı çapı ile kuşatma basıncı ilişkisi

6.2.2.2 Boyuna donatı sayısının etkisi

Boyuna donatı sayısı da çap değişimine benzer bir davranış sergilemektedir.

Çizelge 6.16 Boyuna donatı sayısı ile kuşatma basıncı ilişkisi

Numune	Boyuna Donatı Sayısı	Kuşatma Basıncı [MPa]
F - L8S5.5S10	8	1,19
L12S5.5E10	12	1,17
F - M8S5.5S10	8	1,40
M12S5.5E10	12	2,94
F - H8S5.5S10	8	1,78
H12S5.5E10	12	3,04



Şekil 6.14 Boyuna donatı sayısı ile kuşatma basıncı ilişkisi

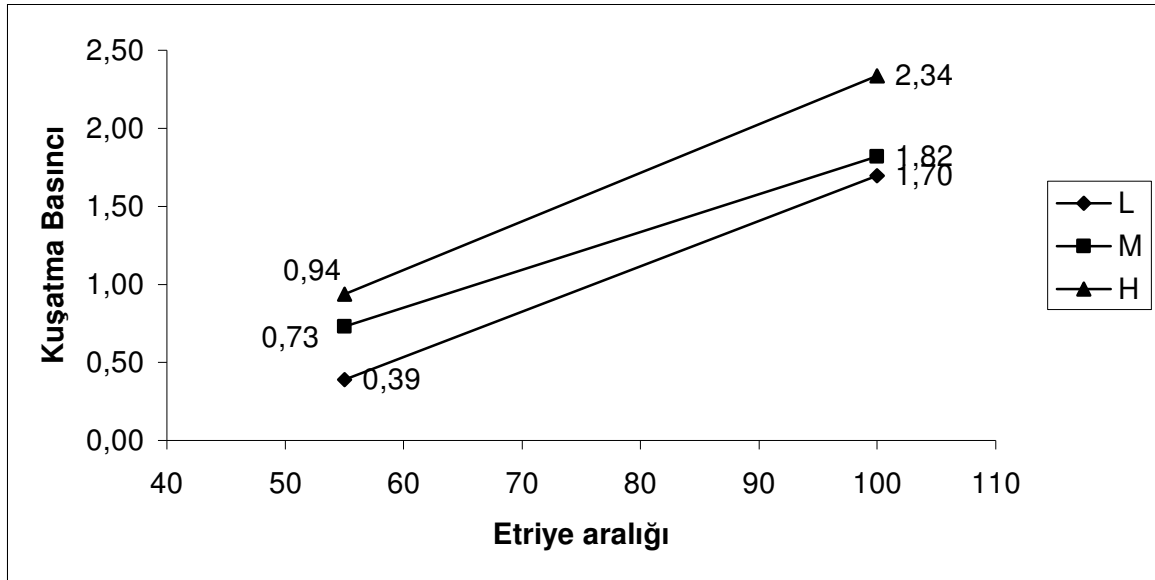
Genel olarak söylenebilir ki, boyuna donatının sayısının veya çapının artırılarak boyuna donatı hacimsel oranının artırılması kuşatma basıncını da artırmaktadır.

6.2.3 Etriye aralığının kuşatma basıncına etkisi

Aşağıdaki çizelge ve şekillerde etriye aralığının 12 farklı model için karşılaştırılması verilmiştir. Bu modellere göre genel anlamda etriye aralığı azaldıkça kuşatma basıncının da azaldığı görülmektedir.

Çizelge 6.17 Etriye aralığının kuşatma basıncına etkisi (8 donatılı)

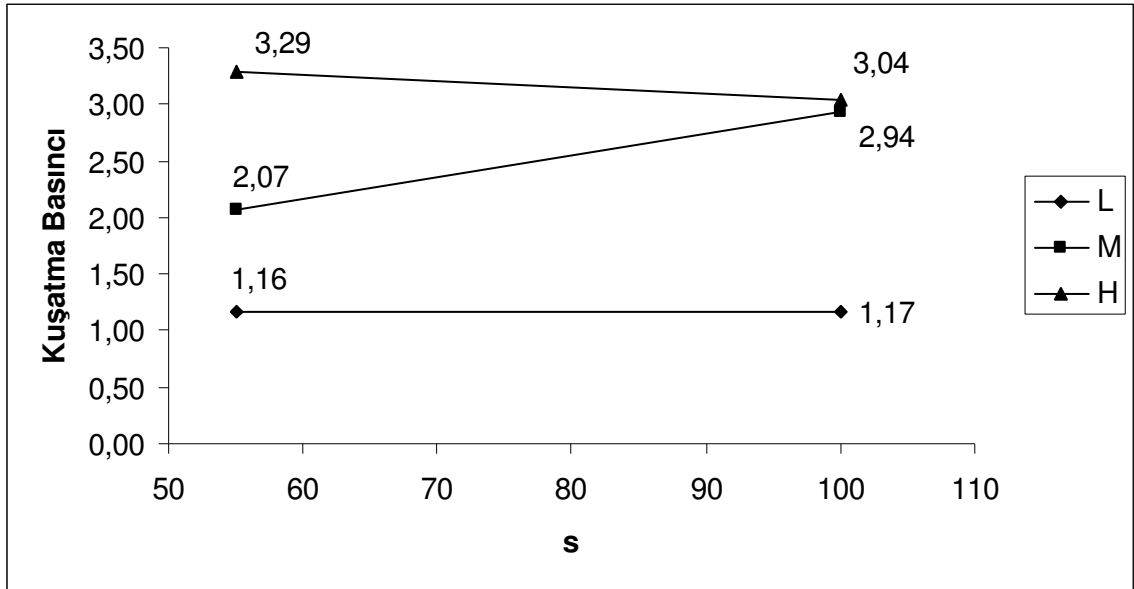
Numune	Etriye Aralığı (mm)	Kuşatma Basıncı (MPa)
L8S5.5S10	100	1,70
L8S5.5S5.5	55	0,39
M8S5.5S10	100	1,82
M8S5.5S5.5	55	0,73
H8S5.5S10	100	2,34
H8S5.5S5.5	55	0,94



Şekil 6.15 Etriye aralığının kuşatma basıncına etkisi (8 donatılı)

Çizelge 6.18 Etriye aralığının kuşatma basıncına etkisi (12 donatılı)

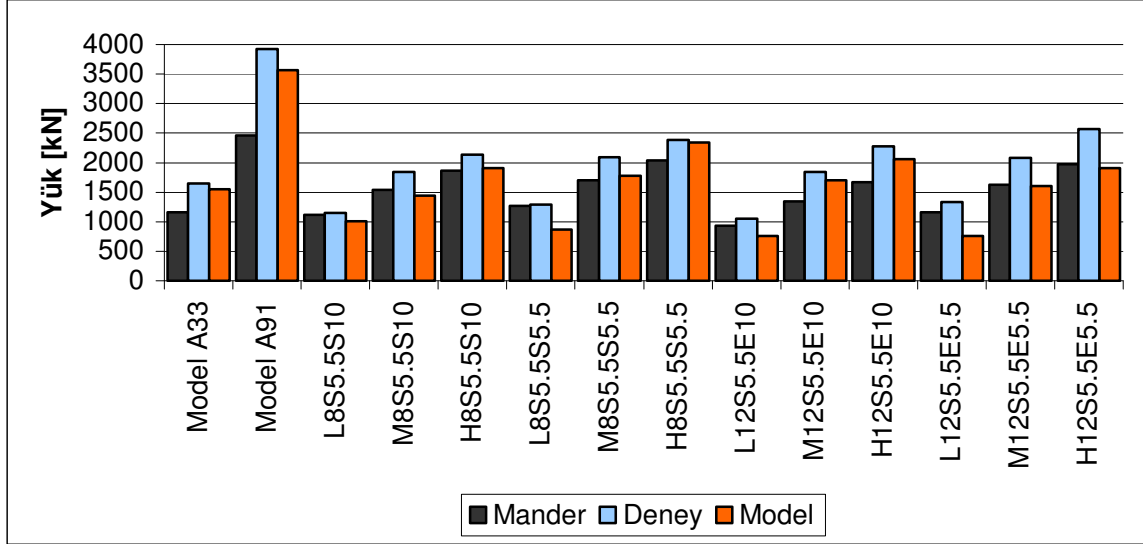
Numune	Etriye Aralığı (mm)	Kuşatma Basıncı (MPa)
L12S5.5E10	100	1,17
L12S5.5E5.5	55	1,16
M12S5.5E10	100	2,94
M12S5.5E5.5	55	2,07
H12S5.5E10	100	3,04
H12S5.5E5.5	55	3,29



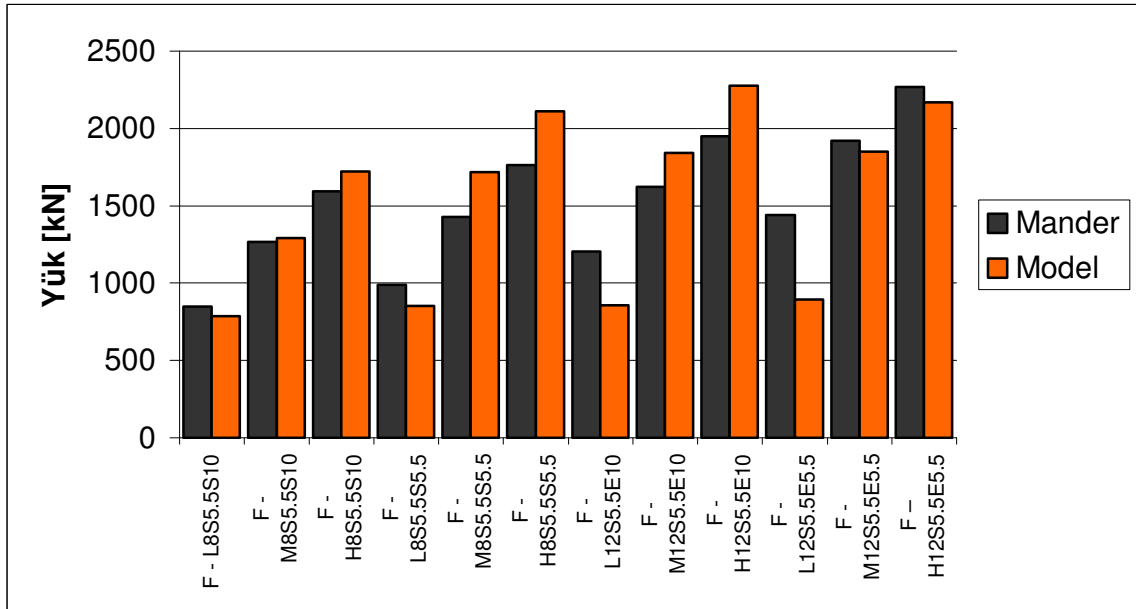
Şekil 6.16 Etriye aralığının kuşatma basıncına etkisi (12 donatılı)

6.3 Analiz sonuçlarının Mander vd. modeli ve deney sonuçlarıyla karşılaştırılması

Taşıma gücü göz önüne alındığında, Şekil 6.17’de görülebileceği gibi, deney sonuçları, tüm modeller için hem Mander vd. modelinden hem de sonlu elemanlar modelinden elde edilen analiz sonuçlarından daha yüksektir ancak tez çalışmasındaki yük değerlerinin uygun sonuçlar verdiği bu grafik ile bir kez daha ortaya konulmuştur.

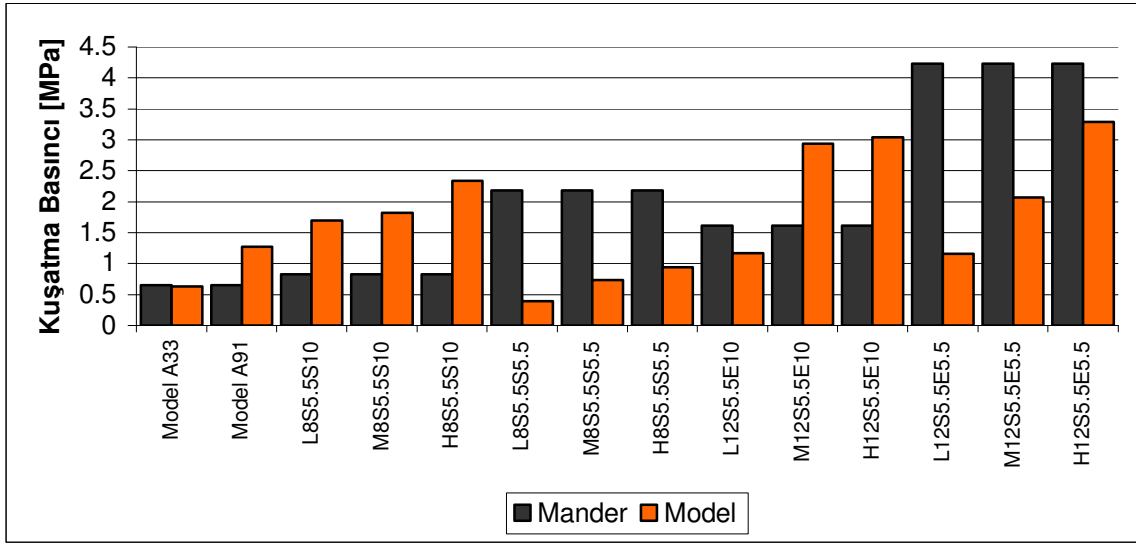


Şekil 6.17 Yük değerlerinin karşılaştırılması

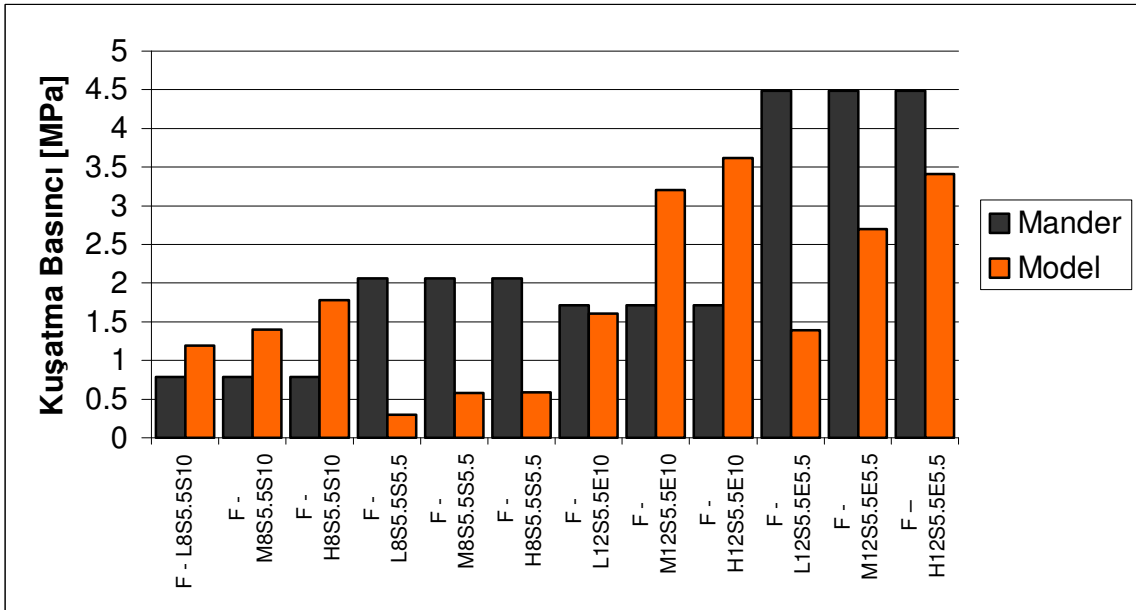


Şekil 6.18 Fiktif kolonlarda yük değerlerinin karşılaştırılması

Her ne kadar Mander modelinde beton dayanımının kuşatma basıncına olan etkisi görülemese de elde edilen sonuçların hangi oranlarda yakın olduğu aşağıdaki şekillerde görülmektedir.



Şekil 6.19 Kuşatma basıncının karşılaştırılması



Şekil 6.20 Fiktif kolonlarda kuşatma basıncının karşılaştırılması

7. SONUÇLAR

Bu çalışmada betonarme kolonlar için bir sonlu eleman modeli oluşturulmuş ve kuşatma basıncının gerçeğe yakın bir şekilde hesaplanabilmesi için çalışılmıştır. Taşıma gücünü doğru belirleyebilmenin, kuşatma basıncı değerinin gerçekçi olarak kullanılmasına bağlı olduğu bilindiğinden tez çalışmasında, farklı parametrelerin kuşatma üzerindeki etkileri incelenmiştir.

Tezin ilk bölümünde kuşatma etkisi detaylı bir şekilde incelenmiş, kuşatılmış betonarme kolonlar için analitik modellerin geniş bir özeti verilmiştir. Sonraki bölümde analiz için büyük önem taşıyan malzeme modelleri, kırılma yüzeyleri, hasar teorileri ve sonlu elemanlar yöntemi anlatılmış, modelleme için gerekli parametrelerin nasıl hesaplanacağı ve LUSAS programının çalışma prensibi açıklanmıştır.

Çalışmanın ana kısmını oluşturan 5. ve 6. bölümlerde modelin programa hangi koşullarda girildiği detaylı olarak, resimlerle anlatılmış, elde edilen sonuçlar, tablo ve grafiksel olarak gösterilmiştir. Kuşatma etkisi 12'si fiktif olmak üzere toplam 26 adet kolon için ayrıntılı bir biçimde incelenmiştir.

Bu sonuçlar ışığında görülmüştür ki, tüm modeller, taşıma gücü bakımından deney sonuçlarına oldukça yakın değerler vermektedir. Ayrıca yük artışıyla birlikte deformasyonların değişimi ve hangi bölgelerde yoğunlaştıkları gibi etkenler göz önünde bulundurulduğunda, modelin genel kolon davranışına uygun olduğu da belirlenmiştir.

Yapılan modellemelerin gerçek davranışa oldukça paralel olduğunun belirlenmesi sadece taşıma gücüne değil Ek I' de gösterilen gerilme, reaksiyon kuvvetleri ve deformasyon bilgilerinin beklenenden farklı olmamasına da dayanmaktadır. Bu belirlemelerin ardından çeşitli parametrelerin kuşatmaya olan etkileri ele alınmış, beton mukavemeti, boyuna donatı sayısı ile çapı ve etriye aralığı gibi değerlerin kuşatma basıncı değerlerini nasıl etkiledikleri incelenmiştir. Modelde etriyeler bir yay sistemi ile modellendiğinden sargı donatısının kuşatmayı nasıl etkilediği bu tez kapsamında geniş bir biçimde gösterilememişse de yay katsayısının aldığı değerler ile etriye mukavemeti ve çapı, ileri ki çalışmalarda bağdaştırılabilecek bir durumda bırakılmıştır.

Çözümlerde sonlu elemanlar yöntemi ve doğrusal olmayan analiz kullanılması ayrıca kolonların 3D olarak modellenmesi, farklı donatı düzenleri için uygun olduğu gibi çok sayıdaki parametrenin geniş bir aralık içerisindeki değişimlerinin gözlenebilmesine de olanak sağlamaktadır.

Tez çalışmasında kullanılan numuneler göz önünde bulundurulduğunda ulaşılan sonuçlar aşağıda özetlenmiştir;

1. Taşıma gücünün deney sonuçlarıyla uyumlu olmasının yanında Ek I'de verilen çizimler, modellerin beklenilenden farklı bir davranış sergilemediğini göstermektedir. Ekte verilen model örneğinde görülebildiği gibi en büyük yanal deplasman, reaksiyon kuvveti ve gerilme başlık bölgelerinde oluşmakta, dolayısıyla kırılma da yine bu bölgede meydana gelmektedir. Bu davranış tez kapsamındaki tüm modellerde tespit edilmiştir.
2. Kolonda yay olarak tanımlanan yanal kuşatma etkisi, yay katsayısının aldığı çeşitli değerler için incelenmiştir.. Bu durumda, yay katsayısının artması, daha güçlü etriye kullanımı olarak düşünülmektedir. Beklenildiği gibi tüm modellerde yay katsayısı arttıkça kolon taşıma gücü de artmış, daha yüksek göçme yüklerine ulaşılmıştır.
3. Belirli bir yay katsayısı değerine kadar kolon taşıma gücü, kuşatma etkisi arttıkça artmaktadır. Kuşatma etkisi artırılmaya devam edildiğinde süreksizlikler görülmekte, yük bu arada maksimum değerini almaktadır. Bu noktadan sonra ise yük değerleri gerçeklikten uzak, çok büyük değerler almakta olduğundan göz ardı edilmişlerdir. Deney sonuçlarıyla karşılaştırıldığında yükün ulaştığı maksimum değer gerçeğe yakın olduğu saptanmıştır.
4. Kolon taşıma gücünün, beton mukavemeti, boyuna donatı çapı ile sayısı ve etriye aralığı ile değişimi beklenen davranıştan farklı değildir. Buna göre modellerde, beton mukavemeti, boyuna donatı çapı veya boyuna donatı sayısı artırıldığında ya da etriye aralığı azaltıldığında kolon taşıma gücü artmaktadır.
5. Kuşatma basıncı değerleri ise beton mukavemetinin, boyuna donatı sayısının veya boyuna donatı çapının artırılması ile artarken, etriye aralığının azaltılmasıyla daha düşük değerler almaktadır. Bu ise Mander vd'nin önerdiği modelin tersine bir sonuçtur.

KAYNAKLAR

- Chen, W.F. ve Han, D.J. (1988), "Plasticity for Structural Engineers", Springer-Verlag NY, USA
- Claeson, C., "Finite Element Analysis of Confined Concrete Columns", Division of Concrete Structures, Chalmers University of Technology, Göteborg, Sweden
- Craddock, J. (2003), "Nonlinear Problems", Southern Illinois University, Carbondale, USA
- Ersoy, U. ve Özcebe, G. (2001), "Betonarme", Evrim Yayınevi, İstanbul
- Hognestad, E., (1951), "A Study of Combined Bending and Axial Load in Reinforced Concrete Members", Bulletin Series No.399, University of Illinois Eng. Exp. Station, Urbana.
- İnan, M. (2001), "Cisimlerin Mukavemeti", İTÜ Vakfı, İstanbul
- Kachanov, L.M. (1986), "Introduction to continuum damage mechanics", Mechanics of elastic stability, Martinus Nijhoff Publishers, Dordrecht, Hollanda
- Kent, D.C. ve Park, R., (1971), "Flexural Members with Confined Concrete", Journal of the Structural Division, Proc. of the American Society of Civil Engineers, 97(ST7): 1969-1990.
- Köksal, H.O., (1998), "Modeling of Concrete Fracture", Boğaziçi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, 283 syf, İst.
- Köksal, H.O. ve Karakoç, C., (1999), "An Isotropic Damage Model for Concrete", Materials and Structures, Vol.32, No.222, 611-617.
- Légeron, F. ve Paultre, P. (2003), "Uniaxial confinement model for normal- and high-strength concrete columns", Journal of structural engineering, Vol. 129
- LUSAS Modeller (v13.6) User Manual v13, FEA Ltd., UK
- Mander, J.B., Priestly, M.J.N. ve Park, R., (1988), "Theoretical Stress-Strain Model for Confined Concrete", Journal of the Structural Engineering, ASCE, 114(8):1804-1826.
- Mander, J.B., Priestly, M.J.N. ve Park, R., (1988), "Observed Stress-Strain Behavior of Confined Concrete", Journal of the Structural Engineering, ASCE, 114(8):1827-1849.
- Oliver J, Cervera M, Oller S, Lubliner J, (1990), "Isotropic damage models and smeared crack analysis of concrete", In N. Bićanić et al. (ed) Proc.. SCI-C Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures, pp. 945-957.
- Philips, D.V., ve Binsheng, Z., (1993), "Direct Tension Tests on Notched and Un-notched Plain Concrete Specimens", Magazine of Concrete Research, Vol. 45, No. 162, pp. 25-35.
- Popovics, S., (1973), "A numerical approach to the complete stress-strain curve of concrete", Cement and concrete research, 3(5), pp. 583-599
- Razvi, S. ve Saatcioglu, M., (1999), "Confinement Model for High-Strength Concrete", Journal of Structural Engineering, ASCE, 125(3): 281-289.
- Razvi, S.R. ve Saatcioglu, M., (1989), "Confinement of Reinforced Concrete Columns with Welded Wire Fabric", ACI Structural Journal, 85(5):615-623.

Richart, F.E., Bradtzaeg, A., Brown, R. L., (1928), "A study of the failure of concrete under combined compressive stresses", Bulletin Np. 185, Engineering experimental station, University of Illinois, Urbana, 104 pp.

Saatcioglu, M. ve Razvi, S.R., (1992), "Strength and Ductility of Confined Concrete", Journal of the Structural Engineering, ASCE, 118(6):1590-1607.

Sheikh, S.A., (1982), "A Comparative Study of Confinement Models", ACI Journal, 79(4): 296-305.

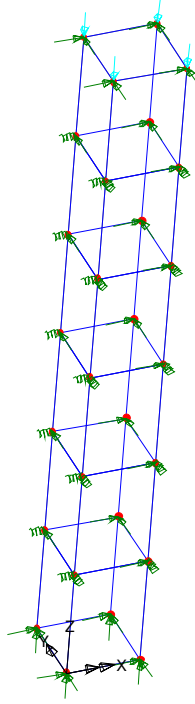
Sheikh, S.A. ve Uzumeri, S.M., (1980), "Strength and Ductility of Tied Concrete Columns", Journal of the Structural Division, ASCE, 106(ST5):1079-1102.

Sheikh, S.A. ve Uzumeri, S.M., (1982), "Analytical Model for Concrete Confinement in Tied Columns", Journal of the Structural Division, Proc. of the American Society of Civil Engineers, 108(ST12):2703-2722.

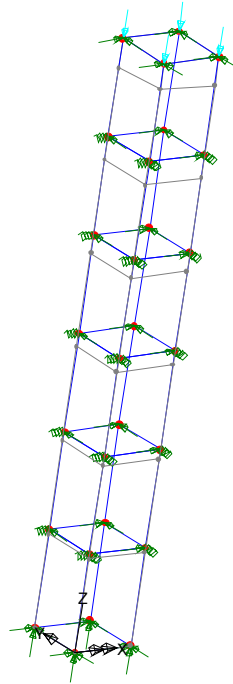
EKLER

Ek 1 LUSAS Analizlerinden elde edilen renkli grafikler

Model A91 kolon modeli için LUSAS analizlerinden elde edilen değerler aşağıdaki şekillerle gösterilmiştir. Tüm şekiller göçme anındaki değerleri göstermektedir.

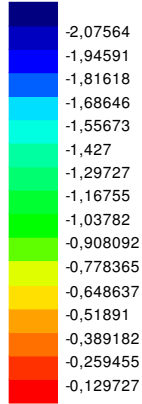


Modelin yüklemeden önce deforme olmamıř hali

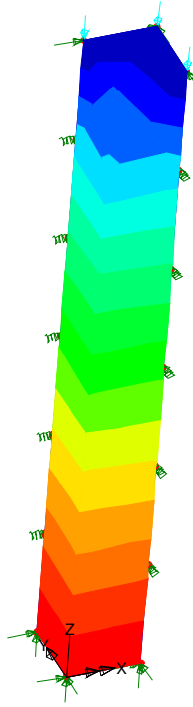


Modelin yükleme ardından gme anında aldığı deforme olmuş hali

LOAD CASE = 527
 Increment 527 Load Factor= 2.00242
 RESULTS FILE = 1
 DISPLACEMENT
 CONTOURS OF DZ

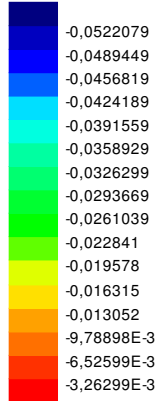


Max 0.0000E+00 at Node 1
 Min -2.076 at Node 84

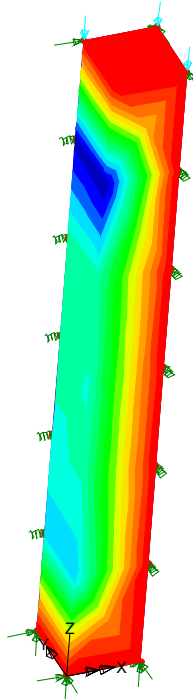


Düşey deplasman değerleri

LOAD CASE = 548
 Increment 548 Load Factor= 2.00242
 RESULTS FILE = 1
 DISPLACEMENT
 CONTOURS OF DX

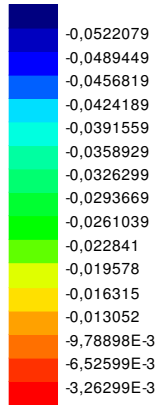


Max 0.0000E+00 at Node 14
 Min -0.5221E-01 at Node 65

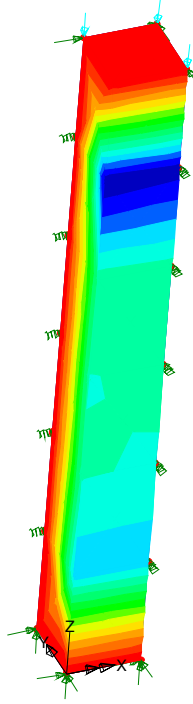


X yönündeki deplasman değerleri

LOAD CASE = 548
 Increment 548 Load Factor= 2.00242
 RESULTS FILE = 1
 DISPLACEMENT
 CONTOURS OF DY

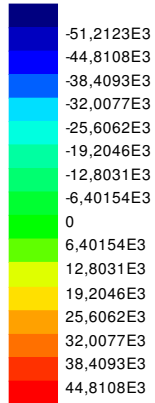


Max 0.0000E+00 at Node 10
 Min -0.5221E-01 at Node 65



Y yönündeki deplasman değerleri

LOAD CASE = 548
 Increment 548 Load Factor= 2.00242
 RESULTS FILE = 1
 REACTION
 CONTOURS OF FX

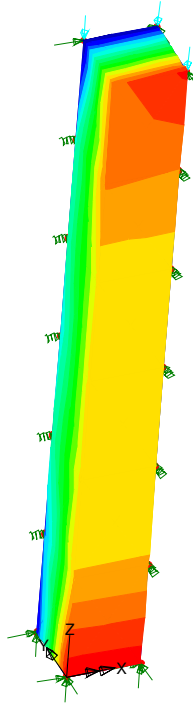


Max 0.4938E+05 at Node 1
 Min -0.5304E+05 at Node 84



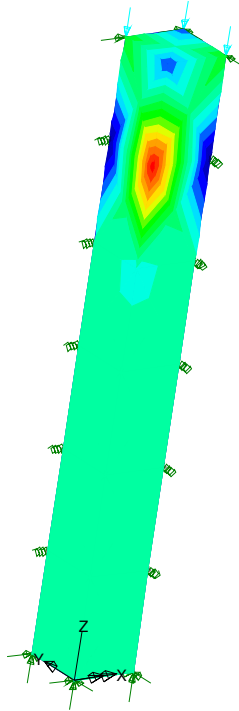
X yönündeki reaksiyon kuvveti değerleri

LOAD CASE = 548
 Increment 548 Load Factor= 2.00242
 RESULTS FILE = 1
 REACTION
 CONTOURS OF FY
 -51,2123E3
 -44,8108E3
 -38,4093E3
 -32,0077E3
 -25,6062E3
 -19,2046E3
 -12,8031E3
 -6,40154E3
 0
 6,40154E3
 12,8031E3
 19,2046E3
 25,6062E3
 32,0077E3
 38,4093E3
 44,8108E3
 Max 0.4938E+05 at Node 1
 Min -0.5304E+05 at Node 80



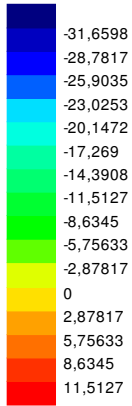
Y yönündeki reaksiyon kuvveti değerleri

LOAD CASE = 548
 Increment 548 Load Factor= 2.00242
 RESULTS FILE = 1
 STRESS
 CONTOURS OF SZ
 -136,698
 -129,863
 -123,028
 -116,193
 -109,358
 -102,523
 -95,6884
 -88,8535
 -82,0186
 -75,1837
 -68,3489
 -61,514
 -54,6791
 -47,8442
 -41,0093
 -34,1744
 Max -30.35 at Node 65
 Min -139.7 at Node 70

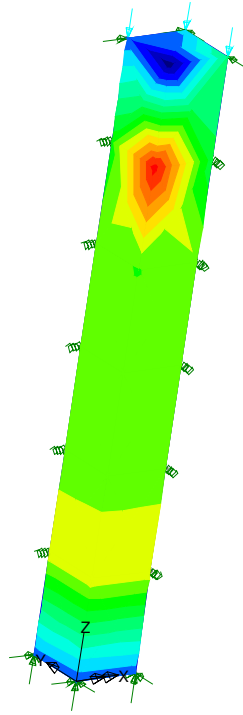


σ_z gerilmeleri

LOAD CASE = 548
 Increment 548 Load Factor= 2.00242
 RESULTS FILE = 1
 STRESS
 CONTOURS OF SX

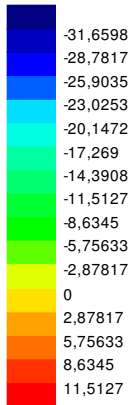


Max 12.71 at Node 65
 Min -33.34 at Node 79

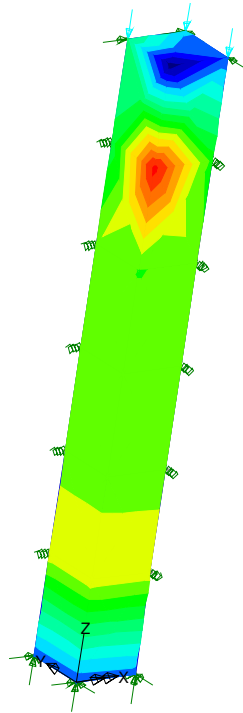


σ_x gerilmeleri

LOAD CASE = 548
 Increment 548 Load Factor= 2.00242
 RESULTS FILE = 1
 STRESS
 CONTOURS OF SY

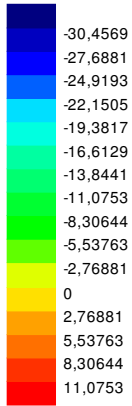


Max 12.71 at Node 65
 Min -33.34 at Node 79

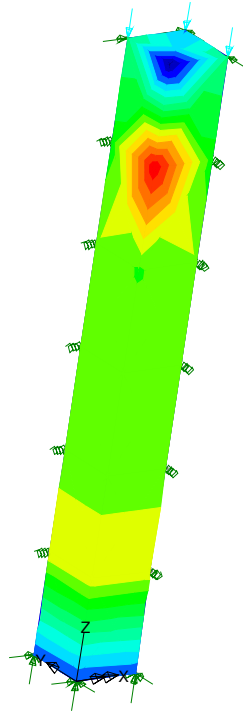


σ_y gerilmeleri

LOAD CASE = 548
 Increment 548 Load Factor= 2.00242
 RESULTS FILE = 1
 STRESS
 CONTOURS OF S1

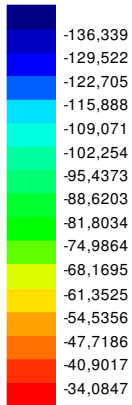


Max 13.21 at Node 65
 Min -31.09 at Node 79

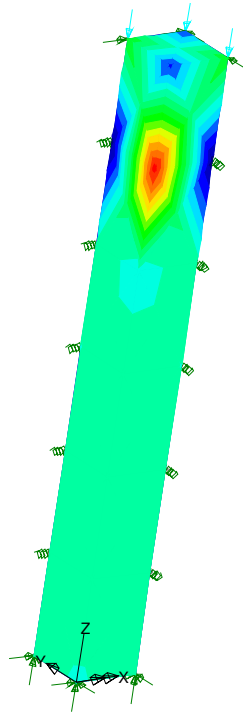


σ_1 gerilmeleri

LOAD CASE = 548
 Increment 548 Load Factor= 2.00242
 RESULTS FILE = 1
 STRESS
 CONTOURS OF S3



Max -30.83 at Node 65
 Min -139.9 at Node 70



σ_3 gerilmeleri

ÖZGEÇMİŞ

Doğum Yeri ve Tarihi: Bursa, 1981

EĞİTİM BİLGİLERİ

Yüksek Lisans

2003 – 2006

Yıldız Teknik Üniversitesi
FBE / Yapı Mühendisliği

İstanbul

Lisans

1999 – 2003

Yıldız Teknik Üniversitesi
İnşaat Fakültesi / İnşaat Mühendisliği

İstanbul

Lise

1996 – 1999

Ö. Namık Sözeri Lisesi

Bursa